

Математические пакеты программ.

Методические указания к выполнению лабораторных работ

Оглавление

Лабораторная работа №1. Графики	2
Цель работы	2
Задание на лабораторную работу	2
Часть 1. Python	2
Часть 2. Matlab	2
Часть 3. Визуализация трехмерных объектов в MatLab	2
Варианты заданий	4
Задание 1	4
Задание 2	4
Задание 3	6
Требования к оформлению отчета	7
Лабораторная работа №2. Проверка статистических гипотез.....	8
Цель работы	8
Справочная информация	8
Задание на лабораторную работу	9
Часть 1. Matlab	9
Часть 2. Python	10
Варианты заданий	10
Контрольные вопросы.....	11
Требования к оформлению отчета	11
Лабораторная работа №3. Регрессионный анализ.....	12
Цель работы	12
Задание на лабораторную работу	12
Часть 1. Однофакторный регрессионный анализ в Python.....	12
Часть 2. Линейный многофакторный регрессионный анализ в Matlab.....	12
Часть 3. Нелинейный многофакторный регрессионный анализ в Matlab.....	13
Варианты заданий	13
Задание 1	13
Задание 2	14
Задание 3	16

Лабораторная работа №1. Графики

Цель работы

Знакомство с подсистемами визуализации данных пакета MatLab и библиотеки matplotlib языка Python на примере построения геометрических объектов и решения нелинейных уравнений.

Задание на лабораторную работу

Часть 1. Python

Необходимо разработать программу на языке Python (версии 3.4.1 или более поздней) для отображения графика функции или системы функций в соответствии с вариантом, указанным в разделе «Задание 1». Для построения графика необходимо использовать модуль matplotlib, математические функции и константы доступны в модулях math, numpy. Значения коэффициентов a , b , c и d заданной по варианту математической функции должны считываться из внешнего файла, представленного в формате TSV (Tab Separated Values).

Для обозначения координатных осей и заголовка координатного пространства использовать команды системы верстки LaTeX.

Часть 2. Matlab

В этой части работы необходимо выполнить отделение корней с использованием графической оценки в соответствии с вариантом, указанным в разделе «Задание 2». Визуализация осуществляется с использованием средств MatLab.

Необходимо создать три координатные плоскости. В нечетных вариантах плоскости располагаются горизонтально, в четных – вертикально. Во всех плоскостях определить прямоугольную систему координат. Построить графическое отображение по заданным нелинейным уравнениям. Обозначить с помощью кругового маркера и текстового объекта полученные решения. Изменить свойства всех созданных графических объектов (текстовых обозначений, линий, координатных плоскостей или графических окон) с помощью командной строки.

Для обозначения координатных осей и заголовка координатного пространства использовать команды системы верстки LaTeX.

Часть 3. Визуализация трехмерных объектов в MatLab

Необходимо построить поверхность, заданную уравнением в соответствии с вариантом задания. Варианты приведены в разделе «Задание 3».

При выполнении третьего задания свойства объектов графического окна задаются с помощью команд, вводимых в командном окне MatLab, а наиболее подходящая точка обзора задается с помощью инструментов панели Camera. Необходимо вывести цветовую шкалу в графическое окно и координатные оси внутри координатного пространства с помощью прямых линий синего цвета толщиной 1 пункт. При построении поверхности скрыть линии, соединяющие узловые точки поверхности, и задать плавный переход между цветами палитры. Фон координатного пространства совпадает с фоном графического окна. Значения вычисленных параметров вывести в заголовке координатного пространства, используя функцию num2str ().

Для обозначения координатных осей и заголовка координатного пространства использовать команды системы верстки LaTeX.

Варианты заданий

Задание 1

Символами a , b , c и d обозначены параметры; y – зависимая переменная (значение функции); x – независимая переменная (аргумент функции).

Номер задания вычисляется как остаток от деления на 15 порядкового номера по списку в журнале. Если остаток равен нулю, необходимо брать последнее задание.

1. $y = ax^5 + bx^2 + cx + d$
2. $y = a \sin(bx + c)$
3. $y = \operatorname{tg}(ax^2 + bx + c)$
4. $y = a \ln(b + cx)$
5. $y = a \ln \frac{x}{b + cx}$
6. $y = \log_a(ax^2 + bx + c)$
7. $y = d^{ax^2 + bx + c}$
8. $y = \log_a \log_b(cx + d)$
9. $y = \frac{1}{a \ln|bx + c|}$
10. $y = a \sin bx + c \sin dx$
11. $y = ax^2 \sin bx$
12. $y = a \frac{\sin(bx)}{x} + c$
13. $ax^2 + by^2 = c^2$
14. $\begin{cases} y = \sqrt{1 - (|x| - 1)^2} \\ y = \arccos(1 - |x|) - \pi \end{cases}$
15. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Задание 2

