

Введение в реляционные базы данных

Лекция 6: Функциональные зависимости

Артем Толканев

October 16, 2024

На этой лекции

- Функциональные зависимости
- Нормализация



Значение отношения (обозначим за r) - состоит из из заголовка и тела, где:

- **Заголовок** отношения r - представляют собой заголовок кортежа.

Отношение r имеет такие же атрибуты и такую же степень, как и заголовок.

- **Тело** отношения r представляет собой множество кортежей, имеющих один и тот же заголовок.



Значение отношения варианты:

1. Значение переменной отношения в определенный момент
2. Множество всех возможных значений, которые переменная отношения может принимать в разные моменты существования

language_id	language
0	русский
1	английский
2	французский
3	немецкий

language_id	language
0	русский
1	английский
2	французский
3	немецкий
2147483647	Язык лишайников

В предыдущих сериях



Рассмотрим отношение r и два произвольных подмножества X и Y из множества атрибутов этого отношения.

Тогда Y **функционально зависимо** от X , тогда и только тогда, когда **для любого допустимого значения переменной отношения** каждое значение множества X связано точно с одним значением множества Y .

Иначе говоря, если два кортежа отношения r совпадают по значению X , они совпадают и по значению Y .

Записывается как

$$X \rightarrow Y$$

(в предыдущей лекции писали $X \square Y$)

, читается как “ X функционально определяет Y ”.

$$X \rightarrow Y$$

детерминант

зависимая часть

В предыдущих сериях



Пусть K - множество атрибутов переменной отношения r .

K является **потенциальным ключом** тогда и только тогда, когда это множество обладает следующими свойствами:

- **Уникальность.** Для любого допустимого значения r все кортежи имеют уникальное значение K
- **Несократимость.** Никакое подмножество K не обладает свойством уникальности

Надмножество потенциального ключа - суперключ.

В предыдущих сериях



Пусть A , B и C - произвольные подмножества множества атрибутов заданной переменной отношени.

Тогда правила вывода определяются следующим:

- Правило **рефлексивности**. Если множество B является подмножеством множества A , то $A \rightarrow B$.
- Правило **дополнения**. Если $A \rightarrow B$, то $A \cup C \rightarrow B \cup C$.
- Правило **транзитивности**. Если $A \rightarrow B$ и $B \rightarrow C$, то $A \rightarrow C$.
- Правило **самоопределения**. $A \rightarrow A$.
- Правило **декомпозиции**. Если $A \rightarrow B \cup C$, то $A \rightarrow B$ и $A \rightarrow C$.
- Правило **объединения**. Если $A \rightarrow B$ и $A \rightarrow C$, то $A \rightarrow B \cup C$.
- Правило **композиции**. Если $A \rightarrow B$ и $C \rightarrow D$, то $A \cup C \rightarrow B \cup D$.
- Теорема **Дарвена**. Если $A \rightarrow B$ и $C \rightarrow D$, то $A \cup (C \setminus B) \rightarrow B \cup D$.



Множество всех функциональных зависимостей, которые следуют из данного множества функциональных зависимостей S , называют **замыканием** множества S , будем обозначать его, как S^+ .

Множество функциональных зависимостей называется

неприводимым или минимальным

тогда и только тогда, когда оно обладает следующими свойствами:

- Правая часть каждой функциональной зависимости из множества S содержит только один атрибут.
- Детерминант каждой функциональной зависимости из множества S , в свою очередь, является неприводимым, т.е. ни один атрибут из детерминанта не может быть убран.
- Ни одна функциональная зависимость из множества S не может быть удалена из множества S без изменения его замыкания S^+ .



Теорема Хита

Пусть r - переменная отношения, а A, B, C - непересекающиеся множества атрибутов этой переменной отношения.

Если r удовлетворяет функциональной зависимости $A \rightarrow B$, то r равна соединению её проекций по атрибутам $r_1(A, B)$ и $r_2(A, C)$.

Переменная отношения находится в 1НФ тогда и только тогда, когда в любом допустимом значении этой переменной отношения каждый её кортеж содержит только одно значение для каждого из атрибутов.

