Misure Elettroniche

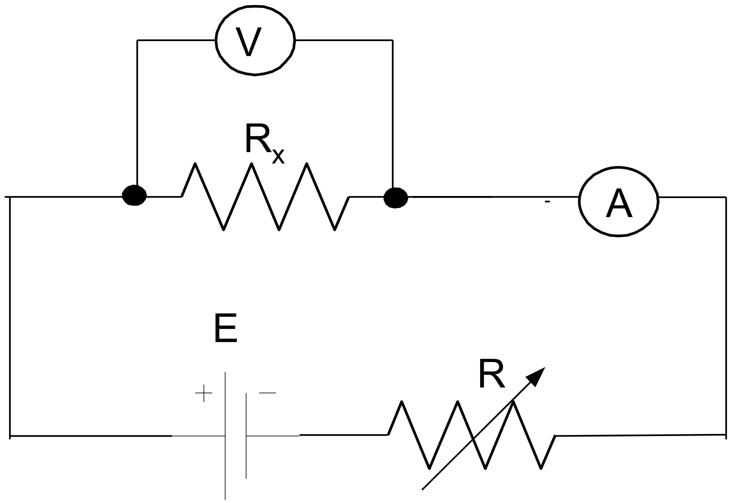
Università degli Studi della Campania *Luigi Vanvitelli*

Misure di Resistenza

Prof. Mario Luiso
Dipartimento di Ingegneria
Via Roma, 29 – 81031 Aversa (CE)
mario.luiso@unicampania.it
www.ingegneria.unicampania.it

La maggior parte di sensori sono di tipo resistivo

Misure di resistenze col metodo del volt-amperimetrico



Serve un generatore di tensione continua

Applicazione diretta della legge di Ohm

$$R_x = \frac{V}{I}$$

$$\frac{u_{R_x}}{R_x} = \sqrt{\left(\frac{u_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{u_I}{I}\right)^2}$$

Incertezza

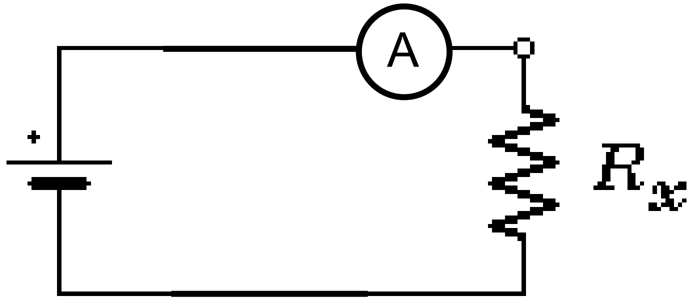
Legge di propagazione delle incertezze

$$\frac{\Delta R_x}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$$

Tolleranza

Misura di Resistenza col metodo volt-amperometrico

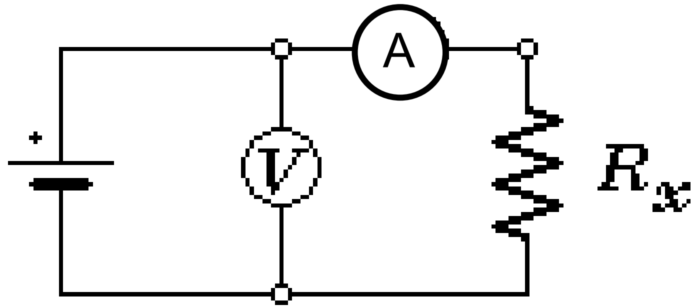
Una volta realizzata la maglia di alimentazione



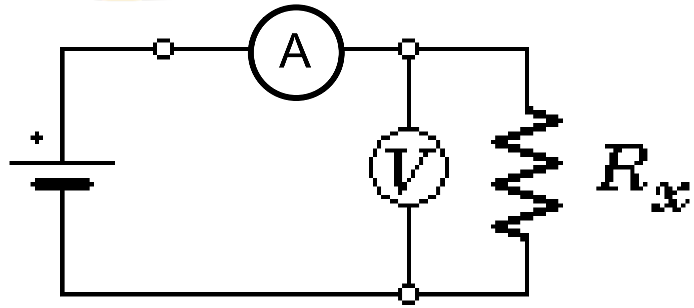
Se metto voltmetro a destra misuro corrente nel parallelo. Se a sinistra misuro tensione sulla serie

A seconda di dove si collega il voltmetro si ottiene una delle due inserzioni con differenti deviazioni sistematiche

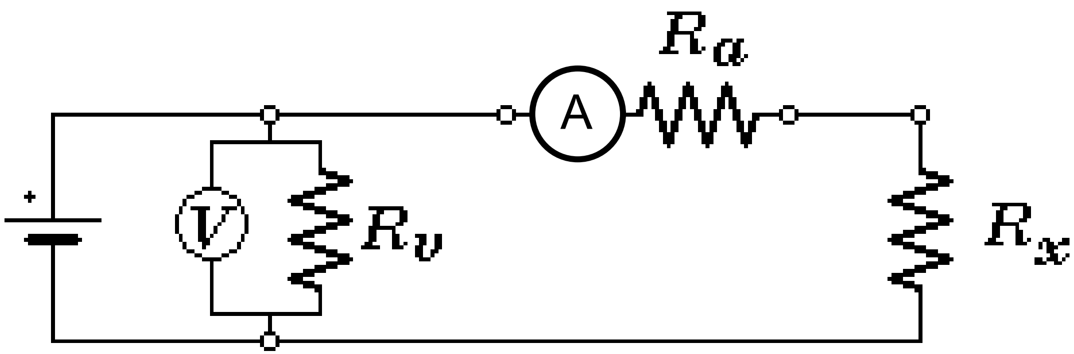
Inserzione a monte



Inserzione a valle



Inserzione a monte



La corrente misurata, I, è la stessa che attraversa R_x.

