Capitolo 12 – Sintesi dei sistemi di controllo a tempo continuo

Sintesi per tentativi nel dominio della frequenza (caso μ_R fissato)

errore t_0 ma specificato per ingressi polinomiali

- Si assume la funzione di trasferimento del regolatore fattorizzata come

$$R(s) = R_1(s)R_2(s)$$

  - Si progetta il regolatore $R_1(s)$ in modo da soddisfare le specifiche di precisione statica e/o astatismo (**ipotizzando** che il ciclo chiuso sia stabile!)

$$R_1(s) = \frac{\mu_R}{s^r}$$

  - Si progetta il regolatore $R_2(s)$ in modo da soddisfare le specifiche di precisione dinamica (inclusa la stabilità del ciclo chiuso)
    - si traducono le specifiche dinamiche in una valore desiderato di pulsazione di attraversamento ω_c e margine di fase φ_m
    - si sceglie opportunamente fra i tre tipi di rete stabilizzatrice a seconda delle tre possibili situazioni in cui ci si può trovare per ottenere pulsazione critica e margine di fase assegnati
      - a) occorre attenuare e ritardare → rete ritardatrice
      - b) occorre amplificare e anticipare → rete anticipatrice
      - c) in tutti gli altri casi → rete a sella

Sintesi per tentativi nel dominio della frequenza (caso μ_R fissato)

Quella ω è quella che voglio traslare verso il basso

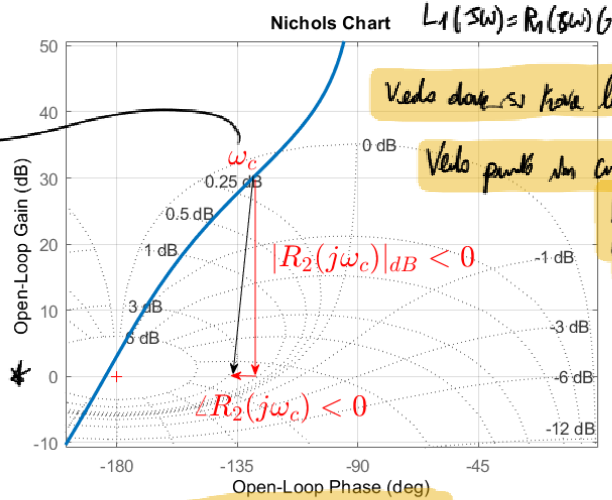
- Le tre situazioni sono facilmente visualizzabili sul piano di Nichols

$L_1(j\omega) = R_1(j\omega)G(j\omega)$

Vedo dove si trova la ω_c

Vedo punto in cui devo portare ω_c per le specifiche

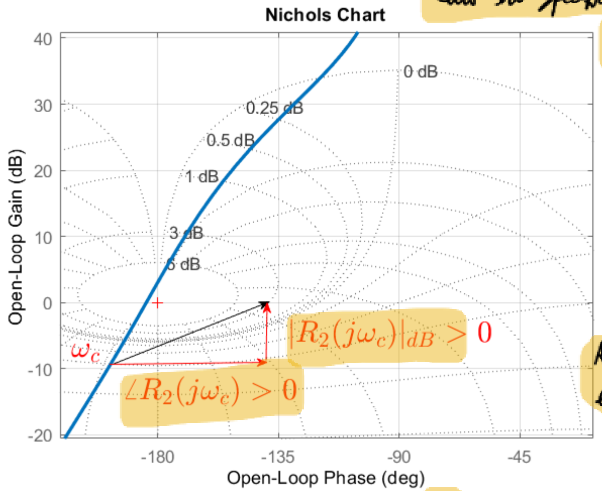
Serve un vettore di traslazione dato da R_2. Attenuo e ritardo.



rete ritardatrice

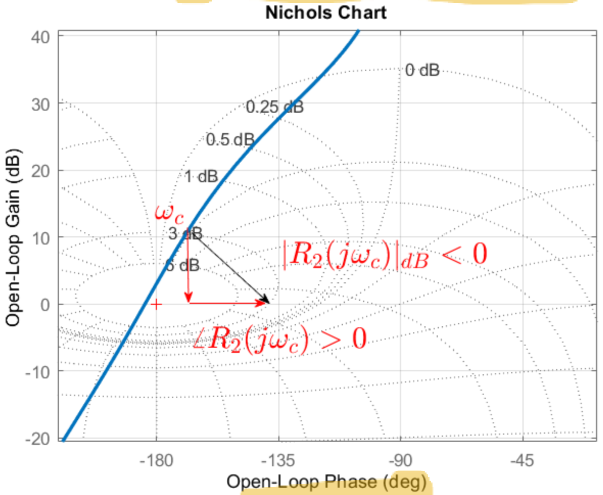
Qui ho specifiche diverse su ω_c

Anticipo e amplifico



rete anticipatrice

Qui devo attenuare e anticipare!



rete a sella

- Inoltre, grazie alle carte di Nichols (luoghi a modulo costante) è facile assicurare direttamente specifiche sul sistema a ciclo chiuso (ω_3 e M_r) senza tradurle in caratteristiche della funzione d'anello per cui i tentativi si riducono spesso ad uno solo
- La fase finale consiste nel **verificare** che le specifiche sul comportamento del sistema a ciclo chiuso siano soddisfatte
- In caso contrario, si effettua un **nuovo tentativo** ritraducendo le specifiche in caratteristiche un po' diverse della funzione d'anello (margine di fase e pulsazione critica)

* Questo perché nel diagramma di Nichols prodotto diventa somma per vettore

*₂ Se ho già che ω deve essere ω_3 posso pensare di lavorare direttamente con quella.

Però avrei un grado di libertà: dove lo faccio intersecare?

Esempio di uso della rete ritardatrice

- specifiche:
  - $e_\infty = 0.2 \text{ con } w(t) = \delta_{-2}(t)$
  - $\omega_c = 0.2$ rad/s
  - $\varphi_m = 45°$

→ Rampa ⇒ → $W(s) = \frac{A}{s^2}$ $e = \frac{A}{M}$

Sistema di tipo 1

Ho bisogno di un polo. Se c'è nella G, va bene. Se in G non c'è, devo metterlo.

