Tema 2

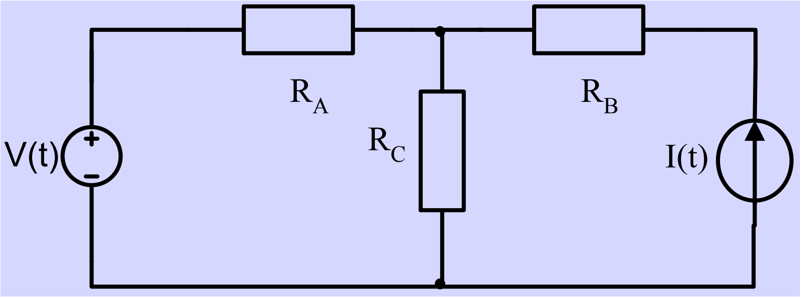
Fundamentos de resolución de circuitos

Contenido

- 1-Conceptos básicos
- 2-Leyes de Kirchhoff
- 3-Divisores de tensión y de corriente
- 4-Linealidad: superposición
- 5-Teoremas de Thevenin y Norton

1. Circuito eléctrico

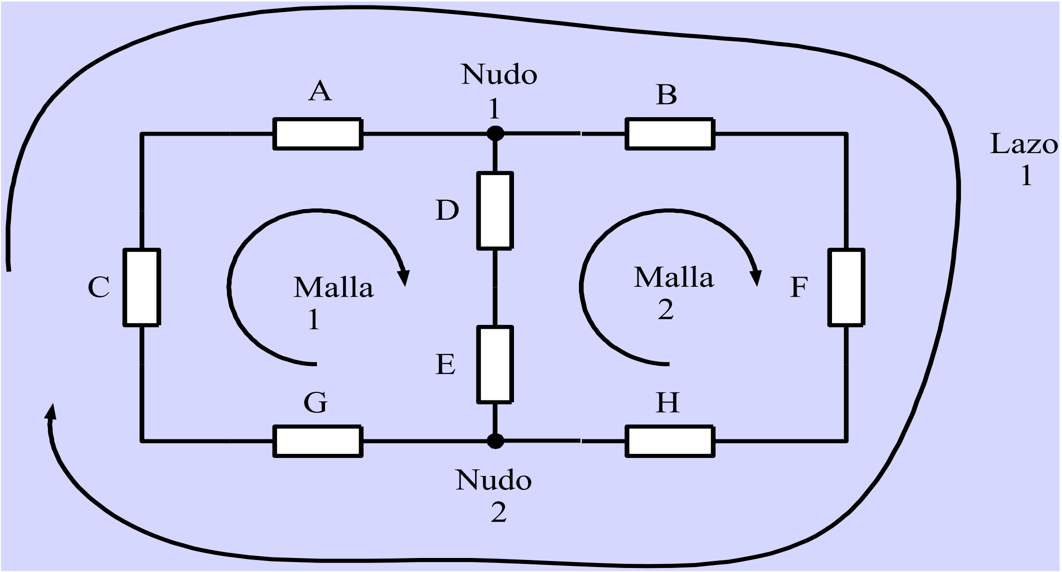
- Interconexión de componentes eléctricos.
- Se representa mediante un esquema eléctrico.



Esquema eléctrico

1. Nudos, ramas, lazos y mallas

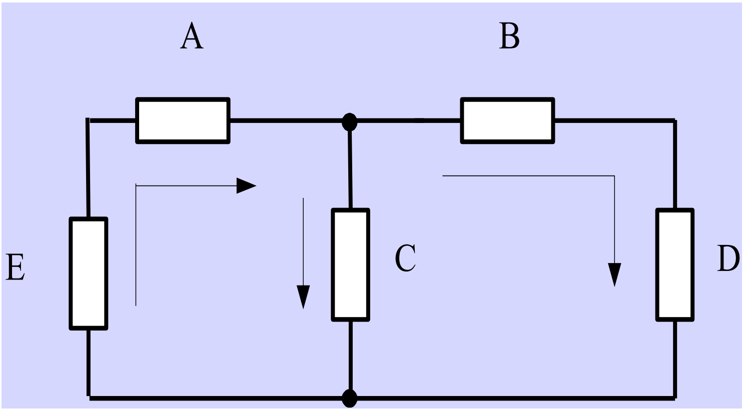
- **Nudo**: punto de conexión de tres o más elementos eléctricos
- **Rama**: tramo comprendido entre dos nudos
- **Lazo**: cualquier camino cerrado en un circuito
- **Malla**: lazo que no contiene ningún otro lazo en su interior



1. Forma de conexión de los elementos eléctricos: SERIE

- **Serie**: dos o más elementos están en serie cuando todos ellos son recorridos por la misma intensidad de corriente.

- Dos elementos están en serie si se cumple simultáneamente:
  - *(a) un extremo de cada elemento está conectado al mismo punto.*
  - *(b) ningún otro elemento está conectado a ese punto.*



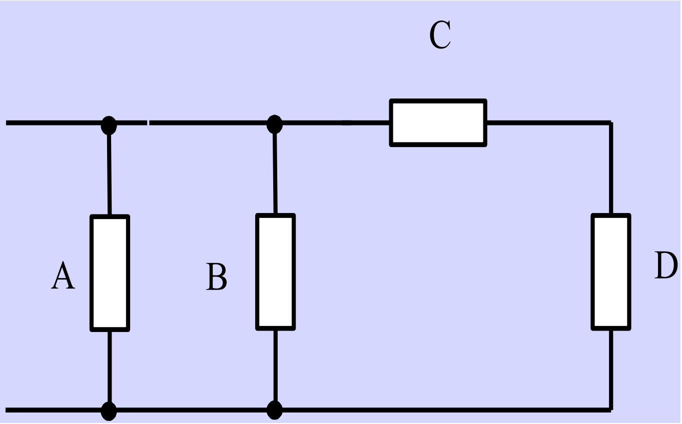
Están en serie los elementos B y D

También están en serie los elementos E y A.

