



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN



FCFM

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

Materia

Tarea:

Nombre

Profesor

Nombres:

Giovanni Gamaliel López Padilla

Ivan Arturo Pla Guzman

Matricula:

1837522

1837515

31 de octubre de 2020

Índice

1. Resumen	2
2. Objetivo	2
3. Marco teórico	2
4. Hipótesis	3
5. Materiales	4
6. Procedimiento	4
7. Conclusiones	4

1. Resumen

En esta práctica se comprueba experimentalmente la relación entre la energía, la altura y el tiempo de descenso de un cuerpo esférico dispuesto sobre un plano inclinado bajo condición para movimiento de rodamiento puro.

2. Objetivo

- Determinar la relación del tiempo que tarda una esfera sólida en rodar por un riel a una altura determinada.
- Obtener la ecuación empírica y comparar la constante teórica y experimental

3. Marco teórico

Se considera un cilindro uniforme de radio R que rueda sin deslizarse sobre una superficie horizontal. Conforme el cilindro da vueltas a través de un ángulo θ , su centro de masa se mueve una distancia lineal $s = R\theta$. Por lo tanto, la rapidez traslacional del centro de masa para movimiento de rodamiento puro está dado por:

$$v_{cm} = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega, \quad (1)$$

donde ω es la rapidez angular del cilindro. La ec. {1} se cumple siempre que un cilindro o esfera rueda sin deslizarse y es la *condición para movimiento de rodamiento puro*. La magnitud de la aceleración lineal del centro de masa para movimiento de rodamiento puro es

$$a_{cm} = \frac{dv_{cm}}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha, \quad (2)$$

donde α es la aceleración angular del cilindro. Permaneciendo en un marco de referencia en reposo respecto a CM, el cuerpo se observará en rotación pura alrededor de CM. En ese caso, cada punto del objeto tiene la misma velocidad angular ω . Por lo tanto, la velocidad particular de cada punto viene dada por la ec. {1}, donde R varía en función de la distancia del punto con respecto a CM. Para el caso en el que el objeto no gira, sino que tiene una traslación pura, todos los puntos del objeto se mueven a velocidad constante v CM respecto a un marco de referencia externo. Resulta que en un marco de referencia externo la velocidad instantánea v de cualquier punto del objeto bajo la condición de rodamiento puro viene dada por la suma de las velocidades del mismo punto bajo los casos de rotación pura y traslación pura.

$$\begin{aligned} v_p &= R\omega - v_{cm} = v_{cm} - v_{cm} = 0, \\ v_{cm} &= 0 + v_{cm} = v_{cm}, \\ v_q &= R\omega + v_{cm} = 2v_{cm}. \end{aligned}$$

Ya que el punto P tiene velocidad traslacional cero en cualquier instante dado, el objeto rueda en exactamente la misma forma que si la superficie se retirara y el objeto girara en torno a un eje que pasa a través de P. La energía cinética total de este objeto que se piensa que está girando se expresa como:

$$K = \frac{1}{2} I_p \omega^2 \quad (3)$$

donde I_P es el momento de inercia en torno a un eje de rotación a través de P. Siendo así, este modelo aplica de forma exactamente igual al verdadero objeto bajo movimiento de rodamiento puro. Aplicando el teorema de ejes paralelos.

$$I_P = I_{CM} + MR^2, \quad (4)$$

sustituyendo la ecuación 3 en 4 se obtiene que:

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2.$$

Se puede usar análisis de energía para tratar una clase de problemas concernientes al movimiento de rodamiento de un objeto sobre un plano inclinado rugoso. Para este caso, el movimiento de rodamiento acelerado sólo es posible si una fuerza de fricción está presente entre la esfera y el plano para producir un momento de torsión neto en torno al centro de masa. A pesar de la presencia de fricción, no se presenta pérdida de energía mecánica porque el punto P está en reposo en relación con la superficie en cualquier instante. Siendo $K = mgh$,

$$\begin{aligned} mgh &= \frac{1}{2}I\omega^2 \quad I = \frac{2}{5}mR^2 + mb^2, \\ mgh &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}mR^2 + mb^2 \right) \omega^2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \omega^2 &= \left(\frac{v}{b} \right)^2, \\ x &= \left(\frac{v_0 + v}{2} \right) t \quad v_0 = 0, \\ x &= \frac{v}{2}t \Leftrightarrow v = \frac{2x}{t}, \\ \omega^2 &= \frac{4x^2}{b^2t^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Sustituyendo la ecuación 6 y 5 se tiene que:

