

ED – Seminario Grafos

María del Rosario Suárez Fernández
M^a del Puerto Paule Ruiz

Insertar elementos

- Grafo vacío

--	--	--	--	--

NumElementos (size) = 0

Pesos

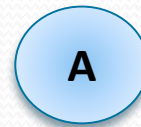
	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

Aristas

	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					

Insertar elementos

- Insertar A



A				
---	--	--	--	--

NumElementos (size) = 1

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0				
1					
2					
3					
4					

Ejes

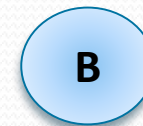
	0	1	2	3	4
0	F				
1					
2					
3					
4					

Insertar elementos

- Insertar B

A	B			
---	----------	--	--	--

NumElementos(size) = 2



Pesos

	0	1	2	3	4
0	o	o			
1	o	o			
2					
3					
4					

Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	F			
1	F	F			
2					
3					
4					

Insertar elementos

- Insertar C

A	B	C		
---	---	---	--	--

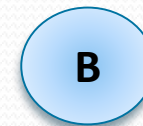
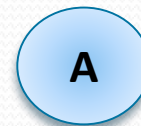
NumElementos (size) = 3

Pesos

	0	1	2	3	4
0	o	o	o		
1	o	o	o		
2	o	o	o		
3					
4					

Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	F	F		
1	F	F	F		
2	F	F	F		
3					
4					



Insertar elementos

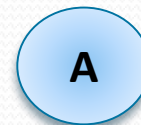
- Insertar D

A	B	C	D	
---	---	---	----------	--

NumElementos(size) = 4

Pesos

	0	1	2	3	4
0	o	o	o	o	
1	o	o	o	o	
2	o	o	o	o	
3	o	o	o	o	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	F	F	F	
1	F	F	F	F	
2	F	F	F	F	
3	F	F	F	F	
4					

Insertar elementos

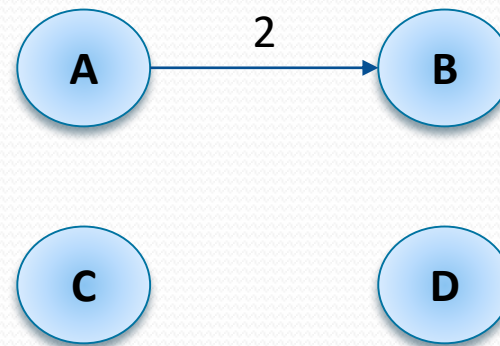
- Insertar eje de A a B (2)

A	B	C	D	
---	---	---	---	--

NumElementos (size) = 4

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0	0	
1	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F	F	
1	F	F	F	F	
2	F	F	F	F	
3	F	F	F	F	
4					

Insertar elementos

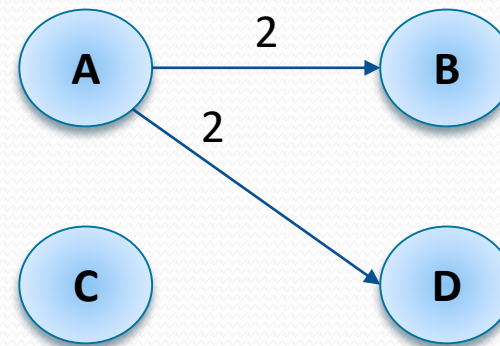
- Insertar eje de A a D (2)

A	B	C	D	
---	---	---	---	--

NumElementos (size) = 4

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0	2	
1	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F	T	
1	F	F	F	F	
2	F	F	F	F	
3	F	F	F	F	
4					

Insertar elementos

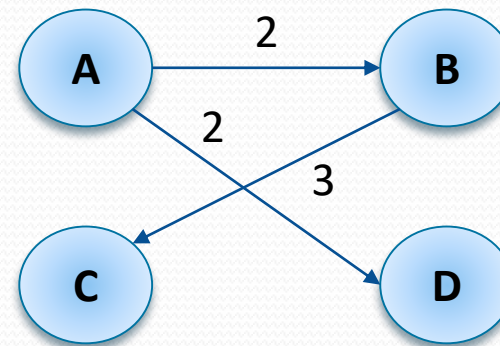
- Insertar eje de B a C (3)

A	B	C	D	
---	---	---	---	--

NumElementos (size) = 4

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0	2	
1	0	0	3	0	
2	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F	T	
1	F	F	T	F	
2	F	F	F	F	
3	F	F	F	F	
4					

Insertar elementos

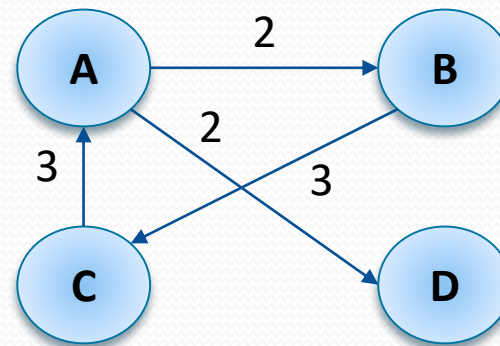
- Insertar eje de C a A (3)

A	B	C	D	
---	---	---	---	--

NumElementos (size) = 4

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0	2	
1	0	0	3	0	
2	3	0	0	0	
3	0	0	0	0	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F	T	
1	F	F	T	F	
2	T	F	F	F	
3	F	F	F	F	
4					

Insertar elementos

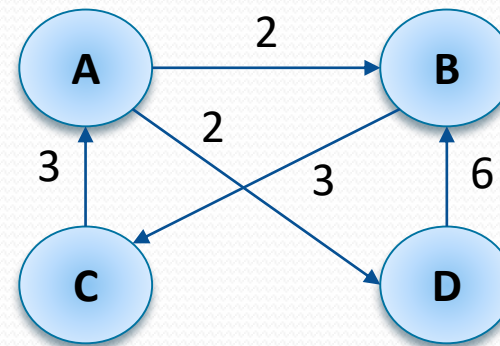
- Insertar eje de D a B (6)