No están en serie A y B, ni A y C

1. Forma de conexión de los elementos eléctricos: PARALELO

- **Paralelo**: dos o más elementos están en paralelo cuando todos ellos están sometidos a la misma diferencia de potencial.
- Los terminales de ambos elementos están conectados al mismo punto.



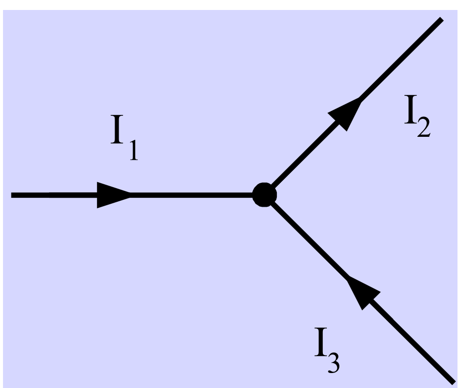
Están en paralelo A y B

También están en paralelo A, B y el conjunto formado por C y D

No están en paralelo B y C.

2. Leyes de Kirchhoff

- 1ª- Ley de las corrientes de Kirchhof (LCK): La suma algebraica* de todas las corrientes que confluyen en un nudo es cero.



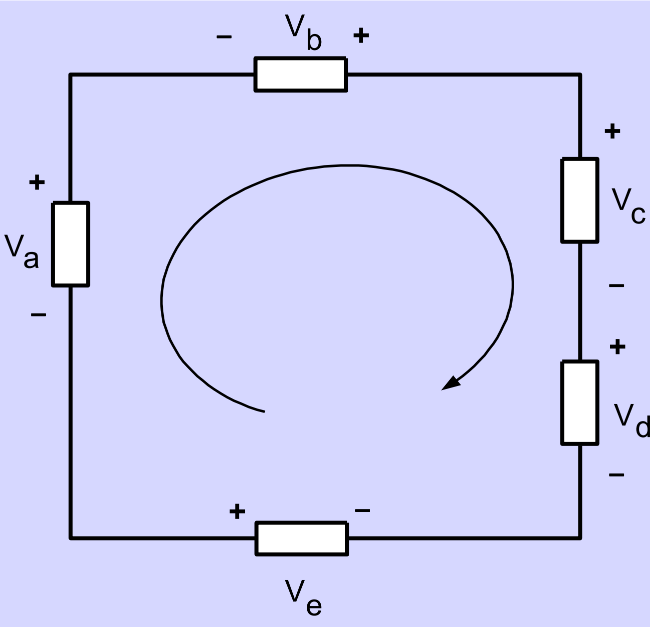
$$- I_1 - I_3 + I_2 = 0$$

$$+ I_1 + I_3 - I_2 = 0$$

$$I_1 + I_3 = I_2$$

2. Leyes de Kirchhoff

- 2ª- Ley de las tensiones de Kirchhoff (LTK): La suma algebraica* de las tensiones a lo largo de cualquier camino cerrado es cero.

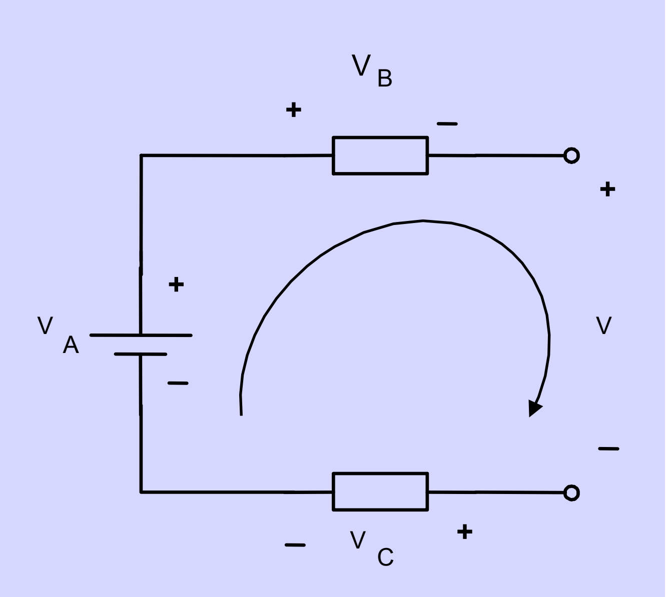


$$-V_a - V_b + V_c + V_d - V_e = 0$$
$$+V_a + V_b - V_c - V_d + V_e = 0$$
$$V_a + V_b + V_e = V_c + V_d$$

2. Leyes de Kirchhoff

- La LTK se aplica a todo circuito aunque no exista conexión física entre sus elementos.