La tensione misurata, V, **non** è la stessa ai capi di R_x.

Errore sistematico legato alla non idealità dell'amperometro

Errore intrinseco del metodo di misura = sistematico

$$\frac{V}{I} = \overbrace{R_x + R_a} \Rightarrow R_x = \frac{V}{I} - R_a$$

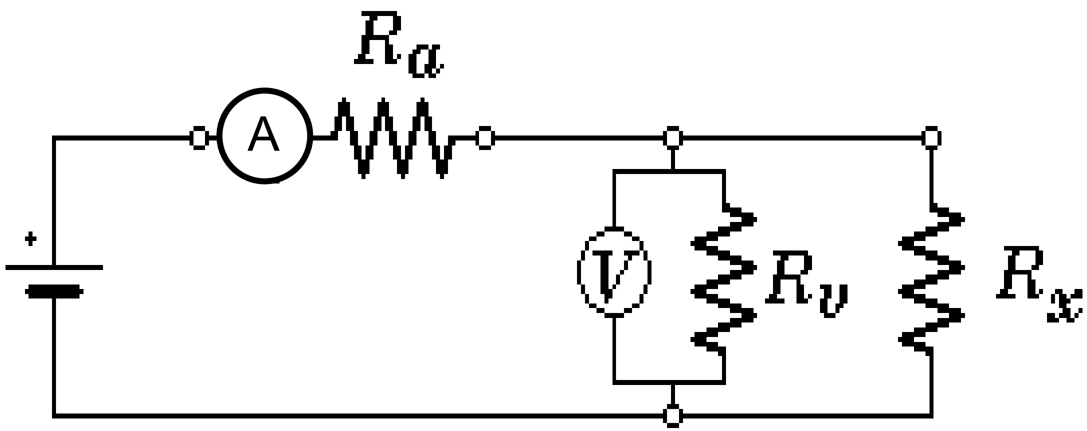
errore del metodo di misura = assoluto

$$\Delta R_{consumo} = \frac{V}{I} - R_x \Rightarrow \Delta R_{consumo} = +R_a$$

$$\frac{\Delta R_{consumo}}{R_x} = +\frac{R_a}{R_x}$$

errore relativo

Inserzione a valle



La tensione misurata, V, è la stessa ai capi di R_x.

La corrente misurata, I, **non** è la stessa che attraversa R_x.

errore sistematico legato a non idealità del voltmetro

$$\frac{V}{I} = R_x \,//\, R_v \quad \Rightarrow \quad \frac{I}{V} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_v} \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{1}{I/V - 1/R_v}$$

errore

$$\Delta R_{consumo} = \frac{V}{I} - R_x = \frac{R_x R_v}{R_x + R_v} - R_x = -\frac{R_x^2}{R_x + R_v}$$

relativo

$$\frac{\Delta R_{consumo}}{R_x} = -\frac{R_x}{R_x + R_v} = -\frac{1}{1 + R_v/R_x}$$

Se conosco Rv potrei correggere ma ho altra fonte di incertezza. Se ho bassa incertezza va bene.

è 0 se $R_v \to +\infty$

Se R_x è stesso ordine di grandezza di R_v ho errore relativo enorme.

Criteri per la scelta tra monte e valle

- L'errore di consumo (o effetto di carico) è una **deviazione sistematica e può essere corretta**. Si deve però tenere in conto dell'incertezza della correzione
- È consigliabile perciò minimizzazione l'errore di consumo.
- È consigliata:
  - La inserzione a monte quando $R_x >> R_a$;
  - La inserzione a valle quando $R_x << R_v$

Prima di misurare la R

Quando nessuna delle due disequazioni è verificata si può optare per la inserzione a valle dato che la resistenza interna del voltmetro ha valori meglio definibili, più stabili e quindi meglio utilizzabili per la correzione.

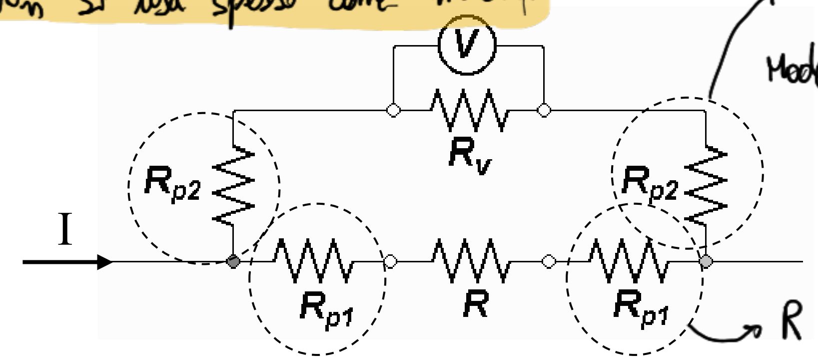
Valor medio: $\frac{1}{N_{campioni}} \sum_{k=0}^{N_{cp}-1} x(k)$

Valore efficace: $\sqrt{\frac{1}{T N_p} \int_{t_0}^{t_0+N_pT} x^2(t)\,dt} = \sqrt{\frac{1}{N_{camp}} \sum_{k=0}^{N_{camp}-1} x_k^2}$

