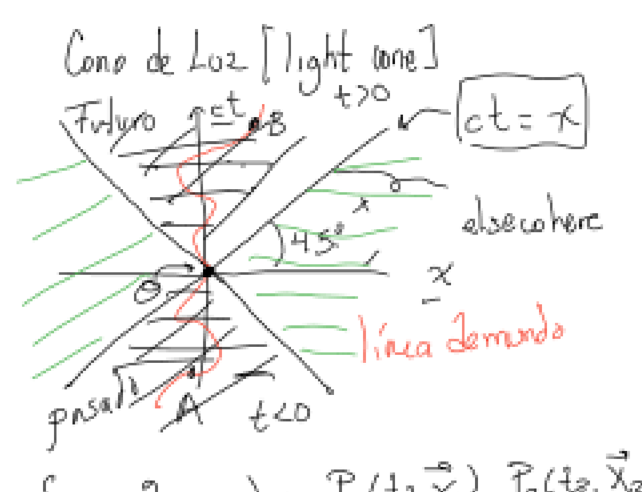
Cono de Luz [light cone]



Sean 2 eventos $P_1(t_1, \vec{x}_1)$, $P_2(t_2, \vec{x}_2)$

El invariante $S_{12}^2 = c^2(t_1-t_2)^2 - |\vec{x}_1 - \vec{x}_2|^2$

Existen 3 posibilidades

i) $S_{12}^2 > 0$ $\quad c^2(t_1-t_2) - |\vec{x}_1-\vec{x}_2| > 0$

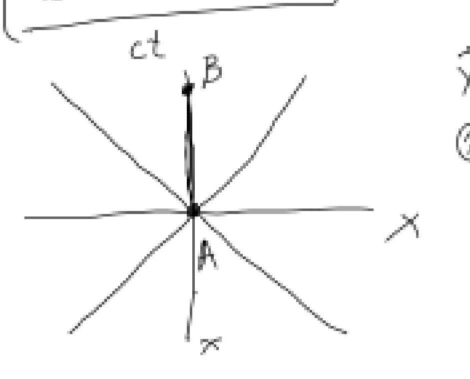
- Los eventos estan separados temporalmente (timelike separation)

Usando una transformación de Lorentz tal que

$S_{12}^2 = c^2(t_1'-t_2')^2$ con $\boxed{\vec{x}_1' = \vec{x}_2'}$

$= c^2(t_1'-t_2')^2 - |\vec{x}_1'-\vec{x}_2'|^2$

$\boxed{S_{12}^2 = c^2(t_1'-t_2')^2}$



$\vec{x}_1' = \vec{x}_2'$

A B

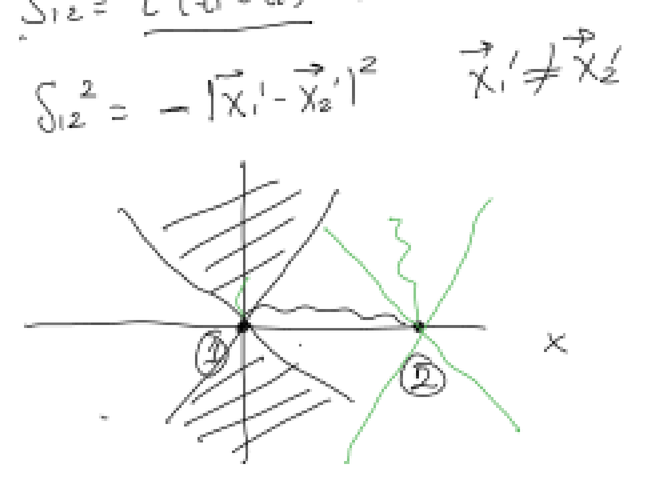
ii) Si $S_{12}^2 < 0$, se dice que los eventos tienen una separación espacial (spacelike)

$S_{12}^2 = c^2(t_1-t_2)^2 - |\vec{x}_1-\vec{x}_2|^2$

Con una transformación de Lorentz, en un sistema K' se establece que $\boxed{t_1' = t_2'}$

