

## Sesión 4: Deducción Natural en Lógica de Proposiciones

### 1. Demuestra por Deducción Natural:

- $\{p \rightarrow (p \wedge q), p\} \vdash q$
- $\{p \rightarrow (q \rightarrow r), p \rightarrow q, p\} \vdash r$
- $\{p \rightarrow \sim q, ((\sim q \vee r) \rightarrow \sim s), p \wedge t\} \vdash \sim s$
- $\{p \rightarrow q, p \rightarrow r\} \vdash (p \rightarrow q \wedge r)$
- $\{p \rightarrow q\} \vdash (p \wedge r \rightarrow q \wedge r)$
- $\{p \rightarrow (q \leftrightarrow r)\} \vdash p \wedge q \rightarrow r$
- $\{p \vee q \rightarrow r\} \vdash (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$
- $\{p \vee q \rightarrow \sim p, \sim q\} \vdash \sim p$
- $\{r \vee \sim q \rightarrow s \wedge \sim r, s \vee \sim r \rightarrow q, p \rightarrow \sim q\} \vdash \sim(\sim r \wedge p)$
- $\{\sim p \rightarrow q, p \rightarrow \sim r\} \vdash r \rightarrow q$
- $\{p \wedge q \rightarrow r\} \vdash \sim r \rightarrow (p \rightarrow \sim q)$
- $\{p \rightarrow q, r \rightarrow s, p \vee r\} \vdash q \vee s$
- $\{p \wedge (q \vee r)\} \vdash (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- $\{(p \vee s) \rightarrow (q \wedge r), \sim r \rightarrow q\} \vdash (p \vee \sim q) \rightarrow r$

### 2. Averiguar, mediante deducción natural, si el siguiente razonamiento es correcto:

*Es necesario que me puedan multar para que guarde los límites de velocidad*

*Si guardo los límites de velocidad, entonces no me pueden multar y mantengo los puntos.*

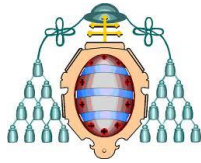
*Por tanto, no guardo los límites de velocidad*

### 3. Demuestra por Deducción Natural:

- $\{p, (q \vee p) \wedge (p \rightarrow r), q \vee s\} \vdash r \vee s$
- $\{q \vee \sim r \leftrightarrow p, q \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow s\} \vdash p \wedge \sim r \rightarrow s$
- $\{p \rightarrow q \wedge r\} \vdash p \wedge q \leftrightarrow p \wedge r$
- $\{p \vee \sim r, \sim r \rightarrow s, \sim p\} \vdash s$
- $\{p \wedge \sim q, q \vee r\} \vdash r$
- $\{p \wedge q \wedge r, p \wedge r \rightarrow \sim s, s \vee t\} \vdash t$

### 4. Completa el siguiente esquema de deducción natural

1.	$p \vee (q \wedge r)$	Premisa
2.		Supuesto
3.		
4.	$(p \vee r)$	$\vee\text{-I } 2$
5.	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	
6.		
7.		Supuesto
8.	$q$	
9.	$r$	
10.		
11.	$p \vee r$	
12.		
13.		
14.	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$	

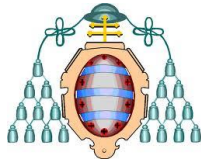


5. Considérese la demostración por Deducción Natural del siguiente razonamiento:

$$\{p \vee q \rightarrow s \wedge r, \sim s \leftrightarrow \sim r\} \vdash q \vee r \rightarrow s$$

1.	$p \vee q \rightarrow s \wedge r$	Premisa
2.	$\sim s \leftrightarrow \sim r$	Premisa
3.	$\text{¿?}$	Supuesto
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		Supuesto
10.	$\sim s \rightarrow \sim r$	$\leftrightarrow$ E 2
11.	$\text{¿?}$	Supuesto
12.		
13.		
14.		
15.	$\text{¿?}$	$\rightarrow$ I 9-14
16.	$s$	$\text{¿?}$
17.		$\rightarrow$ I 3-16

- En el paso 3 debemos suponer .....
- En el paso 11 debemos suponer .....
- El contenido del paso 15 es .....
- La regla que se debe aplicar en el paso 16 es .....



