Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

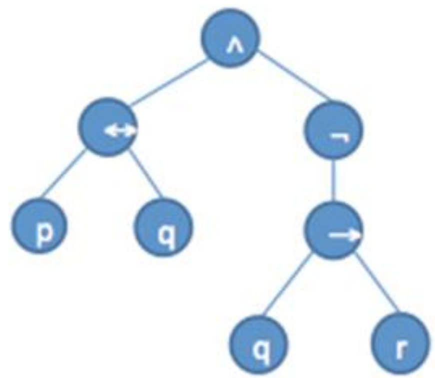
Sesión 1
Fundamentos de Lógica de Proposiciones

Departamento de Informática
Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Oviedo

L0. Sintaxis

1. Toda fórmula bien formada se puede representar por un árbol como se muestra en el ejemplo siguiente:

$(p \leftrightarrow q) \wedge \neg(q \rightarrow r)$



Di cuáles de las siguientes son fórmulas bien formadas de la lógica proposicional y para las que lo sean, dibuja el árbol de formación:

a. $(p \wedge q)$	b. $r(p \wedge q)$	c. $(\neg(p \wedge q) \vee r)$
d. $p\neg$	e. $(\neg(p \wedge q) \vee r \wedge q)$	f. $(p \wedge (q \vee q)) \vee (\neg p \wedge (q \wedge r))$
g. $r\neg(p \wedge q)$	h. $(\neg p \vee q)$	i. $((p \wedge (\neg q \vee \neg p)) \wedge (\neg q \vee \neg p))$
j. $\neg(p \vee q)$	k. $(p \wedge (q \vee q)) \vee ((\neg p) \wedge (q \wedge r))$	l. $((\neg p \wedge q) \vee r)$

L0. Sintaxis

No son fórmulas bien formadas:

b. No existe símbolo conector entre r y (

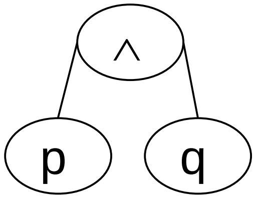
d. $\neg$ va detrás del símbolo de proposición

