UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FCFM

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Tópicos de Mécanica Cuántica
Tarea 1: Operador P_z sobre el Hamiltoniano

Enrique Valbuena Ordonez

Nombre:
Giovanni Gamaliel López Padilla

Matricula:
1837522

3 de septiembre de 2020

Demostrar que el operador $\mathbf{P}_z$ es invariante al Hamiltoniano

Se tiene que el operador P_z es el siguiente:

$$P_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}$$

Si se llega a aplicar el operador P_z a un estado de forma que:

$$|\psi'(t)\rangle = P_z|\psi(t)\rangle$$

Teniendo esto en la ecuación de Schrödinger de la siguiente manera:

$$i\hbar\frac{d|\psi'(t)\rangle}{dt} = \hat{H}|\psi'(t)\rangle \Rightarrow i\hbar\frac{dP_z|\psi'(t)\rangle}{dt} = \hat{H}P_z|\psi(t)\rangle =$$

Donde se nota que se tiene que cumpler la conmutación entre el operador Hamiltoniano y el operador P_z:

$$[\hat{H}, P_z] = 0$$

$$[\hat{H}, P_z] = \hat{H}P_Z - P_z\hat{H}$$

Calculando $\hat{H}P_Z$:

$$\begin{aligned}\hat{H}P_z &= \left(i\hbar\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}\right)\\ &= \hbar^2\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial z}\end{aligned}$$

Calculando $P_z\hat{H}$:

$$\begin{aligned}\hat{H}P_z &= \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(i\hbar\frac{d}{dt}\right)\\ &= \hbar^2\frac{\partial}{\partial z}\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial z}\\ &= \hbar^2\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial z}\end{aligned}$$

Por lo que al momento de realizar el comuntador, se obtiene lo siguiente:

$$[\hat{H}, P_z] = \hbar^2\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial z} - \hbar^2\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial z} = 0$$

Por lo tanto, el operador H es invariante bajo el operador P_z