

# Relatório 7: Difração

F429 - G.5 2º semestre 2016

Prof. Lázaro Padilha

Giovani Nascimento Pereira - 168609

Seong Eun Kim - 177143

Renan Adriani Sterle - 176536

Carlos Augusto Figueiredo Freire de Carvalho - 165684

*Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação,  
Campinas, SP*

5 de dezembro de 2017

## Resumo

Nesse experimento, estudamos a difração da luz em sistemas de fendas e obstáculos. Para isso, alinhamos um sistema com um laser de He-Ne para que este passasse por um vidro com fendas e que sua imagem de difração fosse projetada sobre um papel milimetrado. Assim, pudemos calcular as espessuras e distâncias entre as fendas de cada sistema do vidro. Do mesmo modo, medimos essas mesmas características com o auxílio de um microscópio e foi possível perceber que as medidas utilizando o laser são mais precisas, visto que têm um erro menor associadas a elas. Por fim, colocamos o fio de cabelo de uma integrante do grupo como obstáculo e, analisando a figura de difração, obtivemos que tal fio tinha uma diâmetro de  $(0.0587 \pm 0.0005)mm$ .

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>3</b>
3.1	Fendas Simples . . . . .	4
3.2	Fendas Duplas . . . . .	5
3.3	Fendas Multiplas . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>Análise de Dados</b>	<b>10</b>
5.1	Fendas Simples . . . . .	10
5.2	Fendas Duplas . . . . .	10
5.3	Fendas Múltiplas . . . . .	11
5.4	Fendas não retangulares . . . . .	11
5.5	Fio de Cabelo . . . . .	12
<b>6</b>	<b>Discussão</b>	<b>12</b>
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>13</b>
<b>8</b>	<b>Instrumentos utilizados</b>	<b>14</b>
<b>9</b>	<b>Propagação de erros</b>	<b>14</b>
<b>10</b>	<b>Apêndice I - Cabelo Seong Eun Kim</b>	<b>15</b>

# 1 Introdução

No experimento 7 - Difração da luz - analisamos os efeitos da difração da luz ao passar por uma ou mais fendas. Para isso, fotografamos os padrões de difração correspondentes à passagem de um laser de comprimento de onda conhecido por diferentes sistemas de fendas. Com esses dados, pudemos determinar características de tais sistemas, como abertura e distância entre as fendas. Por fim, analisamos a imagem de difração obtida utilizando um fio de cabelo como obstáculo e, com isso, calculamos seu diâmetro.

## 2 Objetivos

O experimento de Difração teve como objetivos investigar o efeito de difração da luz através de fendas variadas. Além disso, através da observação e análises quantitativas e qualitativas, pudemos verificar a validade das previsões do modelo de difração de Fraunhofer, analisar a validade do modelo no caso de duas ou mais fendas e avaliar a potencialidade de uma rede de difração para medir comprimentos de onda.

## 3 Metodologia

Para a primeira parte do experimento, foi utilizada uma lâmina de vidro com as fendas. As dimensões das fendas foram medidas com o auxílio de um microscópio metrológico.

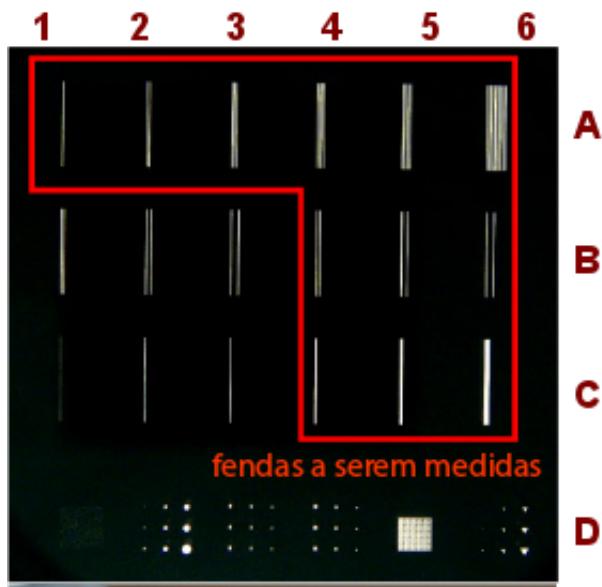


Figura 1: Exemplo da lâmina utilizada. Em destaque, as fendas medidas com o auxílio do microscópio metrológico.

Depois de medidas as fendas, foi ligado o laser de HeNe para utilização. A montagem foi feita de forma que o laser refletia em um conjunto de espelhos de forma a ser direcionado para um anteparo específico. Nesse anteparo, foi posicionado uma folha milimetrada e o laser alinhado de forma que acertasse a folha em uma região próxima ao centro.

A lâmina com as fendas foi posicionada no caminho do laser, entre o último espelho e o anteparo, de forma a manter uma distância maior do que 1 metro entre os dois. A lâmina foi alinhada de forma que o laser passasse através de apenas 1 conjunto de fendas.

