

1. Reduceți expresia lambda $(\lambda y. \lambda x. (y \ y) \ (x \ x))$

Soluție:

$$\xrightarrow{\alpha} (\lambda y. \lambda z. (y \ y) \ (x \ x)) \xrightarrow{\lambda y.} \lambda z. ((x \ x) \ (x \ x))$$

1. Reduceți expresia lambda $(\lambda x. (\lambda x. (x \ x) \ \lambda x. x) \ (x \ x))$

Soluție:

$$\xrightarrow{\text{primul } \lambda x.} (\lambda x. (x \ x) \ \lambda x. x) \rightarrow (\lambda x. x \ \lambda x. x) \rightarrow \lambda x. x$$

1. $(\lambda x \ y \ z. \text{corp } a \ b \ c)$ este forma prescurtată de a scrie $(((\lambda x. \lambda y. \lambda z. \text{corp } a) \ b) \ c)$.

Fie următoarele definiții în Calcul Lambda:

`true` = $\lambda x \ y. x$

`false` = $\lambda x \ y. y$

și fie operatorul logic:

`op` = $\lambda x \ y. (x \ y \ \text{true})$

Descrieți pas cu pas (nu efectuați mai multe β -reduceri deodată) comportamentul lui `op` pe valori de tip `true` sau/și `false`, astfel încât să puteți conchide la final că `op` se comportă ca unul dintre operatorii logici cunoscuți (și precizați care este operatorul a cărui identitate a fost ascunsă prin folosirea numelui "op").

Soluție:

$(\text{op } \text{true } y) = (\lambda x \ y. (x \ y \ \text{true}) \ \text{true } y) \rightarrow (\text{true } y \ \text{true}) = (\lambda x \ y. x \ y \ \text{true}) \rightarrow y$

$(\text{op } \text{false } y) = (\lambda x \ y. (x \ y \ \text{true}) \ \text{false } y) \rightarrow (\text{false } y \ \text{true}) = (\lambda x \ y. y \ y \ \text{true}) \rightarrow \text{true}$

Concluzie: `op` este \Rightarrow

1. $(\lambda x \ y \ z. \text{corp } a \ b \ c)$ este forma prescurtată de a scrie $(((\lambda x. \lambda y. \lambda z. \text{corp } a) \ b) \ c)$.

Fie următoarele definiții în Calcul Lambda:

`true` = $\lambda x \ y. x$

`false` = $\lambda x \ y. y$

și fie operatorul logic:

`op` = $\lambda x \ y. (x \ \text{true } y)$

Descrieți pas cu pas (nu efectuați mai multe β -reduceri deodată) comportamentul lui `op` pe valori de tip `true` sau/și `false`, astfel încât să puteți conchide la final că `op` se comportă ca unul dintre operatorii logici cunoscuți (și precizați care este operatorul a cărui identitate a fost ascunsă prin folosirea numelui "op").

Soluție:

$(\text{op } \text{true } y) = (\lambda x \ y. (x \ \text{true } y) \ \text{true } y) \rightarrow (\text{true } \text{true } y) = (\lambda x \ y. x \ \text{true } y) \rightarrow \text{true}$

$(\text{op } \text{false } y) = (\lambda x \ y. (x \ \text{true } y) \ \text{false } y) \rightarrow (\text{false } \text{true } y) = (\lambda x \ y. y \ \text{true } y) \rightarrow y$

Concluzie: `op` este `or`

1. $(\lambda x y z. \text{corp } a \ b \ c)$ este forma prescurtată de a scrie $(((\lambda x. \lambda y. \lambda z. \text{corp } a) \ b) \ c)$.

Fie următoarele definiții în Calcul Lambda:

$\text{null} = \lambda x. \text{true}$

$\text{cons} = \lambda x y z. (z \ x \ y)$

și fie operatorul pe liste:

$\text{op} = \lambda L. (L \ \lambda x \ y. \text{false})$

Descrieți pas cu pas (nu efectuați mai multe β -reduceri deodată) comportamentul lui op pe valori de tip listă, astfel încât să puteți conchide la final că op se comportă ca unul dintre operatorii pe liste cunoscuți (și precizați care este operatorul a cărui identitate a fost ascunsă prin folosirea numelui "op").