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^2}$$

$$e_\infty = 1/(\mu_R \mu_G) = 0.2 \Rightarrow \mu_R = 1/0.2 = 5$$

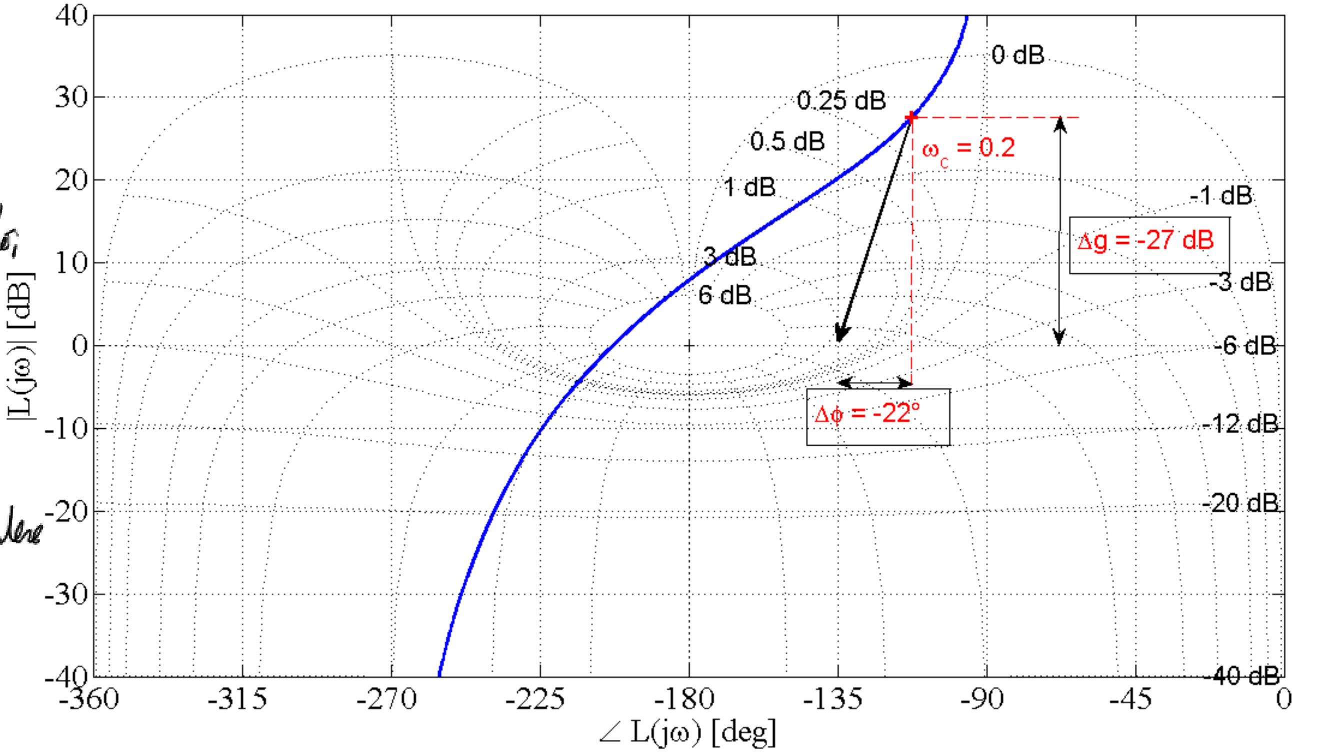
Calcolo modulo e fase

$$R_1(s) = \frac{5}{s} \Rightarrow L_1(j\omega_c) = R_1(j\omega_c)G(j\omega_c) = \begin{cases} |\,| = 27 \text{ dB} \\ \angle = -113° \end{cases}$$

→ deve scendere

$$R_2(j\omega_c) = \begin{cases} |\,| = -27 \text{ dB} \\ \angle = -135° + 113° = -22° \end{cases} \Rightarrow R_2(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}, \alpha > 1$$

↑ deve arrivare a -135°, deve diventare più negativa.

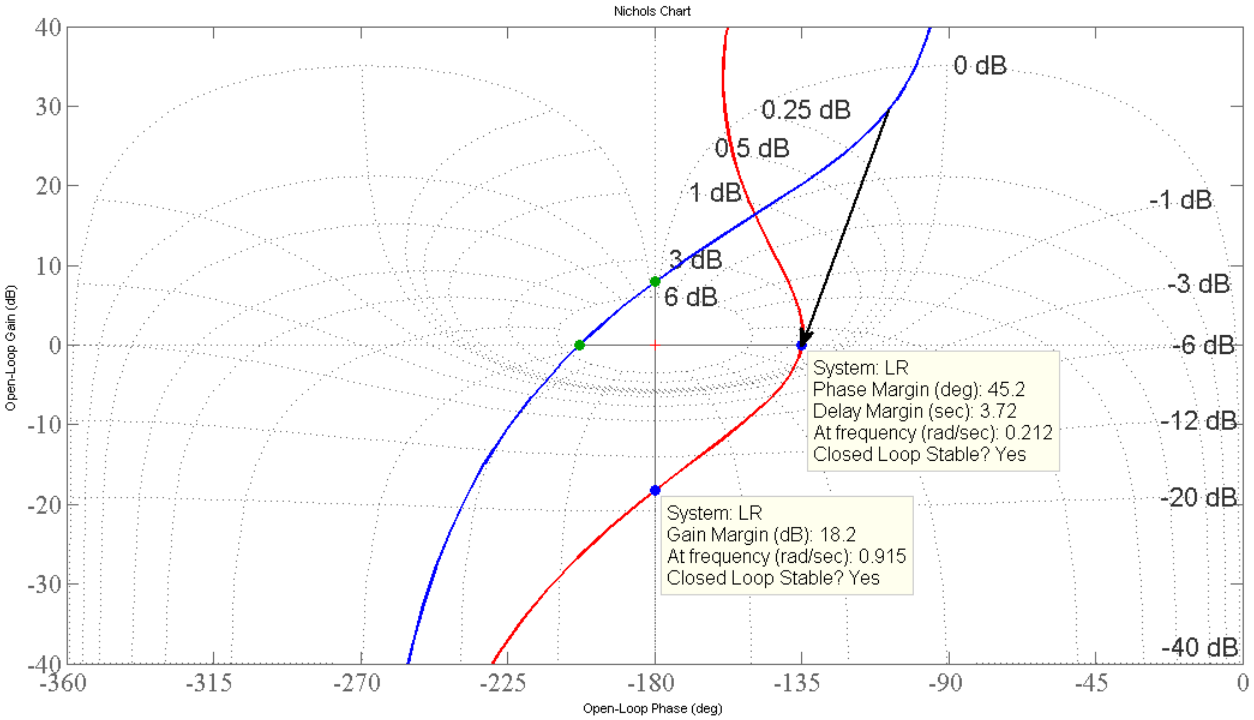


- per portare il punto rosso "all'attraversamento", la correzione da apportare è un **ritardo di 22°** ed un'**attenuazione di 27 dB**
- date le due correzioni è possibile calcolare i due parametri α e T della rete

