Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

# Sesión 2
# Pruebas de Validez
# Clasificación de Fórmulas

Departamento de Informática
Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Oviedo

# L0. Pruebas de Validez

1. Para cada uno de los siguientes razonamientos, intenta identificar las premisas y la conclusión. ¿Son correctos? Construye, para cada uno de ellos, una fórmula de lógica de proposiciones de la forma $F \rightarrow G$ donde F es la conjunción de las premisas y G la conclusión. Compruébese La validez o no de dichas fórmulas utilizando **tablas de verdad o prueba por contradicción**.

a. "Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. Se ha abierto el horno. Por tanto, las magdalenas se chafan".

| | Traducido |
|---|---|
| Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. | $p \vee \neg q \rightarrow r$ |
| Se ha abierto el horno. | $p$ |
| las magdalenas se chafan. | $r$ |

$\boxed{\{p \vee \neg q \rightarrow r, p\} \vDash r}$

¿Razonamiento correcto?

# L0. Pruebas de Validez. Tablas Verdad

a. “Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. Se ha abierto el horno. Por tanto, las magdalenas se chafan”. ¿**Correcto**?

$\{p \vee \neg q \to r, p\} \vDash r$ ¿r **consecuencia lógica de** $\{p \vee \neg q \to r, p\}$?

**Teorema** (Consecuencia Lógica I)

$\{P_1, P_2, \ldots P_n\} \vDash Q$ es correcto si y sólo si $P_1 \wedge P_2 \wedge \ldots \wedge P_n \to Q$ es válida

$(p \vee \neg q \to r) \wedge p \to r$ ¿**Válida**? (Tma Consecuencia Lógica I)

| p | q | r | $p \vee \neg q$ | $p \vee \neg q \to r$ | $(p \vee \neg q \to r) \wedge p$ | $(p \vee \neg q \to r) \wedge p \to r$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | **V** | **V** |
| V | V | F | V | **F** | **F** | **V** |
| V | F | V | V | V | **V** | **V** |
| V | F | F | V | F | **F** | **V** |
| F | V | V | F | V | **F** | **V** |
| F | V | F | F | V | **F** | **V** |
| F | F | V | V | V | **F** | **V** |
| F | F | F | V | F | **F** | **V** |

**Fórmula es válida** ➡ $\{p \vee \neg q \to r, p\} \vDash r$ ➡ **Correcto**

# L0. Pruebas de Validez. Contradicción

a. "Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. Se ha abierto el horno. Por tanto, las magdalenas se chafan". ¿**Correcto**?

$\{p \vee \neg q \rightarrow r, p\} \vDash r$ ¿r **consecuencia lógica de** $\{p \vee \neg q \rightarrow r, p\}$?

> **Teorema** (Consecuencia Lógica I)
>
> $\{P_1, P_2, \dots P_n\} \vDash Q$ es correcto si y sólo si $P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow Q$ es válida

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge p \rightarrow r$ ¿**Válida**? (T$^{ma}$ Consecuencia Lógica I)

Suponemos que $\exists I / ((p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge p \rightarrow r)^I : F$

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge p \rightarrow r$

V F F

V

**Contradicción** F

V V

V F

F

**Fórmula Válida**

⇓

$\{p \vee \neg q \rightarrow r, p\} \vDash r$

⇓

**Correcto**

# L0. Pruebas de Validez. Tablas Verdad

b. “Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. Las magdalenas se han chafado, luego se ha abierto el horno o no se ha echado levadura” ¿**Correcto**?

$\{p \vee \neg q \rightarrow r, r\} \models (p \vee \neg q)$ ¿ $p \vee \neg q$ **consecuencia lógica de** $\{p \vee \neg q \rightarrow r, r\}$?

