

- 찾는 C 함수를 작성하라. 트리에 n 개의 노드가 있다면 이 탐색 작업은 $O(\log n)$ 시간 내에 수행될 수 있음을 증명하라.
- 연습문제 6과 같이 각 노드에 $lsize$ 필드가 있다고 가정할 때 $avlInsert$ 를 다시 작성해 보라. 삽입 시간은 전과 마찬가지로 $O(\log n)$ 임을 증명하라.
 - AVL 트리의 원소들을 키 값에 따라 오름차순으로 나열하는 C 함수를 작성하라. 트리에 n 개의 노드가 있을 때, 이 알고리즘의 수행 시간은 $O(n)$ 이내임을 증명하라.
 - AVL 트리에서 키가 k 인 원소를 가진 노드를 삭제하는 알고리즘을 작성하라. 필요하면 삭제 후 트리를 재구성하여야 한다. 트리에 n 개의 노드가 있을 때 $O(\log n)$ 시간이 필요함을 증명하라. [힌트: 만약 k 가 리프에 있지 않다면, k 를 왼쪽 서브트리에서 가장 큰 값이나 오른쪽 서브트리에서 가장 작은 값으로 대체한다. 삭제가 리프 노드에까지 전달되도록 계속한다. 리프로부터의 삭제는 삽입 시 사용된 변환과 역의 과정으로 처리될 수 있다.]
 - 각 노드에 $lsize$ 데이터 멤버가 있고, k 번째로 작은 원소를 삭제하려 할 때 연습문제 9를 다시 풀어보라.
 - 해싱에 대한 열을 추가시켜 그림 10.14를 완성하라.
 - 고정된 $k(k \geq 1)$ 에 대해 높이 균형 트리 $HB(k)$ 는 아래와 같이 정의한다.

정의: 공백 이진 트리(empty binary tree)는 $HB(k)$ 트리이다. T 가 T_L 과 T_R 을 왼쪽과 오른쪽 서브트리로 갖는 공백이 아닌 트리일 때, (a) T_L 과 T_R 은 $HB(k)$ 이고, (b) $|h_L - h_R| \leq k$ (h_L 과 h_R 은 각각 T_L 과 T_R 의 높이)이면 T 는 $HB(k)$ 이다. 그리고 그 역도 성립한다. □

- $HB(2)$ 트리의 경우 재균형 과정을 기술하라.
- $HB(2)$ 트리에 대한 삽입 알고리즘을 작성하라.

10.3 레드-블랙 트리

10.3.1 정의

레드-블랙 트리(red-black tree)는 모든 노드의 컬러(color)가 레드 또는 블랙인 이원 탐색 트리이다. 레드-블랙 트리는 확장 이진 트리의 기존 성질들을 만족한다. 9.2절에서 일반적인 이진 트리의 모든 널 포인터를 외부 노드로 대체한 것을 확장 이진 트리라고 하였다. 추가적인 성질은 다음과 같다.

- RB1. 루트와 모든 외부 노드들은 컬러가 블랙이다.
- RB2. 루트에서 외부 노드로의 경로는 2개의 연속적인 레드 노드를 가질 수 없다.
- RB3. 루트에서 외부 노드로의 모든 경로들에 있는 블랙 노드의 수는 동일하다.

노드와 그 자식 사이의 포인터에 컬러를 할당함으로써 동일한 정의를 얻을 수 있다. 부모에서 블랙인 자식을 가리키는 포인터는 블랙 포인터가 되고, 레드인 자식을 가리키는 포인터는 레드 포인터가 된다. 성질을 더 추가하면 다음과 같다.

- RB1'. 내부 노드로부터 외부 노드로의 포인터는 블랙이다.
- RB2'. 루트에서 외부 노드로의 경로는 2개의 연속적인 레드 포인터를 가질 수 없다.
- RB3'. 루트에서 외부 노드로의 모든 경로들에 있는 블랙 포인터의 수는 동일하다.

포인터의 컬러를 안다면 노드의 컬러도 추론할 수 있으며, 그 역도 가능하다. 그림 10.15의 레드-블랙 트리에서 외부 노드는 회색 사각형으로, 블랙 노드는 회색 원으로, 레드 노드는 흰색 원으로, 블랙 포인터는 굵은 선으로, 레드 포인터는 얇은 선으로 표현되어 있다. 루트로부터 외부 노드로의 모든 경로는 정확히 2개의 블랙 포인터와 3개의 블랙 노드(루트와 외부 노드를 포함하여)를 갖는다는 것을 알 수 있다. 2개의 연속적인 레드 노드와 포인터를 갖는 경로는 없다.

레드-블랙 트리에서 한 노드로부터 서브트리에 있는 어떠한 외부 노드 사이의 경로 상에 있는 블랙 포인터의 수(블랙 노드의 수에서 하나를 뺀 것과 동일)를 그 노드의 랭크(rank)라고 하자. 외부 노드의 랭크는 0이다. 그림 10.15에서 루트의 랭크는 2이고, 왼쪽 자식의 랭크는 2, 오른쪽 자식의 랭크는 1이다.

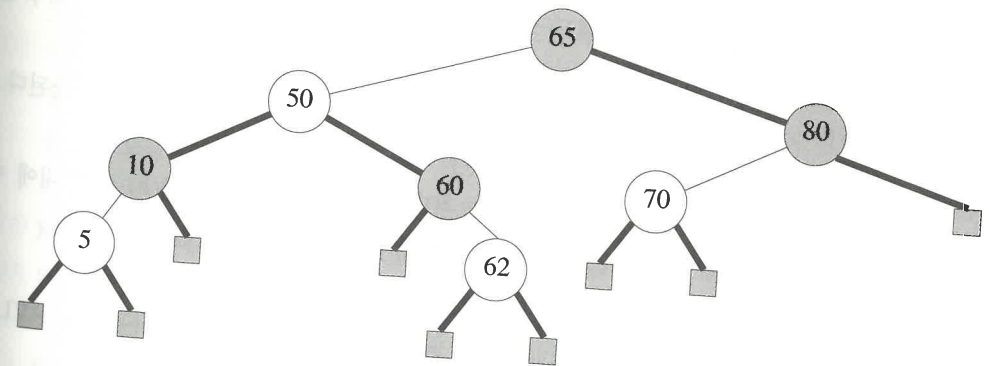


그림 10.15 레드-블랙 트리