Переменная отношения находится в 2НФ тогда и только тогда, когда она находится в первой нормальной форме и каждый её неключевой атрибут неприводимо зависит от её первичного ключа.

В предыдущих сериях



1NF

Переменная отношения находится в 1NF тогда и только тогда, когда в любом допустимом значении этой переменной отношения каждый ее кортеж содержит только одно значение для каждого из атрибутов.

name	year_of_publishing
Капитанская Дочка	{2005}
Дубровский	{2005}
Война и Мир 3,4 том	{1998}
Мартин Иден	{2005}
Война и Мир 1,2 том	{1998}
Курс аналитической геометрии	{2005,2006}

name	year_of_publishing
Капитанская Дочка	{2005}
Дубровский	{2005}
Война и Мир 3,4 том	{1998}
Мартин Иден	{2005}
Война и Мир 1,2 том	{1998}
Курс аналитической геометрии	{2005}
Курс аналитической геометрии	{2006}

В предыдущих сериях



2НФ

Переменная отношения находится в 2НФ тогда и только тогда, когда она находится в первой нормальной форме и каждый её неключевой атрибут неприводимо зависит от её первичного ключа.

```
r{name, year_of_publishing, theme_id, publishing_house_id, language_id},  
PK {name, year_of_publishing},  
name → theme_id,  
name → publishing_house_id
```

```
r1{name, theme_id, publishing_house_id},  
PK {name}  
  
r2{name, year_of_publishing, language_id},  
PK {name, year_of_publishing},  
FK{name} REFERENCES r1
```

В предыдущих сериях



ЗНФ

Переменная отношения находится в ЗНФ тогда и только тогда, когда она находится в второй нормальной форме и не один неключевой атрибут не является транзитивно зависимым от её первичного ключа.



Переменная отношения находится в 3НФ

тогда и только тогда, когда она находится в второй нормальной форме и не один неключевой атрибут не является транзитивно зависимым от её первичного ключа.

```
r{name, language_id, language},  
PK {name},  
language_id → language
```

name	language_id	language
1984	2	французский
Othello	2	французский
Анна Каренина	1	английский
Белый Клык	1	английский
Война и Мир 1,2 том	1	английский
Война и Мир 3,4 том	1	английский
Дубровский	1	английский
Капитанская Дочка	1	английский
Курс аналитической геометрии	1	английский
Мартин Иден	1	английский
Обломов	1	английский
Общая физика	1	английский
Русские сказки	1	английский
Сердца Трех	1	английский
Три Сестры	1	английский



Переменная отношения находится в 3НФ

тогда и только тогда, когда она находится в второй нормальной форме и не один неключевой атрибут не является транзитивно зависимым от её первичного ключа.

```
r{name, language_id, language},
```

```
PK {name},
```

```
language_id → language
```

```
r1{language_id, language},
```

```
PK {language_id}
```

```
r2{name, language_id},
```

```
PK {name},
```

```
FK {language_id} REFERENCES r1
```

name	language_id	language
1984	2	французский
Othello	2	французский
Анна Каренина	1	английский
Белый Клык	1	английский
Война и Мир 1,2 том	1	английский
Война и Мир 3,4 том	1	английский
Дубровский	1	английский
Капитанская Дочка	1	английский
Курс аналитической геометрии	1	английский
Мартин Иден	1	английский
Обломов	1	английский
Общая физика	1	английский
Русские сказки	1	английский
Сердца Трех	1	английский
Три Сестры	1	английский

Нормальные формы

name	language_id
1984	2
Othello	2
Анна Каренина	1
Белый Клык	1
Война и Мир 1,2 том	1
Война и Мир 3,4 том	1
Дубровский	1
Капитанская Дочка	1
Курс аналитической геометрии	1
Мартин Иден	1
Обломов	1
Общая физика	1
Русские сказки	1
Сердца Трех	1
Три Сестры	1

language_id	language
2	французский
1	английский

name	language_id	language
1984	2	французский
Othello	2	французский
Анна Каренина	1	английский
Белый Клык	1	английский
Война и Мир 1,2 том	1	английский
Война и Мир 3,4 том	1	английский
Дубровский	1	английский
Капитанская Дочка	1	английский
Курс аналитической геометрии	1	английский
Мартин Иден	1	английский
Обломов	1	английский
Общая физика	1	английский
Русские сказки	1	английский
Сердца Трех	1	английский
Три Сестры	1	английский

