METODI ITERATIVI

Sono metodi che arrivano alla soluzione "esatta" con un numero infinito di passi

Costruire una successione di vettori x_i t.c.

$$\lim_{i \to \infty} Ax_i - b = 0 \qquad o(n^2)$$

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$o\left(\frac{2}{3}n^3\right)$ $\qquad N_{iterazioni} \cdot n^2 \simeq \frac{2}{3}n^3$

100.000×100.000

MATRICI GRANDI E SPARSE

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sparsa (molti zeri)

$A = LU$ $\qquad$ L ed U siano sparsi

$\| x^n - \bar{x} \| < \varepsilon$

solo se conosco sol. analitica

* numero di iterazioni
* norma del residuo $\| Ax_i - b \|$
* norma della differenza tra due iterate
  $\| x_i - x_{i-1} \|$

$x^{(0)}$

$$x^{(k+1)} = Bx^{k} + g$$

dipende da b

B matrice di iterazione

Metodo consistente

solo se g e B sono tali che

$x = Bx + g$ $\quad Ax = b \quad x = A^{-1}b$

esatta

$$g = (I - B)A^{-1}b$$

$$e^{(k)} = x^{(k)} - x$$

convergente se

$$\lim_{k \to \infty} e^{(k)} = 0 \quad \forall x^{(0)}$$

consistenza è necessaria per la convergenza ma non è sufficiente

ESEMPIO

$2Ix = b \qquad x = b/2$

$x^{k+1} = -x^{k} + b \qquad B = -I \qquad g = b$

consistente $\qquad x = Bx + g$

$$b/2 = -b/2 + b$$

$$X^{(0)} \neq X = b/2$$

$$X^{(2k+1)} = b - X^{(0)}$$

$$k = 0, 1, \dots, \infty$$

$$X^{(2k)} = X^{(0)}$$