A	B	C	D	
---	---	---	---	--

NumElementos (size) = 4

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0	2	
1	0	0	3	0	
2	3	0	0	0	
3	0	6	0	0	
4					

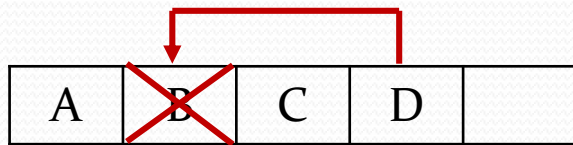


Ejes

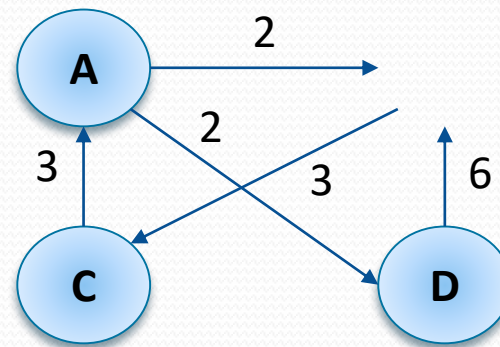
	0	1	2	3	4
0	F	T	F	T	
1	F	F	T	F	
2	T	F	F	F	
3	F	T	F	F	
4					

Borrar un nodo

- Borrar el nodo B



NumElementos (size) = **3**



- El último elemento pasa a ocupar la posición del elemento a borrar

Borrar un nodo

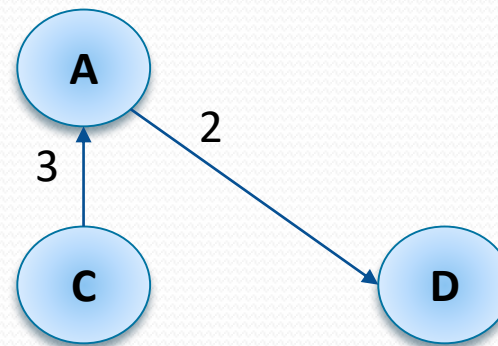
- Borrar el nodo B

A	D	C		
---	---	---	--	--

NumElementos = **3**

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0		
1	0	0	3	0	
2	3	0	0	0	
3		6	0	0	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F		
1	F	F	T	F	
2	T	F	F	F	
3		T	F	F	
4					

Copiar la última columna y fila en la columna y fila del elemento borrado

Borrar un nodo

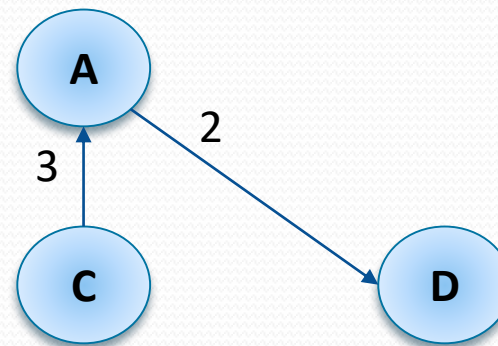
- Borrar el nodo B

A	D	C		
---	---	---	--	--

NumElementos = **3**

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0		
1	0	6	0		
2	3	0	0	0	
3			0	0	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F		
1	F	T	T		
2	T	F	F	F	
3			F	F	
4					

Copiar la última columna y fila en la columna y fila del elemento borrado

Borrar un nodo

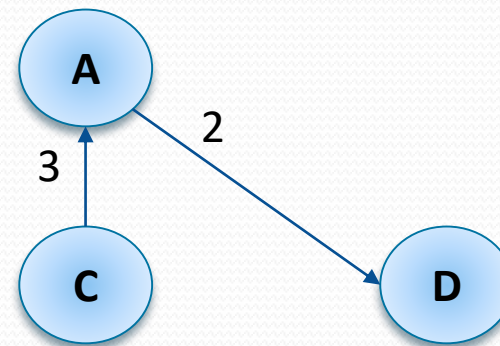
- Borrar el nodo B

A	D	C		
---	---	---	--	--

NumElementos = **3**

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0		
1	0	6	0		
2	3	0	0		
3				0	
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F		
1	F	T	F		
2	T	F	F		
3				F	
4					

Copiar la última columna y fila en la columna y fila del elemento borrado

Borrar un nodo

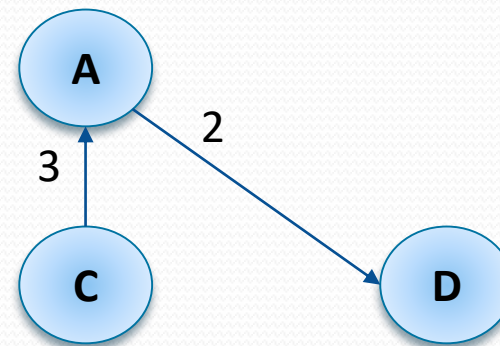
- Borrar el nodo B

A	D	C		
---	---	---	--	--

NumElementos = **3**

Pesos

	0	1	2	3	4
0	0	2	0		
1	0	0	0		
2	3	0	0		
3					
4					



Ejes

	0	1	2	3	4
0	F	T	F		
1	F	F	F		
2	T	F	F		
3					
4					

Copiar la última columna y fila en la columna y fila del elemento borrado

Dijkstra

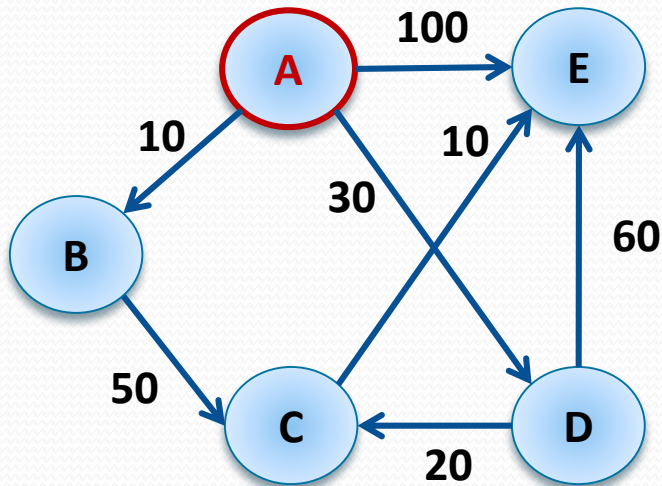
- Algoritmo de costes mínimos
- Objetivo
 - Determinar el camino de menor coste desde el nodo origen al resto de los nodos del grafo
- Aplicaciones
 - Encaminamiento de paquetes por los routers
 - Enrutamiento de aviones y tráfico aéreo