$$\begin{aligned} mgh &= \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}mR^2 + mb^2 \right) \frac{4x^2}{b^2t^2}, \\ h &= \frac{4x^2}{2mg} \left(\frac{2mR^2}{5b^2} + \frac{mb^2}{b^2} \right), \\ h &= \frac{2x^2}{g} \left(\frac{2R^2}{5b^2} + 1 \right) t^{-2}, \end{aligned} \quad (7)$$

donde

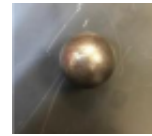
$$b^2 = R^2 - \left(\frac{a}{2} \right)^2$$

4. Hipótesis

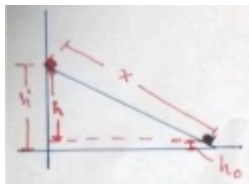
A través del método de regresión logarítmica, con los datos experimentales se obtendrá una ecuación de la forma $y = kx$ a que sea equivalente a la ecuación 7 ($y \equiv h$) en cuanto a los coeficientes k y a

5. Materiales

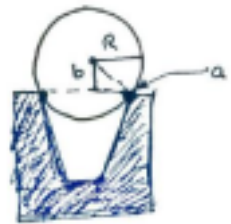
- Cronómetro digita
- Sensor
- Medidor de ángulos
- Esfera de metal
- Sujetador
- Núez
- Báscula



6. Procedimiento



Apoyada sobre el soporte universal, se colocó una rampa de longitud $x = 1.83\text{m}$ muescada por el centro e inclinada en un ángulo variable, por la que se rodó una esfera de radio $R = 1.15\text{cm}$. Al inicio del plano se colocó la paleta imantada del cronómetro y al final se colocó la paleta detectora. Como se dijo antes,



se varió el ángulo del riel para obtener diferentes tiempos al dejar rodar la esfera. Por razones técnicas, se obtuvo la altura real a través de la que rodó la esfera restando h_0 de h' , como se aprecia en el diagrama

t(s)	h(m)	h_0 (m)	h(m)
1.13	1.10	0.155	0.945
1.21	1.00	0.145	0.855
1.24	0.90	0.140	0.760
1.29	0.85	0.130	0.720
1.37	0.75	0.120	0.630
1.58	0.60	0.100	0.500
1.80	0.45	0.090	0.360

De las mediciones se obtuvo la información de la tabla, que por método de regresión logarítmica arrojó la función

$$y = 1.216x^{-2.035} \quad (8)$$

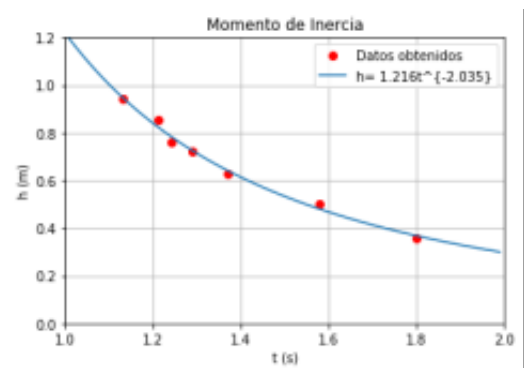
que comparada con la ecuación 7, se tiene que

$$h = \frac{2(1.83)^2}{9.81} \left(\frac{2(0.0115)^2}{5(0.00006825)^2} + 1 \right) t^{-2} = 1.212t^{-2} \quad (9)$$

al igualar las ecuaciones 8 y 7

$$1.216t^{-2.035} \approx 1.212t^{-2}.$$

Por lo tanto, se demuestra la validez de la ecuación 7 a través de pruebas experimentales.



7. Conclusiones

- Se comprueba experimentalmente que al aumentar la pendiente de la rampa disminuye el tiempo de recorrido de una esfera bajo la condición para movimiento de rodamiento puro.
- Se validan las suposiciones y el desarrollo teórico del que se obtiene la ecuación 7.

Referencias

- [1] F. C. Frank. On Miller–Bravais indices and four-dimensional vectors. *Acta Crystallographica*, 18(5):862–866, 1965.
- [2] Antonio De Ita and De Torre. Indices de Miller. page 74, 2002.
- [3] Lhouari Nourine and Olivier Raynaud. A fast incremental algorithm for building lattices. *Journal of Experimental and Theoretical Artificial Intelligence*, 14(2-3):217–227, 2002.