Εργασία ΣΑΕ ΙΙΙ

Τμήμα Β

Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ

ΑΕΜ: 9471

velliosg@ece.auth.gr

Α) Το σύστημα είναι της μορφής H(q)q" + C(q, q')q' + G(q)=u Ο πίνακας H(q) είναι θετικά ορισμένος επειδή ισχύει H(q) >= aI, όπως αναφέρεται στο βιβλίο "Applied Nonlinear Control", Jean-Jacques E. Slotine & Weiping Li, κεφάλαιο 9 παράγραφος 1. Άρα ο πίνακας είναι αντιστρέψιμος. Θεωρούμε είσοδο της μορφής **u=C(q,q')q' + G(q) + H(q)v**, οπότε το σύστημα γίνεται της μορφής H(q)q'' = H(q)v, και αφού ο πίνακας Η αντιστρέψιμος, q"=v. Επιλέγουμε **v=q_d'' -k1 (q' – q_d') – k2 (q – q_d), κ1,κ2>0** όπου q-q_d το σφάλμα παρακολούθησης.

Άρα έχουμε τις εξισώσεις

$q_1'' = q_{d1}'' - k_1(q_1' - q_{d1}') - k_2(q_1 - q_{d1})$ και

$q_2'' = q_{d2}'' - k_1(q_2' - q_{d2}') - k_2(q_2 - q_{d2})$ $\Rightarrow$

$q_1'' - q_{d1}'' = -k_1(q_1' - q_{d1}') - k_2(q_1 - q_{d1})$

$q_2'' - q_{d2}'' = -k_1(q_2' - q_{d2}') - k_2(q_2 - q_{d2})$ $\Rightarrow$

Θεωρώ $X_1 = q_1 - q_{d1}$ **με** $X_1' = X_2$

$X_2 = q_1' - q_{d1}'$ $\quad X_2' = -\kappa_1(X_2) - \kappa_2(X_1)$

$X_3 = q_2 - q_{d2}$ $\quad X_3' = X_4$

$X_4 = q_2' - q_{d2}'$ $\quad X_4' = -\kappa_1(X_4) - \kappa_2(X_3)$

Άρα

$$X' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\kappa_2 & -\kappa_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\kappa_2 & -\kappa_1 \end{bmatrix} X$$

Για να βρούμε το χαρακτηριστικό πολυώνυμο λύνουμε την εξίσωση:

Det(λI – A) =0 =>

$$\left\| \begin{bmatrix} \lambda & -1 & 0 & 0 \\ \kappa_2 & \lambda+\kappa_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & -1 \\ 0 & 0 & \kappa_2 & \lambda+\kappa_1 \end{bmatrix} \right\|$$ **$=0 \Rightarrow (\lambda\ (\kappa_1 + \lambda) + \kappa_2)^2=0 \Rightarrow \lambda\ (\kappa_1 + \lambda) + \kappa_2=0 \Rightarrow \lambda^2 + \kappa_1\ \lambda + \kappa_2 = 0$**

Θέλω οι πόλοι να είναι στο -10 άρα η εξίσωση θα είναι της μορφής $(\lambda+10)(\lambda+10)=0 \Rightarrow \lambda^2 +20\lambda + 100=0$

Άρα: **$\kappa_1 = 20$ και $\kappa_2=100$**

Και τελικά:

$u=C(q,q')\ q' + G(q) + H(q)v$

με $v=q_d'' -20\ (q' - q_d') - 100\ (q - q_d)$

B) Για να περάσουμε το σύστημα στην matlab πρέπει να βρούμε τις μεταβλητές κατάστασης όπως και τις εξισώσεις. Ως μεταβλητές θεωρήθηκαν οι παρακάτω:

$X_1=q_1$ $\quad$ $X_2=q_1'$ $\quad$ $X_3=q_2$ $\quad$ $X_4=q_2'$

Ενώ οι εξισώσεις παρουσιάζονται στο παρακάτω φύλλο που γράφηκε με το χέρι, όπως και πιο κάτω η ανάλυση για την ολίσθηση σφάλματος.

Ισχύει: $H\ddot{q} + C\dot{q} + G = u \xRightarrow{H\Theta.0} \ddot{q} = -H^{-1}C\dot{q} - H^{-1}G + H^{-1}u$

με $u = C'\dot{q} + G' + H'v$ (C', G', H' οι πίνακες με τις προσεγγιστικές τιμές)

και $V = \ddot{q}_d - 20(\dot{q} - \dot{q}_d) - 100(q - q_d)$

όπου $q_d = \begin{bmatrix} q_{1d} \\ q_{2d} \end{bmatrix}$ $\dot{q}_d = \begin{bmatrix} \dot{q}_{1d} \\ \dot{q}_{2d} \end{bmatrix}$ $\ddot{q}_d = \begin{bmatrix} \ddot{q}_{1d} \\ \ddot{q}_{2d} \end{bmatrix}$

με
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{q}_{1d} &= \begin{cases} +31{,}5^\circ \sin(0{,}63t), & t \le 5 \\ 0, & t > 5 \end{cases} \\ \ddot{q}_{1d} &= \begin{cases} +19.845^\circ \cos(0{,}63t), & t \le 5 \\ 0, & t > 5 \end{cases} \end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \dot{q}_{2d} &= \begin{cases} -37{,}8^\circ \sin(0{,}63t), & t \le 5 \\ 0, & t > 5 \end{cases} \\ \ddot{q}_{2d} &= \begin{cases} -23{,}814^\circ \cos(0{,}63t), & t \le 5 \\ 0, & t > 5 \end{cases} \end{aligned}}$$

$x_1 = q_1$ $\dot{x}_1 = x_2 = \dot{q}_1$

$x_2 = \dot{q}_1$ $\dot{x}_2 = \ddot{q}_1$

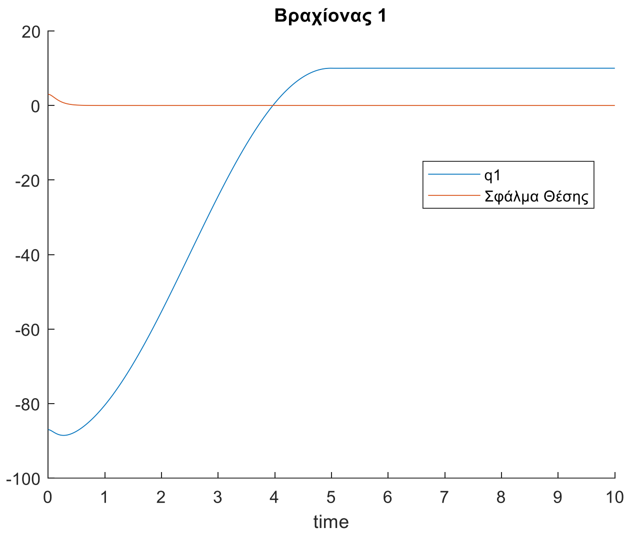
$x_3 = q_2$ $\dot{x}_3 = x_4 = \dot{q}_2$

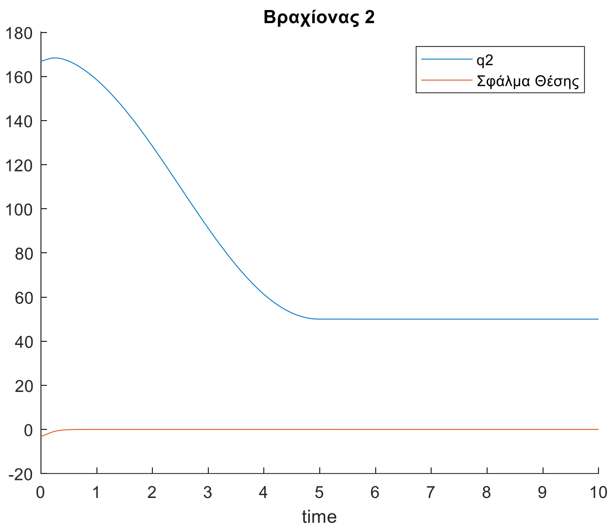
$x_4 = \dot{q}_2$ $\dot{x}_4 = \ddot{q}_2$

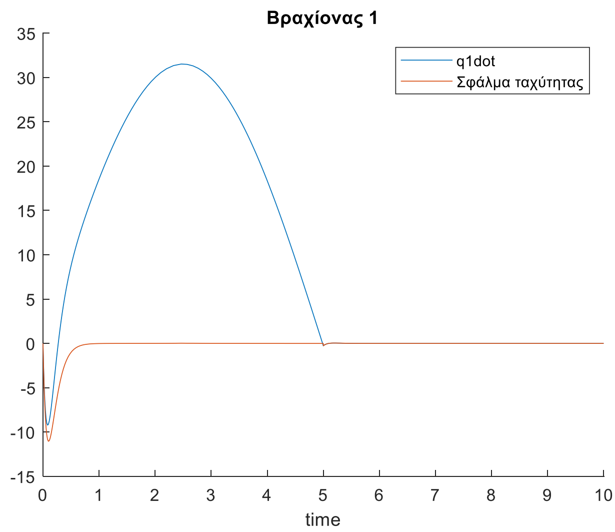
Άρα $\ddot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix}$ και $\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}$

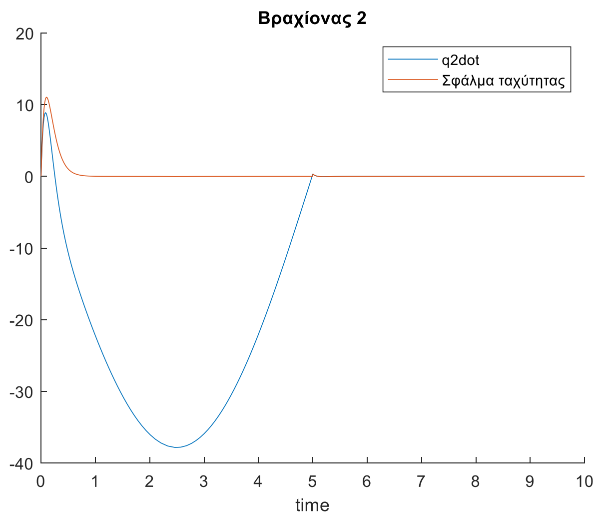
Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471

Αρχικά έγιναν ενδεικτικά τα διαγράμματα για το ερώτημα Α όπου γνωρίζουμε τις τιμές των παραμέτρων.