Quando o laser era posicionado corretamente num conjunto de fendas, era possível observar no anteparo um padrão de interferência. Então, uma foto do padrão era tirada e associada ao conjunto de fendas que o formou.

Então, o experimento foi repetido para todas as fendas marcadas na fig. 1, e uma foto tirada de cada padrão de interferência obtido.

Esses padrões de interferência surgem em decorrência do comportamento ondulatório da luz incidente.

Se o obstáculo, no caso as fendas, é iluminado com ondas planas e a região onde observamos a difração está longe do obstáculo dizemos que temos difração de Fraunhofer, isso condiz com o experimento onde a luz incidente provinha de um laser muito preciso, onde a onda gerada era coerente e com comprimento de onda constante ( $\lambda = 632.82 \pm 0.05\text{nm}$ ).

### 3.1 Fendas Simples

No caso das fendas C (fig. 1), as fendas eram únicas, e eram iluminadas individualmente com o laser. O padrão de onda gerado, é semelhante com o descrito na fig. 2.

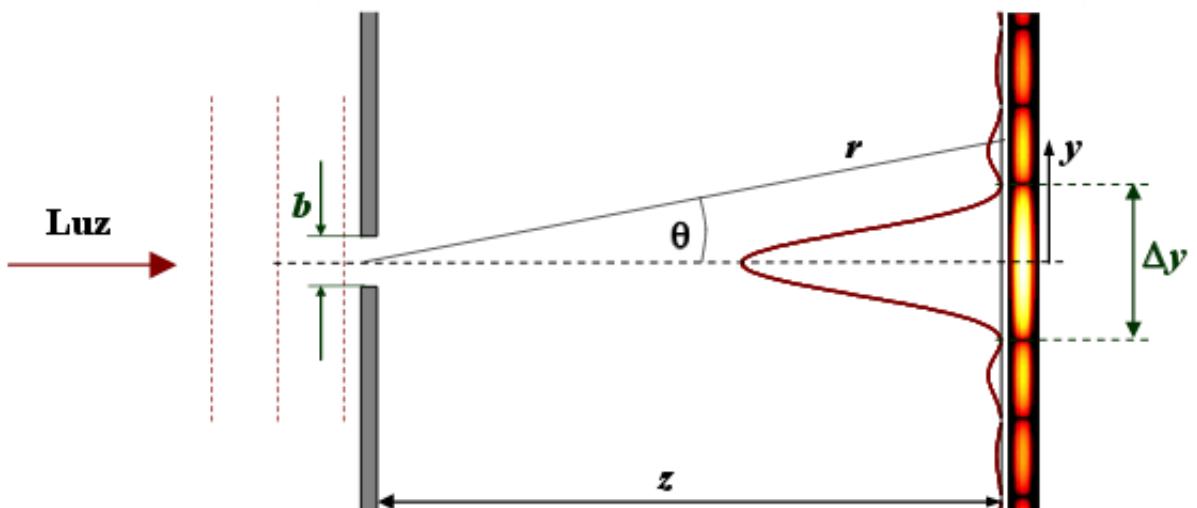


Figura 2: Esquematização do experimento de interferência de uma onda plana incidindo em uma fenda simples.  $b$  é a abertura da fenda,  $z$  a distância entre a fenda e o anteparo e o  $\Delta y$  marcado, é a largura do máximo central de interferência.

A intensidade da luz observada no anteparo para o caso da fig. 2 pode ser descrita como:

$$I = I_0 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (1)$$

Para a difração observada ser considerada de Fraunhofer, a distância  $z$  do anteparo deve ser muito maior que  $z \gg b^2/2\lambda$  [3].

Onde:

$$\beta = \frac{1}{2}kb \sin \theta \quad (2a)$$

$$\beta = \frac{\pi by}{\lambda z} \quad (2b)$$

Sendo que  $k$ , é o número de onda ( $k = 2\pi/\lambda$ ), a difração sendo considerada de Fraunhofer e aproximando  $\sin \theta \simeq y/z$  e fazendo  $r = \sqrt{y^2 + z^2}$ .

Da equação e observação da imagem podemos depreender que, existe um máximo em  $\theta = 0$ , e consequentemente em  $\beta = 0$ , de intensidade  $I_0$ , e nos pontos onde  $\beta$  é um múltiplo de  $\pi$ , ou seja,  $\beta = n\pi$ , a intensidade luminosa é nula ( $y_n = n\lambda z/b$ ).

Assim, podemos definir a largura dos máximos de difração ( $y_{n+1} - y_n$ ), para o caso de uma fenda simples como:

$$\Delta y = 2\lambda z/b \quad (3)$$

O que nos permite encontrar  $b$ , caso tenhamos  $\lambda$ , e vice versa.

### 3.2 Fendas Duplas

No caso das fendas B (fig. 1), a luz do laser passava por 2 fendas quando atingia a lâmina de vidro. Isso altera significativamente o comportamento da difração e o padrão de interferência observado.

