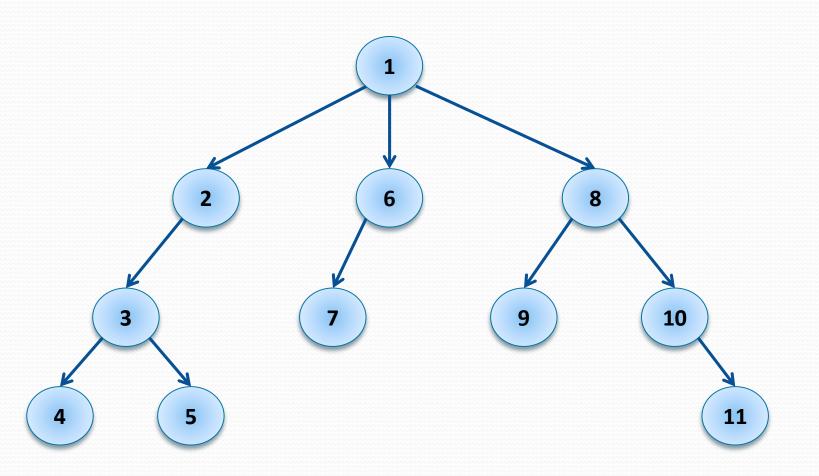
# ED – Seminario Grafos

María del Rosario Suárez Fernández Mª del Puerto Paule Ruiz

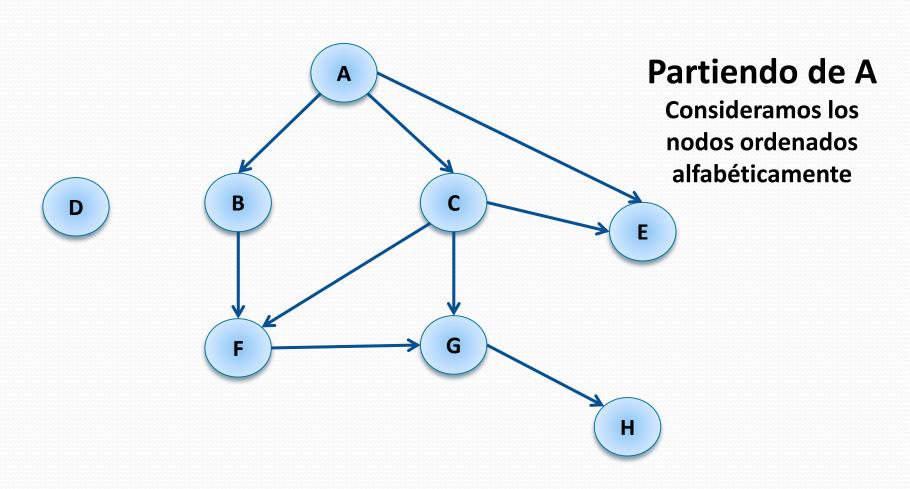
## Recorrido en profundidad- Ejemplo



### Recorrido en profundidad- Ejemplo

Recorrido	Candidatos
{ }	{1}
{1}	{2,6,8}
{1,2}	{3,6,8}
{1,2,3}	{4,5,6,8}
{1,2,3,4}	{5,6,8}
{1,2,3,4,5}	{6,8}
{1,2,3,4,5,6}	{7,8}
{1,2,3,4,5,6,7}	{ 8 }
{1,2,3,4,5,6,7,8}	{9,10}
{1,2,3,4,5,6,7,8,9}	{10}
{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}	{11}
{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11}	{ }

### Recorrido en profundidad- Ejercicio6

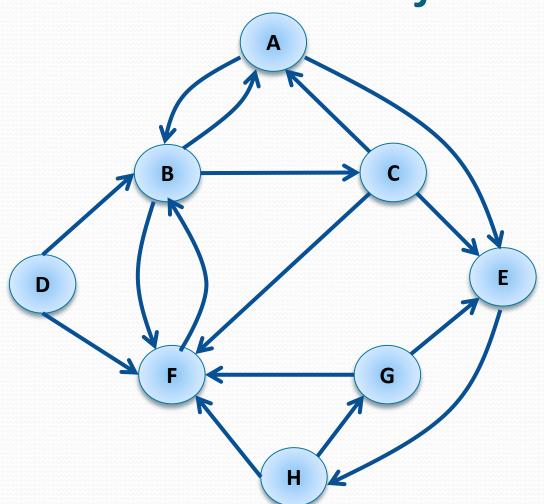


## Recorrido en profundidad – Ejercicio6

Solución

Recorrido	Candidatos
{}	{A}
{A}	$\{B,C,E\}$
$\{A,B\}$	{F,C,E}
$\{A,B,F\}$	{G,C,E}
$\{A,B,F,G\}$	$\{H,C,E\}$
$\{A,B,F,G,H\}$	{C,E}
$\{A,B,F,G,H,C\}$	{E}
$\{A,B,F,G,H,C,E\}$	{ }

