UANL
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FCFM
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Tópicos de Mécanica Cuántica
Tarea 2

Enrique Valbuena Ordonez

Nombre:
Giovanni Gamaliel López Padilla

Matricula:
1837522

6 de octubre de 2020

Demostrar que la función de onda para la particula libre sigue siendo solución a pesar de que le hayamos aplicado el operador $\mathbf{P}_z$

Se sabe que la función de onda para la partícula libre es

$$\psi(\vec{r},t) = Ae^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \tag{1}$$

y el operador P_z es

$$P_z = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial z} \tag{2}$$

Aplicando 2 en 1 se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\psi'(\vec{r},t) &= \frac{\hbar}{i}A\frac{\partial}{\partial z}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\\ &= \frac{A\hbar}{i}(iK_z)e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\\ &= A\hbar K_z e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\end{aligned}$$

por lo tanto, la función de onda es la siguiente:

$$\psi'(\vec{r},t) = A\hbar K_z e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \tag{3}$$

para comprobar que esta función sigue siendo solucion a la ecuación de Schrödinger tenemos que sustituirla en la siguiente:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi' = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi' \tag{4}$$

sustituyendo 3 en 4:
calculando la parte izquierda:

$$\begin{aligned}-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi' &= -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)A\hbar K_z e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\\ &= \frac{\hbar^3 K_z A}{2m}(K_x^2+K_y^2+K_z^2)e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\\ &= \frac{\hbar^3 K_z A}{2m}K^2 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\\ &= EA\hbar e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\end{aligned}$$

por lo tanto:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi' = EA\hbar e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \tag{5}$$

calculando la parte derecha:

$$\begin{aligned}i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi' &= i\hbar^2 AK_z\frac{\partial}{\partial t}e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\\ &= \hbar^2 AK_z\omega e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\\ &= EA\hbar e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}\end{aligned}$$

por lo tanto

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi' = EA\hbar e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \tag{6}$$

como 5 y 6 son iguales, la funcion de onda ψ' cumple la ecuación de Schrödinger