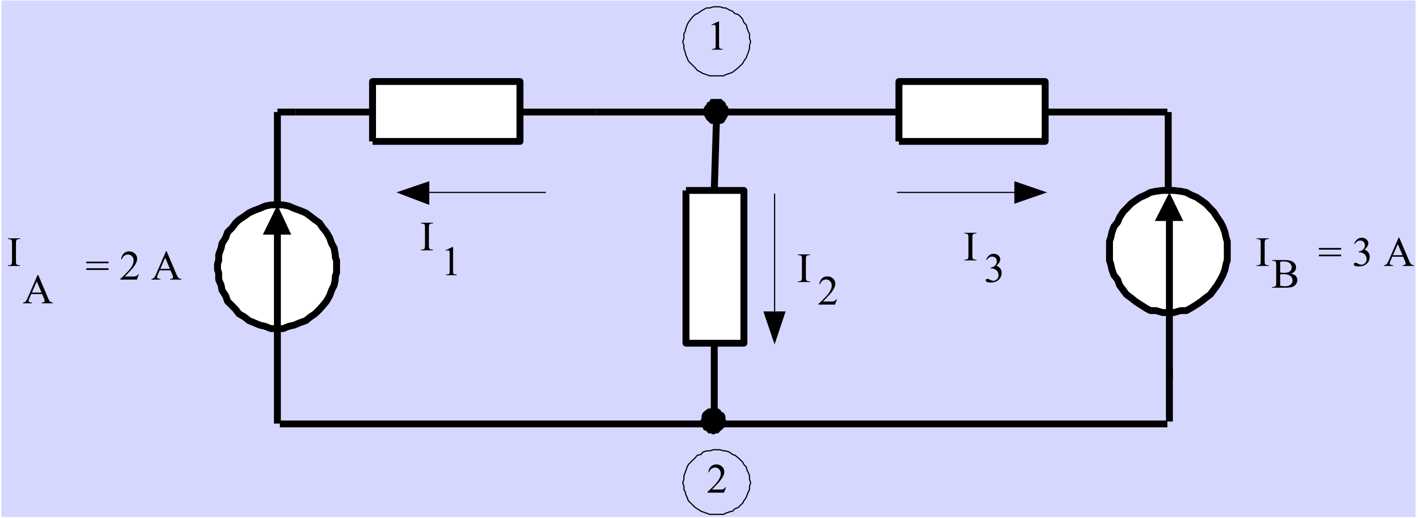
Recorriendo el circuito en el sentido de las agujas del reloj y tomando como negativas las subidas de tensión y positivas las caídas



$$-V_A + V_B + V + V_C = 0$$

2. Leyes de Kirchhoff
Ejemplo 1

Aplicar la LCK al circuito de la figura para calcular la corriente I_2:



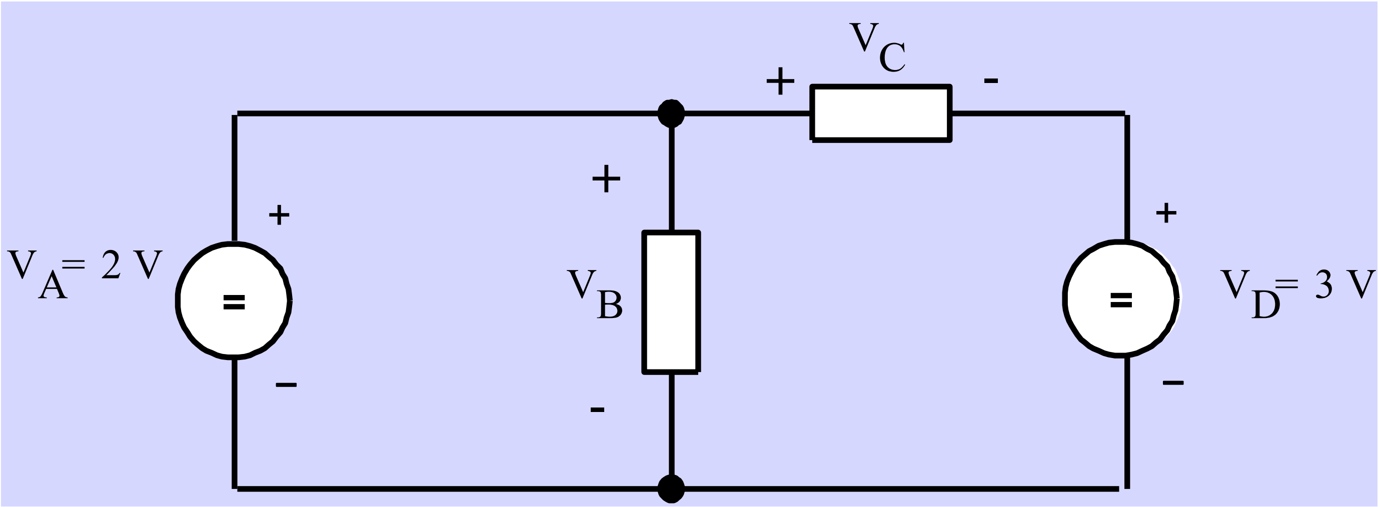
$I_1 + I_2 + I_3 = 0$

$I_1 = -\ 2$ A ; $I_3 = -3$ A

Luego $I_2 = -I_1 - I_2 = 5$ A

2. Leyes de Kirchhoff Ejemplo 2

Aplicar la LTK al circuito de la figura para hallar V_B y V_C.



$-V_A + V_B = 0 \rightarrow V_B = 2$ V

$-V_B + V_C + V_D = 0 \rightarrow V_C = V_B - V_D = 2\text{ V} - 3\text{ V} = -1$ V

Equivalente de resistencias en serie

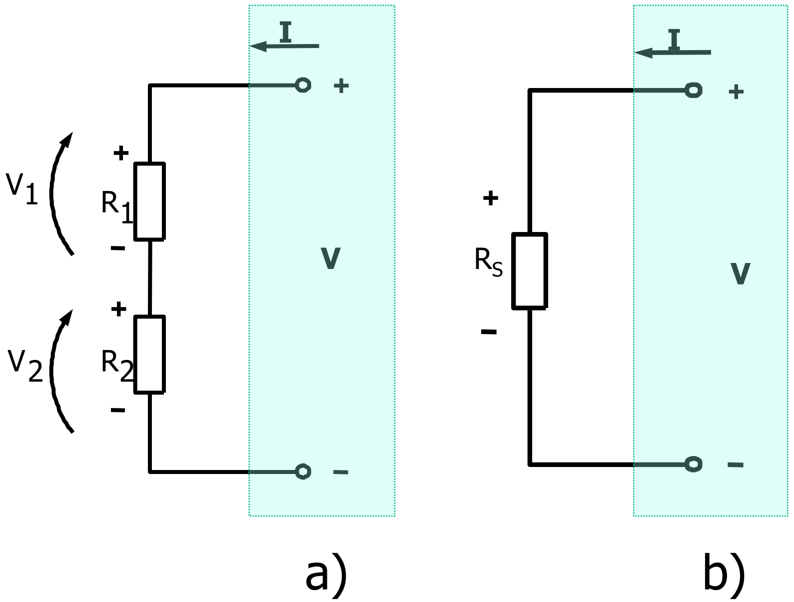
En la figura a) la ecuación característica es:

Aplicamos LTK

$$-V_1 - V_2 + V = 0$$

$$V = V_1 + V_2 = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 = I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$I = \frac{V}{(R_1 + R_2)}$$



En la figura b) la ecuación característica es:

$$I = \frac{V}{R_s}$$

a) y b) son <u>*equivalentes*</u> *(desde sus terminales de salida)* si:

$$Rs = R_1 + R_2$$

Equivalente de resistencias en paralelo

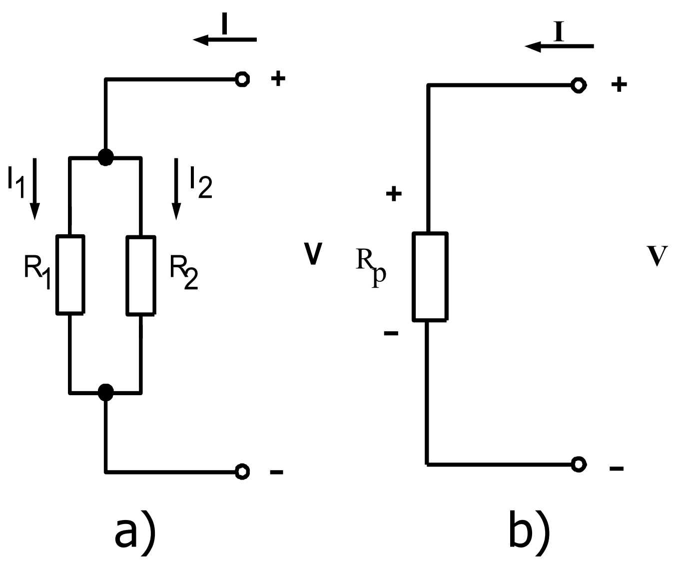
En la figura a) la ecuación característica es:

Aplicamos LCK

$$-I + I_1 + I_2 = 0$$

Aplicando la ley de Ohm:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$



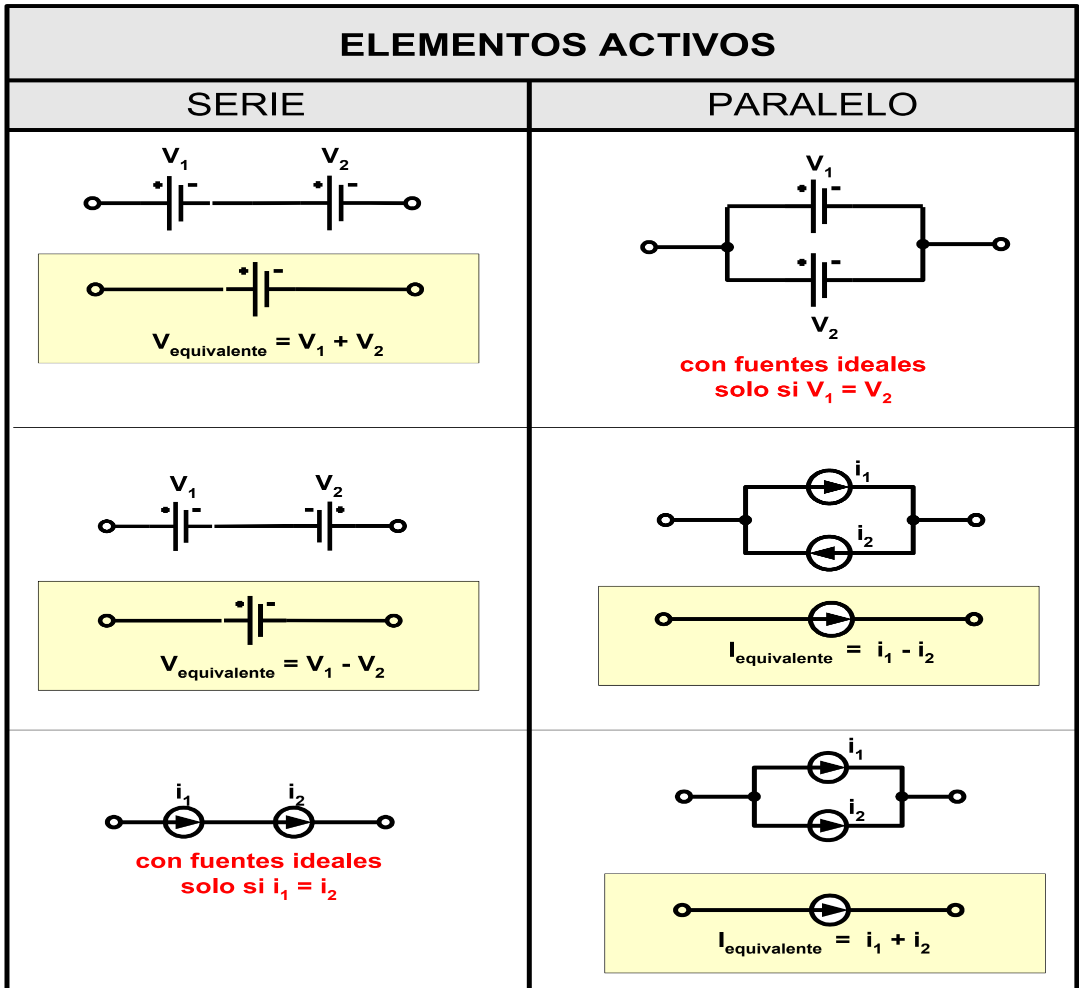
En la figura b) la ecuación característica es:

$$I = V\frac{1}{R_p}$$

a) y b) son *equivalentes* si:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Equivalentes de fuentes de tensión y de corriente