Dijkstra – Ejercicio1

Encontrar el camino de coste mínimo desde A a todos los nodos

Paso1: Inicialización

$S = \{A\}$



Matriz de Pesos

	A	B	C	D	E
A	o	10	o	30	100
B	o	o	50	o	o
C	o	o	o	o	10
D	o	o	20	o	60
E	o	o	o	o	o

nodes = {A, B, C, D, E}

D	A	B	C	D	E
		10	∞	30	100

P	A	B	C	D	E
		A		A	A

Origen = A
w = B

Dijkstra – Ejercicio1

$S = \{A\}$

nodes = {A, B, C, D, E}

Paso2: Elegir un nodo $w \in (\text{nodes} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

	A	B	C	D	E
D		10	∞	30	100

$S = \{A, B\}$

nodes= {A, B, C, D, E}

Mínimo \rightarrow B

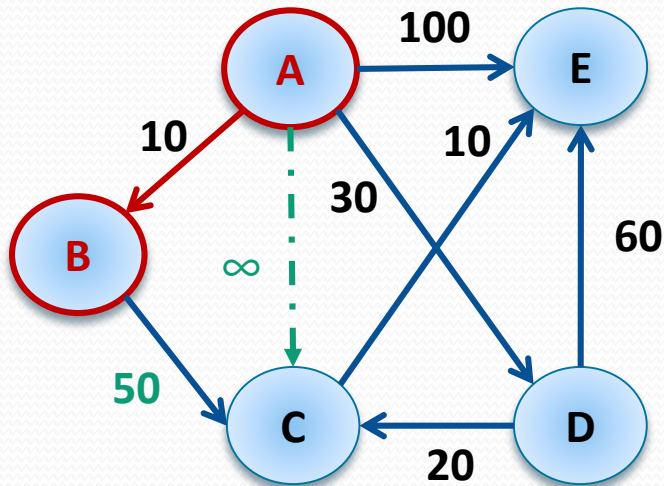


Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = C
S = {A, B}

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = C$



$$D[C] \leftarrow \min (D[C], D[B]+weights[B,C])$$
$$D[C] \leftarrow \min(\infty, 10+50)=60$$

D	A	B	C	D	E
		10	∞	30	100

P	A	B	C	D	E
		A		A	A

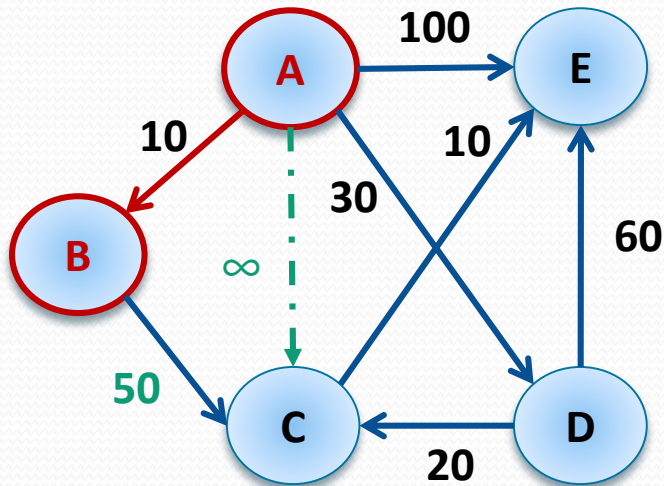
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = C
S = {A, B}

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = C$



$$D[C] \leftarrow \min (D[C], D[B]+weights[B,C])$$

$$D[C] \leftarrow \min(\infty, 10+50)=60$$

D	A	B	C	D	E
		10	60	30	100

P	A	B	C	D	E
		A	B	A	A

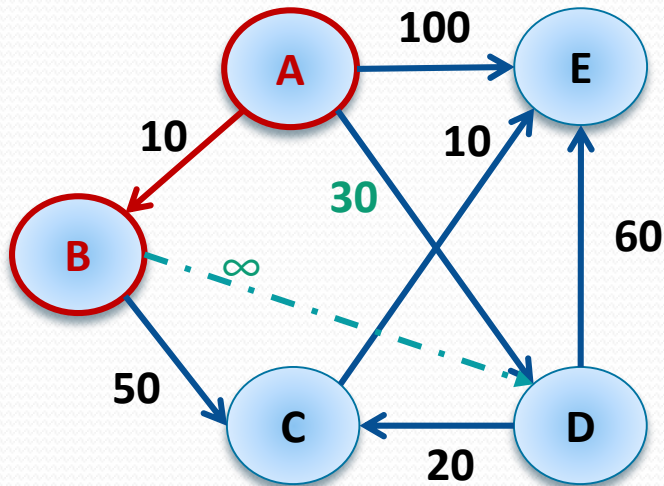
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = D
S = {A, B}

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = D$



$$D[D] \leftarrow \min (D[D], D[B]+weights[B,D])$$
$$D[D] \leftarrow \min(30, 10 + \infty) = 30$$

