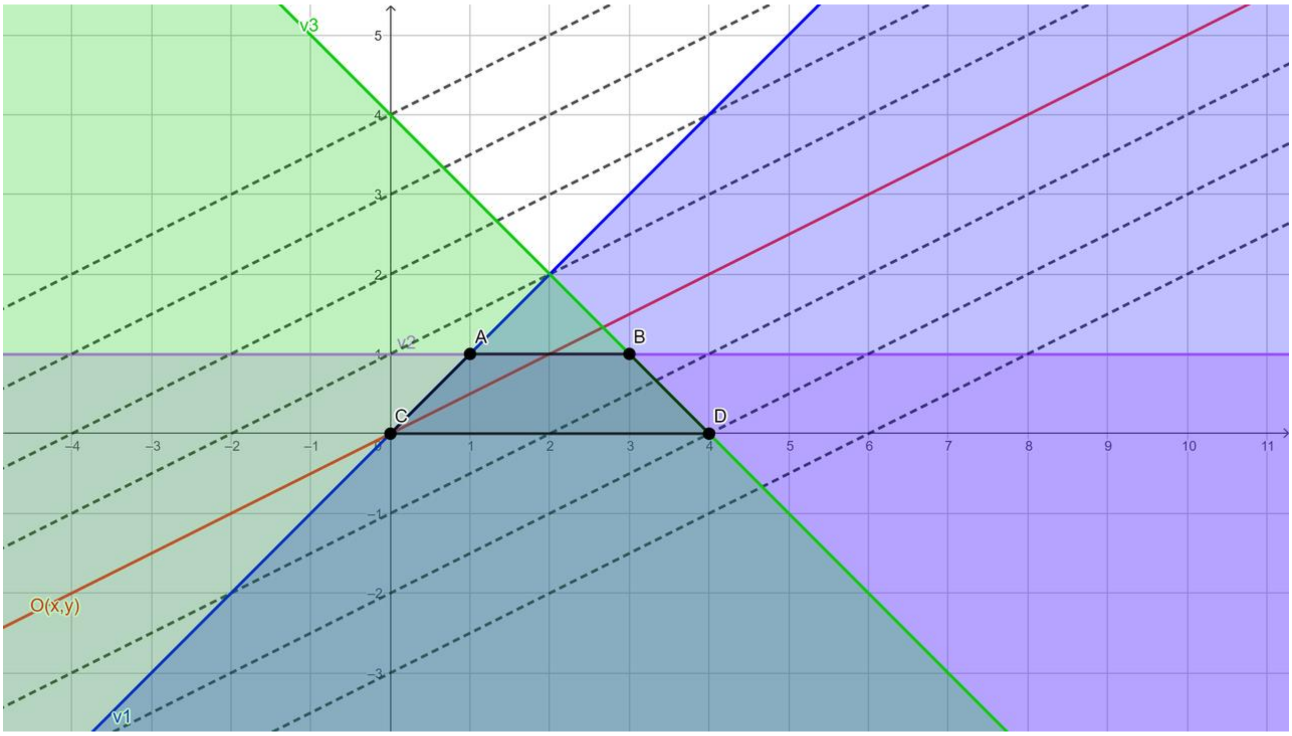
# Programmazione Lineare – Federica Tamerisco

## Grafico




- Funzione obiettivo → $O(x, y) = 2y - x$
- Primo vincolo → $v_1$: $y - x \leq 0$
- Secondo vincolo → $v_2$: $y - 1 \leq 0$
- Terzo vincolo → $v_3$: $y + x - 4 \leq 0$
- **Regione ammissibile** → poligono nero
- Fascio improprio di rette parallele alla funzione obiettivo → linee nere tratteggiate

I vincoli sono rappresentati come semipiani al di sotto delle rette fornite.

La regione ammissibile è il quadrilatero intersezione dei semipiani: nel grafico è il poligono nero delimitato dai punti di intersezione A, B, C, D.

Il punto massimo si trova in A = (1,1), in quanto è il vertice più alto in cui una curva di livello incontra la regione ammissibile.

I vincoli critici sono le rette che definiscono i bordi della regione ammissibile e che contengono il punto di massimo: il primo e il secondo vincolo.

La retta del fascio che contiene il massimo è $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$.

