

# Robots Manipuladores y cinemática inversa



Escuela de  
Ingeniería  
Informática  
Universidad de Oviedo



Universidad de Oviedo  
*Universidá d'Uviéu*  
*University of Oviedo*

Cristian González García  
gonzalezcristian@uniovi.es

Material original de Jordán Pascual  
Espada

v 1.3 Octubre 2022

# Brazos robóticos

# Tipos de brazos robóticos

- Son **cuerpos rígidos unidos con articulaciones**
  - **Rotacionales:** giran alrededor de un eje
  - **Lineal / Traslacional:** se deslizan linealmente (línea recta o curva)

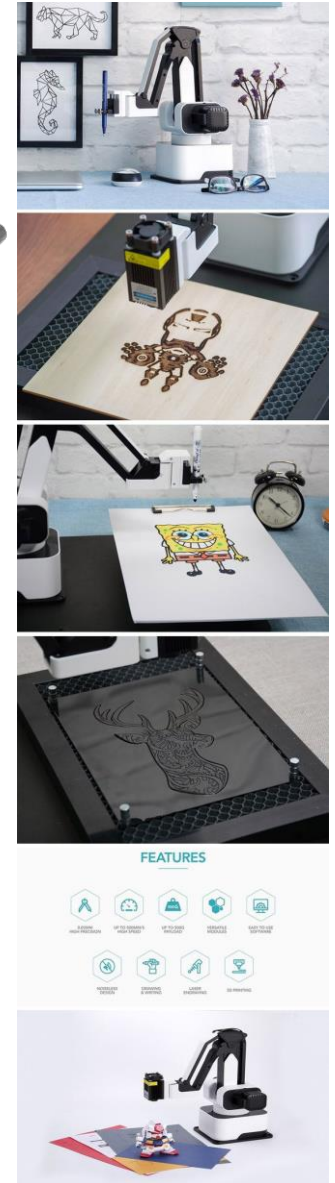


- Normalmente, el **primer punto** está **unido a una base**
  - Otros a un robot móvil
- **El último a una pinza o herramienta**
  - Destornillador, ventosa, pistola de pintura, etc.
  - A veces, es intercambiable



# Herramientas

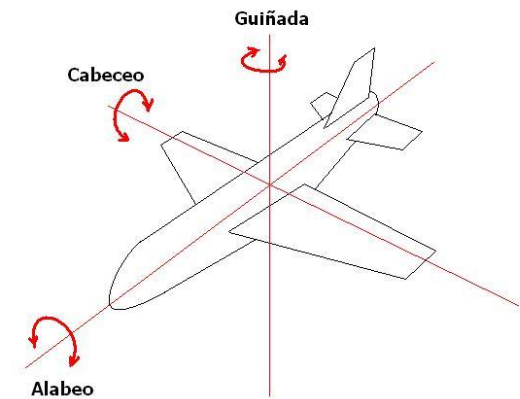
- Manipular: pinzas, ventosas, ...
  - Carga y descarga, construir, unión de elementos, etc.
- Soldar, lijar, pintar, taladrar, cortar, aplicar materiales (pintura, adhesivos, etc.)
- Otras herramientas especialmente diseñadas para unas tareas determinadas
- Intercambio de herramientas
  - [https://youtu.be/\\_8ovd4khIBM](https://youtu.be/_8ovd4khIBM)
  - <https://youtu.be/9f7v-KJrbQ4>
  - <https://www.yankodesign.com/2019/03/07/your-very-own-robot-arm-for-laser-engraving-3d-printing-and-more/>
  - <https://www.pinterest.es/pin/651051689861181354/>
  - 349\$ (659\$), 0,05mm precisión, 500 mm/s, hasta 500g peso



# Grados de libertad

# Grados de libertad I

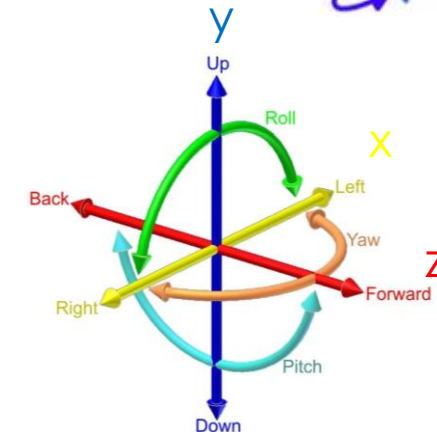
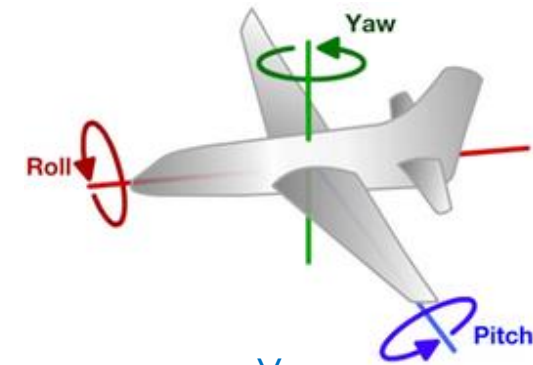
- Degrees of Freedom (DoF)
- **Capacidad de movimiento independiente en un eje en un espacio tridimensional**
  - Movimiento **lineal**: x, y, z
  - Movimiento **rotacional** en los 3 ejes: **guiñada, cabeceo, alabeo**
  - Estos movimientos son **independientes unos de otros**
- **Se aplican no solo a robots**
  - Aviones, barcos, videojuegos (movimientos permitidos al personaje), aplicaciones de diseño en 3D, etc.
- **En los robots**
  - Son el **número de articulaciones que tiene un brazo robótico**
  - **Permite juntar sus partes sólidas** para así darle movimiento
    - Una mejor forma de posicionar las herramientas y ser más precisos
  - Los brazos robóticos **tienen típicamente 8 grados** de libertad [1]
    - Esto significa que tienen **8 «articulaciones»**
  - **Los humanoides suelen tener más de 30**
    - Seis en cada brazo y pierna, y varios en el torso y en el cuello
  - Drones, biorobótica, etc.



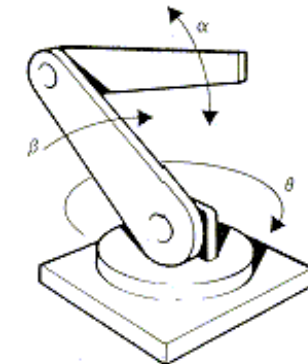
[https://es.wikipedia.org/wiki/Ejes\\_del\\_av%C3%B3n#/media/Archivo:Avi%C3%B3nmov3.JPG](https://es.wikipedia.org/wiki/Ejes_del_av%C3%B3n#/media/Archivo:Avi%C3%B3nmov3.JPG)

# Grados de libertad II

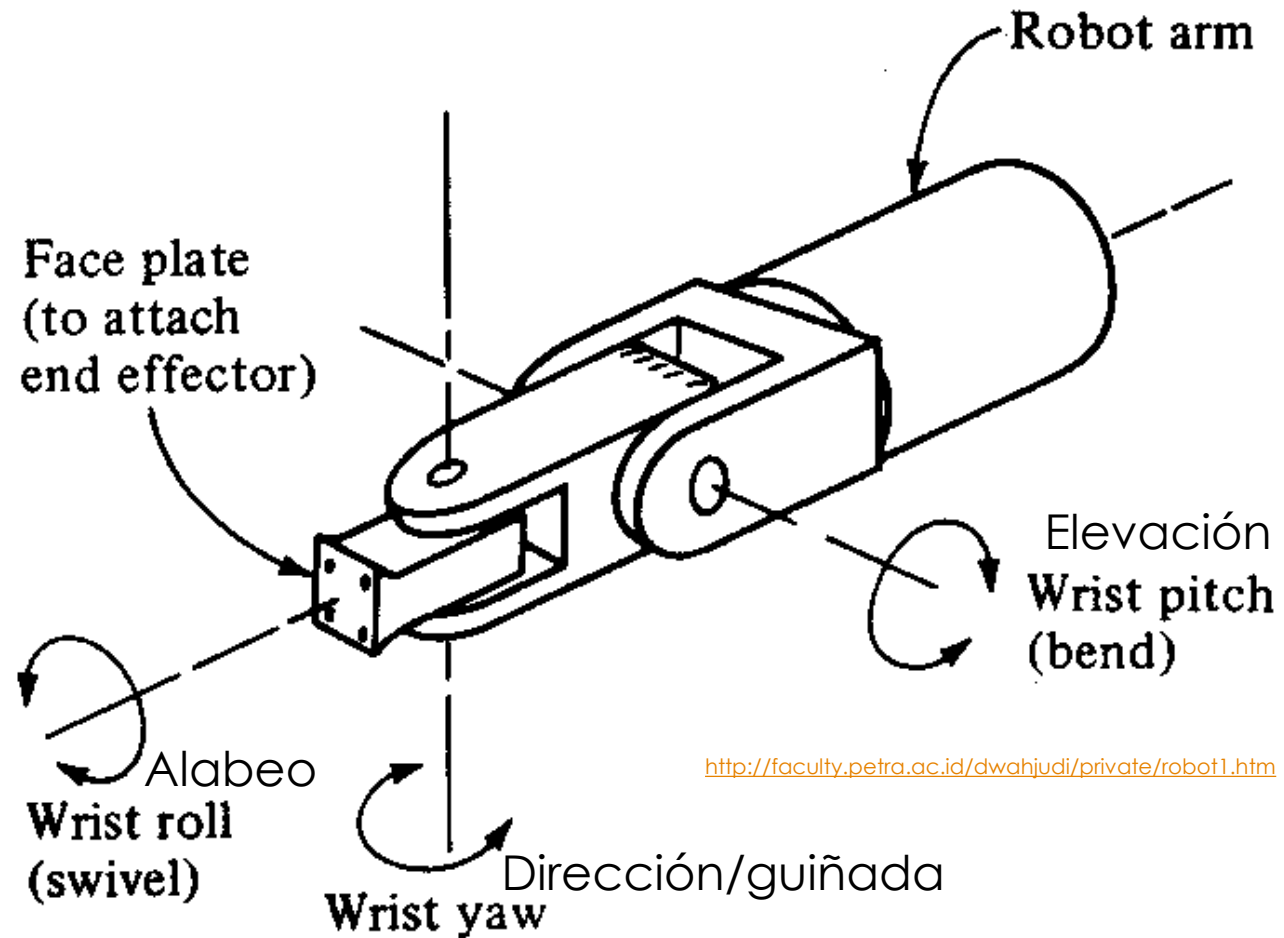
- Los brazos robot tienen al menos 6 DoF
  - Para cada DoF, hay al menos un actuador
- Permite **moverse linealmente**
  - Izquierda/Derecha: **X**
  - Arriba/Abajo: **Y**
  - Adelante/Atrás: **Z**
- Pinza/Herramienta/Unión rotacional**
  - Pitch: **elevación/cabeceo** -> X e Y
  - Roll/Torque: **alabeo** -> Z e Y
  - Yaw: **dirección/guiñada** -> X y Z
- Ejemplos
  - [https://youtu.be/7C0\\_rmHqnT0](https://youtu.be/7C0_rmHqnT0)
  - <https://youtu.be/CHzG5Q3YXPM>



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:6DOF\\_en.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:6DOF_en.jpg)



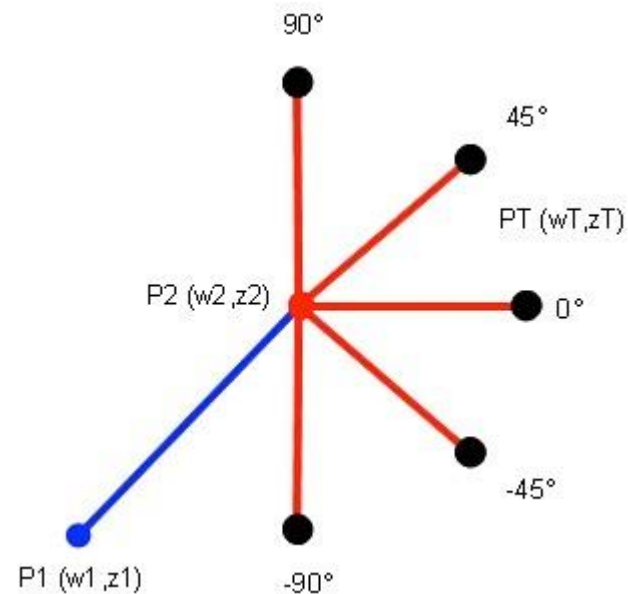
## Grados de libertad III





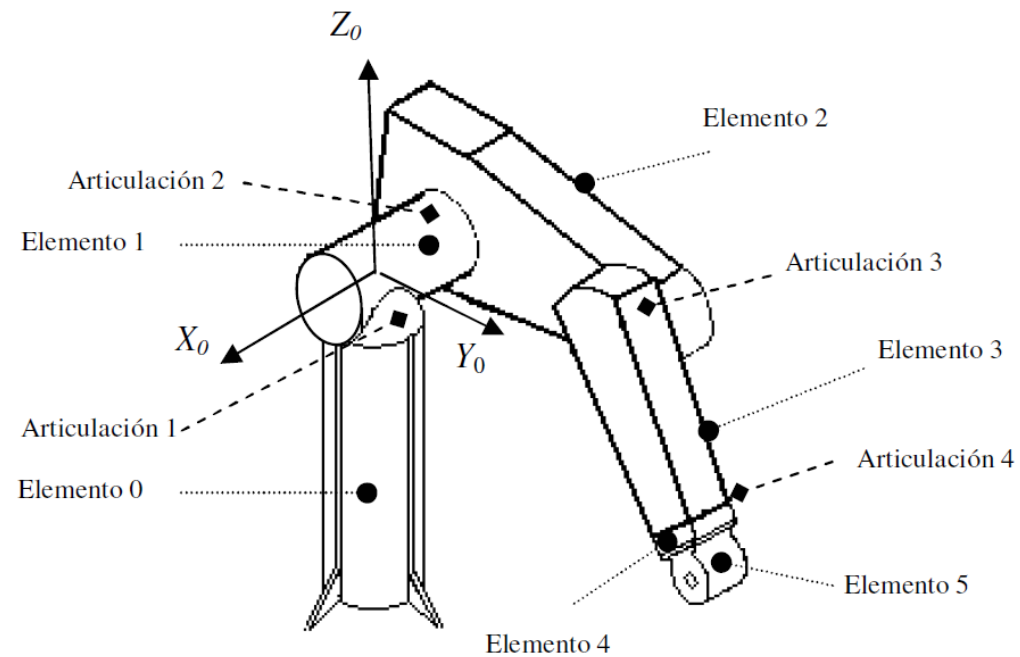
## Grados de libertad IV

- Los grados de libertad de las herramientas son **críticos en muchas tareas**
- Ejemplo Pitch: elevación/cabeceo
  - Grados a los que puede realizar una tarea o moverse
  - ¿Posiciones determinados o todo el rango?



## Grados de libertad V

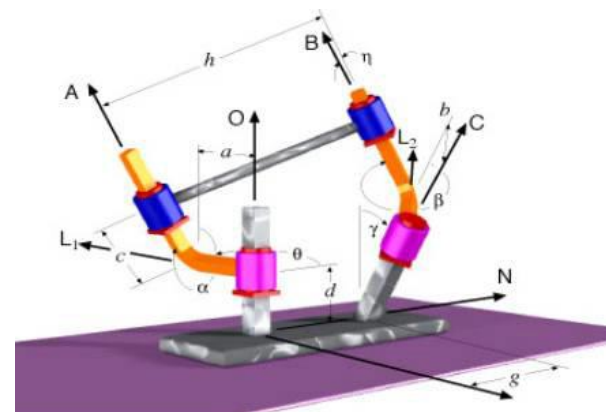
- Las articulaciones y elementos **se enumeran partiendo de la base**: 1,2,3,4,5, etc.



# Características

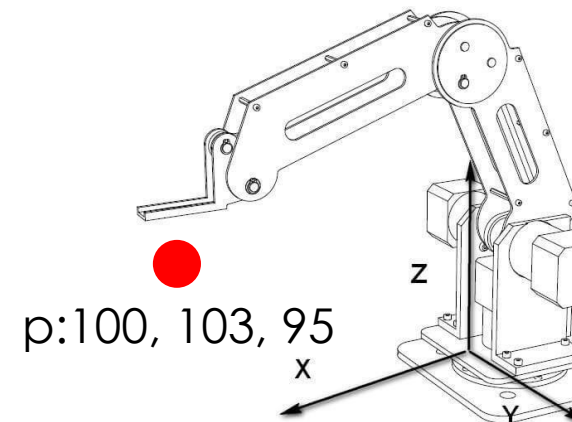
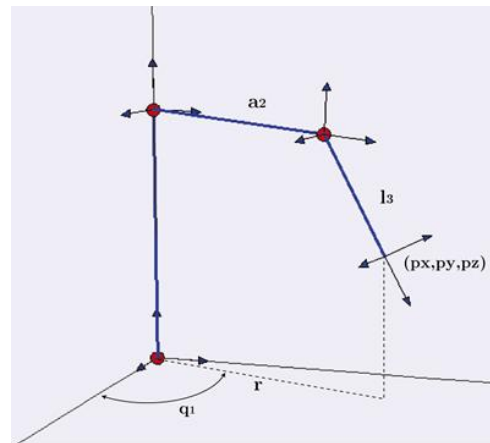
# Dinámica

- Se ven afectados por las leyes de la dinámica
- Dinámica
  - Física:
    - Rama de la mecánica que trata de las leyes del movimiento en relación con las fuerzas que lo producen [2]
  - El objetivo es **describir los factores capaces de producir alteraciones de un sistema físico, cuantificarlos y plantear ecuaciones de movimiento** o ecuaciones de evolución para dicho sistema de operación
    - Ecuaciones de movimiento
      - Evolución en el tiempo según las fuerzas
    - Inercia
    - Trabajo y energía necesaria para realizarlo
    - Fuerza
    - ...