- Faccio diagramma con L_1 e vedo dove si trova ω_c. Devo spostarlo a $\omega_c = 0\,dB$ e $\varphi_m = 45°$

Esempio di uso della rete ritardatrice

$$R_2(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$$



- tracciando il diagramma di Nichols (o di Bode) della funzione $L_1(j\omega)R_2(j\omega)$ (linea rossa) e calcolandone i margini di stabilità si trova che questi sono pari a quelli desiderati
- la verifica effettiva serve solo se le specifiche originali sono state tradotte in ω_c e φ_m e la si effettua calcolando la funzione di sensitività opportuna e la sua risposta opportuna (dipende dal tipo di specifica)
- grazie alle carte di Nichols si possono determinare alcuni parametri caratteristici $(M_r, \omega_3, \omega_6)$ della $F(j\omega)$ senza calcolarla

Esempio di uso della rete anticipatrice

- specifiche:
  - $e_\infty = 0.5$ con $w(t) = \delta_{-2}(t)$
  - $\omega_c = 2$ rad/s
  - $\varphi_m = 45°$

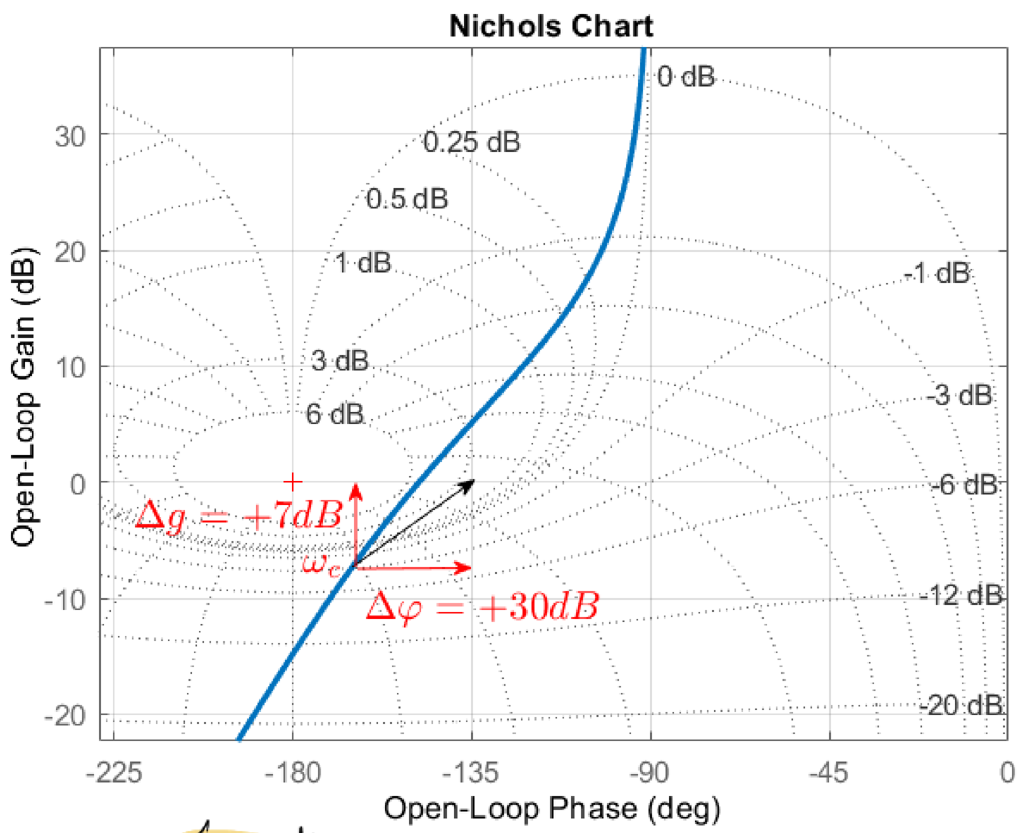
$$G(s) = \frac{100}{(s+1)(s+10)}$$

$R_1(s) = \frac{\mu_R}{s}$ $\quad e_\infty = \frac{A}{\mu}$ con $A=1$

$$e_\infty = 1/(\mu_R \mu_G) = 0.5 \Rightarrow \mu_R = 1/(0.5 \cdot 10) = 0.2$$

$$R_1(s) = 0.2/s \Rightarrow L_1(j\omega_c) = R_1(j\omega_c)G(j\omega_c) = \begin{cases} |\,| = -7\ dB \\ \angle = -165° \end{cases}$$

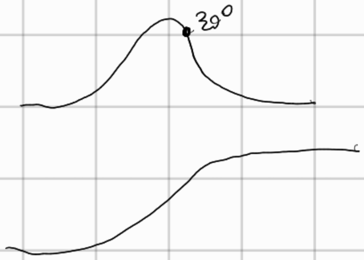
$$R_2(j\omega_c) = \begin{cases} |\,| = +7\ dB \\ \angle = -135° + 165° = +30° \end{cases} \Rightarrow R_2(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts}$$



tracciamento di Nichols può aiutare

- per portare il punto rosso “all’attraversamento”, la correzione da apportare è un **anticipo di 30°** ed un’**amplificazione di 7 dB**
- date le due correzioni è possibile calcolare i due parametri α e T della rete