g. No existe símbolo conector entre r y $\neg$

L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

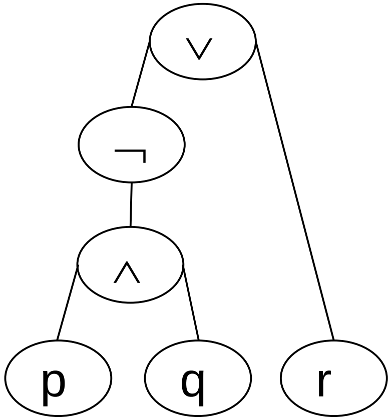
a. $(p \wedge q)$



L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

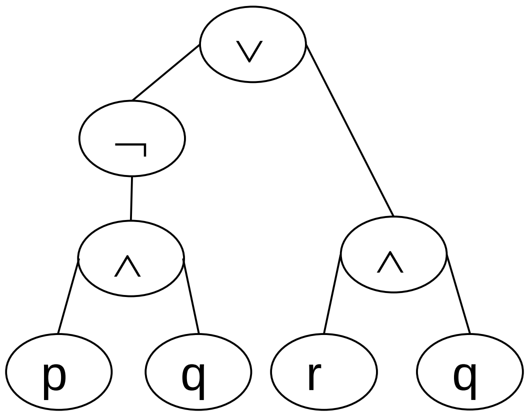
c. $(\neg(p\wedge q)\vee r)$



L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

e. $(\neg(p \wedge q) \vee r \wedge q)$

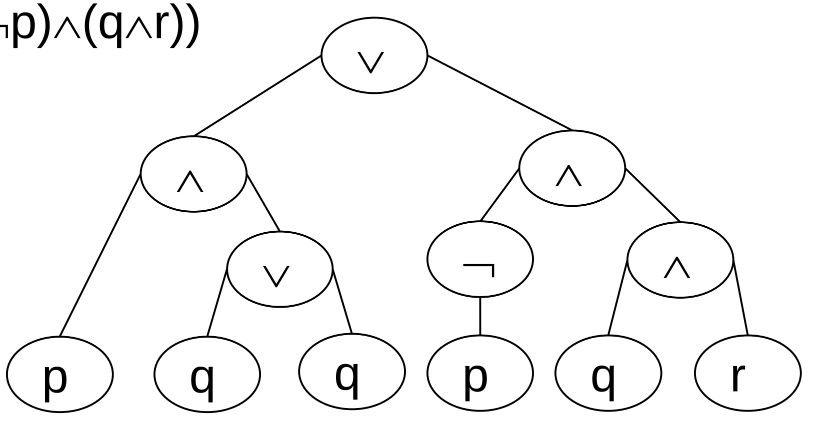


L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

f. $(p\wedge(q\vee q))\vee(\neg p\wedge(q\wedge r))$

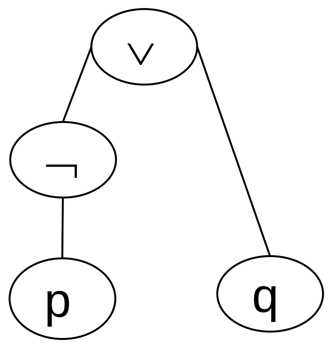
k. $(p\wedge(q\vee q))\vee((\neg p)\wedge(q\wedge r))$



L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

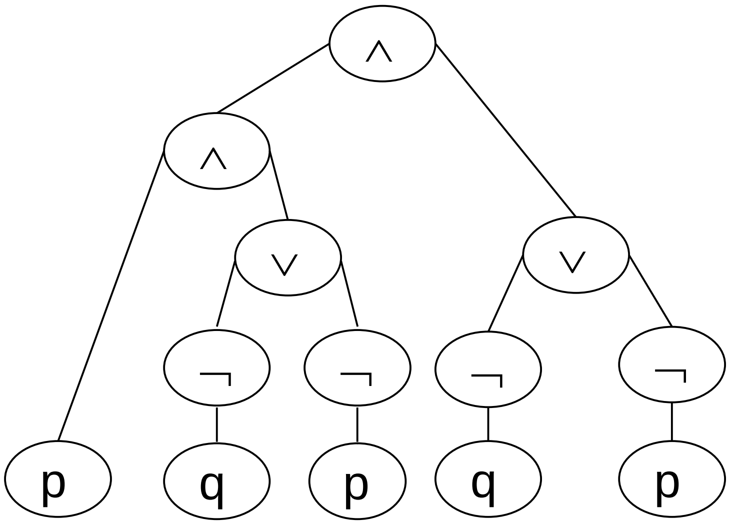
h. $(\neg p \vee q)$



L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

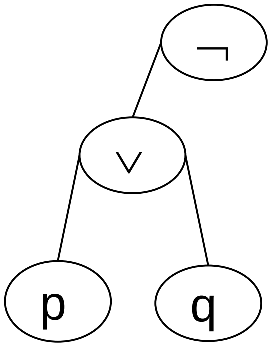
i. $((p \wedge (\neg q \vee \neg p)) \wedge (\neg q \vee \neg p))$



L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

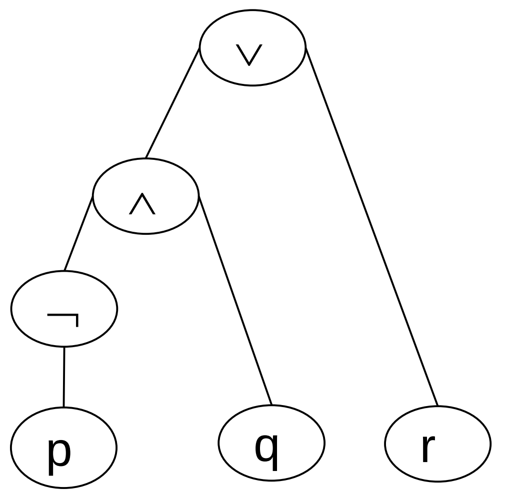
j. $\neg(p \lor q)$



L0. Sintaxis

Árboles de formación para las fórmulas bien formadas

I. $((\neg p \wedge q) \vee r)$



L0. Sintaxis

2. ¿Cuál de las siguientes sentencias es una proposición atómica?

   a. Si nieva, entonces las escuelas están cerradas.

   b. Yo no salgo.

   c. Voy al cine.

