

Propedéutico CIMAT - 2021
Examen tema de robótica
17 de junio de 2021
Giovanni Gamaliel López Padilla

1. Defina el espacio de configuraciones y establezca cual es la diferencia con el espacio de trabajo

El espacio de configuraciones es un objeto matemático del conjunto de los estados del sistema por analizar, siendo los estados la posición y estructura del sistema. La diferencia del espacio de trabajo y el espacio de configuraciones es que el espacio de trabajo es una región del espacio físico donde el sistema puede realizar movimientos y realizar su función, en cambio, el espacio de configuraciones es un objeto matemático que contiene los estados del sistema.

2. Explique en que consiste el método de árboles aleatorios de exploración rápida (RTTs por sus siglas en ingles), y cuál es su aplicación en robótica

El algoritmo RRT se basa en la construcción de un árbol de configuraciones que cubriera uniformemente el espacio libre de colisión. El algoritmo elige un punto de forma aleatoria (q_{rand}) desde el punto q como origen y por medio de una métrica define un punto cercano a q (q_{near}) en dirección a q_{rand} y distancia ϵ . Si el punto q_{near} se encuentra en un espacio libre de colisión, entonces este es añadido al árbol. La aplicación del algoritmo RRT en la robótica es encontrar configuraciones para que un robot realiza alguna actividad sin colisionar.

3. Explique claramente la justificación que los autores presentan para el funcionamiento del RRT

El algoritmo RRT funciona de manera eficiente en espacios libres para la exploración, esto debido a la naturaleza con el cual está ideado. Por lo que es una buena elección para propósitos de explorar el ambiente donde se desarrollara el sistema.

4. Describa y explique el algoritmo del RRT* e indique las diferencias principales con el RRT estandar

Los principios del algoritmo RRT* estan basados en el algoritmo RRT, la diferencia radica en dos condiciones añadidas.

1. El algoritmo RRT* guarda la información acerca de la distancia entre nodos, a lo que definen como costo.
2. Una vez que se tiene un camino fijo, se va examinando y buscando puntos que se encuentran en el espacio libre de colisiones que tengan un costo menor al encontrado anteriormente.

Con estas nuevas condiciones el algoritmo RRT* encuentra un camino más eficiente en cuestión de la definición del costo en comparación del RRT. En el caso de un espacio euclideo, el algoritmo RRT* siempre encontrará líneas rectas.

5. ¿Cómo es posible unir el nodo X_{near} con X_{new} en el caso planificación con restricciones cinemáticas, en el contexto de un RRT?

La manera de efectuarse el algoritmo RRT con restricciones de movimiento es considerando un conjunto de acciones permitidas por las restricciones cinemáticas y con ello generar vertices cercados q_{rand} y entre ellos aplicarles las acciones permitidas q_{near} y de entre ellos se escoge el punto más cercano y se agrega al arbol de RRT q_{new} .

6. ¿Es la ecuación de transición de estados un DDR igual a la de un robot tipo automovil? Justifique su respuesta.

Visualmente las dos ecuaciones son semejantes ya que pueden ser reducidas a la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$$

pero el robot tipo caro y DDR tienen diferente definición para u_i , las cuales son:

Robot tipo carro

DDR

$$\begin{aligned}u_1 &= v \cos(\phi) \\ u_2 &= v \sin(\phi)\end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\omega_l + \omega_r}{2} \\ \frac{\omega_l - \omega_r}{2b} \end{pmatrix}$$

donde

donde

- ϕ : Ángulo de giro de las ruedas.
- ω_l : Es la velocidad radial de la rueda.
- v : Es la velocidad.
- ω_r : Es la velocidad angular de la rueda.

en los dos casos comparten que θ es el ángulo de giro del carro. Al tener esta diferencia en la definición de las u_i las ecuaciones de transición de los casos son distintos.

7. ¿Cuál es la diferencia en las entradas de un control de un DDR y un robot tipo automóvil en el contexto de planificación con restricciones cinemáticas?

Un robot de tipo automóvil no puede rotar sin desplazar el centro de las ruedas estáticas, en cambio el DDR sí puede rotar sin desplazarse pero no puede rotar y desplazarse al mismo momento, acción que sí puede realizar el robot tipo automóvil.

8. Explique la razón por la cual es equivalente controlar un DDR a través de las velocidades de sus ruedas o su velocidad lineal y angular.

La razón por la cual es equivalente el control a través de las velocidades de las ruedas y su velocidad lineal y angular es debido a que estas dos cantidades están relacionadas de tal manera que las velocidades del carro son una combinación lineal de la velocidad lineal y angular.

9. Indique una métrica para indicar que tan cerca está un estado de otro para un cuerpo con orientación.

En el caso que exista una orientación se tiene la siguiente métrica:
Sea $\mathbb{R}^n \times S^1$, entonces la métrica está definida como:

$$d(q, q') = \sqrt{\varphi^2 + \sum_i^n (q_i - q'_i)^2}$$

donde

$$\varphi = \min \{|\theta - \theta'|, 2\pi - |\theta - \theta'|\}$$

y q es una coordenada generalizada.

10. En su implementación de RRT, ¿cuál piensa que es la operación que más tiempo de computo requiere?

La operación que más computo requiere es la creación de puntos a partir de restricciones cinématicas, esto debido a que se deben de implementar todas y puede que algunas no sean conmutativas como las rotaciones, por lo que se trata un problema de permutaciones.