Pregătire examen

I CALCUL LAMBDA

1 Calcul lambda

a) 1) tb să înlocuim ap. libere

2) ale variabilei x 3) în expr. $\lambda y.(x\ y)$

4) cu y

$(\lambda x.\lambda y.(x\ y)\ (y))$

substituie

corp

înlocuiesc cu y

apariție liberă

apariție liberă

b) β-reducere: $\lambda y.(y\ y)$ pt că y devine legată & mută.

e legat la acest y

tb să aplic α conversie pt a evita asta

$$(\lambda x.\lambda y.(x\ y)\ y) \to_\alpha \lambda x.\lambda z.(x\ z)\ y) \to_\beta \lambda z.(x\ z)_{[y/x]} = \lambda z.(y\ z)$$

în subst. ap. lib.

2. $(\lambda x.(\lambda x.x\ x)\ a) \to_\beta (\lambda x.x\ a) \to_\beta x_{(a/x)} \to a$

$\downarrow\beta$ x

de la dr la st.

de la st la dr: $(\lambda x.(\lambda x.x\ x)\ a) \to_\beta (\lambda x.x\ a) \to a.$

ap lib pt primul abstr & tb înloc cu a

3. $((\lambda y.(\lambda x.\lambda y.x\ (y))\ \lambda x.x)\ \Omega)$

liber

înloc

α conv pe parant. int., să evit ap. lib. a lui y → nu se modif nimic nu avem nev de α conv.

$$\to_\beta ((\lambda x.\lambda y.x\ (\lambda x.x))\ \Omega) \to (\lambda y.\lambda x.x\ \Omega) \to \lambda x.x$$

4. $(\lambda y.((\lambda x.\lambda y.x\ (y))\ \Omega)\ \lambda x.\lambda y.y) \to_\beta ((\lambda x.\lambda y.x\ \lambda x.\lambda y.y)\ \Omega) \to (\lambda y.\lambda x.\lambda y.y\ \Omega) \to$

nu are ap lib.

$\to \lambda x.\lambda y.y$ → e o fct care cu 2 arg care întoarce al 2-lea arg & ignoră pe primul

5. $(((\lambda x.\lambda y.\lambda z.y\ \lambda x.x)\ (\lambda z.\lambda t.z\ z))\ \Omega)$ $\downarrow\beta$

liber

nu apar ap. lib a lui x ⇒ $((\lambda y.\lambda z.(y)\ (\lambda z.\lambda t.z\ z))\ \Omega) \to_\alpha$

$((\lambda y.\lambda w.y\ (\lambda z.\lambda t.z\ z))\ \Omega)$

dacă aș face β red: $(\lambda z.(\lambda z.\lambda t\ z\ \ z))\ \Omega)$

legat

$$\to_\beta (\lambda w.(\lambda z.\lambda t.z\ \ z)\ \Omega) \to (\lambda z.\lambda t.z\ \ z) \to_\beta (\lambda t.z$$

lib.

6. $0 := \lambda f.\lambda x.x$ $\quad succ := \lambda n.\lambda f.\lambda x(f((n\ f)\ x))$

$(succ\ 0)$!

$(\lambda n.\lambda f.\lambda x(f((n\ f)\ x))\ \lambda f.\lambda x.x) \to \lambda f.\lambda x(f((\lambda f.\lambda x.x\ f)x)) \to$

↳ rămâne așa fără că n-am param

$\to \lambda f.\lambda x(f(\lambda x.x\ x)) \to \lambda f.\lambda x(f\ x)$ nu mai am ce să-i mai fac

7. $true = \lambda x\ y.x$

$false = \lambda x\ y.y$

$\lambda x\ y.(x\ y\ true)$?

$\lambda x\ y\ z.(op\ a\ b\ c) = (((\lambda x.\lambda y.\lambda z.op\ a)b)c)$

ce face op. ie true & false a.î. op e ca and/or/not...

$true = \lambda x.\lambda y.x$

$false = \lambda x.\lambda y.y$

$op = \lambda x.\lambda y(x\ y\ \lambda x.\lambda y.x)$

NOT → unar, restul binari

să aplic pe toate variantele, și pe cu morgan.

