Modelos y Simulación

Trabajo Especial II

Modelo de Inventario

Giovanni Rescia

FaMAF, UNC

Junio de 2014

1 Resumen

El presente trabajo se desarrollará en el contexto del modelo de inventario dado en el capítulo 6.5 del libro Simulación de Sheldon M. Ross. El objetivo del mismo es analizar la calidad estadística de una lista de datos mediante la utilización de diversos test, y no la simulación del mencionado modelo.

Se realizarán test de bondad de ajuste para ver cómo se adaptan distintas distribuciones a los datos listados.

2 Introducción

En particular, trabajaremos con el modelo de inventario bajo las siguiente hipótesis:

- El precio del artículo es \$2.
- Los clientes aparecen en el sistema según un proceso Poisson con razón 20 por hora.
- La cantidad de artículos que cada uno de ellos pide es una variable aleatoria con distribución $\mathcal{G}(0.4)$.
- El stock mínimo es s=5 y el stock máximo es S=50. El stock inicial es 50 y es gratis.
- El costo de comprar y artículos es una función $c(y) = y + \frac{1}{y}$, y se demoran 5 horas en traerlo.
- La tienda paga un costo de mantenimiento del inventario de \$0.10 por cada artículo, por hora cumplida.
- El sistema funciona 8hs diarias, 5 días a la semana, reiniciándose al finalizar la semana.

2.1 Bases teóricas para la resolución del problema

2.1.1 Test de Kolmogorov-Smirnov

El test de Kolmogorov-Smirnov, entre otras cosas, puede ser usado para comparar una muestra bajo la hipótesis que esa muestra tiene cierta distribución de probabilidad con ciertos parámetros (la llameremos la hipótesis nula, denotada H_0).

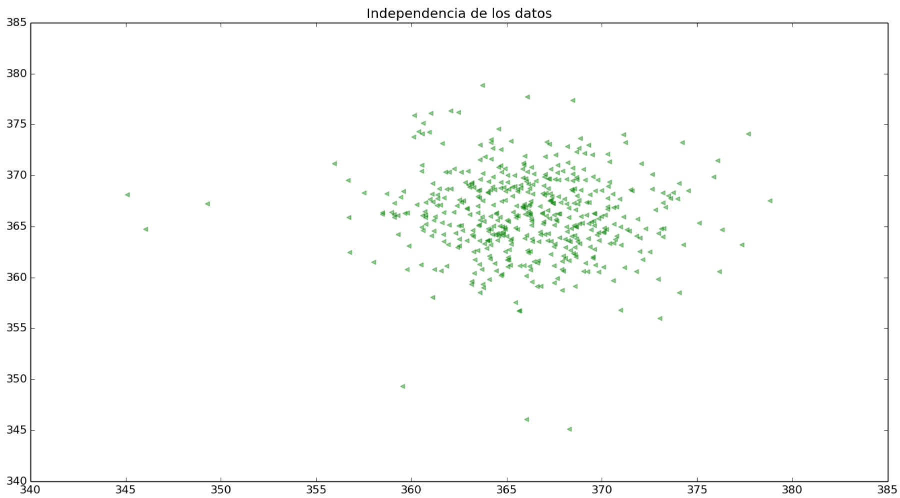
El resultado de tal pruba es un valor (llamado p-valor), que: o bien nos permite refutar H_0, o bien nos dice que no hay evidencia suficiente para rechazarla.

2.1.2 Test χ^2

Va a ser usado con el mismo propósito que el test de Kolmogorov-Smirnov, solo que para distribuciones discretas (en contraste con Kolmogorov-Smirnov que es para distribuciones continuas).

3 Independencia de los datos

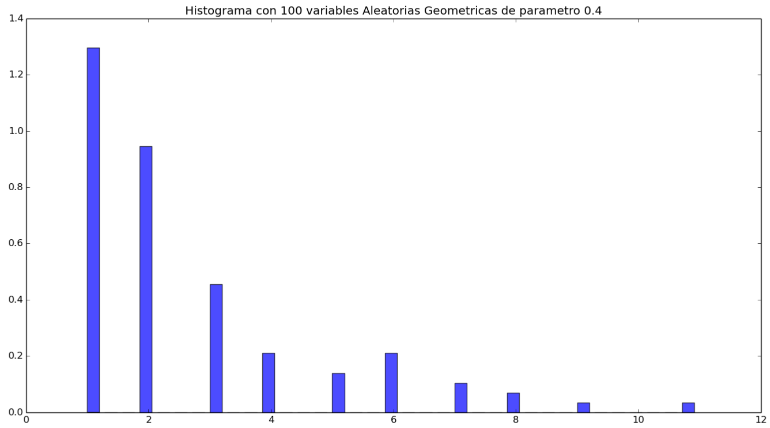
A tal fin de observar cuán independientes son los datos muestreados, nos valeremos de un *scatter diagram*. Mientras más dispersos se observen los datos en el gráfico, más independientes serán unos de otros.

