Sesión 5: Formalización y Evaluación en Lógica de Predicados

Formalización

1. Para cada una de las siguientes fórmulas, identifica los símbolos de constante, variable, función y predicado, indicando su aridad cuando proceda:
   a) $((p(c) \wedge r(X,Y)) \vee q(Y))$
   b) $\exists Y \ \forall X \ r (g (X, f(Y)) , f(c))$

2. Establecer la relación de formalización entre las formulas y los enunciados siguientes:

   a. $\exists X\big(p(X) \wedge q(X)\big)$
   b. $\forall X\big(p(X) \rightarrow q(X)\big)$
   c. $\forall X\big(p(X) \rightarrow \neg q(X)\big)$
   d. $\forall X \ \neg p(f(X), a)$

   1. No existe ningún número cuyo sucesor sea 0
   2. Una persona es un ser racional
   3. Ningún sabio dice tonterías
   4. Hay usuarios que tienen permiso de lectura

3. Formaliza los siguientes enunciados en lógica de predicados.
   a. Bilbo es un hobbit y Gandalf es un mago.
   b. Algunos hobbits cuentan chistes.
   c. Todos los magos cuentan historias fantásticas.
   d. No todos los magos son buenos.
   e. Ningún mago es un orco.
   f. Hay un anillo que es deseado por todos.
   g. Bien está lo que bien acaba.
   h. Los magos cuentan chistes sólo cuando hay hobbits.

A(x): x es un anillo
B(x): x es bueno
C(x): x cuenta chistes
D(x,y): x desea y
F(x): x cuenta historias fantásticas
H(x): x es un hobbit
M(x): x es un mago
O(x): x es un orco
Y(x): x está bien
Z(x): x acaba bien
Constantes: Bilbo (b), Gandalf(g)

4. Formaliza los siguientes enunciados en lógica de predicados.
   a. Todo el mundo ama a alguien.
   b. Todos los alumnos de informática que estudian lógica la aprueban.
   c. No todos los alumnos de informática aprueban lógica.
   d. Es necesario que algún alumno de informática apruebe todas las asignaturas para que Pedro apruebe Lógica.
   e. Algún alumno de informática no aprueba Lógica a menos que la haya estudiado.

A(x,y): x ama a y
I(x): x es alumno de informática
E(x, y): x estudia y
P(x,y): x aprueba y
Constantes: Pedro (p), Lógica (l)

5. Formalizar las siguientes frases en lógica de predicados.
   a. Es necesario que algún asturiano sea bueno en algún deporte para que todos hablen bien de Asturias.
   b. No todos los asturianos hablan en asturiano, pero todos los asturianos conocen a alguien que habla en asturiano.

A(x): x es asturiano
B(x,y): x es bueno en y
C(x,y): x conoce a y
D(x): x es un deporte
H(x): x habla asturiano
Z(x, y): x habla bien de y
Constantes: Asturias (a)

6. Formalizar las siguientes frases en lógica de predicados.
   a. *Los niños mayores juegan con algunos niños pequeños.*
   b. *Algunos niños mayores juegan sólo con niños pequeños.*
   c. *Algunos niños mayores no juegan con Laura a menos que Laura juegue con niños pequeños.*

J(x,y): x juega con y
M(x): x es un niño mayor
P(x): x es un niño pequeño
Constantes: Laura (l)

7. Formalizar en lógica de predicados

```
For (i=0; i<numObjects, i++)
{
       x=Objects(i);
       if isMushroom(x)
              if isPoisonous(x) && isPurple(x)
                     return false;
}
return true;
```