$(op\ true\ y) \Rightarrow (\underbrace{\lambda x.\lambda y.(x\ y\ true)}_{op}\ true\ y) \to (true\ y\ true) \longrightarrow$

pot să nu înlocuiesc true cu def lui, dar o fac până la final să nu mă încurc în def.

o fac curry cu leg. lui... ei vor fi aplic. lui x cu param y și true

$\to (\lambda x.\lambda y.x\ \ y\ true) \to y$

def true

$(op\ false\ y) \to (\lambda x.\lambda y(x\ y\ true)\ false\ y) \to (false\ y\ true) \to$

$\to (\lambda x.\lambda y.y\ \ y\ true) \to true$

$op \equiv$ "$\Rightarrow$" $\to p \Rightarrow q = \neg p \lor q$

$\Downarrow$

$\neg p = false \lor y \Rightarrow y$

$p = F \Rightarrow true \lor y = true$

LAMBDA

2022 - a

$(\lambda y.\lambda x.(y\ y)\ (x\ x))$

lambda y lambda x aplicat peste y aplicat peste x (aplicat) peste x.

câți ...? câți beta-redecși? -> ar trebui să avem x => reducem prima chestia ++ $(\lambda y$ la început și atât

de la început aia mare pt că toată expr este singurul beta-redex

corp: $\lambda x.(y\ y)$ ce e după primul pct e corpul

param formal: y param formal e primul λ

param actual: x aplicat pe x $(x\ x)$ param act e cel de al doilea ++ ce se dă-

înlocuim în corp; luăm corpul & toate înlocuim în corp pe y cu param act.

↳ nu e o idee bună pt că ct. când pun pe $(x\ x)$ unde x e var liberă în locul lui y, ea ar sub corpul unei fct care are param formal x =>
=> aici x ar fi legată de x de la λx

!!

noi fac o alfa conv. unde îl redenum. pe x : $\lambda x.(y\ y) \to \lambda z\ (y\ y$

$\Rightarrow \lambda z\ (y\ y)\ [(x\ x)/y]$

pe y îl înlocuiesc cu $(x\ x)$

$\Rightarrow \lambda z.((x\ x)\ (x\ x))$ -> rezultat 1st β red.

am avem β redex? — NU. => am terminat !!

2018-B

$E = (y\ (\lambda x.\lambda x.\ x\ (\lambda y.y\ y)))$

am 3 β-redecși. Încep cu cel mai din dreapta =>
=> fct identit apl pe y => $(y\ (\lambda x.\lambda x.x\ \ y))$

fac o α conv. => $(y\ (\lambda z.\lambda x.x\ \ y)) \Rightarrow (y\ \lambda x.x)$ nu se printează. cond. red.!

nu are apariții de-a lui z în corp => scap de ( )

2018-A

$\lambda x.\lambda y.((\lambda x.\lambda y.x(y\ x))(x\ \ y)) \xrightarrow{\alpha} \lambda x.\lambda y.((\lambda x.\lambda z.x\ (y\ x))\ (x\ y)) \xrightarrow{\beta}$

deci = -> ce leagă; ∪ ce înlocuiesc; ⊔ = cu ce înlocuiesc; ~ = corp; săgeți
param formal param formal param actual dacă sunt legate sau dacă au legat. ...

)

Reduceți expresia λ: 2022-b

$(\lambda x.(\lambda x.(x\ x)\ \lambda x.x)\ (x\ x)) = (\lambda x.\lambda x.x\ (x\ x))$ (=)

Sunt 2 β redecși => îl iau pe cel din interior:

$(\lambda x.(x\ x)\ \lambda x.x) = (x\ x)_{[\lambda x.x/x]} = (\lambda x.x\ \lambda x.x) = \lambda x.x$ o las așa

param act = $\lambda x.x$ = funcția identitate

param formal x (de la primul λx)

corp $(x\ x)$

trebuie să redenumesc: $(\lambda z.\lambda x.x\ (z\ z)) = (z\ z)$??

param act = z

param form. $(z\ z)$

corp $\lambda x.x$ -> identity

2019 A

$E = (\lambda x.(x\ (\lambda y.z\ x))\ \lambda x.x) = (\lambda x.(x\ z)\ \lambda x.x)$ (=)

sunt 2 β redecși. Începem cu cel mai din dr:

$(\lambda y.z\ x) = z_{[x/y]} = z$

corp: z

param act: x

param formal: y

(=) $\alpha = (\lambda x.(x\ z)\ \lambda y.y)$ (=)

corp: $(x\ z)$

param actual: $\lambda y.y$

param formal: x

(=) $(x\ z)_{[\lambda y.y/x]} = (\lambda y.y\ z)$ (=) z