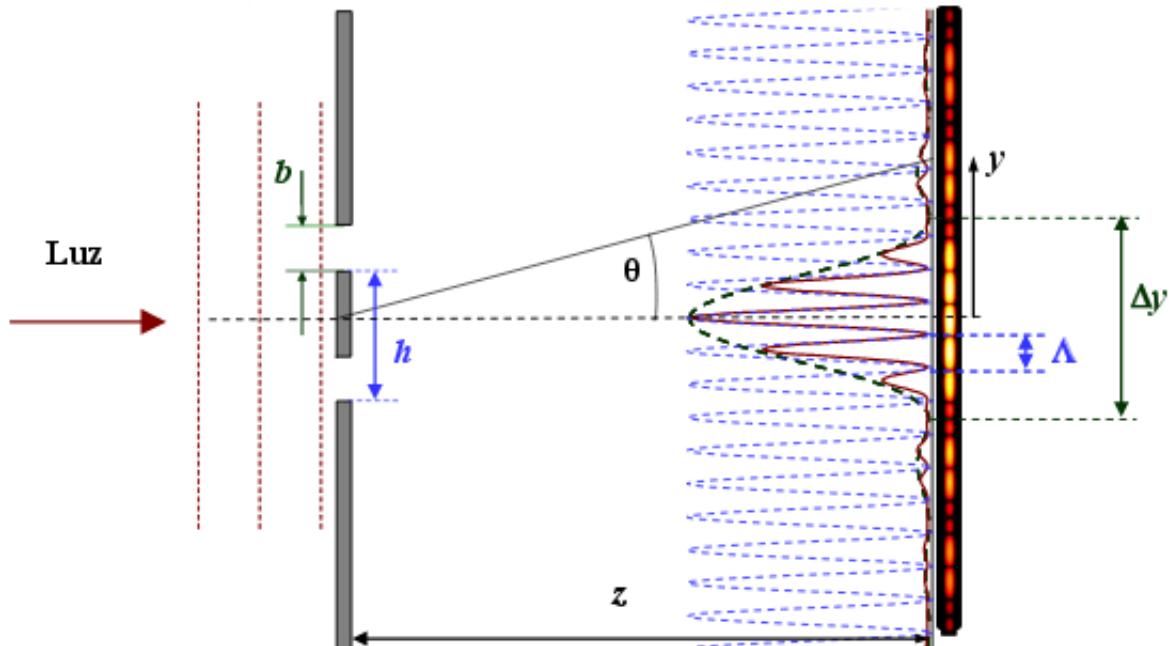


Figura 3: Esquema do padrão de interferência gerado pela luz atravessando uma fenda dupla.  $b$  é largura de uma abertura,  $h$  é a distância entre uma abertura e o fim de outra e  $z$  é a distância das fendas ao anteparo.

Se a largura da fenda  $b$  fosse desprezível com relação ao tamanho de  $h$ , a intensidade observada no anteparo poderia ser descrita através da equação:

$$I = I_0 \cos^2 \gamma \quad (4)$$

Onde:

$$\gamma = \frac{1}{2} kh \sin \theta \quad (5)$$

Mas no caso da fig. 3, o tamanho da abertura  $b$  é próximo do tamanho da separação  $h$  (assim como as fendas utilizadas experimentalmente). Isso faz com que um modelo de interferência de ondas de fendas simples se sobreponha ao modelo observado de fendas duplas, de forma que a intensidade passa a ser uma combinação dos dois estados:

$$I = I_0 (\cos^2 \gamma) \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (6)$$

Dessa forma, os máximos de interferência correspondem à condição  $\gamma = n\pi (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ , de modo que a separação entre máximos, ou mínimos, de interferência consecutivos é:

$$\Lambda = \lambda z / h \quad (7)$$

Assim, medindo  $z$  e  $\Lambda$ , podemos determinar  $h$ .

### 3.3 Fendas Multiplas

No caso das fendas A (fig. 1), o laser incidia em um conjunto de fendas onde o número  $N$  de fendas era  $N > 2$ .

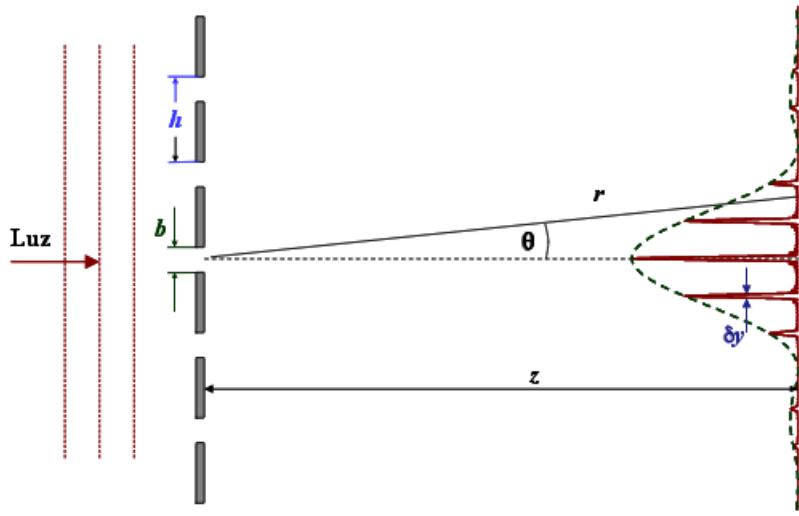


Figura 4: Esquema do experimento de difração realizado com várias fendas.  $b$  é a largura das fendas,  $h$  a separação entre elas e  $z$  a distância até o anteparo.

