

# *Inteligência Artificial*

---

## Lógica de Primeira Ordem



# *Sumário*

- Características da LPO
- Sintaxe e Semântica da LPO
- Usando LPO
  - Exemplos de Sentenças
  - Mundo do Wumpus



# *Lógica de Primeira Ordem*

---

## Características da LPO



# Lógica Proposicional

## ■ Vantagens

- Declarativa
  - Conhecimento separado da Inferência
- Permite informação disjuntiva ou negada
  - “Existe poço em [2,2] ou [3,1]”
  - “Se o Wumpus está em [1,2], ele não está em [2,2]”
- Composicional
  - Significado da sentença é função do significado das partes
- Significado é independente do contexto
  - Diferentemente da linguagem natural

## ■ Desvantagem

- Possui poder expressivo limitado
  - “Poços causam brisa em salões vizinhos” é impossível



# *Lógica de Primeira Ordem*

- Lógica proposicional
  - Mundo composto por fatos
- Lógica de Primeira Ordem
  - Mundo composto por:
    - Objetos
      - Pessoas, casas, Wumpus, ...
    - Relações
      - Vermelho, redondo, ..., irmão de, dentro de, ...
    - Funções
      - Um a mais que, Melhor amigo de, ...



# *Lógica de Primeira Ordem*

---

## Sintaxe e Semântica da LPO



# Elementos Básicos

- Constantes
  - *ReiJohn, 2, Coroa*
- Predicados
  - *Irmão, >*
- Funções
  - *Sqrt, PernaEsquerda*
- Variáveis
  - *x, y, a, b, ...*
- Conectivos
  - $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Igualdade
  - $=$
- Quantificadores
  - $\forall, \exists$



# Interpretação

- Símbolos não são a coisa em si!
- Quais *objetos, relações e funções* reais estão relacionados aos símbolos das *constantes, predicados e funções*
- Pode-se ter uma interpretação onde
  - *ReiJohn* é mapeado para a coroa





# Gramática BNF para Sentenças

*Sentença* → *SentençaAtômica*  
| (*Sentença* *Conectivo* *Sentença*)  
| *Quantificador* *Variável*, ... *Sentença*)  
|  $\neg$ *Sentença*

*SentençaAtômica* → *Predicado*(*Termo*, ...) | *Termo* = *Termo*

*Termo* → *Função*(*Termo*, ...)  
| *Constante*  
| *Variável*

*Conectivo* →  $\wedge$  |  $\vee$  |  $\rightarrow$  |  $\leftrightarrow$

*Quantificador* →  $\forall$  |  $\exists$

*Constante* → *A* | *John* | ...

*Variável* → *a* | *x* | *s* | ...

*Predicado* → *Antes* | *IrmãoDe*

*Função* → *Pai* | *PernaEsquerda*



# Verdade em LPO

- A verdade se relaciona a um modelo, dado a interpretação
  - Símbolos de constantes  $\rightarrow$  objetos
  - Símbolos de Predicados  $\rightarrow$  relações
  - Símbolos de Funções  $\rightarrow$  funções
- Uma sentença atômica  $\text{predicado}(\text{termo1}, \dots, \text{termo}n)$  é verdadeira sse os objetos relativos à  $\text{termo1}, \dots, \text{termo}n$  estão contidos na relação relativa à  $\text{predicado}$



# Verdade em LPO

- A verdade de qualquer sentença é determinada por um modelo e uma interpretação para os símbolos das sentenças. Então, consequência lógica, validade, etc. são definidas em termos de todos os modelos possíveis e todas as interpretações possíveis.
- Confuso?
  - Em lógica proposicional existia um modelo onde *Nublado* e *Ensolarado* eram ambos verdadeiros
- É a KB que remove modelos inconsistentes