Таблица 1

№	2.1	2.2	2.3
1	$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 5 = 0$	$\ln(x) + (x+1)^3 = 0$	$\sin(x+1) - y = 1.2$ $2x + \cos(y) = 2$
2	$2x^3 - 9x^2 - 60x + 1 = 0$	$x \cdot 2^x = 1$	$\operatorname{tg}(xy + 0.4) = x^2$ $0.6x^2 + 2y^2 = 1$
3	$x^4 - x - 1 = 0$	$x + \cos(x) = 1$	$\cos(x-1) + y = 0.5$ $x - \cos(y) = 3$
4	$2x^4 - x^2 - 10 = 0$	$x + \lg(1+x) = 1.5$	$\sin(x) + 2y = 2$ $\cos(y-1) + x = 0.7$
5	$3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 10 = 0$	$\lg(2+x) + 2x = 3$	$\cos(x-1) + y = 1$ $\sin(y) + 2x = 1.6$

6	$x^4 - 18x^2 + 5x - 8 = 0$	$2^x + 5x - 3 = 0$	$\sin(x+1) - y = 1$ $2x + \cos(y) = 2$
7	$x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$	$5^x + 3x = 0$	$\sin(x-y) - xy = 0$ $x^2 - y^2 = 0.75$
8	$x^4 - x^3 - 2x^2 + 3x - 3 = 0$	$3e^x = 5x + 2$	$\sin(x+y) - 1.5xy = 0$ $x^2 + y^2 = 1$
9	$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 1 = 0$	$5^x = 6x + 3$	$\sin(x-y) - xy + 1 = 0$ $x^2 - y^2 = 0.75$
10	$3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$	$2e^x + 5x - 6 = 0$	$y = 1/(x^{3/2} + 1)$ $x^2 + y^2 = 9$
11	$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 1 = 0$	$2\arctg(x) - x + 3 = 0$	$x^2 + y^2 = 9$ $y = 1 + e^{-x}$
12	$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 1 = 0$	$(x-3) \cdot \cos(x) = 1$	$x^2 + y^2 = 5$ $y = 1 - 2e^{-xy}$
13	$x^4 - 4x^3 - 8x^2 + 1 = 0$	$x^x = 20 - 9x$	$x^2 + y^2 = 5$ $y = e^{-xy}$
14	$2x^4 - 9x^3 - 60x^2 + 1 = 0$	$x \cdot \lg(x) = 1$	$\sin(x-0.6) - y = 1.6$ $3x - \cos(y) = 0.9$
15	$x^5 + x^2 - 5 = 0$	$\tg^3 x = x - 1$	$x^2 + y^2 = 6$ $y = e^{-x}$
16	$3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 7 = 0$	$5^x = 1 + e^{-x}$	$x^3 + y^3 = 6$ $y = e^{-x}$
17	$3x^4 + 8x^3 + 6x^2 - 11 = 0$	$5^x = 3 - e^x$	$x^4 + y^4 = 5$ $y = e^{-x}$
18	$x^4 - 18x^3 - 10 = 0$	$\arctg(x^2 + 1/x) = x$	$x^2 + y^2 = 1$ $\sin(x+y) = 1.2x$
19	$3x^4 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$	$\tg(0.55x + 0.1) = x^2$	$x^2 + y^2 = 1$ $\sin(x+y) = 0.2 + x$
20	$x^4 - 18x - 10 = 0$	$5^x - 6x = 7$	$x + \cos(y-1) = 0.8$ $y - \cos(x) = 2$
21	$x^4 + 18x - 10 = 0$	$5^x - 6x = 3$	$x^2 + y^2 = 1$ $x^3 + y^3 = 2$
22	$x^4 + 18x^3 - 6x^2 + x - 10 = 0$	$5^x = 1 + e^{-2x}$	$x^2 + y^2 = 1$ $x - y^3 = 0.5$
23	$x^5 + 12x^3 - 6x^2 + x - 10 = 0$	$7^x - 6x = 2$	$x^3 + y^3 = 8$ $y = x^{3/2}$
24	$3x^5 - 8x^3 - 18x^2 + 2 = 0$	$5^x = 2 + e^{-2x}$	$x^3 + y^3 = 8$ $y = 1 + x^{3/2}$
25	$x^3 - 18x - 10 = 0$	$x \cdot 2^x = 3$	$x^3 + y^3 = 8$ $y = 1 - x^{3/2}$

Задание 3

Номер задания вычисляется как остаток от деления на 10 порядкового номера по списку в журнале. Если остаток равен нулю, необходимо брать последнее задание.

