

Esercitazione sul luogo delle radici

Esercizio 1

- ◆ Si vuole progettare il sistema di controllo di un sistema instabile con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1}{s - 2}$$

- ◆ Con le seguenti specifiche
 - Errore nullo a regime in risposta ad un riferimento a gradino
 - Struttura di regolatore standard
 - Modi evoluzione aperiodici
 - Tempo di assestamento all'1% di circa 1 s

Guadagno di un polo della L

$$|P| = \frac{\prod_{i=1}^m |s - p_i|}{\prod_{i=1}^{n-k} |s - z_i|}$$

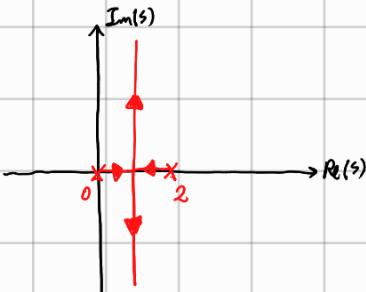
$$L(s) = P \cdot \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{i=1}^{n-k} (s - p_i)} = P \frac{N^*(s)}{D(s)}$$

$$T_{ass,1} \approx 1s \Rightarrow T_{ass} \approx \frac{-\ln(0.01)}{\bar{\sigma}} \Rightarrow \bar{\sigma} \approx s$$

$$Y(x) = -\frac{D(x)}{N^*(x)}, \text{ punti doppi sono min e max di } f$$

1) Errore a regime nullo: Polo nel reale

$$L(s) = \frac{1}{s(s-2)}$$



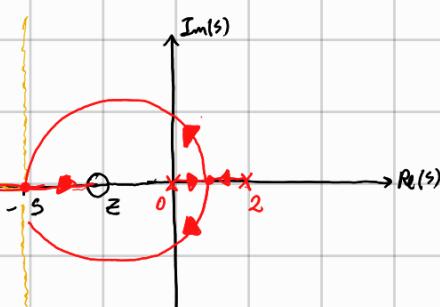
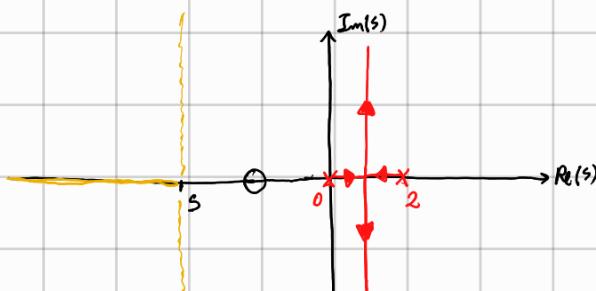
Instabile. E per specifiche \rightarrow poli li

raggio suasse reale.

• $T_{ass,1} = 1s \Rightarrow$ Polo a simmetria di una certa linea

Dopo spostare polo: posso farlo

con uno Zdro.



Strategia: seleggo Z/punto doppio è -s.

$$L(s) = \frac{M_k(s-z)}{s(s-2)}$$

Po' impone punto doppio in -s calcolo la denuncia.

$$Y(x) = \frac{x(x-2)}{x-z} \Rightarrow \frac{d}{dx} Y(x) = \frac{(2x-2)(x-2) - (x^2-2x)}{(x-z)^2} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 2z^2 + 2z = 0 \Rightarrow x^2 - 2zx + z^2 = 0$$

$$z + \sqrt{z^2 - 2z}$$

$$x_{1,2} = \frac{z \pm \sqrt{z^2 - 2z}}{2} = \begin{cases} z & z > 0 \\ -z & z < 0 \end{cases}$$

$$(z+s) = \pm \sqrt{z^2 - 2z}$$

$$z^2 + 10z + 25 = z^2 - 2z \Rightarrow 12z = -25$$

$$z = \frac{-25}{12} \approx -2$$

Quindi, $R(s) = \frac{M_R(s+2)}{s}$ Realizzabile? Sì. Bisogna trovare M_R

Approssimazione accettabile, visto i poli si muovono.

