



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS  
Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA  
**CENTRO PREUNIVERSITARIO**

## *Habilidad Lógico Matemática*

### EJERCICIOS DE CLASE Nº 11

1. Manuel tiene 31 cajas. Cada caja tiene al menos una moneda. Manuel sabe que hay 25 cajas con dos o más monedas, 17 con tres o más monedas, 15 con cuatro o más monedas, 9 con cinco o más monedas y 6 con exactamente seis monedas. Si ninguna caja tiene más de seis monedas, ¿cuántas monedas como mínimo tiene Manuel en total?
- A) 104      B) 106      C) 103      D) 101      E) 109

#### Solución:

- 1) Analizando el problema tenemos:

25 con 2 o más monedas  
17 con 3 o más monedas  
15 con 4 o más monedas  
9 con 5 o más monedas  
6 con exactamente 6

- 2) Como queremos lo mínimo posible analicemos de la siguiente forma

- ♦ Tomando las 25 cajas y las 17 cajas, deducimos que 8 tienen 2 monedas y quedarían 17 con 3 o más monedas.
- ♦ Ahora tomando las 17 cajas y las 15 cajas, deducimos que hay 2 cajas con 3 o más monedas y quedarían 15 cajas con 4 o más monedas.
- ♦ Nuevamente tomando las 15 cajas y las 9 cajas, deducimos que hay 6 cajas con 4 o más monedas.
- ♦ Otra vez tomando las 9 cajas y las 6 cajas, deducimos que hay 6 cajas con 6 monedas y las 3 restantes hay 5 monedas.

- 3) Como se quiere lo menor posible

8 cajas con 2 monedas  
2 cajas con 3 monedas  
6 cajas con 4 monedas  
3 cajas con 5 monedas  
6 cajas con 6 monedas

- 4) Hay en total 25 cajas, como por dato hay 31, entonces debe de haber 6 cajas con 1 moneda.
- 5) Por tanto monedas en total: 103 monedas

**Rpta.: C**

2. En una tienda se tiene una caja con 15 caramelos de limón y 10 caramelos de naranja. El dueño de la tienda inventó un juego que consiste en sacar caramelos de uno en uno y al azar. Para ganarse un caramelo de limón se debe sacar 2 caramelos de limón consecutivos; o para ganarse un caramelo de naranja debe sacar 2 de naranja sin importar el orden. ¿Cuántas opciones, como máximo, tienes de ganar el juego?
- A) 4      B) 5      C) 7      D) 9      E) 10

**Solución:**

1) Sea:

Caramelo de limón: L

Caramelo de naranja: N

2) Maneras diferentes de ganar:

LNLN; LL ; LNN; NLL; NLN; NN; LNLL

Por lo tanto, como máximo hay 7 opciones.

**Rpta.: D**

3. En las casillas cuadradas de la figura se deben escribir un número entero de 1 a 9, uno en cada casilla y sin repeticiones. En seguida en cada casilla circular se escribe la suma de los números que comparten ese lado. Calcule la suma máxima de los números escritos en todas las casillas circulares

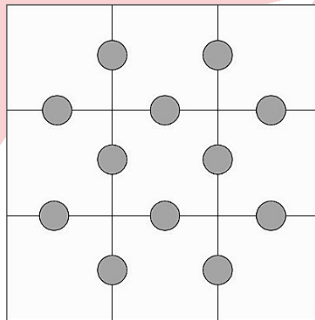
A) 125

B) 142

C) 134

D) 144

E) 125

**Solución:**

- 1) Para que la suma sea máxima colocamos el 9 en la casilla central rodeado de los números 8, 7, 6 y 5.
- 2) Los números 4, 3, 2 y 1 en las esquinas.

4	11	7	8	1
12		16		7
8	17	9	15	6
11		14		8
3	8	5	7	2

Por lo tanto, la suma máxima de las casillas circulares es 134.

**Rpta.: C**

4. ¿Cuántas cifras, como máximo, pueden ser borradas del numeral de 1000 cifras:

201620162016...2016,

de tal manera que la suma de las cifras restantes sea 2016?

- A) 492      B) 482      C) 490      D) 484      E) 480

**Solución:**

- 1) Hay en el numeral de 1000 cifras:

cifras 2: 250

cifras 0: 250

cifras 1: 250

cifras 6: 250

- 2) Para que puedan ser borrados el máximo número de cifras, deben quedar las cifras de mayor valor tal que sumen 2016.

