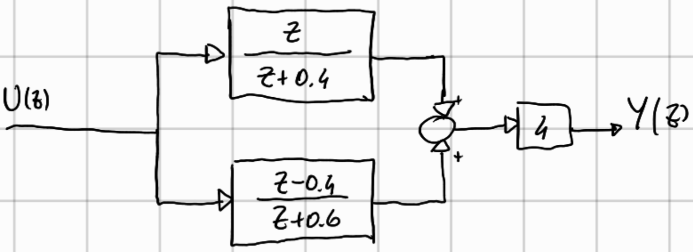
1



Sistema é AS e completamente ragg. e osservabile.

Trovare $y(k)$ se $u(k)=(0.5)^k$, $k\geq 0$.

$$Y(z)=G(z)U(z)$$

Con $G(z)=\left(\frac{z}{z+0.4}+\frac{z-0.4}{z+0.6}\right)\cdot 4=\frac{z^2+0.6z+z^2-0.16}{(z+0.4)(z+0.6)}\cdot 4$

$$Y(z)=4\cdot\frac{z}{z-0.5}\cdot\frac{z^2+0.6z+z^2-0.16}{(z+0.4)(z+0.6)}=z\left(\frac{r_1}{z+0.4}+\frac{r_2}{z+0.6}+\frac{r_3}{z-0.5}\right)$$

Poli negativi ⇒ Alternanti, Convergenti perché $||<1$.

$$r_1=\frac{4}{-0.4-0.5}\cdot\frac{(-0.4)^2+0.6(-0.4)+(-0.4)^2-0.16}{-0.4+0.6}=\frac{4}{-0.9}\cdot(-0.4)=1.78$$

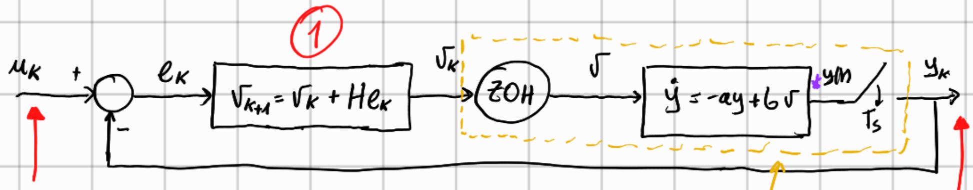
$$r_2=\frac{4}{-0.6-0.5}\cdot\frac{(-0.6)^2+0.6(-0.6)+(-0.6)^2-0.16}{-0.6+0.4}=3.64$$

$$r_3=4\cdot\frac{(0.5)^2+0.6(0.5)+(0.5)^2-0.16}{0.9\cdot 1.1}=2.59$$

$$y(k)=1.78\cdot(-0.4)^k+3.64(-0.6)^k+2.59\cdot(0.5)^k \quad k\geq 0$$

Valore di regime della risposta é 0. $y(0)\neq 0$ perché $G(z)$ ha grado relativo 0.

②



Sistema dinamico tempo discreto lineare tempo invariante

Sistema a dati campionati

$T_S = 0.5s$

$a = b = \ln 25$

? H / sistema è A.S.

$$* \text{ ISU: } \begin{cases} \dot{x} = -ax + bv \\ y = x \end{cases}$$

⇒ Quindi, trovo rappresentazione:

$$\left.\begin{aligned} x_{K+1} &= a^* x_K + b^* v_K \\ y_K &= c^* x_K + d^* v_K \end{aligned}\right\} \text{NOTA: sono tutti scalari perché sistema è del 1° ordine}$$

Relazione tra a^* e a? $$a^* = e^{\overbrace{-a}^{A=-a} T_S} = e^{-(\ln 25)\cdot 0.5} = e^{\ln[(25)^{-0.5}]} = 25^{(-0.5)} = \frac{1}{\sqrt{25}} = 0.2$$

$$b^* = \int_0^{T_S} e^{\overbrace{-a}^{A=-a}\sigma} b\, d\sigma = \int_0^{T_S} e^{\underbrace{(-\ln 25)\sigma}_{\frac{e^{(-\ln 25)\sigma}}{-\ln 25}}} \ln 25\, d\sigma = 0.8$$

$$c^* = c = 1 \qquad d^* = d = 0$$

Quindi, posso calcolare la $G_c(z)$:

$$\overbrace{G_c(z) = \frac{1}{z - \underbrace{0.2}_{a^*}} \cdot 0.8 + 0}^{C(zI-A)^{-1}B+D}$$

• Ora mi serve lavorare su ①.

Correzione per integrazione numerica con metodo di integrazione numerica di Eulero esplicito.