1. Построить *двуполостный гиперболоид*, заданный с помощью канонического уравнения $x^2/a^2 - y^2/b^2 + z^2/c^2 = -1$. Величины $a = 1$, $b = 2$, $c = 1$ и $h \in [-2-b; -b] \cup [b; b+2]$. Повернуть поверхность относительно оси x на 45° . Задать цветовую палитру *colorcube*. Исследовать влияние значений величин a , b и c , угла поворота относительно оси x и цветовой палитры на вид поверхности в координатном пространстве.
2. Построить *эллиптический параболоид*, заданный с помощью канонического уравнения $y^2/p + z^2/q = 2x$, где $p = 3$ и $q = 1$. Высота параболоида $h = 3$. Повернуть поверхность относительно оси z на 60° . Задать цветовую палитру *pink*. Исследовать влияние значений коэффициентов p и q , а также высоты параболоида и цветовой палитры на вид поверхности
3. Построить *гиперболический параболоид*, заданный с помощью канонического уравнения $y^2/p - z^2/q = 2x$, где $p = 1.5$ и $q = 3$. Высота параболоида $h = 8$. Задать цветовую палитру *hsv* и ориентировать цвета поверхности по оси x . Исследовать влияние значений коэффициентов p и q , а также высоты параболоида и цветовой палитры на вид поверхности.
4. Построить *конус второго порядка*, заданный с помощью канонического уравнения $x^2/a^2 - y^2/b^2 + z^2/c^2 = 0$, где $a = 1$, $b = 2$, $c = 1.5$. Высота конуса $h = 5$. Задать цветовую палитру *jet* и ориентировать цвета поверхности по оси y . Повернуть поверхность относительно оси x на 45° . Исследовать влияние значений коэффициентов уравнения и палитры цветов на вид поверхности.
5. Построить *однopolостный гиперболоид*, заданный с помощью канонического уравнения $x^2/a^2 - y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$, где $a = 2$, $b = 1.5$ и $c = 3$. Высота гиперболоида $h = 5$. Повернуть поверхность относительно оси z на 30° . Задать цветовую палитру *autumn*. Ориентировать цвета поверхности по оси y . Исследовать влияние значений коэффициентов уравнения и палитры цветов на вид поверхности.
6. Построить *двуполостный гиперболоид*, заданный с помощью канонического уравнения $-x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = -1$, где $a = 1.5$, $b = 2.5$, $c = 1$ и $h \in [-3-a; -a] \cup [a; a+3]$. Повернуть поверхность относительно оси z на угол 60° . Задать цветовую палитру *flag*. Ориентировать цвета поверхности по оси x . Исследовать влияние значений коэффициентов уравнения и палитры цветов на вид поверхности.
7. Построить *эллиптический параболоид*, заданный с помощью канонического уравнения $x^2/p + z^2/q = 2y$, где $p = 1$ и $q = 2$. Высота параболоида $h = 4$. Повернуть поверхность относительно оси x на 30° . Задать цветовую палитру *bone*. Ориентировать цвета поверхности по оси y . Исследовать влияние значений коэффициентов p и q , а также высоты параболоида и цветовой палитры на вид поверхности.
8. Построить *гиперболический параболоид*, заданный с помощью канонического уравнения $-x^2/p + z^2/q = 2y$, где $p = 3$ и $q = 2$. Высота параболоида $h = 10$. Задать цветовую палитру *winter* и ориентировать цвета поверхности по оси y . Исследовать влияние значений коэффициентов p и q , а также высоты параболоида и цветовой палитры на вид поверхности.

9. Построить конус второго порядка, заданный с помощью канонического уравнения $-x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 0$, где $a = 2$, $b = 1.5$, $c = 3$. Высота конуса $h = 4$. Задать цветовую палитру *spring* и ориентировать цвета поверхности по оси x . Повернуть поверхность относительно оси z на 60° . Исследовать влияние значений коэффициентов уравнения и палитры цветов на вид поверхности.
10. Построить в координатном пространстве эллипсоид, заданный с помощью канонического уравнения $x^2/a^2 + y^2/b^2 + z^2/c^2 = 1$, где $a = 3$, $b = 1.5$, $c = 1$. Повернуть поверхность относительно оси y на 25° . Задать стандартную цветовую палитру *cool* и ориентировать цвета по оси y . Переместить центр эллипсоида в точку $O(1;-1;0)$. Исследовать влияние значений полуосей и цветовой палитры на вид эллипсоида.

Требования к оформлению отчета

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Задание
4. Результат выполнения работы
5. Исходный код программы на языке MatLab и на языке Python
6. Выводы

Лабораторная работа №2. Проверка статистических гипотез

Цель работы

Проверка гипотезы о соответствии распределения экспериментальных данных нормальному закону. Изучение критерия Хи-квадрат (критерия Пирсона) и его реализаций в Matlab и Python.

Справочная информация

Осуществить проверку гипотезы о соответствии статистического и теоретического распределений в Matlab можно, например, с помощью функции **chi2gof**. Данная функция в простейшем случае принимает на вход всего один параметр – вектор наблюдаемых частот. В этом случае проверяется гипотеза о соответствии экспериментальных данных нормальному закону. Для проверки гипотезы о соответствии экспериментальных данных произвольному закону распределения необходимо указать также вектор частот, ожидаемых в соответствии с выбранным законом распределения (вектор теоретических частот).