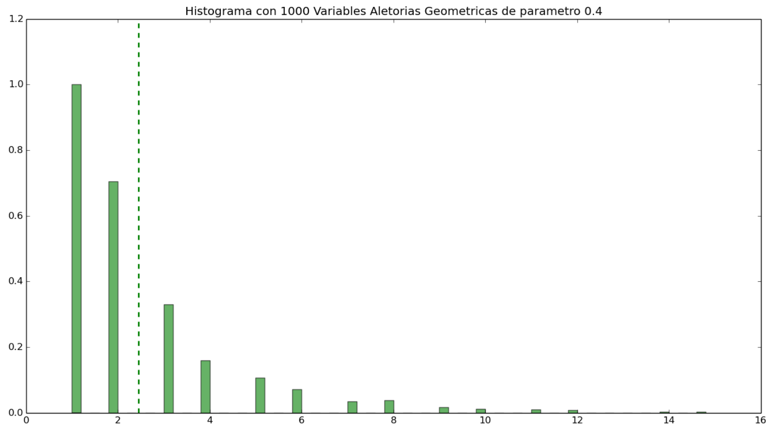


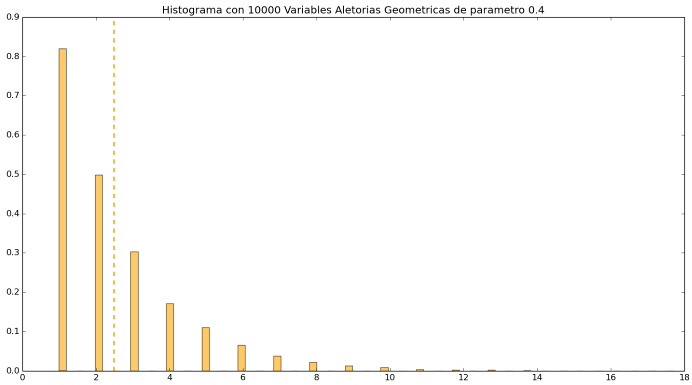
Como se puede apreciar en el gráfico, los puntos están dispersos, lo que indica independencia. Otra observación que se puede hacer que es que hay alta concentración de puntos en 366, por lo que la media se encuentra cerca de 366.

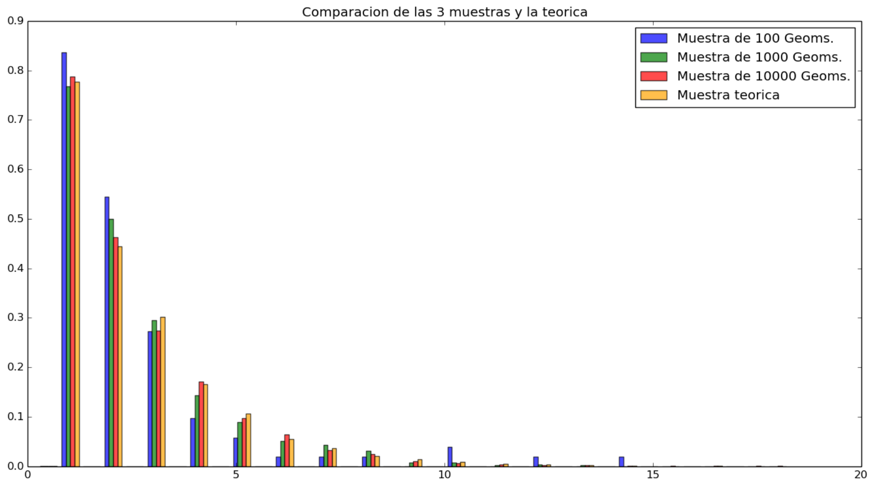
4 Muestras de Variables Aleatorias Geométricas

A continuación histogramas con 100, 1000 y 10000 variables aleatorias $\sim \mathcal{G}(0.4)$.









En vista al último histograma, podemos observar que a medida que la muestra de variables aleatorias crece, se va acercando al límite teórico de una variable aleatoria $\mathcal{G}(0.4)$. Por lo que podríamos estar casi seguros (si no contáramos con la hipótesis que la muestra proviene efectivamente de variables aleatorias $\mathcal{G}(0.4)$) que las observaciones tienen dicha distribución.

Test χ^2

Realizaremos una estimación del p-valor a partir de la hipótesis de que la muestra está distribuida con variable aleatorias $\mathcal{G}(0.4)$.

Para esto, plantearemos dos hipótesis:

- H_0: la muestra está distribuida con variable aleatorias $\mathcal{G}(0.4)$.
- H_a: la muestra no está distribuida con variables aleatorias $\mathcal{G}(0.4)$.

Definiremos el estadístico T como:

$$T = \sum_{i=1}^{n} \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i}$$

donde:

- n es el tamaño de la muestra
- N_i es la frecuencia observada sobre el valor i-ésimo.
- p_i es la probabilidad de un valor que sea igual a i (es decir, $p_i = P(X = i) = 0.4 * (1 - 0.4)^i$

Entonces, tenemos que

$$p - valor \approx P\{\chi^2_{k-1} \geq t\}$$

Por lo tanto, podemos calcular j estadísticos $T_1, ..., T_j$ y aproximar

$$\frac{\#\{i | T_i \geq t\}}{j} \approx P\{T \geq t\}$$

Se han observado los siguientes valores:

- Con $n = 100$ Observaciones

  $t_{obs} = 10.9768$

  $p - valor = 0.435$
- Con $n = 1000$ Observaciones

  $t_{obs} = 12.9523$

  $p - valor = 0.605$
- Con $n = 10000$ Observaciones

  $t_{obs} = 20.4434$

  $p - valor = 0.454$

Como los $p - valores$ son altos (> 0.01) no tenemos suficiente evidencia para rechazar H_0, por lo que tomamos la hipótesis nula como cierta.