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge r \rightarrow (p \vee \neg q)$ ¿**Válida**? (T[ma] Consecuencia Lógica I)

| p | q | r | $p \vee \neg q$ | $p \vee \neg q \rightarrow r$ | $(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge r$ | $(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge r \rightarrow (p \vee \neg q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | **V** | **V** |
| V | V | F | V | **F** | **F** | **V** |
| V | F | V | V | V | **V** | **V** |
| V | F | F | V | F | **F** | **V** |
| F | V | V | F | V | **V** | **F** |
| F | V | F | F | V | **F** | **V** |
| F | F | V | V | V | **V** | **V** |
| F | F | F | V | F | **F** | **V** |

**Fórmula NO Válida** ⇒ $\{p \vee \neg q \rightarrow r, r\} \not\models p \vee \neg q$ ⇒ **NO Correcto**

# L0. Pruebas de Validez. Contradicción

b. "Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. Las magdalenas se han chafado, luego se ha abierto el horno o no se ha echado levadura" ¿**Correcto**?

$\{p \vee \neg q \rightarrow r, r\} \vDash (p \vee \neg q)$ ¿ $p \vee \neg q$ **consecuencia lógica de** $\{p \vee \neg q \rightarrow r, r\}$?

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge r \rightarrow (p \vee \neg q)$ ¿**Válida**? (T$^{ma}$ Consecuencia Lógica I)

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge r \rightarrow (p \vee \neg q)$

F V V V F V

F

F

V V F F

V F

F

**No hay Contradicción, luego:**

$\exists I / ((p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge r \rightarrow (p \vee \neg q))^I : F$

**Fórmula NO Válida**

⇓

$\{p \vee \neg q \rightarrow r, r\} \nvDash (p \vee \neg q)$

⇓

**NO Correcto**

# L0. Pruebas de Validez. Tablas Verdad

c. “Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. Las magdalenas no se han chafado, luego no se ha abierto el horno y se ha echado levadura”¿**Correcto**?

$\{p \vee \neg q \rightarrow r, \neg r\} \vDash (\neg p \wedge q)$ ¿ $\neg p \wedge q$ **consecuencia lógica de** $\{p \vee \neg q \rightarrow r, \neg r\}$?

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge \neg r \rightarrow (\neg p \wedge q)$ ¿**Válida**? (T^ma^ Consecuencia Lógica I)

| p | q | r | $p \vee \neg q$ | $p \vee \neg q \rightarrow r$ | $\neg r$ | $(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge \neg r$ | $(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge \neg r \rightarrow (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | V | **F** | **F** | **V** |
| V | V | F | V | **F** | **V** | **F** | **V** |
| V | F | V | V | V | **F** | **F** | **V** |
| V | F | F | V | F | **V** | **F** | **V** |
| F | V | V | F | V | **F** | **F** | **V** |
| F | V | F | F | V | **V** | **V** | **V** |
| F | F | V | V | V | **F** | **F** | **V** |
| F | F | F | V | F | **V** | **F** | **V** |

**Fórmula Válida** ⇒ $\{p \vee \neg q \rightarrow r, \neg r\} \vDash (\neg p \wedge q)$ ⇒ **Correcto**

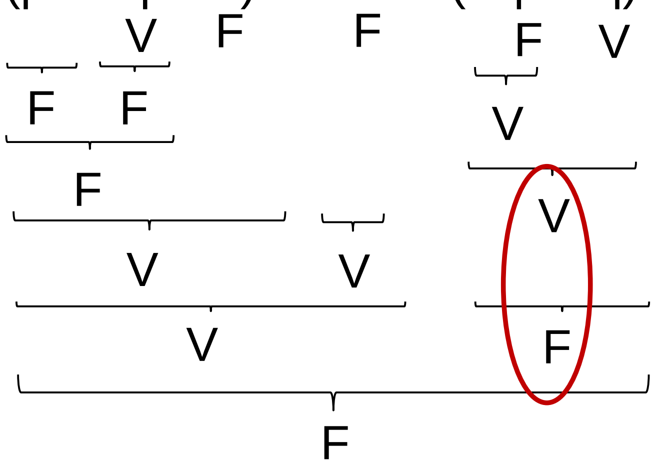
# L0. Pruebas de Validez. Contradicción

c. “Si se abre el horno o no se echa levadura, las magdalenas se chafan. Las magdalenas no se han chafado, luego no se ha abierto el horno y se ha echado levadura”¿**Correcto**?