$v_{K+1} = v_K + He_K$ Z-TRASFORMO e CALCOLO $\frac{V}{U}$.

$$zV(z) = V(z) + HE(z)$$

$$V(z)(z-1) = HE(z)$$

$$\frac{V(z)}{E(z)} = \frac{H}{z-1}$$

③ Calcoliamo H complessivo

(3.1) Ho prima serie, poi retroazione.

SERIE: $G_s(z) = \frac{0.8H}{(z-0.2)(z-1)}$

RETROAZIONE:

$$F(z) = G(z) = \frac{\frac{0.8H}{(z-0.2)(z-1)}}{1+\frac{0.8H}{(z-0.2)(z-1)}} = \frac{0.8H}{(z-0.2)(z-1)+0.8H} = \frac{0.8H}{z^2+0.2-1.2z+0.8H} = \frac{0.8H}{z^2-1.2z+0.2+0.8H}$$

Feedback

Per verificare la stabilità BIBO, uso trans-Routh:

$z = \frac{1+s}{1-s}$ $\qquad d(s) = \left(\frac{1+s}{1-s}\right)^2 - 1.2\left(\frac{1+s}{1-s}\right) + 0.2+0.8H =$

$(0.2+0.8H)(1-2s+s^2)$

$$= \frac{1+s^2+2s}{(1-s)^2} - 1.2\left(\frac{1+s}{1-s}\right) + 0.2+0.8H =$$

$$= \frac{1}{(1-s)^2}\left[\cancel{1}+2s+s^2-\cancel{1.2}+1.2s^2+\cancel{0.2}+0.8H-0.4s-1.6Hs+0.2s^2+0.8Hs^2\right]$$

Ci interessa solo numeratore: $\quad p(s) = (2.4+0.8H)s^2+(1.6-1.6H)s+0.8H$

Cartesio: $\begin{cases} 2.4+0.8H>0 \\ 1.6-1.6H>0 \\ 0.8H>0 \end{cases}$ $\qquad$ Nel caso <0, non ho soluz. per le ultime due disequ.

$H>-3$
$H<1 \iff \boxed{0<H<1}$
$H>0$

□

NOTA: $F(z) = \frac{0.8H}{z^2-1.2z+0.2+0.8H}$

Se volessi la risp. a regime di un segnale pari a 1:

$$y_\infty = F(1)\cdot 1 = \frac{0.8H}{\cancel{1}-1.2+\cancel{0.2}+0.8H} = 1$$

Questo perché sistema è A.S. ⇒ Tutti i modi del sistema → 0, quindi rimangono solo i modi di u_K.

Se u_K è il valore che io voglio ottenere in uscita, questo sistema lo fa a regime: $\boxed{e_\infty = u_K - y_\infty = 0}$

③

$$G(z) = \frac{z-0.48}{(z-0.5)(z-0.2)(z-0.8)}$$

Trova $G_d(z) = \frac{1}{(z-0.2)(z-0.8)}$?*

↑ a poli dominanti

No!

$$G(1) = \frac{0.52}{0.5 \cdot 0.8 \cdot 0.2} = 6.5$$

0.48 molto vicino a 0.5. Effetto mitigato.
Ma ricorda: a seconda dell'approssimaz. che voglio, va bene.

$$* \quad G_a(z) = \frac{6.5 \cdot (0.2)}{z-0.8} = \frac{6.5}{G_a'(1)} \cdot \frac{1}{z-0.8}$$

↑

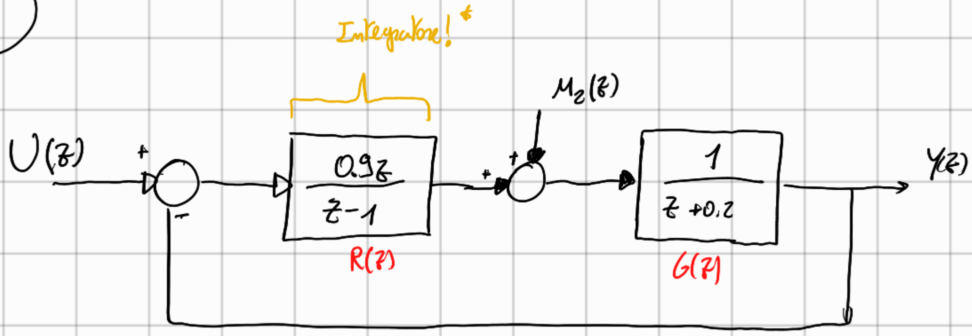
Trascuro 0.2 perché lontano dalla frontiera

$$G_a'(z) = \frac{1}{z-0.8}$$

Per fare questo, tempo discreto in matlab: $G_a = tf(6.5/5, [1 \;\; -0.8], 1)$

↑ denominatore ↑ periodo di camp.