- 3) Suma de las cifras restantes:  $6(250) + 2(250) + 1(16) = 2016$

Por tanto, como máximo de cifras, se pueden borrar:  $250 + (250 - 16) = 484$ .

**Rpta.: D**

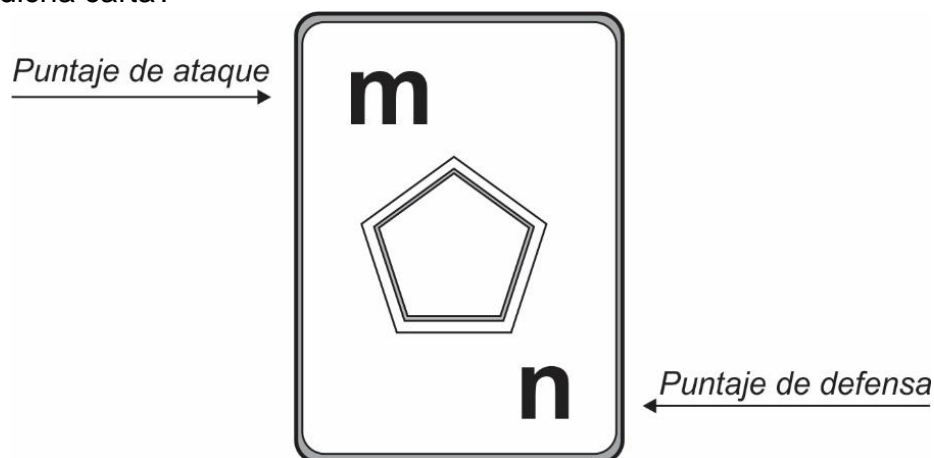
5. Un juego de cartas, cada una es como la que se muestra en la figura. Para cada carta de este juego se cumple:

- m y n son números enteros mayores que cero.
- $n > m$
- En el juego de cartas no hay dos cartas con el mismo ataque y la misma defensa.

La regla del juego es como sigue:

Una carta A le gana a otra B si el ataque de A es mayor que la defensa de B. El poder de una carta es la cantidad de cartas a las que le gana.

Si Luis tiene una carta cuya suma de ataque y defensa es 50, ¿cuál es el máximo poder de dicha carta?



- A) 320      B) 149      C) 320      D) 253      E) 180

**Solución:**

- 1) Como el poder de la carta debe ser máximo, entonces el número de cartas a las que las gana debe ser máximo.
- 2) Como ataque y defensa suman 50, entonces su ataque máximo es 24.
- 3) Entonces gana a todas las cartas que tengan defensa menor o igual a 23.
- 4) Luego, el número de cartas a las que gana como máximo es  $22 + 21 + \dots + 1 = 253$ .

**Rpta.: D**

6. Carito vende galletas, que vienen en cajas de 5 unidades y 12 unidades. Los pedidos se atienden sin abrir las cajas. Así por ejemplo un pedido de 27 galletas, es atendido con 1 caja de 12 unidades y 3 cajas de 5 unidades. ¿Cuántas galletas, como máximo, tiene el pedido que Carito no puede atender exactamente? Indique la suma de las cifras de dicho resultado.

- A) 6                      B) 8                      C) 11                      D) 7                      E) 5

**Solución:**

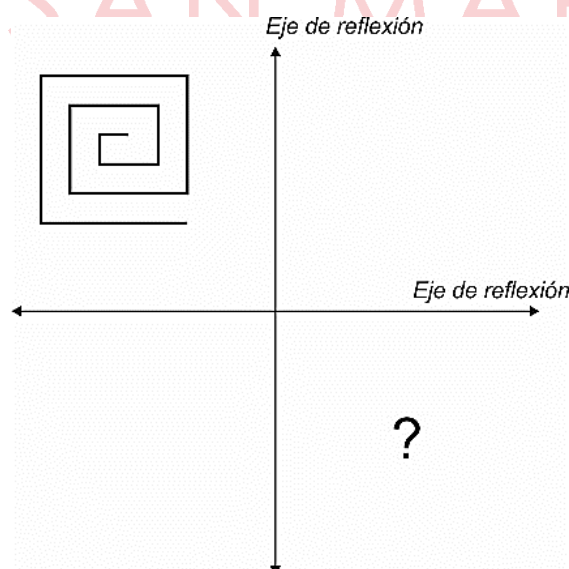
- 1) Usando solo cajas pequeñas se puede despachar: 5, 10, 15, 20, ...
- 2) Usando una caja de 12 y otras de 5 puede despachar: 12, 17, 22, 32, 37, 42, 47
- 3) Usando dos cajas de 12 y otras de 5 puede despachar: 24, 29, 34, 39, 44, ...
- 4) Siguiendo este criterio, se observa que a partir de un pedido de 44 galletas cualquier pedido puede ser satisfecho.





