

Tarea 1 - Optimización estocástica Giovanni Gamaliel López Padilla

1. Introducción

La comunicación humana por medio de redes de telefonía móvil y las conexiones inalámbricas ha tenido un aumento en su uso día a día. [1] El uso masivo de este tipo de servicios creó un problema interdisciplinario. Las ondas electromagnéticas que son usadas para la recepción y transmisión de información pueden tener una interferencia debido a la cercanía de las frecuencias que son usadas para crear estas redes de comunicación. El espectro electromagnético es un recurso limitado, por lo que la optimización del número y localización de las frecuencias es un problema a enfrentar para realizar un buen uso del mismo, incrementando la calidad de la comunicación.

El término del problema de asignación de frecuencias (FAP, por sus siglas en inglés) ha sido usado para describir varios tipos de problemas, cada uno con sus objetivos y modelos diferentes. Estos problemas están incluidos los siguientes:

1. Planeación de frecuencias permanentes, las cuales maximizan el uso de todo el espectro electromagnético. [2]
2. Planeación del diseño de modelos dada la localización de cada fuente.
3. Asignación dinámica de frecuencias con una línea establecida de comunicación.

2. Métodos y materiales

La tarea que realizan los modelos de FAP es llevar al mínimo global la función de costo que depende el objetivo particular del problema. En este caso se utilizará una función de costo la cual contempla la interferencia provocada por la distancia cercana entre canales usados en cada nodo de la red. Sean dos nodos de comunicación c_i y c_j de una red s donde $i \neq j$, entonces la función de costo está dada por la ecuación 1. [3]

$$Cost(s) = \sum_{|c_i - c_j| \leq d_{ij}} p_{ij} \quad (1)$$

donde d_{ij} es la distancia máxima entre canales de los nodos donde sucede la interferencia y p_{ij} es la penalización de la interferencia.

2.1. Datos GSM2-272

Los datos de la penalización y la distancia máxima entre canales fueron obtenidos a partir del artículo de Montemanni [4, 5]. Los datos tienen el siguiente formato por columnas:

1. **a**: índices del primer nodo.
2. **b**: índices del segundo nodo.

3. **R**: primer carácter de control.
4. **>** : segundo carácter de control.
5. **s**: Distancia máxima entre canales en la que se contempla la interferencia.
6. **p**: Penalización que se recibe si la distancia entre los canales es menor a la distancia máxima.

El total de nodos es de 272 y el número total de líneas de conexión entre dos nodos es de 14525.

2.2. Algoritmo

La manera que se empleo la solución del problema fue siguiendo el algoritmo 1. Al inicio se contemplo la lectura total de los datos de la red GSM2-272 en una clase llamada lines, la cual contiene una lista donde cada elemento contiene la información de cada conexión entre dos nodos. En seguida se realizan 100,000 iteraciones en donde cada iteración se le asigna a cada nodo un canal aleatorio entre 1 y n_c , donde n_c es el número de canales a asignar. Con la asignación realizada se calcula la función de costo para la red. Se guardo un resultado por cada 100,000 iteraciones realizadas.

Algorithm 1:

Input: n_channels ,seed
Output: minimum

```

1 n_nodes  $\leftarrow$  272
2 n_lines  $\leftarrow$  14525
3 lines  $\leftarrow$  GSM2_data
4 minimum  $\leftarrow$  MAX_int
5 for  $n = 1, 100000$  do
6   Cost  $\leftarrow$  0
7   for  $k=1, n\_nodes$  do
8      $\lfloor$  node $_k \leftarrow$  random_channel(n_channels)
9   for  $k=1, n\_lines$  do
10     $c_i, c_j, d_{ij}, p_{ij} \leftarrow$  get_information(lines[k])
11    if  $|c_i - c_j| \leq d_{ij}$  then
12       $\lfloor$  cost  $\leftarrow$  cost +  $p_{ij}$ 
13  if minimum > cost then
14     $\lfloor$  minimum  $\leftarrow$  cost
15 save_result(minimum)
```

El algoritmo 1 ejecutaron 100 veces en paralelo con 34, 39 y 49 canales consecutivos disponibles en cada nodo. Cada ejecución tuvo una semilla diferente que va desde la 1 hasta la 100.

3. Resultados

3.1. Complejidad algorítmica

El algoritmo 1 presenta una complejidad cuadrática, esto es debido a que en el ciclo de la linea 9, este recorre todas las conexiones posibles de todos los nodos, que contemplando el caso en que todos los nodos esten conectados entre si, este tendra una cantidad de $n(n-1)$. Lo que se ve reducido a tener n^2 .

