UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Tópicos de Mécanica Cuántica
Tarea 7

Enrique Valbuena Ordonez

Nombre:
Giovanni Gamaliel López Padilla

Matricula:
1837522

26 de octubre de 2020

Un espacio de Hilber $\mathcal{H}$ es un conjunto de elementos vectoriales y escalares que satisfacen la siguientes propiedades:

1. $\mathcal{H}$ es un espacio lineal.

2. $\mathcal{H}$ tiene un producto escalar definido que es estrictamente positivo.
   El producto escalar de un elemento φ con otro elemento ϕ es en general un número complejo, denotado producto (φ, ϕ). El producto escalar satisface las siguientes propiedades:

   - El producto escalar de φ con ϕ es igual al complejo conjugado de ϕ por φ
     $$(\varphi, \phi) = (\phi, \varphi)^*$$
   - El producto escalar de ϕ con φ es lineal con respecto al segundo factor si $\varphi = a\varphi_1 + b\varphi_2$
     $$(\phi, a\varphi_1 + b\varphi_2) = a(\phi, \varphi_1) + b(\phi, \varphi_2)$$
     y antilineal con respecto al primer factor si $\phi = a\phi_1 + b\phi_2$
     $$(\phi = a\phi_1 + b\phi_2) = a^*(\phi, \varphi) + b^*(\phi, \varphi)$$
   - El producto escalar de un vector φ consigo mismo es un número real y positivo.
     $$(\varphi, \varphi) = |\varphi| \geq 0$$
     donde la igualdad sostiene sólo para $\varphi = 0$.

3. $\mathcal{H}$ es separable.
   Existe una secuencia Cauchy $\varphi_n \epsilon \mathcal{H} (n = 1, 2, \cdots)$ tal que para cada φ de $\mathcal{H}$ y $\epsilon > 0$, existe al menos una φ_n para la cual:
   $$|\varphi - \varphi| < \epsilon$$

4. $\mathcal{H}$ es completo.
   Toda secuencia de Cauchy $\varphi_n \epsilon \mathcal{H}$ converge a un elemento de $\mathcal{H}$. Esto es, para cualquier φ_n, la relación
   $$\lim_{n,m\to\infty} |\varphi_m - \varphi_n| = 0,$$
   define un límite único φ de $\mathcal{H}$ tal que
   $$\lim_{n\to\infty} |\varphi - \varphi_n| = 0$$