Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Sesión 3
FNC
Resolución

Departamento de Informática
Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Oviedo

L0. Paso a FNC

1. Escribe la FNC de las fórmulas:
   a) $\neg(p \wedge (\neg q \rightarrow \neg r))$
   b) $\neg p \vee q \rightarrow \neg(q \wedge r)$
   c) $\neg((p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r)$
   d) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$

b) $\neg p \vee q \rightarrow \neg(q \wedge r)$	$\equiv$	{Eliminamos $\rightarrow$}
$\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(q \wedge r)$	$\equiv$	{Introducimos $\neg$. De Morgan}
$(\neg \neg p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee \neg r)$	$\equiv$	{Simplificamos $\neg \neg$}
$(p \wedge \neg q) \vee (\neg q \vee \neg r)$	$\equiv$	{P.D}
$(p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg q \vee \neg r)$	$\equiv$	{Simplificamos}
$(p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg r)$	$\equiv$	{Absorción, $(A \vee B) \wedge B \equiv B$}
$\neg q \vee \neg r$		

L0. Paso a FNC

1. Escribe la FNC de las fórmulas:

a) $\neg(p \wedge (\neg q \rightarrow \neg r))$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$\neg(p \wedge (\neg \neg q \vee \neg r))$ $\equiv$ {Simplificamos $\neg \neg$}

$\neg(p \wedge (q \vee \neg r))$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$. De Morgan}

$(\neg p \vee \neg (q \vee \neg r))$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$. De Morgan}

$(\neg p \vee (\neg q \wedge \neg \neg r))$ $\equiv$ {Simplificamos $\neg \neg$}

$(\neg p \vee (\neg q \wedge r))$ $\equiv$ {P.D}

$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r)$

c) $\neg((p \wedge \neg q) \rightarrow \neg r)$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$\neg(\neg(p \wedge \neg q) \vee \neg r)$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$}

$(\neg \neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg \neg r)$ $\equiv$ {Simplificamos $\neg \neg$}

$(p \wedge \neg q \wedge r)$

d) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$\neg(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$}

$(\neg p \vee \neg q) \vee (r \wedge s)$ $\equiv$ {P.D}

$(\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee s)$

L0. Paso a FNC

2. Escribe las formas normales conjuntivas de las fórmulas:

   a) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \rightarrow \neg p)$
   b) $\neg(p \leftrightarrow \neg q)$
   c) $(p \rightarrow q) \wedge ((q \rightarrow r) \rightarrow r)$
   d) $\neg((p \rightarrow q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$
   e) $\neg((p \leftrightarrow q) \rightarrow r)$
   f) $\neg(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \vee r)$
   g) $(p \rightarrow r \vee s) \wedge (r \rightarrow s) \wedge \neg(p \rightarrow s)$

A la vista de las formas normales:

a) Decide si son válidas; en caso contrario, determina una interpretación que las haga falsas;
b) Decide si son insatisfacibles; en caso contrario, determina una interpretación que sea modelo (que las haga verdad)

a) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (q \rightarrow \neg p) \equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg q \vee \neg p) \equiv$ {Simplificamos}

$(\neg p \vee \neg q)$

No es válida. I={p:V, q:V}
No es insatisfacible. J={p:F, q:V}

L0. Paso a FNC

b) $\neg(p \leftrightarrow \neg q)$ $\equiv$ {Eliminamos $\leftrightarrow$}

$\neg[(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow p)]$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$} {Simplificamos $\neg\,\neg$}

$\neg[(\neg\, p \vee \neg q) \wedge (q \vee p)]$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$} {Simplificamos $\neg\,\neg$}

$[(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge \neg p)]$ $\equiv$ {P.D}

$[(p \vee \neg\, q) \wedge (p \vee \neg\, p) \wedge (q \vee \neg\, q) \wedge (q \vee \neg\, p)]$ $\equiv$ {Simplificamos Disy. Literal y su opuesto}

$(p \vee \neg\, q) \wedge (q \vee \neg\, p)$

No es válida. I={p:F, q:V}
No es insatisfacible. J={p:F, q:F}

c) $(p \rightarrow q) \wedge ((q \rightarrow r) \rightarrow r)$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$(\neg\, p \vee q) \wedge (\neg(\neg\, q \vee r) \vee r)$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$} {Simplificamos $\neg\,\neg$}

