MAP2220 - Fundamentos de Análise Numérica

TAREFA# 02 - EM DUPLA

Para até 22/08

Professor Alexandre Roma
roma "at" ime.usp.br
SALA 288-A, telefones 3091-6144 ou 3091-6136 (SecMAP)
Atendimento 3as e 5as feiras - ligue ou passe um e-mail antes.

Esta tarefa pode ser realizada **EM DUPLA** e contém atividades teóricas e atividades computacionais no tópico *equações diferenciais com condição inicial.* As questões teóricas devem ser entregues em papel por apenas um elemento da dupla, antes do início da aula, e as questões computacionais devem ser entregues via *upload* usando o atalho apropriado na página da disciplina até a data/horário limite. Lembre-se que há um modelo de relatório a ser seguido/adaptado e dois arquivos devem ser entregues: um único relatório em pdf e um arquivo zip contendo os programas desenvolvidos para gerar os resultados.

MÉTODO DE EULER IMPLÍCITO: $x_{k+1} = x_k + \Delta t\, f(t_{k+1}, x_{k+1})$

$$k = 0, 1, \dots n-1\!: \begin{cases} t_{k+1} = t_k + \Delta t \\ x_{k+1} \leftarrow \text{RAIZDE}\Big(x - x_k - \Delta t\, f(t_{k+1}, x) = 0\Big) \end{cases}$$

1 QUESTÃO

Discretize a equação diferencial ordinária escalar

$$\dot{x}(t) = e^t \left(\sin(\omega\, t) + \omega \cos(\omega t) \right), \quad x(0) = 1,$$

e o sistema bidimensional presa-predador

$$\dot{x}(t) = 0.87\, x(t) - 0.27\, x(t) y(t), \qquad \dot{y}(t) = -0.0,38\, y(t) + 0.25\, y(t) x(t),$$

dados $x(0) = 3.5$ e $y(0) = 2.7$, usando os Métodos de Euler Modificado e de Euler implícito.

2 QUESTÃO

Use o Método de Euler explícito para aproximar a solução da edo

$$\dot{x}(t) = -100\,x(t), \quad x(0) = 1,$$

para $t \in [0,1]$ usando os passos de integração $\Delta t = 0.1/2^m$, $m = 0, 1, 2, 3, 4$ e 5. Trace os gráficos e comente os resultados frente à solução exata. Como pode ser explicado o comportamento da aproximação numérica para os casos $m = 0, 1$ e 2?

3 QUESTÃO

Implemente o Método de Euler Modificado. A equação diferencial ordinária escalar da primeira questão tem solução exata conhecida e deve ser usada para verificar se sua implementação está ou não correta. Obtenha aproximações numéricas para vários valores do passo de integração, trace os gráficos das aproximações no intervalo [0,1] e construa as tabelas de convergência numérica e de estimativas de erros para o instante $t = 1$ (adapte os exemplos em Python que estão na página da disciplina ou faça o seu próprio programa).