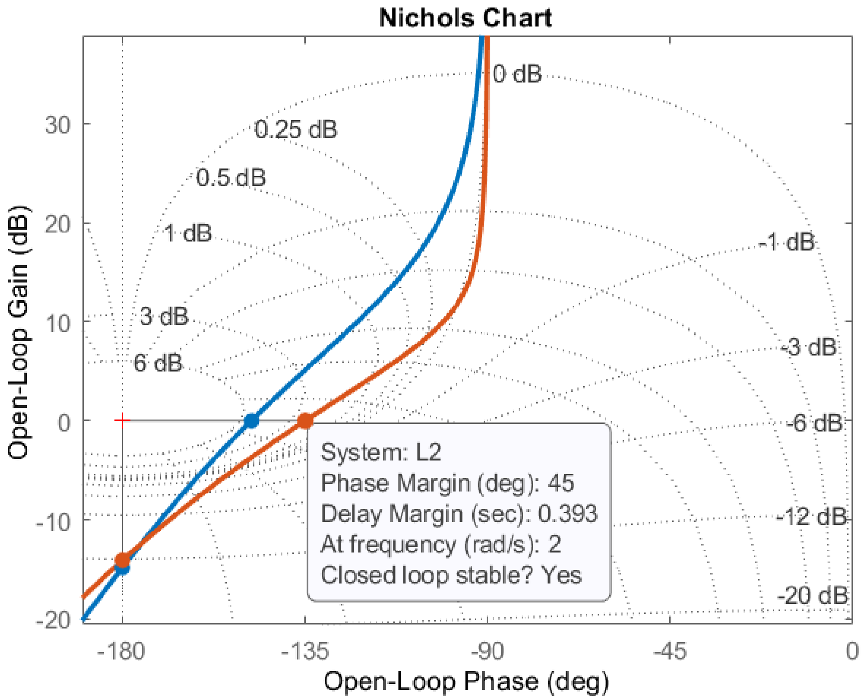
Non mi conviene andare verso destra con anticipo perché altrimenti avrei troppa amplificazione



Se guadagno qui va bene. Se guadagnassi più a destra, allora serve picco maggiore e amplificazione più grande.

Esempio di uso della rete anticipatrice

$$R_2(s) = \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}$$



- tracciando il diagramma di Nichols (o di Bode) della funzione $L_1(j\omega)R_2(j\omega)$ (linea rossa) e calcolandone i margini di stabilità si trova che questi sono pari a quelli desiderati
- la verifica effettiva serve solo se le specifiche originali sono state tradotte in ω_c e φ_m e la si effettua calcolando la funzione di sensitività opportuna e la sua risposta opportuna (dipende dal tipo di specifica)
- grazie alle carte di Nichols si possono determinare alcuni parametri caratteristici $(M_r, \omega_3, \omega_6)$ della $F(j\omega)$ senza calcolarla

Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*
Dipartimento di Ingegneria

Esempio di uso della rete a sella

$e=0.2$ $W(t) = \delta_{-2}(t)$
$\omega_c=1$ $\varphi_m=45°$
$G = \frac{1}{(1+s)^2}$

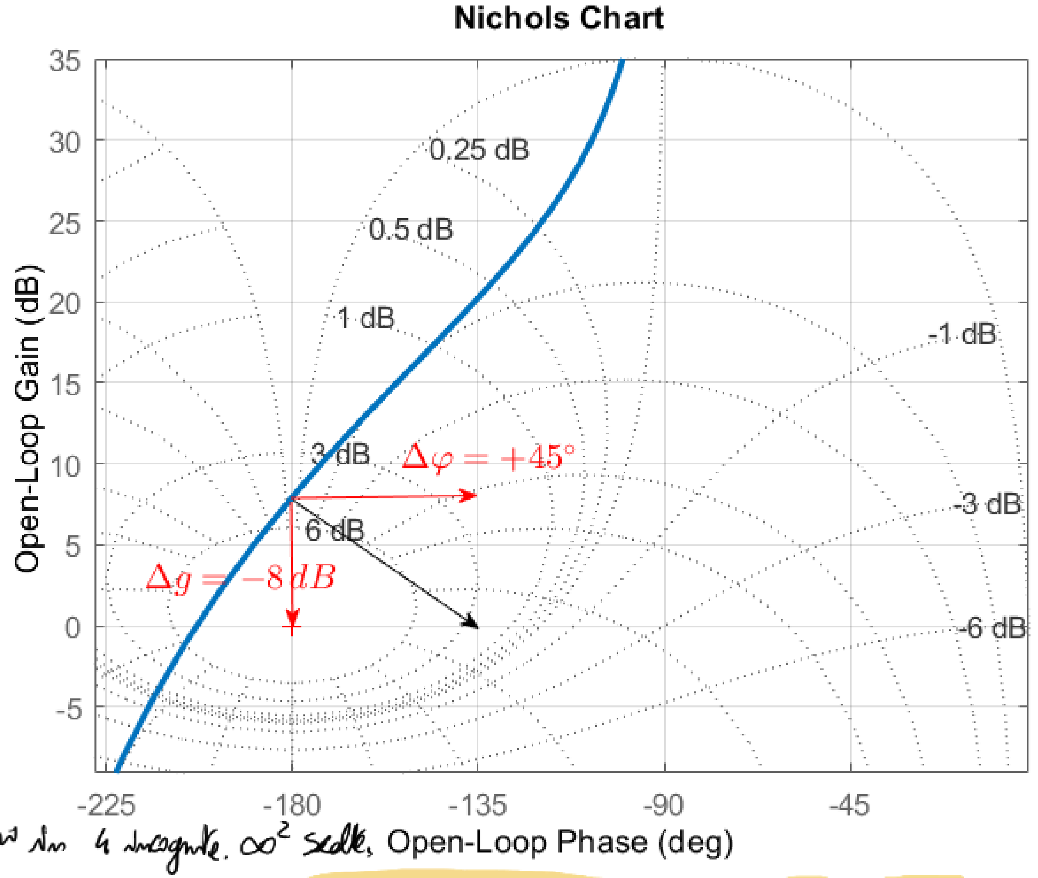
- specifiche:
  - $e_\infty = 0.2 \text{ con } w(t) = \delta_{-2}(t)$
  - $\omega_c = 1 \text{ rad/s}$ Banda 5 volte più grande
  - $\varphi_m = 45°$

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^2}$$

$$e_\infty = 1/(\mu_R \mu_G) = 0.2 \Rightarrow \mu_R = 1/0.2 = 5$$

$$R_1(s) = 5/s \Rightarrow L_1(j\omega_c) = R_1(j\omega_c)G(j\omega_c) = \begin{cases} | \, | = 8\ dB \\ \angle = -180° \end{cases}$$

$$R_2(j\omega_c) = \begin{cases} | \, | = -8\ dB \\ \angle = -135° + 180° = +45° \end{cases} \Rightarrow R_2(s) = R_r(s)R_a(s)$$



2 equazioni in 4 incognite. ∞^2 selle.