Soluție:

$(\text{op } \text{null}) = (\lambda L. (L \ \lambda x \ y. \text{false}) \ \lambda x. \text{true}) \rightarrow (\lambda x. \text{true} \ \lambda x \ y. \text{false}) \rightarrow \text{true}$

$(\text{op } (\text{cons } a \ b)) = (\text{op } (\lambda x y z. (z \ x \ y) \ a \ b)) \rightarrow (\text{op } \lambda z. (z \ a \ b))$

$(\text{op } \lambda z. (z \ a \ b)) = (\lambda L. (L \ \lambda x \ y. \text{false}) \ \lambda z. (z \ a \ b)) \rightarrow (\lambda z. (z \ a \ b) \ \lambda x \ y. \text{false}) \rightarrow (\lambda x \ y. \text{false} \ a \ b) \rightarrow \text{false}$

Concluzie: op este **null**?

1. $(\lambda x y z. \text{corp } a \ b \ c)$ este forma prescurtată de a scrie $(((\lambda x. \lambda y. \lambda z. \text{corp } a) \ b) \ c)$.

Fie următoarea definiție în Calcul Lambda:

$\text{cons} = \lambda x y z. (z \ x \ y)$

și fie operatorul pe liste nevide:

$\text{op} = \lambda L. (L \ \lambda x \ y. y)$

Descrieți pas cu pas (nu efectuați mai multe β -reduceri deodată) comportamentul lui op pe valori de tip listă nevidă, astfel încât să puteți conchide la final că op se comportă ca unul dintre operatorii pe liste cunoscuți (și precizați care este operatorul a cărui identitate a fost ascunsă prin folosirea numelui "op").

Soluție:

$(\text{op } (\text{cons } a \ b)) = (\text{op } (\lambda x y z. (z \ x \ y) \ a \ b)) \rightarrow (\text{op } \lambda z. (z \ a \ b))$

$(\text{op } \lambda z. (z \ a \ b)) = (\lambda L. (L \ \lambda x \ y. y) \ \lambda z. (z \ a \ b)) \rightarrow (\lambda z. (z \ a \ b) \ \lambda x \ y. y) \rightarrow (\lambda x \ y. y \ a \ b) \rightarrow b$

Concluzie: op este **cdr**

1. Reduceți expresia lambda $E = (\lambda x. (x \ (\lambda y. z \ x)) \ \lambda x. x)$

Soluție:

$\rightarrow (\lambda x. (x \ z) \ \lambda x. x) \rightarrow (\lambda x. x \ z) \rightarrow z$

1. Reduceți expresia lambda $E = (y \ (\lambda x. \lambda x. x \ (\lambda y. y \ y)))$

Soluție:

$$\rightarrow (y \ (\lambda x. \lambda x. x \ y)) \rightarrow (y \ \lambda x. x)$$

sau

$$\rightarrow (y \ \lambda x. x)$$

1. Reduceți la forma normală următoarea expresie, ilustrând pașii de reducere:

$$\lambda x. \lambda y. ((\lambda x. \lambda y. x \ (y \ x)) \ (x \ y))$$

Soluție:

$$\begin{aligned} \lambda x. \lambda y. ((\lambda x. \lambda y. x \ (y \ x)) \ (x \ y)) &\rightarrow_{\alpha} \lambda x. \lambda y. ((\lambda x. \lambda z. x \ (y \ x)) \ (x \ y)) \rightarrow_{\beta} \\ \lambda x. \lambda y. (\lambda z. (y \ x) \ (x \ y)) &\rightarrow_{\beta} \lambda x. \lambda y. (y \ x) \end{aligned}$$