## Recorridos – Ejercicio7



- Calcular el recorrido en profundidad desde el nodo C
- Calcular el recorrido en profundidad desde el nodo D
- Calcular el recorrido en profundidad desde el nodo H
- En todos los casos mostrar el proceso paso a paso

## Recorrido en profundidad – Ejercicio7

Solución

#### Recorrido (C)

```
{ } → {C}

{C} → {A,E,F}

{C,A} → {B,E,<u>F</u>}

{C,A,B} → {F,E}

{C,A,B,F} → {E}

{C,A,B,F,E} → {H}

{C,A,B,F,E,H} →{G}

{C,A,B,F,E,H,G} → { }
```

#### Recorrido (D)

```
\{\} \rightarrow \{D\}
\{D\} \rightarrow \{B,F\}
\{D,B\} \rightarrow \{A,C,F\}
\{D,B,A\} \rightarrow \{E,C,F\}
\{D,B,A,E\} \rightarrow \{H,C,F\}
\{D,B,A,E,H\} \rightarrow \{F,G,C\}
\{D,B,A,E,H,F\} \rightarrow \{G,C\}
\{D,B,A,E,H,F,G\} \rightarrow \{C\}
\{D,B,A,E,H,F,G,C\} \rightarrow \{\}
```

#### Recorrido (H)

```
{ } → {H}

{H} → {F,G}

{H,F} → {B,G}

{H,F,B} → {A,C,G}

{H,F,B,A} → {E,C,G}

{H,F,B,A,E} → {C,G}

{H,F,B,A,E,C} → {G}

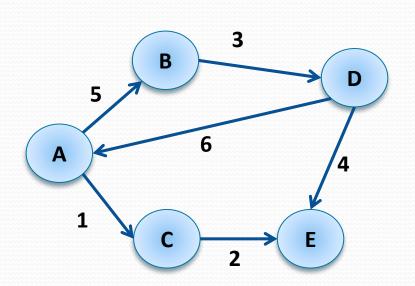
{H,F,B,A,E,C,G} → {}
```

## Floyd-Warshall

- Algoritmo que calcula todos los caminos de coste mínimo entre cualquier par de nodos del grafo
- Características del grafo
  - Ponderado
  - Conexo
  - Dirigido

### Floyd-Warshall - Ejercicio8

Encontrar el camino mínimo entre cada par de nodos



#### Matriz de pesos В E 5 $\infty$ $\infty$ В $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ D 4 $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$ $\infty$



Encontrar el camino mínimo entre cada par de nodos Inicialización

	Matriz A									
	Α	A B C D E								
Α	0	5	1	8	8					
В	8	0	8	3	8					
C	8	8	0	8	2					
D	6	8	8	0	4					
Ε	8	8	8	8	0					

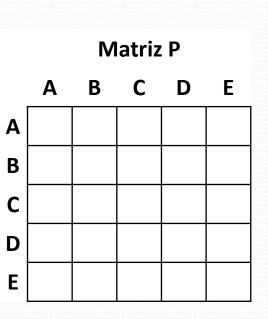
	Matriz P						
	Α	В	C	D	Ε		
Α							
В							
C							
D							
E							

#### Nodos a evaluar

1				
		_		
ΙΑ	l B		D	FI
1 ' `	ן כ			-



	Matriz A								
	A B C D E								
Α	0	5	1	$\infty$	$\infty$				
В	8	0	8	3	8				
C	8	8	0	8	2				
D	6	8	8	0	4				
Ε	8	8	8	8	0				



	2
(B,A)+(A,B) Y (B,B)	→ No se trata
(B,A)+(A,C) Y (B,C) ∞ + 1 y ∞	→ No cambia
(B,A)+(A,D) Y (B,D) $\infty + \infty y 3$	→ No cambia
(B,A)+(A,E) Y (B,E) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(C,A)+(A,B) Y (C,B) ∞ + 5 y ∞	→ No cambia
(C,A)+(A,C) Y (C,C)	→ No se trata
(C,A)+(A,D) Y (C,D) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(C,A)+(A,E) Y (C,E)	→ No cambia



(D,A)+(A,B) Y (D,B)	→ Se cambia
6 + 5 y ∞	/ Se Callibia

	Matriz A								
	A B C D E								
Α	0	5	1	$\infty$	$\infty$				
В	$\infty$	0	$\infty$	3	8				
C	$\infty$	8	0	8	2				
D	6	8	8	0	4				
Ε	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0				

	Matriz P									
	A B C D E									
Α										
В										
C										
D										
Ε										