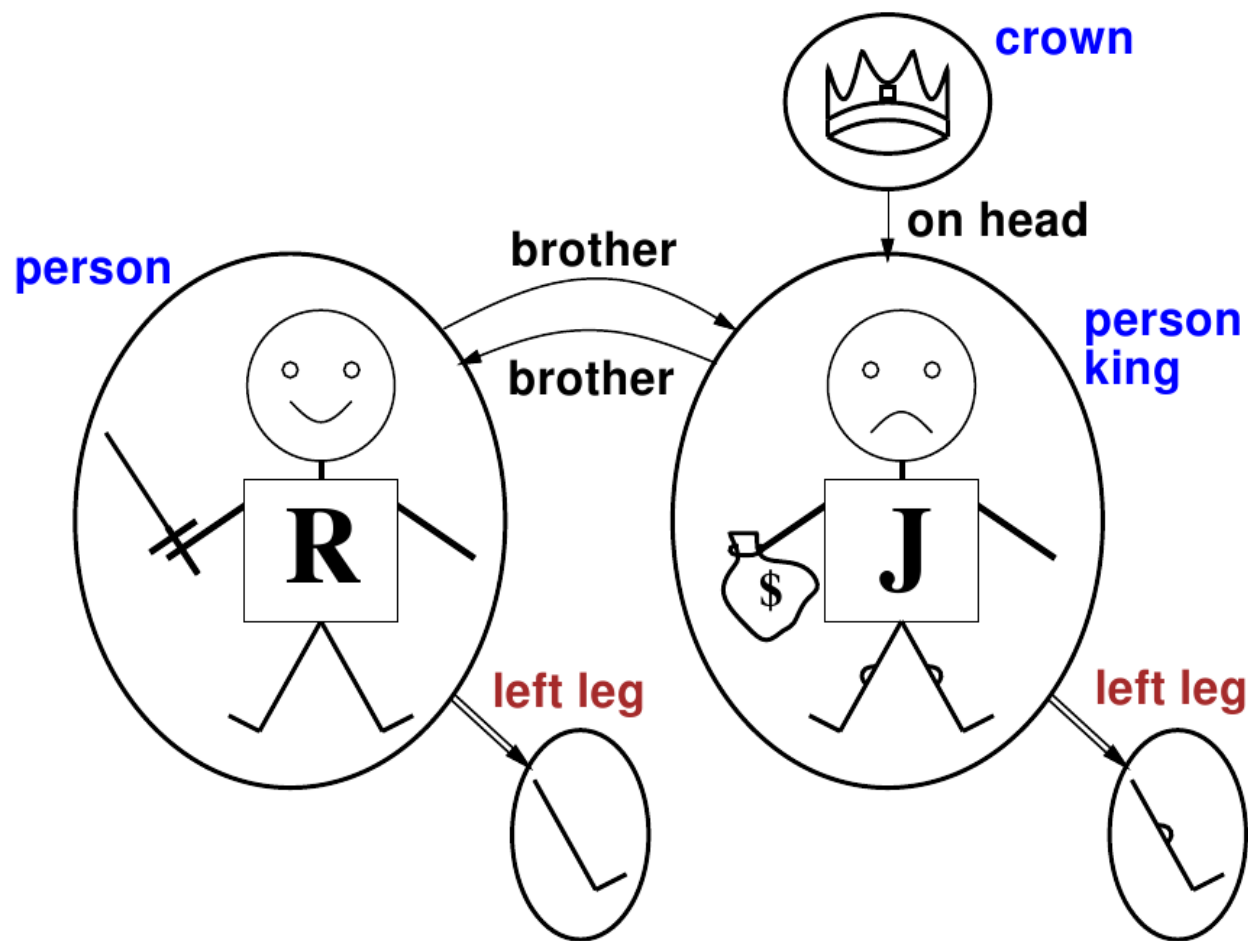


# Exemplo de Modelo em LPO

Relação Unária

Relação Binária

Função Unária



# Exemplo de Verdade

- Na interpretação onde
  - *Ricardo* → Ricardo Coração-de-leão
  - *João* → Rei João, Sem Terra
  - *Irmão* → Relação fraternal
- A sentença *Irmão(Ricardo,João)* somente é verdadeira para os modelos em que os objetos Ricardo Coração-de-leão e Rei João, Sem Terra, estão na Relação fraternal



# Modelos em LPO

- Enumeração de modelos
  - Era possível em Lógica Proposicional ( $2^n$ )
    - Consequência lógica computada sobre os fatos
  - É impraticável em LPO
    - Consequência lógica computada sobre objetos e possíveis interpretações
    - Muitas e muitas combinações!



# Quantificador Universal

- $\forall \langle \text{variáveis} \rangle \langle \text{sentença} \rangle$
- Todo rei é uma pessoa
  - $\forall x \text{ Rei}(x) \rightarrow \text{Pessoa}(x)$
- $\forall x P$  é verdadeira em um modelo  $m$  sse  $P$  é verdade com  $x$  sendo cada um dos possíveis objetos do modelo
  - Grossamente
    - $(\text{Rei}(\text{João}) \rightarrow \text{Pessoa}(\text{João})) \wedge (\text{Rei}(\text{Ricardo}) \rightarrow \text{Pessoa}(\text{Ricardo})) \wedge (\text{Rei}(\text{Coroa}) \rightarrow \text{Pessoa}(\text{Coroa})) \wedge \dots$



# *Equívoco Comum*

- Tipicamente, “ $\rightarrow$ ” é o principal conectivo a ser utilizado com “ $\forall$ ”
- Todos são reis e todos são pessoas
  - $\forall x \text{ Rei}(x) \wedge \text{Pessoa}(x)$
  - Inclusive a coroa!