# Cinemática

- Se ven afectados por las leyes de la cinemática
- Rama de la ingeniería mecánica según [3], rama de la física según [2], que estudia el movimiento sin tener en cuenta las fuerzas que lo causan, estudiando así la trayectoria en función del tiempo
- Estudio analítico de la geometría del movimiento con respecto a un sistema de coordenadas
  - Puntos utilizando un sistema de referencia
  - Calcula la orientación de las articulaciones del robot para llegar a ese punto



# Características de los brazos robóticos I

- **Espacio / volumen de trabajo / puntos accesibles**

- Depende de la configuración física del robot
- Tamaño del robot y sus brazos
- Límites de sus articulaciones
- DoF

- **Precisión / Exactitud**

- Capacidad para moverse a una posición dentro de su espacio de trabajo
- Puede depender de la velocidad
- DoF

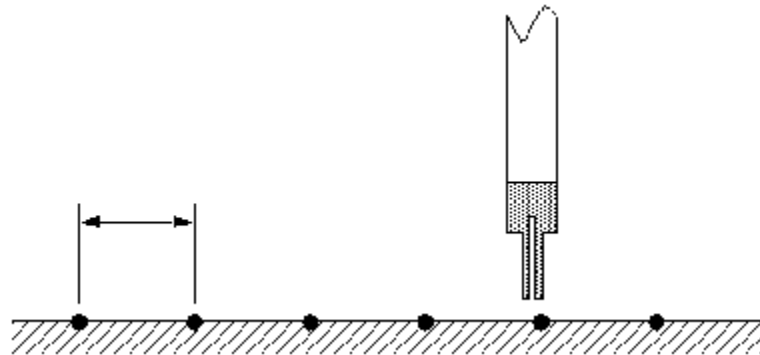
- **Repetibilidad**

- Capacidad de volver a un punto anteriormente definido

# Características de los brazos robóticos II

## ○ Resolución espacial

- Incremento de movimiento más pequeño posible
  - Ejemplo: 4mm , 1mm, etc.
- Importante de cara a la precisión



## ○ Velocidad

- Velocidad máxima de las articulaciones

# Resumen

- Aspectos importantes
  - Grados de libertad (DoF)
  - Configuración morfológica
  - Modelo cinemático
  - Precisión
  - Resolución espacial
  - Velocidad, capacidad de carga
  - Dimensiones, peso, materiales
  - Fuerza (Capacidad de carga)
  - Mecanismos de programación
  - Otros (soporte, cubierta, sistemas de protección, alimentación, IDE, GPL, DSL, etc.)
- Especificación fabricantes
  - <http://www.intorobotics.com/robotic-arm-kits-for-your-next-project/>
  - [http://www.kuka-robotics.com/en/products/industrial\\_robots/](http://www.kuka-robotics.com/en/products/industrial_robots/)

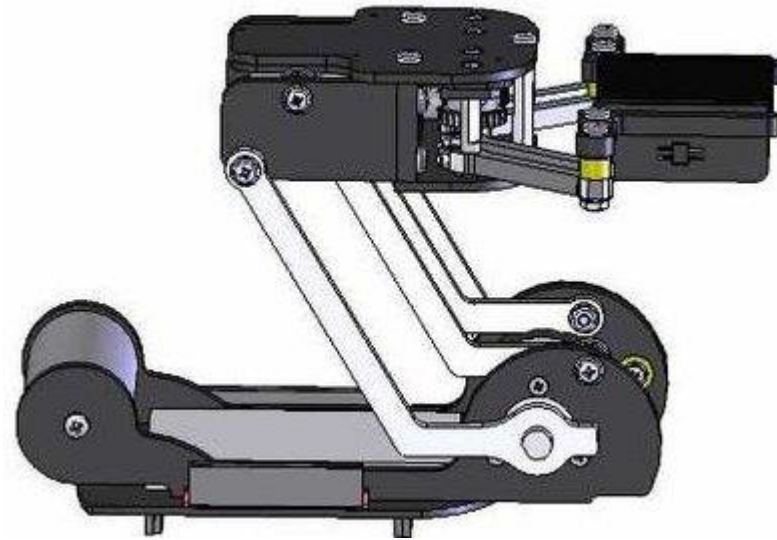


<https://www.kuka.com/es-es/productos-servicios/sistemas-de-robot/robot-industrial>



## Ejemplos I

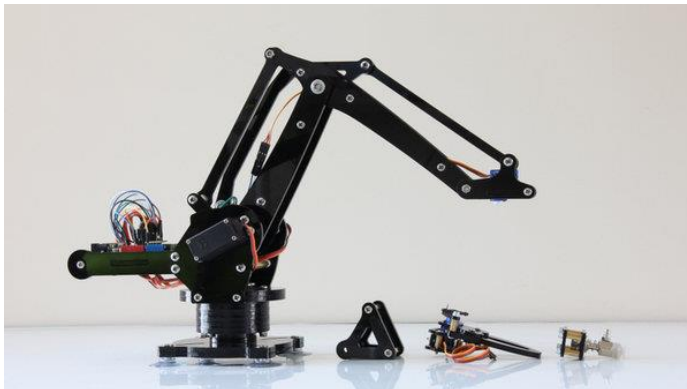
- 2 grados de libertad



Pesa: 500 gramos  
Levanta 50 gramos

## Ejemplos II

- 4 grados de libertad



GPL: C, C++, C#, Python, Java  
Comunicación: Wi-Fi, Bluetooth, USB  
Levanta 500g  
12v y 7A DC

## Ejemplos III

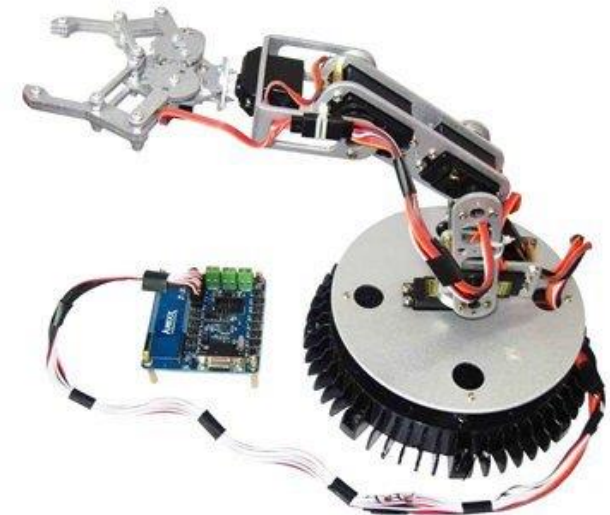
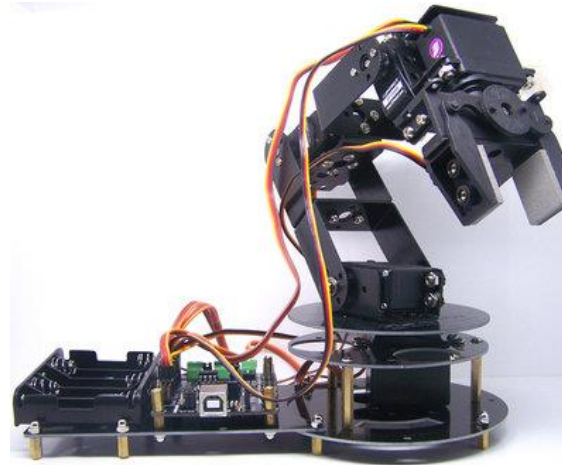
- 5 grados de libertad





## Ejemplos IV

- 6 grados de libertad



Usa 32 servos  
Arduino

# Morfología

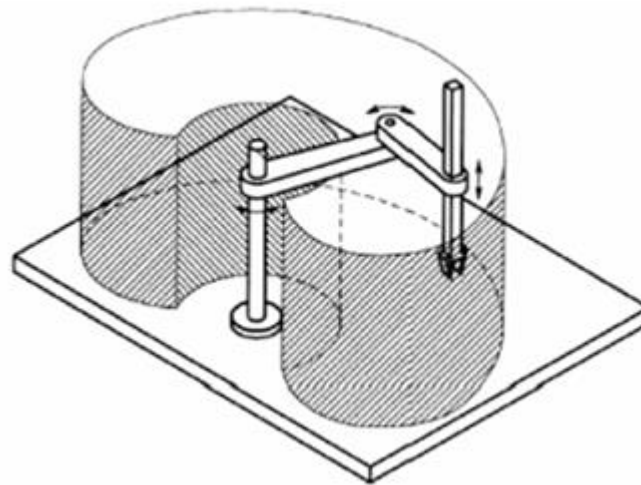
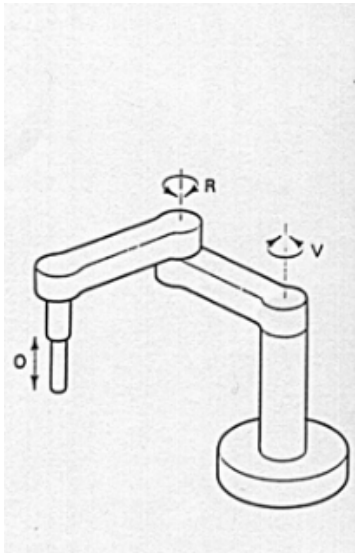
# Morfología

- Estructura del robot manipulador
- Configuraciones morfológicas habituales
  - **SCARA** (Selective Compliance Assembly Robot Arm)
  - **Cartesiana**
  - **Cilíndrica**
  - **Esférica**
  - **Antropomórfico**
- La morfológica **afecta directamente al**
  - **Espacio de trabajo**
  - **Modelo cinemático**

Scara

# Robots SCARA I

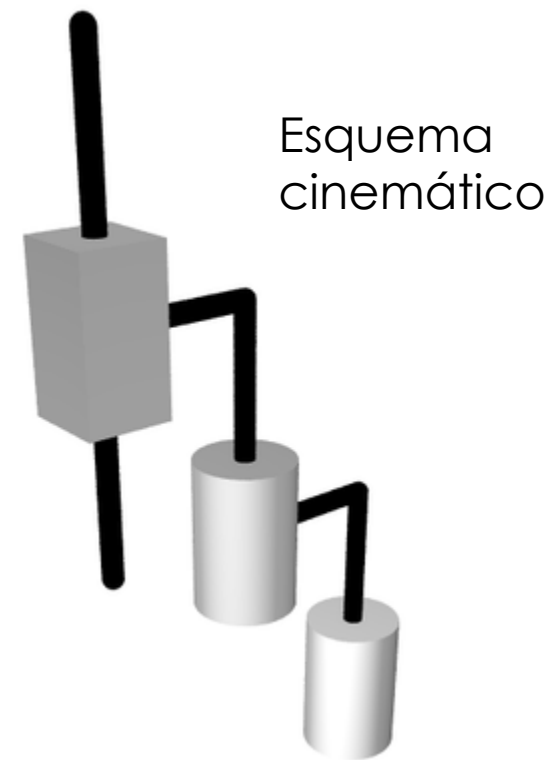
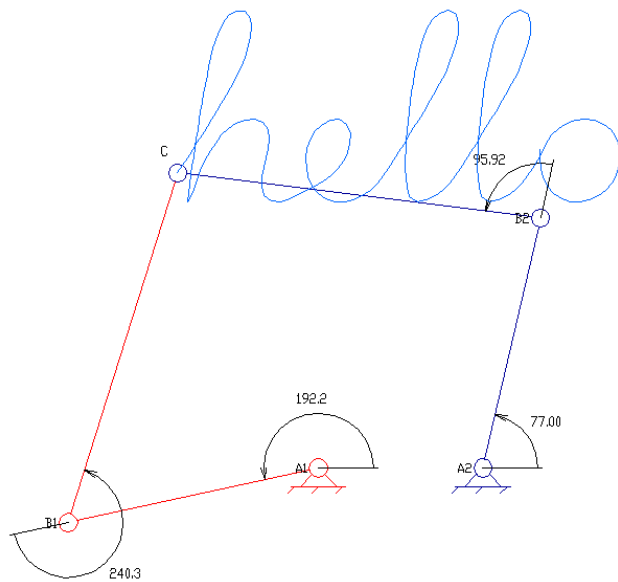
- ◉ **SCARA** (Selective Compliance Assembly Robot Arm)
- ◉ Diseñado para **movimientos horizontales** (1981)
- ◉ Sus **articulaciones** son **rotacionales** (suele tener una tercera lineal)
- ◉ **Más rápidos y sencillos** (construcción) **que los cartesianos**, pero **más caros y complejos**





## Robots SCARA II

- Van **montados sobre un pedestal**
- Movimiento **similar al brazo humano**



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:5R\\_robot\\_inv\\_kinematics.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:5R_robot_inv_kinematics.gif)

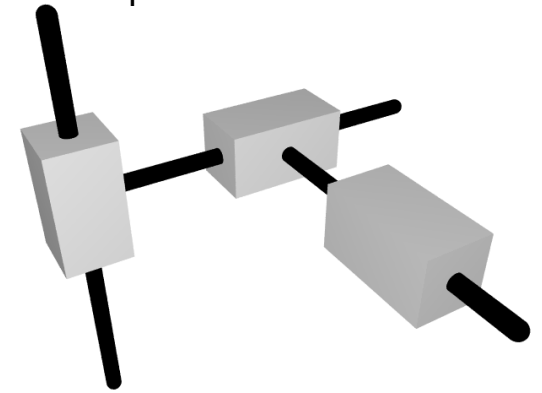
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:SCARA\\_configuration.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:SCARA_configuration.png)

# Robot manipulador de tipo cartesiano

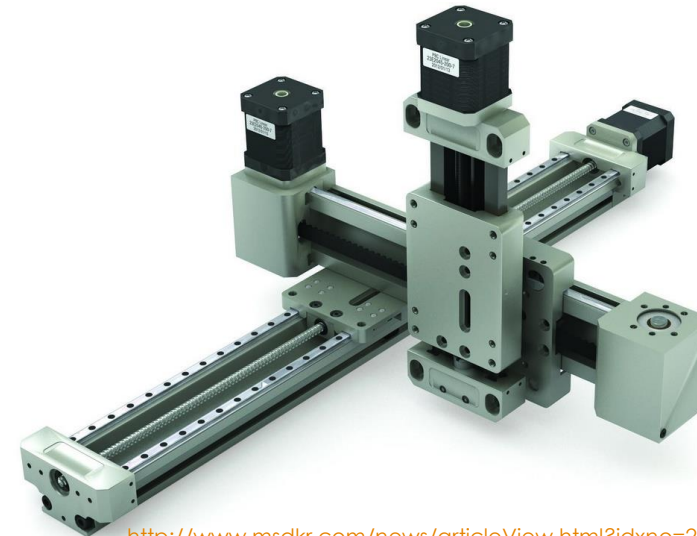
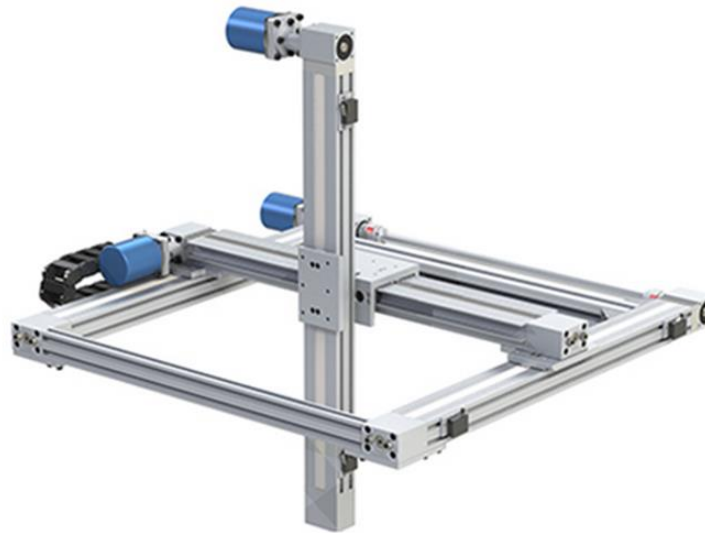
# Características

- **Combinación de actuadores (X, Y, Z)**
- Sus **ejes** son **lineales y no rotan**
- **Simplifican el uso de ecuaciones respecto a los brazos robóticos**
  - No tienen ángulos, raíces cuadradas, hipotenusas, coseno, arcocoseno, ...
- Se suelen usar en las **máquinas de control numérico**
  - Agua a presión, sierras, láser, arena, etc.