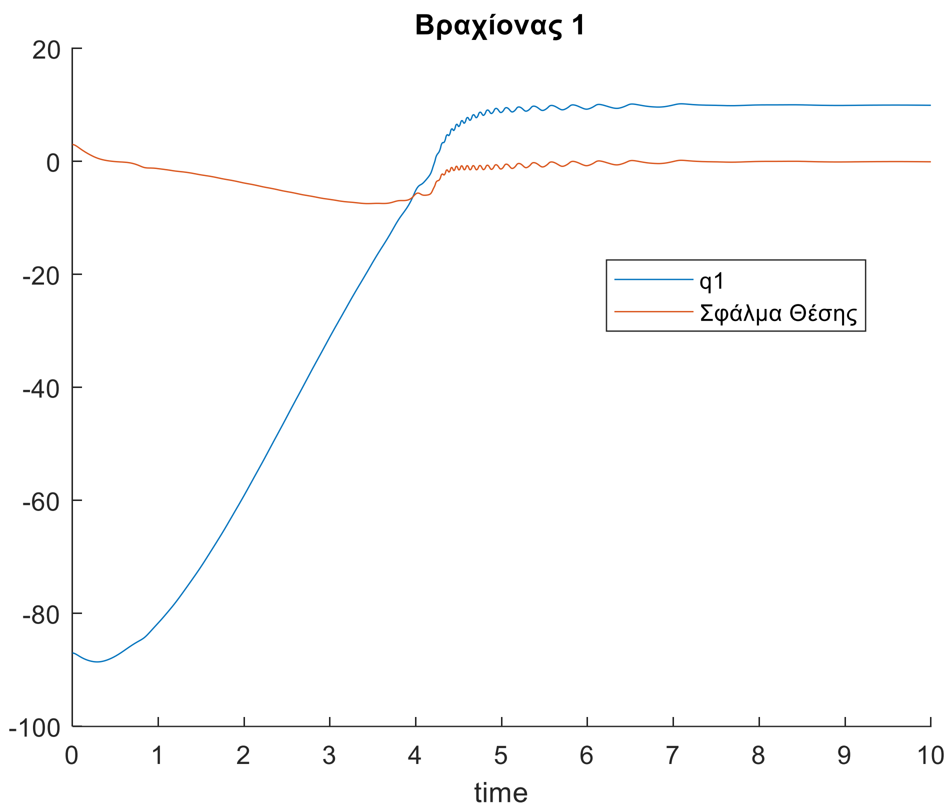




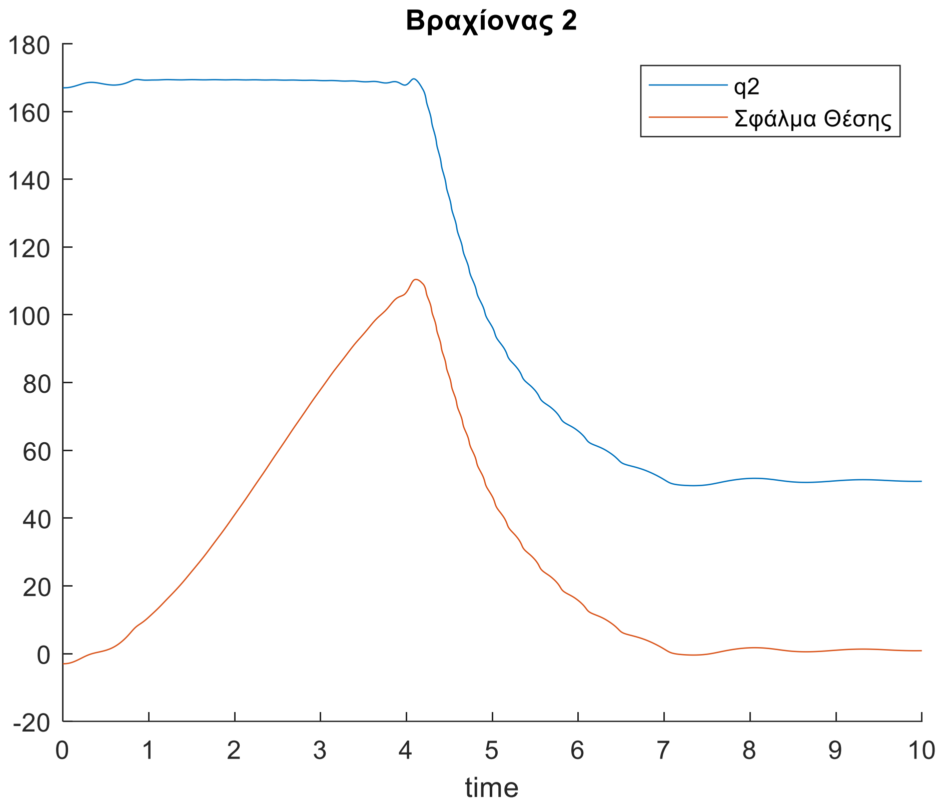


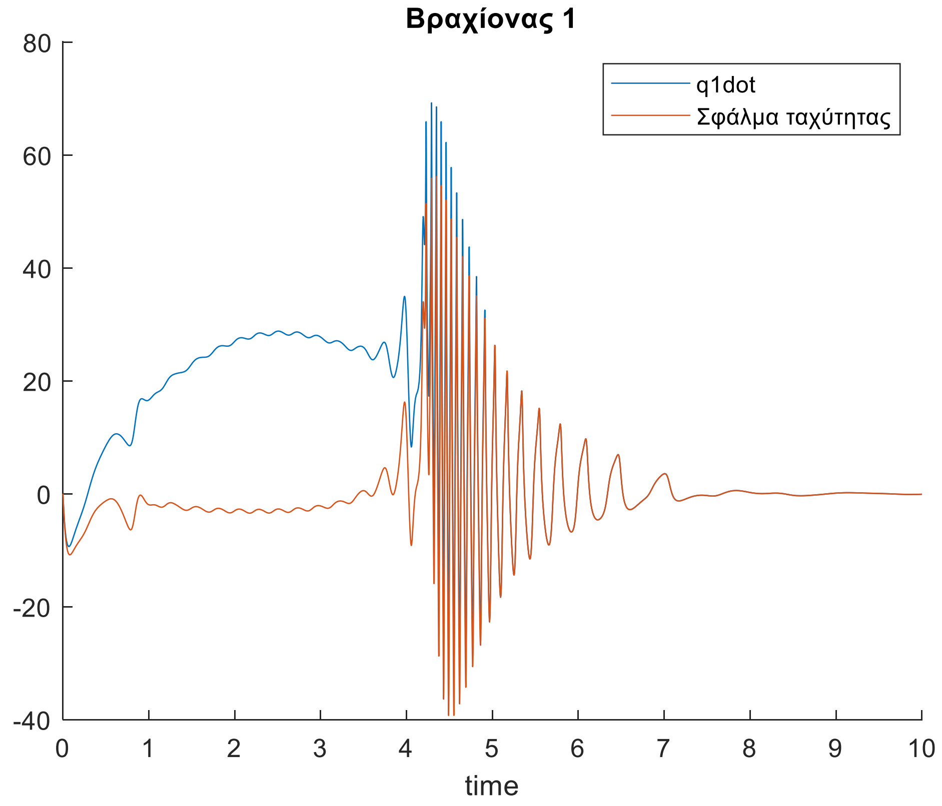
B1)

Τα διαγράμματα για την προσομοίωση του συστήματος με τις προσεγγιστικές τιμές για τον ελεγκτή εισόδου για το ερώτημα Β1 είναι τα παρακάτω:



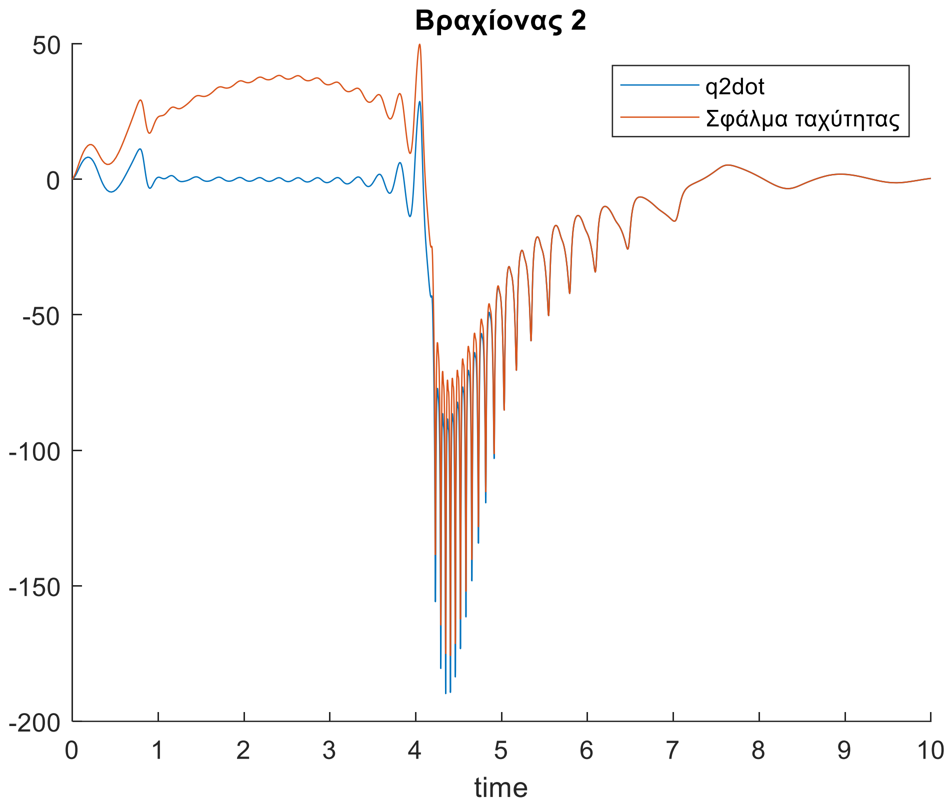
<u>Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471</u>

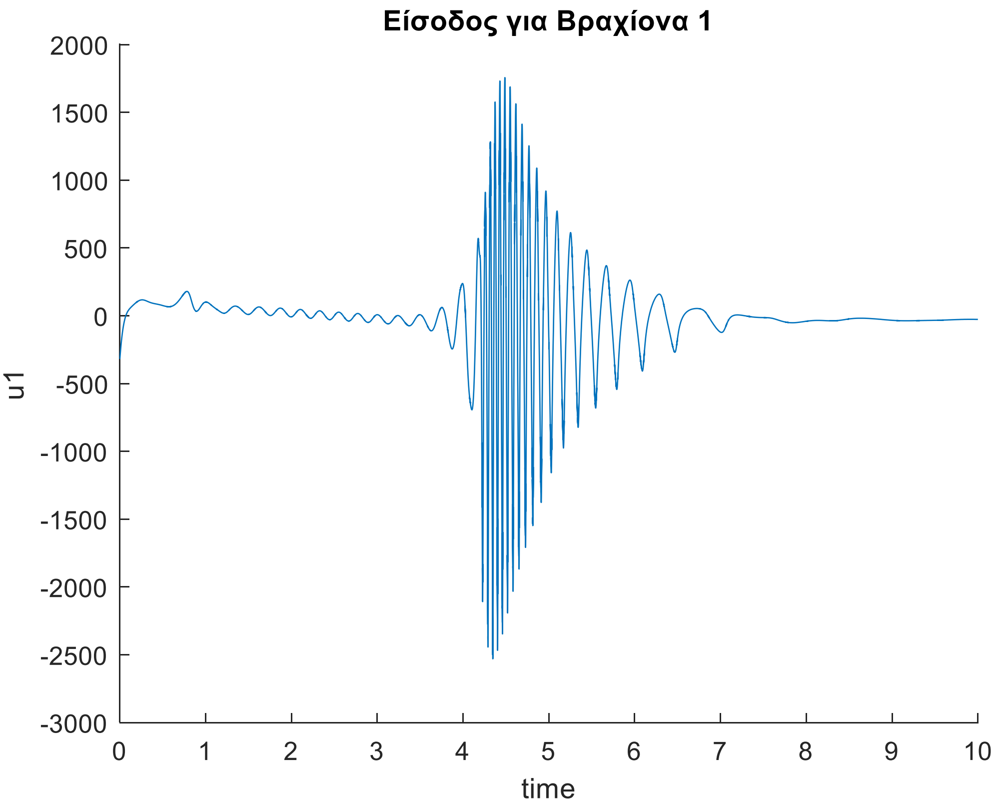


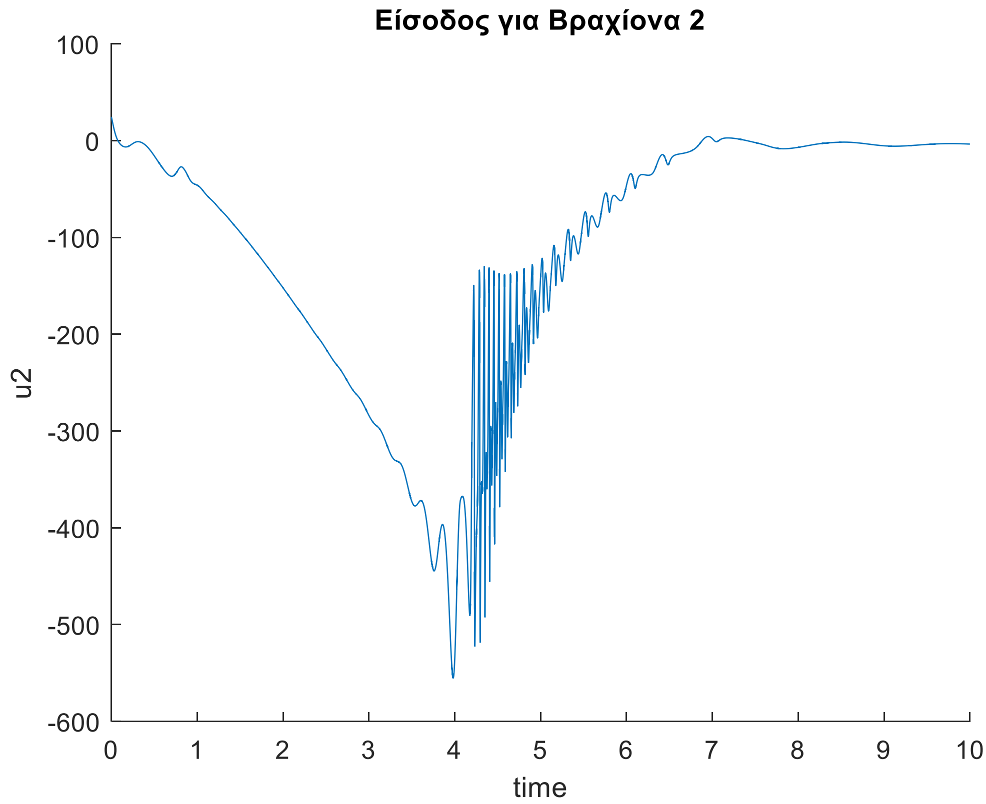


.

Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471







Παρατηρούμε ότι το σύστημα είναι ασυμπτωτικά ευσταθές τόσο για τις θέσεις όσο και για τις ταχύτητες των 2 βραχιόνων. Η ταχύτητα απόκρισης είναι μικρότερη συγκριτικά με το 1^{ο} ερώτημα. Επίσης εδώ τα σφάλματα θέσης και ταχύτητας δεν είναι 0 όπως στο 1^{ο} ερώτημα ούτε γίνονται 0 αλλά το προσεγγίζουν ασυμπτωτικά. Επίσης παρατηρούμε πολύ απότομες αλλαγές στην ταχύτητα των βραχιόνων, κάτι που για ένα πραγματικό σύστημα είναι ανεπιθύμητο.

Β2)

Ακολουθεί σε χειρόγραφη μορφή η ανάλυση που έγινε για να βρεθεί ο ελεγκτής εισόδου με την μέθοδο ελέγχου ολίσθησης σφάλματος:

Βασισμένο σε Slotline & Weiping Li βιβλίο κεφ. 9.1.2

1

Γενική συνθήκη ολίσθησης: $\frac{1}{2}\frac{d}{dt}s_i^2 \leq -n_i|s_i|$ $(n_i > 0)$

Όταν έχουμε s^2 η επιφάνεια ολίσθησης για πολλές εισόδους είναι:

$$S = \dot{\tilde{q}} + \Lambda\tilde{q} = \dot{q} - \dot{q}_d + \Lambda(q - q_d) \quad \text{με } \Lambda = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Θεωρώ την Lyapunov $\boxed{V(t) = \frac{1}{2}[S^T H s]}$

$\lambda_{min}(H) \geq 0{,}2 > 0$ και $\lambda_{max}(H) \geq \lambda_{min}(H) > 0$

Ιδιοτιμές θετικές άρα ο H θετικά ορισμένος

οπότε και η συνάρτηση Lyapunov Θ.Ο.

Θεωρώ $\boxed{\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda(q - q_d)}$ είναι η ταχύτητα αναφοράς, όπως αυτή ορίζεται στο βιβλίο άρα $S = \dot{q} - q_r$

$$\dot{V}(t) = S^T(H\ddot{q} - H\ddot{q}_r) + \frac{1}{2}S^T \dot{H} s \quad \text{αλλά } H\ddot{q} = u - C\dot{q} - G = u - C(s + \dot{q}_r) - G$$

οπότε προκύπτει: $\dot{V}(t) = S^T(u - H\ddot{q}_r - C\dot{q}_r - G)$

Θεωρώ είσοδο ελέγχου της μορφής

$$\boxed{\hat{u}_{eq} = \hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{G}}$$

οπότε καταλήγουμε στη μορφή

$$\dot{V} = s^T(\Delta H \cdot \ddot{q}_r + \Delta C \cdot \dot{q}_r + \Delta G) - p_1|s_1| - p_2|s_2|$$

με $\Delta H = \hat{H} - H$ $\Delta C = \hat{C} - C$ $\Delta G = \hat{G} - G$

$p = [p_1 \ p_2]$

$$u = \hat{u}_{eq} - p_1 \,\mathrm{sgn}(s_1) - p_2 \,\mathrm{sgn}(s_2)$$

Διαλέγουμε ρ_i ώστε να ισχύει: (2)

$\rho_i \geq |[\Delta H(q)\ddot{q}_r + \Delta C\, \dot{q}_r + \Delta G]_i| + c_i$ με $c_i > 0$ τέτοια ώστε να ικανοποιείται η συνθήκη ολίσθησης

Άρα: $\dot{V}(t) \leq -(n_1 S_1 + n_2 S_2)$

Για εύρεση των φραγμάτων των αβεβαιοτήτων, γράφουμε τους μη γραμμικούς όρους του μοντέλου ως προς τις αβέβαιες παραμέτρους, δηλαδή

$$H\ddot{q}_r = Y_2(q, \ddot{q}_r)\theta_2 \quad (C\dot{q}_r + G) = Y_1(\dot{q}_r, \dot{q})\theta_1$$

με θ_1, θ_2 διανύσματα που περιέχουν τις αβέβαιες παραμέτρους, Y_1, Y_2 πίνακες με γνωστές παραμέτρους. Αβέβαια τα $(I_{z_1}, I_{z_2}, L_{c_1}, L_{c_2}, m_2)$

Θεωρώ $m_2 L_{c_2}^2 + m_2 L_1^2 + L_{c_1}^2 m_1 + I_{z_1} + I_{z_2} = \Gamma_1$

$L_{c_2}^2 m_2 + I_{z_2} = \Gamma_2$

$L_1 L_{c_2} m_2 = \Gamma_3$

$m_2 L_{c_2} g = \Gamma_4$

$(m_2 L_1 + m_1 L_{c_1}) g = \Gamma_5$

Τότε
$$H = \begin{bmatrix} \Gamma_1 + 2\Gamma_3\cos(q_2) & \Gamma_2 + \Gamma_3\cos(q_2) \\ \Gamma_2 + \Gamma_3\cos(q_2) & \Gamma_2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -\Gamma_3\sin(q_2)\dot{q}_2 & -\Gamma_3\sin(q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ \Gamma_3\sin(q_2)\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \Gamma_4\cos(q_1+q_2) + \Gamma_5\cos(q_1) \\ \Gamma_4\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

Τότε

$$C\dot{q}_r + G = C\begin{bmatrix} \dot{q}_{r_1} \\ \dot{q}_{r_2} \end{bmatrix} + G = \begin{bmatrix} -\Gamma_3\sin(q_2)\dot{q}_2\dot{q}_{r_1} - \Gamma_3\sin(q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\dot{q}_{r_2} + \Gamma_4\cos(q_1+q_2) + \Gamma_5\cos(q_1) \\ \Gamma_3\sin(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_{r_1} + \Gamma_4\cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

③

και

$$H\ddot{q}_r = H\begin{bmatrix}\ddot{q}_{r_1}\\ \ddot{q}_{r_2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\Gamma_1\ddot{q}_{r_1} + 2\Gamma_3\cos(q_2)\ddot{q}_{r_1} + \Gamma_2\ddot{q}_{r_2} + \Gamma_3\cos(q_2)\ddot{q}_{r_2}\\ \Gamma_2\ddot{q}_{r_1} + \Gamma_3\cos(q_2)\ddot{q}_{r_1} + \Gamma_2\ddot{q}_{r_2}\end{bmatrix}$$

Άρα
$$C\dot{q}_r + G = \begin{bmatrix}-L_1L_{c_2}m_2\sin(q_2)\dot{q}_2\dot{q}_{r_1} - L_1L_{c_2}m_2\sin(q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\dot{q}_{r_2} + m_2L_{c_2}g\cos(q_1+q_2) + (gm_2L_1 + gm_1L_{c_1})\cos(q_1)\\ L_1L_{c_2}m_2\sin(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_{r_1} + m_2L_{c_2}g\cos(q_1+q_2)\end{bmatrix}$$

Οπότε έχουμε:

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix}m_2\\ L_{c_1}\\ m_2L_{c_2}\end{bmatrix} \quad \text{και άρα}$$

$$\underset{2\times3\ \ 3\times1}{Y_1(q,\dot{q})\Theta_1} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c|c} gL_1\cos(q_1) & gm_1\cos(q_1) & -L_1\sin(q_2)\dot{q}_2\dot{q}_{r_1} - L_1\sin(q_2)(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\dot{q}_{r_2} + g\cos(q_1+q_2)\\ \hline 0 & 0 & L_1\sin(q_2)\dot{q}_1\dot{q}_{r_1} + g\cos(q_1+q_2)\end{array}\right]}_{Y_1(q,\dot{q})}\underbrace{\begin{bmatrix}m_2\\ L_{c_1}\\ m_2L_{c_2}\end{bmatrix}}_{\Theta_1}$$

$$H\ddot{q}_r = \begin{bmatrix}(m_2L_{c_2}^2 + m_2L_1^2 + L_{c_1}^2m_1 + I_{z_1} + I_{z_2})\ddot{q}_{r_1} + 2L_1L_{c_2}m_2\cos(q_2)\ddot{q}_{r_1} + (L_{c_2}^2m_2 + I_{z_2})\ddot{q}_{r_2} + L_1L_{c_2}m_2\cos(q_2)\ddot{q}_{r_2}\\ (L_{c_2}^2m_2 + I_{z_2})\ddot{q}_{r_1} + L_1L_{c_2}m_2\cos(q_2)\ddot{q}_{r_1} + (L_{c_2}^2m_2 + I_{z_2})\ddot{q}_{r_2}\end{bmatrix}$$

$$\underset{2\times6\ \ 6\times1}{Y_2(q,\ddot{q}_r)\Theta_2} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \ddot{q}_{r_1}+\ddot{q}_{r_2} & \ddot{q}_{r_1}L_1^2 & m_1\ddot{q}_{r_1} & \ddot{q}_{r_1} & \ddot{q}_{r_1}+\ddot{q}_{r_2} & 2L_1\cos(q_2)\ddot{q}_{r_1} + L_1\cos(q_2)\ddot{q}_{r_2}\\ \hline \ddot{q}_{r_1}+\ddot{q}_{r_2} & 0 & 0 & 0 & \ddot{q}_{r_1}+\ddot{q}_{r_2} & L_1\cos(q_2)\ddot{q}_{r_1}\end{array}\right]}_{Y_2(q,\ddot{q}_r)}\underbrace{\begin{bmatrix}m_2L_{c_2}^2\\ m_2\\ L_{c_1}^2\\ I_{z_1}\\ I_{z_2}\\ m_2L_{c_2}\end{bmatrix}}_{\Theta_2}$$

(4)

Οπότε τελικά έχουμε: $C=\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$

$$p=|\Delta H|_{max}|\ddot{q}_r|+\underbrace{|\Delta C|_{max}|\dot{q}_r|+|\Delta G|_{max}}_{C}+ \;=\; |Y_2(q,\ddot{q}_r)||\Delta\theta_2|_{max}+|Y_1(q,\dot{q}_r)||\Delta\theta_1|_{max}+C$$

με $\Delta\theta_x=\hat{\theta}_x-\theta_x$ για το p θέλουμε τα άνω φράγματα των $\Delta H, \Delta C, \Delta G$ οπότε εδώ ψάχνουμε τα άνω φράγματα των $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$

Για το $\Delta\theta_1$:

$$0,5<m_2<5 \text{ ή } -5<-m_2<-0,5$$
$$\hat{m}_2=2 \text{ ή } -\hat{m}_2=-2$$

Αν $\hat{m}_2>m_2: |\hat{m}_2-m_2|=\hat{m}_2-m_2<1,5$
$\hat{m}_2<m_2: |-\text{"}-|=m_2-\hat{m}_2<3$
} διαλέγω το μεγαλ.
άρα $|\Delta m_2|<3$

$0,1<L_{c_1}<0,4$ ή $-0,4<-L_{c_1}<-0,1$ Αν $\hat{L}_{c_1}>L_{c_1}: |\hat{L}_{c_1}-L_{c_1}|=\hat{L}_{c_1}-L_{c_1}<0,25$
$\hat{L}_{c_1}=0,35$ ή $-\hat{L}_{c_1}=-0,35$ Αν $\hat{L}_{c_1}<L_{c_1}: |\hat{L}_{c_1}-L_{c_1}|=L_{c_1}-\hat{L}_{c_1}<0,05$
} $|\Delta L_{c_1}|<0,25$

$0,025<m_2L_{c_2}<2,25$ ή $-2,25<-m_2L_{c_2}<-0,025$
$\widehat{m_2L_{c_2}}=0,2$ ή $-\widehat{m_2L_{c_2}}=-0,2$

Αν $\widehat{L_{c_2}m_2}>L_{c_2}m_2: |\widehat{m_2L_{c_2}}-m_2L_{c_2}|=\ldots<1,975$
Αν $<: |\ldots|=m_2L_{c_2}-\widehat{m_2L_{c_2}}<2,05$

Άρα $|\Delta m_2L_{c_2}|<2,05$

.

