Estimating AOD and its comparison with satellite data and PM_{10} measured in Monterrey, Mexico

Giovanni Gamaliel López Padilla

¿Como se ajusta el tamaño del paso?

El tamaño de cada paso z se ajusta de la siguiente manera:

1. Mediante el uso de un sigma promedio ($\langle\sigma\rangle$) se perturba mediante una variable aleatoria de tal manera que el desplazamiento de cada hijo esta definido en la ecuación 1.

$$\sigma_h = \langle\sigma\rangle \, e^{\tau N(0,1)} \tag{1}$$

   donde τ esta definido para cada dimensión. El uso de la distribución normal es debido a que nos proporcionara valores isotropicos, lo cual nos favorecera en los puntos de busqueda.[1]

2. A partir de la factorización de Cholesky de la matriz de Covarianza se obtiene la matriz triangular superior que efectuara una transformación a un vector aleatorio (ecuación 2). Cada componente del vector aleatorio esta basado en una distribución normal.

$$S_h = \text{Cholesky}(C)N(0,1) \tag{2}$$

   El término S_h contiene la dirección acerca de donde se tiene que ir dirigiendo la solución. La razón de esto se encuentra en la matriz de covarianza, ya que mientras más cercano esten los hijos al mínimo global el espacio de exploración será menor.

3. Al realizar el producto de σ_h y S_h (ecuación 3), obtendremos el desplazamiento y dirección del hijo con respecto el centro de exploración (elipsoide).

$$Z_h = \sigma_h S_h \tag{3}$$

4. Al tener λ número de hijos escogeremos los μ hijos tales que la diferencia con el mínimo global sea menor. Los cuales proporcionaran sus S_h para modificar la matriz de covariancia de modo que en cada iteracción se aproximen a la solución.

5. El centro del espacio de exploración será desplazado siguiendo la ecuación 4:

$$Y = Y + \langle z\rangle \tag{4}$$

¿Cómo se orienta la matriz de covarinza?

La definición de la matriz de covarianza es:

$$C = \begin{pmatrix} Var(x_1) & Cov(x_1,x_2) & \dots & Cov(x_1,x_n) \\ Cov(x_2,x_1) & Var(x_2,x_2) & \dots & Cov(x_2,x_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Cov(x_n,x_1) & Cov(x_n,x_2) & \cdots & Var(x_n) \end{pmatrix}$$

donde

$$Cov(x, y) = Cov(y, x)$$

por lo tanto, la matriz de covarianza es simetrica. Para este caso se tiene que los valores $x_1 = X$ y $x_2 = Y$, por lo que la matriz tendria la siguiente forma:

$$C = \begin{pmatrix} Var(X) & Cov(X, Y) \\ Cov(X, Y) & Var(Y) \end{pmatrix}$$

¿Como la elipse se alarga/acorta en cada dirección

¿Cómo da $\mathbf{Z}_l$ en cierta dirección?

Referencias

[1] A. Auger and N. Hansen. Tutorial cma-es — evolution strategies andcovariance matrix adaptation. GECCO'13, 7 2013. http://www.cmap.polytechnique.fr/~nikolaus.hansen/gecco2013-CMA-ES-tutorial.pdf.

[2] N. Hansen. The cma evolution strategy: A tutorial, 2016.