

Maestría en Ciencias con Especialidad en
Computación y Matemáticas Industriales
Proceso de admisión 2021
Centro de Investigación en Matemáticas (CIMAT), A.C.
Examen de Matemáticas
(Tiempo: 2 horas)

Nombre: _____

Fecha: _____

Instrucciones:

- Escriba lo más claro posible para que al digitalizar las respuestas sean legibles.
- Escriba su nombre en cada hoja.
- Resuelva cada problema en hojas independientes.
- Justifique lo más precisamente posible todas sus respuestas.

Problema 1 [1.0 puntos]

Suma las siguientes fracciones y simplifica el resultado:

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$$

Problema 2 [1.0 puntos]

La función $S(n)$ se define para enteros positivos como la suma de los dígitos de n . Por ejemplo $S(712) = 7 + 1 + 2$. ¿Cuál es el valor de $S(1) + S(2) + S(3) + \dots + S(99)$?

Problema 3 [1.0 puntos]

Sea $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$. Busca una matriz \mathbf{A} tal que:

$$\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + x_1x_2 - 2x_1x_3$$

y que los elementos de la matriz denotados por a_{ij} cumplan que $a_{ij} = a_{ji}, \forall i \neq j$.

Problema 4 [1.5 puntos]

Sea $f(x, y) = cxy$, si $0 \leq x \leq 2y \leq 10$ y 0 en los demás casos. Calcula c tal que el volumen de la región acotada por la superficie definida por f y el plano horizontal xy sea 1.

Problema 5 [1.5 puntos]

¿Cuál es el valor máximo de x (si existe) de todas las (x, y) que satisfacen las siguientes desigualdades?

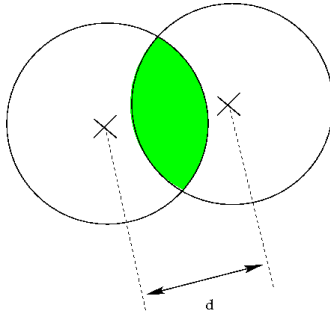
$$2x + 3y \leq 23$$

$$x + 2 \leq 3y$$

$$3y + 1 \leq 4x$$

Problema 6 [2.0 puntos]

Sean dos círculos de radio R , calcula el área de su intersección (en verde) si la distancia entre los centros es $d = \sqrt{3}R$.



Problema 7 [2.0 puntos]

Dadas dos funciones f y g derivables, se sabe que la identidad

$$(fg)' = f'g'$$

no se cumple en general. Si se fija $f(x) = e^{x^2+2x}$, determina las funciones g que verifican dicha identidad.