- per portare il punto rosso "all'attraversamento", la correzione da apportare è un **anticipo di 45°** ed un'**attenuazione di 8 dB**
- date le due correzioni è possibile calcolare i 4 parametri della rete a sella in vari modi

Esempio di uso della rete a sella

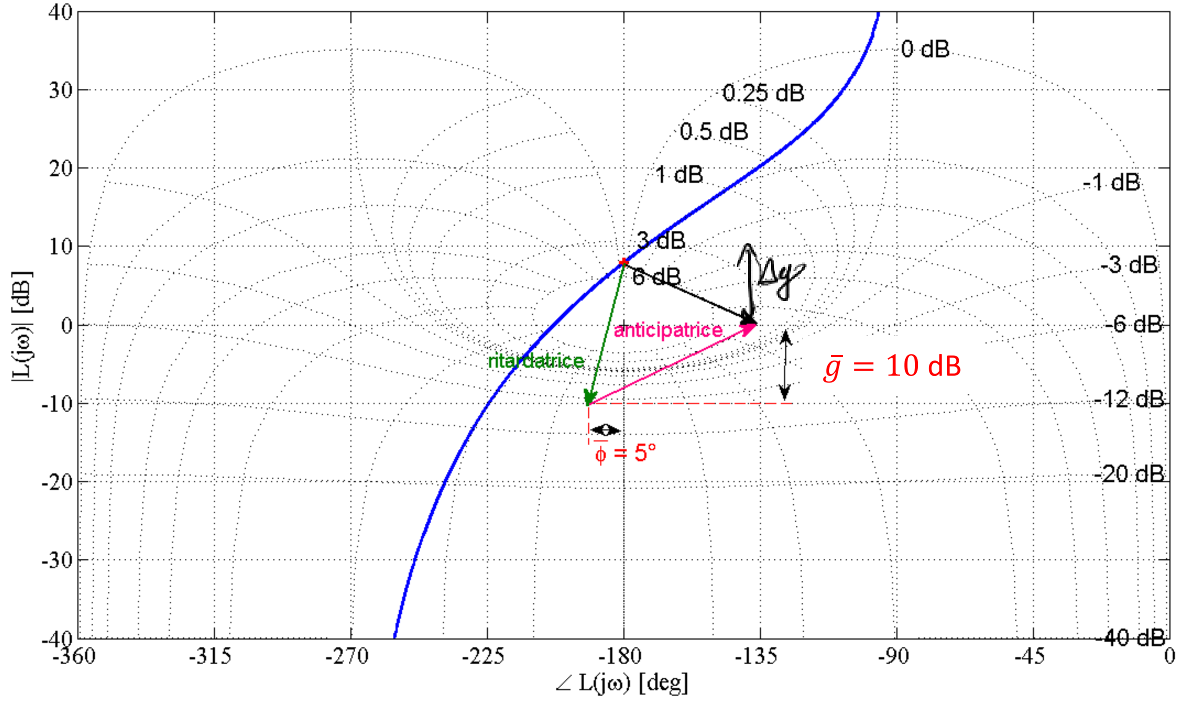
- Essendo la correzione di fase desiderata un anticipo, la rete anticipatrice dovrà «sovra-anticipare» per compensare l'inevitabile ritardo ($-\bar{\phi}$) che introdurrà la ritardatrice
- Essendo la correzione di modulo desiderata una attenuazione, la rete ritardatrice dovrà «sovra-attenuare» per compensare l'inevitabile amplificazione ($\bar{g}$) che introdurrà l'anticipatrice
- Le correzioni di ciascuna rete si calcolano dunque come

$$\Delta\phi_a = \Delta\phi + \bar{\phi}, \quad \Delta\phi > 0$$
$$\Delta g_a = \bar{g}, \quad \bar{g} > 0$$

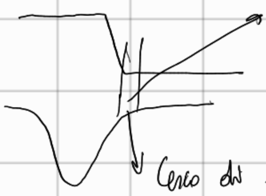
$$\Delta g_r = \Delta g - \bar{g}, \quad \Delta g < 0$$
$$\Delta\phi_r = -\bar{\phi}, \quad \bar{\phi} > 0$$

$50^0 \to \bar{g} \approx 8dB$

Scompongo vettore nero in verde e rosso



- scelte tipiche degli offset
  - $\bar{\phi}$ pochi gradi per far lavorare la ritardatrice in pura attenuazione
  - $\bar{g}$ sufficientemente elevato per consentire all'anticipatrice di "sovra-anticipare"



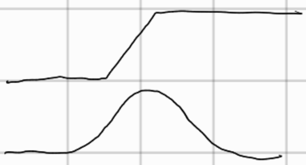
→ $-5°$ e attenuazione che voglio

↓ Cerco di lavorare qui per la ritardatrice. Scelgo che la ritardatrice voglio far ritardare di un valore piccolo.

① Ora amplificatrice deve anticipare $5°$ + quello di prima. $\Delta\phi_a = \Delta\phi_{\text{originale}} + \bar{\Phi}$

↓ Per ritardo della sella

② $\Delta\varphi_a$ idealmente zero, ma non posso anticipare senza amplificare.

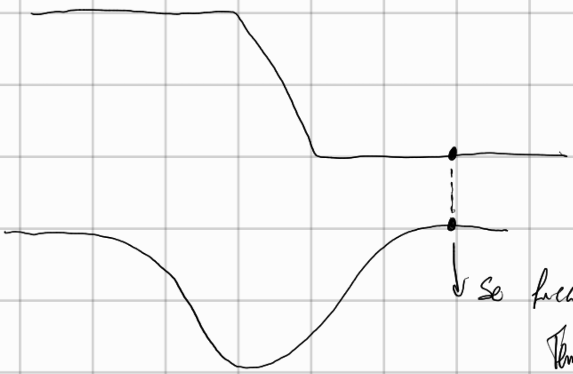


di quanto voglio amplificare?

Se $\Delta\varphi_a$ è piccolo posso avere piccole amplificazioni.

