

ED - Seminario

Recursividad

María del Rosario Suárez Fernández

M^a del Puerto Paule Ruiz

Ejemplo1. Factorial

- Ejemplos
 - $4! = 4 * 3!$
 - $3! = 3 * 2!$
 - $2! = 2 * 1!$
 - $1! = 1 * 0!$
 - $0! = 1$
- Factorial de un número ***n***
 - Condición de parada
 - Caso recursivo

Ejemplo1. Factorial

- Ejemplos

- $4! = 4 * 3 * 2 * 1$
- $0! = 1$
- $1! = 1$

- Factorial de un número ***n***

- Condición de parada

`Si $n=0$ \rightarrow 1`

- Caso recursivo

Ejemplo1. Factorial

- Ejemplos

- $4! = 4 * 3 * 2 * 1$
- $0! = 1$
- $1! = 1$

- Factorial de un número ***n***

- Caso base o Condición de parada

Si $n=0 \rightarrow 1$

- Caso General o Caso recursivo

Si $n>0 \rightarrow n * \text{factorial}(n-1)$

Ejemplo1. Factorial

factorial(n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)

```
/**  
 * Version recursiva del algoritmo factorial  
 * @param n Numero para calcular el factorial  
 * @return Devuelve el factorial del numero  
 */  
public static float recursiveFactorial(int n)  
    if (n == 0)  
        return 1;  
    return n * recursiveFactorial(n - 1);
```

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial(n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)
n=0	n==0? → SI	Devuelve 1

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)
n=0	n==0? → SI	Devuelve 1



1

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)
n=0	n==0? → SI	Devuelve 1

1 * 1 = 1

1

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)
n=0	n==0? → SI	Devuelve 1

2 * 1 = 2

1 * 1 = 1

1

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)
n=0	n==0? → SI	Devuelve 1

3 * 2 = 6

2 * 1 = 2

1 * 1 = 1

1

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)
n=0	n==0? → SI	Devuelve 1

4 * 6 = 24

3 * 2 = 6

2 * 1 = 2

1 * 1 = 1

1

Ejemplo1. Factorial

```
if (n==0) return 1;  
else return n*factorial(n-1);
```

factorial (n) → factorial (5)

n	Condición	n * factorial (n-1)
n=5	n==0? → NO	5 * factorial (4)
n=4	n==0? → NO	4 * factorial (3)
n=3	n==0? → NO	3 * factorial (2)
n=2	n==0? → NO	2 * factorial (1)
n=1	n==0? → NO	1 * factorial (0)
n=0	n==0? → SI	Devuelve 1

→ 24 * 5 = 120

→ 4 * 6 = 24

→ 3 * 2 = 6

→ 2 * 1 = 2

→ 1 * 1 = 1

→ 1

Ejemplo2. Suma de dos enteros

- Ejemplos
 - Suma $(3,6) = 9$
 - Suma $(5,3) = 8$
- Suma de dos números enteros ***a*** y ***b***
 - Caso base o Caso básico
 - Caso General o Caso recursivo

Ejemplo2. Suma de dos enteros

- Ejemplos
 - Suma (3,6) = 9
 - Suma (5,3) = 8
- Suma de dos números enteros ***a*** y ***b***
 - Caso base o condición de parada

Si $b=0$ \rightarrow a
 - Caso general o Caso recursivo

Ejemplo2. Suma de dos enteros

- Ejemplos
 - Suma (3,6) = 9
 - Suma (5,3) = 8
- Suma de dos números enteros ***a*** y ***b***
 - Caso base o condición de parada

Si $b=0 \rightarrow a$

- Caso general o Caso recursivo

Si $b>0 \rightarrow 1+\text{Suma}(a, b-1)$

```
public int suma(int a, int b){
    if (b==0) return a;
    else return 1+suma(a,b-1);
}
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma (a,b) \rightarrow suma (2,5)

[illegible]

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma (a,b) → suma (2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma (a,b) → suma (2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma (a,b) → suma (2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)


```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma (a,b) → suma (2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)

```
if (b==0) return a;
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)
a=2 b=0	b==0? → SI	Devuelve 2

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)
a=2 b=0	b==0? → SI	Devuelve 2



2

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)
a=2 b=0	b==0? → SI	Devuelve 2

1 + 2 = 3

2

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)
a=2 b=0	b==0? → SI	Devuelve 2

1 + 3 = 4

1 + 2 = 3

2

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)
a=2 b=0	b==0? → SI	Devuelve 2

$1 + 4 = 5$

$1 + 3 = 4$

$1 + 2 = 3$

2

```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)
a=2 b=0	b==0? → SI	Devuelve 2