S scelto è -5 per trovare P :

$$P = \frac{|-5-0|-|5-2|}{|-5+2|} = \frac{5-7}{3} = \frac{25}{3} \approx 12$$

$$R(s) = \frac{12(s+2)}{s}$$

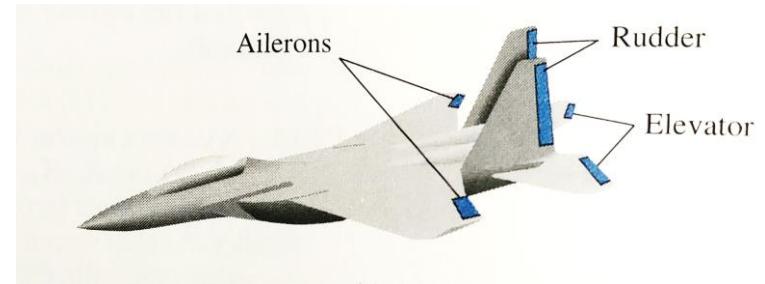
• Skewness Regulation standard:

$$R(s) = 12 \left(1 + \frac{2}{s} \right) \xrightarrow{\text{Kp, Ki}}$$

Esercizio 2

- ◆ Si vuole progettare il sistema di controllo della velocità di beccheggio di un velivolo ad alte prestazioni, il cui modello linearizzato è

$$G(s) = \frac{1}{(s - 1)(s^2 + 10s + 41)}$$



- ◆ Con le seguenti specifiche
 - Struttura di regolatore standard
 - Errore a regime nullo in risposta a riferimenti a gradino
 - Smorzamento dei poli superiore a 0.2
 - Tempo di assestamento all'1% inferiore a 2.5 s

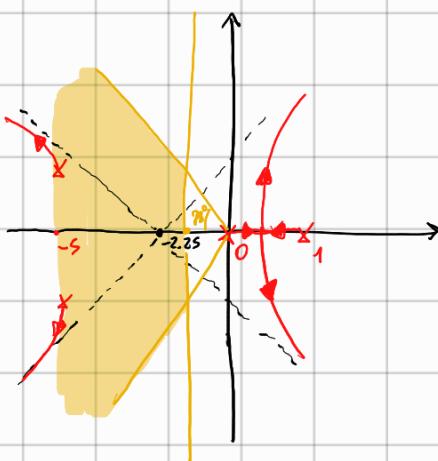
g22
 0 < aero(0.2)
 ≈ 78°

ES. 2

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s^2 + 10s + 41)}$$

Astabile: polo in 0

• altra 2 poli in $-5 \pm 4j$



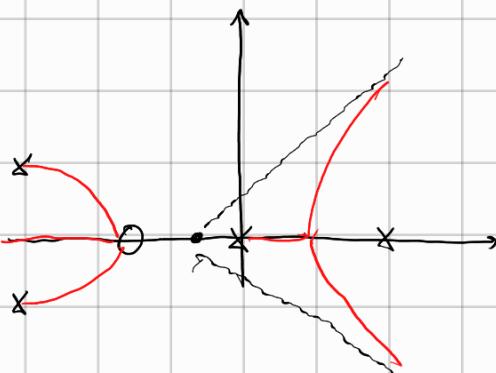
Calcolo centro degli asymptoti:

$$x_A = \frac{1}{\sqrt{m}} \left(\sum_{n=1}^m p_n - \sum_{n=1}^m z_n \right) \approx -2.25, \text{ e asintoto a } 45^\circ$$

