Giovanna Santana Pennisi - CTII 350

Lista de Exercícios 2 - Matrizes

Lista - Multiplicação de Matrizes

1- $\underset{2\times2}{A} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ e $\underset{2\times3}{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

$$AB = \begin{bmatrix} -3-1 & 6+3 & 0-4 \\ 0+2 & 0-6 & 0+8 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -4 & 9 & -4 \\ +2 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

B.A → Não existe, pois o número de linha de B é diferente do número de coluna do A.
($\nexists$)

2- $\underset{2\times3}{A} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 7 & 4 & 3 \end{bmatrix}$ e $\underset{3\times2}{B} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$

$$AB = \begin{bmatrix} 15+2+4 & -10-6+0 \\ 21+4-12 & -14-12+0 \end{bmatrix} \rightarrow AB = \begin{bmatrix} 21 & -16 \\ 13 & -26 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 15-14 & 6-8 & -3-6 \\ 5-21 & 2-12 & -1-9 \\ -20+0 & -8+0 & +4+0 \end{bmatrix}$$

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -9 \\ -16 & -10 & -10 \\ -20 & -8 & 4 \end{bmatrix}$$

3- $\underset{2\times 2}{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $\underset{2\times 2}{A^t} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ $\Big\{ A \cdot A^t = ?$

$A \cdot A^t = \begin{bmatrix} +1+0 & -1+0 \\ -1+0 & 1+4 \end{bmatrix} \rightarrow A \cdot A^t = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ Alternativa B

4. $\underset{2\times 3}{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 6 \end{bmatrix}$ e $\underset{3\times 1}{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\Bigg\{ \begin{matrix} C = A \cdot B \\ \vee \\ C_{21} = ? \end{matrix}$

$C = A \cdot B$

$C = \begin{bmatrix} 1+4+15 \\ 3+8+18 \end{bmatrix} = C = \begin{bmatrix} 20 \\ 29 \end{bmatrix} \rightarrow C_{21} = 29$

Alternativa A

5- 1º 25 kg de arroz
50 kg de carne
200 cervejas
20 kg de feijão

2º 28 kg de arroz
60 kg de carne
150 cervejas
22 kg de feijão

Ambos p/ semana

Produto	Fornecedor 1	Fornecedor 2
1 kg de arroz	1,00	1,00
1 kg de carne	8,00	10,00
1 garrafa de cerveja	0,90	0,80
1 kg de feijão	1,50	1,00

a) Matriz 2x4: (consumo dos produtos pelos proprietários 1 e 2):

$$A = \begin{array}{c} \\ \begin{bmatrix} 25 & 50 & 200 & 20 \\ 28 & 60 & 150 & 22 \end{bmatrix} \\ \begin{array}{cccc} \text{Arroz} & \text{Carne} & \text{Cerveja} & \text{Feijão} \end{array} \end{array} \begin{array}{l} \to \text{Restaurante 1} \\ \to \text{Restaurante 2} \\ \end{array}$$

5-a) Continuação

Matriz 4x2 (preço dos produtos nos 2 fornecedores)

$$B = \begin{bmatrix} 1,00 & 1,00 \\ 8,00 & 10,00 \\ 0,90 & 0,80 \\ 1,50 & 1,00 \end{bmatrix}$$

Relembrando apenas

$$A = \begin{bmatrix} 25 & 50 & 200 & 20 \\ 28 & 60 & 150 & 22 \end{bmatrix}$$

b) $\underset{2\times4}{A} \cdot \underset{4\times2}{B} = \begin{bmatrix} 25+400+180+30 & 25+500+160+20 \\ 28+480+135+33 & 28+600+120+22 \end{bmatrix}$

$AB = \begin{bmatrix} 635 & 705 \\ 676 & 770 \end{bmatrix}$

Lucro = (+ caro) − (+ barato)

Lucro Restaurante 1 = 705 − 635 = 70

Lucro Restaurante 2 = 770 − 676 = 94

} somando = 164

Lucro Total = R$ 164,00

6- $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ } $\alpha = ?$

$\begin{bmatrix} 0+1 & 0+0 \\ (\alpha \cdot a)-1 & \alpha+0 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ (\alpha \cdot a)-1 & \alpha \end{bmatrix}$

$\alpha = 1$

Alternativa E

Lista → Particularidades Sobre o Produto Matricial

1 - $A_{m \times n}$ | $B_{p \times q}$

a) $(A^t)^t = A$ e $(B^t)^t = B$ → Alternativa Correta

$\underset{2\times 2}{A} = \begin{bmatrix} x & y \\ w & z \end{bmatrix} = A^t = \begin{bmatrix} x & w \\ y & z \end{bmatrix} \rightarrow (A^t)^t = \begin{bmatrix} x & y \\ w & z \end{bmatrix}$ (Exemplo)

b) Sempre é possível efetuar A + B → Errado

R: As duas matrizes devem possuir a mesma ordem para serem efetuadas.

c) Se n = p, então A . B = B . A → Errado

R: No geral, temos que A . B ≠ B . A. Para que sejam iguais, A tem que ser igual a B.

d) Sempre é possível efetuar o produto A . B → Errado

R: Para serem efetuados, o número de colunas de A deve ser igual ao número de linhas de B.

e) Se n = p, então $A . B^t = B^t . A$. → Errado

R: No geral, temos que A ≠ B. Para que sejam iguais, B^t tem que possuir uma matriz de mesma ordem.

2 - A, B, C → matrizes quadradas de ordem n.

a) $AB = B.A$ → Errado
R: No geral, temos que $AB \neq BA$. Para que sejam iguais, A tem que ser igual a B.

b) Se $AB = AC$, então $B = C$ → Errado
R: B e C não são necessariamente iguais, basta terem o número de linhas que seja igual ao número de colunas de A, para serem multiplicados com A.

c) Se $A^2 = O_n$ (matriz nula), então $A = O_n$ → Errado

d) $(A.B).C = A.(BC)$ → Alternativa Correta.
R: Essa é a propriedade associativa da multiplicação matricial.

e) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ → Errado
R: O correto é $A^2 + AB + BA + B^2$, pois no caso da multiplicação de matrizes AB e BA não são a mesma coisa.

3- A, B, C 3 matérias primas para medicamentos

Dengue-ax $\begin{cases} 5g \text{ de } A \\ 8g \text{ de } B \\ 10g \text{ de } C \end{cases}$ | Chicungunha-vax $\begin{cases} 9g \text{ de } A \\ 6g \text{ de } B \\ 4g \text{ de } C \end{cases}$

Preços → X = 1g de A ; Y = 1g de B e Z = 1g de C

→ Matriz - preços de custo da matéria prima

$$\begin{array}{r} \\ \text{Dengue-ax} \\ \text{chicungunha-ax} \\ \\ \end{array} \overset{2\times3}{\begin{bmatrix} 5 & 8 & 10 \\ 9 & 6 & 4 \end{bmatrix}}_{\;A \quad B \quad C} \cdot \overset{3\times1}{\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}} \rightarrow \text{preços}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 5x + 8y + 10z \\ 9x + 6y + 4z \end{bmatrix}$$

→ Alternativa B

4 – A → matriz de ordem 3 (A_{3x3}) com elementos reais

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

(Mas A é uma matriz de ordem 3, então:)

$$A = \underbrace{\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}}_{3x3} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{3x1} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a \\ d \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} a = -1 \\ d = 4 \\ g = 2 \end{matrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix} \Rightarrow A^t = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 2 \\ b & e & h \\ c & f & i \end{bmatrix}$$

ficando

→ Alternativa C → 1º linha da transposta de A