Пример 1:

```
% Проверка гипотезы о соответствии экспериментальных данных распределению Пуассона
% с указанием наблюдаемых и ожидаемых частот.
% Задаем центры интервалов, на которые разбиты значения случайной величины:
bins = 0:5;
% Задаем наблюдаемые (экспериментальные, статистические) значения частот попадания
% случайной величины в заданные интервалы:
obsCounts = [6 16 10 12 4 2];
% Общее число наблюдений (объем выборки):
n = sum(obsCounts);
% По наблюдаемым значениям находим оценку параметра распределения Пуассона:
lambdaHat = sum(bins.*obsCounts) / n;
% Вычисляем ожидаемые (теоретические) частоты попадания случайной величины в заданные
% интервалы с помощью функции плотности вероятности Пуассона:
expCounts = n * poisspdf(bins,lambdaHat);
% Проверяем гипотезу о соответствии экспериментальных данных Пуассоновскому
% распределению:
[h,p,st] = chi2gof(bins,'ctrs',bins,'frequency',obsCounts, ...
                  'expected',expCounts,'nparams',1)
```

Параметр 'ctrs' позволяет задать центры интервалов, на которые разбиты результаты измерения случайной величины. Параметр 'frequency' используется для указания вектора наблюдаемых частот попадания случайной величины в интервалы. В свою очередь параметр 'expected' задает вектор теоретических частот попадания случайной величины в заданные интервалы в соответствии с выбранным законом распределения. Параметр 'nparams' указывает количество ограничений, накладываемых на случайную величину (используется при вычислении числа степеней свободы). Обычно число ограничений равно числу параметров выбранного закона распределения. Поскольку у Пуассоновского распределения всего один параметр λ , то в приведенном примере значение 'nparams' равно 1.

По умолчанию функция **chi2gof** следит за тем, что бы частота попадания случайной величины в каждый из интервалов была не меньше 5. Интервалы с меньшим числом попаданий объединяются с соседними интервалами, что является целесообразным для повышения точности критерия Пирсона. Управлять этим поведением функции **chi2gof** можно с помощью параметра 'emin', который позволяет задать минимальную частоту попадания в интервал, начиная с которой соседние интервалы не будут объединяться. Указав ноль в качестве значения параметра 'emin' можно полностью отключить алгоритм, избавляющийся от интервалов с малым числом попавших в них значений.

Пример 2:

```
bins=0:4;
x1 = [3 10 22 13 2];
M = sum(bins.*x1) / 50;
s = sqrt(sum(bins.^2.*x1) / 50 - M^2)
x1_expected = 50 * normpdf(bins, M, s)
[h,p,st] = chi2gof(bins, 'ctrs', bins, 'frequency', x1, 'expected', x1_expected,
'npars', 2, 'emin', 0)
```

В Python для проверки гипотезы по критерию Хи-квадрат необходимо воспользоваться пакетом `scipy`. Функция `scipy.stats.chisquare` позволяет проверить соответствие наблюдаемых экспериментальных данных теоретическим значениям. В отличие от Matlab, если теоретические значения не указаны, в `scipy` подразумевается проверка гипотезы о равномерном распределении.

Пример 3:

```
from scipy.stats import chisquare
chisquare([5, 24, 40, 19, 3], f_exp=[5.34, 24.2, 39.9, 24.2, 5.4], ddof=2)
```

Параметр `f_exp` задает вектор теоретических частот, а параметр `ddof` указывает количество дополнительных ограничений, которые должны учитываться при вычислении числа степеней свободы распределения Хи-квадрат.

Задание на лабораторную работу

Часть 1. Matlab

Интервальный статистический ряд представляет собой способ описания случайной величины, когда указывается число попаданий m_i случайной величины X в фиксированные интервалы I_i .

В соответствии с вариантом задан интервальный статистический ряд. По заданному ряду необходимо:

- построить статистическое распределение экспериментальных данных в виде гистограммы;
- произвести её выравнивание теоретической плотностью нормального распределения;
- проверить гипотезу о соответствии статистического и теоретического распределений.

Порядок выполнения задания:

- 1) Найти статистические вероятности попаданий значений случайной величины в интервалы I_i , $i = 1..7$ по заданному числу попаданий m_i (таблица 2).
- 2) Построить гистограмму распределения экспериментальных данных.
- 3) Найти теоретическую плотность нормального распределения в соответствии с методом моментов. Полученную кривую нанести на гистограмму распределения.
- 4) Проверить гипотезу о соответствии статистического и теоретического распределений (т.е. гипотезу о нормальном распределении случайной величины) методом К. Пирсона при уровне значимости:
 - а) $\alpha = 0,025$ – для четных вариантов;
 - б) $\alpha = 0,05$ – для нечетных вариантов.

Алгоритм проверки гипотезы о соответствии статистического и теоретического распределений необходимо реализовать самостоятельно с использованием вычислительных возможностей среды Matlab. Использование готовых функций, напр. `chi2gof(...)`, не допускается.

Часть 2. Python

Используя функцию `chisquare` из модуля `stats` пакета `scipy` (`scipy.stats.chisquare`) осуществить проверку результатов, полученных в Matlab.