Resistore a due morsetti

Non si usa spesso come metodo

R di connessione del voltmetro



Modello circuito così

$R = 1\Omega;\quad R_v = 10M\Omega;$

$R_{p1} = 1m\Omega;\quad R_{p2} = 1m\Omega;$

$\Delta R\% = +0,2$

$\frac{V}{I} = R + 2R_{p1}$

R di connessione col circuito di alimentazione

Ogni collegamento tra due parti di un circuito (morsetto) non è ideale (corto circuito) ma presenta una resistenza che dipende dalla **superficie di contatto** e dalla **pressione** di connessione (es R_{p1} morsetti di connessione all'alimentazione ed R_{p2} morsetti di connessione al voltmetro)

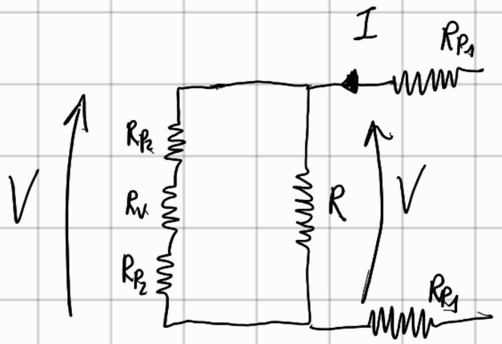
L'ordine di grandezza per connessioni ben fatte è di qualche mΩ.

Ma se la resistenza da misurare è di piccolo valore può essere significativa.

Ad esempio per un resistore di 1Ω l'effetto delle resistenze dei contatti provoca una indeterminazione di circa 0.2%.

C'è molta meno corrente che va in R_V. Nota: col voltmetro misuro la tensione ai capi di tutta la serie $R + R_{P1} + R_{P1}$

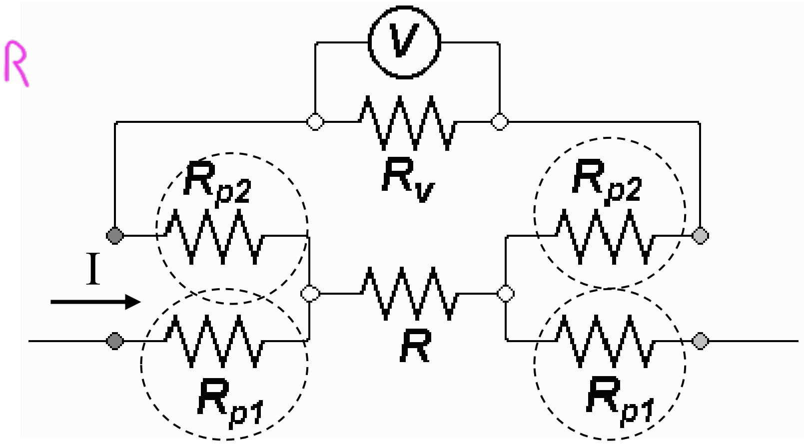
Qui il metodo introduce un errore, anche con voltmetro da 100K€.



Resistenze si fabbricano in modo che abbiano 4 morsetti

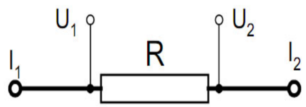
Resistore a quattro morsetti

$\frac{V}{I} = R$



$R = 1\Omega$; $R_v = 10M\Omega$;
$R_{p1} = 1m\Omega$; $R_{p2} = 1m\Omega$;

$\Delta R\% = -0{,}2 \cdot 10^{-8}$



Per piccole resistenze (<1Ω) è preferibile avere due coppie di morsetti: ad una si applica la alimentazione che provoca la circolazione della corrente (**amperometrici**) ed all'altra si preleva la caduta di tensione (**voltmetrici**).

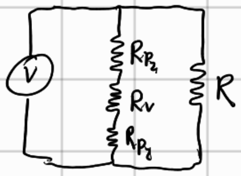
I morsetti grandi sono amperometrici quelli più piccoli voltmetrici

In questo modo l'effetto dei contatti visto dal voltmetro è estremamente ridotto (per un resistore di 1 Ω circa -0.2 10^{-8} %.)

2 sono amperometrici, connessione delle R alla maglia di alimentazione

Gli altri 2 più piccoli servono per la connessione del voltmetro. Le R_{P_2} sono più grandi.

