UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Tópicos de Mécanica Cuántica
Tarea 1: Operador P_z sobre el Hamiltoniano

Enrique Valbuena Ordonez

Transformaciones de Lorentz

7 de septiembre de 2020

Transformaciones de Galileo

$$\vec{x} = \vec{x}' + \vec{R}t \tag{1}$$
$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_f \tag{2}$$
$$\vec{a} = \vec{a}' \tag{3}$$

Ejemplo: Sea un avión con $|\vec{v}| = C = |\vec{v}_f|$
Por lo que:

$$\begin{aligned} v &= v' + v_R \\ &= c + c \\ &= 2c \end{aligned}$$

Sean θ y θ' S,R,I
En θ, un evento ocurre en x, y, z, t
En θ', un evento ocurre en x', y', z', t'

$$x, y, z, t \leftrightarrow x', y', z', t'$$

¿Cuál es la relación entre los parámetros?

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma(t - \frac{v}{c^2}x) \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

Las transformaciones inversas

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + vt') \\ y = y' z = z' t &= \gamma(t' + \frac{v}{c^2}x') \end{aligned}$$

Las transformaciones de Lorentz (deducción)
En t=0, los orígenes coinciden, se emite un pulso luminoso, en el orígen de $\theta \Rightarrow \theta$ y θ' observaran un cascarón esférico de radiación exponiendose hacia afuera, con la misma rapidez c.
En el sistema θ, el fuente de onda, alcanza un punto P, de coordenadas (x, y, z) y se satisface

$$c^2t^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = 0$$

En el sistema θ', se satisface

$$c^2t^{'2} - (x^{'2} + y^{'2} + z^{'2}) = 0$$

El espacio-tiempo es homogene e isotrópico, la conexión, transformación, entre (x, y, z, t) y (x', y', z', t') es lineal

$$x' = x \qquad\qquad z = z'(z, t', v, c)$$
$$y'y \qquad\qquad t = t'(z', t', v, c)$$

Se propone que:

$$z' = Az + Bt \tag{4}$$
$$t' = Gz + Dt \tag{5}$$

Determinar A,B,D,G.
El sistema θ se encuentra en reposo, z=0

$$z' = A(0) + Bt \rightarrow z' = Bt \tag{6}$$
$$t' = G(0) + Dt \rightarrow t' = Dt \tag{7}$$

derivamos con respecto t'

$$\begin{aligned} \frac{dz'}{dt'} &= \frac{d}{dt'}[Bt] \\ &= B\frac{dt}{dt'} \\ &= \frac{B}{D} \\ v' &= \frac{B}{D} \end{aligned}$$

$$-v = \frac{B}{D} \tag{8}$$

θ' esta en reposo, con respecto a si mismo $z' = 0$
Derivamos $Az + Bt = 0$ con respecto a t

$$A\frac{dz}{dt} + B = 0 \rightarrow A\gamma + B = 0 \tag{9}$$

Usamos 8 en 9:

$$A = D \tag{10}$$

por ende:

$$B = -vA \tag{11}$$

usando 10 y 11 en 5 y 4

$$z' = A[z - vt] \tag{12}$$
$$t' = A = \left[t + \frac{c}{A}z\right] \tag{13}$$

En $t = 0 = t'$ y $z = z'$, se emite el pulso y se cumplen las metricas, por ende

$$(ct)^2 - z^2 = (ct')^2 - z^{'2} \tag{14}$$

Usando las transformaciones 12, 13 y 14 se obtiene entonces

$$A = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad G = \frac{-\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$
$$t' = \frac{t - z\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Donde $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$

$$\begin{aligned} x_0 &= ct & x'_0 &= \gamma[x_0 - \beta x_1] \\ x_1 &= z & x'_1 &= \gamma[x_1 - \beta x_0] \\ x_2 &= x & x'_2 &= x_2 \\ x_3 &= y & x'_3 &= x_3 \end{aligned}$$

Se define que

$$\beta = Tanh(\varsigma) \tag{15}$$

ya que $\beta = \frac{v}{c}$

$$\gamma = [1 - Tanh^2\varsigma]^{-\frac{1}{2}} \tag{16}$$

entonces:

$$\begin{aligned} x'_0 &= x_0 Cosh\varsigma - x_1 Senh\varsigma \\ x'_1 &= -x_0 Senh\varsigma + x_1 Cosh\varsigma \end{aligned}$$

$\varsigma \rightarrow$ Boost parameter