Άρα διαλέγω $\boxed{|\Delta\theta_{1max}| = \begin{bmatrix} 3 \\ 0,25 \\ 2,05 \end{bmatrix}}$

Για $\Delta\theta_2$: $0,00125 < m_2 L_{c_2}^2 < 1,0125$, $-1,0125 < -m_2 L_{c_2}^2 < -0,00125$

$-\hat{m_2 L_{c_2}^2} = -0,02$ ή $\hat{m_2 L_{c_2}^2} = 0,02$

Αν $\hat{m_2 L_{c_2}^2} > m_2 L_{c_2}^2$: $|\hat{m_2 L_{c_2}^2} - m_2 L_{c_2}^2| = \hat{m_2 L_{c_2}^2} - m_2 L_{c_2}^2 < 0,01875$

Αν $\hat{m_2 L_{c_2}^2} < m_2 L_{c_2}^2$: $|\hat{m_2 L_{c_2}^2} - m_2 L_{c_2}^2| = m_2 L_{c_2}^2 - \hat{m_2 L_{c_2}^2} < 0,9925$ $\Big\}$ $|\Delta m_2 L_{c_2}^2| < 0,9925$

$|\Delta m_2| < 3$

$0,01 < L_{c_1}^2 < 0,16$, $-0,16 < -L_{c_1}^2 < -0,01$

$-\hat{L}_{c_1}^2 = -0,1225$ ή $\hat{L}_{c_1}^2 = 0,1225$

Αν $\hat{L}_{c_1}^2 > L_{c_1}^2$: $|\hat{L}_{c_1}^2 - L_{c_1}^2| = \hat{L}_{c_1}^2 - L_{c_1}^2 < 0,1125$

Αν $<$: $| \quad | = L_{c_1}^2 - \hat{L}_{c_1}^2 < 0,0375$ $\Big\}$ $|\Delta L_{c_1}^2| < 0,1125$

$0,02 < I_{z_1} < 0,5$, $-0,5 < -I_{z_1} < -0,02$

$-\hat{I}_{z_1} = -0,05$ ή $\hat{I}_{z_1} = 0,05$

όμοια: $|\hat{I}_{z_1} - I_{z_1}| < 0,03$
$< 0,45$ $\Big\}$ $|\Delta I_{z_1}| < 0,45$

$0,01 < I_{z_2} < 0,15$, $-0,15 < -I_{z_2} < -0,01$ όμοια $|\hat{I}_{z_2} - I_{z_2}| < 0,01$
$< 0,13$ $\Big\}$ $|\Delta I_{z_2}| < 0,13$

$-\hat{I}_{z_2} = -0,02$ ή $\hat{I}_{z_2} = 0,02$

$|\Delta m_2 L_{c_2}| < 2,05$

Άρα $|\Delta\theta_{2max}| = \begin{bmatrix} 0,993 \\ 3 \\ 0,113 \\ 0,45 \\ 0,13 \\ 2,05 \end{bmatrix}$ και έστω $C = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,1 \end{bmatrix}$

Συνεπώς $\boxed{u = \hat{H}\ddot{q}_r + \hat{C}\dot{q}_r + \hat{G} - (|Y_1||\Delta\theta_{1max}| + |Y_2||\Delta\theta_{2max}| + c)\cdot sgn(s)}$

με $S = \dot{q} - \dot{q}_d + \Lambda(q - q_d)$

$\dot{q}_r = \dot{q}_d - \Lambda(q - q_d)$

$\ddot{q}_r = \ddot{q}_d - \Lambda(\dot{q} - \dot{q}_d)$

$sgn(s)$ πίνακας $\begin{bmatrix} sgn(S_1) \\ sgn(S_2) \end{bmatrix}$

με μεταβλητές κατάστασης

$x_1 = q_1$

$x_2 = \dot{q}_1$

$x_3 = q_2$

$x_4 = \dot{q}_2$

Παρατηρήσεις:

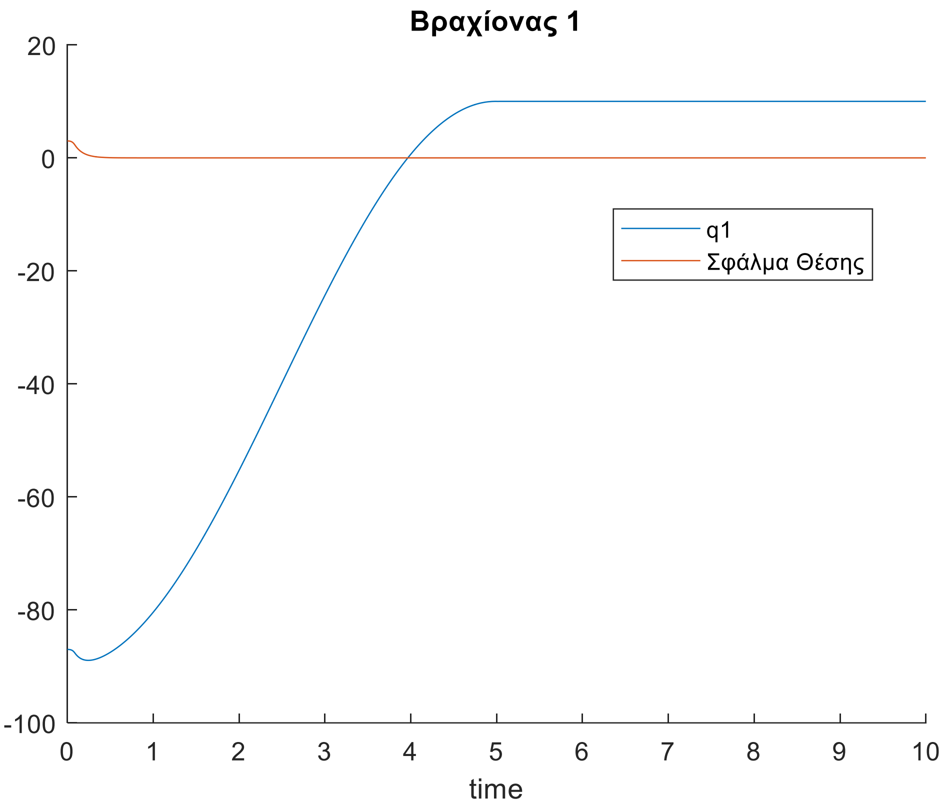
(Σύμφωνα με το pdf για έλεγχο ολίσθησης σφάλματος)

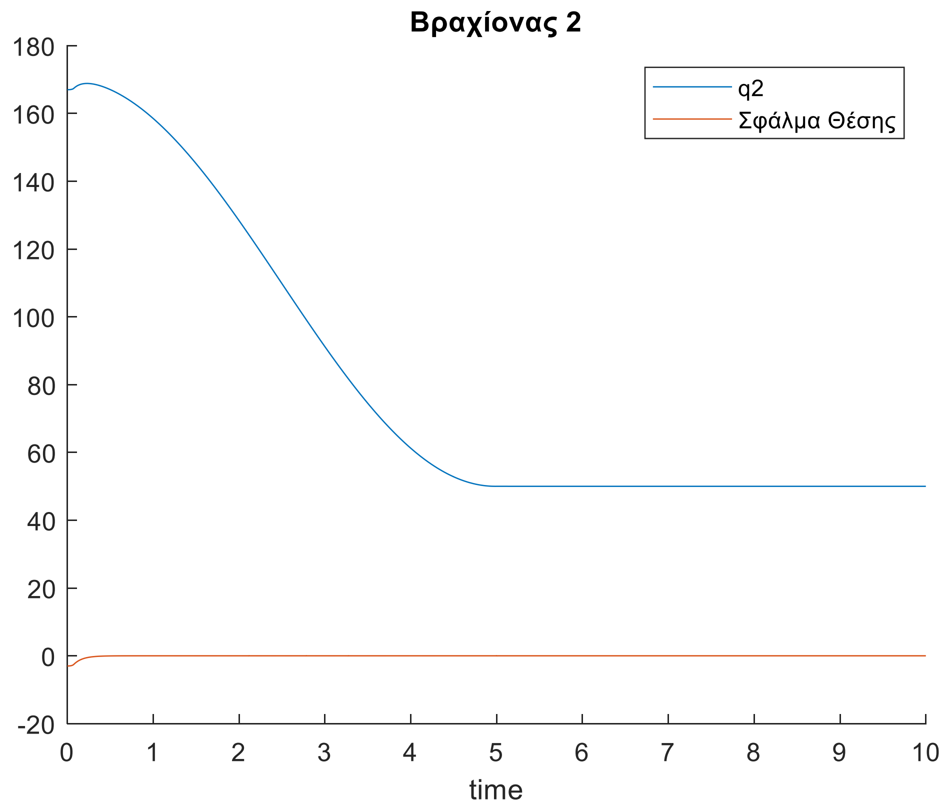
- Με την παραπάνω είσοδο το πρόβλημα παρακολούθησης τροχιάς έχει πλέον μετατραπεί σε πρόβλημα σταθεροποίησης
- $S(0) = 0 - 0 + \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -87+90 \\ 167-170 \end{bmatrix} \neq 0$

Οπότε η συνθήκη ολίσθησης εξασφαλίζει την σύγκλιση στην S σε πεπερασμένο χρόνο $t_r \leq \frac{|(S(0))|}{c}$