Варианты заданий

Таблица 2 – Экспериментальные данные

№		Интервальный статистический ряд						
1	I_i	0; 0,25	0,25; 0,5	0,5; 0,75	0,75; 1	1; 1,25	1,25; 1,5	1,5; 1,75
	m_i	5	13	22	28	19	10	3
2	I_i	-2; -1	-1; 0	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4	4; 5
	m_i	3	15	23	27	20	11	1
3	I_i	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2	2; 2,5	2,5; 3	3; 3,5
	m_i	1	12	25	30	21	9	2
4	I_i	0; 0,1	0,1; 0,2	0,2; 0,3	0,3; 0,4	0,4; 0,5	0,5; 0,6	0,6; 0,7
	m_i	3	16	22	27	15	11	6
5	I_i	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4	4; 5	5; 6	6; 7
	m_i	8	12	22	22	20	10	6
6	I_i	-3; -2	-2; -1	-1; 0	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4
	m_i	1	15	33	26	16	7	2
7	I_i	-0,5; 0	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2	2; 2,5	2,5; 3
	m_i	2	10	29	30	21	7	1
8	I_i	-0,2; -0,1	-0,1; 0	0; 0,1	0,1; 0,2	0,2; 0,3	0,3; 0,4	0,4; 0,5
	m_i	6	12	22	27	18	11	4
9	I_i	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4	4; 5	5; 6	6; 7
	m_i	4	12	27	23	21	10	3
10	I_i	0; 0,25	0,25; 0,5	0,5; 0,75	0,75; 1	1; 1,25	1,25; 1,5	1,5; 1,75
	m_i	2	10	30	29	16	10	3
11	I_i	-5; -4	-4; -3	-3; -2	-2; -1	-1; 0	0; 1	1; 2
	m_i	4	11	31	26	16	7	5
12	I_i	-2,5; -2	-2; -1,5	-1,5; -1	-1; -0,5	-0,5; 0	0; 0,5	0,5; 1
	m_i	3	11	29	26	22	7	2
13	I_i	-0,1; 0	0; 0,1	0,1; 0,2	0,2; 0,3	0,3; 0,4	0,4; 0,5	0,5; 0,6
	m_i	5	18	22	21	15	13	6
14	I_i	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2	2; 2,5	2,5; 3	3; 3,5
	m_i	8	12	20	19	21	13	7
15	I_i	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4	4; 5	5; 6	6; 7
	m_i	14	14	20	20	17	12	3
16	I_i	-1,5; -1	-1; -0,5	-0,5; 0	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2
	m_i	5	11	16	20	21	13	14
17	I_i	0; 0,1	0,1; 0,2	0,2; 0,3	0,3; 0,4	0,4; 0,5	0,5; 0,6	0,6; 0,7
	m_i	7	19	21	23	15	11	4
18	I_i	-1,5; -1	-1; -0,5	-0,5; 0	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2
	m_i	5	11	16	26	21	14	7
19	I_i	-2; -1	-1; 0	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4	4; 5

	m_i	7	14	21	25	18	12	3
20	I_i	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4	4; 5	5; 6	6; 7
	m_i	2	10	25	23	21	12	7
21	I_i	-5; -4	-4; -3	-3; -2	-2; -1	-1; 0	0; 1	1; 2
	m_i	6	9	27	25	16	10	7
22	I_i	-1,5; -1	-1; -0,5	-0,5; 0	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2
	m_i	7	11	22	20	21	10	9
23	I_i	-0,1; 0	0; 0,1	0,1; 0,2	0,2; 0,3	0,3; 0,4	0,4; 0,5	0,5; 0,6
	m_i	2	16	22	30	15	14	1
24	I_i	-1,5; -1	-1; -0,5	-0,5; 0	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2
	m_i	3	13	14	28	20	17	5
25	I_i	-3; -2	-2; -1	-1; 0	0; 1	1; 2	2; 3	3; 4
	m_i	4	12	30	29	13	10	2
26	I_i	-0,3; -0,2	-0,2; -0,1	-0,1; 0	0; 0,1	0,1; 0,2	0,2; 0,3	0,3; 0,4
	m_i	2	14	25	27	17	11	4
27	I_i	0; 0,25	0,25; 0,5	0,5; 0,75	0,75; 1	1; 1,25	1,25; 1,5	1,5; 1,75
	m_i	2	17	22	28	20	10	1
28	I_i	-3; -2,5	-2,5; -2	-2; -1,5	-1,5; -1	-1; -0,5	-0,5; 0	0; 0,5
	m_i	5	11	17	25	19	18	5
29	I_i	-0,25; 0	0; 0,25	0,25; 0,5	0,5; 0,75	0,75; 1	1; 1,25	1,25; 1,5
	m_i	4	15	27	23	19	11	1
30	I_i	-1; -0,5	-0,5; 0	0; 0,5	0,5; 1	1; 1,5	1,5; 2	2; 2,5
	m_i	4	12	18	24	23	14	5

Контрольные вопросы

В процессе защиты лабораторной работы преподавателем могут быть заданы вопросы для проверки теоретических знаний студента о следующих понятиях математической статистики:

- Уровень значимости статистической гипотезы
- Ошибки первого и второго рода
- Функция распределения, функция плотности вероятности случайной величины
- Параметры законов распределения случайных величин
- Гауссовское (нормальное) распределение, его параметры, вид функции плотности вероятности.

Требования к оформлению отчета

1. Титульный лист
2. Цель работы
3. Задание
4. Результат выполнения работы
5. Исходный код программы на языке MatLab и на языке Python
6. Выводы

Лабораторная работа №3. Регрессионный анализ

Цель работы

Знакомство с методами однофакторного и многофакторного регрессионного анализа в MatLab, а также с использованием библиотеки scikit-learn языка Python.