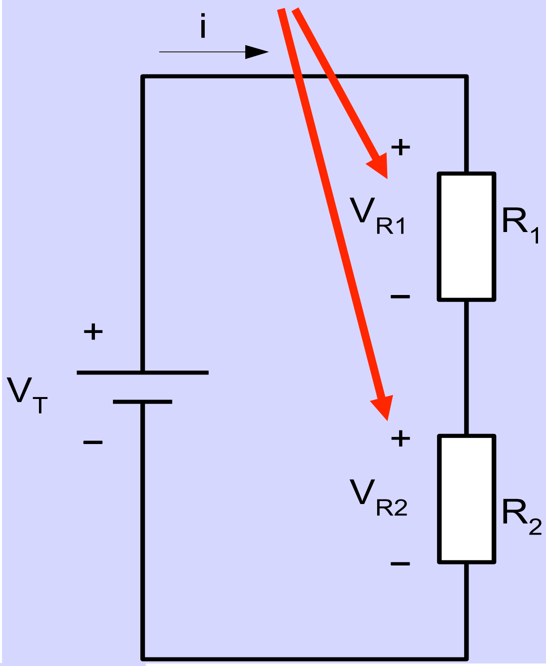
Equivalentes de fuentes de tensión y de corriente

- Una fuente de tensión fija la tensión entre sus terminales.
- Una fuente de corriente fija la corriente en la rama en la que se encuentre.
- Varias fuentes de tensión en serie dan lugar a una única fuente de tensión de valor el de la suma algebraica de las tensiones de las fuentes.
- Varias fuentes de corriente en paralelo dan lugar a una única fuente de corriente de valor la suma algebraica de las corrientes de las fuentes.

3. Divisor de tensión

- Calcular la tensión V_{R2}

están en serie



Aplicando la LTK sobre la única malla se obtiene:

$-V_T + V_{R1} + V_{R2} = 0$

$-V_T + i \cdot R_1 + i \cdot R_2 = 0$

la corriente es:

$$i = \frac{V_T}{R_1 + R_2}$$

aplicando la ley de Ohm sobre R_2 :

$$V_{R2} = iR_2 = V_T \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

3. Divisor de corriente

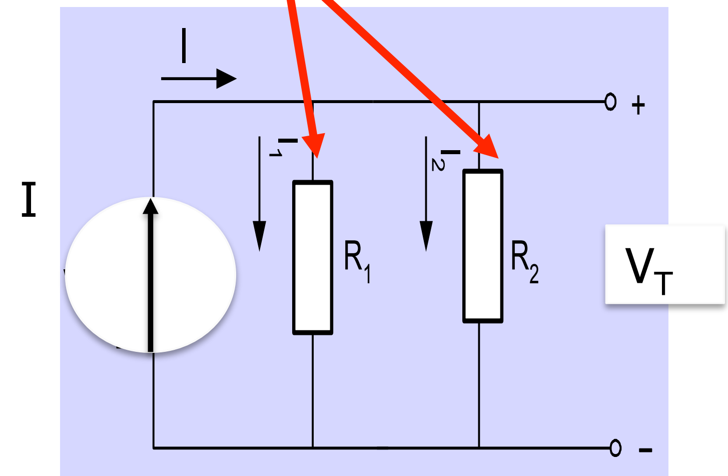
- Calcular la corriente I_1

Aplicando la LCK sobre el nudo superior resulta:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V_T}{R_1} + \frac{V_T}{R_2} = V_T\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

$V_T = I / (1/R_1+1/R_2) = I (R_1 R_2) / R_1+ R_2$

Están en paralelo

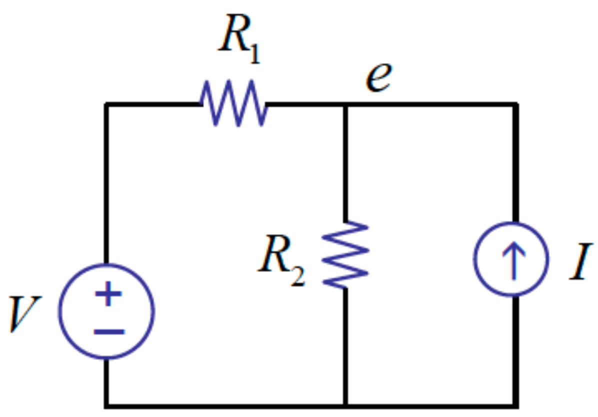


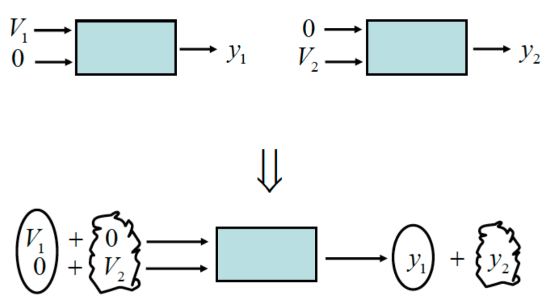
de donde:

$$I_1 = \frac{V_T}{R_1} = I\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