D	A	B	C	D	E
		10	60	30	100

P	A	B	C	D	E
		A	B	A	A

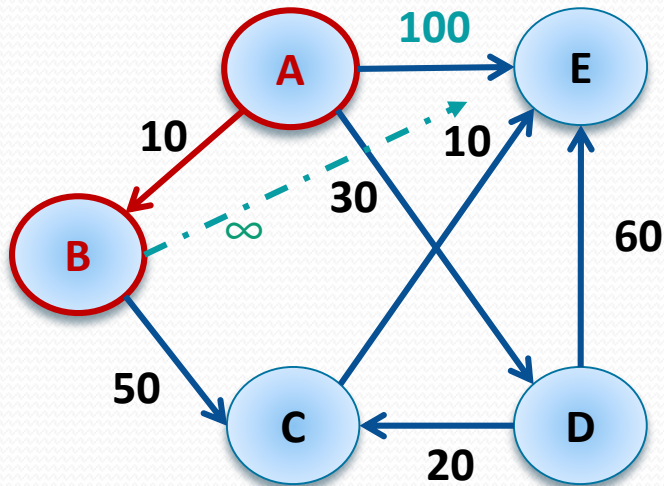
No mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = B
v = E
S = {A, B}

Paso3: Para cada $v \in \{C, D, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[B]+weights[B,E])$$
$$D[E] \leftarrow \min(100, 10 + \infty) = 100$$

D	A	B	C	D	E
		10	60	30	100

P	A	B	C	D	E
		A	B	A	A

No mejora

Origen = A
w = D

Dijkstra – Ejercicio1

$S = \{A, B\}$

nodes = {A, B, C, D, E}

Paso2: Elegir un vértice $w \in (\text{nodes} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

	A	B	C	D	E
D		10	60	30	100

$S = \{A, B, D\}$

nodes = {A, B, C, D, E}

Mínimo \rightarrow D

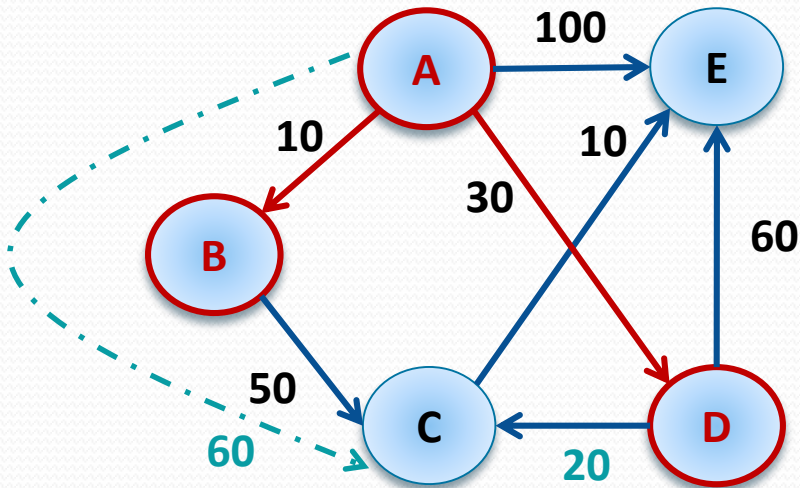


Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
 $w = D$
 $v = C$
 $S = \{A, B, D\}$

Paso3: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = C$



$$D[C] \leftarrow \min (D[C], D[D]+weights[D,C])$$
$$D[C] \leftarrow \min(60, 30+20)=50$$

D	A	B	C	D	E
		10	60	30	100

P	A	B	C	D	E
	A	B	A	A	

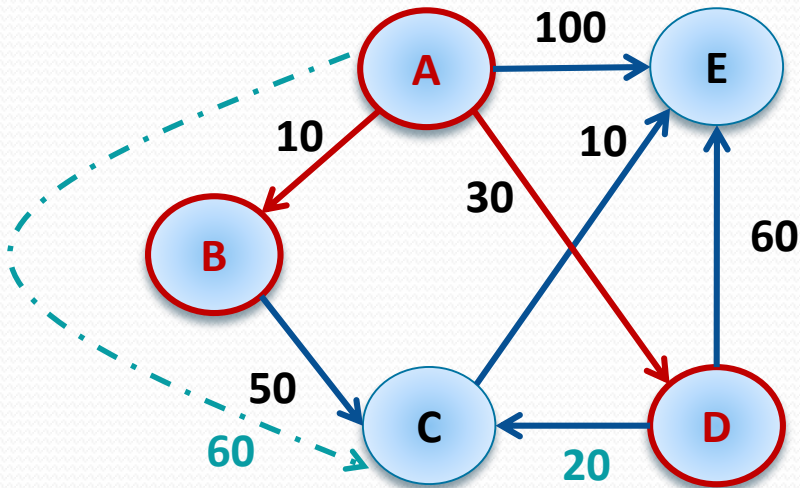
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
 $w = D$
 $v = C$
 $S = \{A, B, D\}$

Paso3: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = C$



$D[C] \leftarrow \min(D[C], D[D]+weights[D,C])$
 $D[C] \leftarrow \min(60, 30+20)=50$

D	A	B	C	D	E
		10	50	30	100

P	A	B	C	D	E
	A	A	D	A	A

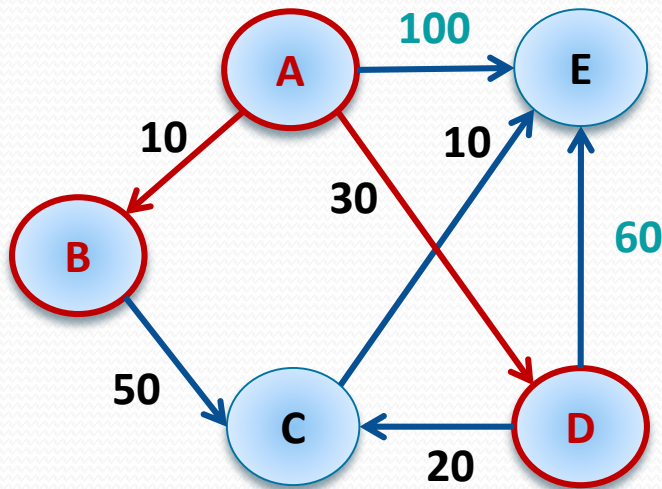
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
 $w = D$
 $v = E$
 $S = \{A, B, D\}$

Paso3: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[D]+weights[D,E])$$
$$D[E] \leftarrow \min(100, 30+60)=90$$