Задание на лабораторную работу

Часть 1. Однофакторный регрессионный анализ в Python

На основе заданного массива данных:

- построить уравнение регрессии в виде алгебраического полинома третьей степени;
- проверить адекватность уравнения регрессии;
- проверить значимость коэффициентов регрессии;
- отобразить на графике алгебраический полином с найденными коэффициентами.

Порядок выполнения задания:

1. Составить систему нормальных уравнений, используя массив экспериментальных данных в соответствии с вариантом, указанным в разделе «Задание 1».
2. Найти оценки коэффициентов регрессии посредством решения системы нормальных уравнений.
3. Проверить адекватность построенного уравнения регрессии экспериментальным данным по критерию Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$.
4. Проверить значимость коэффициентов регрессии по критерию Стьюдента при таком же уровне значимости.
5. В случае выявления незначимых коэффициентов, исключить их из уравнения регрессии. Повторно проверить адекватность уравнения регрессии после исключения незначимых коэффициентов.

Часть 2. Линейный многофакторный регрессионный анализ в Matlab

На основе заданного массива данных в соответствии с вариантом, указанным в разделе «Задание 2»:

- построить уравнение регрессии в виде линейного алгебраического полинома от двух переменных:
$$y(x_1, x_2) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2;$$
- проверить адекватность уравнения регрессии;
- проверить значимость факторов регрессии.

Расчеты произвести в матричной форме.

Порядок выполнения задания:

1. Выполнить центрирование факторов.
2. Составить матричное уравнение с вектором неизвестных оценок коэффициентов регрессии.
3. Найти оценки коэффициентов регрессии посредством решения матричного уравнения.
4. Проверить адекватность построенного уравнения регрессии экспериментальным данным по критерию Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$.
5. Выполнить селекцию факторов по критерию Стьюдента при таком же уровне значимости.
6. Повторно проверить адекватность уравнения регрессии после исключения незначимых факторов.

Часть 3. Нелинейный многофакторный регрессионный анализ в Matlab

На основе заданного массива данных в соответствии с вариантом, указанным в разделе «Задание 3»:

- построить уравнение регрессии в виде линейного алгебраического полинома от двух переменных;
- проверить адекватность уравнения регрессии;
- в случае если уравнение регрессии в виде линейного алгебраического полинома окажется неадекватным исходным данным, построить уравнение регрессии в виде неполного квадратичного полинома:

$$y(x_1, x_2) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2,$$

после чего заново проверить адекватность уравнения регрессии;

- проверить значимость факторов регрессии.

Порядок выполнения задания:

1. Построить уравнение регрессии в виде линейного алгебраического полинома от двух переменных.
2. Проверить адекватность построенного уравнения регрессии экспериментальным данным по критерию Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$.
3. В случае неадекватности линейного уравнения построить уравнение регрессии в виде неполного квадратичного полинома от двух переменных.
4. Проверить адекватность построенного уравнения регрессии экспериментальным данным по критерию Фишера при уровне значимости $\alpha = 0,05$.
5. Выполнить селекцию факторов по критерию Стьюдента при таком же уровне значимости.
6. Повторно проверить адекватность уравнения регрессии после исключения незначимых факторов.

Варианты заданий

Задание 1

Таблица 1

№	Массив экспериментальных данных							
1	x	-2,5	-1	0,5	0	1	1,5	3
	y	39	10	1	3	1	-2	-18
2	x	-2,5	-1	0,5	0	1	1,5	3
	y	-9	10	2	5	0	2	36
3	x	-4	-2	-1	0	2	3	4
	y	-5	14	8	1	5	28	70
4	x	-3	-2	0	0,5	1	2	4
	y	-59	-22	-6	-5	-4	10	119
5	x	-3	-2	0	1	2	3	4
	y	-15	-8	-2	2	12	30	55
6	x	-3	-2	-1	0	2	3	4
	y	-92	-26	3	10	6	18	58
7	x	-2	-1	0	1	2	3	4
	y	-11	1	1	-3	-4	1	20
8	x	-2	-1	0	1	2	3	4
	y	-29	3	5	5	1	-1	6
9	x	-5	-3	-2	-1	0	1	2
	y	17	27	20	9	2	6	25