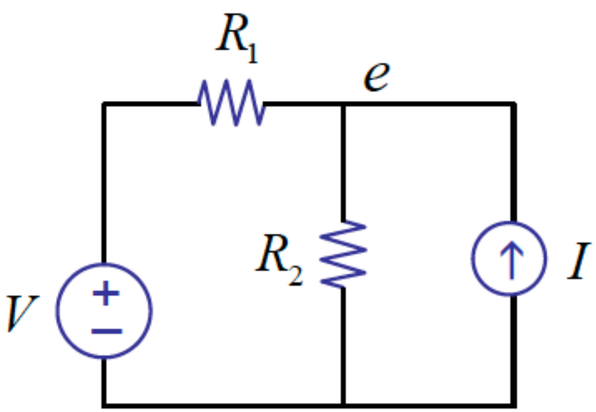
4. Teorema de superposición

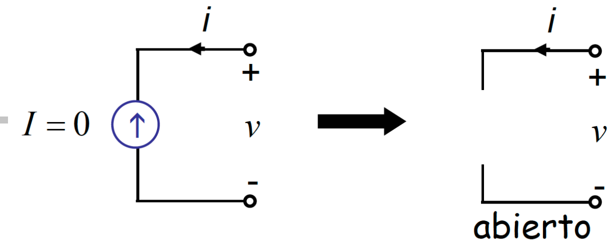
La respuesta* de un circuito lineal se determina mediante la suma de las respuestas de cada fuente independiente actuando por separado.



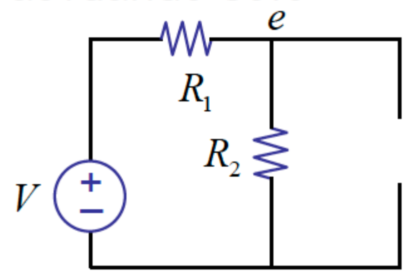


4. Teorema de superposición Ejemplo



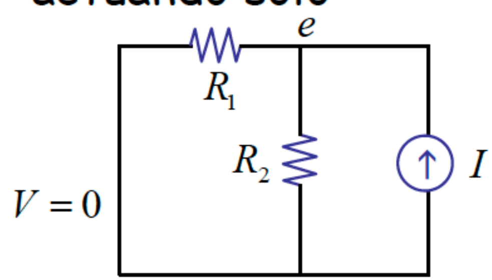


V actuando solo

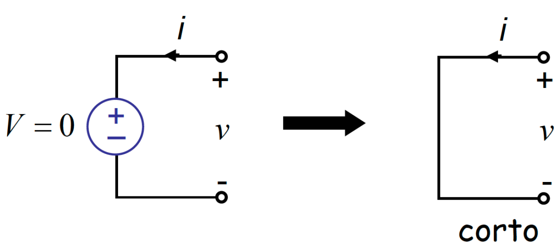


$$e_V = \frac{R_2}{R_1+R_2}V$$

I actuando solo



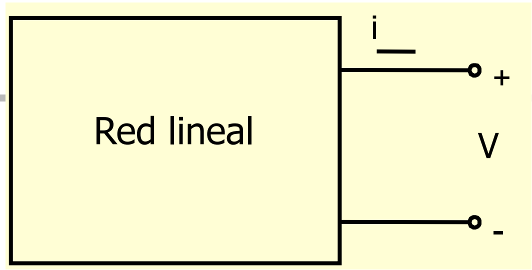
$$e_I = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I$$



suma $\longrightarrow$ superposición

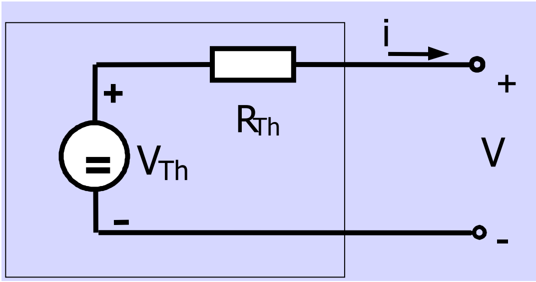
$$e = e_V + e_I = \frac{R_2}{R_1+R_2}V + \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I$$

5. Teoremas de Thevenin y Norton



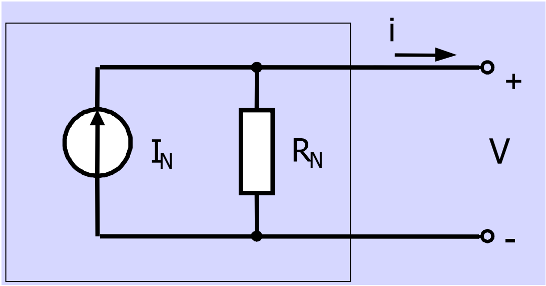
THEVENIN

- Un circuito o parte de un circuito lineal comprendido entre dos terminales puede ser sustituido por un circuito equivalente formado por un generador de tensión y una resistencia en serie.



NORTON

- Un circuito o parte de un circuito lineal comprendido entre dos terminales puede ser sustituido por un circuito equivalente formado por un fuente de corriente y una resistencia en paralelo.



V_{Th} es la tensión de Thévenin
I_N es la corriente de Norton.
R_{TH} es la resistencia de Thévenin
R_N es la resistencia de Norton.
Estos tres circuitos vistos desde los terminales, son equivalentes

5. Teoremas de Thevenin y Norton. Cálculo.

CALCULO DE V_{TH}, R_{TH}, I_N y R_N

1. Dejamos en circuito abierto los circuitos a), b) y c).

Para que sean equivalentes entre terminales deben tener la misma tensión y la misma corriente en los terminales.

En a) la tensión entre terminales es V_{oc}.

