

Tarea VIII

Para entregar el viernes 19 de noviembre antes de las 10PM.
Se deben resolver las preguntas de manera individual

1. (no entregar) Suponiendo que se hace una prueba de hipótesis para el promedio μ ($H_0 : \mu = \mu_0$) de una v.a. X con varianza σ^2 conocida. Marca los enunciados que son ciertos y explica tu respuesta:

- Si σ aumenta, el poder de la prueba aumenta.
- Si el tamaño de la muestra aumenta, el poder de la prueba aumenta.
- Si el nivel de significancia α aumenta, el poder de la prueba aumenta.

Puedes suponer que el tamaño de la muestra es (suficiente) grande.

2. Para investigar si una moneda es justa o no, alguien decide que va a lanzar la moneda 100 veces. Si el número de veces de obtener sol es entre 42 % y 58 %, va a apoyar la hipótesis de que la moneda es justa. Calcula el nivel de significancia (probabilidad error tipo 1) correspondiente.
3. Por experiencia se sabe que el número de accesos, X , durante una hora a una base de datos sigue una distribución Poisson:

$$P(X = x) = \exp(-\lambda) \frac{\lambda^x}{x!} \text{ con } x = 0, 1, 2, \dots \text{ y } \lambda > 0.$$

Calcula el estimador de máxima verosimilitud para λ basado en una muestra $\{x_1, \dots, x_n\}$.

4. Considera los siguientes datos de un estudio en Bélgica sobre la intención de voto entre 1000 parejas. Las variables X_1 , X_2 indican si la mujer, respectivamente el hombre, votará para un partido de la coalición (0) o de la oposición (1) en caso de que hubieran elecciones en ese momento.

	$X_1 = 0$	$X_1 = 1$
$X_2 = 0$	245	170
$X_2 = 1$	218	367

- a) Calcula el oddsratio \hat{R} .
- b) Se puede mostrar que si el tamaño de la muestra va a ∞ , la distribución de $\log(\hat{R})$ converge a una normal con promedio $\log(R)$, el verdadero log-oddsratio de la distribución subyacente, y con varianza

$$\frac{1}{n_{0,0}} + \frac{1}{n_{0,1}} + \frac{1}{n_{1,0}} + \frac{1}{n_{1,1}},$$

donde $n_{i,j}$ es el número de observaciones con $X_1 = i$ y $X_2 = j$.

¿Apoyas la hipótesis que hombre y mujer votan de manera independiente ($\alpha = 0.05$)?

5. Sea c una cierta cadena binaria de longitud 100. Se quiere verificar si proviene de una muestra $Bern(0.5)(= H_0)$. Para eso se calcula el número de cambios. Un cambio es un 1 seguido por un 0 o un 0 seguido por un 1 en la cadena.

Calcula T el número de cambios en una cadena usando una sola línea de código en \mathcal{R} .

Usando muchas simulaciones de cadenas bajo H_0 , estima y visualiza la distribución de T .

Calcula el valor de p para H_0 si $T = 42$.

(no entregar) Pide a un familiar generar una cadena binaria lanzando 100 veces una moneda y otra cadena que se invita (fake). Aplica lo anterior para distinguir cuál de los dos es fake.

6. ¿Hay alguna semejanza entre una taza y su dueño ¿
Para eso se decide hacer un pequeño experimento. Se muestran a n voluntarios 5 fotos de personas y 5 tazas en orden al azar. Se pide a cada persona asociar cada taza con una persona (una a una).



¿Cómo formular una prueba de hipótesis para este problema? Propon una estadística de prueba. Estima su distribución con simulaciones de respuestas bajo H_0 .

Nota: se darán la respuestas del grupo a la brevedad.

7. Durante los juegos olimpicos de Salt Lake City surgió en un periódico la discusión si en las pruebas de 1500m de patinaje, la persona en el carril exterior no tendria ventaja sobre el carril interior.

Se organizaron 24 pruebas (una se canceló por una caída). Abajo los tiempos.

Aplica una(s) pruebas de estadística relevante para contestar esta pregunta.

Race number	Inner lane	Outer lane	Difference
1	107.04	105.98	1.06
2	109.24	108.20	1.04
3	111.02	108.40	2.62
4	108.02	108.58	-0.56
5	107.83	105.51	2.32
6	109.50	112.01	-2.51
7	111.81	112.87	-1.06
8	111.02	106.40	4.62
9	106.04	104.57	1.47
10	110.15	110.70	-0.55
11	109.42	109.45	-0.03
12	108.13	109.57	-1.44
14	105.86	105.97	-0.11
15	108.27	105.63	2.64
16	107.63	105.41	2.22
17	107.72	110.26	-2.54
18	106.38	105.82	0.56
19	107.78	106.29	1.49
20	108.57	107.26	1.31
21	106.99	103.95	3.04
22	107.21	106.00	1.21
23	105.34	105.26	0.08
24	108.76	106.75	2.01

Una referencia util: <https://vdocuments.mx/100-statistical-tests.html>