1 + 5 = 6

1 + 4 = 5

1 + 3 = 4

1 + 2 = 3

2


```
if (b==0) return a;  
else return 1+suma(a,b-1);
```

Ejemplo2. Suma de dos enteros

suma(a,b) → suma(2,5)

a, b	Condición	1 + suma(a, b-1)	
a=2 b=5	b==0? → NO	1 + suma(2,4)	→ 1 + 6 = 7
a=2 b=4	b==0? → NO	1 + suma(2,3)	→ 1 + 5 = 6
a=2 b=3	b==0? → NO	1 + suma(2,2)	→ 1 + 4 = 5
a=2 b=2	b==0? → NO	1 + suma(2,1)	→ 1 + 3 = 4
a=2 b=1	b==0? → NO	1 + suma(2,0)	→ 1 + 2 = 3
a=2 b=0	b==0? → SI	Devuelve 2	→ 2

Ejemplo3. Resto de una división

- Ejemplos
 - $\text{Resto}(5,2) = 1$
 - $\text{Resto}(11,4) = 3$
- Calcular el resto de una división de dos números enteros ***a*** y ***b*** de forma recursiva
 - Caso base o condición de parada
 - Caso recursivo o caso general

Ejemplo3. Resto de una división

- Ejemplos
 - $\text{Resto}(5,2) = 1$
 - $\text{Resto}(11,4) = 3$
- Calcular el resto de una división de dos números enteros ***a*** y ***b*** de forma recursiva
 - Caso base o condición de parada

$\text{Si } a-b < 0 \rightarrow a$
 - Caso recursivo o caso general

Ejemplo3. Resto de una división

- Ejemplos
 - $\text{Resto}(5,2) = 1$
 - $\text{Resto}(11,4) = 3$
- Calcular el resto de una división de dos números enteros ***a*** y ***b*** de forma recursiva
 - Caso base o condición de parada

Si $a-b < 0 \rightarrow a$
 - Caso recursivo o caso general

Si $a-b \geq 0 \rightarrow \text{Resto}(a-b, b)$

```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b);
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto (a,b) \rightarrow resto (15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)

```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b);
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto (a,b) \rightarrow resto (15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? \rightarrow NO	resto(11, 4)

```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b);
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto (a,b) \rightarrow resto (15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? \rightarrow NO	resto(11, 4)
a=11 b=4	a-b<0? \rightarrow NO	resto(7, 4)

```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b);
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto (a,b) \rightarrow resto (15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? \rightarrow NO	resto(11, 4)
a=11 b=4	a-b<0? \rightarrow NO	resto(7, 4)
a=7 b=4	a-b<0? \rightarrow NO	resto(3, 4)


```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b) ;
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto (a,b) → resto (15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? → NO	resto(11, 4)
a=11 b=4	a-b<0? → NO	resto(7, 4)
a=7 b=4	a-b<0? → NO	resto(3, 4)
a=3 b=4	a-b<0? → SI	Devuelve 3

```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b);
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto (a,b) → resto (15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? → NO	resto(11, 4)
a=11 b=4	a-b<0? → NO	resto(7, 4)
a=7 b=4	a-b<0? → NO	resto(3, 4)
a=3 b=4	a-b<0? → SI	Devuelve 3

3

```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b) ;
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto (a,b) → resto (15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? → NO	resto(11, 4)
a=11 b=4	a-b<0? → NO	resto(7, 4)
a=7 b=4	a-b<0? → NO	resto(3, 4)
a=3 b=4	a-b<0? → SI	Devuelve 3

3

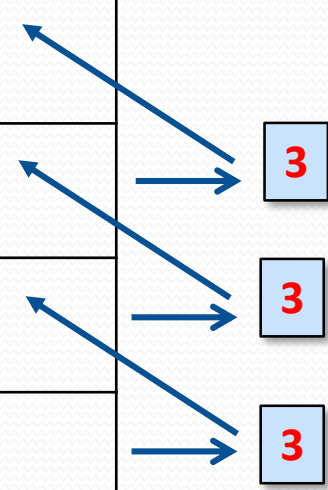
3

```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b) ;
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto(a,b) → resto(15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? → NO	resto(11, 4)
a=11 b=4	a-b<0? → NO	resto(7, 4)
a=7 b=4	a-b<0? → NO	resto(3, 4)
a=3 b=4	a-b<0? → SI	Devuelve 3

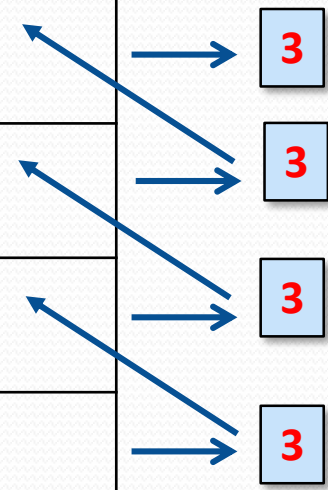


```
if (a-b<0) return a;  
else return resto(a-b,b);
```

Ejemplo3. Resto de una división

resto(a,b) → resto(15,4)

a, b	Condición	resto(a-b, b)
a=15 b=4	a-b<0? → NO	resto(11, 4)
a=11 b=4	a-b<0? → NO	resto(7, 4)
a=7 b=4	a-b<0? → NO	resto(3, 4)
a=3 b=4	a-b<0? → SI	Devuelve 3



Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

- Ejemplos:
 - $V = \{2,5,6,8\} \rightarrow \text{Suma}(V,3) = 21$
 - $V = \{5\} \rightarrow \text{Suma}(V,0) = 5$
- Calcular la suma recursiva de los elementos de un vector **V** de **n** elementos
 - Caso base o condición de parada
 - Caso recursivo o caso general

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

- Ejemplos:
 - $V = \{2,5,6,8\} \rightarrow \text{Suma}(V,3) = 21$
 - $V = \{5\} \rightarrow \text{Suma}(V,1) = 5$
- Calcular la suma recursiva de los elementos de un vector **V** de **n** elementos
 - Caso base o condición de parada

Si $n = 0 \rightarrow V[0]$
 - Caso recursivo o caso general

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

- Ejemplos:
 - $V = \{2,5,6,8\} \rightarrow \text{Suma}(V,3) = 21$
 - $V = \{5\} \rightarrow \text{Suma}(V,0) = 5$
- Calcular la suma recursiva de los elementos de un vector **V** de **n** elementos
 - Caso base o condición de parada

Si $n = 0 \rightarrow V[0]$
 - Caso recursivo o caso general

Si $n > 0 \rightarrow V[n] + \text{Suma}(V, n-1)$


```
if (n==0) return V[0];  
else return V[n]+suma(V, n-1);
```

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

suma (V,n) → suma ({2,5,6,4}, v.length-1)

V, n	Condición	
V={2,5,6,4} n=3	n==0? → NO	4 + suma(V, 2)

```
if (n==0) return V[0];  
else return V[n]+suma(V, n-1);
```

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

suma (V,n) \rightarrow suma ({2,5,6,4},v.length-1)

V, n	Condición	
V={2,5,6,4} n=3	n==0? \rightarrow NO	4 + suma(V, 2)
V={2,5,6,4} n=2	n==1? \rightarrow NO	6 + suma(V, 1)

```
if (n==0) return V[0];  
else return V[n]+suma(V, n-1);
```

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

suma (V,n) \rightarrow suma ({2,5,6,4}, v.length-1)

V, n	Condición	
V={2,5,6,4} n=3	n==0? \rightarrow NO	4 + suma(V, 2)
V={2,5,6,4} n=2	n==0? \rightarrow NO	6 + suma(V, 1)
V={2,5,6,4} n=1	n==0? \rightarrow NO	5+suma(V,0)

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

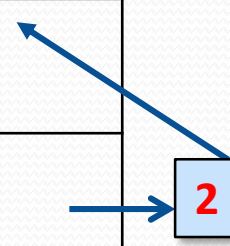
$\text{suma}(V, n) \rightarrow \text{suma}(\{2, 5, 6, 4\}, v.\text{length}-1)$

V, n	Condición	
V={2,5,6,4} n=3	n==0? \rightarrow NO	4 + suma(V, 2)
V={2,5,6,4} n=2	n==0? \rightarrow NO	6 + suma(V, 1)
V={2,5,6,4} n=1	n==0? \rightarrow NO	5+suma(V,0)
V={2,5,6,4} n=0	n==0? \rightarrow SI	Devuelve V[0] = 2

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

suma (V,n) \rightarrow suma ({2,5,6,4}, v.length-1)

V, n	Condición	
V={2,5,6,4} n=3	n==0? \rightarrow NO	4 + suma(V, 2)
V={2,5,6,4} n=2	n==0? \rightarrow NO	6 + suma(V, 1)
V={2,5,6,4} n=1	n==0? \rightarrow NO	5+suma(V,0)
V={2,5,6,4} n=0	n==0? \rightarrow SI	Devuelve V[0] = 2



Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

$\text{suma}(V, n) \rightarrow \text{suma}(\{2, 5, 6, 4\}, v.\text{length}-1)$

V, n	Condición	
V={2,5,6,4} n=3	n==0? \rightarrow NO	4 + suma(V, 2)
V={2,5,6,4} n=2	n==0? \rightarrow NO	6 + suma(V, 1)
V={2,5,6,4} n=1	n==0? \rightarrow NO	5+suma(V,0)
V={2,5,6,4} n=0	n==0? \rightarrow SI	Devuelve V[0] = 2

5 + 2 = 7

2

Ejemplo4. Suma de elementos de un vector de tamaño N

$\text{suma}(V, n) \rightarrow \text{suma}(\{2, 5, 6, 4\}, v.\text{length}-1)$

V, n	Condición	
V={2,5,6,4} n=3	n==0? \rightarrow NO	4 + suma(V, 2)
V={2,5,6,4} n=2	n==0? \rightarrow NO	6 + suma(V, 1)
V={2,5,6,4} n=1	n==0? \rightarrow NO	5+suma(V,0)
V={2,5,6,4} n=0	n==0? \rightarrow SI	Devuelve V[0] = 2

4 + 13 = 17

6 + 7 = 13

5 + 2 = 7

2