Ma se diventa troppo grande, dovrò amplificare tanto.

Ricorda: non vogliamo lavorare sempre sul picco. Quindi lì devo avere anticipo più grande di $\Delta\varphi_a$ (per effetto della ritardatrice), ma questa va ad introdurre amplificazione più grande da gestire per attenuazione da rete attenuatrice.



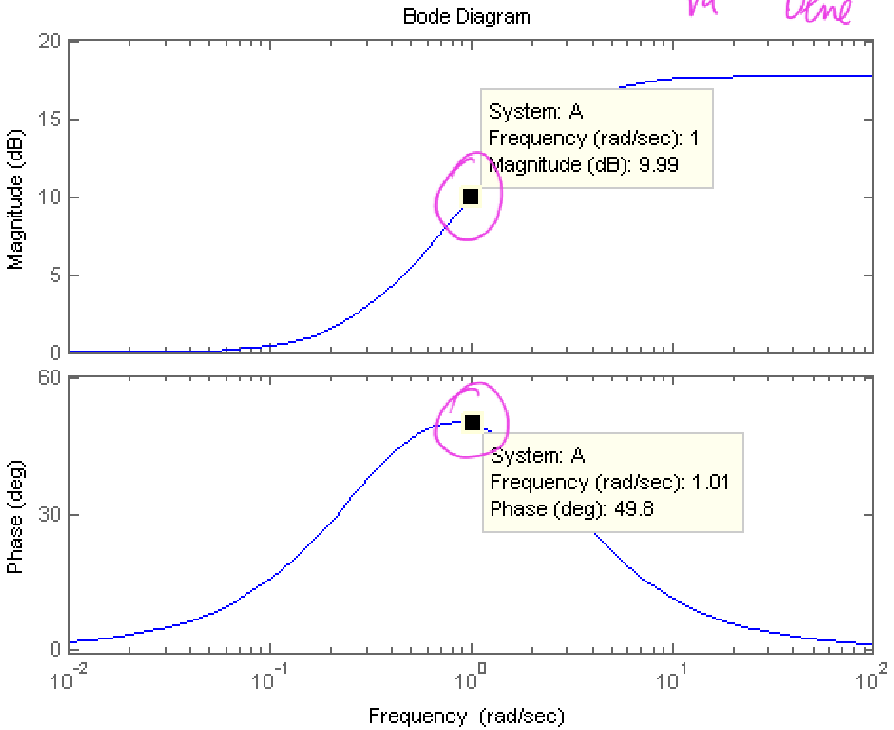
↓ Se faccio così sposto i punti di rottura a basse frequenze.

Tempo di risposta più grande.

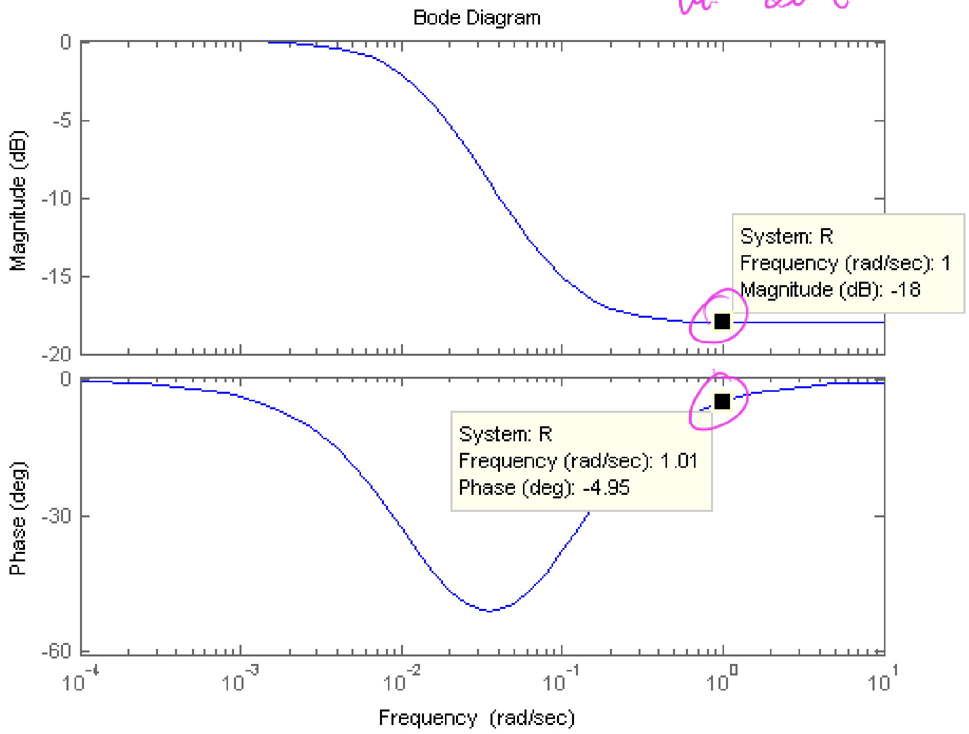
NOTA: Per vedere se ω_j e $\bar{\varphi}$ vanno bene, vediamo se lavoriamo nei punti di lavoro corretti (pura attenuazione per il ritardo e vicino al picco per l'anticipo)

Esempio di uso della rete a sella

Va bene



Va bene



$$\Delta\phi_a = \Delta\phi + \bar{\phi} = 45° + 5° = 50°$$
$$\Delta g_a = \bar{g} = 10 \text{ dB}$$

rete anticipatrice $R_a(s)$

$$\Delta\phi_r = -\bar{\phi} = -5°$$
$$\Delta g_r = \Delta g - \bar{g} = -10 - 8 = -18 \text{ dB}$$

rete ritardatrice $R_r(s)$

Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*
Dipartimento di Ingegneria

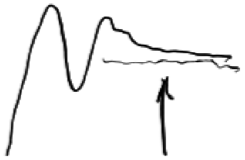
Esempio di uso della rete a sella

Nota: Con questo progetto, con tanto polo ci dà oscillazioni in frequenza

Polo che aumenta ritardo per arrivare a regime.