Por lo tanto, el pedido máximo que no se puede despachar es de 43 galletas

Suma de cifras = 7

**Rpta.: D**

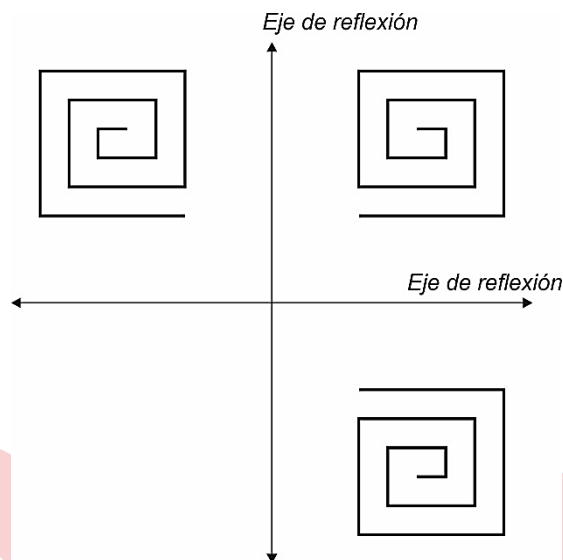
7. La figura en forma de espiral se refleja según el eje vertical y horizontal, en ese orden. ¿Qué figura se obtiene en la región donde aparece el signo de interrogación?



- A)       B)       C)       D)       E) 

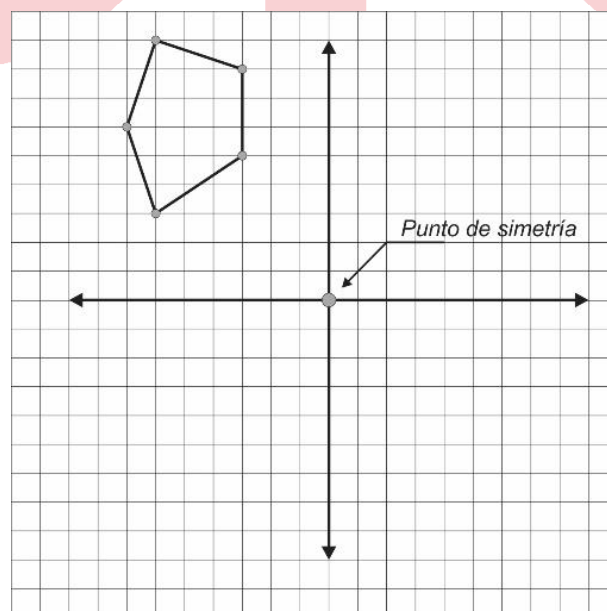
**Solución:**

- 1) En la figura se muestran las reflexiones y la figura que resulta.



Rpta.: C

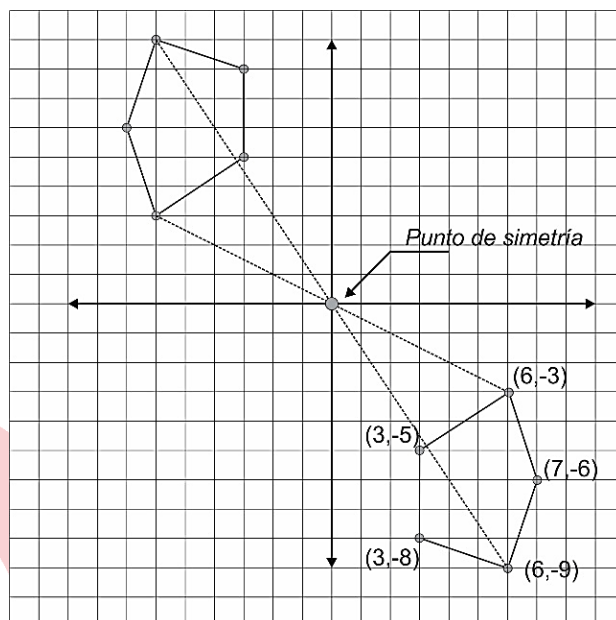
8. Jaimito ha dibujado en una hoja cuadriculada dos rectas perpendiculares y un pentágono como se muestra en la figura. Dichas rectas las usa como un sistema de coordenadas y el origen de coordenadas como un punto de simetría para construir un nuevo pentágono. Calcule la suma de todos los números que representan a las coordenadas de los vértices de este nuevo pentágono.