M	a	tr	'iz	. <i>F</i>	1

	Α	В	C	D	E
Α	0	5	1	8	8
В	8	0	8	თ	8
C	8	8	0	8	2
D	6	11	8	0	4
Ε	$\infty$	8	8	8	0

#### **Matriz P**

(D,A)+(A,B) Y (D,B) 6 + 5 y ∞	→ Se cambia
(D,A)+(A,C) Y (D,C) 6 + 1 y ∞	→ Se cambia



	Α	В	С	D	E
Α	0	5	1	8	8
В	8	0	8	3	8
C	8	8	0	8	2
D	6	11	7	0	4
Ε	$\infty$	8	∞	$\infty$	0

#### **Matriz P**

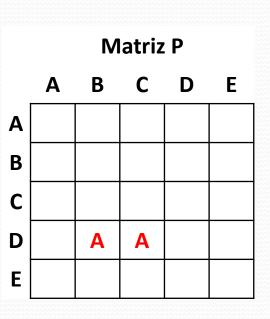
$$(D,A)+(A,B) Y (D,B)$$
  
 $6+5 y \infty$   $\rightarrow$  Se cambia  
 $(D,A)+(A,C) Y (D,C)$   
 $6+1 y \infty$   $\rightarrow$  Se cambia

В



	iviatriz A				
	Α	В	C	D	Ε
Α	0	5	1	$\infty$	$\infty$
В	8	0	8	3	∞
C	8	8	0	8	2
D	6	11	7	0	4
Ε	8	8	8	8	0

NAS+ris A

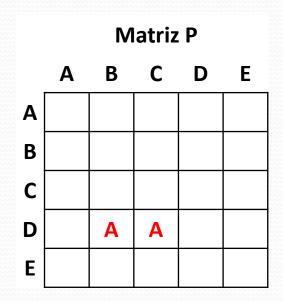




В



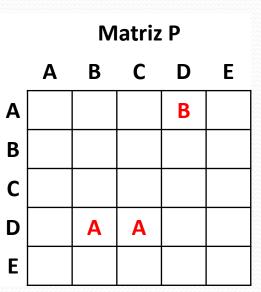
	Matriz A				
	Α	В	C	D	Ε
Α	0	5	1	$\infty$	$\infty$
В	$\infty$	0	$\infty$	3	$\infty$
C	∞	$\infty$	0	$\infty$	2
D	6	11	7	0	4
Ε	8	8	8	8	0



(A,B)+(B,A) Y (A,A)	→ No se trata
(A,B)+(B,C) Y (A,C) 5 +∞ y 1	→ No cambia
(A,B)+(B,D) Y (A,D) 5 + 3 Y ∞	→ Cambia



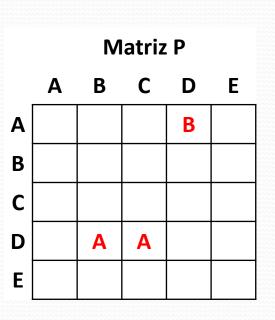
	Matriz A				
	Α	В	C	D	Ε
Α	0	5	1	8	$\infty$
В	$\infty$	0	$\infty$	3	$\infty$
C	∞	8	0	$\infty$	2
D	6	11	7	0	4
Ε	8	8	8	8	0



(A,B)+(B,A) Y (A,A)	→ No se trata
(A,B)+(B,C) Y (A,C) 5 +∞ y 1	→ No cambia
(A,B)+(B,D) Y (A,D) 5 + 3 Y ∞	→ Cambia



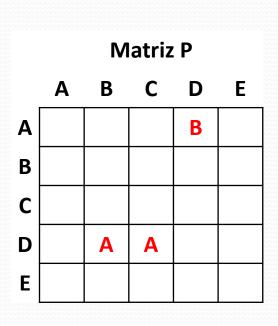
	Matriz A				
	Α	В	C	D	Ε
Α	0	5	1	8	$\infty$
В	$\infty$	0	$\infty$	3	$\infty$
C	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	2
D	6	11	7	0	4
Ε	8	8	8	8	0



	2
(A,B)+(B,A) Y (A,A)	→ No se trata
(A,B)+(B,C) Y (A,C) 5 + \infty y 1	→ No cambia
(A,B)+(B,D) Y (A,D) 5 + 3 Y ∞	→ Cambia
(A,B)+(B,E) Y (A,E) 5 + ∞ y ∞	→ No cambia
(B,A)+(C,B) Y (C,A) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(B,A)+(D,B) y (D,A) ∞ + 11 y 6	→ No cambia
(B,A)+(E,B) y (E,A) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia



	Matriz A				
	Α	В	C	D	Ε
Α	0	5	1	8	$\infty$
В	8	0	$\infty$	3	$\infty$
C	∞	$\infty$	0	$\infty$	2
D	6	11	7	0	4
Ε	8	8	8	8	0