$\{p \vee \neg q \rightarrow r, \neg r\} \vDash (\neg p \wedge q)$ ¿ $\neg p \wedge q$ **consecuencia lógica de** $\{p \vee \neg q \rightarrow r, \neg r\}$?

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge \neg r \rightarrow (\neg p \wedge q)$ ¿**Válida**? (T$^{ma}$ Consecuencia Lógica I)

$(p \vee \neg q \rightarrow r) \wedge \neg r \rightarrow (\neg p \wedge q)$




**Hay Contradicción**

**Fórmula Válida** $\Rightarrow$ $\{p \vee \neg q \rightarrow r, \neg r\} \vDash (\neg p \wedge q)$ $\Rightarrow$ **Correcto**

# L0. Pruebas de Validez. Tablas Verdad

d. “Si Antonio ganó la carrera, entonces Baltasar o Carlos fueron los segundos. Si Baltasar fue el segundo, entonces no ganó Antonio. Si Demetrio fue segundo, no lo fue Carlos. Antonio ganó la carrera. Por tanto, Demetrio no fue segundo” ¿**Correcto**?

$\{p \rightarrow q \vee r,\ q \rightarrow \neg p,\ s \rightarrow \neg r,\ p\} \vDash \neg s$

¿ $\neg s$ **consecuencia lógica de** $\{p \rightarrow q \vee r,\ q \rightarrow \neg p,\ s \rightarrow \neg r,\ p\}$?

$(p \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow \neg p) \wedge (s \rightarrow \neg r) \wedge p \rightarrow \neg s$ ¿**Válida**? (Tma Consecuencia Lógica I)

$((((P \rightarrow (Q \vee R)) \wedge (Q \rightarrow \neg P)) \wedge (S \rightarrow \neg R)) \wedge P) \rightarrow \neg S$

| P | Q | R | S | $P \rightarrow$ | $Q \vee R$ | $\wedge$ | $Q \rightarrow$ | $\neg P$ | $\wedge$ | $S \rightarrow$ | $\neg R$ | $\wedge$ | $\rightarrow$ | $\neg S$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | *1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | *1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | *1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | *1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | *1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | *1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | *1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | *1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | *1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | *1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | *1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | *1 | 1 |

**Fórmula Válida**

⇓

Razonamiento **Correcto**

https://www.erpelstolz.at/gateway/formular-uk-zentral.html

# L0. Pruebas de Validez. Contradicción

d. “Si Antonio ganó la carrera, entonces Baltasar o Carlos fueron los segundos. Si Baltasar fue el segundo, entonces no ganó Antonio. Si Demetrio fue segundo, no lo fue Carlos. Antonio ganó la carrera. Por tanto, Demetrio no fue segundo” ¿**Correcto**?

$\{p \rightarrow q \vee r,\ q \rightarrow \neg p,\ s \rightarrow \neg r,\ p\} \vDash \neg s$

¿ $\neg s$ **consecuencia lógica de** $\{p \rightarrow q \vee r,\ q \rightarrow \neg p,\ s \rightarrow \neg r,\ p\}$?

$(p \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow \neg p) \wedge (s \rightarrow \neg r) \wedge p \rightarrow \neg s$ ¿**Válida**? (Tma Consecuencia Lógica I)

$(p \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow \neg p) \wedge (s \rightarrow \neg r) \wedge p \rightarrow \neg s$

V F V F V V V V V

F F

F

V V V V

V F

F

**Hay Contradicción**

**Fórmula Válida**

⬇

Razonamiento

**Correcto**

# L0. Pruebas de Validez. Tablas Verdad

e. "El comedor funciona si y sólo si el colegio tiene horario normal. Si el colegio tiene horario normal hay actividades extraescolares. No hay actividades extraescolares o el colegio tiene horario reducido. Si el comedor no funciona, entonces el colegio tiene horario reducido. Por tanto, el colegio no tiene horario reducido." ¿**Correcto**?