D	A	B	C	D	E
		10	50	30	100

P	A	B	C	D	E
		A	D	A	A

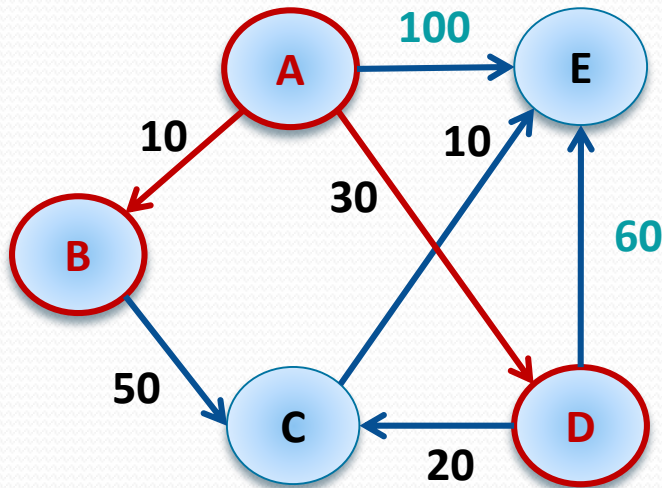
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
 $w = D$
 $v = E$
 $S = \{A, B, D\}$

Paso3: Para cada $v \in \{C, E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[D]+weights[D,E])$$
$$D[E] \leftarrow \min(100, 30+60)=90$$

D	A	B	C	D	E
		10	50	30	90

P	A	B	C	D	E
		A	D	A	D

Mejora

Origen = A
w = C

Dijkstra – Ejercicio1

$S = \{A, B, D\}$

nodes = {A, B, C, D, E}

Paso2: Elegir un vértice $w \in (\text{nodes} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

	A	B	C	D	E
D		10	50	30	90

$S = \{A, B, D, C\}$

nodes = {A, B, C, D, E}

Mínimo \rightarrow C

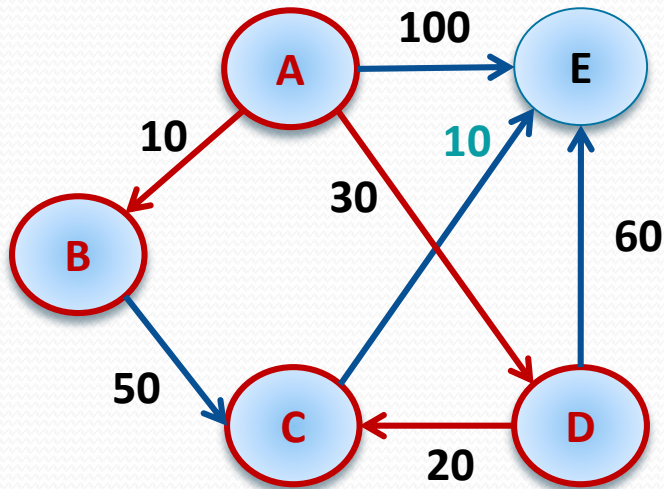


Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = E
S = {A, B, D, C}

Paso3: Para cada $v \in \{E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$D[E] \leftarrow \min(D[E], D[C]+weights[C,E])$
 $D[E] \leftarrow \min(90, 50+10)=60$

D	A	B	C	D	E
		10	50	30	90

P	A	B	C	D	E
		A	D	A	D

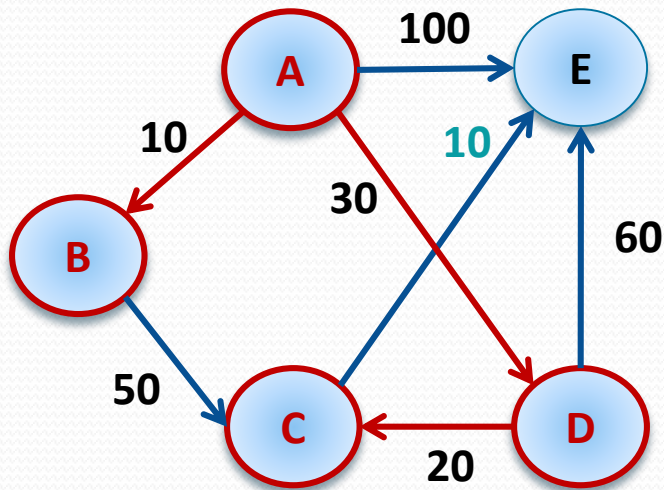
Mejora

Dijkstra – Ejercicio1

Origen = A
w = C
v = E
S = {A, B, D, C}

Paso3: Para cada $v \in \{E\}$ hacer $D[v] \leftarrow \min(D[v], D[w]+C[w, v])$

Para $v = E$



$D[E] \leftarrow \min (D[E], D[C]+weights[C,E])$
 $D[E] \leftarrow \min(90,50+10)=60$

D	A	B	C	D	E
		10	50	30	60

P	A	B	C	D	E
		A	D	A	C

Mejora

Origen = A
w = E

Dijkstra – Ejercicio1

$S = \{A, B, D\}$

nodes = {A, B, C, D, E}

Paso2: Elegir un vértice $w \in (\text{nodes} - S)$ tal que $D[w]$ sea mínimo
Agregar w al conjunto solución