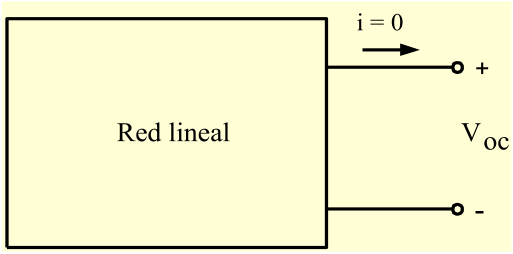
En b) la tensión entre terminales es:

$$V_{oc} = V_{TH}$$

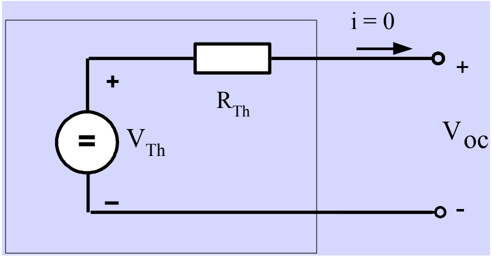
En c) la tensión entre terminales es:

$$V_{oc} = I_N . R_N$$

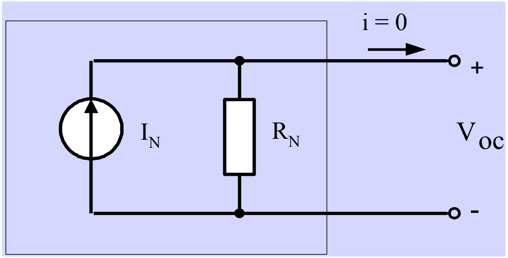
$$V_{oc} = V_{TH} = I_N . R_N$$



a)



b)

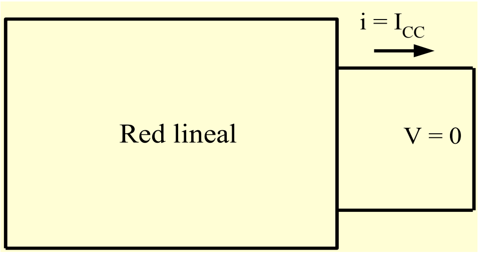


c)

5. Teoremas de Thevenin y Norton. Cálculo.

2. Cortocircuitamos los terminales en los circuitos a), b) y c)

Para que sean equivalentes entre terminales deben tener la misma tensión y la misma corriente en los terminales

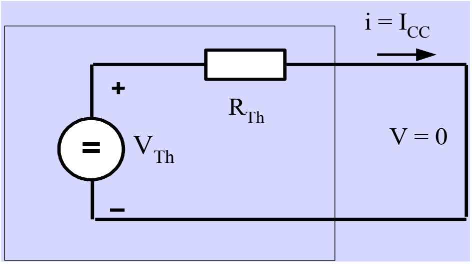


a)

En a) la corriente de corto circuito es: Icc

En b) la corriente de corto circuito es:

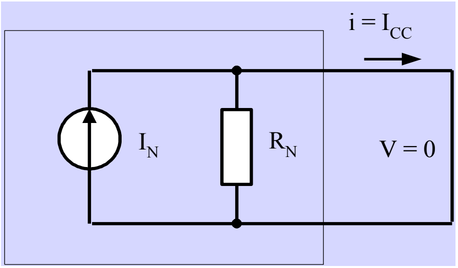
$$i = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$



b)

En c) la corriente de corto circuito es:

$$i = I_N$$



c)

$$I_{CC} = I_N = V_{TH}/R_{TH}$$

5. Teoremas de Thevenin y Norton. Cálculo.

$V_{oc} = V_{Th} = I_N . R_N$ y $I_{cc} = I_N = V_{TH}/R_{TH}$ $\rightarrow R_{Th} = R_N = V_{TH}/I_N = V_{oc}/I_{cc}$

La fuente de tensión en el circuito equivalente Thevenin debe ser igual a la tensión en circuito abierto del circuito original.
La fuente de corriente en el circuito equivalente Norton debe ser igual a la corriente de cortocircuito del circuito original.
Las resistencias de Thevenin y Norton son iguales $R_{Th} = R_N$. La resistencia de Thevenin (Norton) se calcula como el cociente V_{oc}/I_{cc}.
La tensión en circuito abierto, la corriente en cortocircuito y la resistencia $R_{Th} = R_N$ están relacionadas por la ley de Ohm: $\mathbf{V_{TH} = I_{cc} . R_{TH}}$

Método para hallar la resistencia Thevenin (o Norton):

1. Se eliminan las fuentes de tensión (se cortocircuitan)
2. Se eliminan las fuentes de corriente (se dejan en circuito abierto)

5. Teoremas de Thevenin y Norton. Ejemplo.

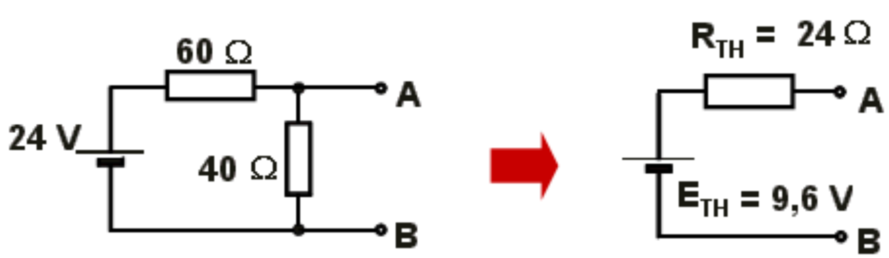
- **Calcular el equivalente Thevenin y Norton entre los puntos A y B en el circuito de la figura:**