Assim, a expressão para a intensidade das franjas no anteparo fica descrita como o produto da interferência de uma fenda única eq. (1), pelo padrão de interferência de ondas múltiplas:

$$I = I_0 \left( \frac{\sin(N\gamma)}{N \sin \gamma} \right)^2 \left( \frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \quad (8)$$

Podemos notar que a largura dos picos primários  $\delta y$  marcado na fig. 4, decresce com o aumento do número N de fendas:

$$\delta y = z\lambda/Nh \quad (9)$$

Agora, a primeira parte da eq. (8),  $\left( \frac{\sin(N\gamma)}{N \sin \gamma} \right)$ , é a responsável pelos máximos primários da função, e eles ocorrem quando  $\gamma = n\pi (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ . E entre 2 máximos primários consecutivos, temos máximos secundários, em picos de intensidade bem menores. O número de máximos secundários entre 2 máximos primários é sempre  $N - 2$ . O que pode ser usado para determinar o valor de N.

Depois de feitas as medidas e obtidas as fotos para o conjunto de fendas marcados em fig. 1, o laser também foi colocado nas fendas D, que não eram fendas "simples", feitas por apenas uma abertura reta. O padrão de difração gerado por esse conjunto de fendas também foi analisado qualitativamente e capturado por meio de fotos.

## 4 Resultados

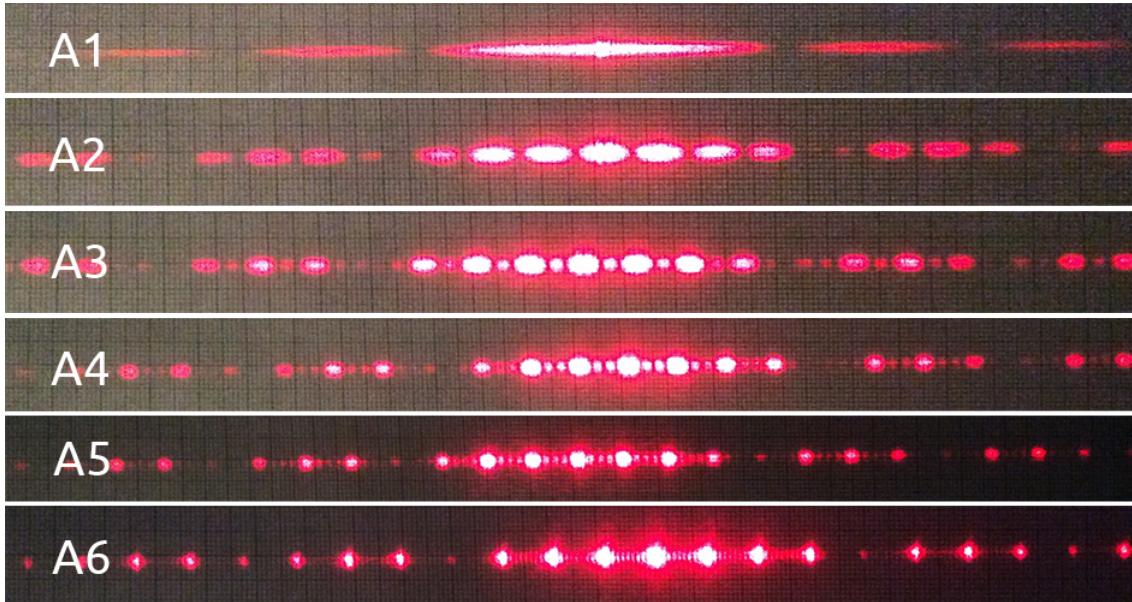


Figura 5: Conjunto das imagens obtidas no anteparo do experimento para as 6 fendas A (com múltiplas aberturas) (fig. 1)