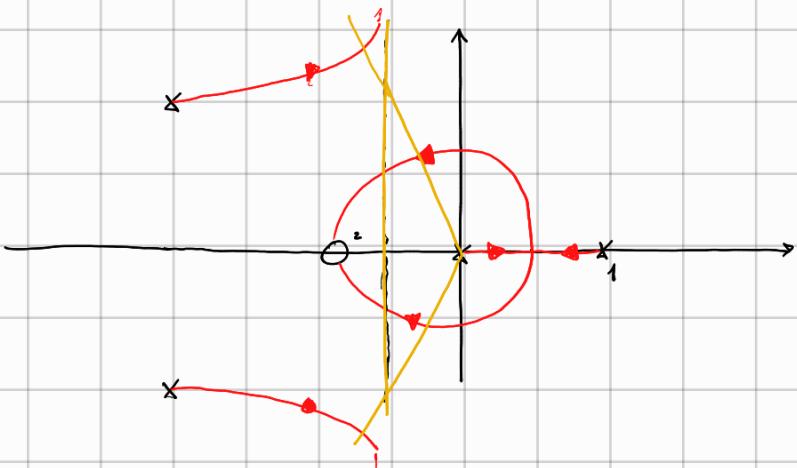
Per il tempo di assorbimento, $\bar{\theta} \approx -2$

$$\xi > 0.2 \Rightarrow \theta < \arccos(0.2) \approx 78^\circ$$

Se metto 1 zero:



Provo a mettere 2 zeri coincidenti: ho escluso polo-zero = 2, ho asintoto verticale



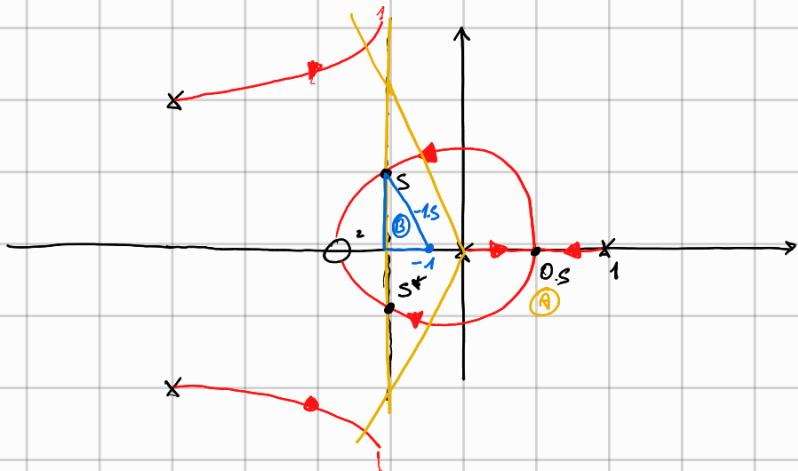
Rp: scegli zero in modo che asintoto

altra centro in -2, lento per
lass.

$$X_R = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^m p_i - \sum_{i=1}^m z_i}} = \frac{1}{2} (-5 - 5 - 0 + 1 - 2z) = \frac{1}{2} (-9 - 2z) = -2 \Rightarrow z = 9 + 2z$$

$$2z = -5 \Rightarrow z = -\frac{5}{2}$$

Quindi, $R(s) = \frac{M_R(s+2s)^2}{s}$, debbo scegliere s.



Approssimazione: immagino sia una circonferenza anche se non è così.

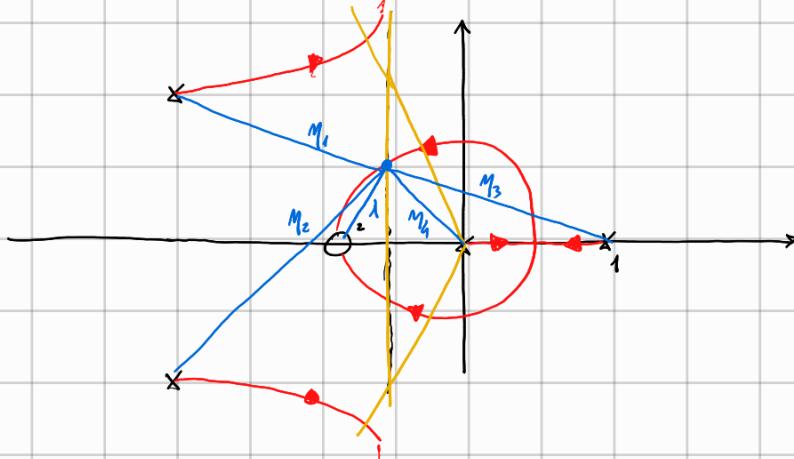
(A) Cerca 0.5 \Rightarrow Raggio è $+2 \frac{s+0.5}{2} = 1.5$

(B) M_1 mette da centro e uso legge di Pitagora: $y \approx \sqrt{(1.5)^2 - 1^2} \approx 1.12$

Ora posso calcolare il valore di P:

$$P = \frac{\prod_{n=1}^m |s - p_n|}{\prod_{n=1}^m |s - z_n|}$$

Nota: l'è da cartare con
molte applicazioni 2.