$\{p \leftrightarrow q,\ q \rightarrow r,\ \neg r \vee \neg q,\ \neg p \rightarrow \neg q\} \vDash q \ (\equiv \neg\neg q)$

¿ q **consecuencia lógica de** $\{p \leftrightarrow q,\ q \rightarrow r,\ \neg r \vee \neg q,\ \neg p \rightarrow \neg q\}$?

$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\neg r \vee \neg q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q$ ¿**Válida**? (T^ma^ Consecuencia Lógica I)

$((((P \leftrightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R)) \wedge (\neg R \vee \neg Q)) \wedge (\neg P \rightarrow \neg Q)) \rightarrow Q$

| P | Q | R | ↔ | ∧ | → | ∧ | ¬R | ∨ | ¬Q | ∧ | ¬P | → | ¬Q | → |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | *1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | *1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | *1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | *1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | *0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | *0 |

**Fórmula NO Válida**

Razonamiento

**NO Correcto**

https://www.erpelstolz.at/gateway/formular-uk-zentral.html

# L0. Pruebas de Validez. Contradicción

e. "El comedor funciona si y sólo si el colegio tiene horario normal. Si el colegio tiene horario normal hay actividades extraescolares. No hay actividades extraescolares o el colegio tiene horario reducido. Si el comedor no funciona, entonces el colegio tiene horario reducido. Por tanto, el colegio no tiene horario reducido." ¿**Correcto**?

$\{p \leftrightarrow q,\ q \rightarrow r,\ \neg r \vee \neg q,\ \neg p \rightarrow \neg q\} \vDash q\ (\equiv\ \neg\neg q)$

¿ q **consecuencia lógica de** $\{p \leftrightarrow q,\ q \rightarrow r,\ \neg r \vee \neg q,\ \neg p \rightarrow \neg q\}$?

$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\neg r \vee \neg q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q$ ¿**Válida**? (T$^{ma}$ Consecuencia Lógica I)

$(p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\neg r \vee \neg q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q$

F F F F F F F

V V V

V V V V

V F

F

**NO Hay Contradicción**

$\exists I /\ ((p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (\neg r \vee \neg q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q)^I : \mathbf{F}$

**Fórmula NO Válida**

⬇

Razonamiento **NO Correcto**

# L0. Pruebas de Validez. Tablas Verdad

f. “Si un monte se quema algo tuyo se quema. Algo tuyo se quema si y sólo si eres descuidado. Si eres descuidado no mereces que te feliciten. Por tanto, si no mereces que te feliciten entonces es que un monte se quema” ¿**Correcto**?

$\{p \rightarrow q,\ q \leftrightarrow r,\ r \rightarrow \neg s\} \vDash (\neg s \rightarrow p)$

¿ $(\neg s \rightarrow p)$ **consecuencia lógica de** $\{p \rightarrow q,\ q \leftrightarrow r,\ r \rightarrow \neg s\}$ ?

$(p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \rightarrow \neg s) \rightarrow (\neg s \rightarrow p)$ ¿**Válida**? (Tma Consecuencia Lógica I)

| P | Q | R | S | $(((P \rightarrow Q)$ | $\wedge$ | $(Q \leftrightarrow R))$ | $\wedge$ | $(R \rightarrow$ | $\neg S))$ | $\rightarrow$ | $(\neg S$ | $\rightarrow P)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | *0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | *1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | *0 | 1 | 0 |

**Fórmula NO Válida**

⬇

Razonamiento

**NO Correcto**

https://www.erpelstolz.at/gateway/formular-uk-zentral.html

# L0. Pruebas de Validez. Tablas Verdad

f. "Si un monte se quema algo tuyo se quema. Algo tuyo se quema si y sólo si eres descuidado. Si eres descuidado no mereces que te feliciten. Por tanto, si no mereces que te feliciten entonces es que un monte se quema" ¿**Correcto**?