## Ejercicios de Exámenes

2011-2012

- a.  $\{r \wedge s \rightarrow p \wedge q, q \rightarrow \neg s\} \vdash r \rightarrow \neg s$
- b.  $\{p \vee (q \wedge r)\} \vdash p \vee q$
- c.  $\{\neg q, p \rightarrow q, s \vee t, s \rightarrow r, t \rightarrow r\} \vdash r \wedge \neg p$
- d.  $A \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

2012-2013

- e.  $\{p \vee q \rightarrow s, r \rightarrow p \wedge s\} \vdash q \vee r \rightarrow s$
- f.  $\{r \rightarrow p, \neg s \rightarrow \neg(p \wedge q)\} \vdash q \rightarrow (r \rightarrow s)$
- g.  $\{p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow s, \neg s \rightarrow \neg r\} \vdash p \rightarrow s$
- h.  $\{p \rightarrow s, \neg r \rightarrow \neg q, r \rightarrow \neg s\} \vdash q \rightarrow \neg p$
- i.  $\{q \wedge p \rightarrow t \wedge r, r \rightarrow p \wedge s, r \wedge s\} \vdash q \rightarrow p \wedge t$

2013-2014

- j.  $\{\neg q \rightarrow s \wedge r, s \rightarrow \neg q, s \vee p, p \rightarrow \neg s\} \vdash r \vee q$
- k.  $\{\neg r \rightarrow p \wedge \neg s, t \vee s, t \rightarrow q \vee r, \neg q \rightarrow \neg r\} \vdash q \vee r$
- l.  $\{t \rightarrow p \vee s, p \rightarrow s, s \rightarrow \neg r, r\} \vdash \neg t$
- m.  $\{p \rightarrow q \vee s, q \rightarrow t \wedge r, \neg r \rightarrow \neg p\} \vdash p \rightarrow r$

2014-2015

- n.  $\{p \vee q \rightarrow s \wedge r, r \vee q \rightarrow s\} \vdash p \vee r \rightarrow s$
- o.  $\{p \rightarrow s \vee q, p \rightarrow r \wedge t, t \vee q \rightarrow \neg(s \vee q)\} \vdash \neg p$

2015-2016

- p.  $\neg q \rightarrow \neg p \vdash p \vee q \rightarrow q \vee r$
- q.  $\{p \rightarrow q \vee r, q \rightarrow s, r \rightarrow s \wedge t, \neg s\} \vdash \neg p$
- r.  $\{p \rightarrow (q \rightarrow r), \neg r\} \vdash (p \rightarrow \neg q) \wedge (q \rightarrow \neg p)$
- s.  $\{p \rightarrow r, \neg s \vee t \rightarrow \neg q\} \vdash q \wedge p \rightarrow s \wedge r$

2016-2017

- t.  $\{p \vee q \rightarrow s \wedge t, \neg q \rightarrow p, s \rightarrow \neg r\} \vdash r \rightarrow q$
- u.  $\{(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow s), r \rightarrow s, p \wedge q\} \vdash s$
- v.  $\{q \rightarrow s, \neg p \vee q, \neg t \rightarrow p\} \vdash s \vee t$
- w.  $\{q \rightarrow \neg t, \neg p \vee q, \neg s, \neg t \vee \neg p \rightarrow s\} \vdash r$

2017-2018

- x.  $\{p \vee r \rightarrow q \wedge t, \neg s \rightarrow \neg q\} \vdash r \wedge t \rightarrow s$
- y.  $\{\neg r \rightarrow \neg q\} \vdash p \rightarrow (q \rightarrow r \vee s)$

2018-2019

- a.  $\{p \rightarrow q, q \rightarrow r, \neg r\} \vdash \neg(p \vee q)$
- b.  $\{p \vee q, \neg r \rightarrow \neg p\} \vdash (q \rightarrow r) \rightarrow r$
- c.  $\{p \wedge q \rightarrow s, \neg r \rightarrow \neg s\} \models p \rightarrow (q \rightarrow r)$
- d.  $\{p \rightarrow (q \vee r), q \rightarrow s, \neg s \rightarrow \neg r\} \vdash p \rightarrow s$

2019-2020

- a.  $\{\neg t \rightarrow \neg(s \vee q), q \rightarrow t\} \vdash q \vee s \rightarrow t$
- b.  $\{q \rightarrow (r \wedge s), p\} \vdash (q \vee \neg p) \rightarrow (\neg r \vee s)$

2020-2021

- a.  $\{q \rightarrow r, \neg r \leftrightarrow \neg s\} \vdash q \vee s \rightarrow r$
- b.  $\{\neg p \leftrightarrow \neg q, s \rightarrow p\} \vdash q \vee s \rightarrow p$