NUMERO DI CONDIZIONAMENTO

$$K_2(A) = \|A\|_2 \|A^{-1}\|_2 = \frac{\sigma_1(A)}{\sigma_n(A)}$$

$\underset{max}{\sigma_1(A)}$ e $\underset{min}{\sigma_n(A)}$ $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

DECOMPOSIZIONE AD I VALORI SINGOLARI

SVD

Qualsiasi matrice (non necessariamente quadrata) può essere ricondotta ad una matrice diagonale pre e post moltiplicata per due matrici unitarie = ortogonale

$A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ m anche diverso da n

$\exists$ 2 matrici unitarie $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ t.c.

$$U^T A V = \underbrace{\Sigma}_{\text{diagonale}} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_p) \qquad p = \min(m, n)$$

$$A = U \Sigma V^T \qquad U^T U = I = U U^T$$

$$\underbrace{U U^T}_{I} A \underbrace{V V^T}_{I} = U \Sigma V^T$$

Relazione tra autovalori e valori singolari

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^T A)} \qquad A^T A \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

le colonne di U sono dette vettori singolari sinistri

- Le colonne di V sono dette vettori singolari destri

$$A = U \Sigma V^T$$

$$A \approx \underbrace{\tilde{U}}_{m \times k} \underbrace{\tilde{\Sigma}}_{k \times k} \underbrace{\tilde{V}^T}_{k \times n}$$

$$A \approx \sum_{i=1}^{k} a_i \underbrace{\varphi_i}_{\in \mathbb{R}^{m \times 1}}$$