Esquema cinemático

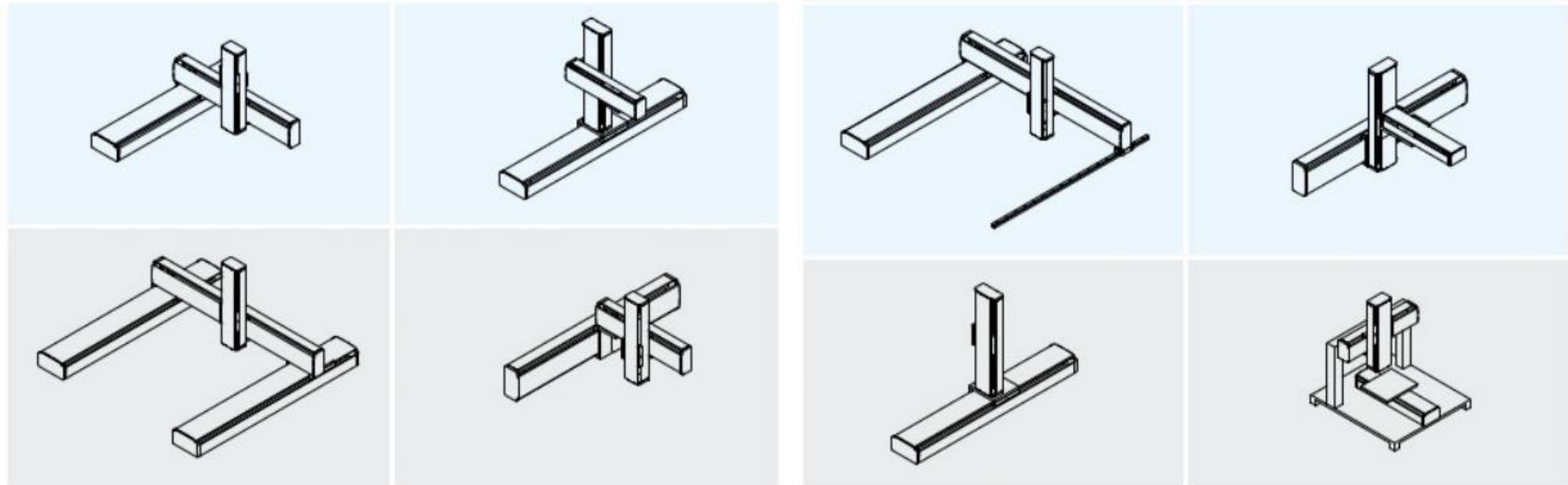


[https://es.wikipedia.org/wiki/Robot\\_de\\_coordenadas\\_cartesianas#/media/Archivo:Descartes\\_configuration.png](https://es.wikipedia.org/wiki/Robot_de_coordenadas_cartesianas#/media/Archivo:Descartes_configuration.png)



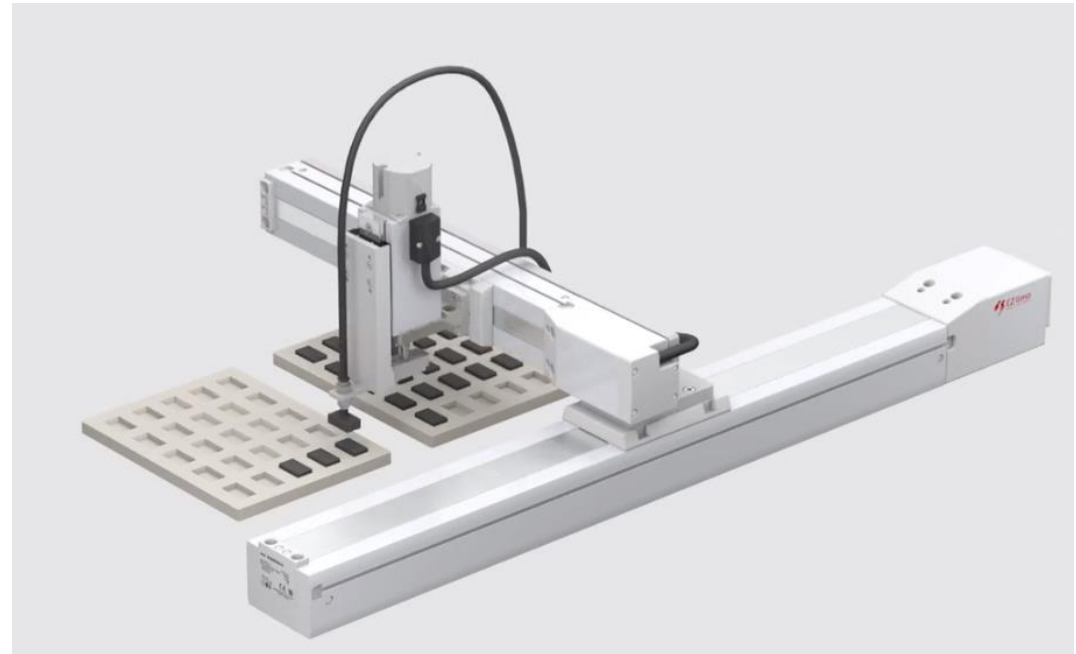
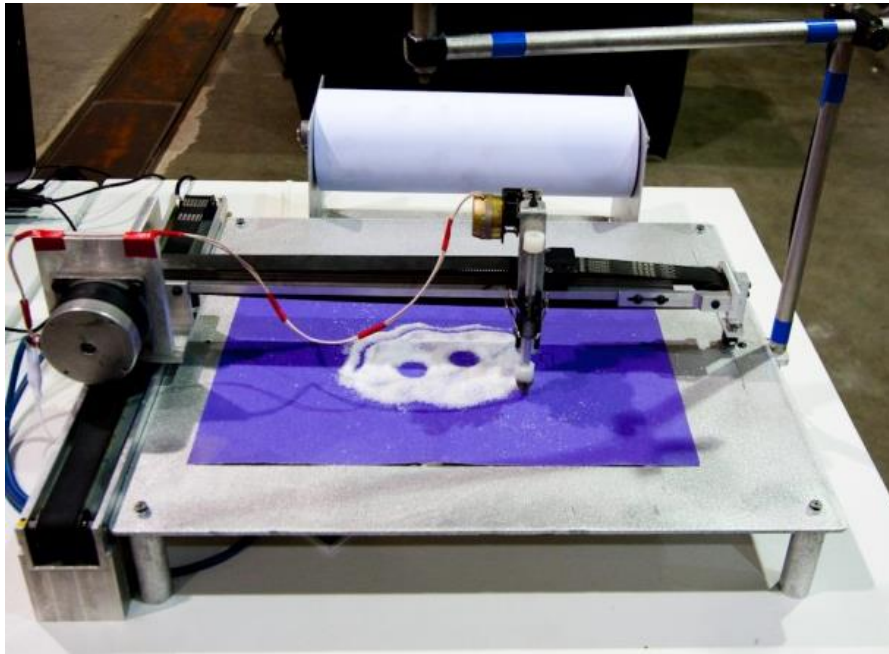
<http://www.msdkr.com/news/articleView.html?idxno=251>

## Combinación de actuadores cartesianos (X, Y, Z)



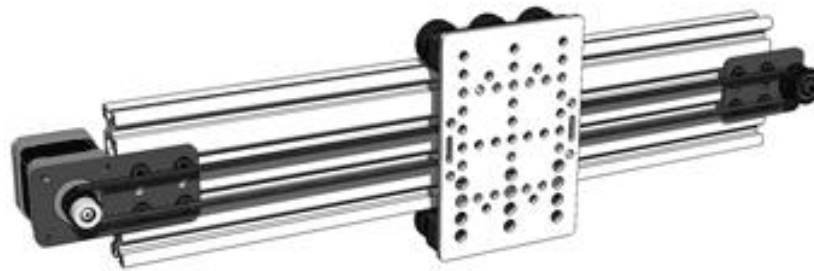
## Ejemplos

- Características similares con diferentes comportamientos programados



## Otras combinaciones

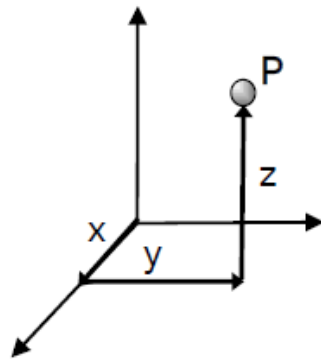
Animación



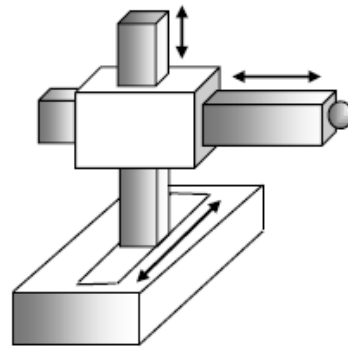
<https://www.kickstarter.com/projects/openrail/openbuilds-v-slot>

# Robots cartesianos I

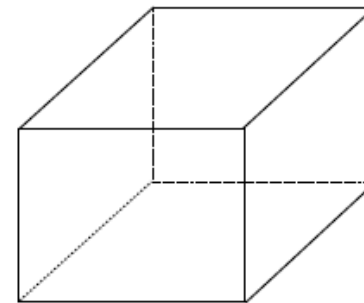
- **Tres movimientos lineales** ejes X, Y , Z
  - Se mueve solo en línea recta
  - Solo **forman ángulos rectos**
- Suele **requerir espacios de trabajo grandes**
- **Ecuaciones de movimiento más simples** que otros brazos robóticos



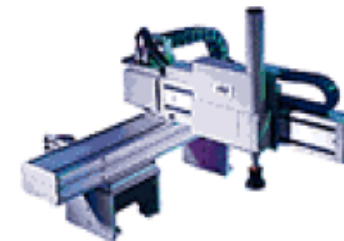
*Coordenadas*



*Estructura*



*Campo de trabajo*



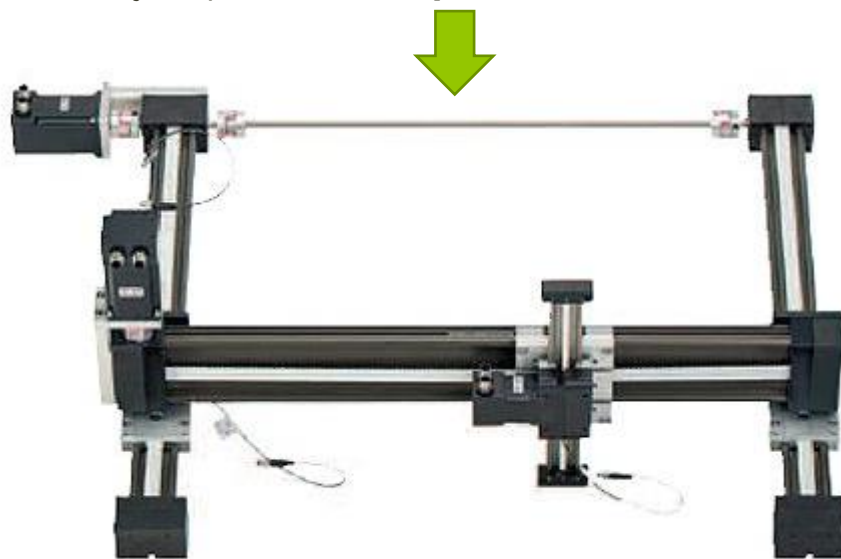
*ejemplo*

## Robots cartesianos II

- **Robot pórtico**

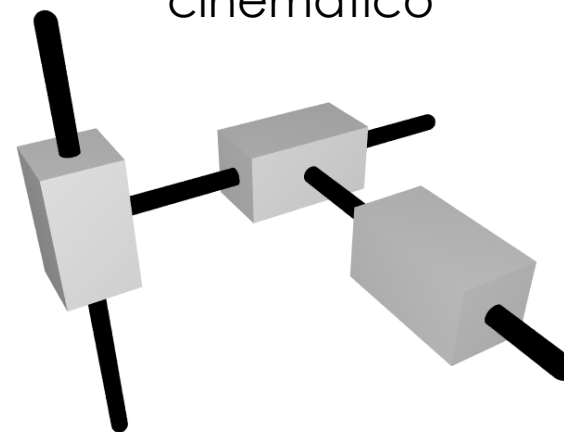
- Robot **cartesiano con ejes apoyados en sus extremos**

- Por ejemplo, las **máquinas de control numérico y las impresoras 3D**



<http://es.rs-online.com/web/p/robots-portico/1268963/>

Esquema  
cinemático



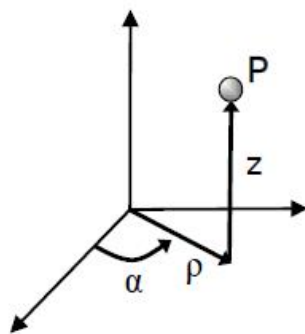
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Descartes\\_configuration.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Descartes_configuration.png)



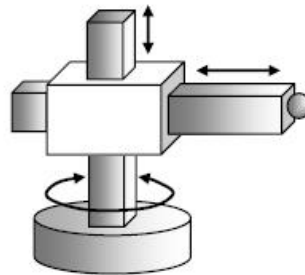
Robot cilíndrico

# Robot cilíndrico

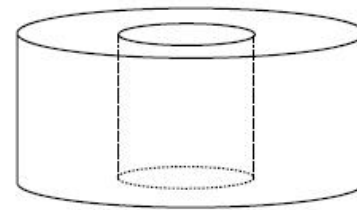
- **Movimiento de rotación sobre su base**
  - Sus ejes forman un sistema de coordenadas cilíndricas
  - Gira sobre su propia base
    - Puede tener limitaciones: 360° o menos, sin fin, etc.
- **Se ajusta a espacios de trabajo redondos**
  - **Empleado para operaciones de ensamblaje, manipulación** de máquinas herramientas, soldadura por punto y manipulación en máquinas de fundición a presión, etc.
- 3 DoF



*Coordenadas*



*Estructura*



*Campo de trabajo*

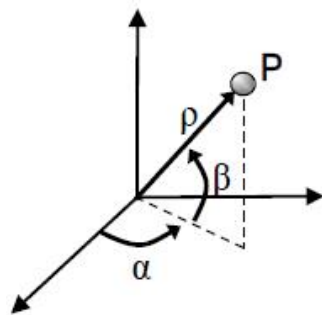


*ejemplo*

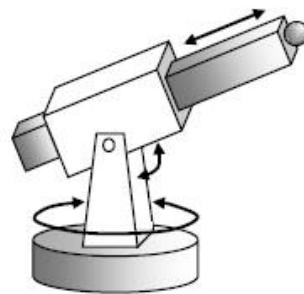
Robot esférico

# Robot esférico I

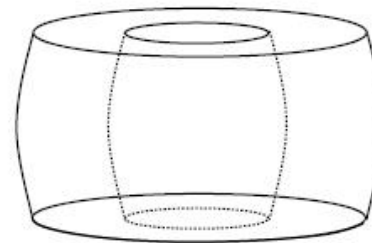
- Sus dos primeras articulaciones se basan en rotación
- La otra articulación es lineal
  - Estirar y encoger el brazo
  - El campo de trabajo **podría llegar a ser casi totalmente esférico**
- Sus ejes forman un sistema polar de coordenadas
- Utilizado en la **manipulación en máquinas herramientas**, soldadura por punto, fundición a presión, máquinas de desbarbado, soldadura por gas y por arco, etc.



*Coordenadas*



*Estructura*



*Campo de trabajo*



*ejemplo*

## Robot esférico II



[5]

- Unimate [5], [6]
- **Primer robot industrial**
  - Cadena de montaje de General Motors
  - **1961**, pero creado en 1950
  - Transporte de piezas fundidas en un molde para soldarlas al chasis
  - Tarea peligrosa por la inhalación de gases al soldar o perder un miembro si no llevan las piezas con precaución
- Las versiones modernas tienen 6 DoF
- [http://www.criticalpast.com/video/65675061807\\_Unimate\\_electronic-robot\\_electronic-memory\\_robot-works](http://www.criticalpast.com/video/65675061807_Unimate_electronic-robot_electronic-memory_robot-works)

Vídeo

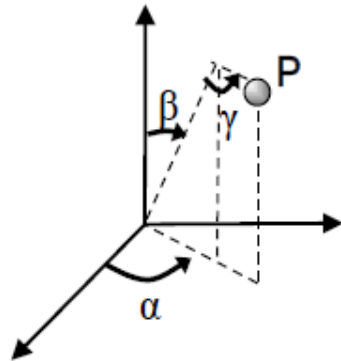


Unimate:  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Unimate\\_pouring\\_coffee\\_for\\_a\\_woman\\_at\\_Biltmore\\_Hotel,\\_1967.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Unimate_pouring_coffee_for_a_woman_at_Biltmore_Hotel,_1967.jpg)

Robot antropomórfico

# Robot antropomórfico

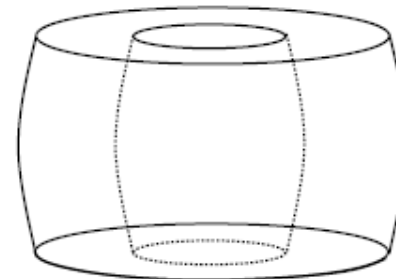
- Se asemejan al ser humano [7],[8]
  - Principalmente en la parte del **cintura, hombro, codo, brazo y muñeca**
    - Le sirven para ponerse en una posición en el espacio y orientarse para realizar un determinado trabajo
- Sus articulaciones se basan en la rotación
- Tiene un **volumen de trabajo esférico**
  - Puede tener limitaciones de movimientos: motores, choque entre piezas, etc.
  - Ayuda mucho en **tareas pesadas y repetitivas**
  - Mucha **variedad de movimientos** que posee



*Coordenadas*



*Estructura*



*Campo de trabajo*



# Cinemática



# Cinemática

- Configuración que debe adoptar el robot para llegar a una posición
- Análisis de la velocidad, posición y aceleración de cada elemento, sin considerar las fuerzas que causan el movimiento
- Existe
  - Cinemática directa
  - Cinemática inversa
- Las ecuaciones para calcular la posición son dependientes de la configuración morfológica del robot
  - Número y posición de los motores (Grados de libertad)
  - Tamaño de los brazos
  - Espacio de trabajo determinado

