Tarea 4 - Métodos numéricos
Giovanni Gamaliel López Padilla

Problema 1

Implement the following algorithms: Bisection, Newton, ans Secant methods.

Método de bisección

El método de bisección se basa en que si encontramos un intervalo $[a, b]$, tal que $f(a)f(b) < 0$, entonces por el teorema del valor intermedio, el intervalo $[a, b]$ contiene al menos una raíz de la función f. Entonces en este método se ira acotando el intervalo para localizar la raíz.
El criterio para detener la búsqueda es definido en la ecuación 1.

$$\frac{|b-a|}{max\{1, |b|\}} < \epsilon \tag{1}$$

donde $\epsilon = 10^{-6}$. La implementación de este algoritmo se encuentra dentro de las carpetas Problema_2 y Problema_3 en el archivo bisection.h.

Método de Newton

El método de Newton supone que existe una $f \in C^2[a, b]$ y $x_0 \in [a, b]$. Se tiene que se puede aproximar a la raíz x_r tal que $f(x_0) \neq 0$ y $|x_r - x_0| \ll 1$. Entonces x_r puede aproximarse usando la secuencia de la ecuación 2.

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \tag{2}$$

Los criterios empleados para detener la búsqueda son los siguientes:

- Máximo de intentos:

  Se uso el máximo de intentos definido en la ecuación 3.

  $$K_{max} = log_2\left(\frac{x_0}{\epsilon}\right) \tag{3}$$

  donde $\epsilon = 10^{-6}$.

- Diferencia relativa:

  Se empleo el criterio de la ecuación 1 usando como $b = x_{k+1}$ y $a = x_k$.

La implementación de este algoritmo se encuentra dentro de las carpetas Problema_2 y Problema_3 en el archivo newton.h.

Método de la secante

El método de la secante es semejante al de Newton. Su diferencia radica en que el método de Newton necesita el valor de la derivada, en cambio el método de la secante aproxima este valor. La aproximación es calculada en la ecuación 4.

$$f'(x_k) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} \tag{4}$$

Por lo tanto, la secencia para la aproximación de la raíz es definida en la ecuación 5.

$$x_{k+1} = \frac{x_{k-1}f(x_k) - x_k f(x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})} \tag{5}$$

El criterio para detener la búsqueda del algoritmo que se empleo es el definido en la ecuación 1. La implementación de este algoritmo se encuentra dentro de las carpetas Problema_2 y Problema_3 en el archivo secant.h.

Problema 2

Use the previous methods to compute a zero of the following functions:

$$e^x + 2^{-x} + 2cos(x) - 6 = 0 \qquad 1 \leq x \leq 2 \tag{6}$$

$$ln(x1) + cos(x-1) = 0 \qquad 1.3 \leq x \leq 2 \tag{7}$$

El parámetro de entrada para el método de Newton es el valor intermedio del intervalo definido como:

$$x_m = \frac{x_1 - x_0}{2}$$

Usando los métodos del problema 1 se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla 1.

Función	Bisección	Newton	Secante
Función 6	1.829383	1.829384	1.829384
Función 7	1.397748	1.397748	1.397748

Tabla 1: Soluciones a las ecuaciones 6 y 7 usando los métodos de bisección, Newton y secante.

El output esperado del programa es el siguiente:

```
------------------------------------------------
Raices de la funcion 1 en el intervalo
[1.000000,2.000000] con el metodo:
     Biseccion:
     x = 1.829383
     Newton:
     x = 1.829384
     Secante:
     x = 1.829384

------------------------------------------------
Raices de la funcion 2 en el intervalo
[1.300000,2.000000] con el metodo:
     Biseccion:
          x = 1.397748
          Newton:
          x = 1.397748
     Secante:
          x = 1.397748
```

El programa se encuentra en la carpeta Problema_2. Para compilar el programa se debe ingresar la siguiente linea:

```
gcc -Wall -pedantic -ansi -o main.out main.c -lm -std=c11
```

Problema 3

The fourth-degree polynomial:

$$\mathbf{f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9}$$

has two real zeros, one in [-1, 0] and the other in [0, 1]. Attempt to approximate these zeros to within 10^6 using the algorithms implemented in exercise (1). Use the endpoints of each interval as the initial approximations in the Bisection and Secant algorithms and the midpoints as the initial approximation for the Newton Method.