$(\neg\, p \vee q) \wedge ((q \wedge \neg\, r) \vee r)$ $\equiv$ {P.D}

$(\neg\, p \vee q) \wedge (q \vee r) \wedge (\neg\, r \vee r)$ $\equiv$ {Simplificamos Disy. Literal y su opuesto}

$(\neg\, p \vee q) \wedge (q \vee r)$

No es válida. I={p:V, q:F, r:V}
No es insatisfacible. J={p:V, q:V, r:V}

L0. Paso a FNC

d) $\neg((p \rightarrow q \wedge \neg r) \rightarrow (p \rightarrow q))$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$\neg(\neg(\neg p \vee (q \wedge \neg r)) \vee (\neg p \vee q))$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$} {Simplificamos $\neg\neg$}

$((\neg p \vee (q \wedge \neg r)) \wedge \neg(\neg p \vee q))$ $\equiv$ {P.D}

$(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg r) \wedge \neg(\neg p \vee q)$ $\equiv$ {Simplificamos Conj. G $\wedge \neg$ G Falso}

Falsa

Es insatisfacible.

e) $\neg((p \leftrightarrow q) \rightarrow r)$ $\equiv$ {Eliminamos $\leftrightarrow$}

$\neg(((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow r)$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$\neg(\neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)) \vee r)$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$} {Simplificamos $\neg\neg$}

$(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \wedge \neg r$

No es válida. I={p:V, q:V, r:V}
No es insatisfacible. J={p:V, q:V, r:F}

L0. Paso a FNC

f) $\neg(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \vee r)$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$}

$(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \vee (p \wedge q \vee r)$ $\equiv$ {P.D} ¡OjO! $(p \wedge q \vee r)$ es $((p \wedge q) \vee r)$

$(\neg p \vee \neg q \vee \neg r) \vee ((p \vee r) \wedge (q \vee r))$ $\equiv$ {P.D}

$(\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee p \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee q \vee r)$ $\equiv$ {Simplificamos Disy. lit y su opuesto}

Verdad

Es Válida.

g) $(p \rightarrow r \vee s) \wedge (r \rightarrow s) \wedge \neg(p \rightarrow s)$ $\equiv$ {Eliminamos $\rightarrow$}

$(\neg p \vee r \vee s) \wedge (\neg r \vee s) \wedge \neg(\neg p \vee s)$ $\equiv$ {Introducimos $\neg$} {Simplificamos $\neg \neg$}

$(\neg p \vee r \vee s) \wedge (\neg r \vee s) \wedge p \wedge \neg s$

Para todas las interpretaciones en las que p:F la fórmula es Falsa.
Para todas las interpretaciones en las que s:V la fórmula es Falsa.
Para las interpretaciones en las que p:V y s:F, sea r:V o r:F, la fórmula es Falsa
Por tanto la fórmula es siempre falsa (podríamos comprobarlo con una Tabla de Verdad)

Es insatisfacible.

Otra forma de ver que la fórmula es insatisfacible es pasando de FNC a FND. Para ello, aplicaríamos la **P.D**, pasaríamos a FND y simplificaríamos. Fíjate que $(p \wedge \neg s)$ ya es una conjunción de literales. Sería así:

$[(\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge s) \vee (r \wedge \neg r) \vee (r \wedge s) \vee (s \wedge \neg r) \vee (s \wedge s)] \wedge (p \wedge \neg s)$ $\equiv$ {P.D}

$(\neg p \wedge \neg r \wedge p \wedge \neg s) \vee (\neg p \wedge s \wedge p \wedge \neg s) \vee (r \wedge \neg r \wedge p \wedge \neg s) \vee (r \wedge s \wedge p \wedge \neg s) \vee$
$(s \wedge \neg r \wedge p \wedge \neg s) \vee (s \wedge s \wedge p \wedge \neg s)$ $\equiv$ {Simplificamos}

Falsa

L0. Resolución

3. El gabinete de asesores económicos del presidente redacta el siguiente informe:

   Si la inversión privada permanece constante, entonces aumenta el gasto público o surge el paro.