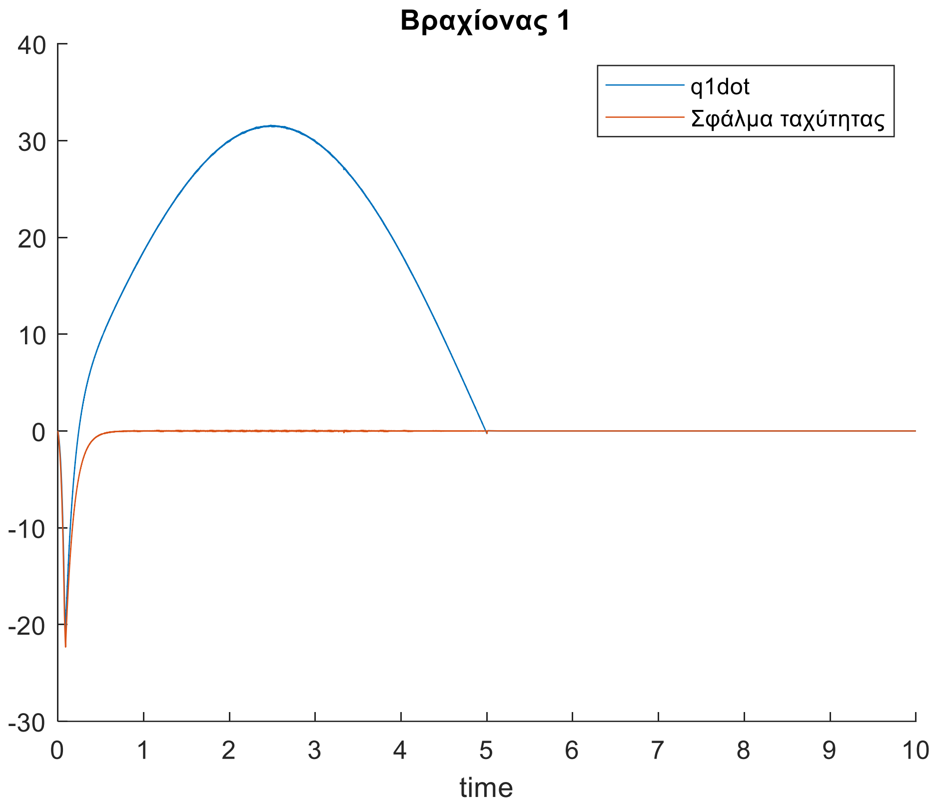
- Το σφάλμα συγκλίνει εκθετικά στο 0 με σταθερά $\underline{\Lambda^{-1}}$
- Η ασυνέχεια στην συνάρτηση προσήμου $g(x)$ οδηγεί στην εμφάνιση chattering για την είσοδο. Αυτή η ασυνέχεια αυξάνεται όσο αυξάνεται λ και το ε()

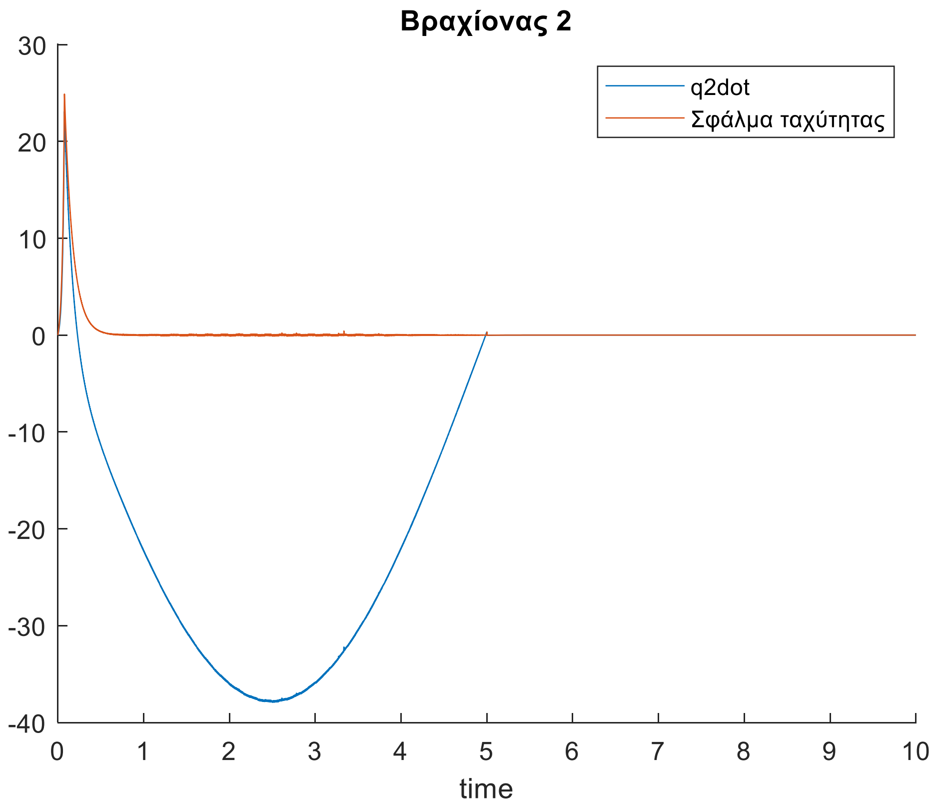
Ακολουθούν τα διαγράμματα που ζητούνται για το Β2:



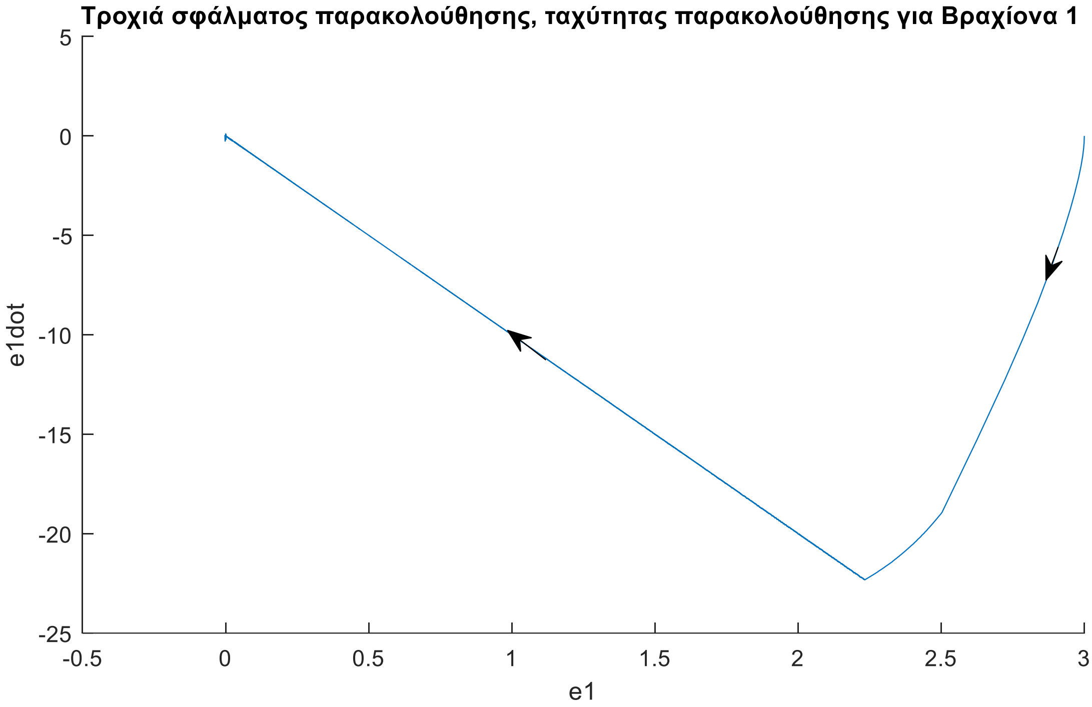


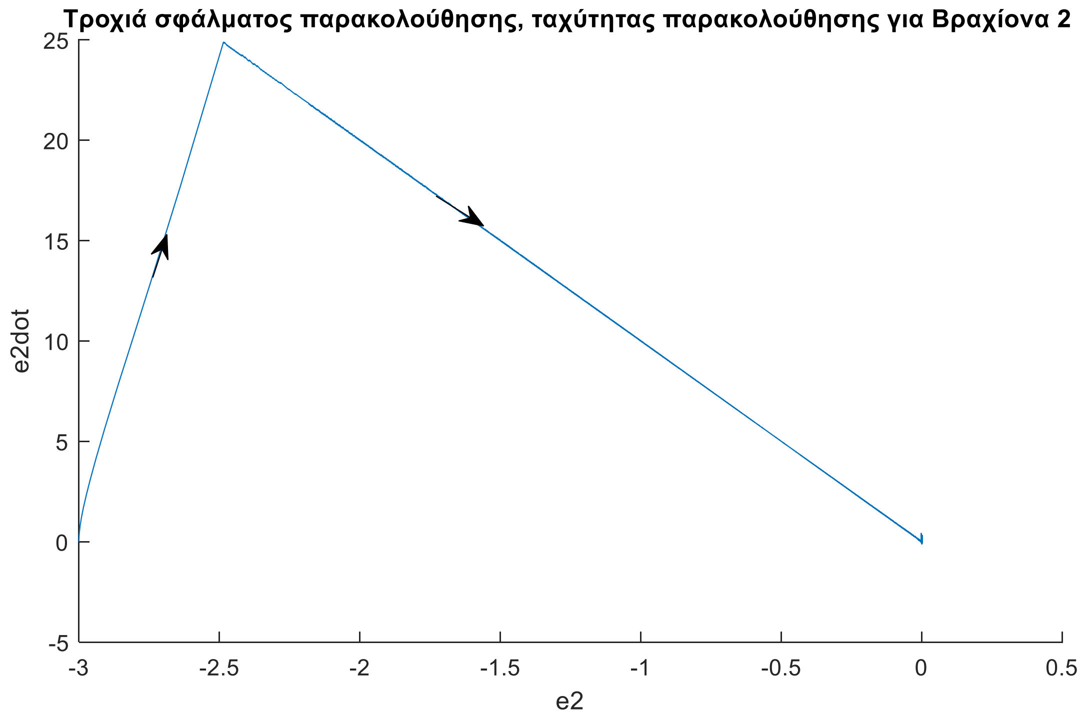
Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471