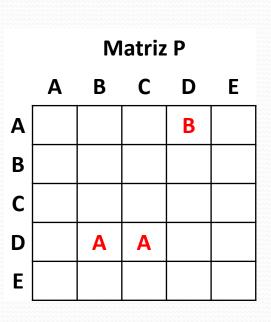


	2
(C,B)+(B,C) Y (C,C)	→ No se trata
(C,B)+(B,D) Y (C,D) ∞ + 3 y ∞	→ No cambia
(C,B)+(B,E) Y (C,E) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(D,B)+(B,C) Y (D,C) 11 + ∞ y 7	→ No cambia
(D,B)+(B,D) Y (D,D)	→ No se trata
(D,B)+(B,E) Y (D,E) 11 + ∞ y 4	→ No cambia
(E,B)+(B,C) Y (E,C) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(E,B)+(B,D) Y (E,D) ∞ + 3 y ∞	→ No cambia
(E,B)+(B,E) Y (E,E)	→ No se trata



Nodo C

	Matriz A					
	Α	В	C	D	Ε	
Α	0	5	1	8	$\infty$	
В	∞	0	$\infty$	3	$\infty$	
C	$\infty$	$\infty$	0	∞	2	
D	6	11	7	0	4	
Ε	$\infty$	$\infty$	$\infty$	8	0	

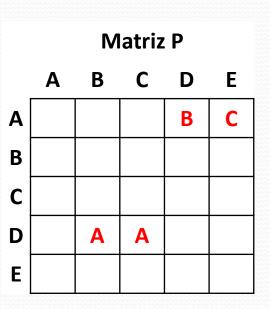


	<u> </u>
(C,A)+(B,C) Y (B,A) $\infty + \infty y \infty$	→ No cambia
(C,A)+(A,C) Y (A,A)	→ No se trata
(C,B)+(B,C) Y (B,B)	→ No se trata
(C,B)+(A,C) y (A,B) ∞ + 1 y 5	→ No cambia
(B,C)+(C,D) Y (B,D)	→ No se trata
(B,C)+(C,E) Y (B,E) ∞ + 2 y ∞	→ No cambia
(A,C)+(C,D) Y (A,D) $1+\infty y \infty$	→ No cambia
(A,C)+(C,E) Y (A,E) 1 + 2 y ∞	→ Si cambia



Nodo C

	Matriz A					
	Α	В	C	D	Ε	
Α	0	5	1	8	3	
В	$\infty$	0	$\infty$	3	$\infty$	
C	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	2	
D	6	11	7	0	4	
Ε	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	

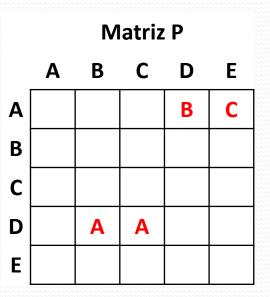


	2
(C,A)+(B,C) Y (B,A) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(C,A)+(A,C) Y (A,A)	→ No se trata
(C,B)+(B,C) Y (B,B)	→ No se trata
(C,B)+(A,C) y (A,B) ∞ + 1 y 5	→ No cambia
(B,C)+(C,D) Y (B,D)	→ No se trata
(B,C)+(C,E) Y (B,E) ∞ + 2 y ∞	→ No cambia
(A,C)+(C,D) Y (A,D) 1 + ∞ y ∞	→ No cambia
(A,C)+(C,E) Y (A,E) 1 + 2 y ∞	→ Cambia



Nodo C

	Matriz A						
	Α	В	C	D	Ε		
Α	0	5	1	8	3		
В	$\infty$	0	$\infty$	3	$\infty$		
С	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	2		
D	6	11	7	0	4		
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0		



	_
(C,A)+(D,C) Y (D,A) ∞ + 7 y 6	→ No cambia
(C,A)+(E,C) Y (E,A) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(C,B)+(D,C) Y (D,B) ∞ + 7 y 11	→ No cambia
(C,B)+(E,C) y (E,B) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(D,C)+(C,D) Y (D,D)	→ No se trata
(D,C)+(C,E) Y (D,E) 7 + 2 y 4	→ No cambia
(E,C)+(C,D) Y (E,D) ∞ + ∞ y ∞	→ No cambia
(E,C)+(C,E) Y (E,E)	→ No se trata



(D,A)+(C,D) Y (C,A)	→ No cambia
(D,A)+(B,D) Y (B,A) 6 + 3 y ∞	→ Cambia

	Matriz A					
	Α	В	C	D	Ε	
Α	0	5	1	8	3	
В	∞	0	$\infty$	3	$\infty$	
С	∞	$\infty$	0	$\infty$	2	
D	6	11	7	0	4	
Е	$\infty$	∞	$\infty$	$\infty$	0	