$\{p \rightarrow q,\ q \leftrightarrow r,\ r \rightarrow \neg s\} \vDash (\neg s \rightarrow p)$

¿ $(\neg s \rightarrow p)$ **consecuencia lógica de** $\{p \rightarrow q,\ q \leftrightarrow r,\ r \rightarrow \neg s\}$ ?

$(p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \rightarrow \neg s) \rightarrow (\neg s \rightarrow p)$ ¿**Válida**? ($T^{ma}$ Consecuencia Lógica I)

$(p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \rightarrow \neg s) \rightarrow (\neg s \rightarrow p)$

F F F F F F F F

V

V V V V F

V F

F

**Hay caminos:**
Camino1: q:F
Camino2: q:V

**Como NO hay Contradicción por el Camino1, NO es necesario comprobar el Camino2 pues:**

$\exists I \,/ ((p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \wedge (r \rightarrow \neg s) \rightarrow (\neg s \rightarrow p))^{I}$:F

**Por tanto:**

**Fórmula NO Válida**

Razonamiento **NO Correcto**

# L0. Clasificación de Fórmulas

2. Justificar si las siguientes fórmulas son válidas, satisfacibles pero no válidas o insatisfacibles:

| | |
|---|---|
| a) $(p\rightarrow (q\rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p\rightarrow r))$ | b) $(\neg p\rightarrow q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow p)$ |
| c) $(p\rightarrow q) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$ | d) $(q\rightarrow p) \rightarrow p$ |
| e) $((p \wedge q) \rightarrow p) \rightarrow ((q \vee r) \wedge (\neg q\wedge\neg r))$ | |

a) $(p\rightarrow (q\rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p\rightarrow r))$

| P | Q | R | (P → | (Q → R)) | → | ((P → | Q) → | (P → R)) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | *1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | *1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | *1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *1 | 1 | 1 | 1 |

**Fórmula Válida y Satisfacible**

# L0. Clasificación de Fórmulas

b) $(\neg p \to q) \to ((\neg p \to \neg q) \to p)$

| P | Q | $(\neg P$ | $\to$ | $Q)$ | $\to$ | $((\neg P$ | $\to$ | $\neg Q)$ | $\to$ | $P)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1 | | *1 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | | *1 | 0 | 1 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | | *1 | 1 | 0 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | | *1 | 1 | 1 | 1 | 0 | |

**Fórmula Válida y Satisfacible**

c) $(p \to q) \to (\neg p \to \neg q)$

| P | Q | $(P$ | $\to$ | $Q)$ | $\to$ | $(\neg P$ | $\to$ | $\neg Q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | 1 | | *1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | | 0 | | *1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | | 1 | | *0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | | 1 | | *1 | 1 | 1 | 1 |

**Fórmula Satisfacible pero NO Válida**

https://www.erpelstolz.at/gateway/formular-uk-zentral.html

# L0. Clasificación de Fórmulas

d) $(q\rightarrow p) \rightarrow p$

| P | Q | (Q | → | P) | → | P |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | 1 | | *1 | |
| 1 | 0 | | 1 | | *1 | |
| 0 | 1 | | 0 | | *1 | |
| 0 | 0 | | 1 | | *0 | |

**Fórmula Satisfacible pero NO Válida**

e) $((p \wedge q) \rightarrow p) \rightarrow ((q \vee r) \wedge (\neg q \wedge \neg r))$

| P | Q | R | ((P | ∧ | Q) | → | P) | → | ((Q | ∨ | R) | ∧ | (¬Q | ∧ | ¬R)) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | | 1 | | 1 | | *0 | | 1 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | | 1 | | 1 | | *0 | | 1 | | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | | 0 | | 1 | | *0 | | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | | 0 | | 1 | | *0 | | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | | 0 | | 1 | | *0 | | 1 | | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | | 0 | | 1 | | *0 | | 1 | | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | | 0 | | 1 | | *0 | | 1 | | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | | 0 | | 1 | | *0 | | 0 | | 0 | 1 | 1 | 1 |

**Fórmula Insatisfacible**

https://www.erpelstolz.at/gateway/formular-uk-zentral.html

# L0. Evaluación de Fórmulas

3. Los señores A, B y C son acusados ante el juez de un delito. A dice: “B lo hizo, C es inocente”. B afirma: “si A es culpable, entonces C también lo es” y C declara: “yo no lo he hecho, uno de los otros dos lo ha hecho”. Se pide:

a) ¿Pueden ser ciertas simultáneamente las tres afirmaciones? Si así fuera, ¿quien sería inocente y quién culpable?.

b) ¿Quién estaría mintiendo si los tres fueran inocentes?

c) Si el inocente dice la verdad y el culpable miente, ¿quién es inocente y quién es culpable?