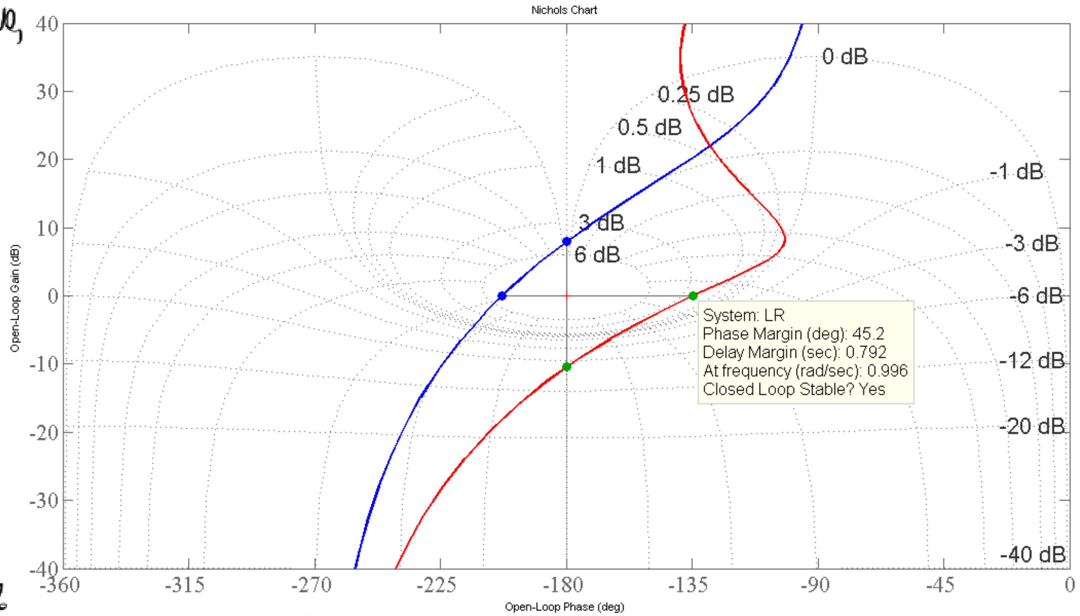
$$R_2(s) = R_r(s)R_a(s)$$

Risposta indiciale:



Lui è il polo reale

Si vede dopo perché è a f minore e si spegne più tardi



- tracciando il diagramma di Nichols (o di Bode) della funzione $L_1(j\omega)R_2(j\omega)$ (linea rossa) e calcolandone i margini di stabilità si trova che questi sono pari a quelli desiderati
- la verifica effettiva serve solo se le specifiche originali sono state tradotte in ω_c e φ_m e la si effettua calcolando la funzione di sensitività opportuna e la sua risposta opportuna (dipende dal tipo di specifica)
- grazie alle carte di Nichols si possono determinare alcuni parametri caratteristici (M_r, ω_3, ω_6) della $F(j\omega)$ senza calcolarla

Sintesi per tentativi nel dominio della frequenza (caso μ_R libero)

- Si assume la funzione di trasferimento del regolatore fattorizzata come

$$R(s) = R_1(s)R_2(s)$$

  - Si progetta il regolatore $R_1(s)$ in modo da soddisfare le specifiche di precisione statica e/o astatismo, con guadagno da determinare

$$R_1(s) = \frac{\mu_R}{s^r}$$

  - Si progetta il regolatore $R_2(s)$ in modo da soddisfare le specifiche di precisione dinamica (inclusa la stabilità), nei due casi
    - per ottenere l'assegnato margine di fase (nell'ipotesi che le variazioni di fase sono limitate) si traccia il diagramma di Nichols con μ_R arbitrario (conviene portare il diagramma tra $-20\ dB$ e $+20\ dB$) inglobando tale valore in $G(s)$, e se

      ↑ fisso μ_R.

      - occorre ritardare → si aggiunge un polo

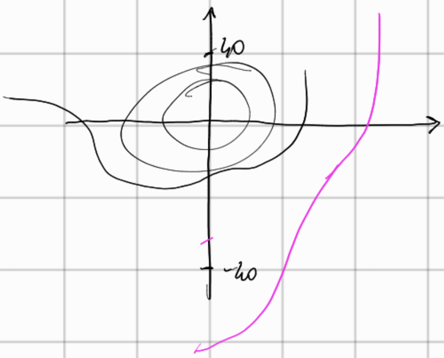
        → Perché R_1 senza polo $\delta = \mu_r$

      - occorre anticipare → si aggiunge uno zero (se ho almeno un polo in 0 in $R_1(s)$, altrimenti si usa una anticipatrice)

        ↳ Se no, $R_1 R_2$ rischia di non essere fisicamente realizzabile

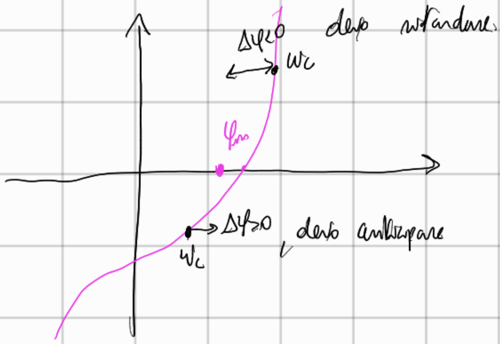
    - si determina μ_R per ottenere la pulsazione critica assegnata

      ↳ $|L|$ non mi interessa. Posso controllarlo senza solo guardare la fase



se capita che la curva stia fuori da -40 a 40 dB in generale sommo con una M scelta

ES:



Il guadagno sposta solo wc e non permette di renderla wc.

NOTA: Posso con un polo fare max 90° esclusi per instabilità.

Sintesi per tentativi nel dominio della frequenza (caso μ_R libero)

- Se occorre **un anticipo e ho un polo nell'origine** in $R_1(s)$, si inserisce lo zero

$$R_2(s) = 1 + sT$$

- Si determina T come segue (se l'anticipo $\Delta\varphi$ è inferiore a 90°)

$$\measuredangle(1 + j\omega_c T) = \Delta\varphi \Rightarrow T = \tan\Delta\varphi/\omega_c$$

- E si determina il valore del guadagno per portare la ω_c all'attraversamento

$$\mu_R \left|\frac{1 + j\omega_c T}{j\omega_c}\right| |G(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow \mu_R = \frac{\omega_c}{\sqrt{1 + \omega_c^2 T^2}|G(j\omega_c)|}$$

- Se $R_1(s)$ non contiene poli nell'origine, allora $R_2(s)$ deve essere una rete anticipatrice (così $R_1(s)R_2(s)$ è realizzabile) scegliendo una amplificazione desiderata Δg minima per ottenere l'anticipo desiderato $\Delta\varphi$ φ

  M = arbitrario → *

  - Il guadagno μ_R va calcolato tenendo conto di $|R_2(j\omega_c)|$ sempre per portare ω_c all'attraversamento

$$\mu_R |R_2(j\omega_c)||G(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow \mu_R = \frac{1}{|R_2(j\omega_c)||G(j\omega_c)|}$$

* Scelgo da avere valore minimo che mi fa avere picco di anticipo

Sintesi per tentativi nel dominio della frequenza (caso μ_R libero)

Con queste aggiunte, zeri e poli, può cambiare fase finale.