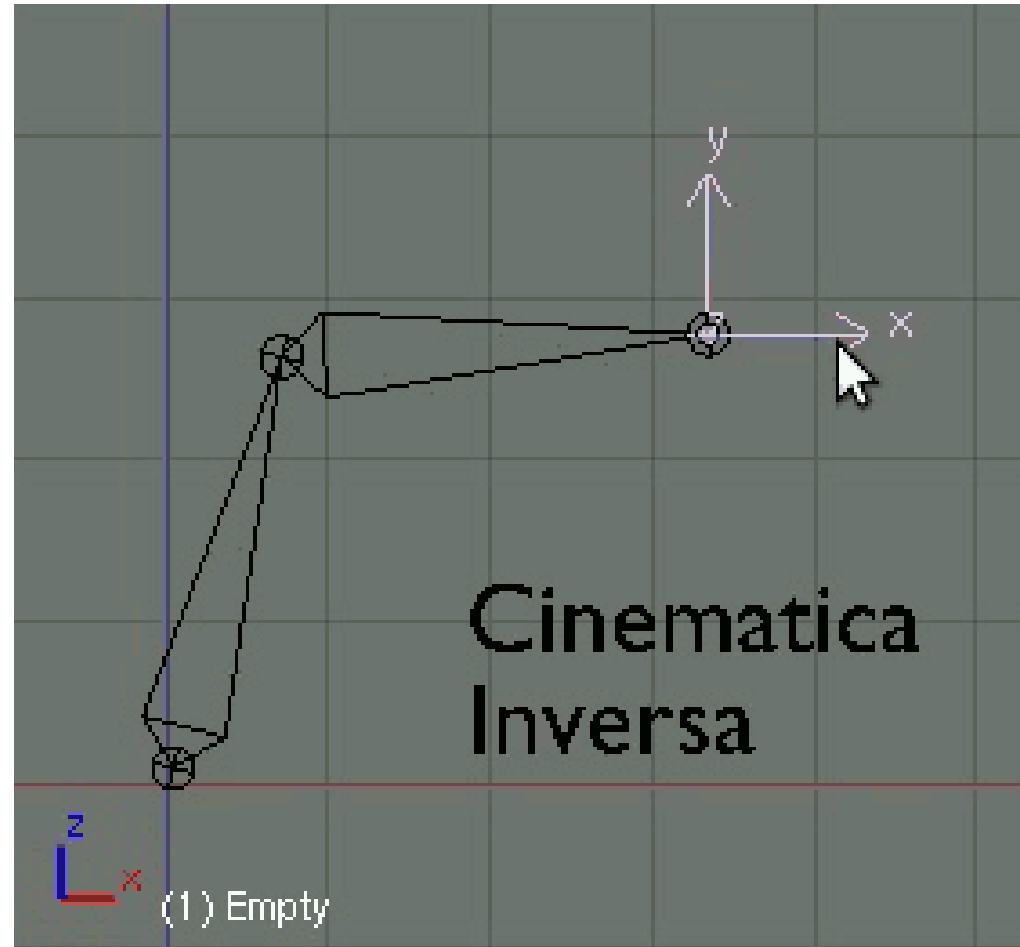
## Cinemática directa

- **Calcula la posición de las partes de una estructura articulada a partir de sus componentes fijos y las transformaciones inducidas por las articulaciones de la estructura**
  - Ej.: movemos la articulación 1, después la 2 y después la final
    - Según movamos las articulaciones, calcula la situación de las siguientes
  - Encontrar los valores para las coordenadas articulares
  - Implican una: posición y orientación
    - **Dependiente de las articulaciones precedentes**
      - Si se cambia una precedente, las siguientes se modifican
- Las **ecuaciones y soluciones varían dependiendo de la configuración** del robot

## Cinemática inversa

- Es la técnica que **permite determinar el movimiento de una cadena de articulaciones para lograr que un actuador final se ubique en una posición concreta**
- El cálculo de la cinemática inversa es un **problema complejo que consiste en la resolución de una serie de ecuaciones** cuya **solución** normalmente **no** es **única**
- El objetivo es **encontrar los valores que deben tomar las coordenadas articulares del robot** para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial
- **Las ecuaciones y soluciones varían dependiendo de la configuración del robot**

## Cinemática directa vs inversa



# Soluciones

- **Vamos a ver** como resolver la **cinemática inversa mediante métodos geométricos**
- Existen **otros**, como
  - Matrices de transformación
    - A partir del conocimiento del modelo de cinemática directa
  - Desacoplamiento cinemático
    - 3 DoF para el posicionamiento del robot y el resto para la orientación
  - Soluciones numéricas iterativas
  - Etc.

## Preguntas tema 5

○ <https://forms.office.com/r/VQjncYMNt1>



# Robot Cartesiano

# Robot Cartesiano – Cinemática Inversa I

- Tienen una **cinemática inversa relativamente sencilla**
- **Manejan desplazamientos**





# Robot Cartesiano – Cinemática Inversa II

- Las coordenadas X, Y, Z se transforman en desplazamiento de sus articulaciones lineales
  - Coordenada X -> Articulación 1
  - Coordenada Y -> Articulación 2
  - Coordenada Z -> Articulación 3
- Las coordenadas **se expresan en mm/cm**
  - Debe saber cuanto mover cada articulación
    - Ej. Relación:
      - 1mm -> movimiento del actuador

# Cinemática Inversa – Ejemplo

- Ej. **calculo: recorrido total de cada actuador**
  - Ej: 240 mm -> 48 pasos correa
- Movimiento necesario para mover la unidad mínima
  - Ej: 1 paso correa -> 5mm



- Diferentes tipos de actuador
  - Motor paso a paso
  - Motor / Servomotor
  - Motor / Servomotor + Encoder
    - Encoder: permite determinar la posición y velocidad angular
  - Etc.



Encoder



# Motor paso a paso I

- Dispositivos electromecánicos, **convierten un impuso eléctricos recibido en desplazamientos angulares**
- El impulso eléctrico indica los pasos (grados) que debe moverse**
- Se consigue **más precisión** de posicionamiento
- Se indica el paso mediante **entradas digitales**
  - Más precisión a mayor número**
- Guía
  - <http://www.ms-motor.com/>

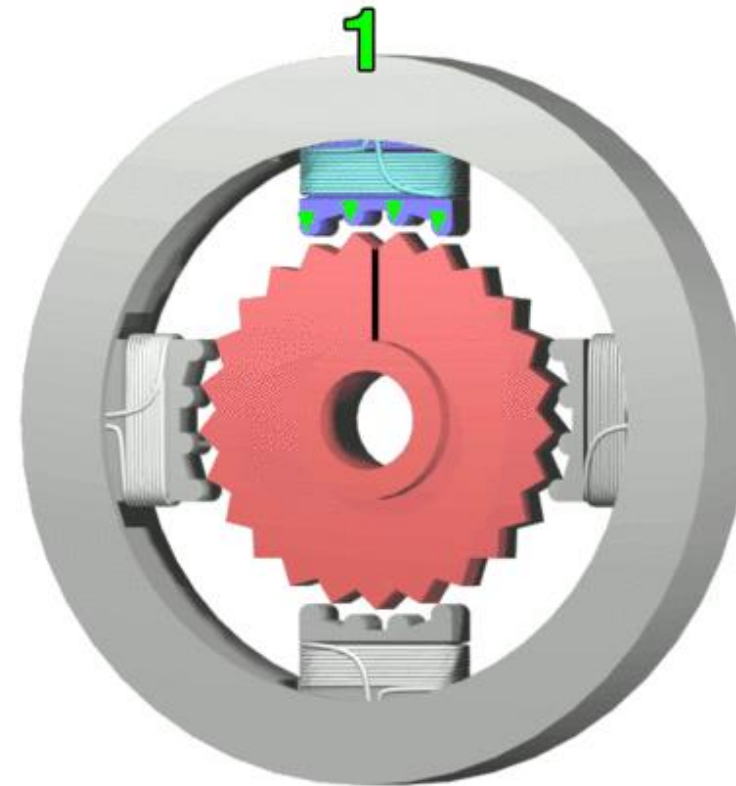


Motor Paso a Paso 5V + Driver ULN2003

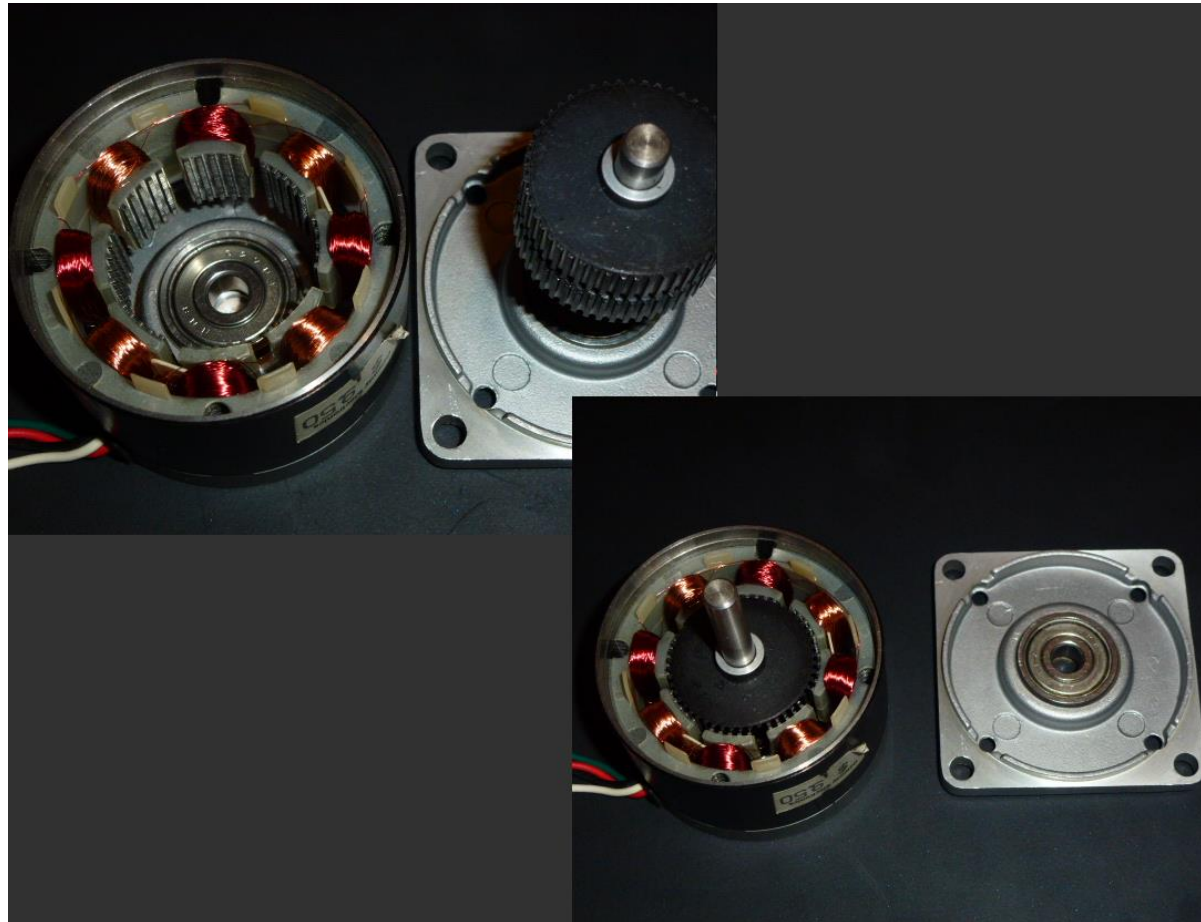
PASO	Bobina A	Bobina B	Bobina C	Bobina D	
1	ON	ON	OFF	OFF	
2	OFF	ON	ON	OFF	
3	OFF	OFF	ON	ON	
4	ON	OFF	OFF	ON	

## Motor paso a paso II

- **Motor básico: los dientes se alinean con el electroimán correspondiente al paso**
- Paso 1: se enciende y se alinean los dientes
- Paso 2: se apaga el 1 y se enciende el 2, haciendo que los dientes se alineen con el 2
- Paso 3: se apaga el 2 y se enciende el 3, haciendo que los dientes se alineen con el 3
- Paso 4: se apaga el 3 y se enciende el 4, haciendo que los dientes se alineen con el 4



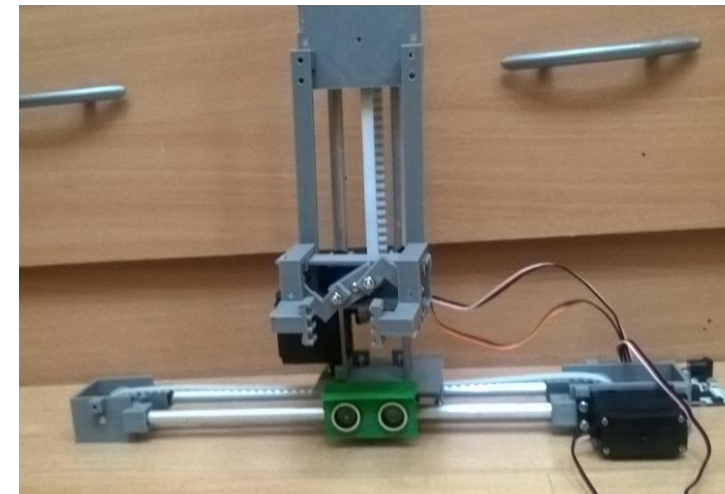
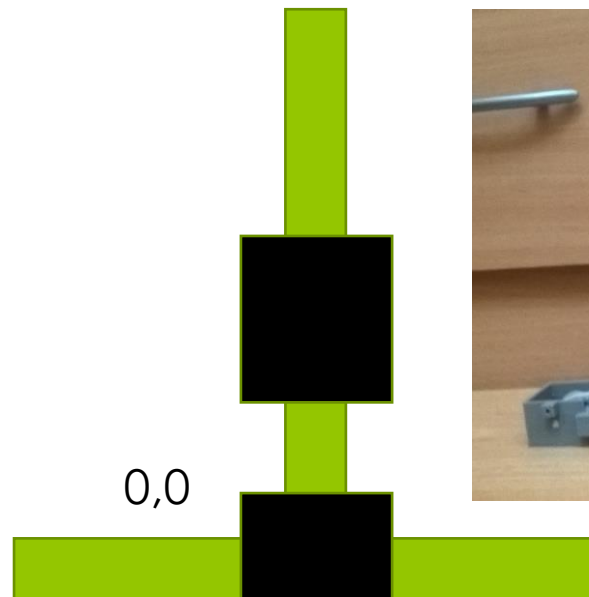
## Motor paso a paso III



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Stepper\\_BipolarHybrid.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Stepper_BipolarHybrid.png)

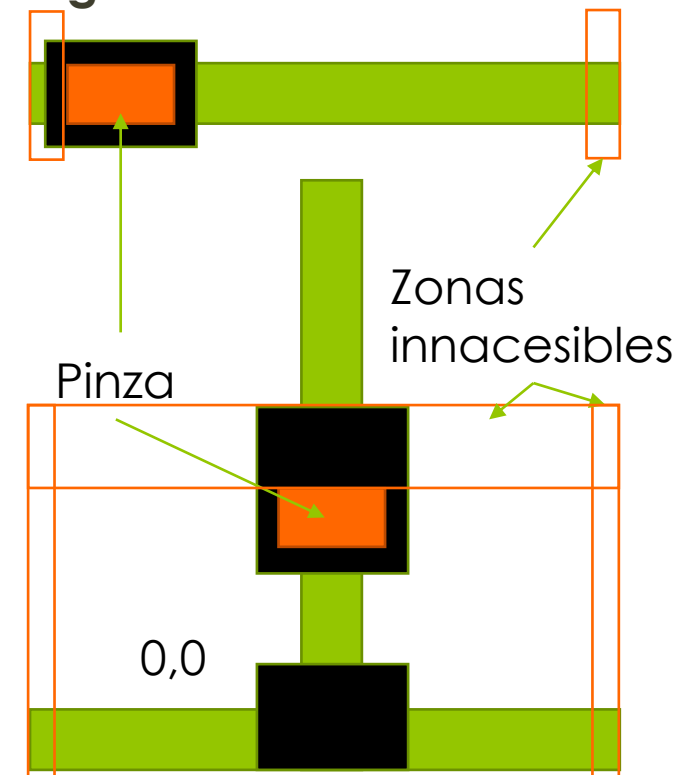
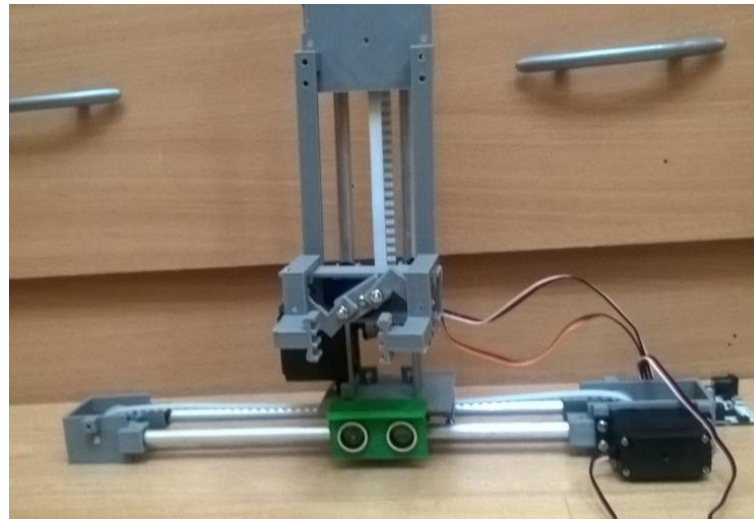
# Robot de tipo Cartesiano I – Cálculo de recorrido

- Cálculo: recorrido total de cada actuador
  - Ej: 240 mm  $\rightarrow$  2580 ms
- Movimiento necesario para mover la unidad mínima
  - Ej. 5mm en 48 pasos
  - Ej: 5mm / 48  $\rightarrow$  ¿? 53,75ms  $\leftarrow$  Ajustar con pruebas/Correcciones
- Establecer el punto 0,0
  - Opción1: izquierda - abajo
  - Opción2: centro – abajo
  - Etc.



## Robot de tipo Cartesiano II – Limitaciones

- Debido a las dimensiones del robot, este, **no podrá llegar a todas las coordenadas**
  - Alto y ancho: pinza, carros, etc.