**Indicaciones:** puede responderse a cada pregunta con una tabla de verdad. Puede utilizarse A para indicar que A es inocente (y análogamente con B y C)

# L0. Evaluación de Fórmulas

3. Los señores A, B y C son acusados ante el juez de un delito. A dice: “B lo hizo, C es inocente”. B afirma: “si A es culpable, entonces C también lo es” y C declara: “yo no lo he hecho, uno de los otros dos lo ha hecho”.

**A dice:** $\neg B \wedge C$ **B afirma:** $\neg A \rightarrow \neg C$ **C declara:** $C \wedge (\neg A \vee \neg B)$

a) ¿Pueden ser ciertas simultáneamente las tres afirmaciones? Si así fuera, ¿quien sería inocente y quién culpable?.

| A | B | C | $((\neg B$ | $\wedge\ C)$ | $\wedge$ | $(\neg A$ | $\rightarrow$ | $\neg C))$ | $\wedge$ | $(C\ \wedge$ | $(\neg A$ | $\vee$ | $\neg B))$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | *0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | *1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | *0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | *0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Sí, pueden ser ciertas. Si A y C son inocentes y B culpable

# L0. Evaluación de Fórmulas

3. Los señores A, B y C son acusados ante el juez de un delito. A dice: “B lo hizo, C es inocente”. B afirma: “si A es culpable, entonces C también lo es” y C declara: “yo no lo he hecho, uno de los otros dos lo ha hecho”.

**A dice:** $\neg B \wedge C$ **B afirma:** $\neg A \rightarrow \neg C$ **C declara:** $C \wedge (\neg A \vee \neg B)$

b) ¿Quién estaría mintiendo si los tres fueran inocentes?

| A | B | C | ((¬B | ∧ C) | ∧ | (¬A | → | ¬C)) | ∧ | (C | ∧ | (¬A | ∨ ¬B)) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | *0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | *1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | *0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | *0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Estarían mintiendo A y C

# L0. Evaluación de Fórmulas

3. Los señores A, B y C son acusados ante el juez de un delito. A dice: "B lo hizo, C es inocente". B afirma: "si A es culpable, entonces C también lo es" y C declara: "yo no lo he hecho, uno de los otros dos lo ha hecho".

**A dice:** $\neg B \wedge C$ **B afirma:** $\neg A \rightarrow \neg C$ **C declara:** $C \wedge (\neg A \vee \neg B)$

c) Si el inocente dice la verdad y el culpable miente, ¿quién es inocente y quién es culpable?

Para A: $(A \rightarrow \neg B \wedge C) \wedge (\neg A \rightarrow \neg(\neg B \wedge C)) \equiv (A \rightarrow \neg B \wedge C) \wedge ((\neg B \wedge C) \rightarrow A) \equiv (A \leftrightarrow \neg B \wedge C)$

Para B: $(B \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg C)) \wedge (\neg B \rightarrow \neg(\neg A \rightarrow \neg C)) \equiv B \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \neg C)$

Para C: $(C \rightarrow C \wedge (\neg A \vee \neg B)) \wedge (\neg C \rightarrow \neg(C \wedge (\neg A \vee \neg B))) \equiv C \leftrightarrow C \wedge (\neg A \vee \neg B)$

