

Tarea 05 - Optimización
Giovanni Gamaliel López Padilla

Problema 01

Calcule y clasifique los puntos críticos de la siguiente función

$$f(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2 - 1)^2 + (x_2^2 - 1)^2$$

Muestra la función usando python

Problema 02

Sea A una matriz positiva definida. Muestra que

$$A_{ij} < \frac{A_{ii} + A_{jj}}{2}$$

Problema 03

Sea $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función convexa. Muestra que para todo x, y se cumple

$$f(y) \geq f(x) + \alpha(f(x) - f(z))$$

donde $\alpha > 0$ y $z = x + \frac{1}{\alpha}(x - y)$.

Problema 04

Sea

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & 2 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} x + x^T \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} - 22$$

Parte 1

Si se usa al algoritmo de gradiente descendente con tamaño de paso fijo para minimizar la función anterior, diga el rango de valores que puede tomar el tamaño de paso para que el algoritmo converja al minimizador.

Parte 2

Calcula el tamaño de paso exacto α_0 si el punto inicial es $x_0 = [0, 0]^T$?