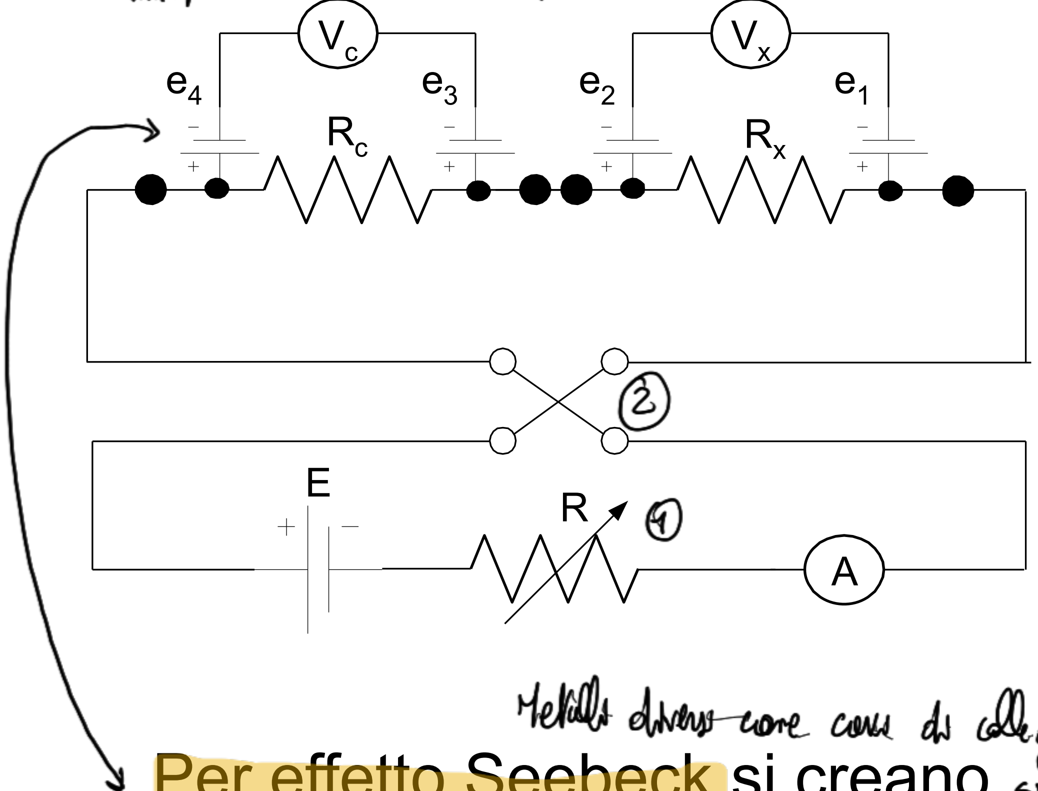
Ma va bene, perché in quel parallelo passa poca corrente.



Sconsigliabile il voltamperometrico

Misure di piccole resistenze col metodo del confronto

es: 1mA, 1Ω e 0.2mΩ per e_4 ed e_3: misuro 1mV invece che 1.2mV



2 voltmetri diversi, uno per R_c e R_x

$$\begin{cases} V_x' = I \cdot R_x + \underbrace{e_1 - e_2} \\ V_c' = I \cdot R_c + \underbrace{e_3 - e_4} \end{cases}$$

come le elimino?

$$\begin{cases} V_x'' = -I \cdot R_x + e_1 - e_2 \\ V_c'' = -I \cdot R_c + e_3 - e_4 \; * \end{cases}$$

Inverto tensione per far fluire R in verso opposto

$$\begin{cases} V_x = \dfrac{V_x' - V_x''}{2} = I \cdot R_x \\ V_c = \dfrac{V_c' - V_c''}{2} = I \cdot R_c \end{cases}$$

A patto che sistema sia TEMPO INVARIANTE (almeno a breve termine)

$$\boxed{R_x = R_c \frac{V_x}{V_c}}$$

Metalli diversi come cavi di collegamento

Per effetto Seebeck si creano forze elettromotrici al contatto tra due metalli ed il loro valore dipende dalla temperatura

si riscaldano in modo diverso

Uso 2 resistori a 4 morsetti. R_x è un resistore campione, di cui conosco con incertezza relativa molto bassa la Ω. (10-100 ppm).
Metto in serie tramite morsetti amperometrici

① Fa in modo da variare corrente che fluisce nel circuito.
Se voglio I piccola, R grande. $I = \frac{E}{R+R_c+R_x}$. Corrente massima va scelta altrimenti si squaglia tutto.

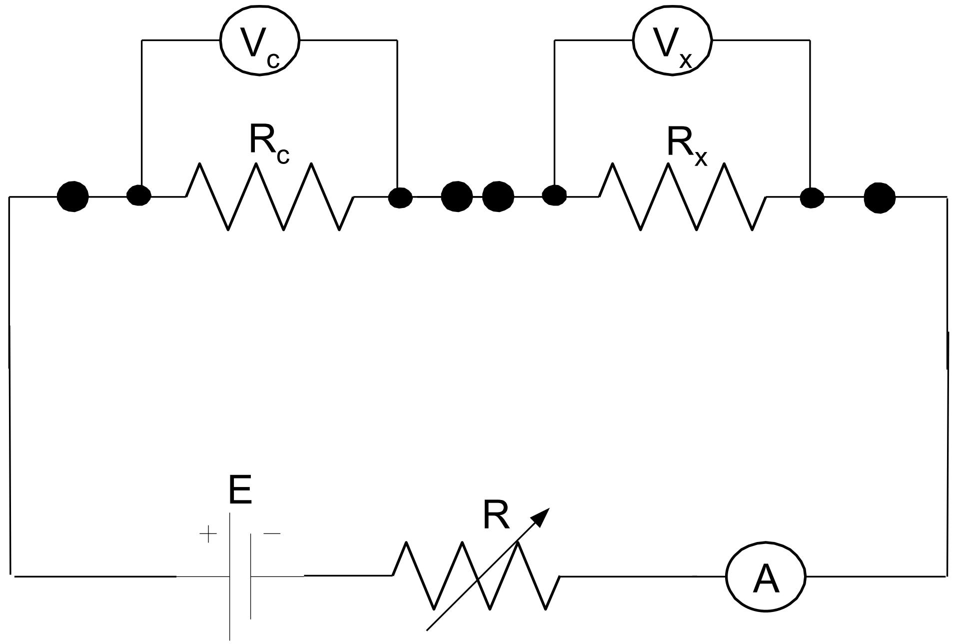
② Inverte tensione e quindi verso della corrente.
NOTA: Se ho resistore grande ho grande potenza dissipabile. Anche se ho resistenza bassa posso dissipare tanto.
Come i bulloni.

* Non dipendono dal segno della corrente: dai multimetri e dalla T, che dipendono solo dalle ampiezze

Δ Qui ci troviamo nel caso di prima per piccole resistenze: con 4 morsetti l'errore è infimo. Posso trascurarlo. Basta una R voltmetro alta.