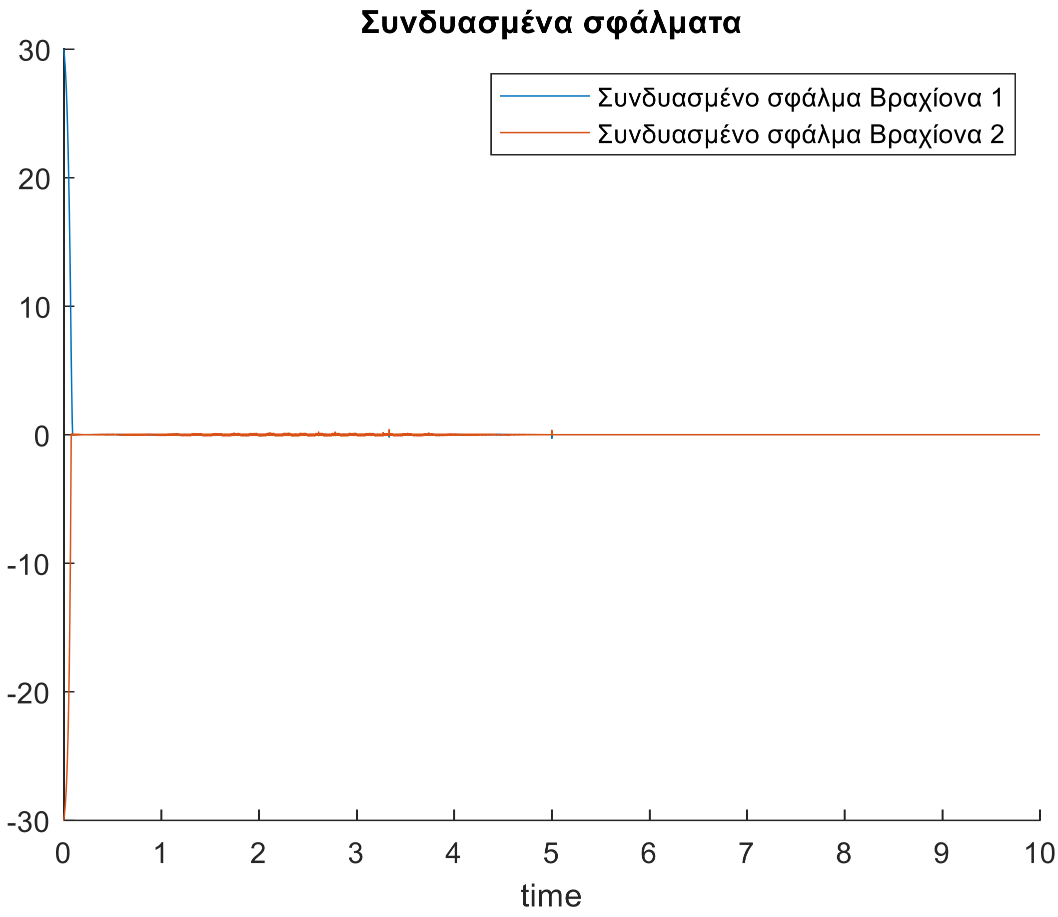




Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471

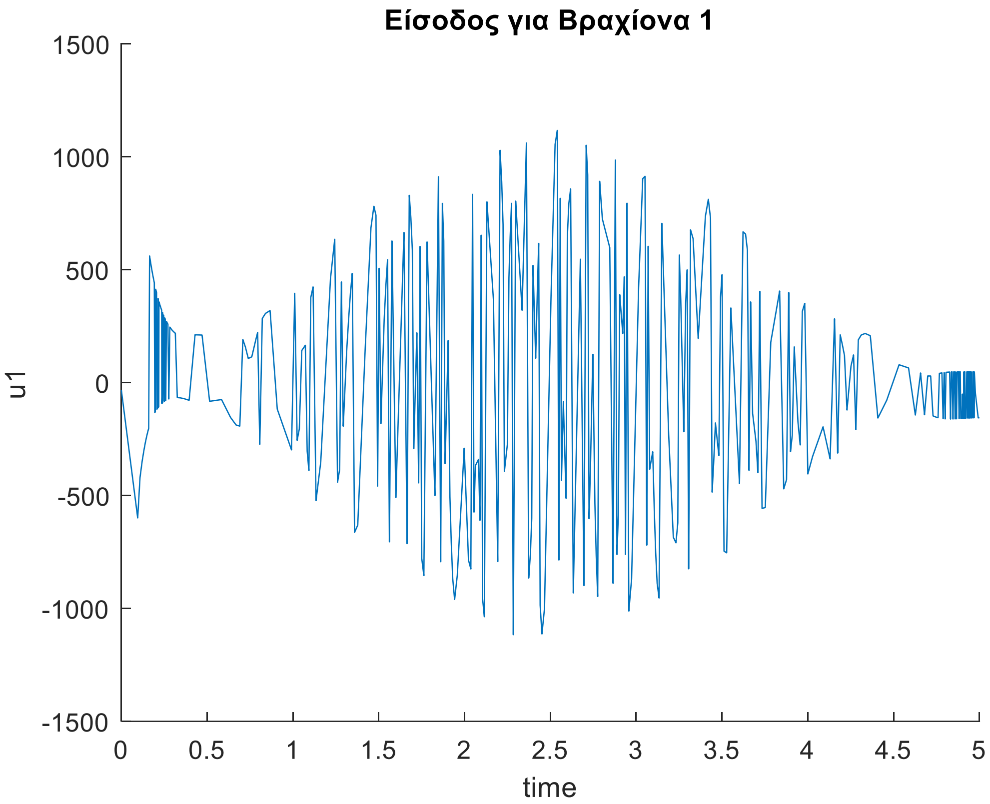


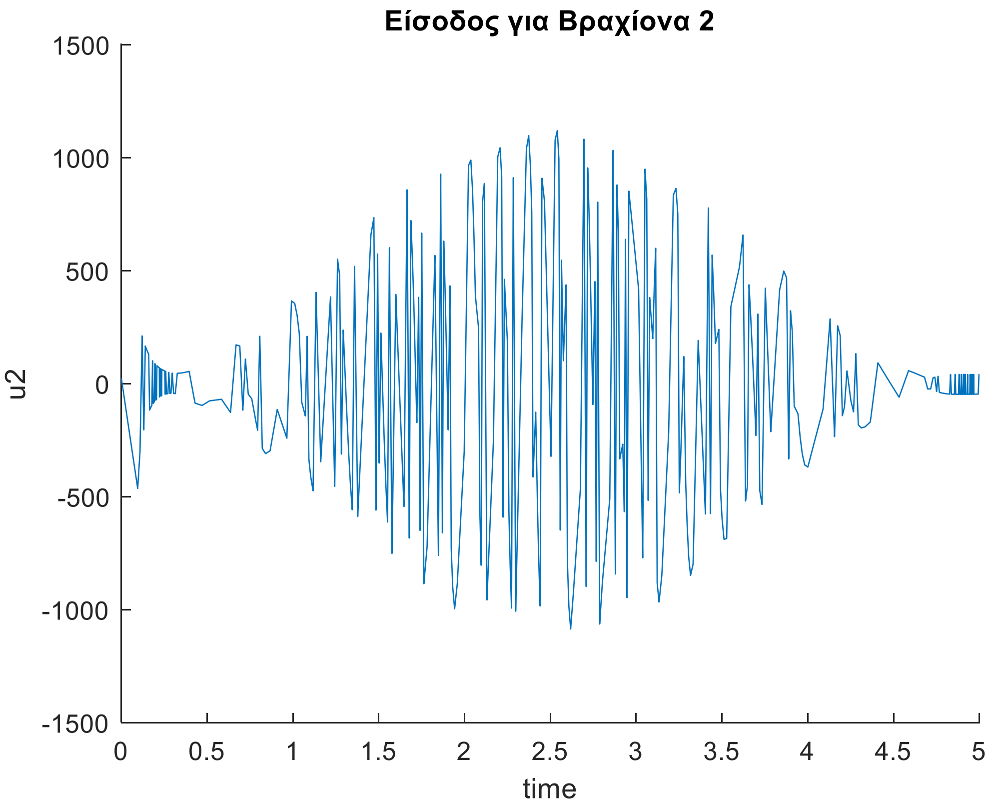



Συνδυασμένα σφάλματα
Συνδυασμένο σφάλμα Βραχίονα 1
Συνδυασμένο σφάλμα Βραχίονα 2
30
20
10
0
-10
-20
-30
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
time

.