Evaluación

8. Evalúese cada fórmula propuesta con las interpretaciones que le acompañan.

   F:= $\forall x \forall y\, (p(x,y) \longrightarrow q(x) \vee p(a,a))$

   a. $\mathbf{I}_1 := (\text{dom } \mathbf{I}_1, p_{\mathbf{I}_1}, q_{\mathbf{I}_1})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_1) := \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_1} := \{(A,B), (B,B)\}$, $q_{\mathbf{I}_1} := \{A\}$, $a_{\mathbf{I}_1} := B$
   b. $\mathbf{I}_2 := (\text{dom } \mathbf{I}_2, p_{\mathbf{I}_2}, q_{\mathbf{I}_2})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_2) := \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_2} := \{(B,B)\}$, $q_{\mathbf{I}_2} := \{A\}$, $a_{\mathbf{I}_2} := A$
   c. $\mathbf{I}_3 := (\text{dom } \mathbf{I}_3, p_{\mathbf{I}_3}, q_{\mathbf{I}_3})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_3) := \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_3} := \{(A,A), (B,B)\}$, $q_{\mathbf{I}_3} := \{B\}$, $a_{\mathbf{I}_3} := B$
   d. $\mathbf{I}_4 := (\text{dom } \mathbf{I}_4, p_{\mathbf{I}_4}, q_{\mathbf{I}_4})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_4) := \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_4} := \{(A,A), (A,B)\}$, $q_{\mathbf{I}_4} := \{A\}$, $a_{\mathbf{I}_4} := B$
   e. $\mathbf{I}_5 := (\text{dom } \mathbf{I}_5, p_{\mathbf{I}_5}, q_{\mathbf{I}_5})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_5) := \{A\}$, $p_{\mathbf{I}_5} := \{(A,A)\}$, $q_{\mathbf{I}_5} := \{\}$, $a_{\mathbf{I}_5} := A$

   F:= $\exists x\, \exists y\, (p(x,y) \rightarrow \forall z\, q(x,z))$

   a. $\mathbf{I}_1 := (\text{dom } \mathbf{I}_1, p_{\mathbf{I}_1}, q_{\mathbf{I}_1})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_1) := \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_1} := \{(A,B)\}$, $q_{\mathbf{I}_1} := \{(A,B)\}$
   b. $\mathbf{I}_2 := (\text{dom } \mathbf{I}_2, p_{\mathbf{I}_2}, q_{\mathbf{I}_2})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_2) := \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_2} := \{(A,A), (B,B)\}$, $q_{\mathbf{I}_2} := \{(A,A), (A,B)\}$
   c. $\mathbf{I}_3 := (\text{dom } \mathbf{I}_3, p_{\mathbf{I}_3}, q_{\mathbf{I}_3})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_3) := \{A\}$, $p_{\mathbf{I}_3} := \{(A,A)\}$, $q_{\mathbf{I}_3} := \{(A,A)\}$
   d. $\mathbf{I}_4 := (\text{dom } \mathbf{I}_4, p_{\mathbf{I}_4}, q_{\mathbf{I}_4})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_4) = \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_4} := \{(A,B)\}$, $q_{\mathbf{I}_4} := \{(B,A)\}$

   F:= $\exists y\, \neg \exists x\, (p(y) \leftrightarrow q(x,y))$

   a. $\mathbf{I}_1 := (\text{dom}\mathbf{I}_1, p_{\mathbf{I}_1}, q_{\mathbf{I}_1})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_1) = \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_1} := \{A\}$, $q_{\mathbf{I}_1} := \{(A,B), (A,A)\}$
   b. $\mathbf{I}_2 := (\text{dom}\mathbf{I}_2, p_{\mathbf{I}_2}, q_{\mathbf{I}_2})$ con $\text{dom}(\mathbf{I}_2) = \{A,B\}$, $p_{\mathbf{I}_2} := \{A\}$, $q_{\mathbf{I}_2} := \{(A,B), (B,A), (B,B)\}$

9. Proporcionar una interpretación bajo la cual la siguiente fórmula tome el valor de verdadero:

$$\forall x\, \exists y\, [\, p(y, f(x)) \wedge q(a, g(y, x))\,]$$

10. Dada la formula $\exists y\, \forall x\, (p(x) \vee r(y) \rightarrow q(x,y))$ y la interpretación *I:= (dom I,* r_I*,* q_I*,* p_I*) con dom(I):= {A,B},* r_I *:= {A},* q_I *:= {(A,B)},* p_I *:= ¿?.* Completa p_I para que la fórmula sea **verdadera** bajo la interpretación *I*, si es posible.