Corso di Laurea in Informatica

Calcolo Numerico

Aritmetica di macchina e stabilità numerica

I seguenti esercizi vanno svolti in linguaggio C o C++, giustificando tutti i risultati ottenuti.

Attenzione: i dati dell'esercizio 1 variano da gruppo a gruppo, come descritto di seguito. In fase di consegna, la relazione dovrà indicare chiaramente i componenti del gruppo in ordine alfabetico e i rispettivi numeri di matricola. *Qualunque discrepanza rispetto ai dati effettivamente usati comporterà una penalizzazione.*

1. Si consideri il numero di matricola del primo componente, in ordine alfabetico, del gruppo; si indichi con d_0 e d_1, rispettivamente, l'ultima e la penultima cifra di tale numero di matricola.
   Posto $a = (d_0 + 1) \cdot 10^i$, con $i = 0, 1, ..., 6$, $b = (d_1 + 1) \cdot 10^{20}$, $c = -b$, eseguire i seguenti calcoli in aritmetica di macchina a doppia precisione, cioè utilizzando variabili di tipo double:
   - $(a + b) + c$
   - $a + (b + c)$

Premessa. Una nota tecnica di analisi matematica per approssimare una funzione $f(x)$ difficile da trattare, è quella che fa uso del "Polinomio di Taylor": si definisce un opportuno polinomio di grado N (i cui coefficienti dipendono da f), che al crescere del grado approssima sempre meglio la funzione di partenza. Ad esempio, il polinomio

$$f_N(x) = \sum_{n=0}^{N} \frac{x^n}{n!}$$

rappresenta il polinomio di Taylor di grado N per la funzione $f(x) = e^x$ e valori di x non troppo distanti da 0. Si noti che si sta così approssimando il problema "calcolare $f(x)$" col nuovo problema "calcolare $f_N(x)$".

2. Fissato l'intero positivo N, implementare un programma che permetta di calcolare $f_N(x)$ per il punto x e il grado N dati in input.
   Considerare i due algoritmi seguenti per i valori descritti dei parametri x e N, confrontando i risultati ottenuti per $f_N(x)$ con i valori restituiti per $f(x)$ dalla funzione exp della libreria ANSI *math.h*, tramite errore relativo e assoluto.
   - Algoritmo 1: determinare un'approssimazione di $f(x)$ per il punto $x = 0.5$ ed il punto $x = 30$, valutando $f_N(x)$ per $N = 3, 10, 50, 100, 150$. Ripetere l'esercizio considerando il punto $x = -0.5$ ed il punto $x = -30$.
   - Algoritmo 2: Osservando che per l'esponenziale vale $f(-x) = 1/f(x)$ e quindi $f(-x) \approx 1/f_N(x)$, determinare una diversa approssimazione di $f(-0.5)$ e $f(-30)$ nel modo seguente: valutare $f_N(+0.5)$ e $f_N(+30)$ per $N = 3, 10, 50, 100, 150$ e, successivamente, calcolarne il reciproco.

3. Implementare un programma che determina la precisione di macchina *eps*, ossia il valore positivo $eps = 2^{-d}$, dove d è il più grande intero positivo tale che $1 + 2^{-d} > 1$ in aritmetica di macchina; calcolarne il valore sia in singola che in doppia precisione.