<u>Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471</u>

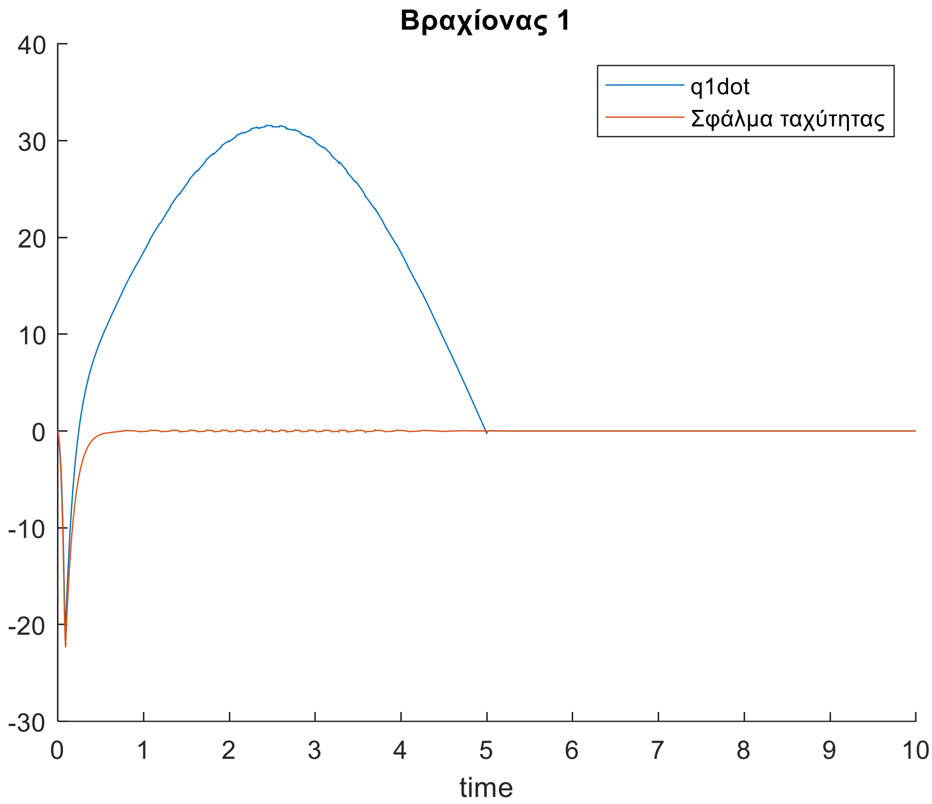


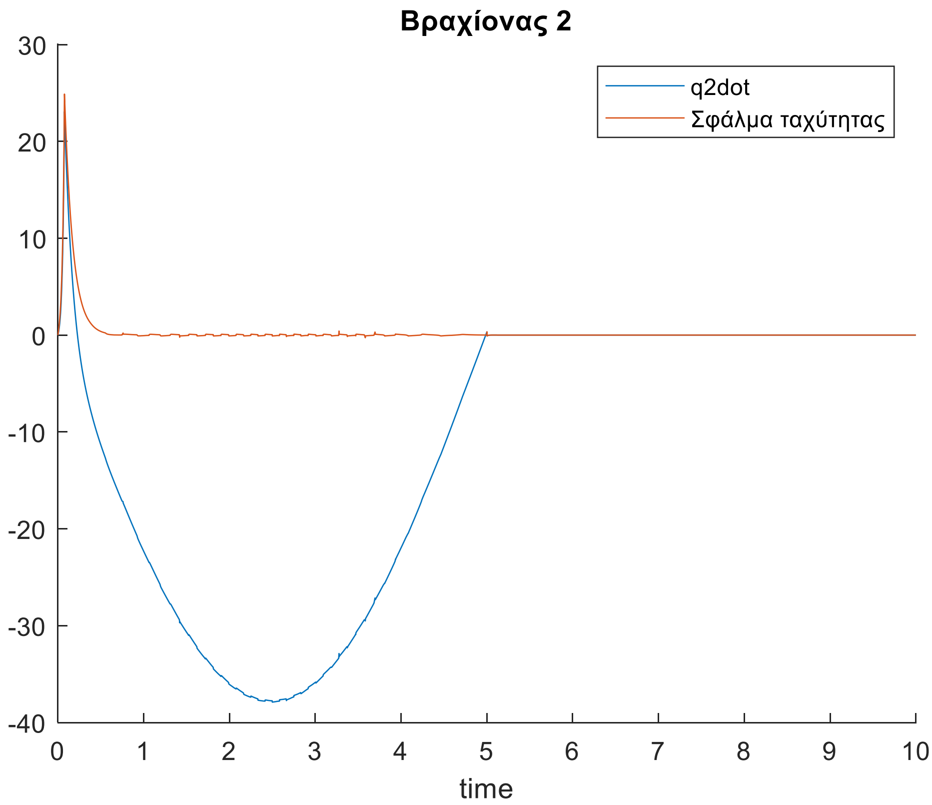


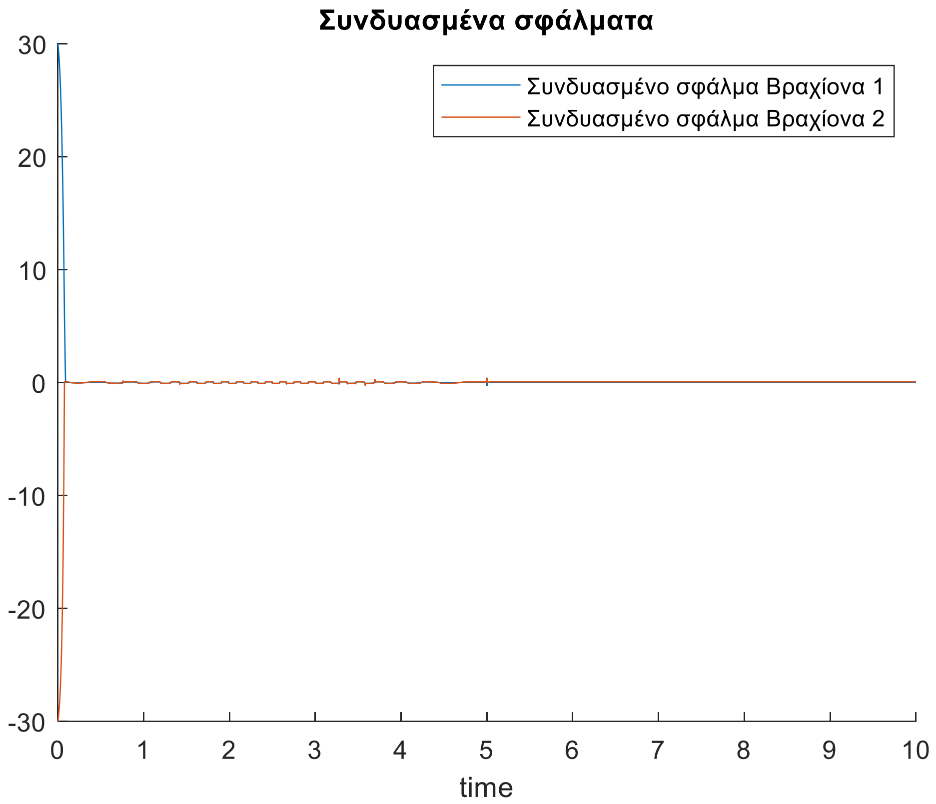
Παρατηρούμε ότι με αυτόν τον ελεγκτή το σύστημα προσεγγίζει πολύ περισσότερο το σύστημα για το οποίο γνωρίζουμε τις παραμέτρους. Και εδώ το σύστημα που αποτελείται από τις μεταβλητές χ1, χ2, χ3, χ4 όπως έχουν δηλωθεί παραπάνω είναι ευσταθές. Έχουμε, επίσης σύγκλιση στην επιφάνεια ολίσθησης σε πολύ μικρό χρόνο. Τα σφάλματα τείνουν ασυμπτωτικά στο 0 και το προσεγγίζουν σε πολύ μικρότερο χρόνο συγκριτικά με τον ελεγκτή του ερωτήματος Β1.Ακόμη, δεν υπάρχουν διαδοχικές και απότομες αλλαγές στην ταχύτητα των βραχιόνων οπότε αυτός ο ελεγκτής είναι ικανοποιητικός για χρήση σε πραγματικό περιβάλλον.

Τέλος, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η ασυνέχεια στην συνάρτηση προσήμου οδηγεί στην εμφάνιση chattering στην είσοδο που αυξάνεται όσο αυξάνεται το ε. Επίσης, όταν αυξάνεται το ε, λόγω της μη ικανοποιητικής προσέγγισης της συνάρτησης προσήμου για σχετικά μεγάλες τιμές του ε, παρατηρούμε πως οι καμπύλες των ταχυτήτων δεν είναι ομαλές αλλά έχουν μικρές διαφοροποιήσεις εκεί που ισχύει η συνθήκη για το ε. Το ίδιο ισχύει και για τα σφάλματα, που έχουν ταλαντώσεις μέχρι κάποια χρονική στιγμή. Άλλα και στο συνδυασμένο σφάλμα βλέπουμε ότι τείνει πιο αργά στο 0 λόγω μικρών ταλαντώσεων που οφείλονται στην αύξηση της τιμής του ε. Άρα θέλουμε το ε να είναι όσο πιο μικρό γίνεται. Ακολουθούν 3 διαγράμματα για ε=0.1 που δείχνουν τα παραπάνω συμπεράσματα.

Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471







Ακολουθεί ο κώδικας σε matlab(υπάρχει και στο αρχείο partB9471.m):

```
%Vellios Georgios-Serafeim AEM:9471 PartB

%dilwsi twn kanonikwn kai prossegistikwn timwn twn idiothtwn toy
sistimatos
global m1 m2 L1 Lc1 Lc2 Iz1 Iz2 g m1pro m2pro L1pro Lc1pro Lc2pro
Iz1pro Iz2pro gpro eisodosb1_1 eisodosb1_2 timeu eisodosb2_1
eisodosb2_2 timeu2;
m1=6;
m2=4;
L1=0.5;
Lc1=0.2;
Lc2=0.4;
Iz1=0.43;
Iz2=0.05;
g=9.81;

m1pro=6;
m2pro=2;
L1pro=0.5;
Lc1pro=0.35;
Lc2pro=0.1;
Iz1pro=0.05;
Iz2pro=0.02;
gpro=9.81;
```

```
%arrays pou 8a mpoun ta stoixeia oso trexoun oi ode gia na kanoumeta
%diagrammata twn eisodwn
eisodosb1_1=[];
eisodosb1_2=[];
timeu=[];

eisodosb2_1=[];
eisodosb2_2=[];
timeu2=[];

a;
b1;
b2;

%dimiourgei ta diagrammata gia to erwtima a(parati8entai endiktika)
function a()

%epilisi twn e3iswsewn tou sistimatos gia xrono 10sec kai tis
dedomenes
%arxikes times
[t,x] = ode23s( @rhs1, [0 10], [-87 0 167 0 ] );

%Dimiourgia enos pinaka pou exei 6 stiles pou periexoun ta q1d, q2d
kai tin
%prwti kai deuteri pragwgo autwn gia ka8e xroniki stigmi pou
prokiptei apo
%tin epilisi tou sistimatos
sze=size(t);
sz=sze(1,1);
A=zeros(sz,6);
for v=1:sz
    Qd=qdesired(t(v,1));
    A(v,:)=Qd;
end

%Diagrammata. Oi perigrafes e3igoun ti sxediazetai ka8e fora
figure(1);
hold on;
title("Βραχίονας 1");
a1= plot(t, x(:,1));
M1="q1";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,1)-A(:,1));
M2="Σφάλμα Θέσης";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(2);
hold on;
title("Βραχίονας 2");
a1= plot(t, x(:,3));
M1="q2";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,3)-A(:,2));
M2="Σφάλμα Θέσης";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off
```

```
figure(3);
hold on;
title("Βραχίονας 1");
a1= plot(t, x(:,2));
M1="q1dot";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,2)-A(:,3));
M2="Σφάλμα ταχύτητας";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(4);
hold on;
title("Βραχίονας 2");
a1= plot(t, x(:,4));
M1="q2dot";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,4)-A(:,4));
M2="Σφάλμα ταχύτητας";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off
end

%dimiourgei ta diagrammata gia to erwtima B1
function b1()

global eisodosb1_1 timeu eisodosb1_2;

%epilisi twn e3iswsewn tou sistimatos gia xrono 10sec kai tis
dedomenes
%arxikes times
[t,x] = ode23s( @rhs, [0 10], [-87 0 167 0 ] );

%Dimiourgia enos pinaka pou exei 6 stiles pou periexoun ta q1d, q2d
kai tin
%prwti kai deuteri pragwgo autwn gia ka8e xroniki stigmi pou
prokiptei apo
%tin epilisi tou sistimatos
sze=size(t);
sz=sze(1,1);
A=zeros(sz,6);
for v=1:sz
    Qd=qdesired(t(v,1));
    A(v,:)=Qd;
end

%Diagrammata. Oi perigrafes e3igoun ti sxediazetai ka8e fora
figure(5);
hold on;
title("Βραχίονας 1");
a1= plot(t, x(:,1));
M1="q1";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,1)-A(:,1));
M2="Σφάλμα Θέσης";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(6);
hold on;
```

```
title("Βραχίονας 2");
a1= plot(t, x(:,3));
M1="q2";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,3)-A(:,2));
M2="Σφάλμα Θέσης";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(7);
hold on;
title("Βραχίονας 1");
a1= plot(t, x(:,2));
M1="q1dot";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,2)-A(:,3));
M2="Σφάλμα ταχύτητας";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(8);
hold on;
title("Βραχίονας 2");
a1= plot(t, x(:,4));
M1="q2dot";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,4)-A(:,4));
M2="Σφάλμα ταχύτητας";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(9);
hold on;
title("Είσοδος για Βραχίονα 1");
ylabel("u1");
xlabel('time');
plot(timeu(1,:),eisodosb1_1(1,:));
hold off

figure(10);
hold on;
title("Είσοδος για Βραχίονα 2");
ylabel("u2");
xlabel('time');
plot(timeu(1,:),eisodosb1_2(1,:));
hold off
end

%dimiourgei ta diagrammata gia to erwtima B2
function b2()

global eisodosb2_1 timeu2 eisodosb2_2;

eisodosb2_1mikro=[];
timeu2mikro=[];
eisodosb2_2mikro=[];
```