## LVIncrementalLP

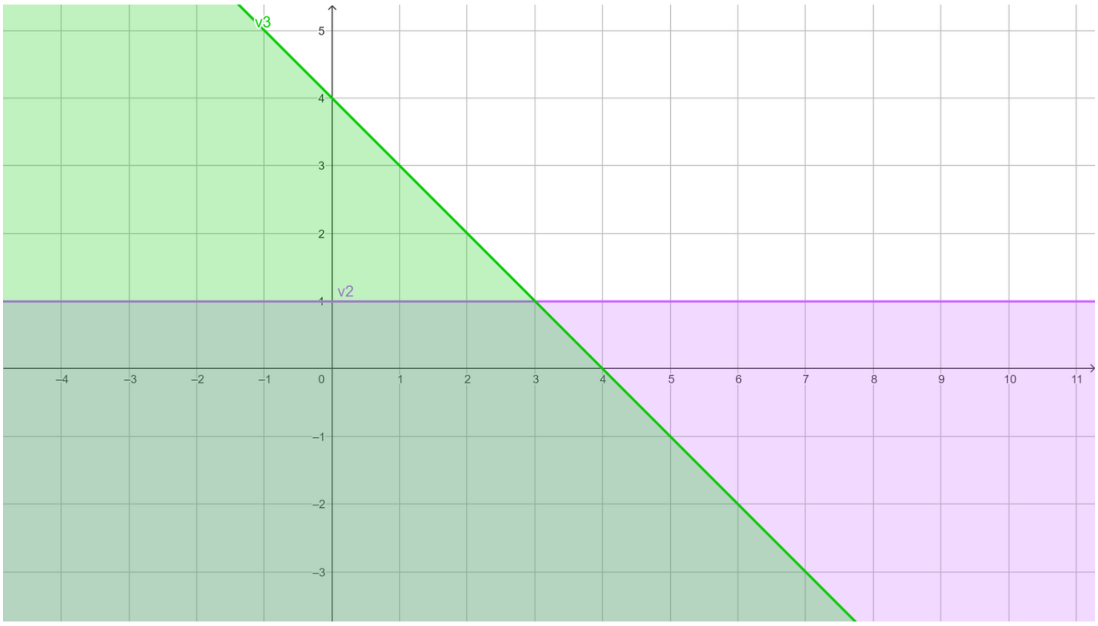
L'algoritmo prende da input un insieme $V$ di $|V|$ vincoli e ritorna l'ottimo per $V$ ( $x^*$ ) e la base di $V$ ( $B(V)$ ).

Nel nostro caso non possiamo direttamente determinare l'ottimo, in quanto abbiamo più vincoli e variabili.

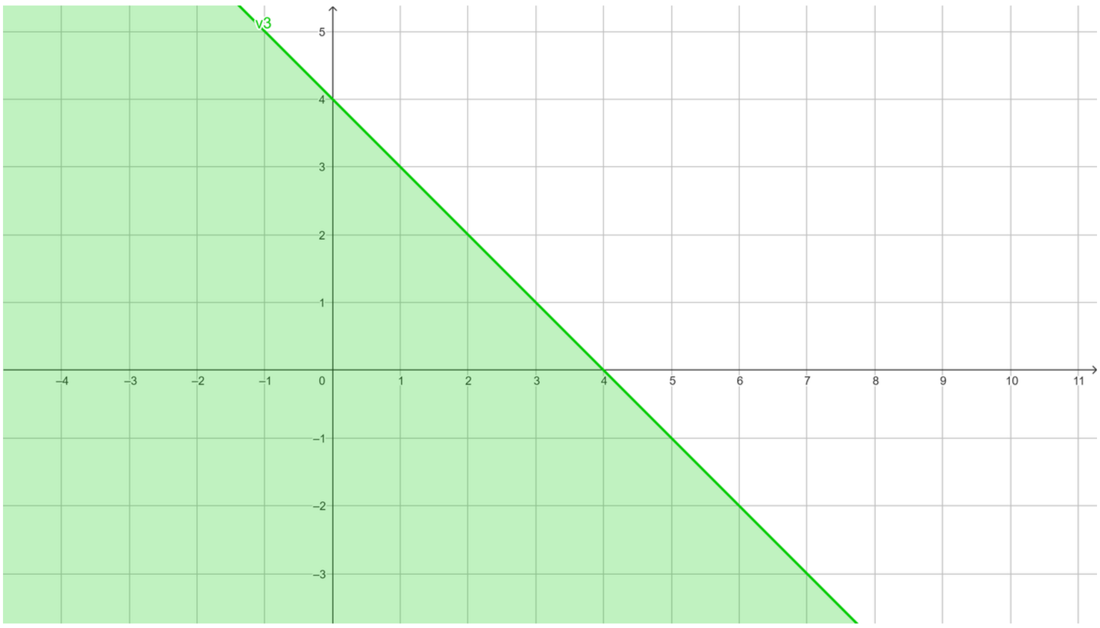
- **Campionamento $v_1$ da $\{v_1, v_2, v_3\}$ e $v_2$ da $\{v_2, v_3\}$**