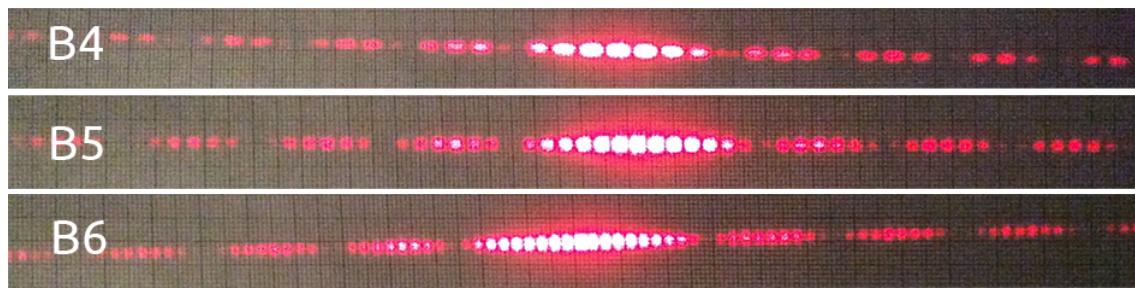


Figura 6: Conjunto das imagens obtidas no anteparo do experimento para as 3 fendas B, com fendas duplas (fig. 1)

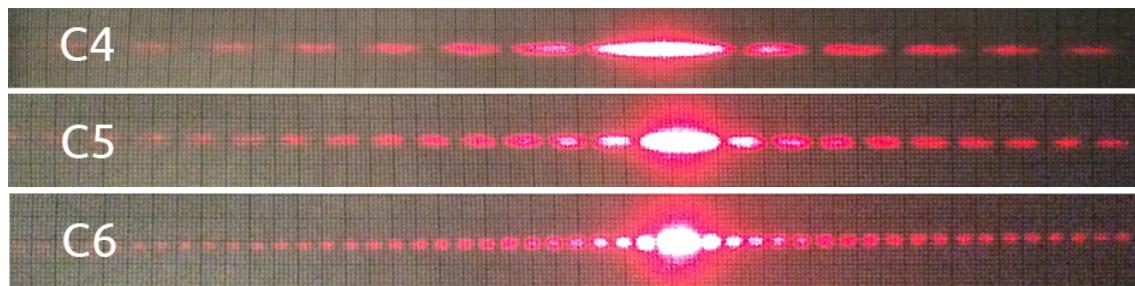


Figura 7: Conjunto das imagens obtidas no anteparo do experimento para as 3 fendas C, com fendas simples (fig. 1)



Figura 8: Padrão de interferência observado com o fio de cabelo da **Seong Eun Kim** (membro do grupo) colocado a frente do laser

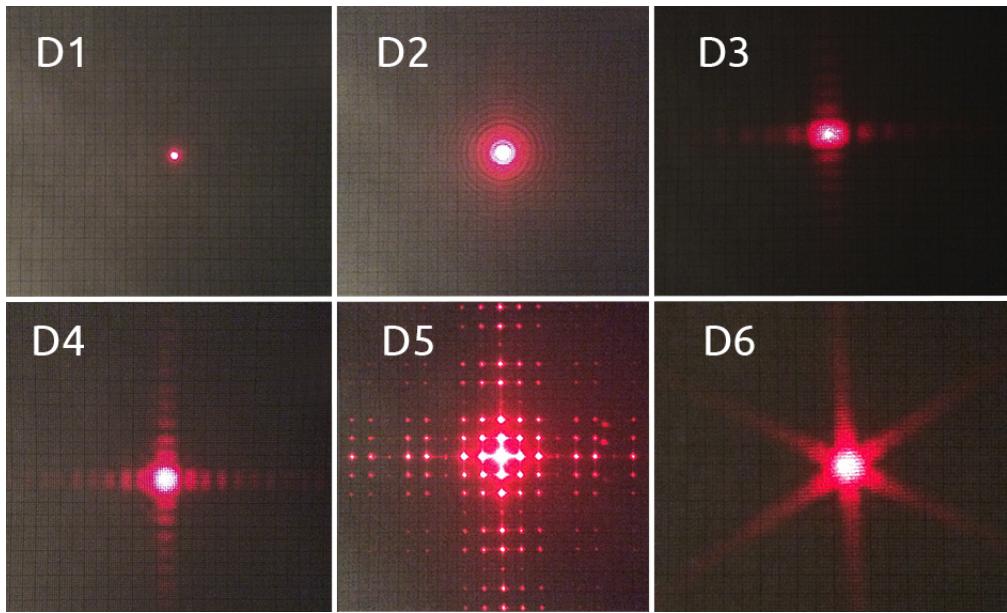


Figura 9: Padrão de interferência observado com as fendas D.

A seguir os valores obtidos usando o microscópio metrológico:

Tabela 1: Dimensões das fendas da placa número 8 medidas com o microscópio metrológico