10	x	-3	-1	0	1	2	3	4	
	y	-67	-4	2	1	-2	-1	8	
11	x	-2	-1	0	1	2	3	4	
	y	23	8	2	0	-4	-14	-42	
12	x	-3	-1	0	1	2	3	4	
	y	-94	-11	0	4	14	41	97	
13	x	-2	-1	0	1	2	3	4	
	y	-36	1	10	4	-7	-7	10	
14	x	-3	-2	0	1	2	3	4	
	y	-95	-42	5	6	2	-4	-3	
15	x	-2	-1	0	1	2	3	5	
	y	14	17	10	4	6	19	101	
16	x	-3	-2	1	2	3	4	5	6
	y	-12	2	-3	-2	11	44	105	185
17	x	-3	-2	-1	1	2	3	4	5
	y	71	21	4	1	-8	-36	-95	-202
18	x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
	y	-28	-23	-20	-17	-12	7	46	104
19	x	-2	-1	0	-3	2	3	4	5
	y	-44	-32	-32	-84	-13	24	96	221
20	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	y	71	36	20	17	16	3	-36	-109
21	x	-3	-2	-1	1	2	3	4	5
	y	-15	0	5	-3	-1	15	50	104
22	x	-5	-4	-3	-2	-1	0	2	3
	y	-70	-28	-6	4	7	4	17	49
23	x	-3	-2	-1	1	2	3	4	5
	y	47	16	2	1	1	-9	-34	-74
24	x	-4	-3	-2	0	-1	2	3	4
	y	-109	-54	-18	3	-2	-3	2	19
25	x	-2	-1	0	1	2	3	4	5
	y	9	-1	1	1	-12	-45	-112	-235
26	x	-1	-3	0	-2	1	2	3	4
	y	6	-12	4	1	2	8	22	54
27	x	-3	-1	-2	0	1	4	3	2
	y	-101	-3	-37	5	2	37	4	-3
28	x	-3	-4	-1	3	2	4	5	1
	y	57	91	31	3	24	-34	-96	29
29	x	-4	-3	-1	-2	0	1	3	2
	y	-112	-61	-11	-25	5	-5	13	0
30	x	-4	-3	1	-2	-1	2	3	4
	y	-35	-6	-7	6	8	-6	5	37

Задание 2

Таблица 2

№	Массив экспериментальных данных						
1	x_1	2,1	2,8	3,5	4	5	5,5
	x_2	5	4	3,1	3	2	1
	y	2,5	6,5	10	11,8	17	19,5
2	x_1	5	6	7	4	2	1
	x_2	1,5	1,1	0,5	1	0	-1
	y	26,7	32	37	22,2	13	8

3	x_1	4	2	0	1	3	-1
	x_2	2,5	3	4	1	1,2	2
	y	6,2	5	4,8	0,2	2	0
4	x_1	0,5	1	2	4	3,5	-1
	x_2	0	1	1,5	2	2,5	1
	y	0,2	5	8,8	15,2	17	1
5	x_1	1	2	3	4	4,5	-2
	x_2	-1	0	1,5	2	3	-2
	y	9,2	10,7	12	15,2	14,6	-1
6	x_1	2	1,5	0	1	3	4
	x_2	-1	0,5	0,1	0	1	3
	y	6,2	1	0,6	2,1	1	-3,5
7	x_1	1	0,5	3	2	1	-2
	x_2	1	2	2	3	0,3	0,5
	y	2	4,3	7,2	8	0	-3
8	x_1	2	1	0,5	2	3	-0,5
	x_2	-1	0	1	2	1,8	0,5
	y	9,7	5,1	1,5	4,2	6,8	-0,5
9	x_1	1	0,5	0	2	1,5	3
	x_2	1	0,5	1	3	2	4
	y	4,2	3,4	0	2,1	3,2	2,5
10	x_1	1	2	0	-1	2	-0,5
	x_2	-2	-3	1	1	-0,5	2
	y	8,8	11,5	1	1,9	3,7	10
11	x_1	2	3	4	6	7	-1
	x_2	-2	0	1	2	3	-1
	y	16	6	1	-2	-8	7
12	x_1	-3	2	0	1	2	-2
	x_2	0	1	2	3	4	5
	y	-17	-1	-4,5	2	8,3	-1`
13	x_1	-2	-1	0	1	2	-0,5
	x_2	1	2	3	5	6	7
	y	-20	-11	-3	8	14	-3
14	x_1	-3	-1	0	2	5	6
	x_2	-2	3	5	7	9	8
	y	-15	-9	-7	-2	2	4
15	x_1	-2	-1	0	1	2	-3
	x_2	1	3	4	6	7	-10
	y	-11	-2	7	16	26	-9
16	x_1	-2	-1	0	1	2	1,5
	x_2	3	2	5	6	7	1
	y	-2	2,5	0	2	2	11
17	x_1	-2	-1	0	1	2	0,5
	x_2	4	0	5	2	0	1
	y	-6,8	1	1	5	12	5,7
18	x_1	-3	-2	1,5	2	3	4
	x_2	4	1	2	-1	3	-2
	y	-17	-7	11,6	18,5	20	30
19	x_1	-2	-1,5	-1	1	2	3
	x_2	2	1	0	3	1,5	4
	y	4	-2,5	-9	14	4,5	23
20	x_1	-2	-1	0	1	2	4
	x_2	2,5	3	-4	-2	1	-1
	y	-22	-23	30	17	-5	13