# Quantificador Existencial

- $\exists \langle \text{variáveis} \rangle \langle \text{sentença} \rangle$
- Existe uma coroa na cabeça do Rei João
  - $\exists x \text{ Coroa}(x) \wedge \text{NaCabeça}(x, \text{João})$
- $\forall x P$  é verdadeira em um modelo  $m$  sse  $P$  é verdade com  $x$  sendo algum objeto possível no modelo
  - Grossamente
    - $(\text{Coroa}(\text{João}) \wedge \text{NaCabeça}(\text{João}, \text{João})) \vee$   
 $(\text{Coroa}(\text{Ricardo}) \wedge \text{NaCabeça}(\text{Ricardo}, \text{João})) \vee$   
 $(\text{Coroa}(\text{coroa}) \wedge \text{NaCabeça}(\text{Coroa}, \text{João})) \vee \dots$



# *Equívoco Comum*

- Tipicamente, “ $\wedge$ ” é o principal conectivo a ser utilizado com “ $\exists$ ”
- Verdadeiro se  $x$  não é coroa!
  - $\exists x \text{ Coroa}(x) \rightarrow \text{NaCabeça}(x, \text{João})$



# Igualdade

- $termo1 = termo2$  sse tanto  $termo1$  quanto  $termo2$  se referem ao mesmo objeto

- Ricardo tem 2 irmãos:

$$\exists x, y \text{ Irmão}(x, \text{Ricardo}) \wedge \text{Irmão}(y, \text{Ricardo}) \wedge \neg(x = y)$$



# Propriedades dos Quantificadores

- $\forall x \forall y$  é o mesmo que  $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$  é o mesmo que  $\exists y \exists x$
- $\exists x \forall y$  NÃO é o mesmo que  $\forall y \exists x$ 
  - $\exists x \forall y \text{ Ama}(x,y)$ 
    - Há uma pessoa que ama todo mundo
  - $\forall y \exists x \text{ Ama}(x,y)$ 
    - Todo mundo é amado por alguém
- Dualidade dos Quantificadores
  - $\forall x \text{ Gosta}(x, \text{Sorvete}) \quad \neg \exists x \neg \text{Gosta}(x, \text{Sorvete})$
  - $\exists x \text{ Gosta}(x, \text{Brocolis}) \quad \neg \forall x \neg \text{Gosta}(x, \text{Brocolis})$



# *Lógica de Primeira Ordem*

---

Usando LPO



# Domínio do Parentesco

- A mãe de alguém é o genitor feminino

$$\forall m, f \text{ Mãe}(m, f) \leftrightarrow (\text{Feminino}(m) \wedge \text{Genitor}(m, c))$$

- A relação de “Irmão” é simétrica

$$\forall x, y \text{ Irmão}(x, y) \leftrightarrow \text{Irmão}(y, x)$$

- Um avô (avó) é o genitor do genitor de alguém

$$\forall a, f \text{ Avô}(f, a) \leftrightarrow \exists p \text{ Genitor}(p, a) \wedge \text{Genitor}(f, p)$$



# Axiomas e Teoremas

- Axiomas fornecem os fatos básicos dos quais informações úteis são extraídas
- Teoremas são conclusões lógicas de Axiomas
- Uma KB precisa conter somente os axiomas
  - No entanto, teoremas podem agilizar a pesquisa



# Mundo do Wumpus

- Vetor de Percepção
  - $Percepção([Fedor, Brisa, Brilho, Nada, Nada], 5)$
- Ações
  - $Vire(Direita), Vire(Esquerda), Frente, Atire, Pegue, Solte, Suba$
- Melhor ação
  - $\exists a \text{ MelhorAção}(a, 5)$ 
    - $\{a/Pegue\}$
- Percepção
  - $\forall t, s, g, m, c \text{ Percept}([s, Brisa, g, m, c], t) \rightarrow Brisa(t)$
  - $\forall t, s, b, m, c \text{ Percept}([s, b, Brilho, m, c], t) \rightarrow Brilho(t)$





# Mundo do Wumpus

- Predicado *Adjacente*

- $\forall x,y,a,b \text{ Adjacente}([x,y],[a,b]) \leftrightarrow [a,b] \in \{[x+1,y], [x-1,y],[x,y+1],[x,y-1]\}$

- Salões que possuem Brisa

- $\forall s,t \text{ Em(Agente},s,t) \wedge \text{Brisa}(t) \rightarrow \text{Brisa}(s)$

- Regras de Diagnóstico

- $\forall s \text{ Brisa}(s) \leftrightarrow \exists r \text{ Adjacente}(r,s) \wedge \text{Pit}(r)$