Da qui ho che $P \approx 120$

$$R(s) = 120 \frac{s^2 + 5s + 62s}{s} = \underbrace{\frac{K_p T_0 s^2 + K_p s + K_p / T_I}{s}}_{\text{Regolatore PID in questa forma}}$$

$$K_p T_0 = 120 \quad K_p = 600 \quad K_p / T_I = 750 \Rightarrow K_p = 600 \quad T_0 = \frac{120}{K_p} = 0.2s \quad T_I = 0.8s$$

NOTA: Lui non è plausibilmente realizzabile.

$$\text{Allora, } R_D(s) = \frac{ST_0 K_P}{1 + \frac{ST_0}{N}} \quad N = 5 \pm 20.$$

Ottendo molto più di finora realizzabile. Ora dico che la scelta di N non è imposta dalle specifiche.

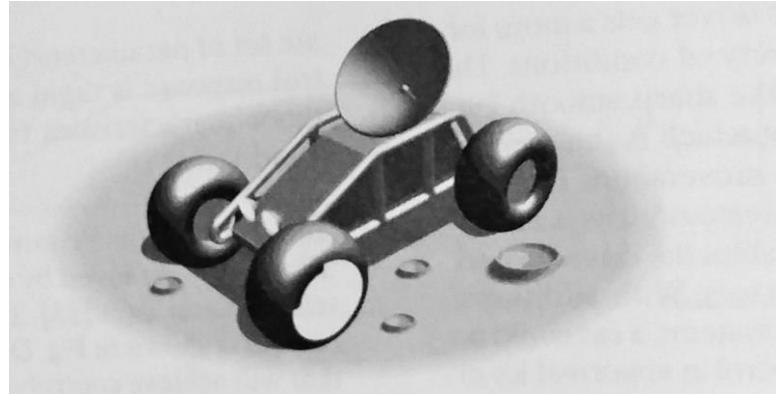
Dovremo infilare il valore degli altri 2 poli per le specifiche sullo smorzamento

Esercizio 3

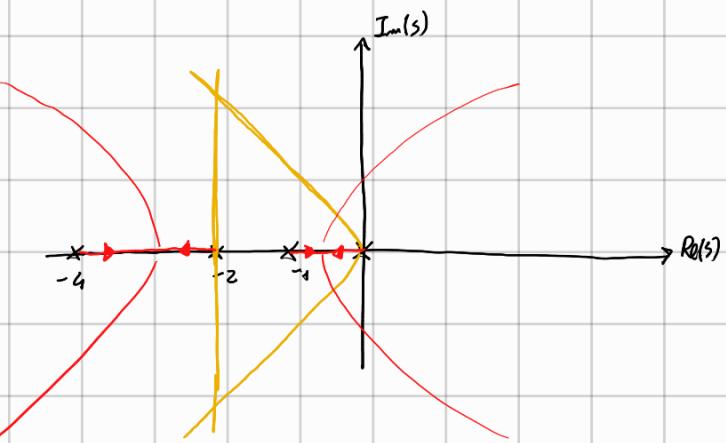
- ◆ Si vuole progettare il sistema di controllo di sterzata di un veicolo autonomo, il cui modello linearizzato è

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+4)}$$

- ◆ Con le seguenti specifiche
 - Struttura di regolatore standard
 - Tempo di assestamento inferiore a 2.5 s
 - Sovraelongazione percentuale inferiore al 10%
 - Astatismo rispetto a disturbi costanti in catena diretta