   La única que es una proposición atómica es la c)

   a. $p \rightarrow q$

   b. $\neg p$

   c. p

L0. Formalización de frases

3. Formalizar las siguientes frases del lenguaje natural y del lenguaje de la programación, traduciéndolas al lenguaje de la Lógica de Proposiciones (utilizar las letras p,q, r,… para representar las proposiciones simples siguiendo el orden de aparición)

a)	Es septiembre y no tengo vacaciones.	a)	$p \wedge \neg q$
b)	Estudio o no apruebo el examen.	b)	$p \vee \neg q$
c)	Si no estudio no apruebo el examen.	c)	$\neg p \to \neg q$
d)	Para aprobar el examen es necesario estudiar.	d)	$p \to q$
e)	Es suficiente copiar para suspender.	e)	$p \to q$
f)	No me voy de vacaciones a menos que apruebe.	f)	$p \to q$
g)	Tengo clase sí y sólo sí soy estudiante.	g)	$p \leftrightarrow q$

L0. Formalización de frases

h) Si has leído los apuntes y has hecho los ejercicios de los tres primeros boletines, entonces estás bien preparado para el examen de lógica, en otro caso, tendrás problemas.

p q r s

1) Identificamos las proposiciones y las conectivas

2) Reescribimos la frase

Si p **y** q **entonces** r, **en otro caso** s

"**en otro caso**": **y si no** (p **y** q) **entonces** s

Es decir:

Si p **y** q **entonces** r, **y si no (p y q) entonces s**

3) Formalización en Lógica de proposiciones

$$[(p \wedge q) \rightarrow r] \wedge [\neg (p \wedge q) \rightarrow s]$$

L0. Formalización de frases

i) El cáncer no se curará a menos que se determine su causa y se encuentre una medicina para él.

$$p \to q \wedge r \equiv \neg p \vee (q \wedge r) \equiv \neg(q \wedge r) \to \neg p$$

j) En este blog no se borran los comentarios a menos que contengan insultos o estén fuera de la temática del post.

$$p \to q \vee r \equiv \neg p \vee (q \vee r) \equiv \neg(q \vee r) \to \neg p$$

k) En el caso de una matrícula ordinaria, no es posible matricularse de menos de 30 créditos a menos que se trate de un alumno a tiempo parcial.

$$p \to (q \to r) \equiv p \to (\neg q \vee r) \equiv p \to (\neg r \to \neg q)$$

l) Cenaré ensalada a menos que sea mi cumpleaños y haya tarta.

$$\neg p \to q \wedge r \equiv p \vee (q \wedge r) \equiv \neg(q \wedge r) \to p$$

No F **a menos que** G $\equiv \neg F \vee G \equiv F \to G$
F **a menos que** G $\equiv F \vee G \equiv \neg F \to G$

L0. Formalización de frases

m) If p then q else r

$$(p \to q) \land (\neg p \to r)$$

n) El bizcocho sube sólo si tiene levadura, pero para que no suba es suficiente abrir el horno

$$(p \to q) \land (r \to \neg p)$$

o) Solo cogeré el autobús del aeropuerto si es necesario llegar temprano para facturar el equipaje.

$$p \to (r \to q)$$

p) Es necesaria la lluvia para que haya una buena cosecha, pero es suficiente una granizada para perderla.

$$(q \to p) \land (r \to \neg q)$$

L0. Formalización de frases

q) No fue suficiente que no lloviese para que tuviésemos una buena noche de fuegos artificiales.

***no** (**suficiente no** p **para** q)*

$\neg (\neg p \rightarrow q)$

r) Para aprobar la asignatura es suficiente, pero no necesario, estudiar y no suspender los exámenes.

Para p **es suficiente** q **y no** r.

$[(q \wedge \neg r) \rightarrow p]$

Pero no es necesario q **y no** r **para** p.

$[\neg(p \rightarrow (q \wedge \neg r))]$

$$[(q \wedge \neg r) \rightarrow p] \wedge [\neg(p \rightarrow (q \wedge \neg r))]$$

L0. Formalización de frases

4. Indíquese la sintaxis adecuada para formalizar la expresión formal "no es suficiente que suceda p para que se cumpla q", para las que no la representen a qué expresión representarían:

$$p \neg \rightarrow q,\ p \rightarrow \neg q,\ \neg p \rightarrow q,\ \neg(p \rightarrow q)$$

es suficiente p **para** q

$$(p \rightarrow q)$$

NO es suficiente p **para** q

$$\neg(p \rightarrow q)$$

L0. Formalización de Razonamientos

5. Un candidato del Partido de los Nuevos escribe en su perfil de Twitter:

> "Si se es político profesional, se es un corrupto. Yo no soy un político profesional. Luego no soy un corrupto y tenéis que votarme."