Incertezza minore se uso stesso voltmetro, perché ho rapporto correlato

Misure di piccole resistenze col metodo del confronto



$$\begin{cases} V_x = I \cdot R_x \\ V_c = I \cdot R_c \end{cases}$$

$$\frac{V_x}{V_c} = \frac{R_x}{R_c}$$

$$\boxed{R_x = R_c \frac{V_x}{V_c}}$$

Se $R_c \approx R_x$, allora ho u_{Vx} e u_{Vc} identiche, $\rho \approx 1$, diminuisce incertezza portandola vicino a 0,*

$$\frac{u_{Rx}}{R_x} = \sqrt{\left(\frac{u_{Rc}}{R_c}\right)^2 + \left(\frac{u\left(V_x/V_c\right)}{V_x/V_c}\right)^2} = \sqrt{\frac{u_{Rc}^2}{R_c^2} + \frac{u_{Vx}^2}{V_x^2} + \frac{u_{Vc}^2}{V_c^2} - 2\rho\frac{u_{Vx}}{V_x}\frac{u_{Vc}}{V_c}}$$

Un'incertezza inferiore rispetto al metodo volt-amperometrico

* a prescindere dal voltmetro, mi avvicino all'incertezza del campione.

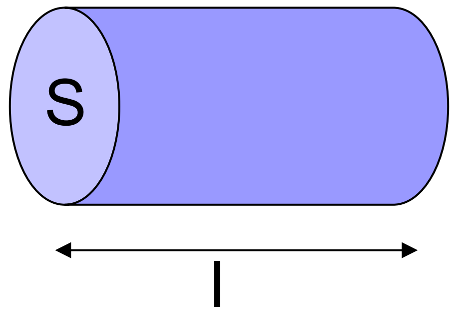
Misure di Resistività

↳ Perché serve?

$$R_x = \frac{V_x}{V_c} R_c$$

$$R_x = \rho_x \frac{l}{S}$$

Non posso usare metodo voltAmperometrico!
Le ρ sono piccole: anche con l grande ho R_x piccola!



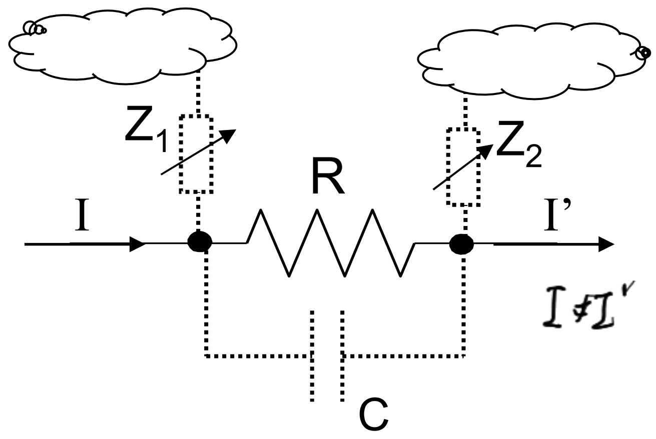
$$\rho_x = R_x \frac{S}{l} = R_c \frac{V_x}{V_c} \frac{S}{l}$$

$$\frac{u_{\rho_x}}{\rho_x} = \sqrt{\left(\frac{u_{R_x}}{R_x}\right)^2 + \left(\frac{u_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{u_l}{l}\right)^2}$$

$$\frac{u_{\rho_x}}{\rho_x} = \sqrt{\left(\frac{u_{R_c}}{R_c}\right)^2 + \left(\frac{u(V_x/V_c)}{V_x/V_c}\right)^2 + \left(\frac{u_S}{S}\right)^2 + \left(\frac{u_l}{l}\right)^2}$$

stesse considerazioni di prima: incertezza piccola con voltmetro cinese.

Misura di grandi resistenze (Valore Ohmico >1MΩ (convenzione))



L'effetto di accoppiamento elettromegnetico tra le parti del di un circuito e le masse metalliche circostanti può determinare una variazione della corrente in un ramo: $I \neq I'$

↳ Si crea un condensatore: vero circuito ha altri parametri parassiti capacitivi

L'effetto normalmente è non significativo a meno che le correnti in gioco non siano molto ridotte come ad esempio avviene nella misura della **grandi resistenze** (>1MΩ)*

La variazione di corrente può essere modellata con **impedenze fittizie di dispersione** che collegano le parti del circuito e le masse esterne dette parassite. L'accoppiamento è aleatorio.

L'accoppiamento tra i due morsetti del resistore può essere modellato con una **capacità parassita**

Nota: con resistenze piccole problema non si pone: non limito il passaggio di corrente. Se R grande, I può pensare di trovare percorsi alternativi con grande resistenza

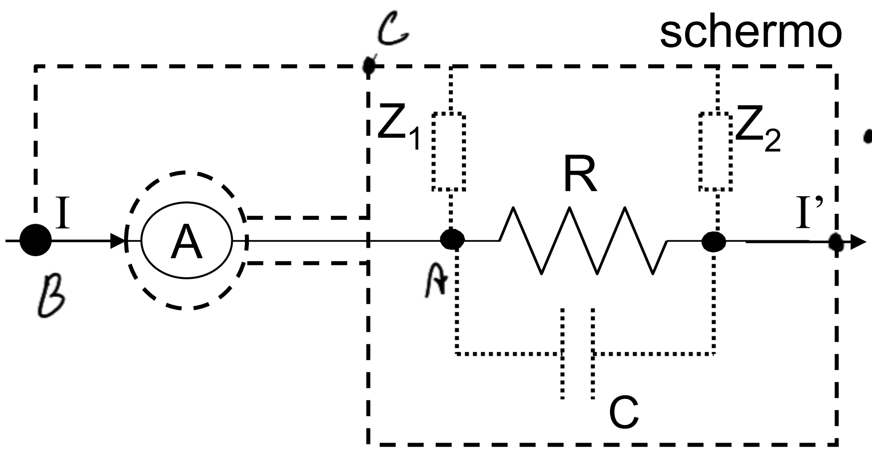
* Es: percorso da 10 MΩ con R da 1 MΩ.