$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)(s+4)}$$



• Astabiamo per due punti costanti = polo dm R

• Specifichi su sommatorizzazione:

$$S\% = 100 e^{-\frac{\pi \theta}{\sqrt{1-\eta^2}}}$$

FORMULA INVERSA: $\theta = \frac{\ln(S\%/100)}{\sqrt{\eta^2 + \ln^2(S\%/100)}}$

\Downarrow
 $S\% < 10\% \Rightarrow \theta > 0.6 \Rightarrow \theta < \arccos(0.6) \approx 53^\circ$

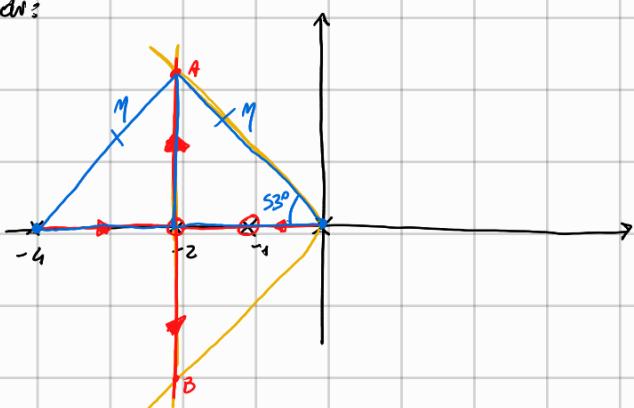
$$\bar{\theta} = 2$$

Questo sistema fa cagare entro 2 zeri,

per cancellare poli per esempio.

Metto zero in -1 e -2.

Quindi:



Bancarro è in -2, come c'era avvistato.

Trovò P che mi porta ad avere poli a banda. Ho solo 2 poli.

$$R(s) = M_R \frac{(s+2)(s+1)}{s}$$

Dove trovare $\eta \approx \sqrt{11} \Rightarrow P = \eta^2 = 11$. Trova un regolatore standard.

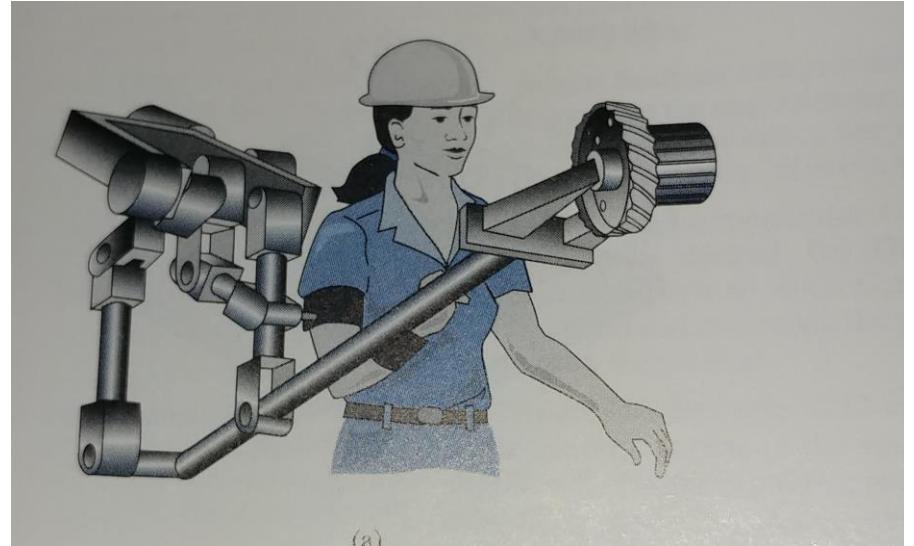
Esercizio 4

- ◆ Si vuole progettare il sistema di controllo di un esoscheletro, il cui modello linearizzato è

$$G(s) = \frac{8}{s(2s+1)(0.05s+1)}$$

- ◆ Con le seguenti specifiche

- Coefficiente di smorzamento dei poli dominanti compreso tra 0.5 e 0.7
- Tempo di assestamento al 2% di circa 1 s



$$G(s) = \frac{\frac{8}{20} s(s+0.5)(s+20)}{s(s+0.5)(s+20)} = \frac{8}{s(s+0.5)(s+20)}$$