# Robot de tipo Cartesiano II – Consideraciones I

- **Calibración inicial**

- Hacia que lado avanzar
  - Ejemplo: lado del motor (unificar criterio)



- Tiempo/Pasos de movimiento del motor para avanzar la unidad mínima
  - No es el mismo en todos los motores, cada uno es diferente

```
long modX = 5400 / 25; // Tiempo  
long modY = 5200 / 25; // Tiempo
```



Robot SCARA

# Robot SCARA – Cinemática Inversa I

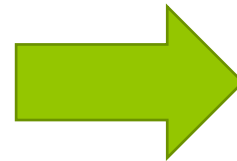


# Robot SCARA – Cinemática Inversa II

- Robot de tipo **Scara** (Brazo cilíndrico)
  - Tienen una **cinemática inversa «sencilla»**
- Utilizamos el eje X e Y
  - El Z no interviene**, en la acción
  - [0,0]** será la **base del robot**
- Consideramos la longitud de las articulaciones

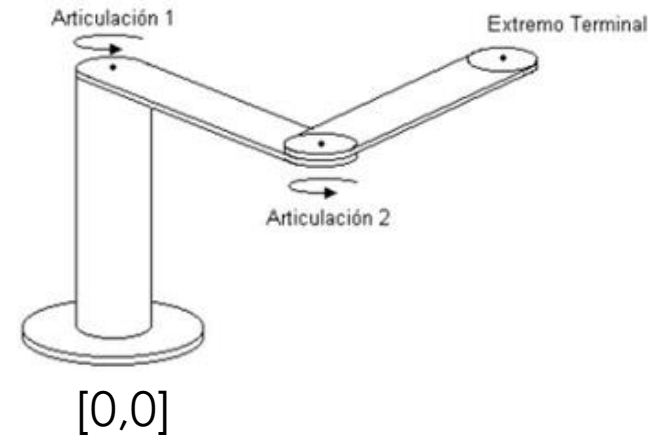
Entrada

Longitud brazo 1  
Longitud brazo 2  
Pos eje X  
Pos eje Y



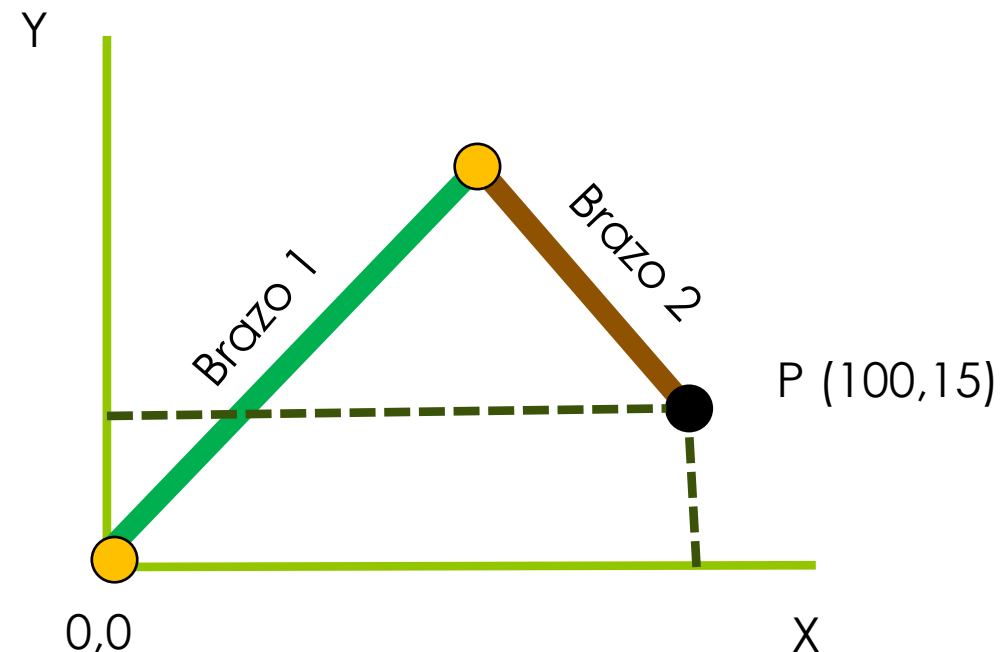
Salida

Ángulo articulación 1  
Ángulo articulación 2



# Robot SCARA – Cinemática Inversa III

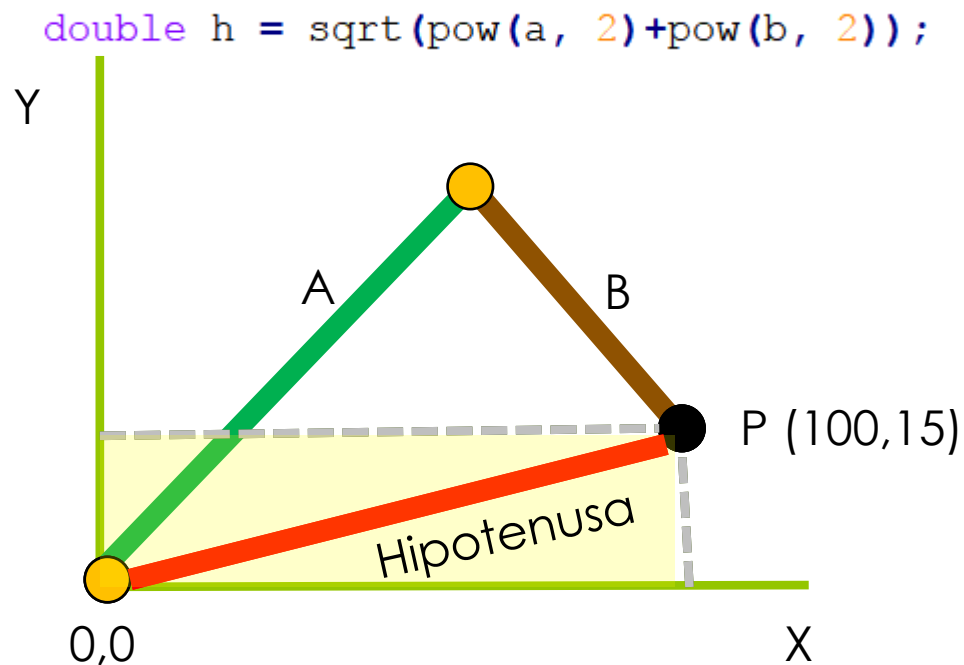
- Posición de los ángulos para llegar al punto  $[X,Y]$ 
  - Varias formas de resolver este problema...
    - Ej: aplicando geometría



# Robot SCARA –

## 1er paso: hipotenusa

- **Obtener hipotenusa** del triangulo formado
  - El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos
  - Hipotenusa = raíz [sqrt] ( $\text{longitudA}^2 + \text{longitudB}^2$ )

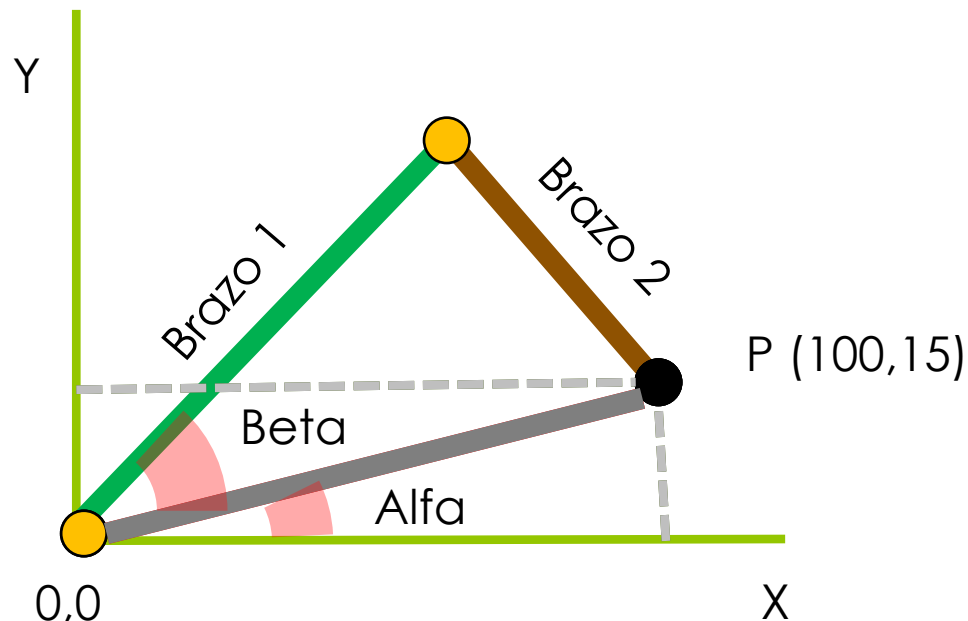


# Robot SCARA –

## 2º paso: ángulo articulación 1 I

- Alfa = Arcotangente [atan2] (Y, X)
- Beta = Arcocoseno [acos]  $(\text{LongitudBrazo1}^2 - \text{LongitudBrazo2}^2 + \text{Hipotenusa}^2) / (2 * \text{LongitudBrazo1} * \text{Hipotenusa})$

```
double alfa = atan2(y, x);
double beta = acos((pow(longB1, 2) - pow(longB2, 2) + pow(hipo, 2)) / (2*longB1*hipo));
```

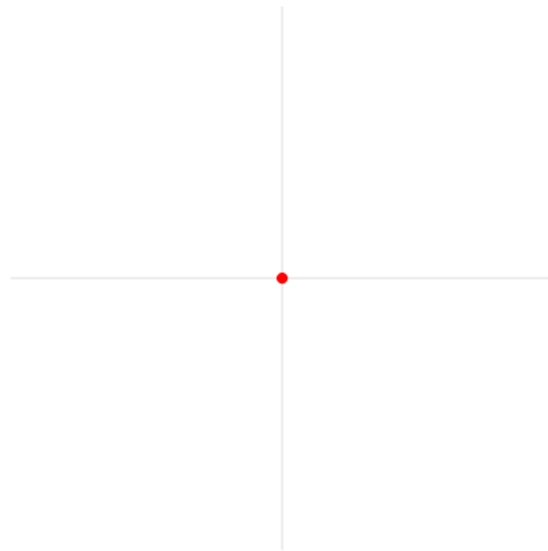


# Robot SCARA –

## 2º paso: ángulo articulación 1 II

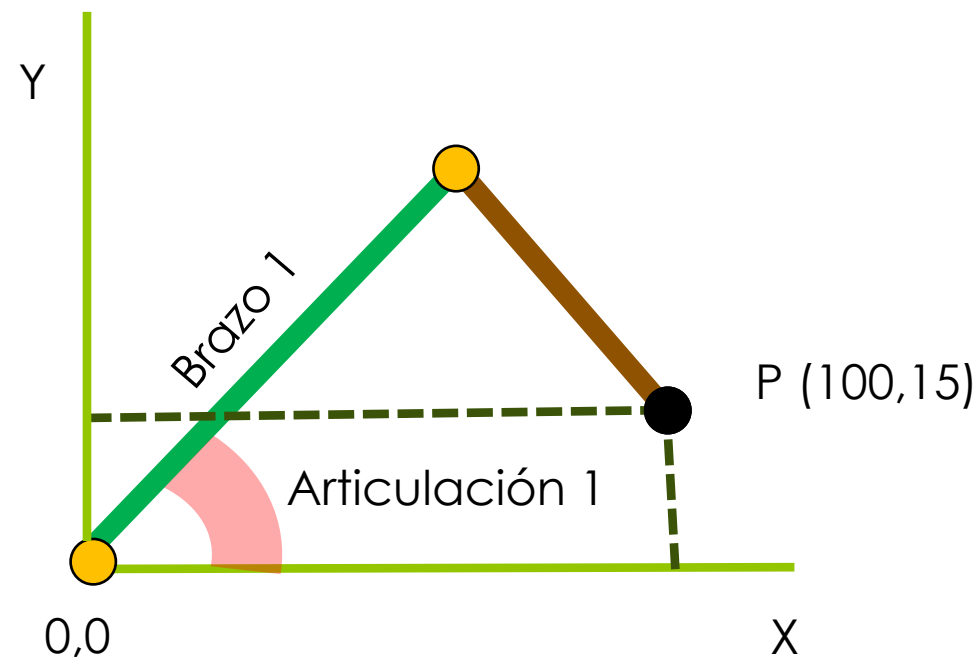
- ◉ **Angulo** articulación 1 (**radianes**) = Alfa + Beta
- ◉ **Pasar radianes a grados**

```
double alradianes = alfa + beta;  
double algrados = degrees(alradianes);
```



[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Circle\\_radians.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Circle_radians.gif)

Radián

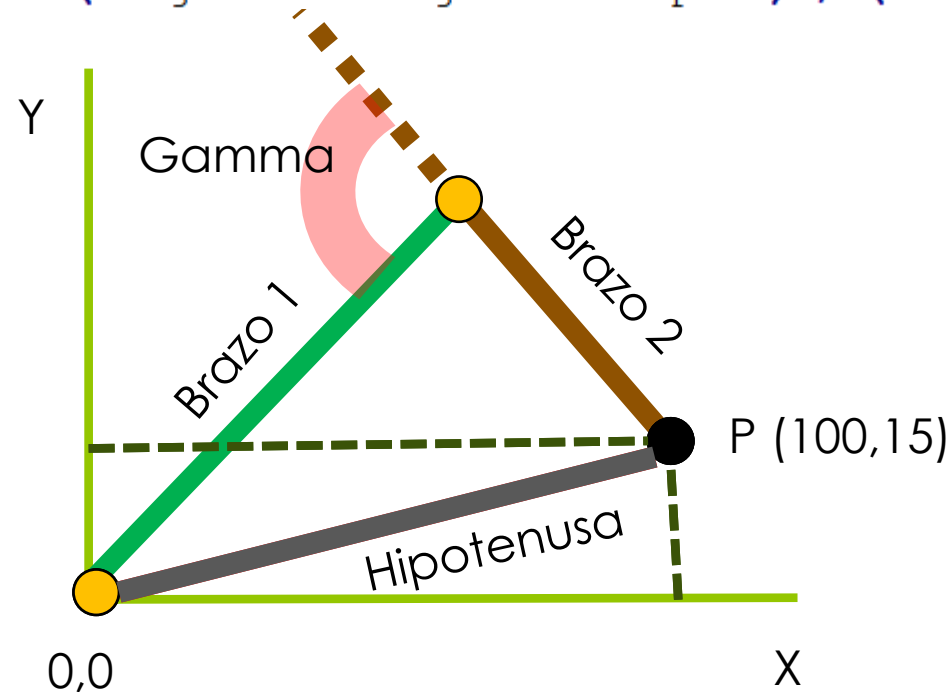


# Robot SCARA –

## 3er paso: ángulo gamma

- Ángulo gamma (radianes) =  
 $\text{Arco coseno} [\text{acos}] (\text{LongitudBrazo1}^2 + \text{LongitudBrazo2}^2 - \text{Hipotenusa}^2) / (2 * \text{LongitudBrazo1} * \text{LongitudBrazo2})$   

```
double gamma = acos(longB1^2 + longB2^2 - hipo^2) / (2*longB1*longB2);
```

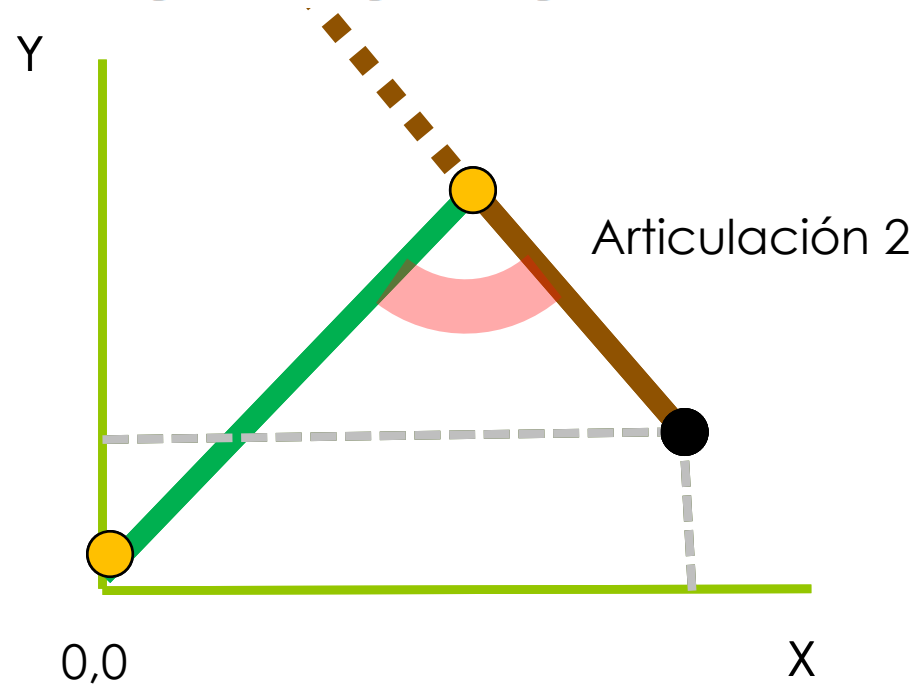




## Robot SCARA – 4º paso: ángulo articulación 2

- Pasamos ángulo Gamma de radianes a grados
- Ángulo articulación 2 = Gamma - 180

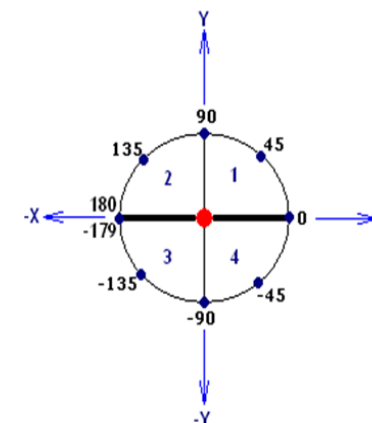
```
double gammaDegrees = degrees(gamma);  
double a2grados = gammaDegrees - 180;
```