- Se occorre **un ritardo** e ho un polo nell'origine in $R_1(s)$, si inserisce il polo

$$R_2(s) = \frac{1}{1 + sT}$$

- Si determina T come segue (se il ritardo $\Delta\varphi$ non è eccessivo)

$$\measuredangle(1 + j\omega_c T) = -\Delta\varphi \Rightarrow T = -\tan\Delta\varphi/\omega_c$$

si sbarra al denominatore

- E si determina il valore del guadagno μ_R per portare la ω_c all'attraversamento

$|L(j\omega_c)| = 1$

$$\mu_R \left|\frac{G(j\omega_c)}{j\omega_c(1 + j\omega_c T)}\right| = 1 \Rightarrow \mu_R = \omega_c \frac{\sqrt{1 + \omega_c^2 T^2}}{|G(j\omega_c)|}$$

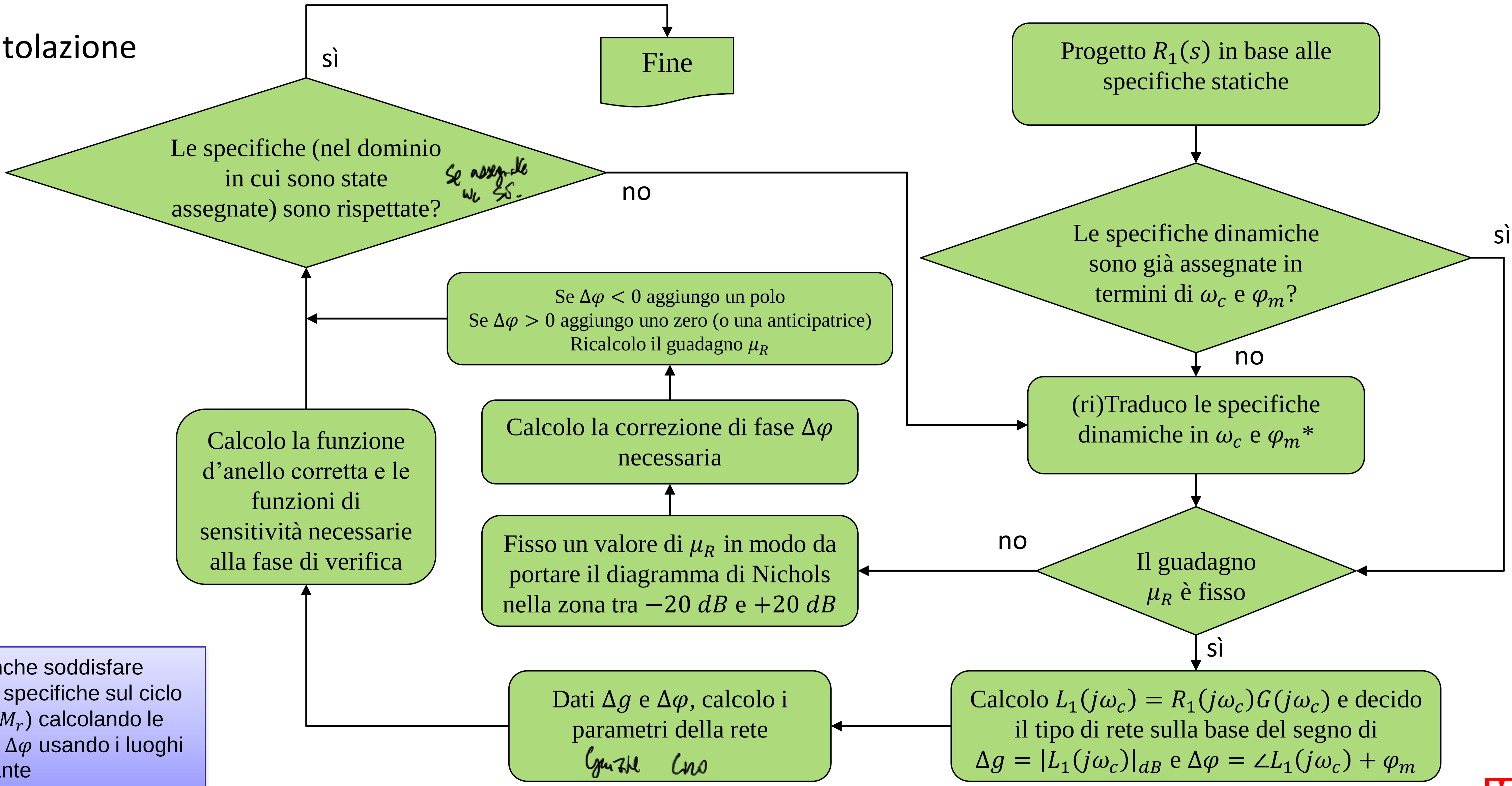
Hp: polo   Polo messo

- Nota: nel caso occorra un ritardo non è necessario che ci sia un polo nell'origine in $R_1(s)$ perché $R_2(s)$ è già realizzabile e, in tal caso

$$\mu_R \left|\frac{G(j\omega_c)}{1 + j\omega_c T}\right| = 1 \Rightarrow \mu_R = \frac{\sqrt{1 + \omega_c^2 T^2}}{|G(j\omega_c)|}$$

- … esempio precedente senza errore a regime specificato

Ricapitolazione



* È possibile anche soddisfare direttamente le specifiche sul ciclo chiuso (ω_3 e/o M_r) calcolando le correzioni Δg e $\Delta\varphi$ usando i luoghi a modulo costante