- A) 7      B) 6      C) -8      D) -6      E) 9

**Solución:**

- 1) En la figura se ha construido el polígono simétrico, respecto del origen de coordenadas, al polígono original



- 2) Suma de los números que conforman las coordenadas = - 6

**Rpta.: C**

**EJERCICIOS DE EVALUACIÓN Nº 1**

1. Tenemos la secuencia 773, 147, 28, 16, 6. Observa que, en ella, cada término es el resultado del producto de los dígitos del término anterior. El 773 origina en cuatro pasos el número 6. ¿Cuál es el menor número de tres cifras que en tres pasos origina el número 2? Dé como respuesta la suma de las cifras de dicho número.

- A) 20      B) 12      C) 18      D) 11      E) 9

**Solución:**

- 1) La secuencia debe ser  $279 \rightarrow 126 \rightarrow 12 \rightarrow 2$

**Rpta.: C**

2. María escribe números naturales de tres cifras tales que la cifra central sea mayor que la suma de las otras dos, por ejemplo 185 y 263. ¿Cuántos números diferentes podrá escribir María, como máximo?

- A) 144      B) 120      C) 96      D) 100      E) 72

**Solución:**

- 1) Si la suma de la primera y tercera cifras es  $k$ , para que la cifra central sea mayor que  $k$  debe ser  $1 \leq k \leq 8$ . En este caso, la cifra central puede ser  $k+1, \dots, 9$  y se puede escoger de  $9-k$  maneras.
- 2) La primera y tercera cifras se pueden escoger de  $k$  maneras para que sumen  $k$ , a saber  $1$  y  $k-1, 2$  y  $k-2, \dots, k-1$  y  $1, k$  y  $0$ .

Por lo tanto, la cantidad máxima de números es:  $8 \times 1 + 7 \times 2 + \dots + 1 \times 8 = 120$

**Rpta.: B**

3. Ricardo juega un juego de computador que consiste en una cuadrícula de  $4 \times 4$ . Cada celda es roja o azul, dicho color solo se ve si se hace clic en ella. Se sabe que solo hay dos celdas azules, y que tienen un lado común. ¿Cuál es el menor número de clics que Ricardo tiene que hacer para estar seguro de ver las dos celdas azules en la pantalla?

- A) 10      B) 9      C) 12      D) 11      E) 13

**Solución:**

- 1) Agrupando las 16 casillas en 8 pares de casillas adyacentes, resulta claro que se requieren al menos 8 clics para encender con certeza una casilla azul, y al menos 2 más para encender la otra.

1		2	
	3		4
5		6	
	7		8

Por lo tanto, la cantidad mínima de clics es 10.

**Rpta.: A**

4. Nicolás tiene un libro de cuentos, dicho libro tiene 30 cuentos, cada uno de los cuales empieza en una nueva página. Los cuentos tienen 1, 2, 3, ..., 30 páginas, no necesariamente en ese orden. El primer cuento comienza en la página 1. ¿Cuál es el mayor número de cuentos que pueden empezar en páginas impares?

- A) 15      B) 18      C) 20      D) 21      E) 23

**Solución:**

- 1) Primero se colocan todos los cuentos cuya cantidad de páginas es par, que son 15 en total.
- 2) A continuación se colocan todos los cuentos cuya cantidad de páginas es impar, que son 15 en total. De estos a lo más 8 empiezan en páginas impares.