Нормальные формы

Переменная отношения находится в 3НФ

тогда и только тогда, когда она находится в второй нормальной форме и не один неключевой атрибут не является транзитивно зависимым от её первичного ключа.

```
r{name, language_id, language},  
PK {name},  
language_id → language
```

```
r1{name, language},  
PK {name}
```

```
r2{name, language_id},  
PK {name}
```

name	language_id	language
1984	2	французский
Othello	2	французский
Анна Каренина	1	английский
Белый Клык	1	английский
Война и Мир 1,2 том	1	английский
Война и Мир 3,4 том	1	английский
Дубровский	1	английский
Капитанская Дочка	1	английский
Курс аналитической геометрии	1	английский
Мартин Иден	1	английский
Обломов	1	английский
Общая физика	1	английский
Русские сказки	1	английский
Сердца Трех	1	английский
Три Сестры	1	английский



name	language_id
1984	2
Othello	2
Анна Каренина	1
Белый Клык	1
Война и Мир 1,2 том	1
Война и Мир 3,4 том	1
Дубровский	1
Капитанская Дочка	1
Курс аналитической геометрии	1
Мартин Иден	1
Обломов	1
Общая физика	1
Русские сказки	1
Сердца Трех	1
Три Сестры	1

name	language
1984	французский
Othello	французский
Анна Каренина	английский
Белый Клык	английский
Война и Мир 1,2 том	английский
Война и Мир 3,4 том	английский
Дубровский	английский
Капитанская Дочка	английский
Курс аналитической геометрии	английский
Мартин Иден	английский
Обломов	английский
Общая физика	английский
Русские сказки	английский
Сердца Трех	английский
Три Сестры	английский

name	language_id	language
1984	2	французский
Othello	2	французский
Анна Каренина	1	английский
Белый Клык	1	английский
Война и Мир 1,2 том	1	английский
Война и Мир 3,4 том	1	английский
Дубровский	1	английский
Капитанская Дочка	1	английский
Курс аналитической геометрии	1	английский
Мартин Иден	1	английский
Обломов	1	английский
Общая физика	1	английский
Русские сказки	1	английский
Сердца Трех	1	английский
Три Сестры	1	английский



Нормальные формы



$r\{\text{name, language_id, language}\},$
PK {name},

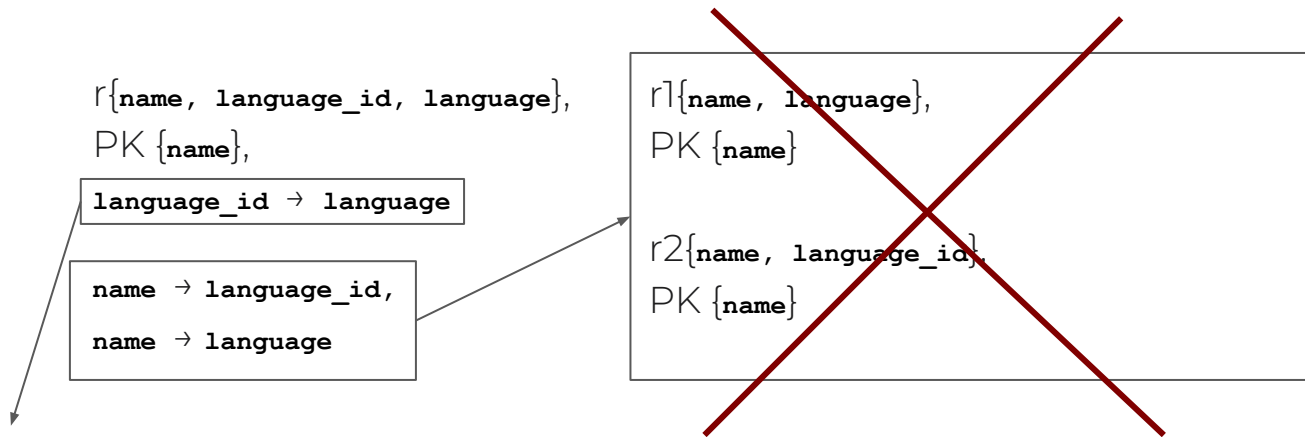
$\text{language_id} \rightarrow \text{language}$