	Matriz P							
	A B C D E							
Α				В	C			
В								
C								
D		A	A					
Ε								



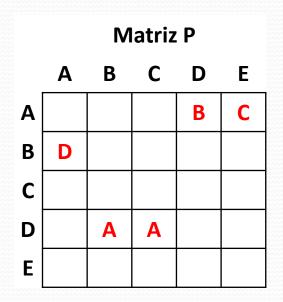
(D,A)+(C,D) Y (C,A)	→ No se trata
(D,A)+(B,D) Y (B,A) 6 + 3 y ∞	→ Cambia

	Matriz A						
	Α	В	C	D	E		
Α	0	5	1	8	3		
В	9	0	$\infty$	3	$\infty$		
С	∞	$\infty$	0	$\infty$	2		
D	6	11	7	0	4		
Ε	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0		

	Matriz P							
	A B C D E							
Α				В	O			
В	D							
C								
D		A	A					
Ε								



	Matriz A					
	Α	В	C	D	Ε	
Α	0	5	1	8	3	
В	9	0	8	3	$\infty$	
С	8	∞	0	$\infty$	2	
D	6	11	7	0	4	
Е	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	



(D,A)+(C,D) Y (C,A) 6 + ∞ y ∞	→ No se trata
(D,A)+(B,D) Y (B,A) 6 + 3 y ∞	→ Cambia
(D,A)+(A,D) Y (A,A)	→ No se trata
(D,B)+(C,D) Y (C,B) 11 + ∞ y ∞	→ No cambia
(D,B)+(B,D) Y (B,B)	→ No se trata
(D,B)+(A,D) Y (A,B) 11 + 8 y 5	→ No cambia



(D,C)+(C,D) Y (C,C)	→ No se trata
(D,C)+(B,D) Y (B,C) 7 + 3 y ∞	→ Cambia

	Matriz A						
	Α	В	C	D	Ε		
Α	0	5	1	8	3		
В	9	0	$\infty$	3	$\infty$		
C	8	8	0	$\infty$	2		
D	6	11	7	0	4		
Ε	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0		

	Matriz P						
	Α	В	C	D	Ε		
Α				В	С		
В	D						
C							
D		A	A				
E							



e trata
bia

	Matriz A						
	Α	В	C	D	Ε		
Α	0	5	1	8	3		
В	9	0	10	3	$\infty$		
С	8	$\infty$	0	8	2		
D	6	11	7	0	4		
Ε	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0		

	Matriz P							
	A B C D E							
Α				В	С			
В	D		D					
C								
D		A	A					
Ε								



#### **Matriz A**

	Α	В	C	D	E
Α	0	5	1	8	3
В	9	0	10	3	∞
С	$\infty$	∞	0	$\infty$	2
D	6	11	7	0	4
E	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

#### **Matriz P**

В E

Α				В	C
В	D		۵		
C					
D		A	4		
Ε					

(D,C)+(C,D) Y (C,C)	→ No se trata
(D,C)+(B,D) Y (B,C) 7 + 3 y ∞	→ Cambia
(D,C)+(A,D) Y (A,C) 7 + 8 y 1	→ No cambia
(C,D)+(D,E) Y (C,E) ∞ + 4 y 2	→ No cambia
(B,D)+(D,E) Y (B,E) 3 + 4 y ∞	→ Cambia



#### **Matriz A**

A B C D E

Α	0	5	1	8	3
В	9	0	10	3	7
С	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	2
D	6	11	7	0	4
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

#### **Matriz P**

A B C D E

Α				В	C
В	D		۵		D
C					
D		A	A		
Ε					

(D,C)+(C,D) Y (C,C)	→ No se trata
(D,C)+(B,D) Y (B,C) 7 + 3 y ∞	→ Cambia
(D,C)+(A,D) Y (A,C) 7 + 8 y 1	→ No cambia
(C,D)+(D,E) Y (C,E) ∞ + 4 y 2	→ No cambia
(B,D)+(D,E) Y (B,E) 3 + 4 y ∞	→ Cambia



#### **Matriz A**

A B C D E

			_	_	
Α	0	5	1	8	3
В	9	0	10	3	7
С	∞	∞	0	$\infty$	2
D	6	11	7	0	4
F	8	$\infty$	$\sim$	$\sim$	0