   Si no aumenta el gasto público, pueden rebajarse los impuestos.

   Si la inversión privada permanece constante o los impuestos pueden rebajarse, entonces no surge el paro.

   Por tanto, si la inversión privada permanece constante, entonces aumenta el gasto público.

   Ante este galimatías, el presidente le pide a su asesor lógico (es decir, tú), que decida si los asesores económicos tienen razón o no. Para responderle, tras formalizar esta argumentación en lógica proposicional, emplea resolución para decidir si es o no correcta

$$\{ p \rightarrow q \vee r, \neg q \rightarrow s, p \vee s \rightarrow \neg r\} \vDash p \rightarrow q$$

L0. Resolución

$\{ p \to q \vee r, \neg q \to s, p \vee s \to \neg r\} \vDash p \to q$ **¿Correcto?**

1. Pasar premisas a FNC y obtener su FC.
2. Negar la conclusión, pasarla a FNC y obtener su FC.
3. Aplicar la regla de resolución tratando de derivar la cláusula vacía ($\square \equiv$Falso). Si se deriva cláusula vacía, el conjunto de cláusulas inconsistente y por el Teorema II de la consecuencia lógica el razonamiento correcto.

> **Teorema** (Consecuencia Lógica II)
>
> $\{P_1, P_2, \dots P_n\} \vDash Q$ si y sólo si $\{P_1, P_2, \dots P_n, \neg Q\}$ es inconsistente

P1: $p \to q \vee r \equiv \neg p \vee q \vee r$ → 1 cláusula

P2: $\neg q \to s \equiv \neg \neg q \vee s \equiv q \vee s$ → 1 cláusula

P3: $p \vee s \to \neg r \equiv \neg(p \vee s) \vee \neg r \equiv (\neg p \wedge \neg s) \vee \neg r \equiv (\neg p \vee \neg r) \wedge (\neg s \vee \neg r)$ → 2 cláusulas

¬Q: $\neg (p \to q) \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv p \wedge \neg q$ → 2 cláusulas

Conjunto de Cláusulas: $\{\neg p \vee q \vee r, q \vee s, \neg p \vee \neg r, \neg s \vee \neg r, p, \neg q\}$

¿Inconsistente?

L0. Resolución

$\{ p \to q \vee r, \neg q \to s, p \vee s \to \neg r\} \vDash p \to q$ **¿Correcto?**

$\{\neg p \vee q \vee r, q \vee s, \neg p \vee \neg r, \neg s \vee \neg r, p, \neg q\}$ **¿Inconsistente?**

$\neg p \vee q \vee r$ $\neg q$

Cada resolvente se añade al conjunto

$\neg p \vee r$ $\neg p \vee \neg r$ $\{\neg p \vee q \vee r, q \vee s, \neg p \vee \neg r, \neg s \vee \neg r, p, \neg q, \neg p \vee r\}$

$\neg p$ p $\{\neg p \vee q \vee r, q \vee s, \neg p \vee \neg r, \neg s \vee \neg r, p, \neg q, \neg p \vee r, \neg p \}$

$\square$ $\{\neg p \vee q \vee r, q \vee s, \neg p \vee \neg r, \neg s \vee \neg r, p, \neg q, \neg p \vee r, \neg p, \square \}$

L0. Resolución

$\{ p \to q \vee r, \neg q \to s, p \vee s \to \neg r\} \vDash p \to q$ **¿Correcto?**

$\{\neg p \vee q \vee r, q \vee s, \neg p \vee \neg r, \neg s \vee \neg r, p, \neg q\}$ **¿Inconsistente?**

$\neg p \vee q \vee r \qquad \neg q$

$\neg p \vee r \qquad \neg p \vee \neg r$

$\neg p \qquad p$

$\square$

$\{\neg p \vee q \vee r, q \vee s, \neg p \vee \neg r, \neg s \vee \neg r, p, \neg q\} \vdash \square$