Fenda	$b_i(\text{mm})$	$b_f(\text{mm})$	b(mm)	$h_i(\text{mm})$	$h_f(\text{mm})$	h(mm)
A1-6	$12.470 \pm 0.001$	$12.503 \pm 0.001$	$0.033 \pm 0.001$	$12.410 \pm 0.001$	$12.508 \pm 0.001$	$0.098 \pm 0.001$
B4	$3.024 \pm 0.001$	$3.072 \pm 0.001$	$0.048 \pm 0.001$	$2.876 \pm 0.001$	$3.024 \pm 0.001$	$0.148 \pm 0.001$
B5	$1.514 \pm 0.001$	$1.571 \pm 0.001$	$0.057 \pm 0.001$	$4.276 \pm 0.001$	$4.540 \pm 0.001$	$0.264 \pm 0.001$
B6	$0.112 \pm 0.001$	$0.162 \pm 0.001$	$0.050 \pm 0.001$	$0.162 \pm 0.001$	$0.543 \pm 0.001$	$0.381 \pm 0.001$
C4	$20.835 \pm 0.001$	$20.908 \pm 0.001$	$0.073 \pm 0.001$	-	-	-
C5	$16.786 \pm 0.001$	$16.902 \pm 0.001$	$0.116 \pm 0.001$	-	-	-
C6	$12.676 \pm 0.001$	$12.900 \pm 0.001$	$0.224 \pm 0.001$	-	-	-

Legenda:

$b_i$  é a medida inicial da espessura no microscópio

$b_f$  é a medida final da espessura no microscópio

$b$  é a espessura da fenda

$h_i$  é medida inicial da separação entre as fendas

$h_f$  é medida final da separação entre as fendas

$h$  é a separação entre as fendas

## 5 Análise de Dados

### 5.1 Fendas Simples

Vamos começar analisando os dados das fendas simples, ou seja, das imagens da fig. 7. As informações de dimensão das imagens de interferência (para todos os casos), podem ser obtidas através de análises das figuras. Isso porque foram projetadas em um papel milimetrado, o que nos permite medir os tamanhos de interesse.

Tabela 2: Dados calculados para os padrões de interferência gerados pelas fendas simples (C's) fig. 7

	$\Delta Y(cm)$	$\Delta\Delta Y(cm)$	$b(mm)$	$\Delta b(mm)$
C4	3.75	0.03	0.0541	0.0005
C5	1.89	0.03	0.107	0.002
C6	0.98	0.03	0.207	0.006

Legenda:

$\Delta Y$  é a largura do máximo central

$\Delta\Delta Y$  é o erro da largura do máximo central

$b$  é a largura das fendas

$\Delta b$  é o erro da largura das fendas

Medindo-se o valor de  $\Delta Y$  na fig. 7, e através da eq. (3), tendo-se as outras constantes, é possível calcular o valor da abertura  $b$  de cada fenda. Os valores calculados estão dispostos na tabela 2.

### 5.2 Fendas Duplas

Tabela 3: Dados calculados para os padrões de interferência gerados pelas fendas duplas (B's) fig. 6

	$\Delta Y(cm)$	$\delta\Delta Y(cm)$	$\Lambda(cm)$	$\Delta\Lambda(cm)$	$b(mm)$	$\Delta b(mm)$	$h(mm)$	$\Delta h(mm)$
B4	5.14	0.06	0.685	0.002	0.0394	0.0004	0.1478	0.0003
B5	5.24	0.05	0.391	0.001	0.0386	0.0004	0.2592	0.0007
B6	5.38	0.05	0.2725	0.0008	0.0377	0.0003	0.372	0.001

Legenda:

$\Delta Y$  é a largura do máximo central

$\delta\Delta Y$  é o erro da largura do máximo central

$\Lambda$  é a distância entre os mínimos de interferência

$\Delta\Lambda$  é o erro da distância entre os mínimos de interferência

$b$  é a largura das fendas

$\Delta b$  é o erro da largura das fendas

No caso de fendas duplas, para se encontrar o valor de  $b$ , a abertura das fendas, podemos fazer um processo semelhante ao das fendas simples. Agora, o *Máximo central* que foi medido para as fendas simples, se tornou uma modulação de intensidade. Tomando o tamanho desse máximo central, e através da eq. (3), é possível encontrar o tamanho das aberturas.

E para calcular a separação  $h$  das fendas, podemos utilizar a eq. (7), medindo o  $\Lambda$  nas fig. 6, que é a distância entre dois máximos e calcular  $h$ .

Os dados calculados estão expressos na tabela 3.

### 5.3 Fendas Múltiplas

Tabela 4: Dados calculados para os padrões de interferência gerados pelas fendas múltiplas (A's) fig. 5

	$\Delta Y(cm)$	$\delta \Delta Y(cm)$	$\Lambda(cm)$	$\Delta \Lambda(cm)$	$b(mm)$	$\Delta b(mm)$	$h(mm)$	$\Delta h(mm)$
A1*	8.17	0.08	-	-	0.0248	0.0002	-	-
A2-6	7.78	0.06	1.061	0.003	0.0260	0.0002	0.0954	0.0003

Como A1 trata-se de uma fenda simples, não existe "distância entre as fendas",  $h$  ou o comprimento  $\Lambda$  no padrão de interferência. Os valores para o conjunto de fendas A2 a A6 têm os mesmos valores e foram expressos em conjunto

Legenda:

$\Delta Y$  é a largura do máximo central

$\delta \Delta Y$  é o erro da largura do máximo central

$\Lambda$  é a distância entre os mínimos de interferência

$\Delta \Lambda$  é o erro da distância entre os mínimos de interferência

$b$  é a largura das fendas

$\Delta b$  é o erro da largura das fendas

Para o caso das fendas múltiplas, o cálculo da abertura  $b$  das fendas é generalizado, assim como o cálculo da separação  $h$  entre as fendas.