**Matriz P** 

A B C D E

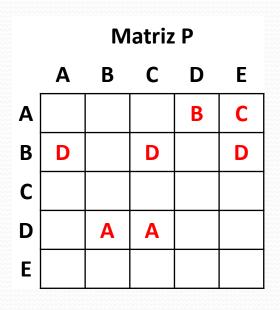
В	D		D	D
C				
D		A	A	
Ε				

(D,C)+(C,D) Y (C,C)	→ No se trata
(D,C)+(B,D) Y (B,C) 7 + 3 y ∞	→ Cambia
(D,C)+(A,D) Y (A,C) 7 + 8 y 1	→ No cambia
(C,D)+(D,E) Y (C,E) ∞ + 4 y 2	→ No cambia
(B,D)+(D,E) Y (B,E) 3 + 4 y ∞	→ Cambia
(A,D)+(D,E) Y (A,E) 8 + 4 y 3	→ No cambia
(E,D)+(D,E) Y (E,E)	→ No se trata



Nodo E

	Matriz A						
	Α	В	C	D	E		
Α	0	5	1	8	3		
В	9	0	10	3	7		
C	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	2		
D	6	11	7	0	4		
Ε	8	8	8	8	0		

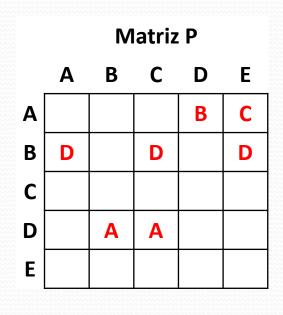


	2
(E,A)+(D,E) Y (D,A) ∞ + 4 y 6	→ No se trata
(E,A)+(C,E) Y (C,A) ∞ + 2 y ∞	→ No cambia
(E,A)+(B,E) Y (B,A) ∞ + 7 y 9	→ No cambia
(E,A)+(A,E) Y (A,A)	→ No se trata
(E,B)+(D,E) Y (D,B) ∞ + 4 y 11	→ No cambia
(E,B)+(C,E) Y (C,B) ∞ + 2 y ∞	→ No cambia
(E,B)+(B,E) Y (B,B)	→ No se trata
(E,B)+(A,E) Y (A,B) ∞ + 3 y 5	→ No cambia



Nodo E

		Matriz A							
	Α	В	C	D	Ε				
Α	0	5	1	8	3				
В	9	0	10	3	7				
C	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	2				
D	6	11	7	0	4				
Ε	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0				



	<u> </u>
(E,C)+(D,E) Y (D,C) ∞ +4 y 7	→ No cambia
(E,C)+(C,E) Y (C,C)	→ No se trata
(E,C)+(B,E) Y (B,C) ∞ + 7 y 10	→ No cambia
(E,C)+(A,E) Y (A,C) ∞ +3 y 1	→ No cambia
(E,D)+(D,E) Y (D,D)	→ No se trata
(E,D)+(C,E) Y (C,D) ∞ + 2 y ∞	→ No cambia
(E,D)+(B,E) Y (B,D) ∞ + 7 y 3	→ No cambia
(E,D)+(A,E) Y (A,D) ∞ + 3 y 8	→ No cambia

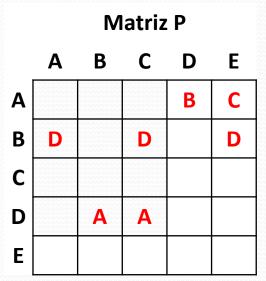


	Matriz A						
	Α	В	C	D	E		
Α	0	5	1	8	3		
В	9	0	10	3	7		
С	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$	2		
D	6	11	7	0	4		
E	$\infty$	8	8	8	0		

	Matriz P						
	Α	В	С	D	E		
Α				В	С		
В	D		D		D		
С							
D		A	A				
Ε							

- Coste del camino de B → C
  - Miro la matriz de pesos
  - Coste = 10
- Camino de B → C
  - Miró la matriz de caminos

### Camino a partir de la matriz P



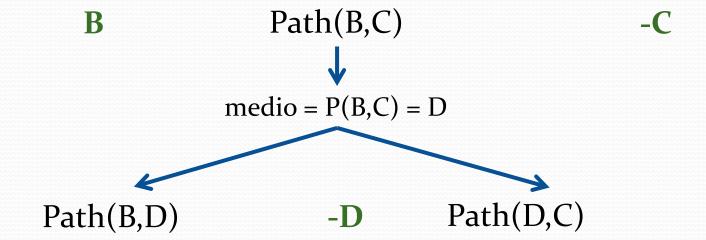
A partir de la matriz P vamos a obtener el camino con el método recursivo