Accoppiamento è ALEATORIO: se sposto il conduttore cambia tutto.

Misura di grandi resistenze

schermo metallico = gabbia di Faraday. R e schermo sono a distanza fissa. Ho 3 impedenze fittizie:

- Dispersione tra morsetti di R e schermo metallico
- Effetto capacitivo in // a R per 2 conduttori



Per evitare l'aleatorietà dell'accoppiamento si introduce uno schermo metallico (resistore a tre morsetti) che rende sistematico l'effetto

Tipicamente essendo lo schermo vicino al resistore il valore delle conduttanze di dispersione **aumenta**.

Si deve perciò utilizzare il potenziale dello schermo per ridurre il valore delle correnti di dispersione: $I_d = \Delta V * G$

Si collega lo schermo ad un valore prossimo a quello del potenziale più alto

Anche l'amperometro e il cavo devono essere schermati

1) Collego lo schermo al potenziale più alto di R.

A è allo stesso potenziale di B con buona approssimazione.

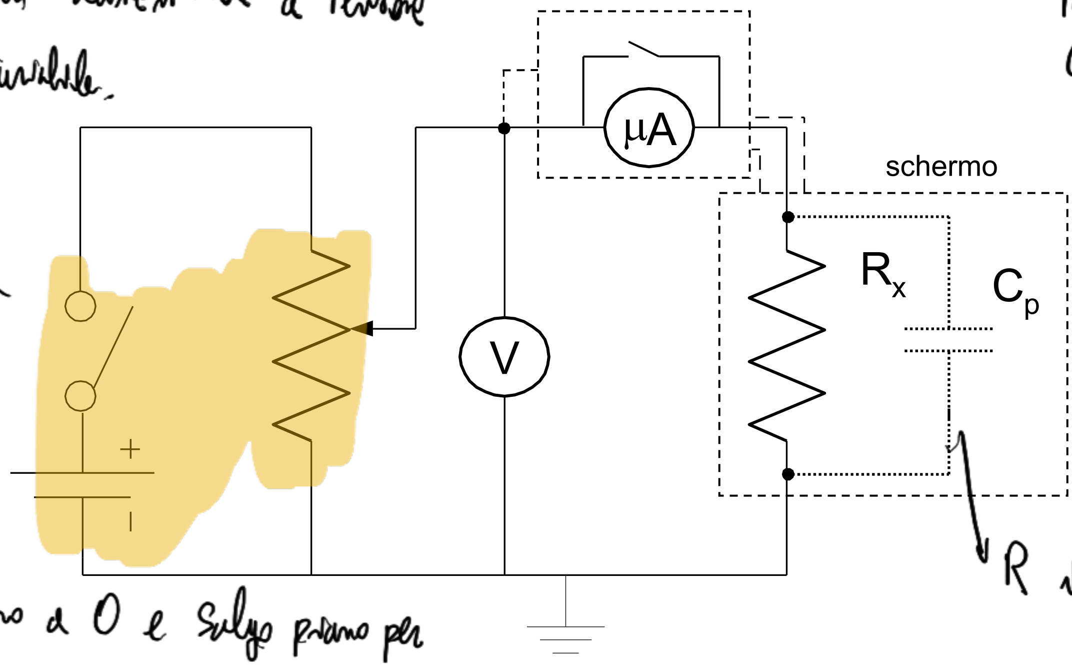
Collego C a B, quindi tensione ai capi di Z_1. Corrente che misuro da B è uguale alla corrente in R (trascurando per ora condensatore).

- Anche amperometro e cavo vanno schermati per evitare impedenze di dispersione

Uso metodo voltamperometrico, errori trascurabili, stessa cosa per effetto seebeck.

Misura di grandi resistenze

Modello un alimentatore a tensione variabile.



Parto col generatore spento e acceso a 0. Condensatore parte scarico. Si carica istantaneamente, perché la R serie è 0. Poi assorbe 0 corrente a regime. In transitorio il condensatore assorbe una corrente molto grande, più grande di quella a regime e lo squaglio.

$$R_x = \frac{V}{I}$$

Metto allora corto durante transitorio

R in serie qui piccolissima

Parto vicino a 0 e salgo piano per non scassare niente.

Nel **transitorio** ci sono correnti elevate a causa della capacità parassita: si chiude un corto in parallelo all'amperometro per proteggerlo. A regime si apre per effettuare la misura.

