



UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FCFM

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

Tópicos de Mecánica Cuántica

Tarea 5

Dr. Carlos Luna Criado

Nombre:

Giovanni Gamaliel López Padilla

Matricula:

1837522

4 de noviembre de 2020

Un operador importante en computación cuántica es el operador "puerta de Hadamard" (\hat{H}), que representa una de las puertas lógicas cuánticas más comúnmente empleadas. La puerta lógica cuántica de Hadamard viene representada con la matriz:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1. ¿Es esta matriz hermitica?

Una matriz es hermitica si $H = H^\dagger$, por lo que calculando $H^\dagger = (H^T)^*$, se tiene que:

$$H^T = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

realizando la compleja conjugada de H^T se obtiene lo siguiente:

$$(H^T)^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

como $H = (H^T)^*$, entonces H es hermitica.

2. ¿Es unitaria?

Para que una matriz sea unitaria se tiene que cumplir que $AA^* = A^*A = I$, calculando H^* se tiene que:

$$H^* = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

entonces calculando HH^* :

$$\begin{aligned} HH^* &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

calculando H^*H :

$$\begin{aligned} H^*H &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

como $H^*H = HH^* = I$, entonces H es unitaria.

3. Encuentre los eigenvalores y eigenvectores de \hat{H} .

Haciendo uso del código () que fue escrito por el estudiante, se obtiene que los eigenvalores del operador H son:

$$\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \lambda_1 = 1 \quad \lambda_2 = -1$$

y los eigenvectores son

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 + \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} 1 - \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$