	A	B	C	D	E
D		10	50	30	60

$S = \{A, B, D, C, E\}$

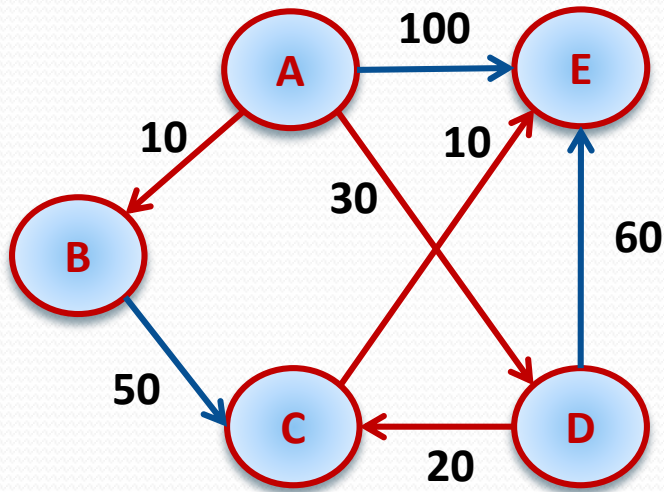
nodes = { A, B, C, D, E}

Mínimo \rightarrow E



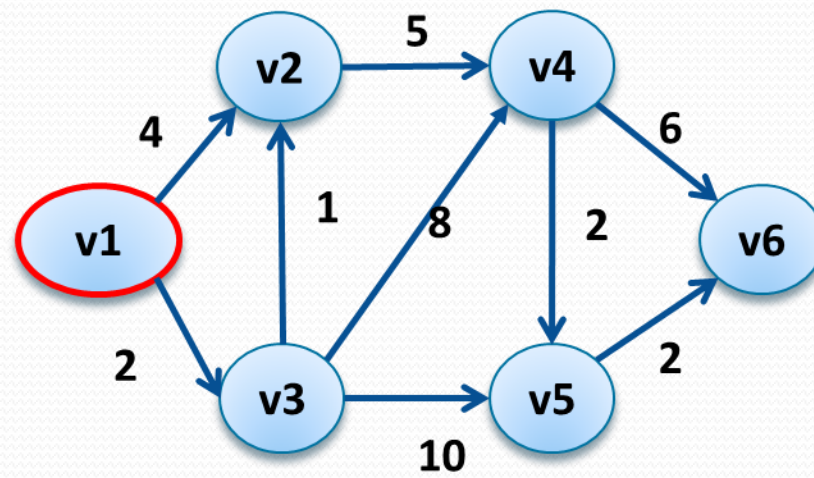
Dijkstra – Ejercicio1

Final del proceso

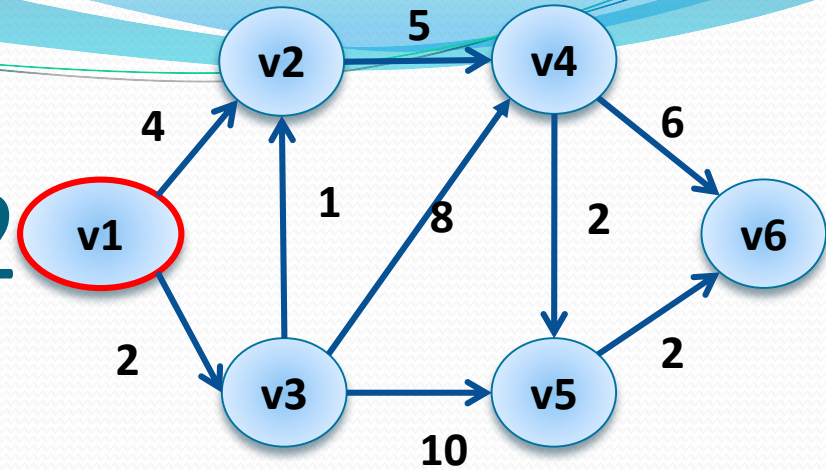


D	A	B	C	D	E
		10	50	30	60

P	A	B	C	D	E
		A	D	A	C

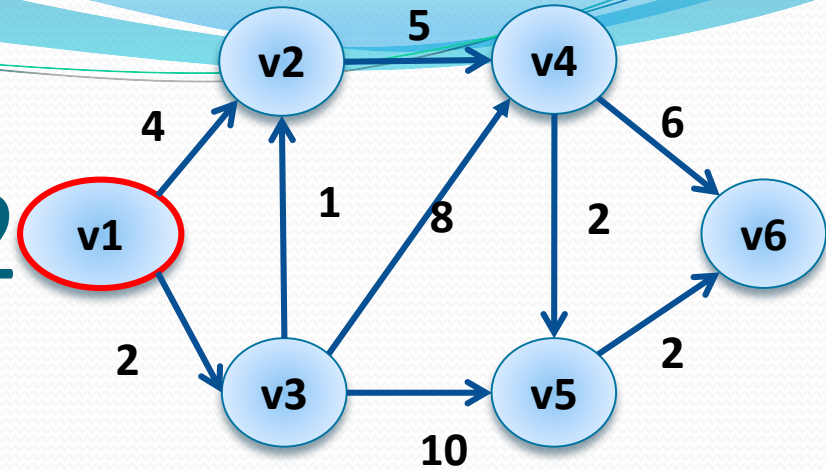


Dijkstra – Ejercicio2



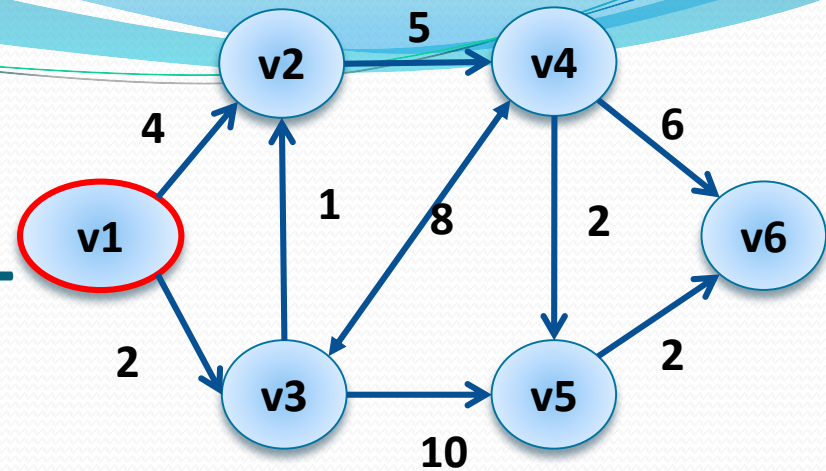
it	S	W	Vector D					Vector P				
			V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	2	3	4	5	6
1	1		4	2	INF	INF	INF	1	1	-	-	-