Conjunto Inconsistente

$\Downarrow$

$\{ p \to q \vee r, \neg q \to s, p \vee s \to \neg r\} \vDash p \to q$

Raz. Correcto

L0. Resolución

4. Demuestra, mediante resolución, que los siguientes razonamientos son correctos:

   a. $\{ p \wedge (q \rightarrow (p \rightarrow s)), p \rightarrow q \wedge r \} \vDash p \rightarrow s$
   b. $\{ p \rightarrow (q \rightarrow r), r \wedge s \rightarrow t, (s \rightarrow t) \rightarrow w \} \vDash p \rightarrow (q \rightarrow w)$
   c. $\{ p \rightarrow (q \rightarrow r \wedge (s \vee t)), p \wedge (s \rightarrow m), q \wedge (t \rightarrow h \wedge n) \} \vDash m \vee h$
   d. $\{\neg(p \wedge q) \rightarrow r \wedge \neg s, r \wedge \neg s \rightarrow t, \neg t \} \vDash \neg(p \rightarrow \neg q)$
   e. $\{ p \vee q \rightarrow \neg p, \neg q\} \vDash \neg p$
   f. $p \wedge q \vDash \neg\neg p$
   g. $\{ q \vee \neg r \leftrightarrow p, q \rightarrow \neg r, \neg r \rightarrow s \} \vDash p \wedge \neg r \rightarrow s$
   h. $\{ r \vee \neg q \rightarrow s \wedge \neg r, s \vee \neg r \rightarrow q, p \rightarrow \neg q\} \vDash \neg(\neg r \wedge p)$
   i. $\{ \neg p \rightarrow q, p \rightarrow \neg r \} \vDash r \rightarrow q$

L0. Resolución

a) $\{ p \wedge (q \rightarrow (p \rightarrow s)), p \rightarrow q \wedge r \} \vDash p \rightarrow s$ **¿Correcto?**

$p \wedge (q \rightarrow (p \rightarrow s)) \equiv p \wedge (\neg q \vee \neg p \vee s)$

$p \rightarrow q \wedge r \equiv \neg p \vee (q \wedge r) \equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)$

$\neg(p \rightarrow s) \equiv \neg(\neg p \vee s) \equiv p \wedge \neg s$

$\{p, \neg q \vee \neg p \vee s, \neg p \vee q, \neg p \vee r, \neg s\}$ **¿Inconsistente?**

$\neg q \vee \neg p \vee s$ $\quad$ $\neg p \vee q$

$\neg p \vee s$ $\quad$ p

s $\quad$ $\neg s$

$\square$

Representación alternativa

1. p
2. $\neg q \vee \neg p \vee s$
3. $\neg p \vee q$
4. $\neg p \vee r$
5. $\neg s$
6. $\neg p \vee s$ Res(2,3)
7. s Res(1,6)
8. $\square$ Res(5,7)

Conjunto Inconsistente ➡ **Raz. Correcto**

L0. Resolución

b) $\{ p \to (q \to r), r \land s \to t, (s \to t) \to w \} \models p \to (q \to w)$ **¿Correcto?**

$p \to (q \to r) \equiv \neg p \lor \neg q \lor r$

$r \land s \to t \equiv \neg r \lor \neg s \lor t$

$(s \to t) \to w \equiv \neg(\neg s \lor t) \lor w \equiv (s \land \neg t) \lor w \equiv (s \lor w) \land (\neg t \lor w)$

$\neg(p \to (q \to w)) \equiv \neg(\neg p \lor \neg q \lor w) \equiv p \land q \land \neg w$

$\{\neg p \lor \neg q \lor r, \neg r \lor \neg s \lor t, s \lor w, \neg t \lor w, p, q, \neg w\}$ **¿Inconsistente?**

$\neg p \lor \neg q \lor r \qquad p$

$\neg q \lor r \qquad q$

$r \qquad \neg r \lor \neg s \lor t$

$\neg s \lor t \qquad \neg t \lor w$

$\neg s \lor w \qquad s \lor w$

$w \qquad \neg w$

$\square$

Conjunto Inconsistente

⇓

Raz. Correcto

L0. Resolución

c) $\{ p \rightarrow (q \rightarrow r \wedge (s \vee t)), p \wedge (s \rightarrow m), q \wedge (t \rightarrow h \wedge n) \} \vDash m \vee h$ **¿Correcto?**

