

Tarea 5: Optimizacion

Problemas

Problema 1

Calule y clasifique los puntos criticos de la siguiente funcion

$$f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - 1)^2 + (x_2^2 - 1)^2$$

Muestra la funcion usando Python.

Problema 2

Sea A una matriz positiva definida. Muestra que $A_{ij} < \frac{A_{ii} + A_{jj}}{2}$

Problema 3

Sea $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función convexa. Muestra que para todo x, y se cumple

$$f(y) \geq f(x) + \alpha(f(x) - f(z)),$$

donde $\alpha > 0$ y $z = x + \frac{1}{\alpha}(x - y)$

Problema 4

Sea

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T \begin{bmatrix} 3/2 & 2 \\ 0 & 3/2 \end{bmatrix} x + x^T \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - 22$$

1. Si se usa al algoritmo de gradiente descendente con tamaño de paso fijo para mininizar la funcion anterior, diga el rango de valores que puede tomar el tamaño de paso para que el algoritmo converja al minimizador.
2. Calcula el tamaño de paso exacto α_0 si el punto incial es $x_0 = [0, 0]^T$?