Se pide formalizar el razonamiento en el lenguaje de la lógica proposicional (ya veremos más adelante si deberíamos votarle…)

	Traducido
Si se es político profesional, se es un corrupto.	$p \rightarrow q$
Yo no soy un político profesional.	$\neg p$
no soy un corrupto y tenéis que votarme.	$\neg q \wedge r$

$$\boxed{\{p \rightarrow q, \neg p\} \vDash \neg q \wedge r}$$

L0. Formalización de Razonamientos

6. En una revista de Economía leemos:

   "La inflación sube si bajan los tipos de interés. Los gobiernos no están contentos si sube la inflación. Por tanto, los tipos de interés están bajando y los gobiernos están contentos."

   Se pide formalizar el razonamiento en el lenguaje de la lógica proposicional (ya veremos más adelante si esto tiene sentido o no …)

	Traducido
La inflación sube si bajan los tipos de interés.	$q \rightarrow p$
Los gobiernos no están contentos si sube la inflación.	$p \rightarrow \neg r$
los tipos de interés están bajando y los gobiernos están contentos.	$q \wedge r$

$$\boxed{\{q \rightarrow p,\ p \rightarrow \neg r\} \vDash q \wedge r}$$

L0. Evaluación

7. Calcular el valor de verdad de las fórmulas F y G siguientes bajo la interpretación I={p=F, q=V}

- F: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg q \vee \neg p$
- G: $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg p$

F: $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \neg q \vee \neg p$

$$\text{F} \quad \text{V} \qquad \neg \text{V} \vee \neg \text{F}$$

$$\text{V} \qquad \text{F} \quad \text{V}$$

$$\text{V}$$

$$\text{V}$$

F^I: V

G: $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge \neg q) \vee \neg p$

$$\text{F} \quad \text{V} \qquad (\text{F} \wedge \neg \text{V}) \vee \neg \text{F}$$

$$\text{V} \qquad \text{F} \quad \text{V}$$

$$\text{V}$$

$$\text{V}$$

G^I: V

L0. Evaluación

8. Sabiendo que p y q son ciertos, ¿se puede determinar el valor de verdad de las fórmulas siguientes? En caso afirmativo, ¿cuáles son ciertas?

a) $p \leftrightarrow (q \wedge \neg q)$	b) $\neg p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$	c) $\neg p \leftrightarrow (\neg q \vee r)$
d) $p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$	e) $p \vee \neg p$	

a) $p \leftrightarrow (q \wedge \neg q)$ $\quad V \leftrightarrow (V \wedge \neg V)$ $\quad V \leftrightarrow F$ Falso

b) $\neg p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$ $\quad \neg V \rightarrow (V \leftrightarrow r)$ $\quad F \rightarrow ?$ Verdad

c) $\neg p \leftrightarrow (\neg q \vee r)$ $\quad \neg V \leftrightarrow (\neg V \vee r)$ $\quad F \leftrightarrow ?$ No se puede determinar

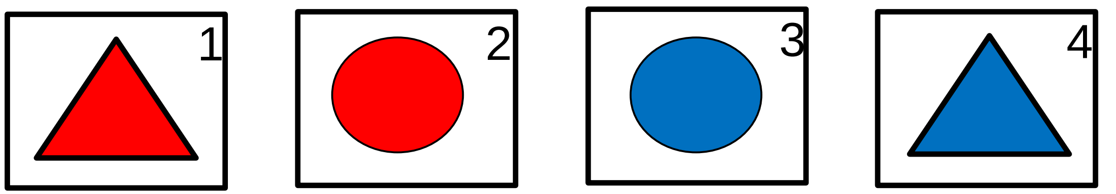
d) $p \rightarrow (q \leftrightarrow r)$ $\quad V \rightarrow (V \leftrightarrow r)$ $\quad V \rightarrow ?$ No se puede determinar

e) $p \vee \neg p$ Verdadera siempre independientemente de la interpretación

La I={p:V, q:V} sólo es interpretación para las fórmulas a) y e)

L0. Evaluación

9. Se dispone de cuatro tarjetas cada una de las cuales tiene dibujados un triángulo por una cara y un círculo por la otra, de colores rojo o azul indistintamente. Para la siguiente configuración:

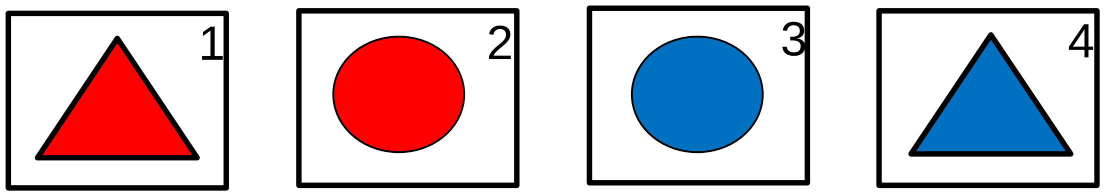


¿Cuál es el mínimo nº de tarjetas que hay que levantar para saber si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos?; ¿cuáles son las tarjetas a levantar en cada caso?

a) En todas las tarjetas hay un triángulo rojo y un círculo azul
b) En todas las tarjetas hay un triángulo rojo o un círculo azul
c) En todas las tarjetas en las que hay un triángulo rojo hay un círculo azul
d) Solamente hay un círculo azul en aquellas tarjetas en las que hay un triángulo rojo.

L0. Evaluación

¿Cuál es el mínimo nº de tarjetas que hay que levantar para saber si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos?; ¿cuáles son las tarjetas a levantar en cada caso?



tr1: Tríángulo rojo en la tarjeta 1
cr1: Círculo rojo en la tarjeta 1
tr2: Tríángulo rojo en la tarjeta 2
cr2: Círculo rojo en la tarjeta 2
tr3: Tríángulo rojo en la tarjeta 3
cr3: Círculo rojo en la tarjeta 3
tr4: Tríángulo rojo en la tarjeta 4
cr4: Círculo rojo en la tarjeta 4

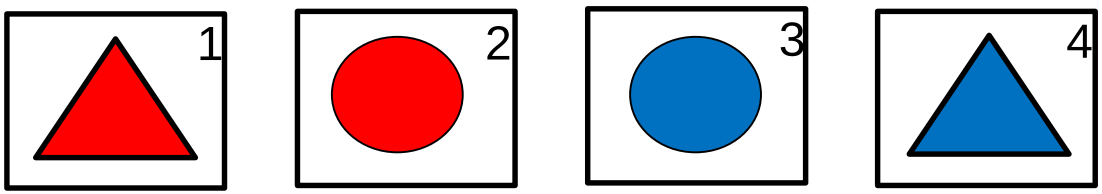
Interpretación:

tr1: **V**	cr1: ?
tr2: ?	cr2: **V**
tr3: ?	cr3: **F**
tr4: **F**	cr4: ?

tr4: F, tenemos lo contrario triángulo azul
cr3: F, tenemos lo contrario círculo azul

L0. Evaluación

¿Cuál es el mínimo nº de tarjetas que hay que levantar para saber si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos?; ¿cuáles son las tarjetas a levantar en cada caso?



a) En todas las tarjetas hay un triángulo rojo y un círculo azul

$$\underbrace{\underbrace{(\underbrace{\mathrm{tr1}}_{\mathbf{V}} \wedge \neg \mathrm{cr1})} \wedge \underbrace{(\mathrm{tr2} \wedge \underbrace{\neg \underbrace{\mathrm{cr2}}_{\mathbf{V}}}_{\mathbf{F}})}_{\mathbf{F}} \wedge \underbrace{(\mathrm{tr3} \wedge \underbrace{\neg \underbrace{\mathrm{cr3}}_{\mathbf{F}}}_{\mathbf{V}})} \wedge \underbrace{(\underbrace{\mathrm{tr4}}_{\mathbf{F}} \wedge \neg \mathrm{cr4})}_{\mathbf{F}}}_{\mathbf{F}}$$

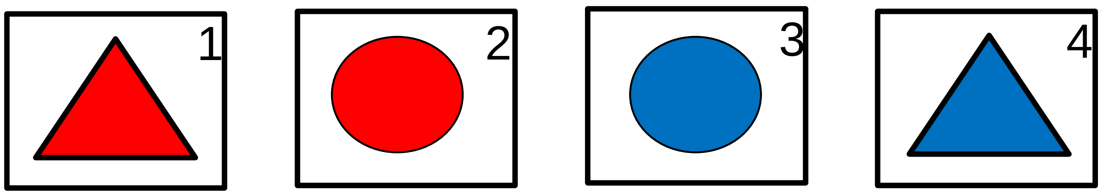
Interpretación:

tr1: **V**	cr1: ?
tr2: ?	cr2: **V**
tr3: ?	cr3: **F**
tr4: **F**	cr4: ?

