Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG
Disciplina: Cálculo Numérico | Período: 2024/1
Professor: Anderson José de Oliveira

Lista de Exercícios 2 - Métodos numéricos para obtenção de zeros de funções reais

1. Justifique que a função $f(x) = 4x - e^x$ possui uma raiz no intervalo $(0, 1)$ e outra no intervalo $(2, 3)$.

2. Justifique que a função:

$$f(x) = \cos\frac{\pi(x+1)}{8} + 0,148x - 0,9062$$

possui uma raiz no intervalo $(-1, 0)$ e outra no intervalo $(0, 1)$.

3. Para cada uma das funções apresentadas a seguir:

(a) Isole suas raízes e esboce o gráfico correspondente.

(b) Determine o valor aproximado das raízes isoladas, sendo uma pelo método da bissecção, com $\epsilon \leq 0,02$ e outra pelo método de Newton-Raphson, com $\epsilon \leq 0,001$ (quando tiver mais de uma raíz), e por qualquer método quando tiver apenas uma raiz.

1. $f(x) = x^2 - 2\cos x - 1$
2. $f(x) = x^2 + e^{3x} - 3$
3. $f(x) = 2x^2 + 3\log x - 5$
4. $f(x) = x^3 - x^2 - 10x + 9$

4. Em problemas de fluxo de tubulações, é frequente precisar resolver a equação: $c_5D^5 + c_1D + c_0 = 0$. Se $c_5 = 1000$, $c_1 = -3$ e $c_0 = 9,04$, determine uma raiz usando o método de Newton-Raphson e apresente o esboço do gráfico.

5. Seja $f(x) = x^3 - 2x + 2$.

(a) O que acontece quando se usa $x_0 = 0$ como aproximação inicial na aplicação do método de Newton-Raphson? Execute pelo menos dois passos do método de Newton-Raphson.

(b) Utilize o método de Newton-Raphson com aproximação inicial $x_0 = -2$ para encontrar um zero da função f com precisão $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 10^{-2}$. Verifique se pelo menos um dos critérios de parada é atingido em somente 2 iterações.

6. Seja a equação $x - x\ln(x) = 0$. Construa tabelas para a raiz positiva desta equação, usando vários métodos. Use $\epsilon = 10^{-5}$. Compare os diversos métodos considerando a garantia e rapidez de convergência e eficácia computacional em cada caso.

7. O polinômio $p(x) = x^5 - \frac{10}{9}x^3 + \frac{5}{21}x$ tem seus cinco zeros reais, todos no intervalo $(-1, 1)$.

(a) Verifique que $x_1 \in (-1; -0,75)$, $x_2 \in (-0,75; -0,25)$, $x_3 \in (-0,25; 0,25)$, $x_4 \in (0,3; 0,8)$ e $x_5 \in (0,8; 1)$.

(b) Encontre pelo respectivo método, usando $\epsilon = 10^{-5}$:

- x_1 : Newton-Raphson ($x_0 = -0,8$);
- x_2 : Bissecção ($[a, b] = [-0,75; -0,25]$);
- x_3 : Posição Falsa ($[a, b] = [-0,25; 0,25]$);
- x_4 e x_5 por qualquer método e escolhendo as condições que julgar mais interessantes para o momento.

8. Calcule as 4 primeiras iterações utilizando o método de Newton-Raphson e o método da secante para encontrar a raiz da equação:

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 10 = 0, \quad x_0 = 1,9$$

Obs.: Faça uma escolha arbitrária do valor de x_1 para utilizar o método da secante.

9. Seja $f(x) = e^x - 4x^2$ e ξ sua raiz no intervalo $(0, 1)$. Tomando $x_0 = 0,5$, encontre ξ com $\epsilon = 10^{-4}$, usando:

(a) o MPF com $\varphi(x) = \frac{1}{2}e^{x/2}$.

(b) o método de Newton-Raphson.

Compare a rapidez de convergência.

10. Considere a função $f(x) = x^3 - x - 1$. Resolva-a pelo MPF com função de iteração $\varphi(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ e $x_0 = 1$. Justifique seus resultados.

11. Pesquise e faça uma análise gráfica de cada um dos métodos numéricos estudados para obtenção de zeros de funções.

Bons estudos!