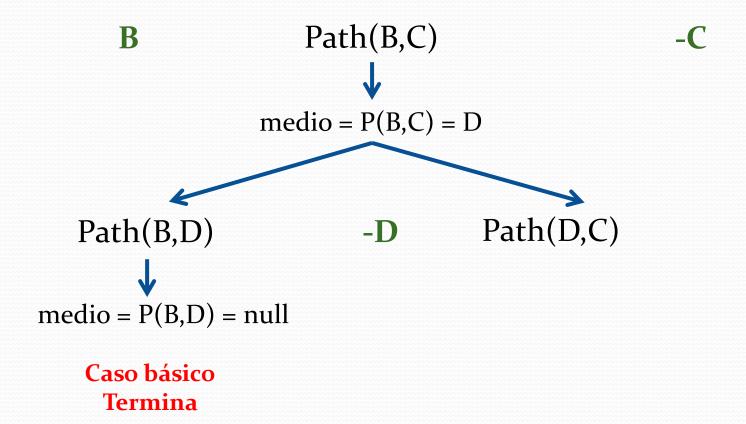
```
public void Path(T origen, T destino) {
  T medio = P[Obtener(origen)][Obtener(destino)];
  if (medio!=null) {
    Path (origen, medio);
    System.out.print ('-' + medio);
    Path (medio, destino);
  }
}

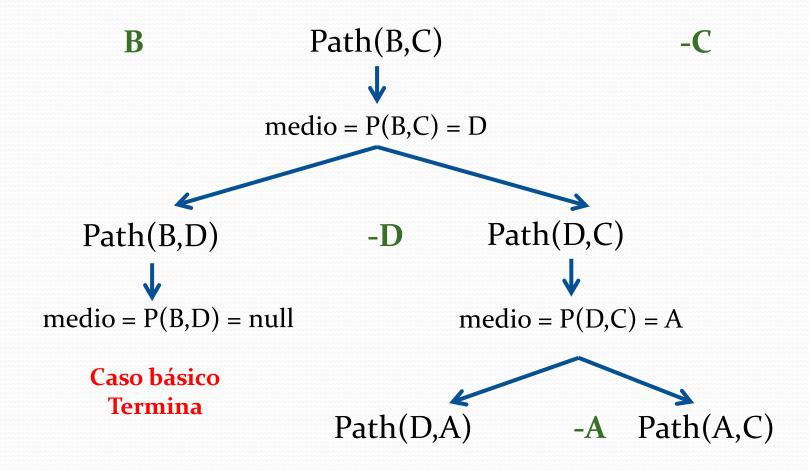
System.out.print (origen);
Path (origen, destino);
System.out.println ('-' + destino);
```

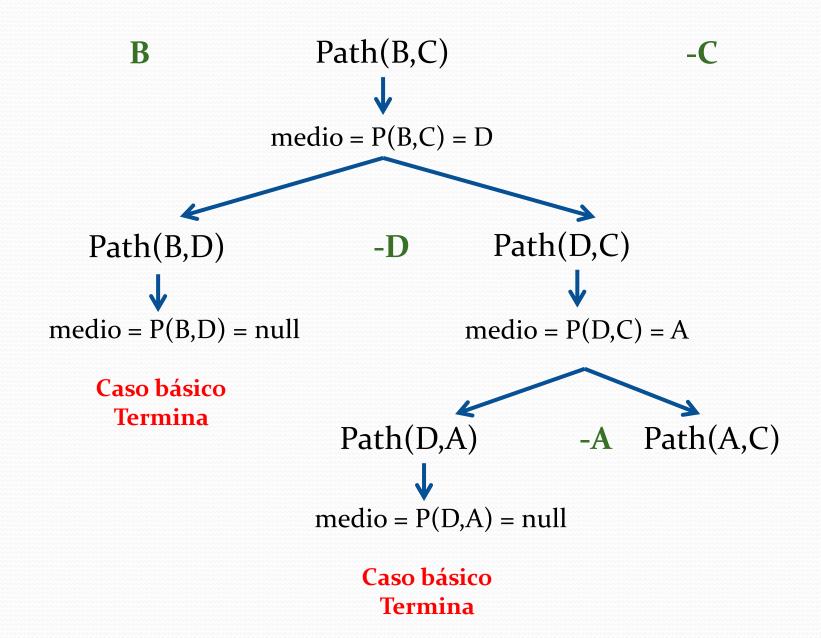
**B** Path(B,C)