Análogo ao cálculo realizado para as fendas duplas, ao medir-se nas fig. 5 o tamanho do máximo central de modularização das intensidades e através da eq. (3), é possível calcular a abertura  $b$  das fendas.

Os valores calculados estão expressos na tabela 4.

### 5.4 Fendas não retangulares

Os padrões de interferência observados e estudados anteriormente são padrões referentes a fendas "retangulares", ou seja, são cortes retangulares transparentes em um envolto opaco. Ao analisarmos as figuras de interferência da fig. 9, podemos notar que os padrões gerados não são semelhantes aos das fig. 5 fig. 6 e fig. 7, portanto não são de fendas da mesma forma. Mas isso torna difícil de prever qual o real formato das fendas que geram os padrões de interferência observados.

Podemos observar que no caso de D1 não houve a formação de uma figura de difração observável. Assim, não foi possível fazer uma análise do tipo de fenda pela qual o laser passou, ou a abertura da fenda era muito superior ao comprimento de onda do mesmo, de forma que não ocorreu uma difração visível. Já com D2, pela forma do padrão de difração, podemos observar que a fenda é circular. Com D3 e D4, a fenda é quadrada. D5 é a figura de difração de uma malha e D6 uma malha de fendas triangulares.

## 5.5 Fio de Cabelo

Tabela 5: Dados de medição e cálculos para o padrão de interferência do fio de cabelo

Medição	$\Delta y$ (cm)	$\Delta\Delta y$ (cm)	b (mm)	$\Delta b$ (mm)
Fio de Cabelo	3.45	$\pm 0.03$	0.0587	$\pm 0.0005$

Legenda:

- $\Delta y$  é a largura do máximo
- $\delta\Delta y$  é o erro da largura do máximo
- $b$  é a largura das fendas
- $\Delta b$  é o erro da largura das fendas

No caso do fio de cabelo medido, o padrão de interferência obtido é semelhante ao de uma fenda simples, tendo relação direta com as imagens da fig. 7. Dessa forma, podemos encontrar a espessura do fio de cabelo da mesma forma que calculamos o tamanho da abertura  $b$  no caso das fendas simples.

A espessura obtida para o fio de cabelo foi de:  $(0.0587 \pm 0.0005)mm$ .

## 6 Discussão

A partir dos valores calculados das aberturas e espessuras em A, B e C, vimos que os valores obtidos de  $h$  são bastante próximos àqueles obtidos com as medições do microscópio. Entretanto, os valores de  $b$  calculados pela imagem de difração tendem a ser menores. Isso pode ser explicado por uma tendência, na medição do tamanho do máximo central, de pegar pontos de mínimo mais distantes do centro que o correto, devido à dificuldade de identificar corretamente os mínimos por eles serem extensos. Tal fenômeno não se manifestou significativamente no cálculo de  $h$  pois, para este, utilizamos uma distância que continha vários máximos primários, ou seja, tal tendência não afeta muito percentualmente o valor da distância.

De qualquer forma, foi possível fazer uma confrontação crítica entre os erros da abertura  $b$  e da distância  $h$  quando se varia o método de obtê-los. O erro do microscópio é constante e igual 0.001 mm, já os erros de  $b$ , quando se usa o método aprendido nesse experimento, no geral giram em torno de 0.0003 mm, como visto nas tabelas 2, 3 e 4. Conclui-se, portanto, que o método aprendido tende a ser mais preciso.

O experimento também foi utilizado para se medir a espessura de um fio de cabelo, já que o comportamento da luz através de uma fenda é semelhante ao comportamento da luz através de um obstáculo de dimensões semelhantes às da fenda (Mais sobre isso pode ser visto estudando o *Princípio de Babinet* [7]).

A espessura obtida para o fio de cabelo foi de  $(0.0587 \pm 0.0005)mm$ , que, apesar de fino, está dentro das dimensões esperadas para um fio de cabelo humano [4].

[Veja mais informações sobre o experimento com o fio de cabelo, e as informações obtidas no Apêndice I seção 10]

Com as fendas da parte D, observamos que para diferentes formas de fendas padrões diferentes de difração são gerados, e que é possível gerar uma grande variedade de imagens que podem ser projetadas através do efeito de interferência da luz em fendas de tipos distintos.