Il problema si risolve in modo incrementale, aggiungendo vincolo per vincolo.

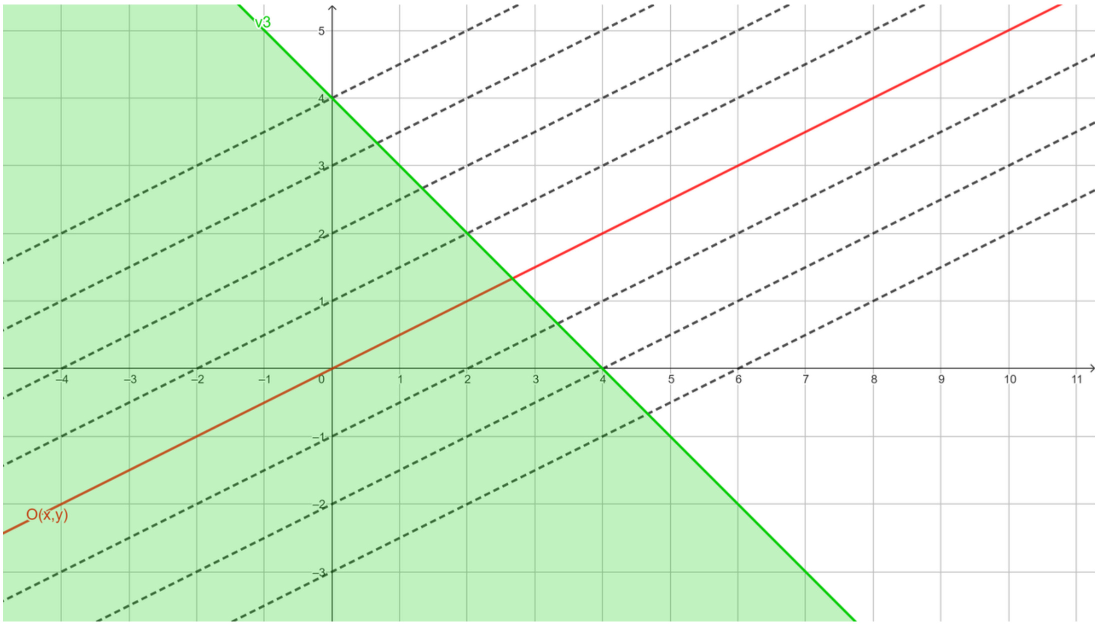
- LVIncrementalLP($\boldsymbol{v_1}$, $\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$)
  La funzione prende in input $\{v_1, v_2, v_3\}$ ed elimina $v_1$ dall'insieme: quindi campioniamo $v_1$ dal grafico completo.




- LVIncrementalLP($\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$)
  Ripetiamo l'azione con $v_2$.



