Connect S.P.A.

Giovanni Mangano

Prof. Mariagrazia Scutellà

2021-2022

Il problema di Connect S.P.A. richiede una minimizzazione dei costi.

Ci sono infatti sia dei costi fissi di attivazione di un collegamento tra due nodi della rete; sia ci sono dei costi variabili che dipendono dalla quantità di Mb/s trasmessi. Ogni arco ha una capacità C di 10 Mb/s.

Il modello lineare è costruito su un grafo orientato G(V,A).

Per prima cosa definiamo V come il set dei nodi della rete ({A,B,C,D,E,F})

Dopodiché definiamo il set A degli archi utilizzabili di cui per ciascuno è noto il costo fisso di attivazione (*fij*) ed il cost variabile(*cij*) espresso in (€/Mb/s).

E istanziamo due famiglie di variabili, definite entrambe sull' insieme degli archi:

- $Yij =$
  - 1 se apriamo la connessione
  - 0 altrimenti

- Xij: numero di Mb/s passanti per l'arco (i,j)

Le *Xij* sono quindi presentate come le variabili tipiche del minimum ***cost flow problem***; con la differenza che in questo caso è espressamente richiesto che la 7 Mb/s di connessione vadano dal nodo A all'F e viceversa 12 Mb/s dal nodo F all'A. Di conseguenza non sarà sufficiente inserire utilizzare le domande del nodo e costruire delle ***conservation flow constraints***, ma viene risolto questo problema annotando per ogni nodo, il minimo numero di Mb/s che vi deve uscire ed il minimo numero di Mb/s che vi deve entrare.

Esprimiamo immediatamente la funzione obiettivo, ovvero la minimizzazione dei costi complessivi:

$$Minimize \sum_{i,j \in A} (fi \times Yij + cij \times Xij)$$

dove notiamo una somma tra quelli che sono i costi fissi (dipendenti da Yij binaria) ed i costi variabili (dipendenti dalle variabili di flusso Xij)

Capiamo chiaramente che la spinta di questa funzione ancora priva di vincoli è contraria sia all'attivazione dei link che al passaggio di dati, di conseguenza garantisce che non ne vengano spediti inutilmente.

Fatto questo bisogna imporre per prima cosa far si che solo gli archi attivati possano essere utilizzati; ne approfittiamo per inserire nel vincolo anche la capacità C degli archi cosicché sia rispettata

$$\forall\, i,j \ \in A,\ Xij \leq C \times Yij$$

Poi passiamo ai vincoli sulla conservazione del flusso.

$$\forall\, j \ \in V,\ \sum_{i,j \in BS(j)} Xij - \sum_{j,i\ \in FS(j)} Xji = bj$$

…dove *bj* è il “bilancio del nodo j” , ovvero 0 per tutti i nodi, tranne che per A che ha bilancio (-7 + 12) uguale a 5, e F viceversa uguale a -5.

Oltre i tipici, avremo altre due famiglie di vincoli che garantiranno:

- Un’uscita minima da ogni nodo
- Un’entrata minima in ogni nodo

Per intenderci garantiremo nella nostra istanza che dal nodo A escano esattamente 7 Mb/s e che ne entrino 12, e per il nodo F l’opposto.

Quindi esprimiamo le due nuove constraints:

$$\forall\, j \ \in V,\ \sum_{i,j \in BS(j)} Xij \geq rj$$

$$\forall\, j \ \in V,\ \sum_{j,i\ \in FS(j)} Xij \geq sj$$

Con rj Mb/s che devono essere ricevuti dal nodo j (ovvero 12 per F, 7 per F, e 0 per gli altri)e mj Mb/s che devono essere mandati da j.

Aggiunte queste constraints il modello è completo e la sua implementazione in AMPL è funzionante.

Il modello è stato utilizzato per risolvere il problema di Connect S.P.A., con l'aiuto del famoso solver CPLEX.

La soluzione ottima trovata dal solutore ci mostra dei costi di 8030 €, inoltre ci permette di scoprire la configurazione ottima della nostra rete.

Nella configurazione ottima gli archi attivati sono (A,B), (B,F),(C,A),(E,C),(F,A),(F,E) e i Mb/s sono trasmessi come rappresentato nell' immagine.