Dijkstra – Ejercicio2



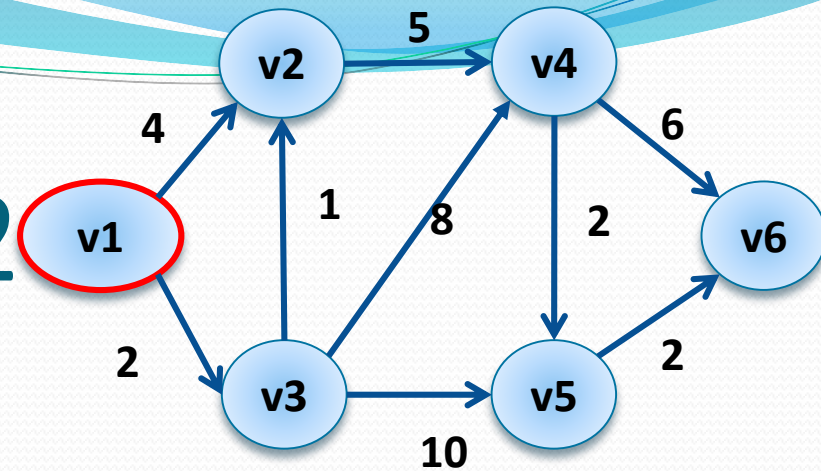
it	S	W	Vector D					Vector P				
			V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	2	3	4	5	6
1	1		4	2	INF	INF	INF	1	1	-	-	-
2	1,3	3	3	2	10	12	INF	3	1	3	3	-

Dijkstra – Ejercicio1



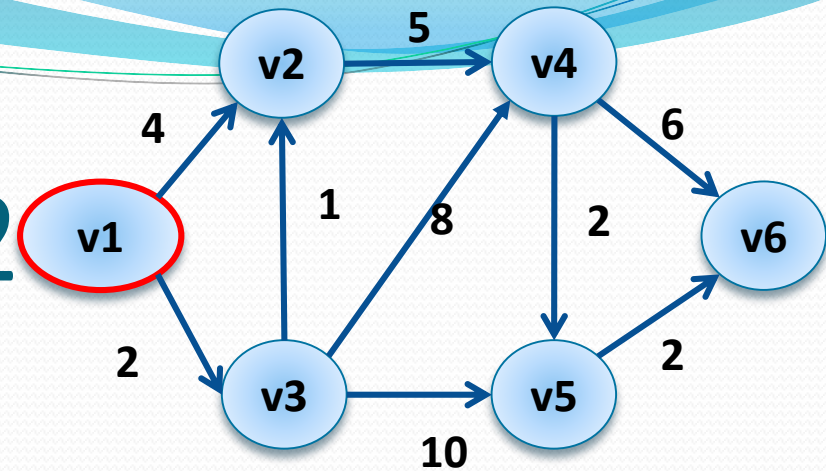
it	S	W	Vector D					Vector P				
			V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	2	3	4	5	6
1	1		4	2	INF	INF	INF	1	1	-	-	-
2	1,3	3	3	2	10	12	INF	3	1	3	3	-
3	1,3,2	2	3	2	8	12	INF	3	1	2	3	-

Dijkstra – Ejercicio2



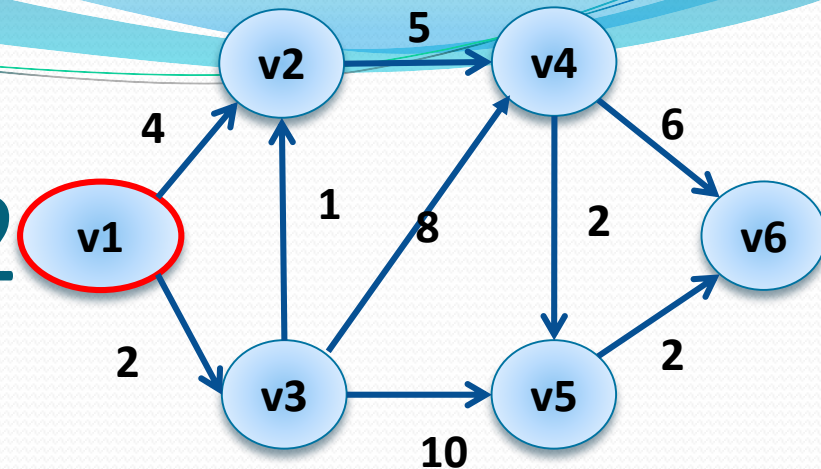
it	S	W	Vector D					Vector P				
			V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	2	3	4	5	6
1	1		4	2	INF	INF	INF	1	1	-	-	-
2	1,3	3	3	2	10	12	INF	3	1	3	3	-
3	1,3,2	2	3	2	8	12	INF	3	1	2	3	-
4	1,3,2,4	4	3	2	8	10	14	3	1	2	4	4