1. Calculamos la tensión en circuito abierto, V_{oc} , aplicando la fórmula del divisor de tensión:
   V_{oc} = 24*40/(40+60) = 9,6 V
   esta es la tensión de Thevenin, luego **V_{th}= 9,6 V.**
2. Calculamos la corriente de cortocircuito:
   La resistencia de 40 Ohm queda cortocircuitada, I_{cc} = 24/60 = 0,4 A.
   Luego **R_{th}** = V_{oc}/I_{cc} = 9,6 V / 0,4 A = **24 Ohm**

También podemos calcular R_{th} eliminando todas las fuentes independientes y ver la resistencia entre terminales A y B, resulta:

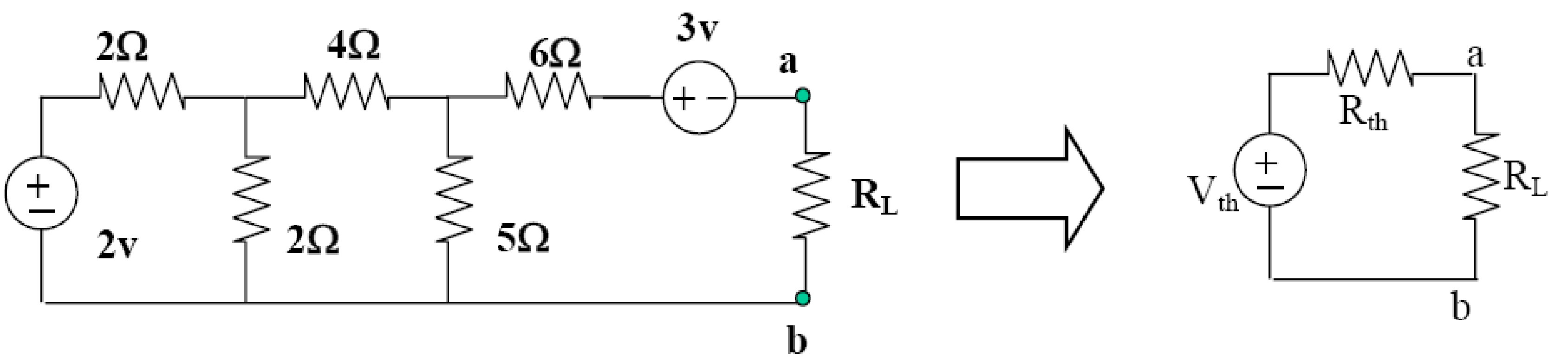
Eliminando la fuente de 24 V (se cortocircuita) entre A y B vemos el paralelo de 60 Ohm y 40 Ohm.

R_{th} = 60*40/(60+40) = 240/100 = 24 Ohm.

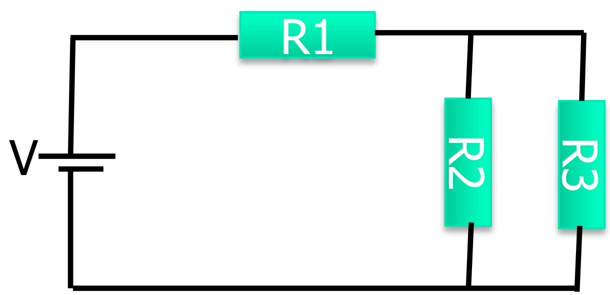


5. Teoremas de Thevenin y Norton: Ejemplo

Calcular el equivalente Thevenin entre los puntos a y b



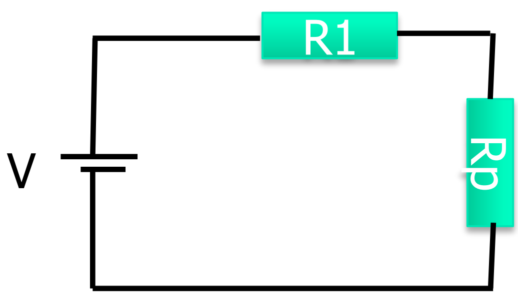
Ejemplo: calcular VR_3.



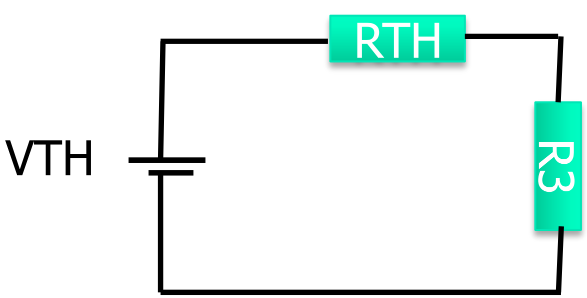
Necesitamos plantear tres ecuaciones porque tenemos 3 incógnitas.
-V +v VR1 + VR2 = 0
-VR2 + VR3 = 0
IR1-IR2-IR3 = 0 → VR1/R1 – VR2/R2 – VR3/R3 = 0
3 ecuaciones con tres incognitas

$$\begin{Bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1/R1 & -1/R2 & -1/R3 \end{Bmatrix} \begin{matrix} VR1 \\ VR2 \\ VR3 \end{matrix} = \begin{matrix} V \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$$

Regla de Cramer para calcular VR1, VR2 y VR3.
Demasiados cálculos…



1º alternativa
Aplicamos resistencias en paralelo: R2//R3 .
Podemos calcular VRp como un simple divisor de tensión. Como están en paralelo tienen la misma tensión.
VR1 = V - VRP
Si cambia R3 hay que volver a calcular todo.



2º alternativa
Calculamos el equivalente de Thevenin, quitando R3.
VTH se calcula como un divisor de tensión: VTH= V * R2/(R1+R2)
RTH = R1//R2
VR3 se calcula como un divisor de tensión. Si cambia R3 el equivalente de Thevenin no cambia y VR3 se calcula como antes.