1. Reduceți la forma normală următoarea expresie, ilustrând pașii de reducere:

$$\lambda x. \lambda y. ((\lambda x. \lambda y. y \ (x \ y)) \ (y \ x))$$

Soluție:

$$\lambda x. \lambda y. ((\lambda x. \lambda y. y \ (x \ y)) \ (y \ x)) \rightarrow_{\beta} \lambda x. \lambda y. (\lambda y. y \ (y \ x)) \rightarrow_{\beta} \lambda x. \lambda y. (y \ x)$$

1. Determinați forma normală pentru următoarea expresie, ilustrând pașii de reducere:

$$((\lambda x. \lambda y. \lambda z. (x \ y) \ \lambda x. x) \ z)$$

Soluție:

$$((\lambda \underline{x}. \lambda y. \lambda z. (\underline{x} \ y) \ \lambda x. x) \ z) \rightarrow_{\beta} (\lambda \underline{y}. \lambda z. (\lambda x. x \ \underline{y}) \ z) \rightarrow_{\alpha} (\lambda \underline{y}. \lambda w. (\lambda x. x \ \underline{y}) \ z) \rightarrow_{\beta} \lambda w. (\lambda \underline{x}. \underline{x} \ z) \rightarrow_{\beta} \lambda w. z$$

1. Determinați forma normală pentru următoarea expresie, ilustrând pașii de reducere:

$$((\lambda x. \lambda y. \lambda z. (y \ x) \ y) \ \lambda z. z)$$

Soluție:

$$((\lambda \underline{x}. \lambda y. \lambda z. (y \ \underline{x}) \ y) \ \lambda z. z) \rightarrow_{\alpha} ((\lambda \underline{x}. \lambda w. \lambda z. (w \ \underline{x}) \ y) \ \lambda z. z) \rightarrow_{\beta} (\lambda \underline{w}. \lambda z. (\underline{w} \ y) \ \lambda z. z) \rightarrow_{\beta} \lambda z. (\lambda \underline{z}. \underline{z} \ y) \rightarrow_{\beta} \lambda z. y$$

1. Determinați forma normală pentru următoarea expresie, ilustrând pașii de reducere:

$$((\lambda x. \lambda y. \lambda z. (x \ y) \ \lambda x. y) \ a)$$

Soluție:

$$((\lambda \underline{x}. \lambda y. \lambda z. (\underline{x} \ y) \ \lambda x. y) \ a) \rightarrow_{\alpha} ((\lambda \underline{x}. \lambda w. \lambda z. (\underline{x} \ w) \ \lambda x. y) \ a) \rightarrow_{\beta} (\lambda \underline{w}. \lambda z. (\lambda x. y \ \underline{w}) \ a) \rightarrow_{\beta} \lambda z. (\lambda x. y \ a) \rightarrow_{\beta} \lambda z. y$$

1. Determinați forma normală pentru următoarea expresie, ilustrând pașii de reducere:

$$((\lambda z. \lambda y. \lambda x. (y \ z) \ y) \ \lambda y. y)$$

Soluție:

$$((\lambda \underline{z}. \lambda y. \lambda x. (y \ \underline{z}) \ y) \ \lambda y. y) \rightarrow_{\alpha} ((\lambda \underline{z}. \lambda w. \lambda x. (w \ \underline{z}) \ y) \ \lambda y. y) \rightarrow_{\beta} (\lambda \underline{w}. \lambda x. (\underline{w} \ y) \ \lambda y. y) \rightarrow_{\beta} \lambda x. (\lambda \underline{y}. \underline{y} \ y) \rightarrow_{\beta} \lambda x. y$$

1. Ilustrați cele două posibile secvențe de reducere pentru expresia: $(\lambda y.(\lambda x.\lambda y.x \ y) \ 2)$

Soluție:

- $(\lambda y.(\lambda x.\lambda y.x \ y) \ 2) \xrightarrow{\text{stanga-dreapta}}_{\beta} (\lambda \underline{x}.\lambda y.\underline{x} \ 2) \rightarrow_{\beta} \lambda y.2$
- $(\lambda y.(\lambda x.\lambda y.x \ y) \ 2) \rightarrow_{\alpha} (\lambda y.(\lambda \underline{x}.\lambda z.\underline{x} \ y) \ 2) \xrightarrow{\text{dreapta-stanga}}_{\beta} (\lambda y.\lambda z.y \ 2) \rightarrow_{\beta} \lambda z.2$

1. Ilustrați cele două posibile secvențe de reducere pentru expresia: $(\lambda x.(\lambda y.\lambda x.y \ x) \ 5)$

Soluție:

- $(\lambda \underline{x}.(\lambda y.\lambda x.y \ \underline{x}) \ 5) \xrightarrow{\text{stanga-dreapta}}_{\beta} (\lambda \underline{y}.\lambda x.\underline{y} \ 5) \rightarrow_{\beta} \lambda x.5$
- $(\lambda x.(\lambda y.\lambda x.y \ x) \ 5) \rightarrow_{\alpha} (\lambda x.(\lambda \underline{y}.\lambda z.\underline{y} \ x) \ 5) \xrightarrow{\text{dreapta-stanga}}_{\beta} (\lambda x.\lambda z.x \ 5) \rightarrow_{\beta} \lambda x.5$

1. Reduceti la forma normală expresia:

$$(\lambda y.((\lambda x.\lambda y.x \ y) \ \Omega) \ \lambda x.\lambda y.y)$$

Soluție:

$$\begin{aligned} & (\lambda \underline{y}.((\lambda \underline{x}.\lambda y.x \ \underline{y}) \ \underline{\Omega}) \ \underline{\lambda x.\lambda y.y}) \\ & \rightarrow ((\lambda \underline{x}.\lambda y.x \ \underline{\lambda x.\lambda y.y}) \ \underline{\Omega}) \\ & \rightarrow (\lambda \underline{y}.\lambda x.\lambda y.y \ \underline{\Omega}) \\ & \rightarrow \lambda x.\lambda y.y \end{aligned}$$

1. Reduceti la forma normală expresia:

$$(((\lambda x.\lambda y.\lambda z.y \ \lambda x.x) \ (\lambda z.\lambda t.z \ z)) \ \Omega)$$

Soluție:

$$\begin{aligned} & (((\lambda x.\lambda y.\lambda z.y \ \lambda x.x) \ (\lambda z.\lambda t.z \ z)) \ \Omega) \\ & \rightarrow (((\lambda \underline{x}.\lambda y.\lambda z.y \ \underline{\lambda x.x}) \ (\lambda z.\lambda t.z \ z)) \ \Omega) \\ & \rightarrow ((\lambda \underline{y}.\lambda z.y \ (\lambda z.\lambda t.z \ z)) \ \underline{\Omega}) \\ & \rightarrow (\lambda \underline{w}.(\lambda z.\lambda t.z \ z) \ \underline{\Omega}) \\ & \rightarrow (\lambda \underline{v}.\lambda t.\underline{v} \ \underline{z}) \\ & \rightarrow \lambda t.z \end{aligned}$$

1. Reduceti expresia E la forma normală: $E \equiv ((\lambda y.(\lambda x.\lambda y.x \ y) \ \lambda x.x) \ \Omega)$

Soluție:

$$((\lambda y.(\lambda x.\lambda y.x \ y) \ \lambda x.x) \ \Omega) \rightarrow ((\lambda x.\lambda y.x \ \lambda x.x) \ \Omega) \rightarrow (\lambda y.\lambda x.x \ \Omega) \rightarrow \lambda x.x$$

1. Reduceti expresia E la forma normală:

$$E \equiv ((\lambda x.\lambda y.\lambda x.x \ (\lambda x.(x \ x) \ \lambda x.(x \ x))) \ y)$$

Soluție:

$$\lambda x.x$$