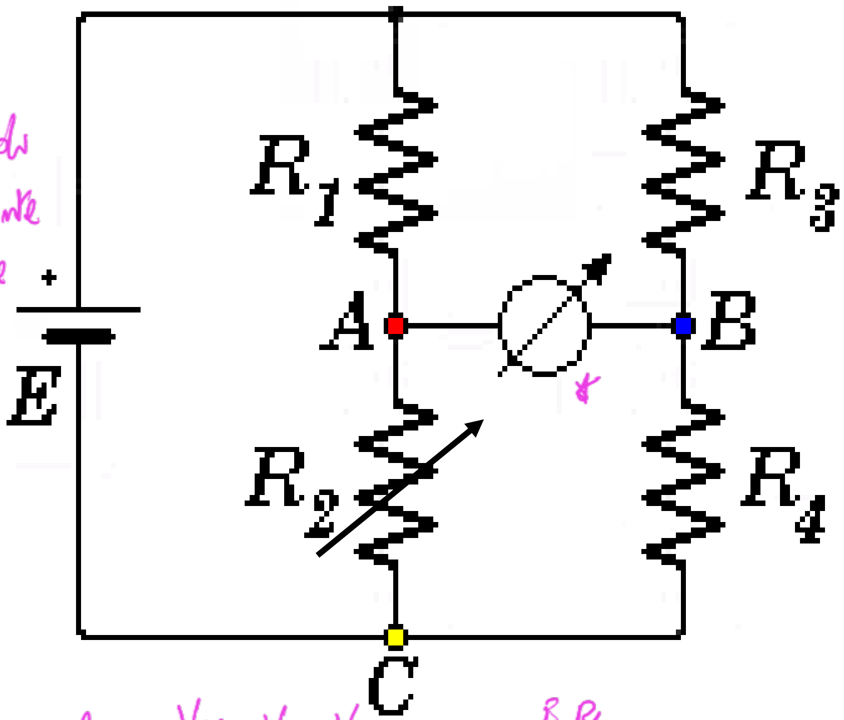
Assume particolare importanza, la stabilità della sorgente di alimentazione, in quanto variazioni della tensione comportano variazione della corrente nella capacità parassita.

Se per caso la tensione su C_0 cambia, innesco dei transistors continui che danno dei picchi di corrente.
Importante avere V di alimentaz. quanto più stabile possibile.

4 Resistenze. R_1 quella da misurare. R_2, R_3, R_4 note. R_2 variabile, RESISTORE A DECADI

Il ponte di Wheatstone

Generatore di tensione costante per far scorrere corrente



Trascuriamo lui. $V_{AB} = V_{AC} - V_{BC} \longrightarrow \frac{E R_4}{R_3+R_4}$

Caduta su $R_2 = \frac{E R_2}{R_1+R_2}$

$$V_{AB} = V_{AC} - V_{BC}$$

$$V_{AB} = E\frac{R_2}{R_1+R_2} - E\frac{R_4}{R_3+R_4}$$

$$V_{AB} = E\left(\frac{1}{R_1/R_2+1} - \frac{1}{R_3/R_4+1}\right)$$

se vale 0

$$V_{AB} = 0 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$R_1 = \frac{R_3}{R_4} R_2$$

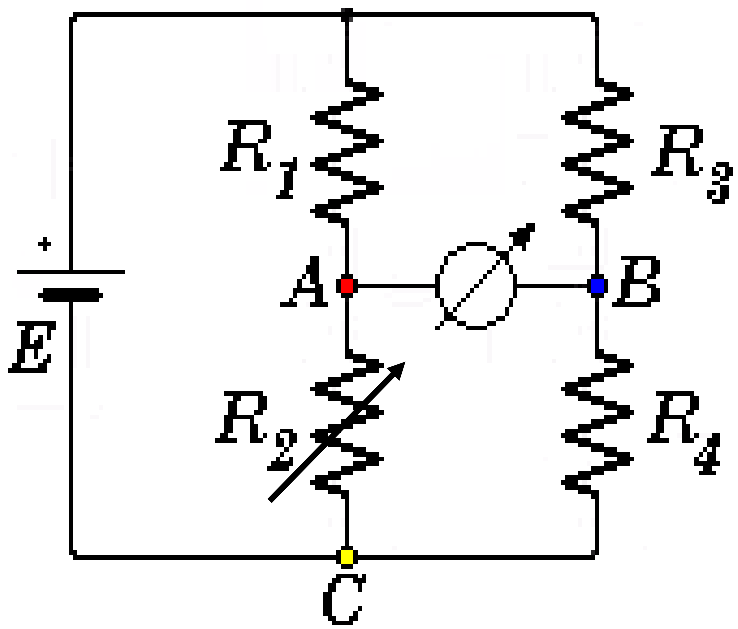
In tutti gli altri strumenti c'era l'indicazione di uno strumento di misura

ACCURATEZZA DEL METODO NON DIPENDE DALLO STRUMENTO DI MISURA

Monto il circuito così come sono disegnate. Se accendo alimentatore la corrente fra A e B non sarà mai 0. Faccio cambiare R_2 fino a quando galvanometro (amperometro reale, $R_m \neq 0$ in serie) non legge 0. Se corrente nella $R_m = 0$, allora $V_{AB} = R_m I = 0$. Potrei anche usare voltmetro. Ma tanto corrente nulla implica tensione nulla.

Se $I = 0$, PONTE É ALL'EQUILIBRIO.

Il ponte di Wheatstone



La resistenza incognita R_1 può essere misurata indirettamente variando il valore di R_2 (resistore a decadi) fintanto che il ponte raggiunge l'equilibrio e quindi applicare la relazione di misura

$$R_1 = \frac{R_3}{R_4} R_2$$

incertezza qui può essere più bassa rispetto alle singole R_3 ed R_4.