$p \rightarrow (q \rightarrow r \wedge (s \vee t)) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee (r \wedge (s \vee t))) \equiv (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee s \vee t)$

$p \wedge (s \rightarrow m) \equiv p \wedge (\neg s \vee m)$

$q \wedge (t \rightarrow h \wedge n) \equiv q \wedge (\neg t \vee (h \wedge n)) \equiv q \wedge (\neg t \vee h) \wedge (\neg t \vee n)$

$\neg(m \vee h) \equiv \neg m \wedge \neg h$

$\{\neg p \vee \neg q \vee r, \neg p \vee \neg q \vee s \vee t, p, \neg s \vee m, q, \neg t \vee h, \neg t \vee n, \neg m, \neg h \}$ **¿Inconsistente?**

$$\underbrace{\neg p \vee \neg q \vee s \vee t \qquad p}_{\neg q \vee s \vee t}$$

$$\underbrace{\neg q \vee s \vee t \qquad \neg s \vee m}_{\neg q \vee t \vee m}$$

$$\underbrace{\neg q \vee t \vee m \qquad \neg m}_{\neg q \vee t}$$

$$\underbrace{\neg q \vee t \qquad q}_{t} \qquad \underbrace{\neg t \vee h \qquad \neg h}_{\neg t}$$

$$\underbrace{t \qquad \neg t}_{\square}$$

Conjunto Inconsistente

$\Downarrow$

Raz. Correcto

L0. Resolución

d) $\{\neg(p \wedge q) \rightarrow r \wedge \neg s,\ r \wedge \neg s \rightarrow t,\ \neg t\} \models \neg(p \rightarrow \neg q)$ **¿Correcto?**

$\neg(p \wedge q) \rightarrow r \wedge \neg s \equiv (p \wedge q) \vee (r \wedge \neg s) \equiv (p \vee r) \wedge (p \vee \neg s) \wedge (q \vee r) \wedge (q \vee \neg s)$

$r \wedge \neg s \rightarrow t \equiv \neg r \vee s \vee t$

$\neg t$

$\neg(\neg(p \rightarrow \neg q)) \equiv \neg p \vee \neg q$

$\{p \vee r,\ p \vee \neg s,\ q \vee r,\ q \vee \neg s,\ \neg r \vee s \vee t,\ \neg t,\ \neg p \vee \neg q\}$ **¿Inconsistente?**

$$\underbrace{p \vee r \qquad \neg p \vee \neg q}_{r \vee \neg q}$$

$$\underbrace{r \vee \neg q \qquad q \vee r}_{r}$$

$$\underbrace{r \qquad \neg r \vee s \vee t}_{s \vee t}$$

$$\underbrace{s \vee t \qquad \neg t}_{s}$$

$$\underbrace{p \vee \neg s \qquad \neg p \vee \neg q}_{\neg s \vee \neg q}$$

$$\underbrace{\neg s \vee \neg q \qquad q \vee \neg s}_{\neg s}$$

$$\underbrace{s \qquad \neg s}_{\square}$$

Conjunto Inconsistente ➡ **Raz. Correcto**

L0. Resolución

e) $\{ p \vee q \rightarrow \neg p, \neg q\} \vDash \neg p$ **¿Correcto?**

$p \vee q \rightarrow \neg p \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee \neg p \equiv \neg p$

$\neg q$

$\neg(\neg p) \equiv p$

$\{\neg p, \neg q, p\}$ **¿Inconsistente?**

$$\underbrace{\neg p \qquad\qquad p}_{\square}$$

Conjunto Inconsistente

Raz. Correcto

f) $p \wedge q \vDash \neg\neg p$ **¿Correcto?**

$p \wedge q$

$\neg(\neg\neg p) \equiv \neg p$

$\{p, q, \neg p\}$ **¿Inconsistente?**

Conjunto Inconsistente

$$\underbrace{\neg p \qquad\qquad p}_{\square}$$

Raz. Correcto

L0. Resolución

g) $\{ q \lor \neg r \leftrightarrow p,\ q \to \neg r,\ \neg r \to s \} \vDash p \land \neg r \to s$ **¿Correcto?**