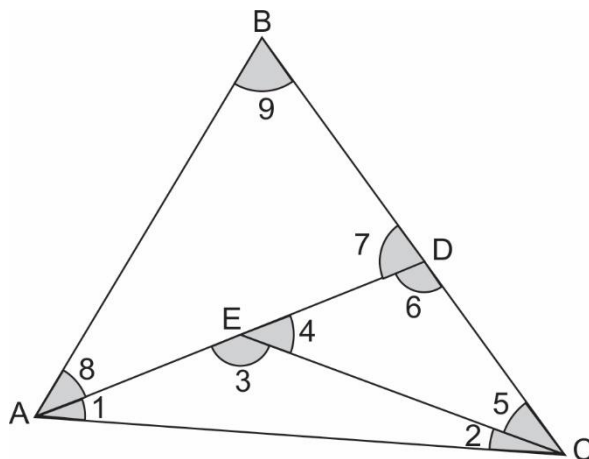
Por lo tanto, la cantidad máxima de cuentos que pueden empezar en páginas impares es 23.

**Rpta.: E**



5. En el lado BC de un triángulo ABC se elige un punto D, y en el segmento AD se elige el punto E. Se obtienen así nueve ángulos, los cuales se denotan por los números del 1 al 9 como se indica en la figura. ¿Cuál es el mínimo número de valores diferentes que pueden tomar las medidas de dichos ángulos?

- A) 3  
B) 5  
C) 2  
D) 6  
E) 4



**Solución:**

- 1) Observar que: 
$$\begin{cases} \angle 4 = \angle 1 + \angle 2 \\ \angle 7 = \angle 4 + \angle 5 \end{cases}$$
- 2) De lo anterior, por lo menos deben haber tres ángulos cuyas medidas sean diferentes.
- 3) Esto se alcanza cuando  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 5 = \angle 8 = \angle 9 = 36^\circ$ , en este caso  $\angle 3 = 108^\circ$ ,  $\angle 4 = \angle 6 = 72^\circ$  y  $\angle 7 = 108^\circ$

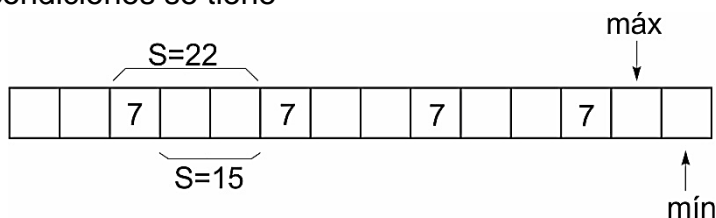
Rpta.: A

6. Daniel observa que los catorce dígitos del número de su tarjeta de crédito, cumplen que la suma de tres dígitos consecutivos cualesquiera es 22. Además, observa que, de derecha a izquierda, el tercer dígito es 7, ¿cuál es el mínimo valor del último dígito de su tarjeta de crédito?

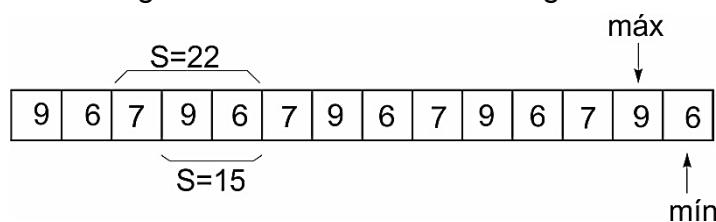
- A) 4      B) 3      C) 5      D) 6      E) 2