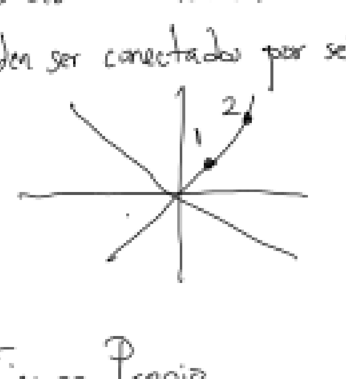
$S_{12}^2 = c^2(t_1'-t_2')^2 - |\vec{x}_1'-\vec{x}_2'|^2$

$S_{12}^2 = -|\vec{x}_1'-\vec{x}_2'|^2 \qquad \vec{x}_1' \neq \vec{x}_2'$



iii) Si $S_{12}^2 = 0$ es una separación lightlike

- Los eventos caen en el cono de luz, y entonces pueden ser conectados por señales luminosas



Tiempo Propio

Considere una partícula moviendose con una velocidad instantánea $\vec{v}(t)$, respecto de un sistema inercial K

$d\vec{x} = \vec{v}\,dt$

El invariante $ds^2 = c^2dt^2 - |d\vec{x}|^2 = c^2dt^2[1-\beta^2]$

$\beta = |\vec{\beta}| = \frac{|\vec{v}|}{c} = \frac{u}{c}$

En el sistema K', se observa que la partícula esta en reposo $\Rightarrow d\vec{x}' = 0$

entonces $ds^2 = c^2dt'^2 \rightarrow ds = c\,dt'$

$t' = \tau$ = tiempo propio

$ds = c\,d\tau$ $\qquad \tau$ es un invariante

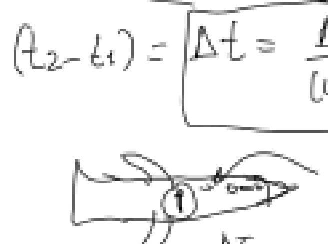
De $ds = c\,d\tau$

$d\tau = \frac{ds}{c}$ pero $ds^2 = c^2dt^2[1-\beta^2]$

$d\tau = dt\,[1-\beta^2]^{1/2} \rightarrow \boxed{d\tau = \frac{dt}{\gamma(t)}}$

$(t_2-t_1) = \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{d\tau}{(1-\beta^2)^{1/2}}$ $\leftarrow$ dilatacion del tiempo

$(t_2-t_1) = \boxed{\Delta t = \frac{\Delta\tau}{(1-\beta^2)^{1/2}}} = \gamma\Delta\tau$



1 Δt

$\Pi^+ \rightarrow$ piones.

$\Delta\tau_0 = 2.56 \times 10^{-8}$ s

$\boxed{c\Delta\tau_0 = 7.7\,m}$

Π^+ 200 GeV

$\Delta t = \gamma\Delta\tau_0 =$

nuestro

$c\Delta\tau_0\gamma \cong 11\,Km$

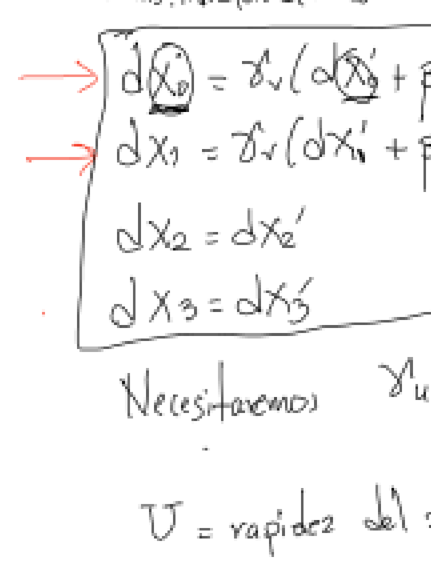
Velocidad

$\boxed{\vec{V} = V' + \vec{V}_R}$ Galileo

$\vec{X} = \vec{X}' + \vec{R} \leftarrow \frac{d}{dt}\left[\vec{X} = \vec{X}' + \vec{R}\right]$

$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{v} \qquad \frac{d\vec{X}'}{dt} = ?$

Sea un sistem K, K', donde K' se mueve con una velocidad v $[\beta = \frac{v}{c}]$, $\boxed{v = c\beta}$



$|\vec{v}| = v', \theta', \phi'$ en K'

¿Como se perciben en K?