$\text{name} \rightarrow \text{language_id},$
 $\text{name} \rightarrow \text{language}$

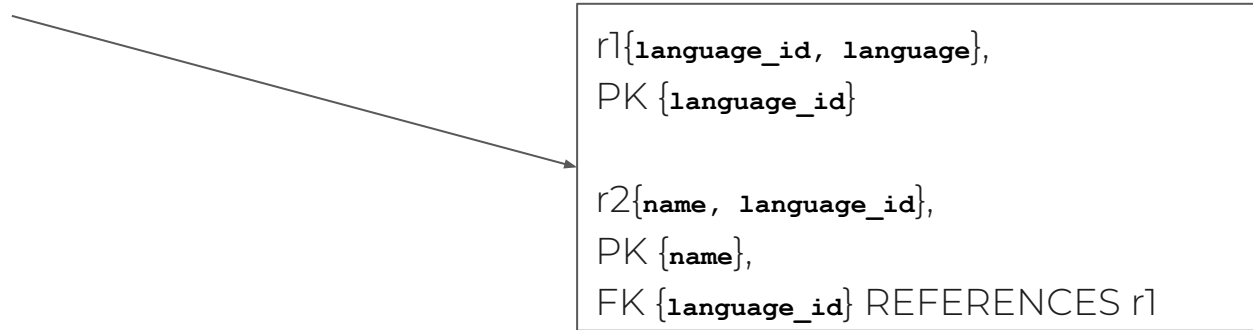
$r1\{\text{name, language}\},$
PK {name}

$r2\{\text{name, language_id}\},$
PK {name}

???



Каждая функциональная зависимость в переменной
отношения r является логическим следствием
функциональных зависимостей в её проекциях $r1$ и $r2$



3.5НФ

или Нормальная форма Бойса-Кодда или Нормальная форма Хита

Переменная отношения находится в НФБК тогда и только тогда, когда каждая её нетривиальная и неприводимая слева функциональная зависимость имеет в качестве своего детерминанта некоторый потенциальный ключ.



Переменная отношения находится в НФБК тогда и только тогда, когда каждая её нетривиальная и неприводимая слева функциональная зависимость имеет в качестве своего детерминанта некоторый потенциальный ключ.



Детерминанты всех её ФЗ являются потенциальными ключами



Переменная отношения находится в НФБК тогда и только тогда, когда каждая её нетривиальная и неприводимая слева функциональная зависимость имеет в качестве своего детерминанта некоторый потенциальный ключ. Т.е. детерминанты всех её ФЗ являются потенциальными ключами

```
r{publishing_house_id, language_id, language, pub_count},  
{publishing_house_id, language_id, language} → pub_count,  
{language_id} → language,  
{language} → language_id
```

potential keys:

```
{publishing_house_id, language_id}  
{publishing_house_id, language}
```

publishing_house_id	language_id	language	pub_count
11	1	английский	3
13	1	английский	3
14	1	английский	3
15	1	английский	2
16	1	английский	3
12	2	французский	2



Переменная отношения находится в НФБК тогда и только тогда, когда каждая её нетривиальная и неприводимая слева функциональная зависимость имеет в качестве своего детерминанта некоторый потенциальный ключ. Т.е. детерминанты всех её ФЗ являются потенциальными ключами

$r\{\text{publishing_house_id}, \text{language_id}, \text{language}, \text{pub_count}\},$
 $\{\text{publishing_house_id}, \text{language_id}, \text{language}\} \rightarrow \text{pub_count},$
 $\{\text{language_id}\} \rightarrow \text{language},$
 $\{\text{language}\} \rightarrow \text{language_id}$

potential keys:

$\{\text{publishing_house_id}, \text{language_id}\}$

$\{\text{publishing_house_id}, \text{language}\}$

publishing_house_id	language_id	language	pub_count
11	1	английский	3
13	1	английский	3
14	1	английский	3
15	1	английский	2
16	1	английский	3
12	2	французский	2

$r1\{\text{language_id}, \text{language}\}, \text{PK } \{\text{language_id}\}$

$r2\{\text{publishing_house_id}, \text{language_id}, \text{pub_count}\}, \text{PK } \{\text{publishing_house_id}, \text{language_id}\}, \text{FK } r1$

$r1\{\text{language_id}, \text{language}\}, \text{PK } \{\text{language}\}$

$r2\{\text{publishing_house_id}, \text{language}, \text{pub_count}\}, \text{PK } \{\text{publishing_house_id}, \text{language}\}, \text{FK } r1$



Переменная отношения находится в НФБК тогда и только тогда, когда каждая её нетривиальная и неприводимая слева функциональная зависимость имеет в качестве своего детерминанта некоторый потенциальный ключ. Т.е. детерминанты всех её ФЗ являются потенциальными ключами

```
r{publishing_house_id, theme_id, subtheme_id},  
{subtheme_id} → theme_id  
{publishing_house_id, theme_id} → subtheme_id
```

Каждая подтема относится к определенной теме
Каждый издательский дом публикуется только по определенной подтеме в какой-то теме

publishing_house_id	theme_id	subtheme_id
11	1	10
12	2	20
13	5	50
14	1	11
14	4	40
15	1	12



Переменная отношения находится в НФБК тогда и только тогда, когда каждая её нетривиальная и неприводимая слева функциональная зависимость имеет в качестве своего детерминанта некоторый потенциальный ключ. Т.е. детерминанты всех её ФЗ являются потенциальными ключами

```
r{publishing_house_id, theme_id, subtheme_id},  
{subtheme_id} → theme_id  
{publishing_house_id, theme_id} → subtheme_id
```

Каждая подтема относится к определенной теме
Каждый издательский дом публикуется только по определенной подтеме в какой-то теме.

ФК {theme_id} → subtheme_id не соблюдается.

potential keys:

```
{publishing_house_id, theme_id}  
{publishing_house_id, subtheme_id}
```

publishing_house_id	theme_id	subtheme_id
11	1	10
12	2	20
13	5	50
14	1	11
14	4	40
15	1	12



Переменная отношения находится в НФБК тогда и только тогда, когда

нетривиальная и неприводимая своего функциональная зависимость в качестве своего детерминанта на множестве функциональных зависимостей. Все ФЗ являются потенциальными ФД.

$r\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}, \text{subtheme_id}\}$
 $\{\text{subtheme_id}\} \rightarrow \text{theme_id}$
 $\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}\} \rightarrow \text{subtheme_id}$

theme_id	subtheme_id
1	10
2	20
5	50
1	11
4	40
2	21

publishing_house_id	subtheme_id
11	10
12	20
13	50
14	11
14	40
15	11

Каждая подтема относится к определенной теме
Каждый издательский дом публикуется только по определенной подтеме в какой-то теме.

ФК $\{\text{theme_id}\} \rightarrow \text{subtheme_id}$ не соблюдается.

Итого:

$r1\{\text{publishing_house_id}, \text{subtheme_id}\}$, PK $r1$
 $r2\{\text{subtheme_id}, \text{theme_id}\}$, PK $\{\text{subtheme_id}\}$

publishing_house_id	theme_id	subtheme_id
11	1	10
12	2	20
13	5	50
14	1	11
14	4	40
15	1	11



Переменная отношения находится в НФБК тогда и только

нетривиальная и неприводимая своего функциональная зависимость
качестве своего детерминанта не имеет функционально-зависимых
всех её ФЗ являются потенциальными