3.2. Costos obtenidos

Las medidas de tendencia central y percentiles obtenidos de los resultados del algoritmo 1 con 34, 39 y 49 canales disponibles se encuentran en la tabla 1.

Canales disponibles	Media	Mínimo	25 %	50 %	75 %	Máximo
34	8.55×10^9	7.70×10^9	8.40×10^9	8.60×10^9	8.70×10^9	8.903×10^9
39	7.24×10^9	6.70×10^9	7.10×10^9	7.25×10^9	7.40×10^9	7.608×10^9
49	5.39×10^9	4.90×10^9	5.30×10^9	5.40×10^9	5.50×10^9	5.709×10^9

Tabla 1: Medidas de tendencia central y percentiles de los costos mínimos obtenidos con el algoritmo 1 para 34, 39 y 49 canales disponibles.

En la figura 1 se muestra gráficamente la distribución de los costos mínimos obtenidos a partir del algoritmo 1. Se observa que a mayor disponibilidad de canales se tienen disponibles, el costo disminuye. La variabilidad de los resultados con relación a su media es semejante en los tres casos.

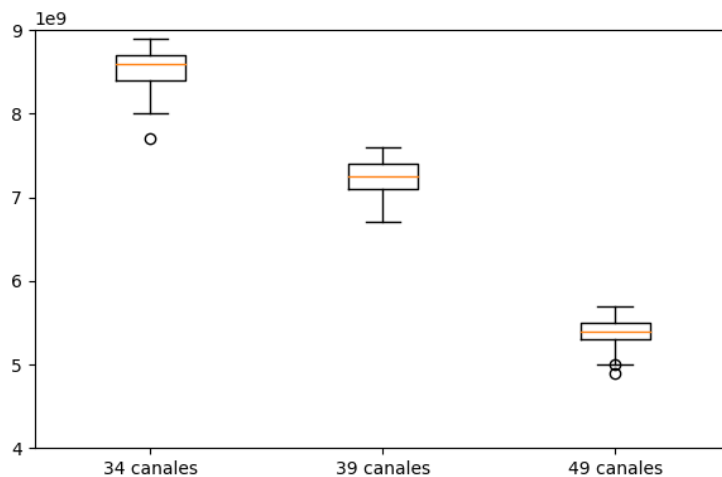


Figura 1: Boxplot de los costos mínimos obtenidos con el algoritmo 1 para 34, 39 y 49 canales disponibles.

4. Conclusiones

Por lo resultados obtenidos se puede inferir que la razón por la que se obtiene una variabilidad es debido a que los 100 procesos de cada canal fue realizado con las mismas semillas. Otra razón es debido a que el proceso es para encontrar el mínimo es el mismo, entonces es razonable que se encuentre una misma variabilidad en los resultados independientemente de los canales disponibles. Realizando una comparación de los resultados obtenidos en la tabla 1 con los resultados expuestos con Xiangjing Lai [3], Montemanni [4] y Sara Ceschia [6] discrepan en 3 ordendes de magnitud. Por lo que la solución obtenida es de baja calidad. Esta diferencia es debido a los procesos utilizados por cada autor.

5. Referencias

- [1] Inzaurrealde M, Isi J, Garderes J. Telefonía celular. Facultad de Ingeniería, Universidad de la República Montevideo, Uruguay. 2014; Available from: http://www.sistemamid.com/panel/uploads/biblioteca/2014-06-06_11-27-11104608.pdf.
- [2] Zoellner J. Frequency Assignment Games and Strategies. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility. 1973 Nov; EMC-15(4):191–196. Available from: <https://doi.org/10.1109/temc.1973.303294>.
- [3] Lai X, Hao JK. Path relinking for the fixed spectrum frequency assignment problem. Expert Systems with Applications. 2015;42(10):4755–4767. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417415000408>.
- [4] Montemanni R, Smith DH. Heuristic manipulation, tabu search and frequency assignment. Computers & Operations Research. 2010;37(3):543–551. Hybrid Metaheuristics. Available from: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S030505480800141X>.
- [5] Montemanni R, Smith DH. Datos de grafos de comunicación.; 2010. Available from: <https://www.idsia.ch/~roberto/FAP08.zip>.
- [6] Ceschia S, Gaspero LD, Rosati RM, Schaerf A. Multi-Neighborhood simulated annealing for the minimum interference frequency assignment problem. EURO Journal on Computational Optimization. 2022;10:100024. Available from: <https://doi.org/10.1016/j.ejco.2021.100024>.