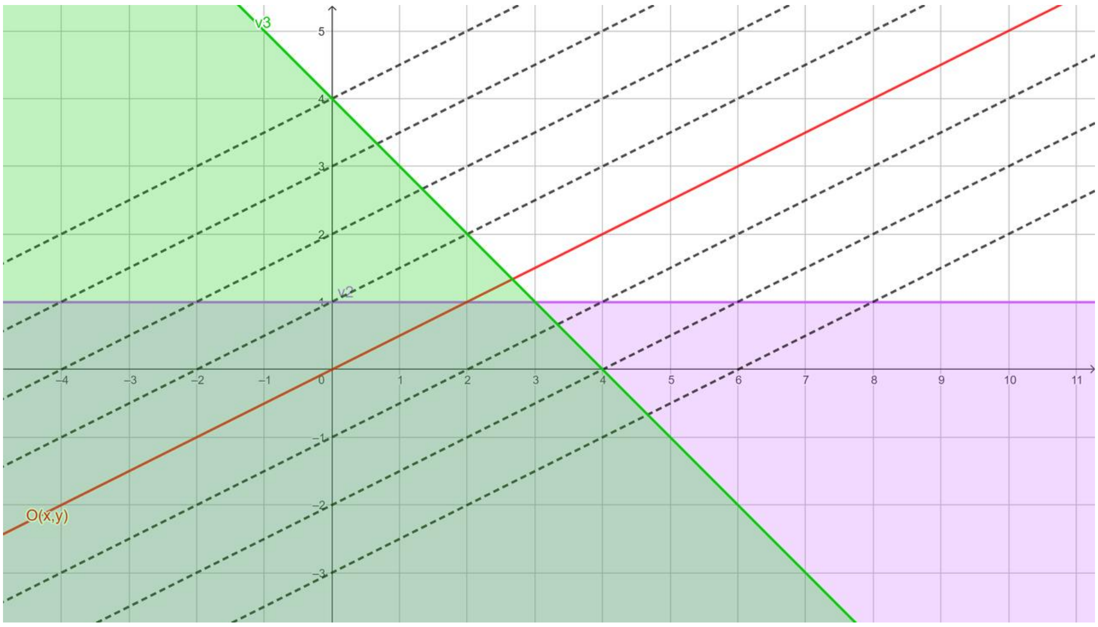

- LVIncrementalLP($\boldsymbol{v_3}$)
  E infine con $v_3$: essendo che la funzione obiettivo non è limitata da $v_3$, ci viene restituito il massimo → $x^* = \infty$.




Essendo che $x^*$ viola $v_3$, dobbiamo proiettare in $V \setminus \{v_3\}$ su $v_3$, ottenendo quindi $V' = \{v_2, v_3\}$.

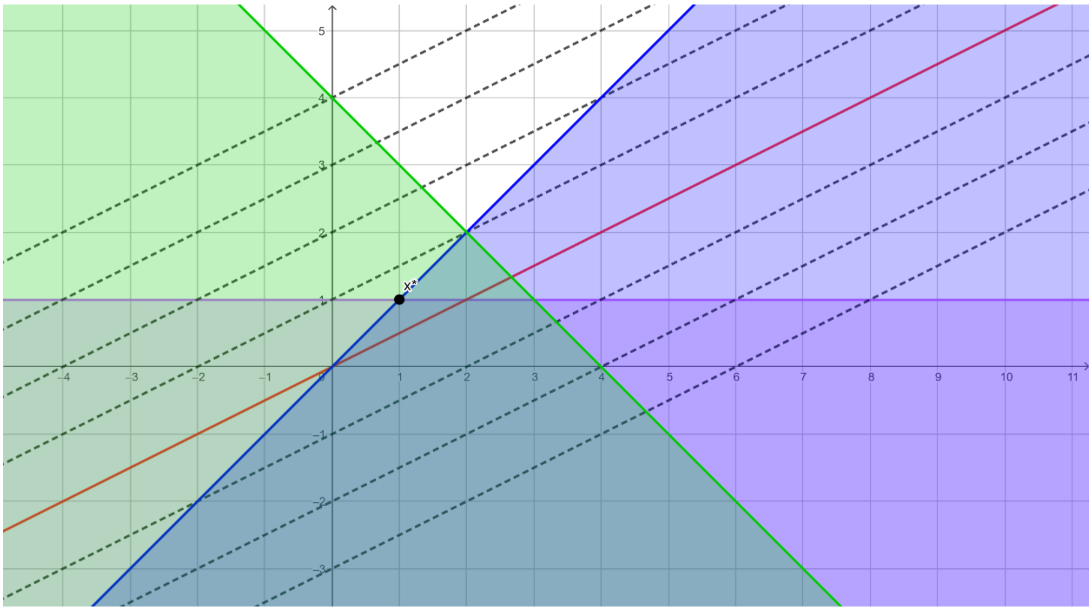
- ## LVIncrementalLP($\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$)

  Campioniamo $v_2$.
  $x^*$ soddisfa $v_2$ e quindi rimane invariato.




