



## 1. Números complejos

**Ejercicio 1** Hallar dos números reales  $x$  e  $y$ , tales que

$$43 + yi = (4 + 3i)(x - 5i)$$

**Ejercicio 2** Hallar el valor de  $\alpha \in \mathbb{R}$  para que la expresión  $\frac{3 - 2\alpha i}{4 - 3i}$  sea real. Para el valor obtenido calcular el valor del cociente.

**Ejercicio 3** Hallar dos números complejos  $z$  y  $w$ , tales que su suma sea  $1 + 4i$ , su cociente sea imaginario puro y la parte real de uno de ellos sea  $-1$ .

**Ejercicio 4** Determinar dos números complejos  $w_1$  y  $w_2$  tales que para  $z_1 = 2 - i$  y  $z_2 = 3 - 4i$ , se verifica

$$w_1 z_1 = 32 - i \quad \frac{w_2}{z_2} = -\frac{1}{25} + \frac{2}{25}i$$

**Ejercicio 5** Representar en el plano complejo los siguientes conjuntos:

- a)  $A = \{z \in \mathbb{C} / |z - 1 + i| = 2\}$       d)  $D = \{z \in \mathbb{C} / |2z + 3| > 1\}$   
b)  $B = \{z \in \mathbb{C} / |z| \leq |2z + 1|\}$       e)  $E = \{z \in \mathbb{C} / |z + 1| \leq |z - 1|\}$   
c)  $C = \left\{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re}\left(\frac{z+1}{z-1}\right) > 1\right\}$

**Ejercicio 6** Expresar en forma binómica los siguientes números complejos:

a)  $\frac{1 - e^{\pi i/2}}{1 + e^{\pi i/2}}$       b)  $e^{\pi i} (1 - e^{-\pi i/3})$       c)  $\frac{1 - i^3}{(1 + i)^3}$

**Ejercicio 7** Expresar los números complejos  $1 + i$  y  $1 - \sqrt{3}i$  en forma exponencial y calcular en forma binómica

$$(1 + i)^4 (1 - \sqrt{3}i)^2$$

**Ejercicio 8** Sea  $z \in \mathbb{C} \setminus \{(1, 0)\}$ . Probar que  $\frac{1+z}{1-z}$  es imaginario puro si, y sólo si,  $|z| = 1$ .

**Ejercicio 9**

- (a) ¿Qué representa, geoméricamente, multiplicar un número complejo  $z$  por  $i$ ? ¿y si se multiplica por  $2i$ ?
- (b) Calcular el resultado de girar el afijo del número complejo  $3 + i$  un ángulo de  $45^\circ$ .



**Ejercicio 10** Determinar y representar gráficamente los afijos de las soluciones de las siguientes ecuaciones:

$$z^4 - 16 = 0$$

$$z^2 - i = 0$$

**Ejercicio 11**

- (a) Calcular los números complejos  $z$  tales que  $\bar{z} = z^2$ .
- (b) Hallar las raíces cúbicas de  $z = -8$ .
- (c) Hallar las raíces quintas de  $z = -1 + \sqrt{3}i$ .
- (d) Determinar los números complejos  $z$  tales que  $z^3 = z i$ .