Dijkstra – Ejercicio2



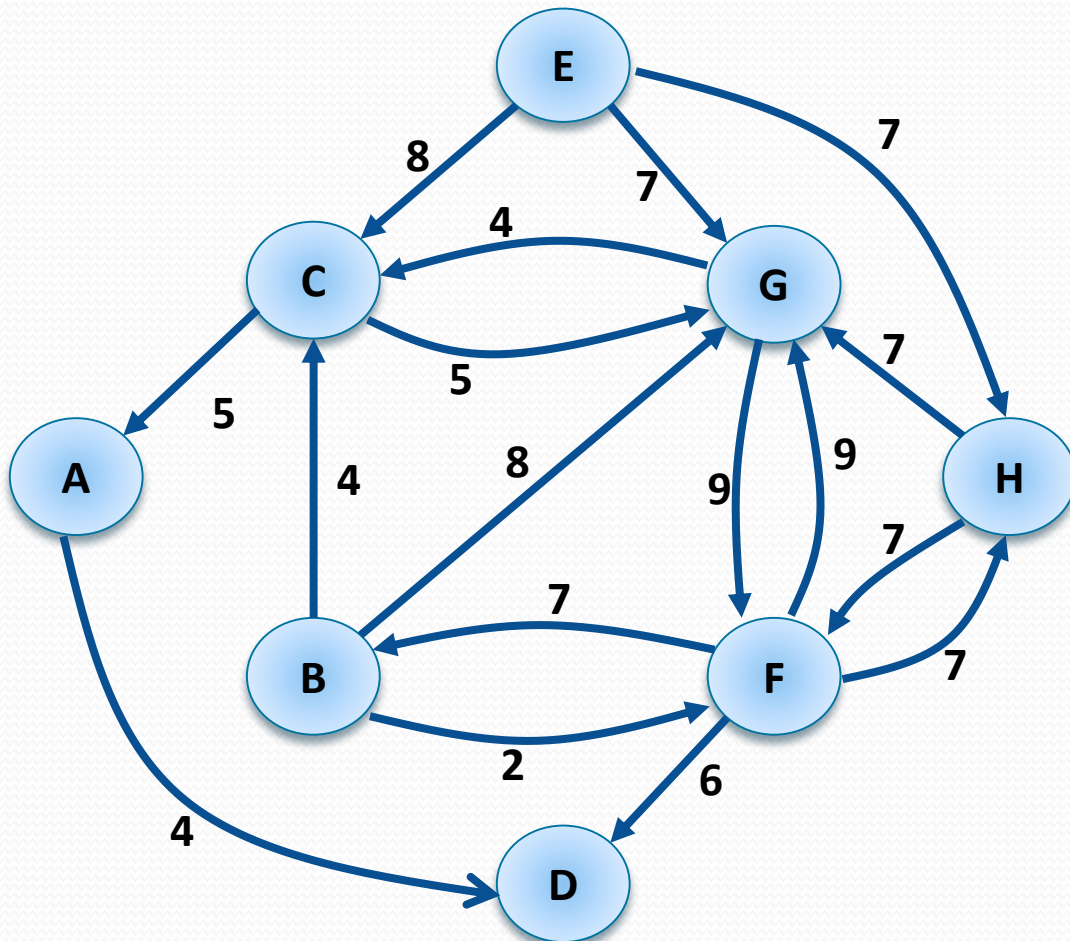
it	S	W	Vector D					Vector P				
			V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	2	3	4	5	6
1	1		4	2	INF	INF	INF	1	1	-	-	-
2	1,3	3	3	2	10	12	INF	3	1	3	3	-
3	1,3,2	2	3	2	8	12	INF	3	1	2	3	-
4	1,3,2,4	4	3	2	8	10	14	3	1	2	4	4
5	1,3,2,4,5	5	3	2	8	10	12	3	1	2	4	5

Dijkstra – Ejercicio2



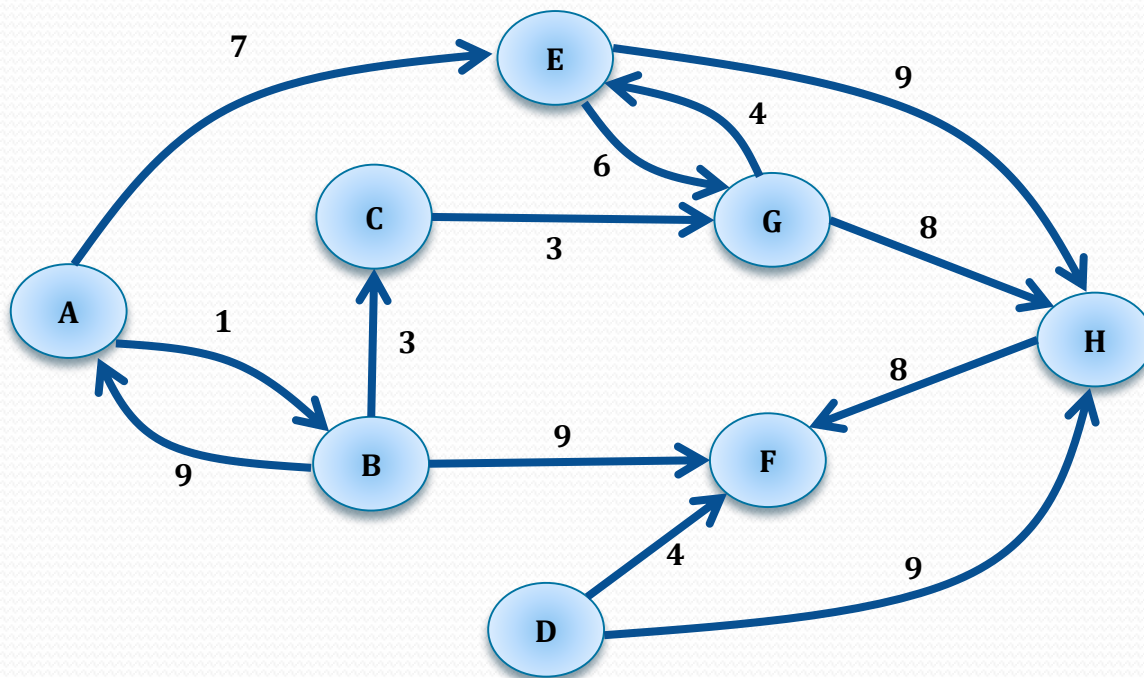
it	S	W	Vector D					Vector P				
			V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	2	3	4	5	6
1	1		4	2	INF	INF	INF	1	1	-	-	-
2	1,3	3	3	2	10	12	INF	3	1	3	3	-
3	1,3,2	2	3	2	8	12	INF	3	1	2	3	-
4	1,3,2,4	4	3	2	8	10	14	3	1	2	4	4
5	1,3,2,4,5	5	3	2	8	10	12	3	1	2	4	5
6	1,3,2,4,5,6	6	3	2	8	10	12	3	1	2	4	5

Dijkstra – Ejercicio3



Aplicar **Dijkstra** desde el nodo C y obtener los posibles caminos desde el nodo C al resto de los nodos

Dijkstra - Ejercicio4



Aplicar **Dijkstra** desde el nodo B y obtener los posibles caminos desde el nodo B al resto de los nodos