- ## LVIncrementalLP($\boldsymbol{v_1}$, $\boldsymbol{v_2}$, $\boldsymbol{v_3}$)

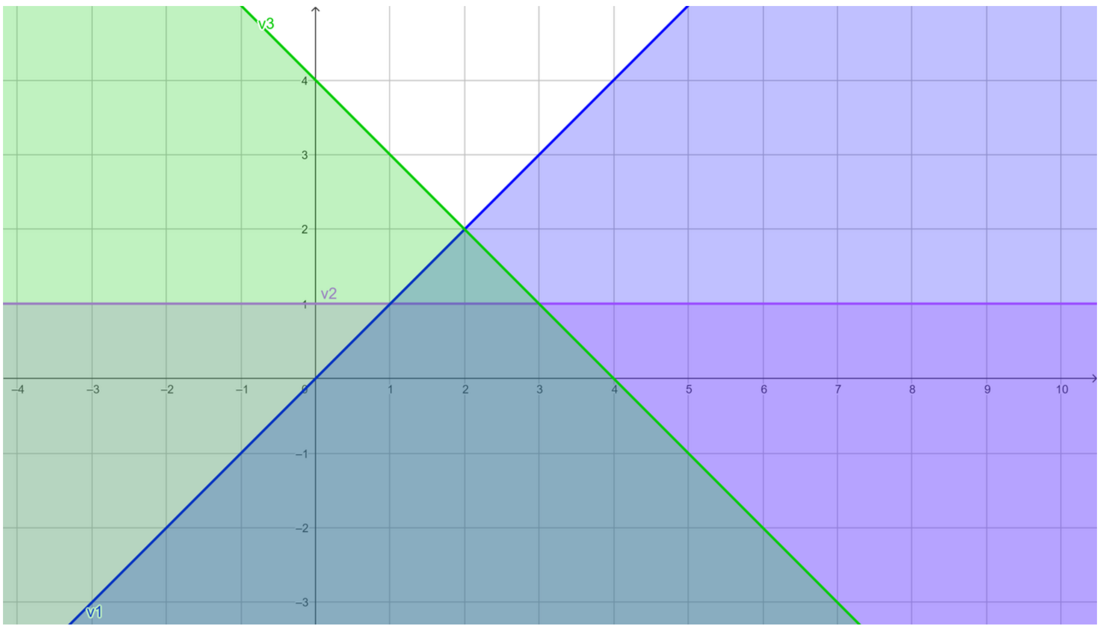
  Torniamo indietro e campioniamo $v_1$.
  In questo caso la ricerca del massimo dà un risultato diverso, in quanto quello trovato in precedenza non soddisfa $v_1$.
  Si prende l'intersezione tra $v_1$ e $v_3$ su $v_2$ e si definisce un segmento.
  Si prendono poi le curve di livello passanti per gli estremi del segmento e si confrontano i valori.



Così facendo troviamo $x^* = (1,1)$.

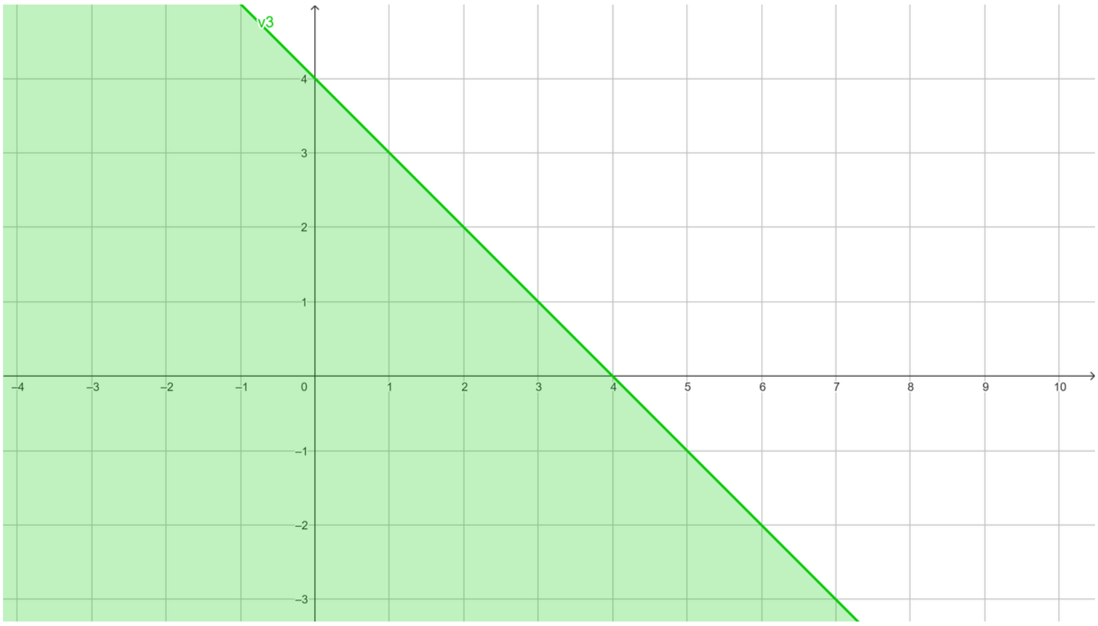
- Campionamento $v_2$ da $\{v_1, v_2, v_3\}$ e $v_1$ da $\{v_2, v_3\}$
  - LVIncrementalLP($v_2, v_1, v_3$)