21	x_1	2	1,5	1	3	-1	4
	x_2	-1	2	0,5	-3	4	-2
	y	17	9	8	25	-12	32
22	x_1	2	0,5	1	-1	4	3
	x_2	-3	-2	-1	2	1	-0,5
	y	-17	-5,5	-8	13	-22	-21
23	x_1	3	-2	1	-1	0,5	2
	x_2	-2	2	-1	3	4	-3
	y	-7	24	2	32	30	-12
24	x_1	1	2	-3	4	3	1,5
	x_2	-3	-2	2	-1	1	0
	y	0	3	-6	9	11	4
25	x_1	2	3	0,5	-1	-2	1
	x_2	4	-1	1	2	3	-4
	y	0	13	1	-9	-12	11
26	x_1	-3	1	-2	0	2	3
	x_2	2	-3	1	3	-1	-2
	y	-7	12	-3	3	17	18
27	x_1	-2	1,5	3	-1	2	4
	x_2	3	-1	-2	-1	-3	-0,5
	y	17	-6	-13	-8	-21	0
28	x_1	-3	1	2	-0,5	-2	3
	x_2	3	-2	0	1	2	-1
	y	12	-21	-6	-1	7	-12
29	x_1	3	2	-1	-1,5	1	0
	x_2	-2	-1	2	-1	0,5	1
	y	31	25	-3	-4	13	7
30	x_1	-4	-1	0	2	1	-2
	x_2	-3	-2	2	3	4	-1
	y	-16	-3	-3	5	-2	-9

Задание 3

Таблица 3

№	Массив экспериментальных данных						
1	x_1	-1	0	1	2	3	4
	x_2	2	3	1	-1	0	-2
	y	-10	-9	0	5	6	7
2	x_1	-2	-1	0	1	2	3
	x_2	1	0	-1	-2	-3	1
	y	2	-1	-2	-1	2	3
3	x_1	1	2	3	0	-1	-2
	x_2	2	1	0	-1	-2	-3
	y	1	2	9	2	-6	-22
4	x_1	-3	-2	-1	0	1	2
	x_2	-2	0	1	2	3	4
	y	7	4	4	6	10	15
5	x_1	-2	-1	0	2	4	5
	x_2	-3	-2	-1	0	3	2
	y	-6	-1	0	5	-7	-1
6	x_1	-1	1	0	2	3	4
	x_2	-2	-1	1	2	0	3
	y	-12	0	0	4	7	4

7	x_1	-3	-2	1	0	2	3
	x_2	-1	0	1	2	3	4
	y	-1	6	1	7	-5	-15
8	x_1	-2	1	0	-1	2	3
	x_2	3	2	1	0	-1	-2
	y	-15	2	0	0	6	7
9	x_1	-3	-1	0	1	2	3
	x_2	4	2	1	-1	0	-2
	y	23	6	0	1	1	13
10	x_1	-3	-2	1	0	-1	2
	x_2	3	2	-1	1	0	-2
	y	-28	-16	-1	-3	-4	-4
11	x_1	-2	0	1	2	-1	3
	x_2	3	2	1	-1	-2	0
	y	7	7	3	-7	-1	-5
12	x_1	-3	-1	0	1	-2	3
	x_2	-2	1	2	3	-1	4
	y	15	6	6	8	9	13
13	x_1	1	-1	0	-2	2	3
	x_2	-2	0	1	2	3	4
	y	10	-3	-2	-2	-12	-22
14	x_1	-2	0	1	2	3	-1
	x_2	2	3	1	0	-1	-2
	y	-11	-7	2	6	7	8
15	x_1	-3	-1	0	2	3	1
	x_2	2	1	3	-1	-2	-3
	y	-4	2	0	1	-3	2
16	x_1	-2	-1	0	1	2	3
	x_2	2	3	4	-1	-2	0
	y	-4	1	6	-3	5	9
17	x_1	-3	-2	0	1	2	3
	x_2	2	1	2	3	-1	-2
	y	16	5	5	0	10	21
18	x_1	-3	-1	1	2	0	-2
	x_2	2	1	-1	-2	4	-2
	y	-1	3	1	-3	8	6
19	x_1	-3	-2	1	0	2	3
	x_2	1	2	-3	4	-1	-2
	y	5	8	1	12	5	8
20	x_1	-2	-1	0	1	2	3
	x_2	3	2	1	-1	-2	-3
	y	-16	-6	1	3	0	-7
21	x_1	-3	-1	3	2	1	-2
	x_2	1	0	-1	-2	2	3
	y	22	5	-9	-3	4	31
22	x_1	-3	-2	0	-1	1	2
	x_2	2	1	-1	3	-2	-5
	y	-10	-4	3	-7	5	4
23	x_1	-2	-3	0	-1	1	2
	x_2	3	1	2	-1	-2	4
	y	-19	-14	-7	-2	-4	10
24	x_1	2	-2	3	-1	1	4
	x_2	-1	2	1	-1	-2	0
	y	2	14	-3	3	3	-3

25	x_1	-2	-3	1	-1	2	3
	x_2	1	4	-1	2	3	-4
	y	8	16	0	5	-8	1
26	x_1	-2	0	-3	2	3	-1
	x_2	2	0	1	-1	0	3
	y	2	3	7	-12	-7	7
27	x_1	-3	-1	2	1	0	3
	x_2	1	2	-1	3	4	-2
	y	22	15	-4	0	8	-5
28	x_1	-2	-1	0	1	2	3
	x_2	-2	0	3	-1	1	-3
	y	-9	-8	-8	1	5	4
29	x_1	-3	-1	1	2	3	4
	x_2	2	3	-1	-2	-3	0
	y	10	4	7	19	33	8
30	x_1	-2	-1	1	-3	2	3
	x_2	1	0	3	2	-1	-2
	y	-6	-1	6	-13	-2	-9