$r\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}, \text{subtheme_id}\}$
 $\{\text{subtheme_id}\} \rightarrow \text{theme_id}$
 $\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}\} \rightarrow \text{subtheme_id}$

theme_id	subtheme_id
1	10
2	20
5	50
1	11
4	40
2	21

publishing_house_id	subtheme_id
11	10
12	20
13	50
14	11
14	40
15	11

Итого:

$r1\{\text{publishing_house_id}, \text{subtheme_id}\}$, PK $r1$
 $r2\{\text{subtheme_id}, \text{theme_id}\}$, PK $\{\text{subtheme_id}\}$

В чем проблема???

publishing_house_id	theme_id	subtheme_id
11	1	10
12	2	20
13	5	50
14	1	11
14	4	40
15	1	11



Переменная отношения находится в НФБК

нетривиальная и неприводимая своего функциональная зависимость
качестве своего детерминанта не
всех её ФЗ являются потенциал

$r\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}, \text{subtheme_id}\}$
 $\{\text{subtheme_id}\} \rightarrow \text{theme_id}$
 $\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}\} \rightarrow \text{subtheme_id}$

theme_id	subtheme_id
1	10
2	20
5	50
1	11
4	40
2	21

publishing_house_id	subtheme_id
11	10
12	20
13	50
14	11
14	40
15	11
12	21

Итого:

$r1\{\text{publishing_house_id}, \text{subtheme_id}\}$, PK $r1$
 $r2\{\text{subtheme_id}, \text{theme_id}\}$, PK $\{\text{subtheme_id}\}$

В чем проблема:

мы потеряли (дом издает ток подтематике
темы)

$\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}\} \rightarrow \text{subtheme_id}$

publishing_house_id	theme_id	subtheme_id
11	1	10
12	2	20
13	5	50
14	1	11
14	4	40
15	1	11
12	2	21

Нормальные формы

Каждая функциональная зависимость в переменной отношения r является логическим следствием функциональных зависимостей в её проекциях r_1 и r_2

$r\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}, \text{subtheme_id}\}$
 $\{\text{subtheme_id}\} \rightarrow \text{theme_id}$
 $\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}\} \rightarrow \text{subtheme_id}$

Итого:

$r_1\{\text{publishing_house_id}, \text{subtheme_id}\}$, PK r_1
 $r_2\{\text{subtheme_id}, \text{theme_id}\}$, PK $\{\text{subtheme_id}\}$

В чем проблема:

мы потеряли (дом издает ток подтематике темы)

$\{\text{publishing_house_id}, \text{theme_id}\} \rightarrow \text{subtheme_id}$

theme_id	subtheme_id
1	10
2	20
5	50
1	11
4	40
2	21

publishing_house_id	subtheme_id
11	10
12	20
13	50
14	11
14	40
15	11
12	21

publishing_house_id	theme_id	subtheme_id
11	1	10
12	2	20
13	5	50
14	1	11
14	4	40
15	1	11
12	2	21

Нормальные формы

4НФ

Переменная отношения находится в 4НФ тогда и только тогда, когда в случае существования подмножеств A и B атрибутов отношения r , для которых выполняется нетривиальная многозначная зависимость $A \twoheadrightarrow B$, все атрибуты отношения также функционально зависят от A .



4НФ

Переменная отношения находится в 4НФ тогда и только тогда, когда в случае существования подмножеств A и B атрибутов отношения r , для которых выполняется нетривиальная многозначная зависимость $A \twoheadrightarrow B$, все атрибуты B зависят от A .

book_name_id	language_id	publishing_house_id
200	1	11
201	1	11
202	2	12
203	5	13
200	2	14



4НФ

Переменная отношения находится в 4НФ

существования подмножеств А и В атрибутов, когда в случае которых выполняется нетривиальная многозначная зависимость

book_name_id	language_id	publishing_house_id
200	1	11
201	1	11
202	2	12
203	5	13
200	2	11

book_name_id	language_id
200	1
201	1
202	2
203	5
200	2

А, когда в случае которых все атрибуты

book_name_id	publishing_house_id
200	11
201	11
202	12
203	13