$$q \lor \neg r \leftrightarrow p \equiv (q \lor \neg r \to p) \land (p \to q \lor \neg r) \equiv ((\neg q \land r) \lor p) \land (\neg p \lor q \lor \neg r) \equiv$$

$$(\neg q \lor p) \land (r \lor p) \land (\neg p \lor q \lor \neg r)$$

$$q \to \neg r \equiv \neg q \lor \neg r$$

$$\neg r \to s \equiv r \lor s$$

$$\neg(p \land \neg r \to s) \equiv \neg(\neg (p \land \neg r) \lor s) \equiv (p \land \neg r \land \neg s)$$

$\{\neg q \lor p,\ r \lor p,\ \neg p \lor q \lor \neg r,\ \neg q \lor \neg r,\ r \lor s,\ p,\ \neg r,\ \neg s\}$ **¿Inconsistente?**

$$\underbrace{\underbrace{r \lor s \qquad\qquad \neg r}_{s} \qquad\qquad \neg s}_{\square}$$

Conjunto Inconsistente

$\Downarrow$

Raz. Correcto

L0. Resolución

h) $\{ r \vee \neg q \rightarrow s \wedge \neg r,\ s \vee \neg r \rightarrow q,\ p \rightarrow \neg q\} \models \neg(\neg r \wedge p)$ **¿Correcto?**

$r \vee \neg q \rightarrow s \wedge \neg r \equiv (\neg r \wedge q) \vee (s \wedge \neg r) \equiv (\neg r \vee s) \wedge (\neg r \vee \neg r) \wedge (q \vee s) \wedge (q \vee \neg r)$

$\equiv (\neg r \vee s) \wedge (\neg r) \wedge (q \vee s) \wedge (q \vee \neg r) \equiv (\neg r) \wedge (q \vee s) \wedge (q \vee \neg r) \equiv (\neg r) \wedge (q \vee s)$

$s \vee \neg r \rightarrow q \equiv (\neg s \wedge r) \vee q \equiv (\neg s \vee q) \wedge (r \vee q)$

$p \rightarrow \neg q \equiv \neg p \vee \neg q$

$\neg(\neg(\neg r \wedge p)) \equiv \neg r \wedge p$

$\{\neg r,\ q \vee s,\ \neg s \vee q,\ r \vee q,\ \neg p \vee \neg q,\ \neg r,\ p\}$ **¿Inconsistente?**

$$\underbrace{q \vee s \qquad \neg s \vee q}_{q}$$

$$\underbrace{q \qquad \neg p \vee \neg q}_{\neg p}$$

$$\underbrace{\neg p \qquad p}_{\square}$$

Conjunto Inconsistente

⬇

Raz. Correcto

L0. Resolución

i) $\{ \neg p \rightarrow q,\ p \rightarrow \neg r \} \vDash\ r \rightarrow q$ **¿Correcto?**

$\neg p \rightarrow q \equiv p \vee q$

$p \rightarrow \neg r \equiv \neg p \vee \neg r$

$\neg(r \rightarrow q) \equiv \neg (\neg r \vee q) \equiv r \wedge \neg q$

$\{p \vee q,\ \neg p \vee \neg r,\ r,\ \neg q\}$ **¿Inconsistente?**

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{p \vee q \qquad \neg q}_{p} \qquad \neg p \vee \neg r}_{\neg r} \qquad r}_{\square}$$

Conjunto Inconsistente

⇓

Raz. Correcto

L0. Resolución

5. Probar, por resolución, que el siguiente conjunto de cláusulas

$$\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q,\ \neg r,\ p\}$$

es inconsistente. A partir de esta prueba, ¿cuáles de los siguientes razonamientos son correctos?

a. $\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q,\ \neg r\} \vDash p$

b. $\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q\} \vDash \neg p \wedge r$

c. $\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg r,\ p\} \vDash s \wedge q$

L0. Resolución

$\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q,\ \neg r,\ p\}$

$\neg p \vee q \qquad \neg s \vee \neg q$

$\neg p \vee \neg s \qquad r \vee s$

$\neg p \vee r \qquad \neg r$

$\neg p \qquad p$

$\square$

a) $\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q,\ \neg r\} \vDash p$

$\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q,\ \neg r,\ \neg p\}$

La prueba no demuestra que sea correcto

b) $\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q\} \vDash \neg p \wedge r$