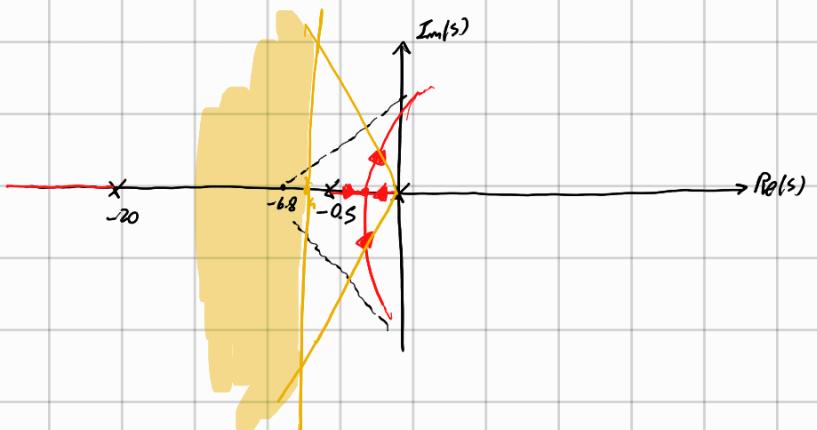
$$G(s) = \frac{8}{s(2s+1)(0.05s+1)} = \frac{8}{2 \cdot \frac{1}{2}s(s+0.5)(s+20)} = \frac{80}{s(s+0.5)(s+20)}$$

• Compreso tra 0.5 e 0.7: punto da

Q. Se se ho $\xi=0.5$ ho risposte.

$$\xi > 0.5 \Rightarrow \theta \leq 60^\circ$$

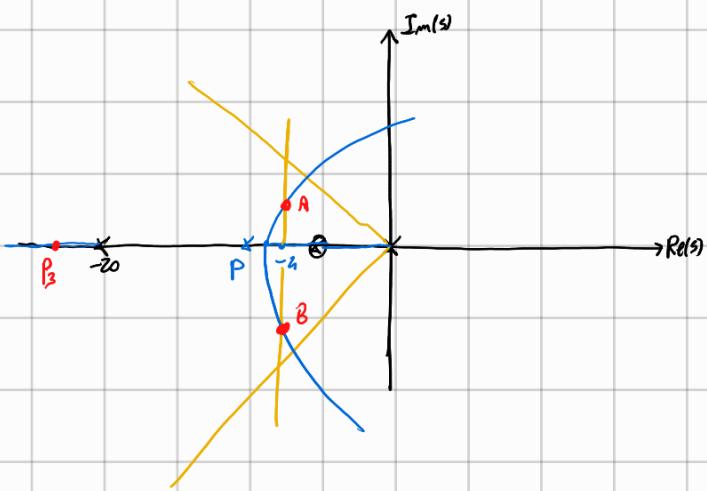
$$T_{\text{aq}} \approx \frac{4}{\bar{\sigma}} \Rightarrow \bar{\sigma} \approx 4$$



• Provo a cancellare polo in -0.5 . Il polo nell'origine lo ho nel sistema. Mi servirebbe polo di forza realizzabile ad

alte frequenze, che non mi piace. Allora aggiungo polo per far spostare punto doppio a 4 .

Poi vediamo che succede in termini di asintoti.



Motiv: non metto punto doppio nel -4 , ma prima si trova e definisco intersezione.

Motiv è scegliere P / punto doppio è $-s$, per esempio. Basta che sia dopo -4 .

Come prima, stampo punto doppio.

Dobbiamo trovare A e B . So solo punto reale. Qua che faccio?

Se $\gamma \geq 2$, bussando dei poli $CA = CC$.

$$x_6 = \frac{1}{m} \sum p_i. \quad \text{Quindi ho una nuova equazione e trovo dove si trova } p_3.$$

$$x_6 = \frac{1}{3}(-32s) = \frac{1}{3}(-4 - 4 - p_3) \Rightarrow p_3 = -24s. \quad \text{Conosco } p_3 \text{ e trovo gli altri 2 poli con divisione di polinomi.}$$

Punto reale la cosa

Basso trovo \tilde{P} e trovo gli altri 2 poli.