As principais fontes de erro desse experimento foram a inexperiência dos operadores, o erro na medição das franjas,

## 7 Conclusão

Nesse experimento, vimos que para cada tipo e número de fenda, há padrões de difrações diferentes. Além disso, pudemos analisar os efeitos da difração e interferência da luz ao passar por uma ou mais fendas. Obtivemos os valores das espessuras das fendas e da distância entre elas através de medições no microscópio e usando o modelo de Fraunhofer e pudemos compará-los. Apesar de esperarmos, pela literatura, que usando as figuras de difração obteríamos valores mais precisos, obtivemos erros na ordem de  $10^{-3} \text{e} 10^{-4} \text{mm}$ , os quais são próximos ao erro do microscópio metrológico (erro na ordem de  $10^{-3} \text{mm}$ ). Assim, não pudemos verificar se usando os padrões de difração, obtemos valores mais precisos. Por fim, verificamos o Princípio de Babinet através do experimento do fio de cabelo ( $0.0587 \pm 0.0005 \text{mm}$ ).

## 8 Instrumentos utilizados

- Laser de Helio-Neônio,  $\lambda = 632.82 \pm 0.05 nm$
- Microscópio metrológico
- Lâmina de vidro com fendas
- Trena

## 9 Propagação de erros

- Erro relativo da espessura das fendas mais a distância  
$$\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\Delta y}{\Delta y}\right)^2$$
- Erro relativo da abertura das fendas  
$$\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 = \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta z}{z}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\Delta y}{\Delta y}\right)^2$$

## 10 Apêndice I - Cabelo Seong Eun Kim

Uma curiosidade sobre a **Seong Eun Kim**, além de seu nome engraçado, é que ela é coreana, sim, em pleno território brasileiro. Seong Eun, ou como carinhosamente gostamos de chamá-la: Kim, é uma imigrante coreana que se mudou para o Brasil com sua família ainda criança.

Mas, por que isso é uma coisa interessante para o experimento?

A espessura obtida para o cabelo da Kim, de  $(0.0587 \pm 0.0005)mm$  o que pode ser considerado um cabelo fino para o geral da população humana.

Todavia, o cabelo de pessoas asiáticas, é conhecido por ser consideravelmente mais espesso que os fios de cabelo das pessoas europeias ou ocidentais.

Uma pesquisa mais a fundo, a fim de validar a medida obtida experimentalmente para o cabelo da Kim, mostrou que a espessura do cabelo de uma pessoa está relacionada com uma composição genética que determina esse fenótipo.

No caso, existe catalogado [4] apenas um gene (TT) de pessoas asiáticas que determina uma faixa de espessura para o cabelo que abrange a espessura do cabelo de Kim.

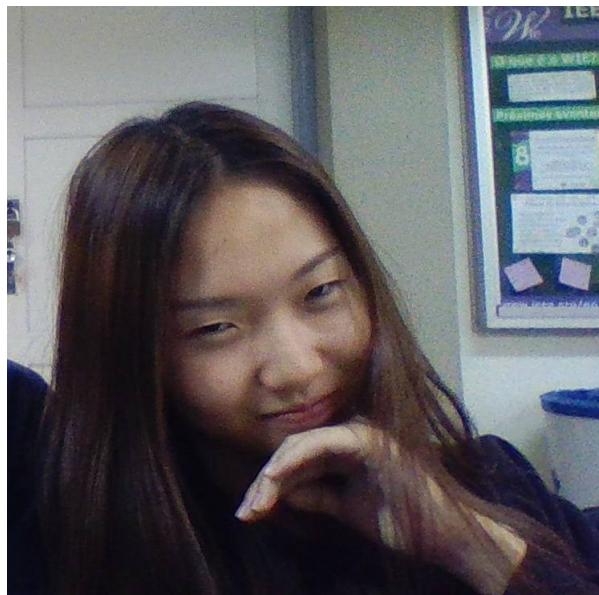


Figura 10: Imagem da Seong Eun Kim fazendo uma pose interessante, onde se é possível observar os seus fios de cabelo finos que difratam a luz num jeito peculiar coreano.

Isso demonstra a versatilidade e uma aplicabilidade para a difração da luz em meios inusitados, seja ele estudar a relação entre espessura de fios de cabelo e genes de uma pessoa.

## Referências

- [1] Gustavo Wiederhecker e colaboradores, *Roteiros de F429 - Corrente alternada e óptica*. Compilado em 21 de outubro de 2016.
- [2] Halliday, *Fundamentos da Física, Volume IV*
- [3] G. R. Fowles, *Introduction to Modern Optics*.
- [4] Multiple Authors. *A scan for genetic determinants of human hair morphology: EDAR is associated with Asian hair thickness*. National Institute for Environmental Studies, Onogawa, Tsukuba-City, Ibaraki, Japan (and several others institutes...). Human molecular Genetics, 2008, Vol. 17, No 6.
- [5] Site HyperPhysics <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/sodzee.html>
- [6] Thornton and Rex, *Modern Physics for Scientists and Engineers*, Saunders College Publishing, 1993.
- [7] Princípio de Babinet, Wikipedia (ES). [https://es.wikipedia.org/wiki/Princípio\\_de\\_Babinet](https://es.wikipedia.org/wiki/Princípio_de_Babinet)
- [8] <http://www.tablesgenerator.com>