v, θ, ϕ

Las transformaciones de L., para las coordenadas

$$\boxed{\begin{aligned} dx_0 &= \gamma_v(dx_0' + \beta dx_1') \\ dx_1 &= \gamma_v(dx_1' + \beta dx_0') \\ dx_2 &= dx_2' \\ dx_3 &= dx_3' \end{aligned}}$$

$\gamma_v = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

v = rapidez que K observa de K'

Necesitaremos $\gamma_u = \frac{1}{\sqrt{1-U^2/c^2}}$, $\gamma_{u'} = \frac{1}{\sqrt{1-U'^2/c^2}}$

U = rapidez del punto P

$U_i' = (U_1', U_2', U_3') = \frac{dx_i'}{dt'}\cdot\frac{c}{c} = \frac{c\,dx_i'}{[c\,dt']} = \frac{c\,dx_i'}{dx_0'}$

$U_i = \frac{dx_i}{dt}\cdot\frac{c}{c} = \frac{c\,dx_i}{dx_0}$

$\frac{dx_1}{dx_0} = \frac{\cancel{\gamma_v}[dx_1' + \beta dx_0']}{\cancel{\gamma_v}[dx_0' + \beta dx_1']} \rightarrow dx_0'$

$c\left[\frac{dx_1}{dx_0} = \frac{\cancel{dx_0'}\left[\beta + \frac{dx_1'}{dx_0'}\right]}{\cancel{dx_0'}\left[1 + \beta\frac{dx_1'}{dx_0'}\right]} = \frac{\beta + \frac{dx_1'}{dx_0'}}{1 + \beta\frac{dx_1'}{dx_0'}}\right]$

$\boxed{c\frac{dx_1}{dx_0}} = \frac{\beta c + \frac{c\,dx_1'}{dx_0'}}{\left[1 + \frac{v}{c}\frac{dx_1'}{dx_0'}\cdot\frac{c}{c}\right]}$

$U_1 = \frac{v + U_1'}{1 + \frac{v}{c^2}\cdot U_1'}$

$\boxed{U_{\parallel} = \frac{U_1' + v}{1 + \frac{\vec{v}\cdot\vec{U}'}{c^2}}}$

U_1 ✓

$\left.\begin{aligned} U_2 &= ? \\ U_3 &= ? \end{aligned}\right] U_{\perp}$

Es posible mostrar que

$U_2 = \frac{U_2'}{\gamma_v\left[1 + \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{c^2}\right]} \qquad U_3 = \frac{U_3'}{\gamma_v\left[1 + \frac{\vec{v}\cdot\vec{U}}{c^2}\right]}$

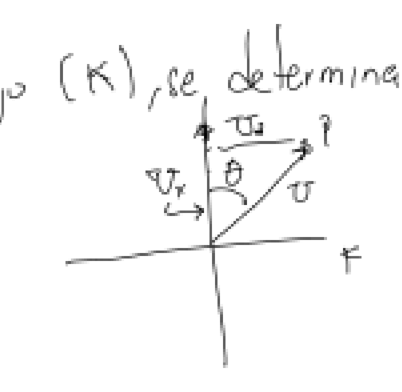
$\boxed{U_{\perp} = \frac{U_{\perp}'}{\gamma_v\left[1 + \frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{c^2}\right]}}$ Problema propuesto

Las transformaciones de U_2 y U_3

$\boxed{\frac{U_2}{U_2'} = \frac{U_3}{U_3'}}$

En el sistema fijo (K), se determina

$\tan\theta = \frac{U_{\perp}}{U_{\parallel}}$



Mostrar [ejercicio] que

$\boxed{\tan\theta = \frac{u'\sin\theta'}{\gamma_v[u'\cos\theta + v]}}$

u' = magnitud de $\vec{u}'$

v = magnitud de $\vec{v}$

* Mostrar que $U = \frac{\sqrt{u'^2 + v^2 + 2u'v\cos\theta' - \left[\frac{u'v\sin\theta'}{c}\right]^2}}{1 + \frac{u'v\cos\theta'}{c^2}}$

En el caso de velocidades paralelas u', v

$\boxed{U = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}}$ ✓

$\boxed{U' = c}$

$\boxed{U = c}$