Sesión7: Lógica de Predicados. Resolución y Deducción Natural

1. Dadas $F_1 \equiv \forall X\ (p(X) \rightarrow (q(X) \wedge r(X)))$, $F_2 \equiv \exists X\ (p(X) \wedge s(X))$ y $Q \equiv \exists X\ (s(X) \wedge r(X))$ se pide demostrar que $\{F_1, F_2\} \vDash Q$ utilizando el método de Resolución.

2. Demostrar, utilizando Resolución General, que el siguiente conjunto de cláusulas es inconsistente (x, y, z son variables, a y b son constantes):
$$\{ \sim p(f(x)) \vee q(a), \sim q(y) \vee r(b), p(z) \vee s(z), \sim s(y), \sim r(b) \}$$

3. Demostrar por Resolución la corrección de los siguientes razonamientos, y escribir otro razonamiento distinto para cada uno de ellos cuya corrección esté demostrada con la inconsistencia probada para la prueba de la corrección del razonamiento dado:
   a) $\{ p(a), \forall x \forall y\ (\sim p(x) \vee \sim q(f(x)) \vee r(x,y)), \forall x \forall y\ (q(x) \vee r(y,x)) \} \Rightarrow \exists x\ r(x,f(a))$
   b) $\left\{\forall x \exists y \left(P(x) \wedge Q(x,y) \rightarrow \forall z \left(R(z) \wedge S(x,z)\right)\right), \neg(\neg P(a) \vee \forall x S(a,x))\right\} \Rightarrow \neg \forall y Q(a,y)$
   c) $\left\{\exists x \left(P(x) \wedge \forall y \left(R(y) \rightarrow \forall z\ Q(x,z)\right)\right), \neg \exists x \left(P(x) \wedge \forall y \left(S(y) \rightarrow \neg Q(x,y)\right)\right)\right\} \Rightarrow \exists x (R(x) \rightarrow S(x))$

4. Determina, por Resolución, si los razonamientos del ejercicio 6 de la sesión 6 son correctos.

5. Sean C_1, C_2 y C_3 las cláusulas:

   C_1: $p(X,Y) \vee q(b,f(X))$, C_2: $\neg p(a,a) \vee \neg q(Z,f(a))$ y C_3: $\neg p(f(T),b) \vee \neg q(f(a),f(T))$

   Determinar cuáles de las siguientes respuestas son correctas y completarlas:
   a. El único resolvente general de C_1 y C_3 es: $q(b,f(f(T))) \vee \neg q(f(a),f(T))$ y el *umg* con el que se obtiene es = *{… …}*
   b. Las cláusulas C_1 y C_3 tienen dos posibles resolventes: $q(b,f(X)) \vee \neg q(f(a),f(T))$ y $p(X,Y) \vee \neg p(f(T),b)$. Los correspondientes *umg* son:
   { } y { }
   c. Las cláusulas C_1 y C_2 tienen dos posibles resolventes: $q(b,f(a)) \vee \neg q(Z,f(a))$ y $p(a,Y) \vee \neg p(a,a)$. Los correspondientes *umg* son:
   { } y { }
   d. La cláusula vacía es un posible resolvente de C_1 y C_2. El *umg* con el que se obtiene es …………………………….

6. Sean C_1, C_2 y C_3 las cláusulas:

   C_1: $p(Y,X) \vee q(Y,f(X))$, C_2: $\neg p(a,Z) \vee \neg q(Z,f(a))$ y C_3: $\neg p(f(T),b) \vee \neg q(f(a),f(T))$

   Determinar cuáles de las siguientes respuestas son correctas y completarlas:
   a. El único resolvente general de C_1 y C_3 es: $q(f(T),f(b)) \vee \neg q(f(a),f(T))$ y el *umg* con el que se obtiene es = *{… …}*
   b. A partir de las cláusulas C_2 y C_3 no se puede obtener ningún resolvente.
   c. Las cláusulas C_1 y C_3 tienen como resolvente la cláusula que es siempre verdadero. El *umg* es: { }
   d. Las cláusulas C_1 y C_2 tienen dos posibles resolventes: $q(a,f(Z)) \vee \neg q(Z,f(a))$ y $p(Z,a) \vee \neg p(a,Z)$. Los correspondientes *umg* son:
   { } y { }

Deducción Natural

7. Demostrar, por Deducción Natural:

   a) $\{\forall x(P(x) \to \neg Q(x)), P(a)\} \vdash \neg Q(a)$
   b) $\{\forall x(P(x) \to Q(x)), \forall x P(x)\} \vdash \forall x Q(x)$
   c) $\{\forall x(P(x) \to Q(x)), \exists x P(x)\} \vdash \exists x Q(x)$
   d) $\{\forall x \forall y(P(x) \to Q(y)), \exists x P(x)\} \vdash \forall y Q(y)$
   e) $\{\forall x(P(x) \to Q(x))\} \vdash \forall x P(x) \to \forall x Q(x)$
   f) $\{\exists x P(x) \to Q(a)\} \vdash \forall x(P(x) \to Q(a))$
   g) $\{\forall x P(x) \lor \forall x Q(x)\} \vdash \forall x(P(x) \lor Q(x))$

8. A partir de las premisas:

   - *Ningún cuadrúpedo sabe silbar*
   - *Algunos gatos son cuadrúpedos.*

   a) Enúnciese una conclusión,
   b) Tradúzcanse premisas y conclusión al lenguaje de la Lógica de Predicados y
   c) Compruébese la corrección del razonamiento

9. Demuéstrese la corrección del siguiente razonamiento por deducción natural:
   - *Sólo los tontos alimentan a los osos salvajes*
   - *Cristina alimenta a Nicolás, pero no es tonta*

   Por tanto:
   - *Nicolás no es un oso salvaje*

10. Utilizando algo de lo que has visto en esta asignatura, ¿sabrías demostrar que, efectivamente, el razonamiento que hace el pingüino no es correcto?