# Robot SCARA –

## Consideraciones de implementación

- La función arco tangente (**atan**) **no es igual que** arco tangente (**atan2**)
  - atan solo tiene efecto en los cuadrantes 1 y 4
  - atan2 puede recorrer cualquiera de los cuatro cuadrantes
- La salida de las funciones suelen ser radianes, no grados**
  - $\text{Radianes} \times 180/\pi = \text{grados}$
  - Funcs: `degrees(numEnRadianes)`, `radians(numEnGrados)`
- Math.h en Arduino (librería de C)
  - NAN (Not a Number): `isnan(num)`
  - NFINITY: `isinfinity (num)`



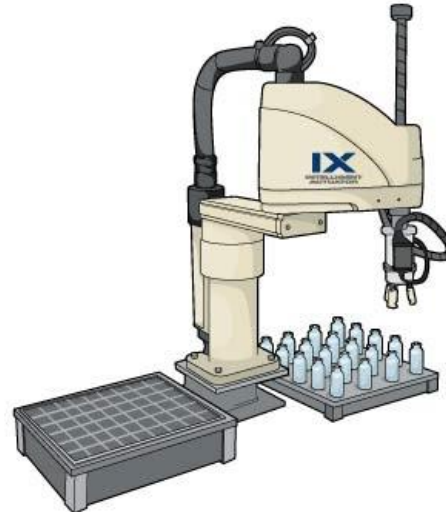
# Scara – Ejemplo

- <https://youtu.be/Cquw7dvR80A>



## Scara – Eje Z / Actuadores

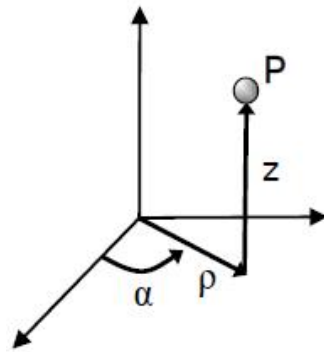
- Suelen ser independientes de las posiciones X e Y
- Los más comunes
  - **Fijo**, sin movimiento
  - **N posiciones fijas** (Ej: arriba, abajo, etc.).
  - **Articulación lineal completa**: mm



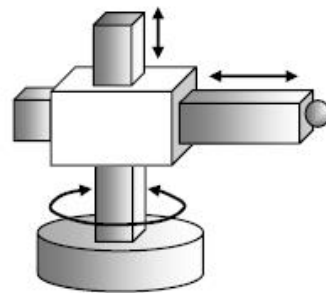
Robot cilíndrico

# Robot cilíndrico – Cinemática Inversa

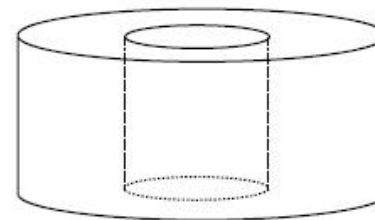
- La base giratoria requiere una coordenada angular
  - Influye en la X y la Y.
- El eje **Z** está basado en una **articulación lineal**
- Los ejes **X e Y** se basan en **una articulación lineal y en la orientación de la base**



*Coordenadas*



*Estructura*



*Campo de trabajo*

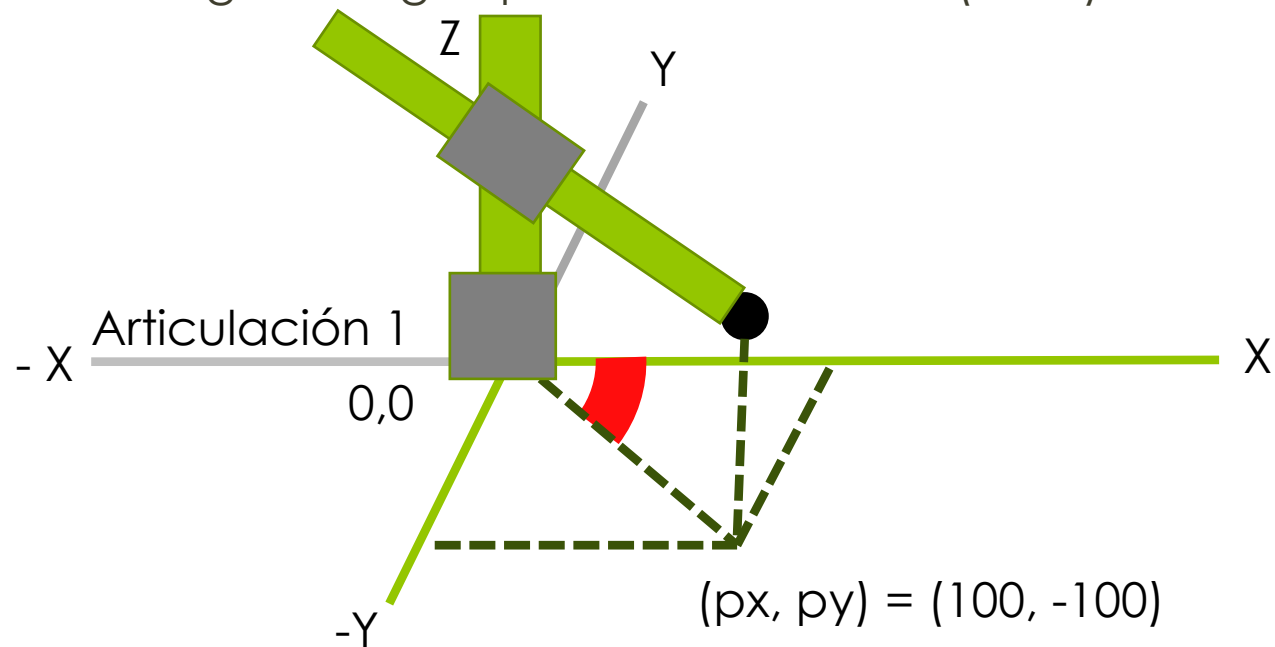


*ejemplo*

# Robot cilíndrico –

## 1er paso: ángulo de giro articulación 1

- Primero calculamos el ángulo de giro para articulación 1 (Base)



- Articulación 1 (Ángulo) = Arcotangente [Atan2] (Y, X)

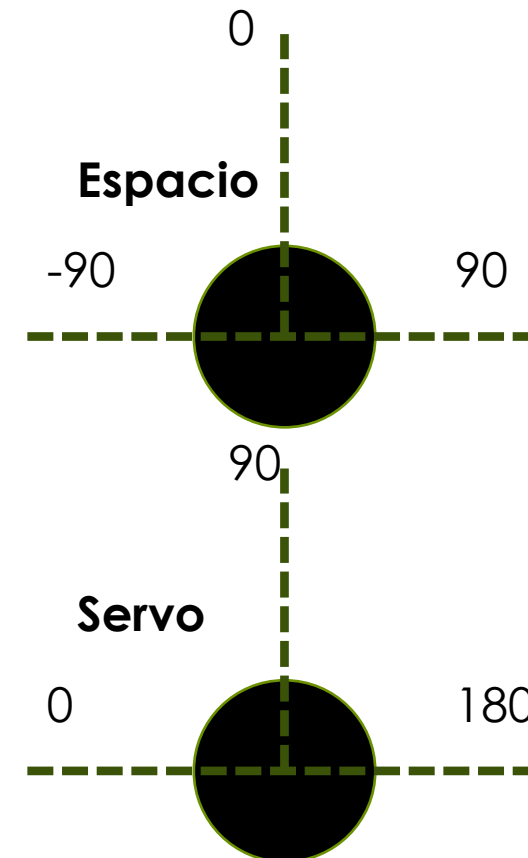
```
double anguloA1Rad = atan2(py, px); // en radianes
double anguloA1deg = degrees(anguloA1Rad); // en grados
```

# Robot cilíndrico –

## 2º paso: mover el servomotor

- Mover despacio el servo 180° a una posición (grado a grado)
  - En nuestro caso, el 0 del espacio es el 90 del motor
  - Así puede girar a ambos lados -90 y 90

```
while (servoBGrados != (90 - anguloAlgra)){  
  // a la que tengo que ir es mayor  
  if ((90 - anguloAlgra) > servoBGrados){  
    servoBGrados++;  
    if(servoBGrados > (90 - anguloAlgra))  
      servoBGrados = (90 - anguloAlgra);  
  
    // a la que tengo que ir es menor  
  } else {  
    servoBGrados--;  
    if(servoBGrados < (90 - anguloAlgra))  
      servoBGrados = (90 - anguloAlgra);  
  }  
  servoB.write(servoBGrados);  
  delay(30);  
}
```

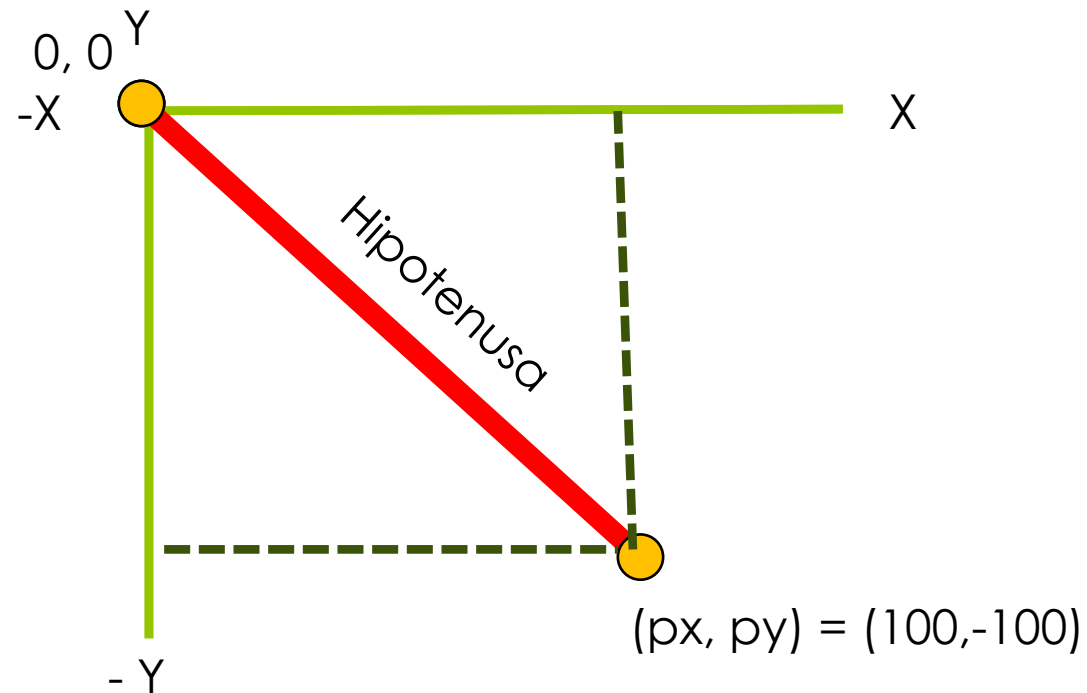




## Robot cilíndrico – 3er paso: distancia articulación 2

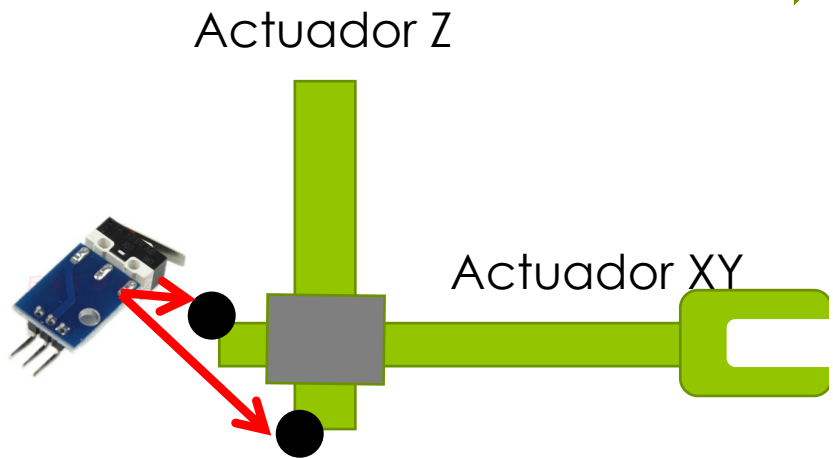
- Articulación 2 (Lineal) = Hipotenusa ( - ancho pinza)
- Hipotenusa = raíz [sqrt] ( $PX^2 + PY^2$ )

```
double hipotenusa = sqrt((pow(px, 2) + pow(py, 2)));
```



# Robot cilíndrico – 4º paso: mover el actuador XY I

## Regulación Inicial



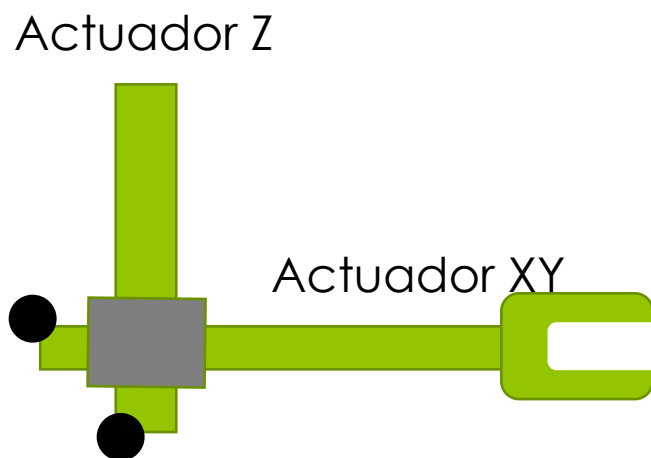
Coordenadas actuadores: (0, 0)

Calculada  
antes

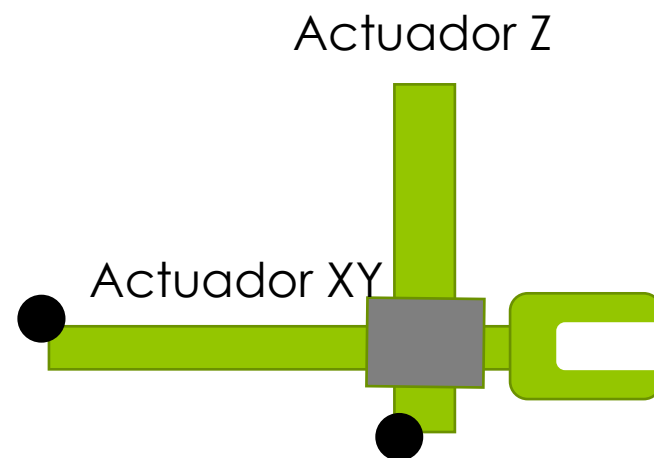
```
double tiempoXY = 0;
// sistema de coordenadas inverso
double acXY = 24 - hipotenusa;
// el actuador se mueve a acXY
```

```
if( acXY > xy){
    tiempoXY = (acXY - xy) * modXY;
    servoXY.write(ALANTE);
    delay(tiempoXY);
    servoXY.write(PARADO);
} else {
    tiempoXY = (xy - acXY) * modXY;
    servoXY.write(ATRAS);
    delay(tiempoXY);
    servoXY.write(PARADO);
}
xy = acXY;
```

## Robot cilíndrico – 4º paso: mover el actuador XY II



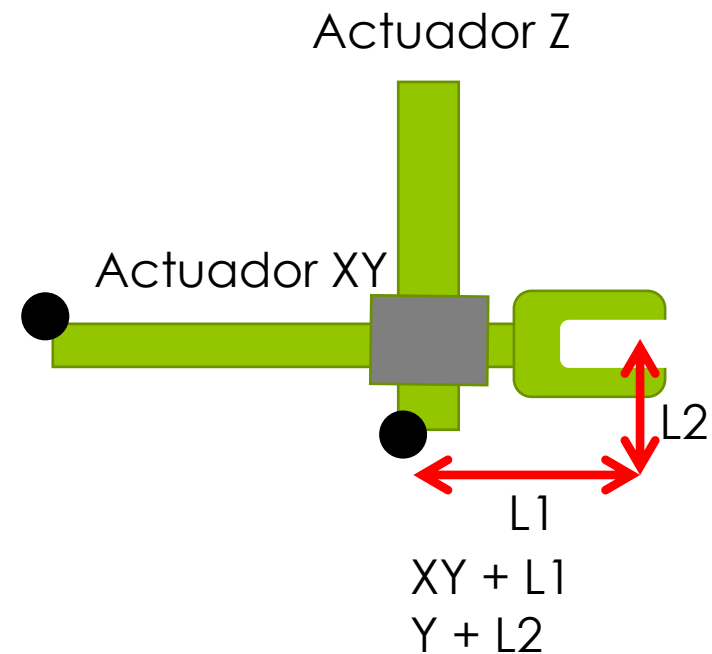
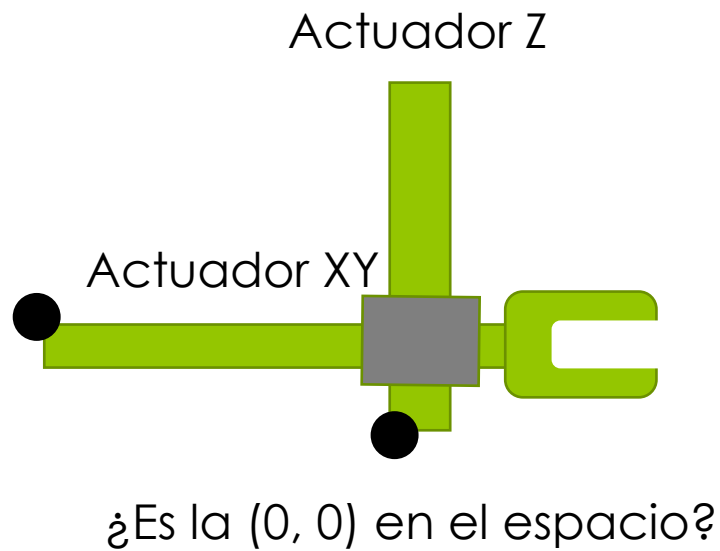
Coordenadas actuadores: (0, 0)  
Coordenadas espacio: (0, 24)