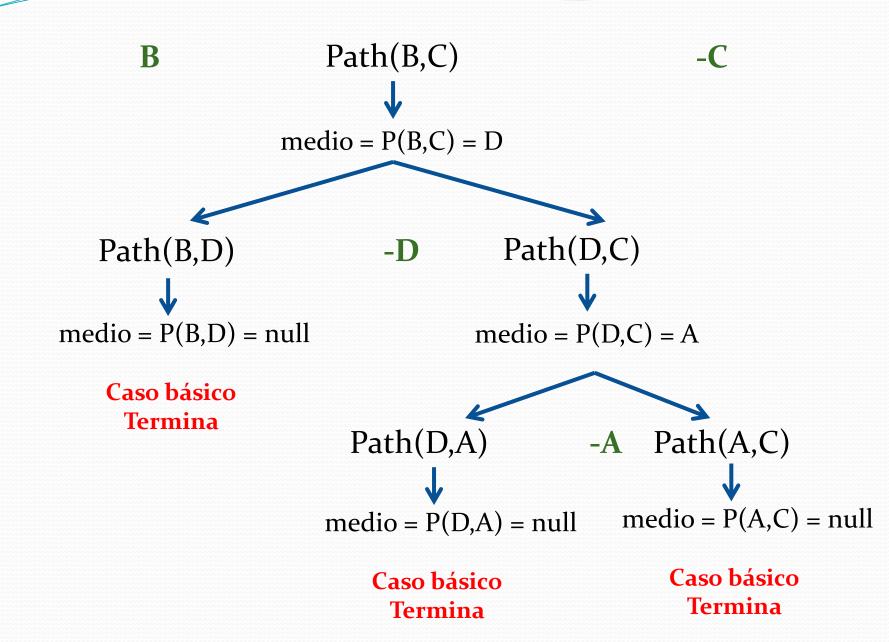
-C

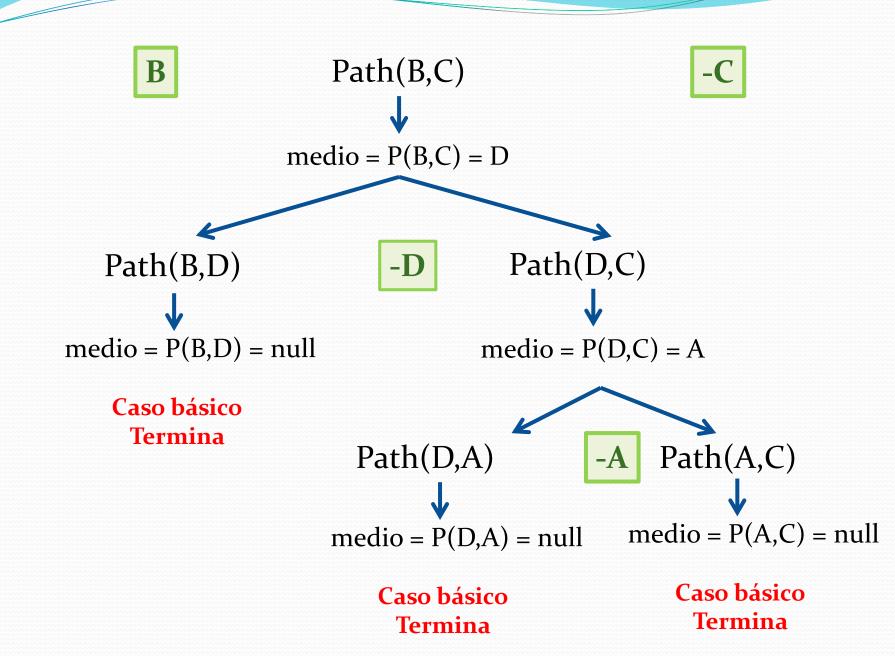






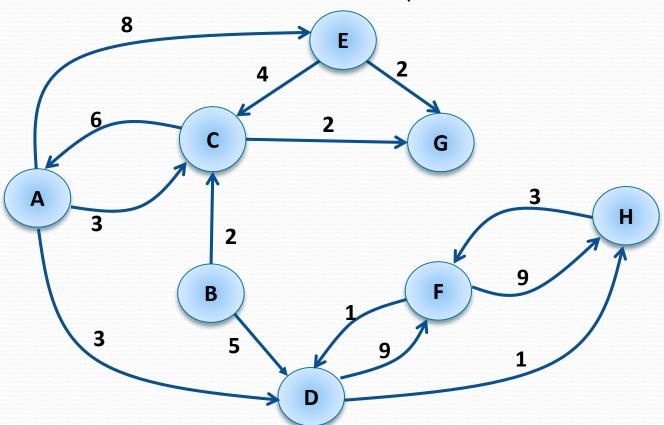






### Floyd-Warshall – Ejercicio9

Encontrar el camino mínimo entre cada par de nodos



## Floyd-Warshall – Ejercicio9

Solución

	Matriz A							
	Α	В	С	D	Ε	F	G	Н
Α	0	8	3	3	8	7	5	4
В	8	0	2	5	16	9	4	6
С	6	8	0	9	14	13	2	10
D	8	8	8	0	8	4	8	1
Ε	10	8	4	13	0	17	2	14
F	8	8	8	1	8	0	8	2
G	8	8	8	8	8	8	0	8
н	∞	8	8	4	∞	3	∞	0

	Matriz P							
	Α	В	С	D	Ε	F	G	Н
Α						Ξ	C	D
В	С				U	Η	U	D
С				Α	Α	Η		D
D						Н		
Ε	С			С		Η		D
F								D
G								
Н				F				