

Tarea 13 - Métodos numéricos
Giovanni Gamaliel López Padilla

Problema 1

Implementa y evalúa las siguientes integrales usando la regla compuesta de Simpson 3/8 para $n=\{3,6,9,12,15\}$ y muestra una gráfica de n contra el valor absoluto del error.

El integrando de $f(x)$ puede aproximarse como:

$$\int_a^b f(x) = \frac{3h}{8} \sum_i^{n/3} f(x_{3i-3}) + 3f(x_{3i-2}) + 3f(x_{3i-1}) + f(x_{3i}) \quad (1)$$

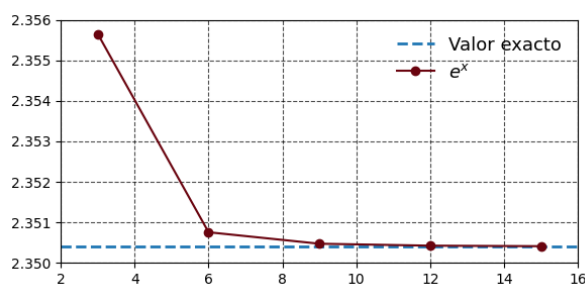
a)

$$\int_{-1}^1 e^x dx \quad (2)$$

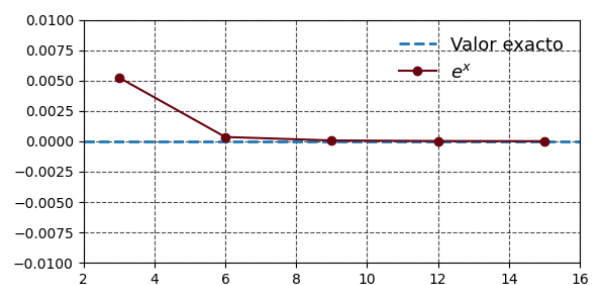
Usando la aproximación de Simpson (ecuación 1) se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla 1 y en la figura 1.

Puntos	Resultado	Diferencia
3	2.355648	0.005246
6	2.350756	0.000354
9	2.350473	0.000071
12	2.350425	0.000023
15	2.350412	0.000010

Tabla 1: Resultados y diferencia absoluta del algoritmo de la regla compuesta de Simpson 3/8 para diferentes valores de puntos dados.



(a) Resultados de la integral usando el algoritmo de la regla compuesta de Simpson.



(b) Diferencia absoluta entre el algoritmo de Simpson y el valor analítico.

Figura 1: Resultados usando el algoritmo de la regla compuesta de Simpson 3/8 con la ecuación 2.

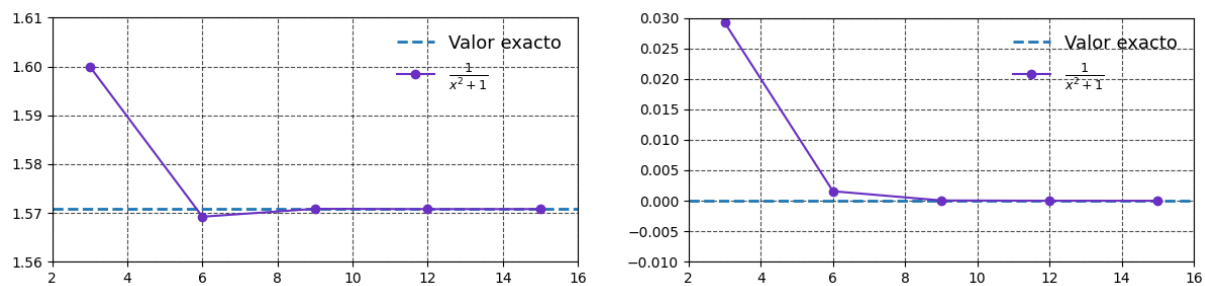
b)

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx \quad (3)$$

Usando la aproximación de Simpson (ecuación 1) se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla 2 y en la figura 2.

Puntos	Resultado	Diferencia
3	1.600000	2.920367e-02
6	1.569231	1.565327e-03
9	1.570850	5.367321e-05
12	1.570792	4.326795e-06
15	1.570796	3.267949e-07

Tabla 2: Resultados y diferencia absoluta del algoritmo de la regla compuesta de Simpson 3/8 para diferentes valores de puntos dados.



(a) Resultados de la integral usando el algoritmo de la regla compuesta de Simpson. (b) Diferencia absoluta entre el algoritmo de Simpson y el valor analítico.

Figura 2: Resultados usando el algoritmo de la regla compuesta de Simpson 3/8 con la ecuación 3.

Considerando las figuras 1 y 2 se observa que a un mayor número de puntos se obtiene una mejor aproximación al valor analítico de la integral.

Problema 2

Implementa el algoritmo de Newton para calcular las raíces del polinomio de Legendre $P_n(x)$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{P_n(x_i)}{P'_n(x_i)}$$

Usando como puntos iniciales

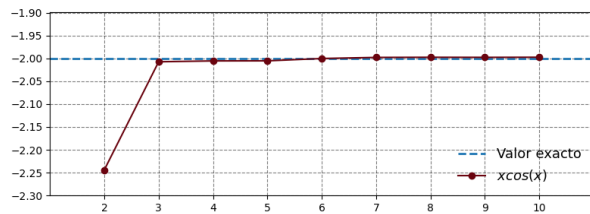
$$x_0 = \cos\left(\frac{\pi(k + 0.75)}{n + 0.5}\right) \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

Problema 3

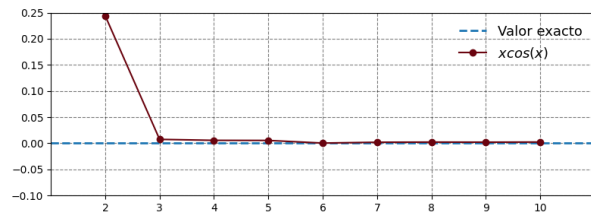
Implemente el algoritmo de cuadratura de Gauss-Legendre y evalua las integrales usando 2, 4 y 10 nodos.

a)

$$\int_0^{\pi} x \cos(x) dx$$



(a)

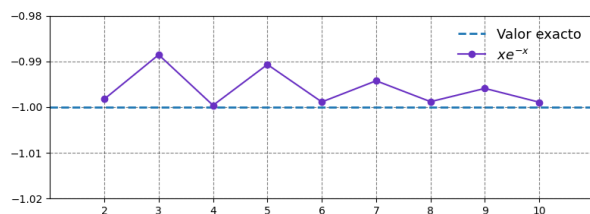


(b)

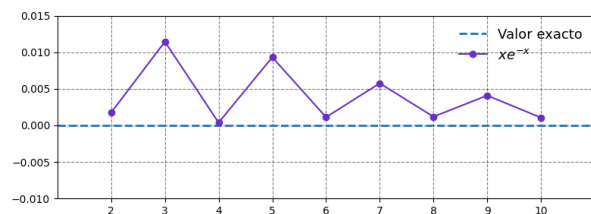
Figura 3

b)

$$\int_{-1}^0 x e^{-x} dx$$



(a)



(b)

Figura 4