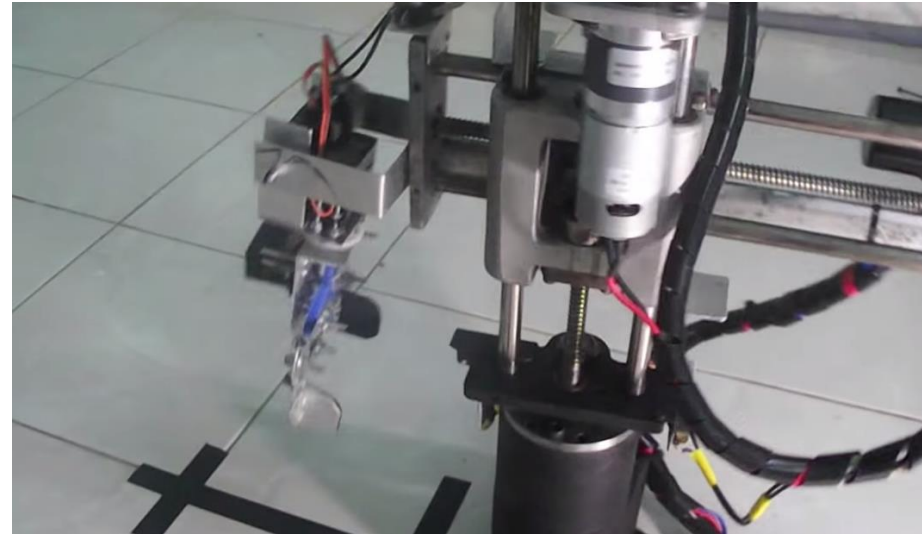
Coordenadas actuadores: (0, 24)  
Coordenadas espacio: (0, 0)

## Robot cilíndrico – 4º paso: mover el actuador XY III

- Se debería sumar las alturas de las herramientas (pinzas u otras) a las coordenadas
  - L1 son zonas que no son alcanzables por la pinza
  - L2 es el punto central de la pinza, que es su zona de trabajo



## Robot cilíndrico – Ejemplos



[https://youtu.be/\\_5a3OVi-v8E](https://youtu.be/_5a3OVi-v8E)

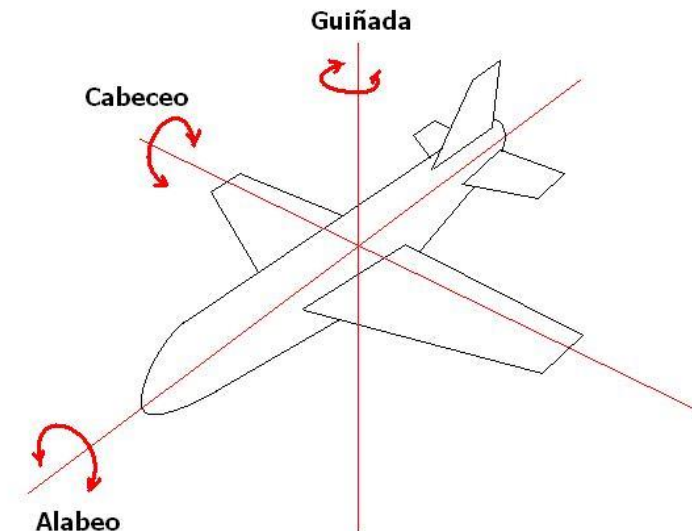
<https://youtu.be/cR9MJ4GJHDs>

<https://youtu.be/nEVU1Rb8xDg>

Antropomórfico

# Antropomórfico – Introducción

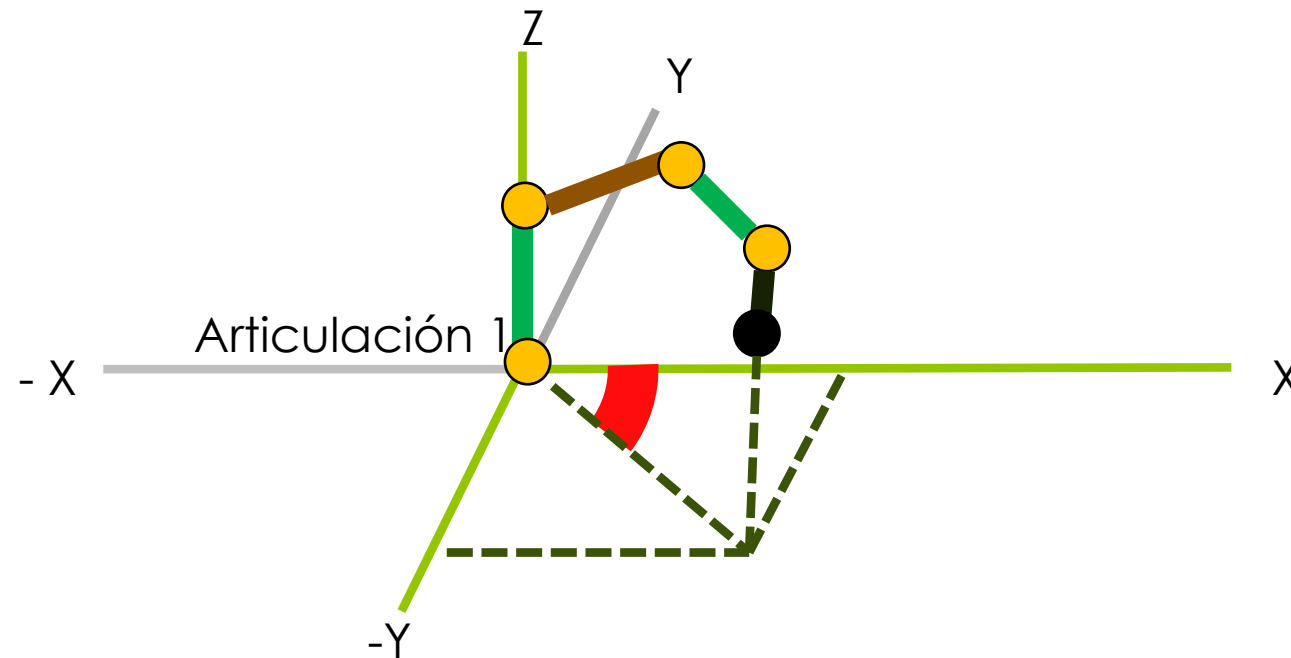
- Los robots antropomórficos **suelen tener entre 4, 6, 8 grados de libertad, o más**
- La mayoría **manejan posiciones en los ejes X, Y, Z**
- Entradas** del modelo cinemático (4DoF)
  - Posición, X Y Z + Ángulo cabeceo**
  - Longitud de las articulaciones**
  - Angulo de cabeceo** del actuador (Pitch)
- Salidas**
  - Ángulos para los N motores**



[https://es.wikipedia.org/wiki/Ejes\\_del\\_av%C3%B3n#/media/Archivo:Avi%C3%B3nmov3.JPG](https://es.wikipedia.org/wiki/Ejes_del_av%C3%B3n#/media/Archivo:Avi%C3%B3nmov3.JPG)

# Antropomórfico – 1er paso: ángulo de giro articulación 1

- La articulación 1 es la base

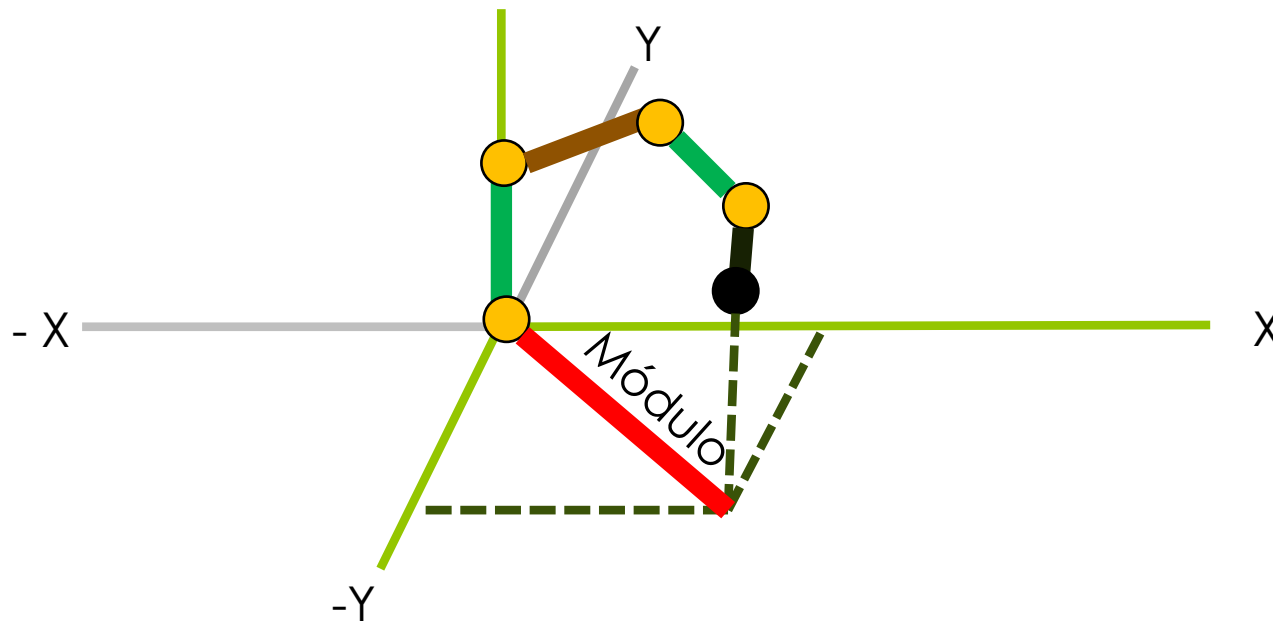


- Ángulo articulación 1 = Arcotangente [Atan2] (Y, X)



## Antropomórfico – 2º paso: calcular X' e Y'

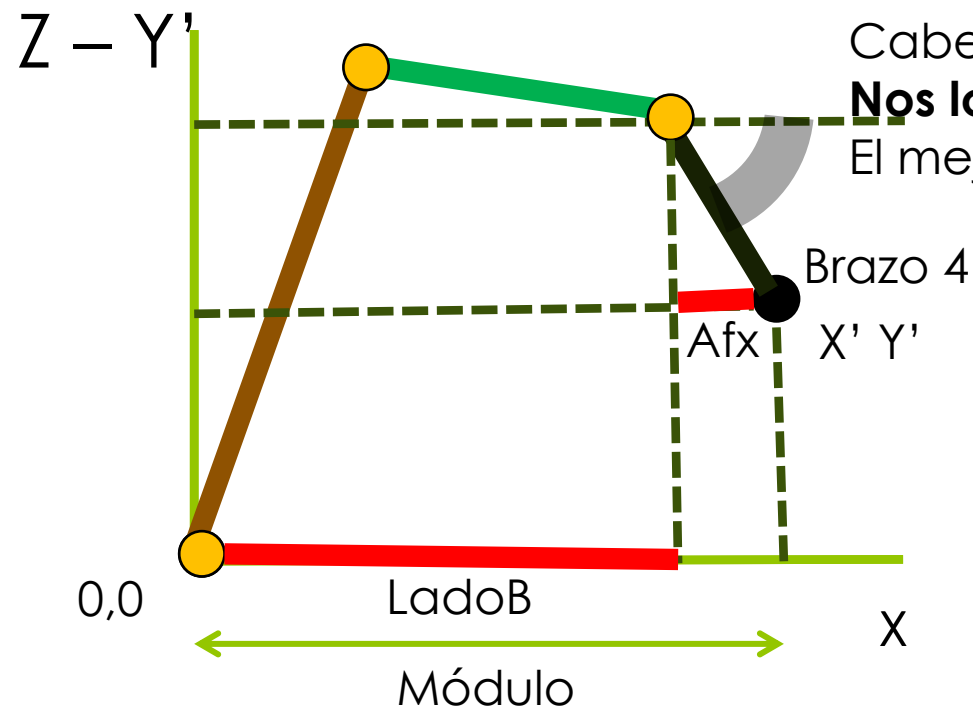
- Son la posiciones X e Y «transformadas» a dos dimensiones
  - Facilitamos y calcularemos todo en 2D
- El primer paso es calcular el modulo: origen  $\rightarrow$  X, Y
- Módulo = Raíz cuadrada [Sqrt]  $((X^2) + (Y^2))$ 
  - $X' = \text{Modulo}$
  - $Y' = Z$



# Antropomórfico –

## 3er paso: cabeceo y 2ª articulación I

- Con  $X'$  e  $Y'$  aplicamos los cálculos del espacio 2D
  - $Afx = \text{coseno} [\cos] (\text{cabeceo}) * \text{LongBrazo4}$
  - $\text{LadoB} = X' - Afx$



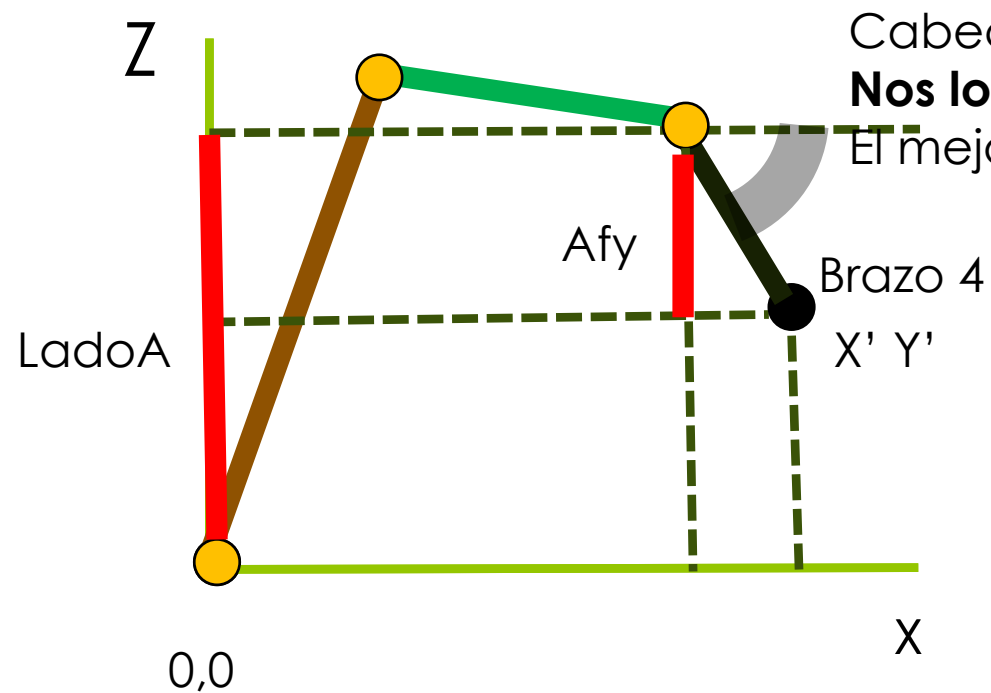
Cabeceo (ángulo) –

**Nos lo dan/Lo elegimos/Depende de la herramienta**

El mejor ángulo de trabajo para una herramienta

## Antropomórfico – 3er paso: cabeceo y 2ª articulación II

- $Afy = \text{Seno} [\sin] (\text{cabeceo}) * \text{LongBrazo4}$
- $\text{LadoA} = Y' - Afy - \text{LongBrazo1} // \text{la base}$



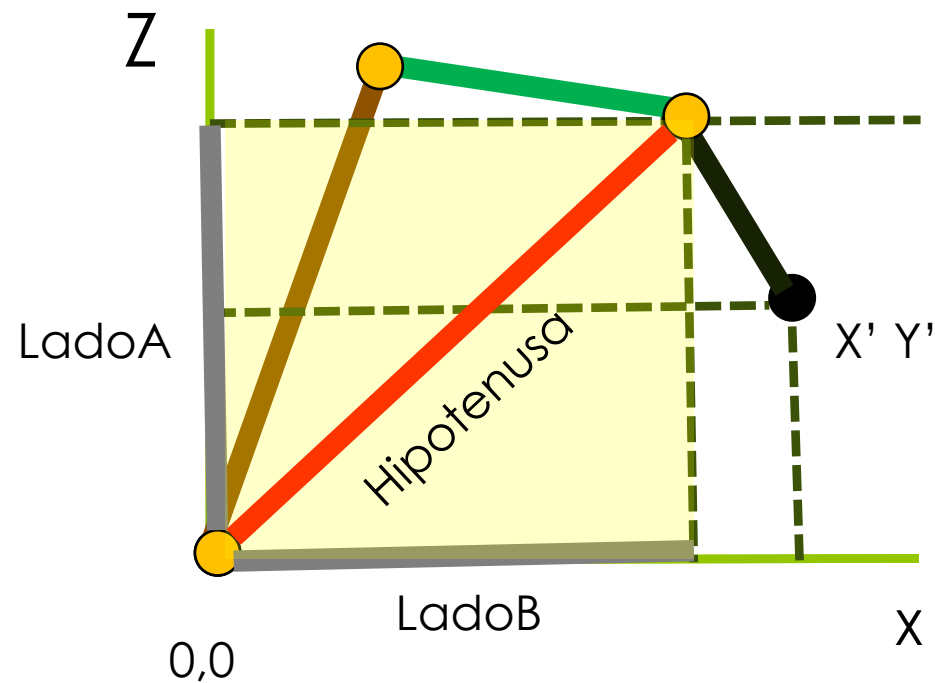
Cabeceo (ángulo) –

**Nos lo dan/Lo elegimos/Depende de la herramienta**

El mejor ángulo de trabajo para una herramienta

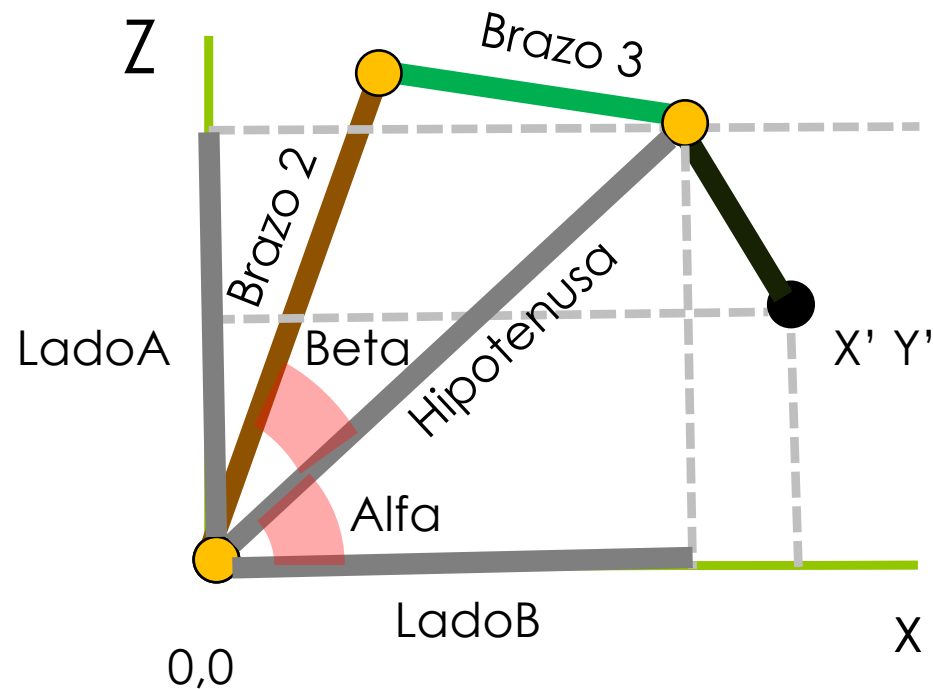
## Antropomórfico – 3er paso: cabeceo y 2ª articulación III

