

Modelación para el análisis de temperatura en el tiempo en diferentes aplicaciones.

Por P. Naretto, J. Palominos, G. Riquelme y N. Yeomans

Para el estudio de la variación de la temperatura en distintos materiales, fue necesario realizar un modelo unidimensional, en este caso a través de una barra. Esto permite comparar las variaciones de temperaturas en distintos puntos y su comportamiento en base a la ecuación diferencial de calor.

Introducción:

En aplicaciones de hormigones masivos, el incremento de la temperatura producto de la reacción exotérmica generada por la hidratación del hormigón, puede causar una serie de problemas, debido a que afecta con el proceso de curado del hormigón, generando fisuras o grietas, por lo cual se hace necesario crear un modelo el cual permita predecir las variaciones de temperatura, estas variaciones en la práctica pueden ser registradas mediante un estudio de calorimetría. En primera instancia se realizará un análisis en una dimensión para luego extrapolar a 2-D y 3-D.

Método:

Para realizar un modelo matemático que logre predecir el incremento de temperatura a lo largo de una barra, fue necesario desarrollar la ecuación diferencial de calor.

$$\frac{\delta u}{\delta t} - \frac{k}{c\rho} \nabla^2 u = q(t_k) \quad (1)$$

Para el caso unidimensional, mediante diferencias finitas se obtienen las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_i^{k+1} - u_i^k}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla^2 = \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = \frac{u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k}{\partial x^2} \quad (3)$$

Evaluando (2) y (3) en (1) se obtuvo la expresión para interactuar con el modelo:

$$u_i^{k+1} = q(t_k) \partial t + u_i^k + \frac{k \partial t}{c \rho \delta x^2} [u_{i+1}^k - 2u_i^k + u_{i-1}^k] \quad (4)$$

A partir de esta expresión, se desarrollo un algoritmo, en el cual se consideran cinco materiales distintos.

Tabla 1. Propiedades de materiales utilizados

Material	Cond. Térmica [K]	Calor específico [c]	Densidad [ρ]
Hierro	79,5	450	7800
Estaño	64	210	7310
Acero	54	120	7850
Ladrillo refractario	0,8	210	2000
Madera	0,13	1700	450

Para cada uno de los materiales se trabajó con la ecuación (4) de dos maneras distintas. En primer lugar, el algoritmo considera la función $q(t_k)$ como despreciable y posteriormente se trabajo con la ecuación de forma completa.

Con respecto al algoritmo programado, se consideró una barra con un largo específico “L”, la cual fue creada como un vector subdividido en “n” partes iguales. Además, se creo un vector de temperatura considerado como una función exponencial equivalente al de la barra. A partir de estos datos se hizo una serie de iteraciones con diferentes condiciones de borde y divergencia las cuales modelan la ecuación de calor en distintos materiales.

Cabe destacar que para cada material se modelaron cuatro gráficos diferentes. En el primer grafico se igualan las pendientes de los extremos, en otras palabras, las condiciones de borde tienen igual pendiente. Para el segundo se tomó como condición de borde inicial un valor determinado. El tercero considera una dispersión de calor agregada como muestra la ecuación (4) esta condición de calor se agrega cada cierto tiempo y en posición aleatoria. Y finalmente el cuarto considera como condición de borde inicial la ecuación (4) modificada despreciando $q(t_k)$.

Resultados y discusiones:

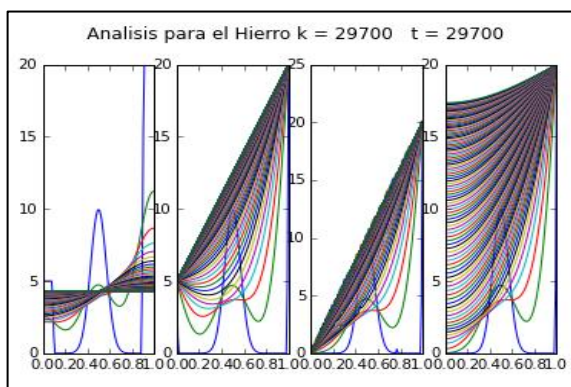


Ilustración 2. Gráfico de hierro

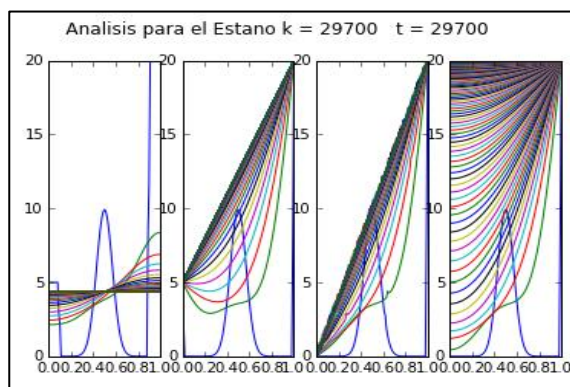


Ilustración 3. Gráfico del estaño

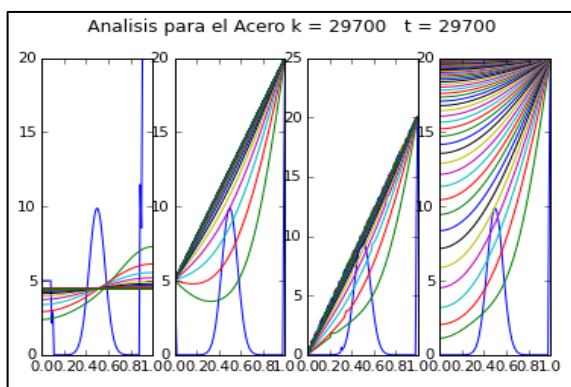


Ilustración 4. Gráfico del acero

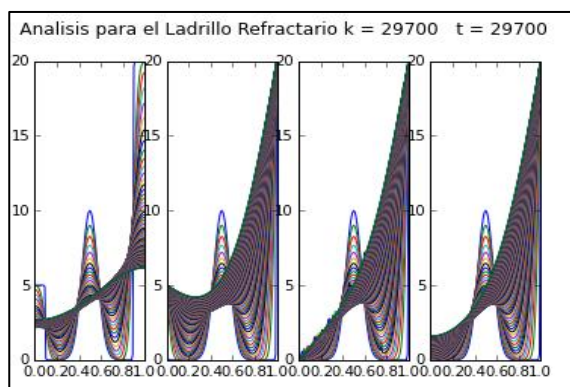


Ilustración 1. Gráfico de ladrillo refractario

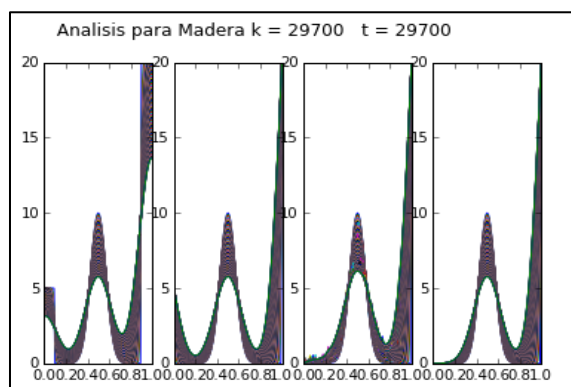


Ilustración 5. Gráfico de la madera

A partir de los gráficos obtenidos, se puede observar que las condiciones de borde y divergencia cambian en cada uno de ellos, donde los materiales utilizados tienen un comportamiento diferente. Por ejemplo, vemos que los materiales acero, hierro y estaño tienen un comportamiento similar ya que son provenientes de la familia de los metales. Por otra parte, vemos que en los materiales metálicos hay menos cantidad de curvas dado que alcanza una mayor temperatura en un menor tiempo, a diferencia del ladrillo y madera, que son materiales del tipo aislación térmica, por ende, demoran más y tienen un mayor número de curvas.

Conclusiones:

Finalmente se puede apreciar que el comportamiento de diversos materiales en un modelo unidimensional es diferente, esto se debe básicamente a las propiedades de cada material, es evidente que el acero, hierro y estaño tienen una significativa diferencia de conductividad térmica en comparación a otros materiales. Por otra parte, al alterar las condiciones de borde de una barra, los efectos de propagación de temperatura a través de esta son significativos. Una barra al ser sometida a una fuente calórica en un punto aleatorio puede alterar todos los puntos de una barra en un periodo de tiempo, esto se debe al aumento de energía interna de esta misma. El modelo en una dimensión permite extrapolar las condiciones de cambio de temperatura en un cuerpo, permitiendo analizar en el futuro un cuerpo tridimensional, haciendo los mismos supuestos aplicados al caso 1-D.