    Si campiona $v_2$.

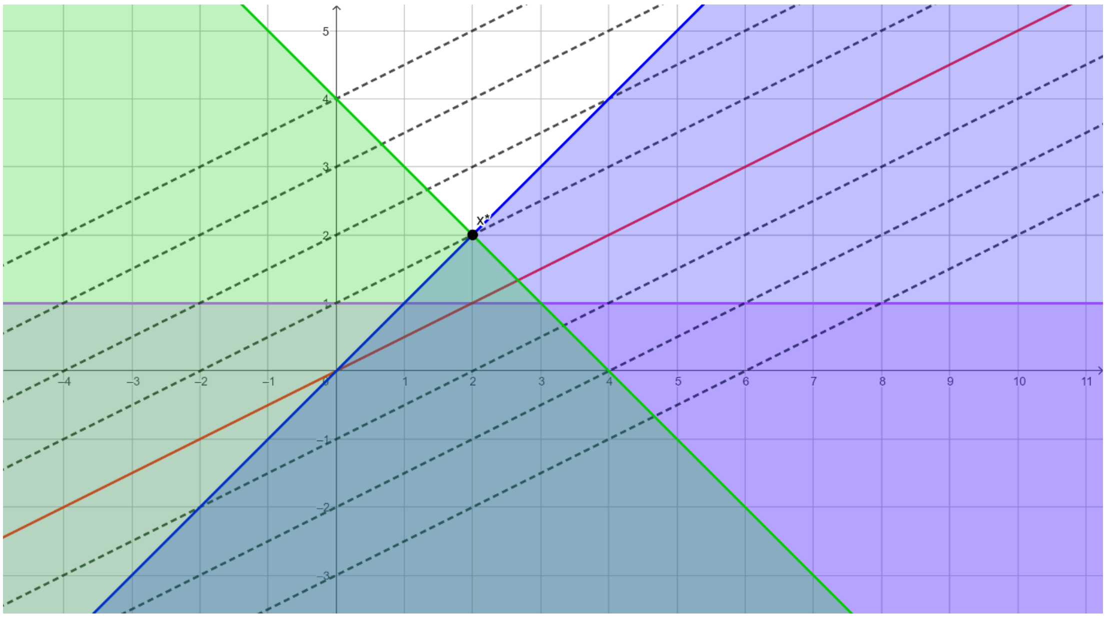



  - LVIncrementalLP($v_1, v_3$)

    Si campiona $v_1$.




- **LVIncrementalLP($v_3$)**
  Si campiona $v_3$.
  Con le stesse motivazioni scritte sopra, si può affermare che il massimo è $x^* = \infty$.
- **LVIncrementalLP($v_1$, $v_3$)**
  Si campiona di nuovo $v_1$.
  Si deve trovare un nuovo massimo in modo da non violare il vincolo $v_1$.
  Quindi si trova l'intersezione delle rette nel punto $P(x, y) = (2,2)$.




  Quindi il massimo sarà $x^* = P(x, y) = (2,2)$.
- **LVIncrementalLP($v_2$, $v_1$, $v_3$)**
  Si ricampiona $v_1$.
  Il nuovo massimo viola il vincolo $v_2$.
  Si prende l'intersezione tra $v_1$ e $v_3$ su $v_2$ e si definisce un segmento.
  Si prendono poi le curve di livello passanti per gli estremi del segmento e si confrontano i valori.

Come prima verrà che il nuovo massimo è $x^* = p(x, y) = (1,1)$.

In conclusione, possiamo notare come il massimo finale sia lo stesso in entrambi i casi di campionamento: $x^* = (1,1)$.