

MC658 - Projeto e Análise de Algoritmos III

Flávio K. Miyazawa
Deyvison N. Rodrigues

14 de novembro de 2019

Laboratório prático 2 – Problema de Rotas com pesos cumulativos

Alonso é chefe do departamentos de logística da empresa Ali Transportes e tem um problema de otimização, para resolvê-lo, ele precisa de sua ajuda. A empresa Ali Transportes deve fazer um caminho/rota de uma cidade de origem até uma cidade de destino. Para tirar proveito do trajeto, ele pode coletar produtos no seu trajeto que propiciarão um lucro. Cada item coletado apresenta um peso, e o caminhão apresenta uma capacidade máxima de peso disponível. Além disso, há custos envolvidos no transporte que dependem do peso do caminhão e dos itens que está carregando. O peso do caminhão é dado por um valor inteiro P e a capacidade adicional que ele pode transportar é dada por um inteiro C . O conjunto de cidades é dado por V e uma estrada ligando diretamente uma cidade $i \in V$ até uma cidade $j \in V$ é dada por um par (i, j) . O conjunto de todas as estradas que ligam diretamente uma cidade a outra é dada pelo conjunto A . Estes conjuntos definem um grafo direcionado $G = (V, A)$. A cidade origem é dado por $s \in V$ e a cidade destino por $t \in V$. Cada cidade $i \in V$ apresenta exatamente um produto que pesa w_i e fornece um lucro l_i . Sempre que o caminhão passar por uma cidade $i \in V$, o item da cidade i será coletado (e consequentemente, passará a carregar o item até chegar ao vértice destino). Por simplicidade, vamos denotar o conjunto de itens também pelo conjunto V (vamos supor que tanto o peso como o lucro dos itens em s e em t são iguais a zero).

Uma solução para este problema é dado por um caminho $\mathcal{P} = (s = v_0, v_1, \dots, v_k = t)$, em G do vértice s até t , sem repetição de vértices, tal que $\sum_{i=1}^k w_i \leq C$, onde w_i é o peso do item em v_i .

Cada arco $a \in A$ tem um valor c_a , que correspondente ao custo de transporte no arco de cada unidade de peso. Mais precisamente, se $S_a \subseteq V$ é o conjunto de itens sendo carregados pelo caminhão no arco $a \in A$, então o custo de transporte pelo arco a é dado por $(P + \sum_{i \in S_a} w_i)c_a$.

Vamos denotar por

$V(\mathcal{P})$ o conjunto de vértices em \mathcal{P} ;

$A(\mathcal{P})$ o conjunto de arcos em \mathcal{P} ;

$V(\mathcal{P}, v)$ o conjunto de vértices em \mathcal{P} de s a v (incluindo v), para todo $v \in V(\mathcal{P})$;

$w(\mathcal{P}, v)$ a soma dos pesos dos itens de s a v (i.e., $w(\mathcal{P}, v) = \sum_{i \in V(\mathcal{P}, v)} w_i$), para todo $v \in V(\mathcal{P})$.

Com isso, denotamos o valor da solução \mathcal{P} por

$$\text{valor}(\mathcal{P}) = \sum_{v \in V(\mathcal{P})} l_v - \sum_{(u,v) \in A(\mathcal{P})} (P + w(\mathcal{P}, u))c_{(u,v)}.$$

Isto é, o lucro total obtido pelos itens coletados menos o custo gerado para transportar os itens escolhidos e o caminhão em todas as arestas do caminho.

O objetivo do problema é encontrar uma solução \mathcal{P} tal que $\text{valor}(\mathcal{P})$ é máximo.

Observações:

- Não necessariamente uma solução ótima vai coletar todos os produtos (cidades), já que a distância pode não compensar os gastos para chegar até a cidade correspondente.
- Logo que sair do vértice s , o peso do caminho já deve ser contado.

Ajude Alonso e formule este problema através de Programação Linear Inteira, no qual o objetivo é encontrar uma solução de valor máximo. Depois, resolva este problema através de Programação Linear Inteira utilizando a biblioteca disponibilizada em:

http://www.ic.unicamp.br/~fkm/codes/optimization_v2.tgz. Sua formulação não necessariamente precisa ter tamanho exponencial. Mas caso tenha, utilize algoritmos de plano de corte.

O programa deve ser executado por linha de comando, com a seguinte forma:

`lab1 < grafo >` onde o primeiro parâmetro diz o nome do grafo que deve ser lido no arquivo.

O programa deve imprimir o valor da soma dos lucros dos produtos coletados em cada vértice menos a soma dos custos de transportes nos arcos e a lista de vértices do caminho seguido pelo item coletado:

```
-----
< valor_da_solucão >
s
vi coletou < pi >
...
vk coletou < pk >
t
-----
```

Além do programa, deverá ser entregue um arquivo no formato de PDF com a formulação implementada.

A data de entrega do laboratório prático 2 será dia 22/11/2019

Dúvidas, enviar email para deyvison_s@hotmail.com