Βέλλιος Γεώργιος Σεραφείμ ΑΕΜ: 9471

```
%epilisi twn e3iswsewn tou sistimatos gia xrono 10sec kai tis
dedomenes
%arxikes times
[t,x] = ode23s( @rhsB2, [0 10], [-87 0 167 0 ] );

%Dimiourgia enos pinaka pou exei 6 stiles pou periexoun ta q1d, q2d
kai tin
%prwti kai deuteri pragwgo autwn gia ka8e xroniki stigmi pou
prokiptei apo
%tin epilisi tou sistimatos

%dialegontai na deix8oun merikes times t giati diaforetika einai para
polles
%kai to diagramma ginetai poli pikno
Size=size(timeu2);
for i=1:4000:Size(1,2)
    eisodosb2_1mikro(end+1)=eisodosb2_1(1,i);
    eisodosb2_2mikro(end+1)=eisodosb2_2(1,i);
    timeu2mikro(end+1)=timeu2(1,i);
end

sze=size(t);
sz=sze(1,1);
A=zeros(sz,6);
for v=1:sz
    Qd=qdesired(t(v,1));
    A(v,:)=Qd;
end

%Diagrammata. Oi perigrafes e3igoun ti sxediazetai ka8e fora
figure(11);
hold on;
title("Βραχίονας 1");
a1= plot(t, x(:,1));
M1="q1";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,1)-A(:,1));
M2="Σφάλμα Θέσης";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(12);
hold on;
title("Βραχίονας 2");
a1= plot(t, x(:,3));
M1="q2";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,3)-A(:,2));
M2="Σφάλμα Θέσης";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(13);
hold on;
title("Βραχίονας 1");
a1= plot(t, x(:,2));
M1="q1dot";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,2)-A(:,3));
M2="Σφάλμα ταχύτητας";
```

```
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(14);
hold on;
title("Βραχίονας 2");
a1= plot(t, x(:,4));
M1="q2dot";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,4)-A(:,4));
M2="Σφάλμα ταχύτητας";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

%Gia tis troxes arxika egine dokimh na ginoyn me tin entoli
%quiver(x(:,1)-A(:,1), x(:,2)-A(:,3), x(:,2)-A(:,3) ,q1dot3-A(:,5));
alla
%ta belakia i itan poli mikra h den edeixna kauara tin kateu8insi.
Gia auto
%telika epele3a na kanw plot kai na balw ta velakia xeirokinita
%parathrvntas tin kateu8insi tvn sfalmatwn
figure(15);
hold on;
title("Τροχιά σφάλματος παρακολούθησης, ταχύτητας παρακολούθησης για
Βραχίονα 1");
xlabel('e1');
ylabel('e1dot');
plot(x(:,1)-A(:,1),x(:,2)-A(:,3));
hold off;

figure(16);
hold on;
title("Τροχιά σφάλματος παρακολούθησης, ταχύτητας παρακολούθησης για
Βραχίονα 2");
xlabel('e2');
ylabel('e2dot');
plot(x(:,3)-A(:,2),x(:,4)-A(:,4));
hold off;

figure(17);
hold on;
title("Συνδυασμένα σφάλματα");
a1= plot(t,x(:,2)-A(:,3)+10*(x(:,1)-A(:,1)) );
M1="Συνδυασμένο σφάλμα Βραχίονα 1";
xlabel('time');
a2= plot(t,x(:,4)-A(:,4) +10*(x(:,3)-A(:,2)));
M2="Συνδυασμένο σφάλμα Βραχίονα 2";
legend([a1,a2], [M1, M2]);
hold off

figure(18);
hold on;
title("Είσοδος για Βραχίονα 1");
ylabel("u1");
xlabel('time');
plot(timeu2mikro(1,:),eisodosb2_1mikro(1,:));
hold off

figure(19);
hold on;
```

```
title("Είσοδος για Βραχίονα 2");
ylabel("u2");
xlabel('time');
plot(timeu2mikro(1,:),eisodosb2_2mikro(1,:));
hold off
end

%metablites, e3isoseis katastasis kai eisodos elegxou gia to erwtima
A
function dxA=rhs1(t,x)
%oi timew twn qd1 qd2 kai twn paragwgwn tous
Qd=qdesired(t);

q=[x(1); x(3)];
qdot=[x(2); x(4)];
qd=[Qd(1); Qd(2)];
qd_dot=[Qd(3); Qd(4)];
qd_dot2=[Qd(5); Qd(6)];

v=qd_dot2 -20*qdot + 20*qd_dot -100*q + 100*qd;
qdot2=v;

dx_1=qdot(1,1);
dx_2=qdot2(1,1);
dx_3=qdot(2,1);
dx_4=qdot2(2,1);

dxA=[dx_1; dx_2; dx_3; dx_4;];


end

%metablites, e3isoseis katastasis kai eisodos elegxou gia to erwtima
B1
function dxB1=rhs(t,x)

global m1 m2 L1 Lc1 Lc2 Iz1 Iz2 g m1pro m2pro L1pro Lc1pro Lc2pro
Iz1pro Iz2pro gpro eisodosb1_1 eisodosb1_2 timeu;

%Oi pinakes H, C, G H^-1C, H^-1G kai oi antistoixoi pinakew me tiw
%prossegistikes times Hpro, Cpro, Gpro
H11=m2*(Lc2*Lc2+ 2*L1*Lc2*cos(x(3))+ L1*L1) +Lc1*Lc1*m1 + Iz2 + Iz1;
H12= m2*Lc2*Lc2 +L1*Lc2*m2*cos(x(3)) +Iz2;
H21=H12;
H22=Lc2*Lc2*m2 +Iz2;
H=[H11 H12; H21 H22];

C11=-m2*L1*Lc2*sin(x(3))*x(4);
C12=-m2*L1*Lc2*sin(x(3))*(x(2) + x(4));
C21=m2*L1*Lc2*sin(x(3))*x(2);
C22=0;
C=[C11 C12; C21 C22];

G1=m2*Lc2*g*cos(x(1) + x(3)) +(m2*L1 +m1*Lc1)*g*cos(x(1));
G2=m2*Lc2*g*cos(x(1) +x(3));
G=[G1; G2];

HinvC=H\C;
HinvG=H\G;
```

```
H11pro=m2pro*(Lc2pro*Lc2pro+ 2*L1pro*Lc2pro*cos(x(3))+ L1pro*L1pro)
+Lc1pro*Lc1pro*m1pro + Iz2pro + Iz1pro;
H12pro= m2pro*Lc2pro*Lc2pro +L1pro*Lc2pro*m2pro*cos(x(3)) +Iz2pro;
H21pro=H12pro;
H22pro=Lc2pro*Lc2pro*m2pro +Iz2pro;
Hpro=[H11pro H12pro; H21pro H22pro];

C11pro=-m2pro*L1pro*Lc2pro*sin(x(3))*x(4);
C12pro=-m2pro*L1pro*Lc2pro*sin(x(3))*(x(2) + x(4));
C21pro=m2pro*L1pro*Lc2pro*sin(x(3))*x(2);
C22pro=0;
Cpro=[C11pro C12pro; C21pro C22pro];

G1pro=m2pro*Lc2pro*gpro*cos(x(1) + x(3)) +(m2pro*L1pro
+m1pro*Lc1pro)*gpro*cos(x(1));
G2pro=m2pro*Lc2pro*gpro*cos(x(1) +x(3));
Gpro=[G1pro; G2pro];

%oi timew twn qd1 qd2 kai twn paragwgwn tous
Qd=qdesired(t);

%dimiourgia pinakwn gia na maw feroun stis e3isoseis pou iparxoun
sthn
%anafora
q=[x(1); x(3)];
qdot=[x(2); x(4)];
qd=[Qd(1); Qd(2)];
qd_dot=[Qd(3); Qd(4)];
qd_dot2=[Qd(5); Qd(6)];

v=qd_dot2 -20*qdot + 20*qd_dot -100*q + 100*qd;
qdot2= -HinvC*qdot -HinvG +H\(Cpro*qdot +Gpro +Hpro*v);

eisodos=Cpro*qdot +Gpro +Hpro*v;
eisodosb1_1(end+1)=eisodos(1,1);
eisodosb1_2(end+1)=eisodos(2,1);
timeu(end+1)=t;

dx_1=qdot(1,1);
dx_2=qdot2(1,1);
dx_3=qdot(2,1);
dx_4=qdot2(2,1);

dxB1=[dx_1; dx_2; dx_3; dx_4;];
end

%metablites, e3isoseis katastasis kai eisodos elegxou gia to erwtima
B2
function dxB2=rhsB2(t,x)

global m1 m2 L1 Lc1 Lc2 Iz1 Iz2 g m1pro m2pro L1pro Lc1pro Lc2pro
Iz1pro Iz2pro gpro eisodosb2_1 eisodosb2_2 timeu2;

%Oi pinakes H, C, G H^-1C, H^-1G kai oi antistoixoi pinakew me tiw
%prossegistikes times Hpro, Cpro, Gpro
H11=m2*(Lc2*Lc2+ 2*L1*Lc2*cos(x(3))+ L1*L1) +Lc1*Lc1*m1 + Iz2 + Iz1;
H12= m2*Lc2*Lc2 +L1*Lc2*m2*cos(x(3)) +Iz2;
```

```
H21=H12;
H22=Lc2*Lc2*m2 +Iz2;
H=[H11 H12; H21 H22];

C11=-m2*L1*Lc2*sin(x(3))*x(4);
C12=-m2*L1*Lc2*sin(x(3))*(x(2) + x(4));
C21=m2*L1*Lc2*sin(x(3))*x(2);
C22=0;
C=[C11 C12; C21 C22];

G1=m2*Lc2*g*cos(x(1) + x(3)) +(m2*L1 +m1*Lc1)*g*cos(x(1));
G2=m2*Lc2*g*cos(x(1) +x(3));
G=[G1; G2];

HinvC=H\C;
HinvG=H\G;


H11pro=m2pro*(Lc2pro*Lc2pro+ 2*L1pro*Lc2pro*cos(x(3))+ L1pro*L1pro)
+Lc1pro*Lc1pro*m1pro + Iz2pro + Iz1pro;
H12pro= m2pro*Lc2pro*Lc2pro +L1pro*Lc2pro*m2pro*cos(x(3)) +Iz2pro;
H21pro=H12pro;
H22pro=Lc2pro*Lc2pro*m2pro +Iz2pro;
Hpro=[H11pro H12pro; H21pro H22pro];

C11pro=-m2pro*L1pro*Lc2pro*sin(x(3))*x(4);
C12pro=-m2pro*L1pro*Lc2pro*sin(x(3))*(x(2) + x(4));
C21pro=m2pro*L1pro*Lc2pro*sin(x(3))*x(2);
C22pro=0;
Cpro=[C11pro C12pro; C21pro C22pro];

G1pro=m2pro*Lc2pro*gpro*cos(x(1) + x(3)) +(m2pro*L1pro
+m1pro*Lc1pro)*gpro*cos(x(1));
G2pro=m2pro*Lc2pro*gpro*cos(x(1) +x(3));
Gpro=[G1pro; G2pro];

%oi timew twn qd1 qd2 kai twn paragwgwn tous
Qd=qdesired(t);


%dimiourgia pinakwn gia na maw feroun stis e3isoseis pou iparxoun
sthn
%anafora
q=[x(1); x(3)];
qdot=[x(2); x(4)];
qd=[Qd(1); Qd(2)];
qd_dot=[Qd(3); Qd(4)];
qd_dot2=[Qd(5); Qd(6)];

Lamda=[10 0; 0 10];

qr_dot=qd_dot -Lamda*(q-qd);
qr_dot2=qd_dot2 -Lamda*(qdot-qd_dot);


%oi pinakes Y1 edw grammenos san Ya, Y2 grammenos san Yb, |Δθ1,max|,
c
%|Δθ2,max|,
```

```
Ya11=g*L1*cos(x(1));
Ya12=g*m1*cos(x(1));
Ya13=-L1*sin(x(3))*x(4)*qr_dot(1,1) -
L1*sin(x(3))*(x(2)+x(4))*qr_dot(2,1) +g*cos(x(1) +x(3));
Ya21=0;
Ya22=0;
Ya23=L1*sin(x(3))*x(2)*qr_dot(1,1) +g*cos(x(1) +x(3));
Ya=[Ya11 Ya12 Ya13; Ya21 Ya22 Ya23];

Yb11=qr_dot2(1,1) +qr_dot2(2,1);
Yb12=qr_dot2(1,1)*L1*L1;
Yb13=m1*qr_dot2(1,1);
Yb14=qr_dot2(1,1);
Yb15=Yb11;
Yb16=2*L1*cos(x(3))*qr_dot2(1,1) +L1*cos(x(3))*qr_dot2(2,1);
Yb21=Yb11;
Yb22=0;
Yb23=0;
Yb24=0;
Yb25=Yb11;
Yb26=L1*cos(x(3))*qr_dot2(1,1);
Yb=[Yb11 Yb12 Yb13 Yb14 Yb15 Yb16; Yb21 Yb22 Yb23 Yb24 Yb25 Yb26];

AbsDtheta1max=[3; 0.25; 2.05];
AbsDtheta2max=[0.993; 3; 0.113; 0.45; 0.13; 2.05];
c=[0.1; 0.1];

s=qdot-qd_dot +Lamda*(q -qd);
Signs=[prosimo(s(1,1)); prosimo(s(2,1))];


%H eisodos elegxou pou proekipse apo tin analisi tou problimatos
a1=(abs(Ya)*AbsDtheta1max +abs(Yb)*AbsDtheta2max +c);
a2=[a1(1,1)*Signs(1,1); a1(2,1)*Signs(2,1)];
u=Hpro*qr_dot2 +Cpro*qr_dot +Gpro-a2;

%pros8etei tin eisodo sto antoistixo array
eisodosb2_1(end+1)=u(1,1);
eisodosb2_2(end+1)=u(2,1);
timeu2(end+1)=t;

%2oi paragwgoi ton q
qdot2= -HinvC*qdot -HinvG +H\u;

dx_1=qdot(1,1);
dx_2=qdot2(1,1);
dx_3=qdot(2,1);
dx_4=qdot2(2,1);

dxB2=[dx_1; dx_2; dx_3; dx_4;];

end

%Sinartisi poy gia mia dedomeni timi tou t epistrefei ta q1d, q2d kai
tin
%prwti kai deuteri pragwgo autwn
function qd= qdesired(t)
if t<=5
    q1d=-90 +50*(1-cos(0.63*t));
```

```
    q1d_dot=31.5*sin(0.63*t);
    q1d_dot2=19.845*cos(0.63*t);

    q2d=170 -60*(1-cos(0.63*t));
    q2d_dot=-37.8*sin(0.63*t);
    q2d_dot2= -23.814*cos(0.63*t);
elseif t>5
    q1d=10;
    q1d_dot=0;
    q1d_dot2=0;

    q2d=50;
    q2d_dot=0;
    q2d_dot2=0;
end

qd=[q1d; q2d; q1d_dot; q2d_dot; q1d_dot2; q2d_dot2];

end

%i sinartisi prosimou poy dinetai stin ekfonisi
function gtoux= prosimo(x)
e=0.00001;

if x>=e || x<=-e
    gtoux=x/abs(x);
elseif x<e && x>-e
    gtoux=x/e;
end

end
```