No es necesario levantar ninguna tarjeta (la t2 no tiene un círculo azul y la t4 no tiene un triángulo rojo).

L0. Evaluación

¿Cuál es el mínimo nº de tarjetas que hay que levantar para saber si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos?; ¿cuáles son las tarjetas a levantar en cada caso?



b) En todas las tarjetas hay un triángulo rojo o un círculo azul

$$\underbrace{\underbrace{(\underset{V}{tr1} \lor \neg cr1)}_{V} \land \underbrace{(tr2 \lor \underbrace{\neg \underset{V}{cr2}}_{F})}_{?} \land \underbrace{(tr3 \lor \underbrace{\neg \underset{F}{cr3}}_{V})}_{V} \land \underbrace{(\underset{F}{tr4} \lor \neg cr4)}_{?}}_{?}$$

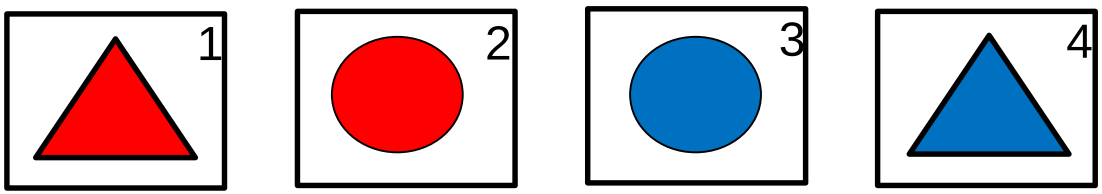
Interpretación:

tr1: **V**	cr1: ?
tr2: ?	cr2: **V**
tr3: ?	cr3: **F**
tr4: **F**	cr4: ?

Es necesario levantar las tarjetas t2 y t4.

L0. Evaluación

¿Cuál es el mínimo nº de tarjetas que hay que levantar para saber si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos?; ¿cuáles son las tarjetas a levantar en cada caso?



c) En todas las tarjetas en las que hay un triángulo rojo hay un círculo azul

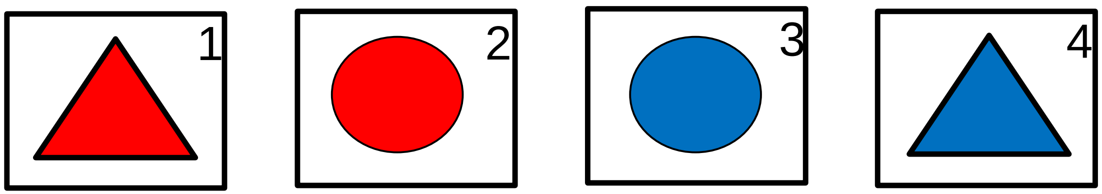
$$\underbrace{\underbrace{(\underset{V}{\mathrm{tr1}} \to \neg \mathrm{cr1})}_{?} \wedge \underbrace{(\mathrm{tr2} \to \underbrace{\neg \underset{V}{\mathrm{cr2}}}_{F})}_{?} \wedge \underbrace{(\mathrm{tr3} \to \underbrace{\neg \underset{F}{\mathrm{cr3}}}_{V})}_{V} \wedge \underbrace{(\underset{F}{\mathrm{tr4}} \to \neg \mathrm{cr4})}_{V}}_{?}$$

Interpretación:	
tr1: **V**	cr1: ?
tr2: ?	cr2: **V**
tr3: ?	cr3: **F**
tr4: **F**	cr4: ?

Es necesario levantar las tarjetas t1 y t2.

L0. Evaluación

¿Cuál es el mínimo nº de tarjetas que hay que levantar para saber si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos?; ¿cuáles son las tarjetas a levantar en cada caso?



d) Solamente hay un círculo azul en aquellas tarjetas en las que hay un triángulo rojo.

$$\underbrace{\underbrace{(\neg cr1 \to \underset{V}{tr1})}_{V} \land \underbrace{(\underbrace{\neg \underset{V}{cr2}}_{F} \to tr2)}_{V} \land \underbrace{(\underbrace{\neg \underset{F}{cr3}}_{V} \to tr3)}_{?} \land \underbrace{(\neg cr4 \to \underset{F}{tr4})}_{?}}_{?}$$

Interpretación:	
tr1: **V**	cr1: ?
tr2: ?	cr2: **V**
tr3: ?	cr3: **F**
tr4: **F**	cr4: ?

Es necesario levantar las tarjetas t3 y t4.