

Tarea 4 - Métodos numéricos
Giovanni Gamaliel López Padilla

Problema 1

Implement the following algorithms: Bisection, Newton, and Secant methods.

Método de bisección

El método de bisección se basa en que si encontramos un intervalo $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, entonces por el teorema del valor intermedio, el intervalo $[a, b]$ contiene al menos una raíz de la función f . Entonces en este método se ira acotando el intervalo para localizar la raíz.

El criterio para detener la búsqueda es definido en la ecuación 1.

$$\frac{|b - a|}{\max\{1, |b|\}} < \epsilon \quad (1)$$

donde $\epsilon = 10^{-6}$. La implementación de este algoritmo se encuentra dentro de las carpetas [Problema_2](#) y [Problema_3](#) en el archivo [bisection.h](#).

Método de Newton

El método de Newton supone que existe una $f \in C^2[a, b]$ y $x_0 \in [a, b]$. Se tiene que se puede aproximar a la raíz x_r tal que $f(x_0) \neq 0$ y $|x_r - x_0| \ll 1$. Entonces x_r puede aproximarse usando la secuencia de la ecuación 2.

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (2)$$

Los criterios empleados para detener la búsqueda son los siguientes:

- Máximo de intentos:

Se uso el máximo de intentos definido en la ecuación 3.

$$K_{max} = \log_2 \left(\frac{x_0}{\epsilon} \right) \quad (3)$$

donde $\epsilon = 10^{-6}$.

- Diferencia relativa:

Se empleo el criterio de la ecuación 1 usando como $b = x_{k+1}$ y $a = x_k$.

La implementación de este algoritmo se encuentra dentro de las carpetas [Problema_2](#) y [Problema_3](#) en el archivo [newton.h](#).

Método de la secante

El método de la secante es semejante al de Newton. Su diferencia radica en que el método de Newton necesita el valor de la derivada, en cambio el método de la secante aproxima este valor. La aproximación es calculada en la ecuación 4.

$$f'(x_k) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} \quad (4)$$

Por lo tanto, la secencia para la aproximación de la raíz es definida en la ecuación 5.

$$x_{k+1} = \frac{x_{k-1}f(x_k) - x_kf(x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \quad (5)$$

El criterio para detener la búsqueda del algoritmo que se empleo es el definido en la ecuación 1. La implementación de este algoritmo se encuentra dentro de las carpetas Problema.2 y Problema.3 en el archivo `secant.h`.

Problema 2

Use the previous methods to compute a zero of the following functions:

$$\begin{aligned} e^x + 2^{-x} + 2\cos(x) - 6 &= 0 & 1 \leq x \leq 2 \\ \ln(x+1) + \cos(x-1) &= 0 & 1.3 \leq x \leq 2 \end{aligned}$$

Problema 3

The fourth-degree polynomial:

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

has two real zeros, one in $[-1, 0]$ and the other in $[0, 1]$. Attempt to approximate these zeros to within 10^6 using the algorithms implemented in exercise (1). Use the endpoints of each interval as the initial approximations in the Bisection and Secant algorithms and the midpoints as the initial approximation for the Newton Method.