$\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg s \vee \neg q,\ p \vee \neg r\}$

La prueba no demuestra que sea correcto

c) $\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg r,\ p\} \vDash s \wedge q$

$\{\neg p \vee q,\ r \vee s,\ \neg r,\ p,\ \neg s \vee \neg q\}$

La prueba demuestra que es correcto

L0. Resolución

6. Compruébese si los razonamientos siguientes son correctos o no utilizando resolución:

   a. *“El mayordomo y el cocinero no pueden ser ambos inocentes. O el mayordomo está mintiendo o el cocinero es inocente. Por tanto, el mayordomo miente o es culpable”*

   b. *“Si no especifico las condiciones iniciales mi programa no comenzará. Habré programado un ciclo infinito sólo si el programa no termina. Basta que el programa no comience o no finalice para que falle. De ahí que sea necesario no solamente especificar las condiciones iniciales sino también no programar un ciclo infinito para que el programa no falle”.*

   c. *“Si llueve no voy de fiesta. Voy al cine cuando llueve. Voy al cine. Por tanto no voy de fiesta”*

L0. Resolución

a. *"El mayordomo y el cocinero no pueden ser ambos inocentes. O el mayordomo está mintiendo o el cocinero es inocente. Por tanto, el mayordomo miente o es culpable"*

$\{ (p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q), r \vee q \} \vDash r \vee \neg p$ ¿Correcto?

$(p \vee q) \wedge \neg (p \wedge q) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$r \vee q$

$\neg(r \vee \neg p) \equiv \neg r \wedge p$

$\{p \vee q, \neg p \vee \neg q, r \vee q, \neg r, p\}$ ¿Inconsistente? (Tma. Consecuencia Lógica II)

$\neg p \vee \neg q \qquad r \vee q$

$\neg p \vee r \qquad \neg r$

$\neg p \qquad p$

$\square$

Conjunto Inconsistente

⬇

Raz. Correcto

L0. Resolución

b. *“Si no especifico las condiciones iniciales mi programa no comenzará. Habré programado un ciclo infinito sólo si el programa no termina. Basta que el programa no comience o no finalice para que falle. De ahí que sea necesario no solamente especificar las condiciones iniciales sino también no programar un ciclo infinito para que el programa no falle”.*

$\{\neg p \rightarrow \neg q, r \rightarrow \neg s, \neg q \vee \neg s \rightarrow t\} \vDash \neg t \rightarrow p \wedge \neg r$ ¿Correcto?

$\neg p \rightarrow \neg q \equiv p \vee \neg q$

$r \rightarrow \neg s \equiv \neg r \vee \neg s$

$\neg q \vee \neg s \rightarrow t \equiv (q \wedge s) \vee t \equiv (q \vee t) \wedge (s \vee t)$

$\neg(\neg t \rightarrow p \wedge \neg r) \equiv \neg t \wedge (\neg p \vee r)$

$\{p \vee \neg q, \neg r \vee \neg s, q \vee t, s \vee t, \neg t, \neg p \vee r\}$ ¿Inconsistente?

(Tma. Consecuencia Lógica II)

L0. Resolución

$\{\neg p \to \neg q,\ r \to \neg s,\ \neg q \lor \neg s \to t\} \vDash \neg t \to p \land \neg r$ ¿Correcto?

$\{p \lor \neg q,\ \neg r \lor \neg s,\ q \lor t,\ s \lor t,\ \neg t,\ \neg p \lor r\}$ ¿Inconsistente?