- Hipotenusa = raíz [sqrt] ( $\text{LadoA}^2 + \text{LadoB}^2$ )



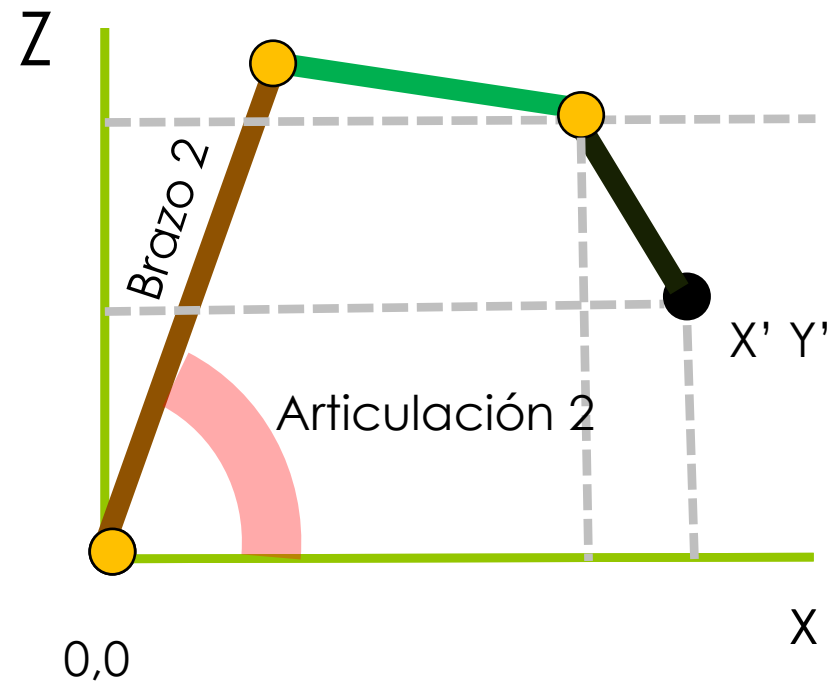
## Antropomórfico – 3er paso: cabeceo y 2ª articulación IV

- Alfa = Arcotangente  $[\text{atan2}]$  (LadoA, LadoB)
- Beta = Arcocoseno  $[\text{acos}]$   $(\text{LongBrazo2}^2 - \text{LongBrazo3}^2 + \text{Hipotenusa}^2) / (2 * \text{LongBrazo2} * \text{Hipotenusa})$



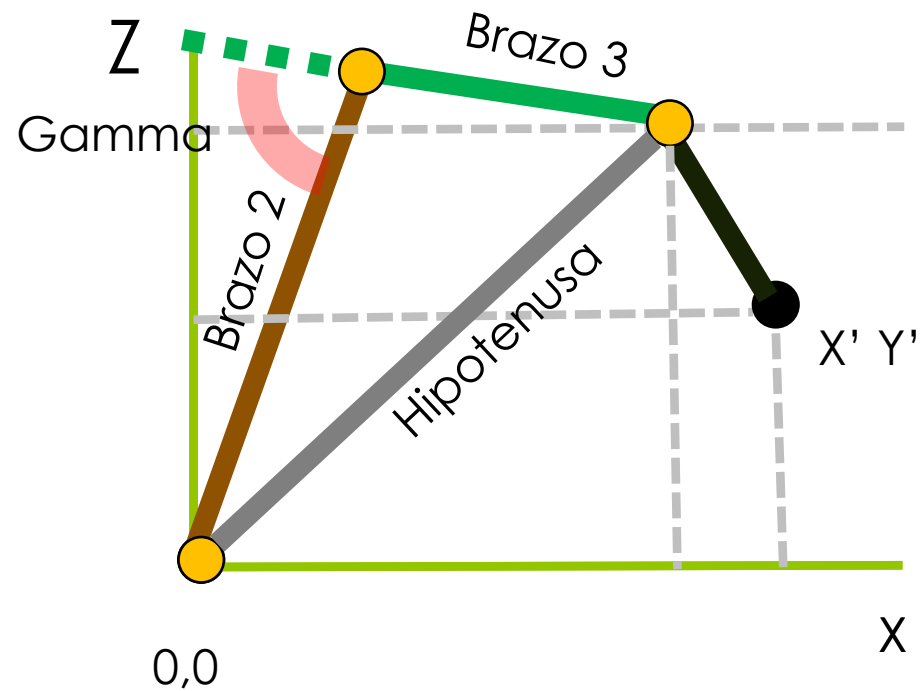
## Antropomórfico – 3er paso: cabeceo y 2ª articulación V

- Ángulo 2ª articulación = Alfa + Beta



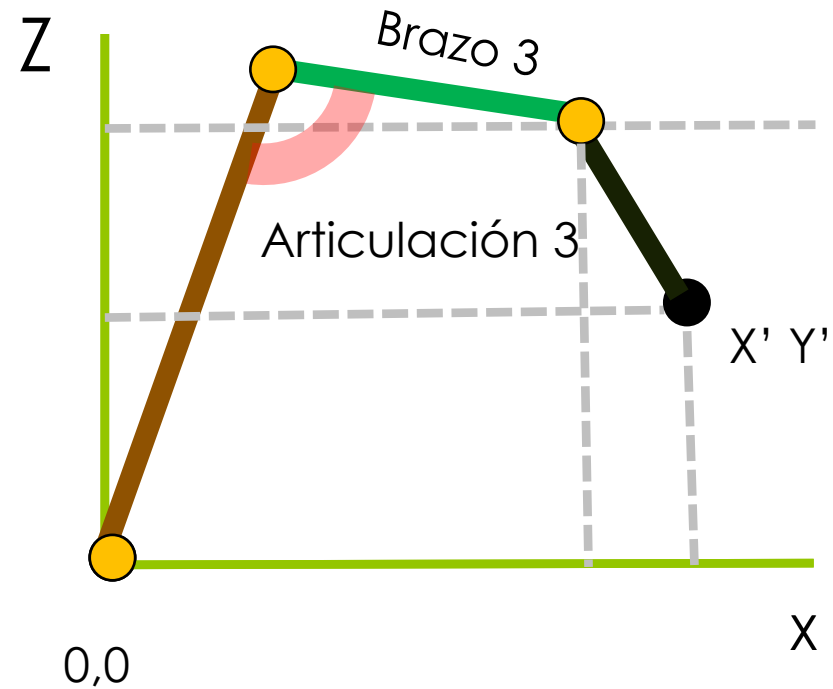
## Antropomórfico – 4º paso: ángulo gamma I

- Gamma = Arcocoseno [acos]  $(\text{LongBrazo2}^2 + \text{LongBrazo3}^2 - \text{Hipotenusa}^2) / (2 * \text{LongBrazo2} * \text{LongBrazo3})$



## Antropomórfico – 4º paso: ángulo gamma II

- Ángulo articulación 3 = - (180 – Gamma)





## Antropomórfico – 5º paso: ángulo 4ª articulación

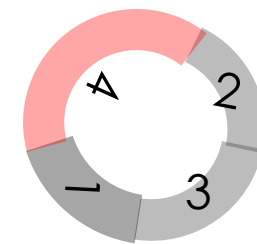
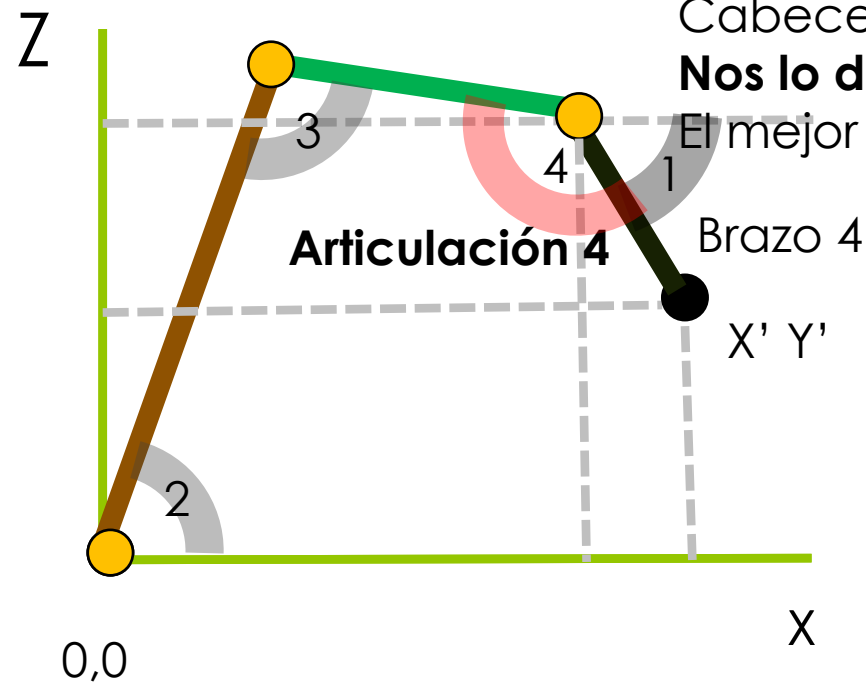
- Ángulo articulación 4 =

Cabeceo – Ángulo articulación 2 – Ángulo articulación 3

Cabeceo (ángulo) –

**Nos lo dan/Lo elegimos/Depende de la herramienta**

El mejor ángulo de trabajo para una herramienta



Aprox.

## Antropomórfico – Consideraciones

- **Ya tenemos el modelo para 4 DoF**, al **añadir** el giro del actuador final (**roll/alabeo**) obtendríamos el 5 DoF
- El roll/cabeceo no afecta al calculo de la cinemática
- **Hay que tener en cuenta el tipo de actuador en la longitud del brazo 4**
  - Pinza, destornillador, pistola de pintura, etc.
    - Sobre todo si cambiamos la herramientas y mide diferente
  - Longitud brazo 4 = longitud del brazo + longitud del actuador

# Trayectorias

# Trayectorias I

- o **Teniendo la cinemática inversa calculada podemos situar el robot en un punto del espacio**
- o Una **trayectoria** es el **camino entre dos puntos** (inicio y fin)
- o **Se utiliza un algoritmo para calcular la trayectoria**
  - o Existen **muchas posibilidades** para calcular una trayectoria
  - o La trayectoria es un **conjunto de puntos**  $[X0, Y0]$   $[X1, Y1]$   $[X2, Y2]$
- o Hay **muchos algoritmos diferentes**
  - o Algoritmo de Bresenham
  - o A\*
  - o D\*
  - o Rapidly-exploring random tree
  - o Probabilistic roadmap
  - o Etc.

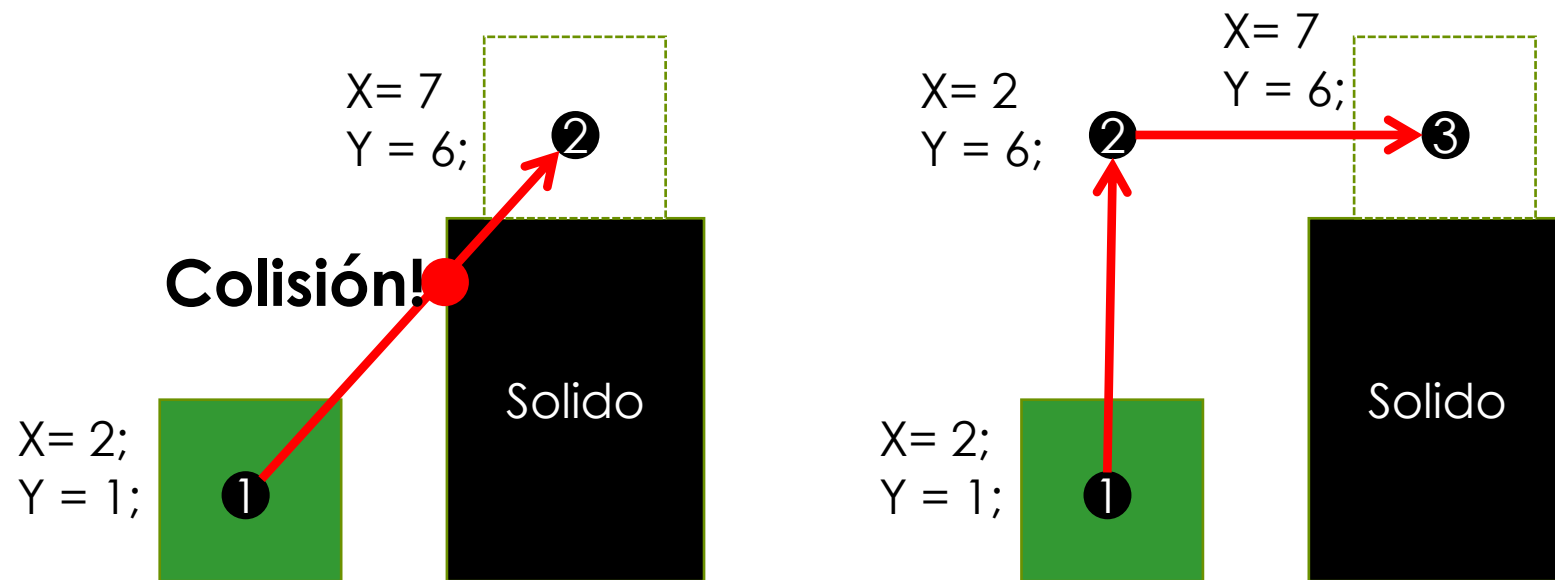
## Trayectorias II

- En ocasiones, las trayectorias se deben descomponer para evitar «colisiones»
  - Ejemplo: **si hay obstáculos en el espacio** (conocidos desde el inicio)
    - Sensores para detectar obstáculos
  - **Dar solo el punto de inicio y fin es arriesgado** si existen obstáculos o restricciones
    - Hay que ir recalculando en tiempo real



## Evitar obstáculos con trayectorias

- Muchos manipuladores suelen tener diferentes comandos para mover
  - Mover de forma **lineal**, **circular**, **primero la altura**, etc.
  - **Tener en cuenta el objeto** que mueve



## Referencias

## Referencias

1. V. Patidar and R. Tiwari, "Survey of robotic arm and parameters," in *2016 International Conference on Computer Communication and Informatics (ICCCI)*, 2016, pp. 1–6.
2. Real Academia Española, "Real Academia Española," 2016. [Online]. Available: <http://dle.rae.es/>. [Accessed: 15-Oct-2017].
3. J. J. Craig, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, 3rd ed. Pearson Education International, 2004.
4. [https://www.researchgate.net/publication/3413142\\_Real-time\\_map\\_building\\_and\\_navigation\\_for\\_autonomous\\_robots\\_in\\_unknown\\_environments/figures?lo=1](https://www.researchgate.net/publication/3413142_Real-time_map_building_and_navigation_for_autonomous_robots_in_unknown_environments/figures?lo=1)
5. <http://web.archive.org/web/20060423153720/http://www.robothalloffame.org:80/unimate.html>
6. <http://web.archive.org/web/20040229033106/http://www.ar2.com:80/ar2pages/uni1961.htm>
7. [https://arhatarahant.files.wordpress.com/2014/07/robots\\_antropomorficos.pdf](https://arhatarahant.files.wordpress.com/2014/07/robots_antropomorficos.pdf)
8. <http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:iberoingmecanica-2005-vol09-n3-03/Documento.pdf>



# Robots Manipuladores y cinemática inversa



Escuela de  
Ingeniería  
Informática  
Universidad de Oviedo



Universidad de Oviedo  
*Universidá d'Uviéu*  
*University of Oviedo*

Cristian González García  
[gonzalezcristian@uniovi.es](mailto:gonzalezcristian@uniovi.es)

Material original de Jordán Pascual  
Espada

v 1.3 Octubre 2022