4



$M_1(k)=0$

$M_2(k)=K\delta_{-1}(k)$

modi?

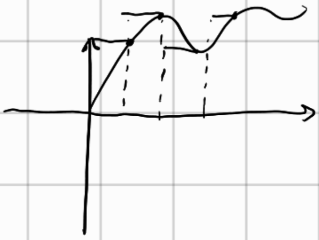
$$G_2(z)=\left.\frac{Y(z)}{U_2(z)}\right|_{M_1=0}=\frac{\frac{1}{z+0.2}}{1-\left(-\frac{0.9z}{z-1}\cdot\frac{1}{z+0.2}\right)}$$

* Scrivo la rappresentazione IU:

$$\frac{V(z)}{E(z)}=\frac{0.9z}{z-1}\iff zV(z)-V(z)=0.9zE(z)$$

$$v(k+1)-v(k)=0.9e(k+1)$$

$$v(k+1)=v(k)+0.9e(k+1)$$



Eulero implicito.
Calcolo al passo successivo.

Immaginiamo che sistema sia A.S., allora $G(1)=1$.

ha polo in 1

$$F(z)=\frac{R(z)G(z)}{1+R(z)G(z)}=\frac{R'(z)/_{z-1}\,G(z)}{1+\frac{R'(z)}{z-1}G(z)}=\frac{R'(z)G(z)}{z-1+R'(z)G(z)}\xrightarrow{z=1}1$$

Quindi, se in un sistema di controllo ho integratore (polo $z=1$) con sistema A.S., allora ho $G(1)=1$.

DIMOSTRA CHE SE $G(1)=1$ per la F di trasf. con $U=U$ e $Y=Y$.

DIMOSTRA CHE questo equivale a dire $G(1)=0$ per F con $U=U$ e $Y=E$.

Se R ha quella forma vedi che succede. $U_2=0$.

(Questo discorso con $M_2=0$)

INDIPENDENTE DA NUMERATORE DI GRADO 1

Oss: Immagina che $u_2 = cost$ e $u_1 = 0$. Faccio calcolo di $G_{r}(z)$:

$$G_2(z) = \frac{z-1}{z^2-0.8z-0.2+0.97} \Rightarrow G_2(1)=0!$$ Se considero guadagno statico da u_2 a y, il $G(1)=0$.

Quindi a regime non sento effetti delle costanti che inserisco.

INDIPENDENTE DA NUMERATORE DI GRADO 1

Tutto sempre con ASINTOTICA STABILITÁ.

Verifico A.S., che va calcolata sul sistema con le interconnessioni date. ⇒ Tutte devono essere A.S.
↓ Matrice di trasf., che però ha denominatore regolare.

Poli: $z^2+0.1z-0.2=0$

$z_1=-0.5 \quad z_2=0.4$ Sistema é A.S.

NOW: $$Y(z) = \frac{z-1}{(z+0.5)(z-0.4)} \cdot \frac{z}{(z-1)^2} = \frac{r_1 z}{z+0.5} + \frac{r_2 z}{z-0.4} + \frac{r_3 z}{z-1} =$$

$$r_1 = \frac{1}{-0.9(-1.5)} = 0.74$$

$$r_3 = \frac{1}{1.5 \cdot 0.6} = 1.11$$

$$r_2 = \frac{1}{0.9(-0.6)} = -1.85$$

$$y(k) = 0.74(-0.5)^k - 1.85(0.4)^k + 1.11$$

4

$g_y(k) = 0.4^k + 2(-0.2)^k \quad k \geq 0$, Risposta a regime $\quad u(k) = 5\cos\left(\frac{\pi}{2}k\right)$ $\quad y_r(k)?$

Hp: sistema compl. ragg. e oss. $\Rightarrow$ $G(z)$ rapp. tutti i modi.

$\Rightarrow$ È A.S. ed esiste risp. a regime.

$$\frac{\mathcal{Z}[g_y(k)]}{\mathcal{Z}[\delta(k)]_{=1}} = G(z) = \frac{z}{z-0.4} + \frac{2\cdot z}{z+0.2} =$$

$$= \frac{z^2+0.2z+2z^2-0.8z}{(z-0.4)(z+0.2)} = \frac{3z^2-0.6z}{(z-0.4)(z+0.2)}$$

$$G(e^{j\frac{\pi}{2}}) = G(j) = \frac{-3-0.6j}{(j-0.4)(j+0.2)}$$

$$|\ | = \frac{\sqrt{9+0.36}}{\sqrt{1+0.16}\sqrt{1+0.04}} = \dots$$

$$y_r(k) = 5\,|G(e^{j\frac{\pi}{2}})|\cos\left(\frac{\pi}{2}k + \angle G(e^{j\frac{\pi}{2}})\right) \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$