$((A \leftrightarrow (\neg B \wedge C)) \wedge (B \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \neg C))) \wedge (C \leftrightarrow (C \wedge (\neg A \vee \neg B)))$

| A | B | C | ↔ | ¬B | ∧ | ∧ | ↔ | ¬A | → | ¬C | ∧ | ↔ | ∧ | ¬A | ∨ | ¬B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | *0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | *0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | *0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | *0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | *0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | *1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | *0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | *0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

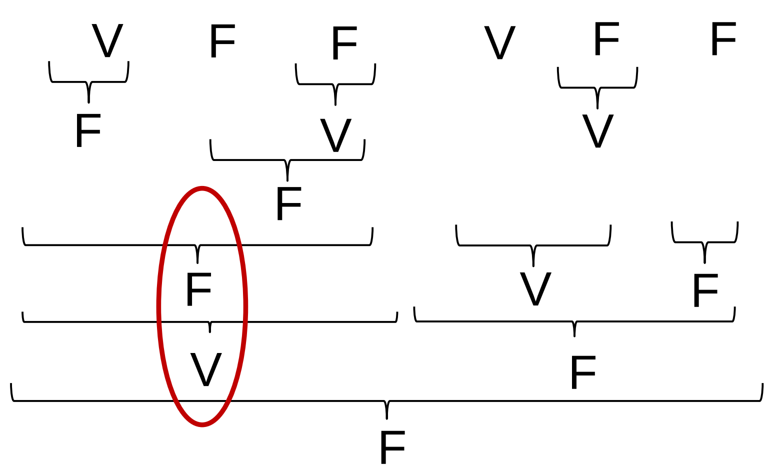
B es inocente
A y C culpables

# L0. Formalización de Razonamientos

4. Determina, por contradicción si las siguientes fórmulas son válidas:

   a) $(\neg p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \rightarrow r)$
   b) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r) \rightarrow (\neg p \leftrightarrow \neg r)$
   c) $(p \rightarrow q) \wedge (r \vee s \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow r)$
   d) $\neg (p \wedge q \wedge r) \vee ((p \wedge q) \vee r)$

a) $(\neg p \vee (q \wedge \neg r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \rightarrow r)$




**Hay Contradicción**

$\Downarrow$

**Fórmula Válida**

# L0. Clasificación de Fórmulas

b) $$\underbrace{\underbrace{\underbrace{(\underset{V}{p}\leftrightarrow \underset{V}{q})}_{V} \wedge \underbrace{(\underset{V}{q}\leftrightarrow \underset{V}{r})}_{V}}_{V} \rightarrow \underbrace{\underbrace{(\underbrace{\neg \underset{V}{p}}_{F} \leftrightarrow \underbrace{\neg \underset{V}{r}}_{F})}_{V}}_{F}}_{F}$$

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{(\underset{F}{p}\leftrightarrow \underset{F}{q})}_{V} \wedge \underbrace{(\underset{F}{q}\leftrightarrow \underset{F}{r})}_{V}}_{V} \rightarrow \underbrace{\underbrace{(\underbrace{\neg \underset{F}{p}}_{V} \leftrightarrow \underbrace{\neg \underset{F}{r}}_{V})}_{V}}_{F}}_{F}$$

**Hay caminos**. Para decir que la fórmula es válida se debe llegar a contradicción por **todos** ellos.

**Camino 1:** p:V

**Camino 2:** p:F

**Hay contradicción por todos los caminos.**

⬇

**Fórmula Válida**

# L0. Clasificación de Fórmulas

c) $(p \rightarrow q) \wedge (r \vee s \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow r)$

V V F F V V F

F F

V V

V F

F

**No hay Contradicción**

$\exists I \,/ ((p \rightarrow q) \wedge (r \vee s \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow r))^I : F$

⇓

**Fórmula NO Válida**

d) $\neg (p \wedge q \wedge r) \vee ((p \wedge q) \vee r)$

V V V V V V

V

V V

F F

F

**Hay Contradicción**

⇓

**Fórmula Válida**

# L0. Formalización de Razonamientos

5. Considérese la siguiente argumentación:

*Si Romeo ama a Julieta y Julieta no le corresponde, entonces Romeo se suicida o Julieta se alegra. Si Romeo ama a Julieta, entonces Romeo no se suicida. Si Julieta se alegra, entonces Julieta corresponde a Romeo. Por tanto, Julieta corresponde a Romeo.*