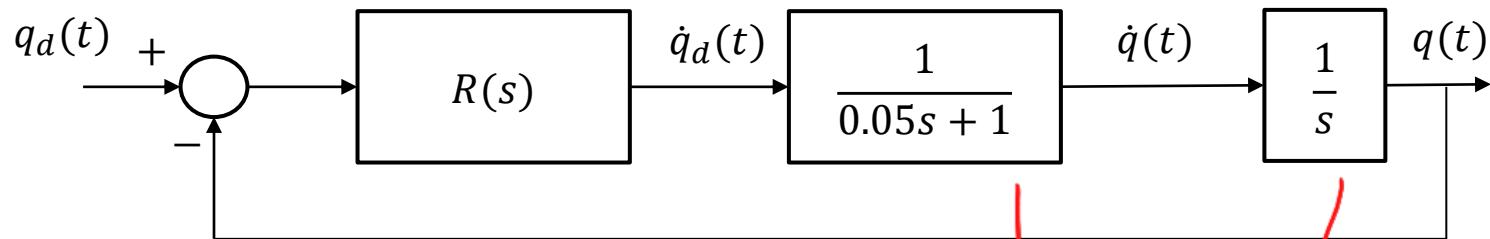
$$\tilde{P} = 1323. \quad \text{Sono punti non maggiorati per verificare.}$$

$$MR = \frac{P}{80}, \text{ che conclude.}$$

Trovato alla fine $R(S) = MR \frac{S+0.5}{S+12.5}$ Retta anticipante, che serve come

Esercizio 5

- Si vuole progettare il sistema di controllo della posizione di giunto del robot manipolatore MECA500 controllato in velocità, sapendo che la funzione di trasferimento del giunto controllato in velocità è quella in figura



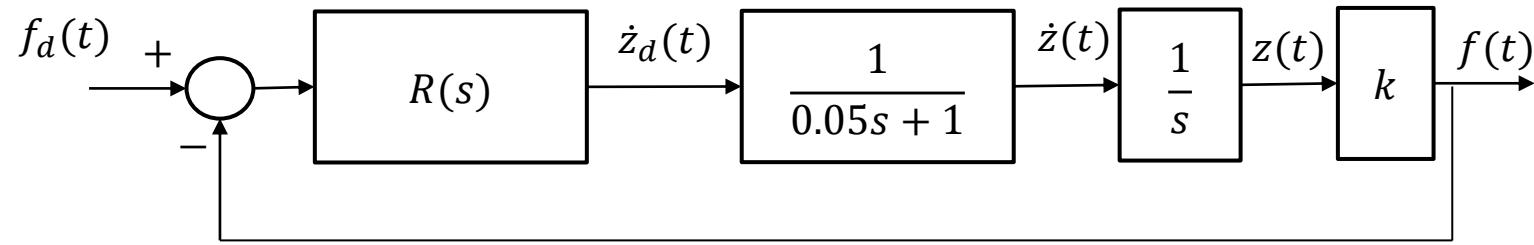
- Con le seguenti specifiche

- Sovraelongazione percentuale inferiore al 10%
- Tempo di assestamento all'1% di circa 200 ms
- Attenuazione del rumore di misura di almeno 40 dB a 200 rad/s

1 Sistema di ordine 2. Quanto crea regolare uno polo-zero.
 Sistema complesso è del 2° ordine.
 Scendo da -20dB a decade. Un deve stare
 decade prima di 200 → 20 p. 6

Esercizio 6

- Si vuole progettare il sistema di controllo di forza del robot manipolatore MECA500 controllato in velocità (in mm/s), sapendo che la funzione di trasferimento del robot controllato in velocità è quella in figura



e che la rigidezza k del contatto tra robot e ambiente è pari a 2 N/mm.

- Con le seguenti specifiche
 - Sovraelongazione percentuale inferiore al 10%
 - Tempo di assestamento di circa 500 ms
 - Attenuazione del rumore di misura di almeno 40 dB a 100 rad/s



ATINano43