1. $p \lor \neg q$
2. $\neg r \lor \neg s$
3. $q \lor t$
4. $s \lor t$
5. $\neg t$
6. $\neg p \lor r$
7. $p \lor t$ Res(1,3)
8. p Res(5,7)
9. r Res(6,8)
10. $\neg s$ Res(2,9)
11. t Res(4,10)
12. $\square$ Res(5,11)

$$\underbrace{p \lor \neg q \qquad q \lor t}_{p \lor t}$$

$$\underbrace{p \lor t \qquad \neg t}_{p}$$

$$\underbrace{p \qquad \neg p \lor r}_{r}$$

$$\underbrace{r \qquad \neg r \lor \neg s}_{\neg s}$$

$$\underbrace{\neg s \qquad s \lor t}_{t}$$

$$\underbrace{t \qquad \neg t}_{\square}$$

Conjunto Inconsistente

⬇

Raz. Correcto

L0. Resolución

c. *"Si llueve no voy de fiesta. Voy al cine cuando llueve. Voy al cine. Por tanto no voy de fiesta"*

$\{ p \rightarrow \neg q, p \rightarrow r, r \} \vDash \neg q$ ¿Correcto?

$p \rightarrow \neg q \equiv \neg p \vee \neg q$

$p \rightarrow r \equiv \neg p \vee r$

r

$\neg(\neg q) \equiv q$

$\{\neg p \vee \neg q , \neg p \vee r, r, q\}$ ¿Inconsistente? (Tma. Consecuencia Lógica II)

Literales puros: $\neg p, r$

No es posible derivar □, luego **Conjunto NO Inconsistente** y **Razonamiento NO Correcto**.

L0. Resolución

7. Paradoja de los caníbales:

   Los caníbales le dicen a su víctima que le van a asar o le van a freír, pero no ambas; si adivina lo que van a hacerle de las dos cosas, entonces lo asarán, y si no lo adivina, entonces le freirán. La víctima responde que le van a freír.

¿Sabrías formalizar esta paradoja y justificar que los caníbales, que no son mentirosos, no se pueden comer a su víctima?

p: Los caníbales van a asar a su víctima
q: Los caníbales van a freír a su víctima
r: La víctima dice que le van a asar
s: La víctima dice que le van a freír

$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$, Equivalente $(p \leftrightarrow \neg q))$

$\{(r \wedge p) \vee (s \wedge q) \rightarrow p\} \wedge \{(r \wedge q) \vee (s \wedge p) \rightarrow q\}$

s

L0. Resolución

$(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q) \equiv (p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$\{(r \wedge p) \vee (s \wedge q) \to p\} \wedge \{(r \wedge q) \vee (s \wedge p) \to q\} \equiv \{\neg(r \wedge p) \wedge \neg(s \wedge q) \vee p\} \wedge$
$\{\neg(r \wedge q) \wedge \neg(s \wedge p) \vee q\} \equiv \{((\neg r \vee \neg p) \wedge (\neg s \vee \neg q)) \vee p\} \wedge \{((\neg r \vee \neg q) \wedge (\neg s \vee \neg p)) \vee q\} \equiv$

$(\neg r \vee \neg p \vee p) \wedge (\neg s \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg r \vee \neg q \vee q) \wedge (\neg s \vee \neg p \vee q) \equiv$

$(\neg s \vee \neg q \vee p) \wedge (\neg s \vee \neg p \vee q)$

s

Hemos de demostrar que no pueden ser verdad todas estas afirmaciones a la vez. Es decir, que no existe una interpretación que las haga verdad a todas a la vez.

$\{p \vee q, \neg p \vee \neg q, \neg s \vee \neg q \vee p, \neg s \vee \neg p \vee q, s\}$ ¿Inconsistente?
(Tma. Consecuencia Lógica II)

L0. Resolución

Hemos de demostrar que no pueden ser verdad todas estas afirmaciones a la vez. Es decir, que no existe una interpretación que las haga verdad a todas a la vez.

$\{p \vee q, \neg p \vee \neg q , \neg s \vee \neg q \vee p, \neg s \vee \neg p \vee q, s\}$ ¿Inconsistente?

$p \vee q \qquad \neg s \vee \neg p \vee q$

$q \vee \neg s \qquad \neg p \vee \neg q$

$\neg s \vee \neg p \qquad s$

$\neg p \qquad p \vee q$

$q \qquad \neg s \vee \neg q \vee p$

$\neg s \vee p \qquad \neg p$

$\neg s \qquad s$

$\square$

Conjunto Inconsistente

No existe interpretación que haga verdad a todas las afirmaciones a la vez. Los caníbales no se pueden comer a su víctima.