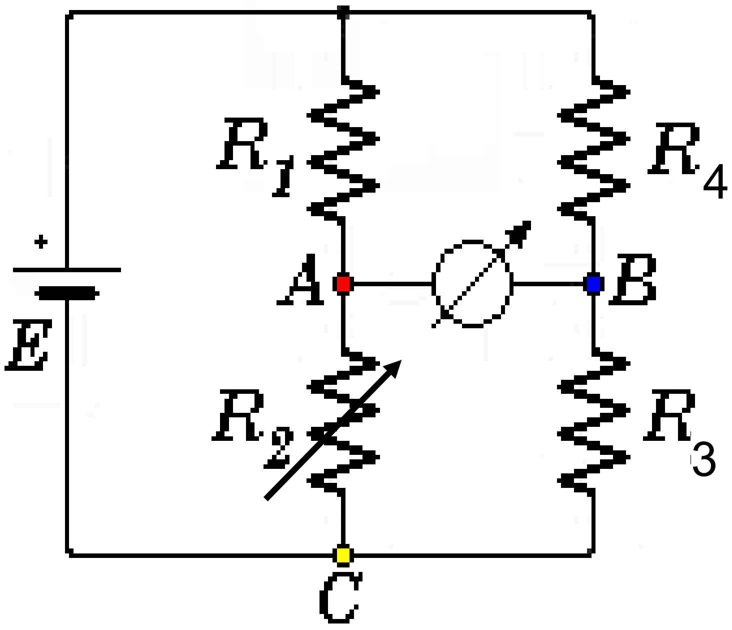
$$\frac{u_{R_1}}{R_1} = \sqrt{\left(\frac{u_{R_2}}{R_2}\right)^2 + \left(\frac{u(R_3/R_4)}{R_3/R_4}\right)^2}$$

In pratica si trasferisce l'incertezza con cui si conosce R_2 a R_1

Se scambio le posizioni, posso ritrovare l'equilibrio con 2 misure

Il ponte di Wheatstone con doppia pesata

METODO DELLA DOPPIA PESATA



Il risultato di misura si può ulteriormente migliorato con due misure distinte invertendo di posto R_3 e R_4

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_3}{R_4} R_2 \\ R_1 = \dfrac{R_4}{R_3} R_2' \end{cases} \Rightarrow R_1^2 = R_2 R_2'$$

$$R_1 = \sqrt{R_2 R_2'}$$

Sempre considerando Hp di tempo-invarianza del sistema (almeno sul breve termine)

incertezza sicuramente più bassa. R_2 è un resistore campione

I due valori di resistori sono ovviamente correlati

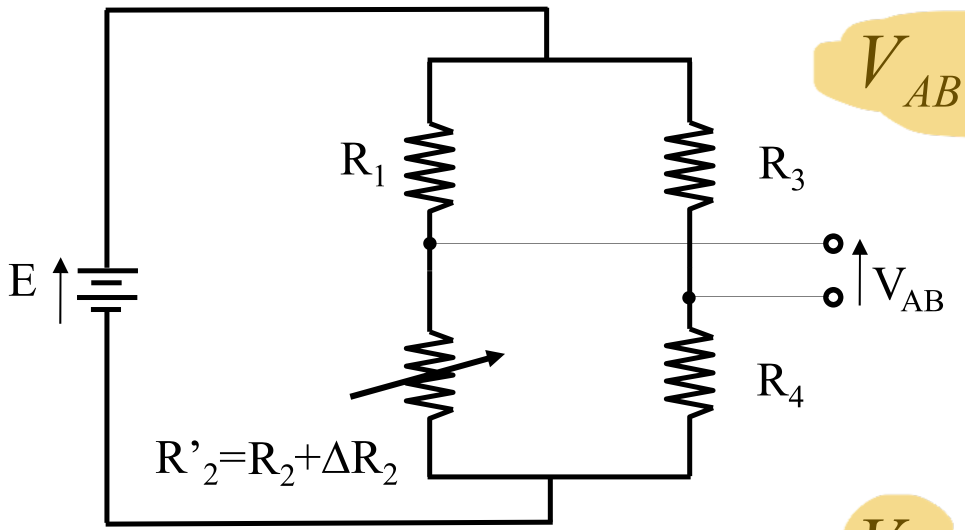
R_3 ed R_4 possono anche essere resistenze ignote. Metodo indipendente dallo strumento di misura (galvanometro) e dalle resistenze R_3 e R_4.

Altra applicazione: condizionare un sensore resistivo. Sensore che è una resistenza che varia con qualche parametro fisico (forza, luce...). Sfrutto questa proprietà per misurare quella grandezza fisica

Il ponte di Wheatstone a Sbilanciamento

Scelgo le 4 resistenze in modo che il ponte sia all'equilibrio, cioè per $V_{AB}=0$ *

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$



$$V_{AB} = E\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) = 0$$

$$R'_2 = R_2 + \Delta R_2$$

$$V_{AB} = E\left(\frac{R'_2}{R_1 + R'_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4}\right) \neq 0$$

Il ponte può essere utilizzato anche come **condizionamento analogico** per trasformare una variazione di resistenza un una variazione di tensione ad essa proporzionale

Dal valore di V_{AB} deduco il valore di ΔR_2

È utilizzato sensori di tipo resistivo.

Come misuro variazione di R?

Hp: R_2 sensore che varia. Passo da R_2 a $R_2' = R_2 + \Delta R_2$.

Ora cambio R_2 e ho che ponte non è più all'equilibrio.

Misuro ΔR_2 a partire da V_{AB}. Con equazione inversa trovo $\Delta R_2 = f(V_{AB})$.

Conoscendo relazione tra ΔT e ΔR_2, trovo la funzione $\Delta T = g(V_{AB})$.