Se pide:

a) Formalizar las premisas y la conclusión en el lenguaje de la lógica proposicional y utilizando alguno (o varios) de los métodos de prueba adecuados para ello, demostrar que la argumentación no es válida, encontrando una interpretación que sirva de contraejemplo

b) Demostrar que, si se mantienen las premisas del razonamiento anterior y se cambia la conclusión por el enunciado

*Por tanto, si Romeo ama a Julieta, entonces Julieta le corresponde*

Entonces el razonamiento sí es correcto

# L0. Formalización de Razonamientos

5. Considérese la siguiente argumentación:

   *Si Romeo ama a Julieta y Julieta no le corresponde, entonces Romeo se suicida o Julieta se alegra. Si Romeo ama a Julieta, entonces Romeo no se suicida. Si Julieta se alegra, entonces Julieta corresponde a Romeo. Por tanto, Julieta corresponde a Romeo.*

Se pide:

a) Formalizar las premisas y la conclusión en el lenguaje de la lógica proposicional y utilizando alguno (o varios) de los métodos de prueba adecuados para ello, demostrar que la argumentación no es válida, encontrando una interpretación que sirva de contraejemplo

$$\{p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s,\ p \rightarrow \neg r,\ s \rightarrow q\} \models q$$

**p:** Romeo ama a Julieta
**q:** Julieta ama a Romeo
**r:** Romeo se suicida
**s:** Julieta se alegra

# L0. Formalización de Razonamientos

$\{p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s,\ p \rightarrow \neg r,\ s \rightarrow q\} \vDash q$ ¿**Correcto**?

¿ $q$ **consecuencia lógica de** $\{p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s,\ p \rightarrow \neg r,\ s \rightarrow q\}$ ?

$(p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s) \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge (s \rightarrow q) \rightarrow q$ ¿**Válida**? (T$^{ma}$ Consecuencia Lógica I)

F F ? F F ? F F F

V

V V V

V F

F

**Hay caminos**. Para decir que la fórmula es válida se debe llegar a contradicción por **todos** ellos.

**Camino 1:** p:F

**Camino 2:** p:V

**Camino 1**

Por el **Camino 1 NO hay contradicción**. Existe una interpretación **I:**{p:F, q:F, r:F, s:F} bajo la cuál la fórmula $(p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s) \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge (s \rightarrow q) \rightarrow q$ se evalúa a Falso. Por lo tanto la fórmula **NO es Válida** y el **razonamiento no es correcto.**

**No es necesario comprobar qué ocurre en el Camino 2.**

# L0. Formalización de Razonamientos

Si hubiésemos comenzado por el **Camino 2** hubiésemos llegado a contradicción, pero no se hubiese podido concluir que la fórmula es Válida. Cuando hay caminos se ha de legar a contradicción por todos ellos, y por el **Camino 1** no se llega, por lo que la fórmula **NO es Válida** y el **razonamiento no es correcto.**

**Camino 2:** p:V

$(p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s) \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge (s \rightarrow q) \rightarrow q$ ¿**Válida**? (T$^{ma}$ Consecuencia Lógica I)

V F F F V F F F F

V F V

F

V V V

V F

F

# L0. Formalización de Razonamientos

b) Demostrar que, si se mantienen las premisas del razonamiento anterior y se cambia la conclusión por el enunciado

*Por tanto, si Romeo ama a Julieta, entonces Julieta le corresponde*

Entonces el razonamiento sí es correcto

$(p \wedge \neg q \rightarrow r \vee s) \wedge (p \rightarrow \neg r) \wedge (s \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ ¿**Válida**? (T$^{\text{ma}}$ Consecuencia Lógica I)

V F V F V V F F V F

V F

F

V V V

V F

F

**Hay Contradicción**

⇓

**Fórmula Válida**

⇓

**Razonamiento Correcto**