**Solución:**

- 1) De las condiciones se tiene



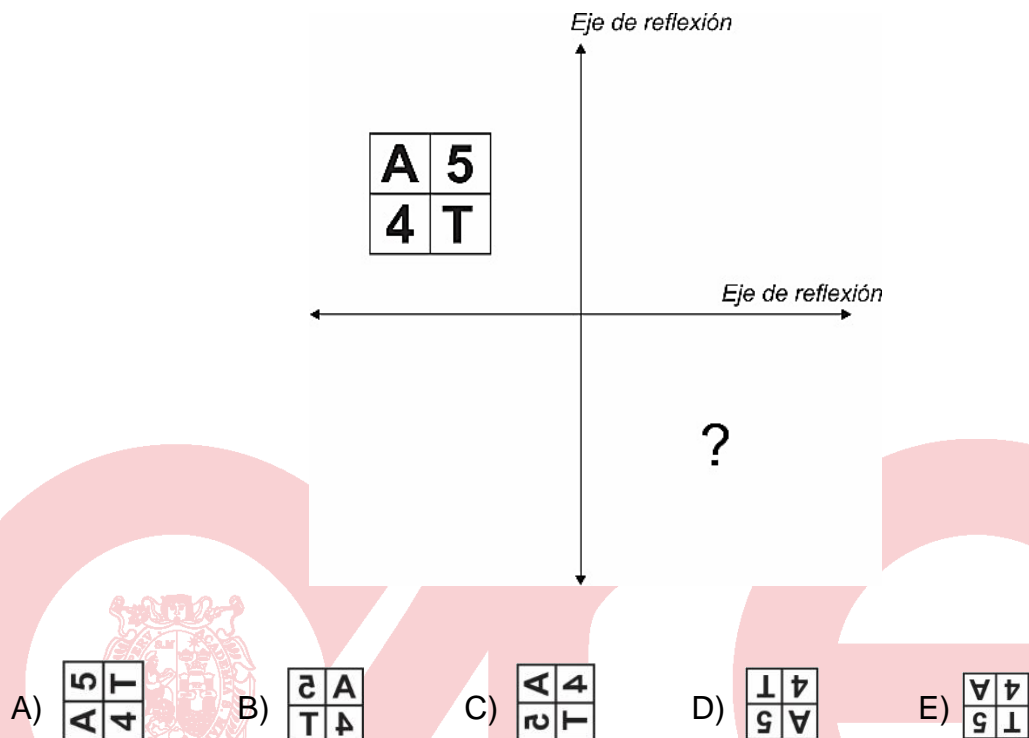
- 2) Luego, se tiene la siguiente distribución de los dígitos



Rpta.: D

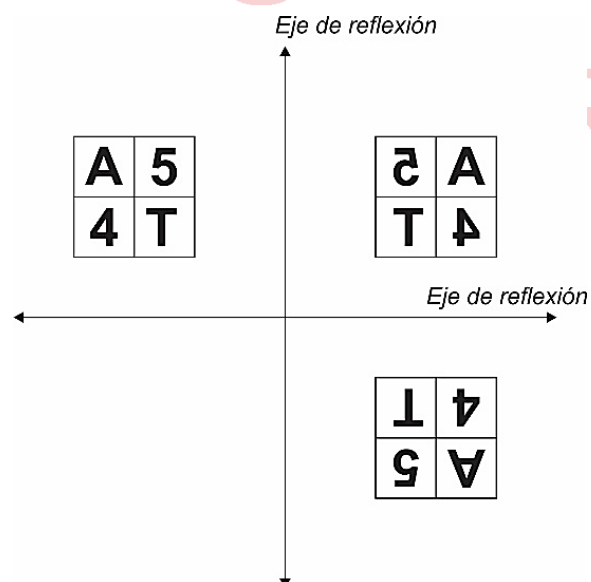


7. La figura, en la que están escritas letras y números, se refleja según el eje vertical y horizontal, en ese orden. ¿Qué figura se obtiene en la región donde aparece el signo de interrogación?



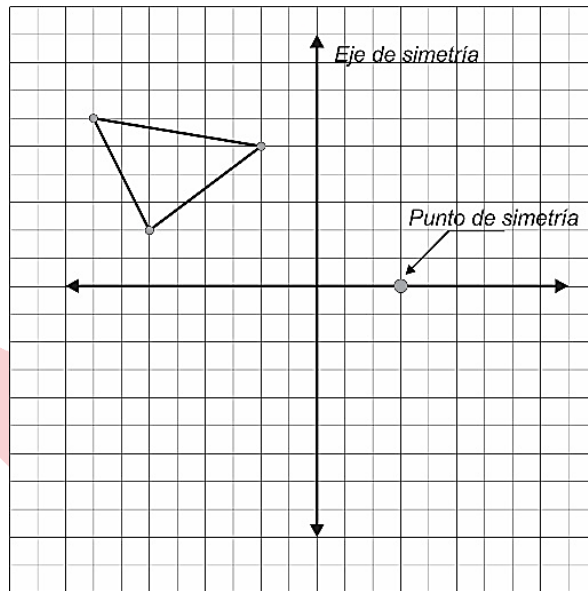
**Solución:**

- 1) En la figura se indican las reflexiones y el resultado final.



Rpta.: D

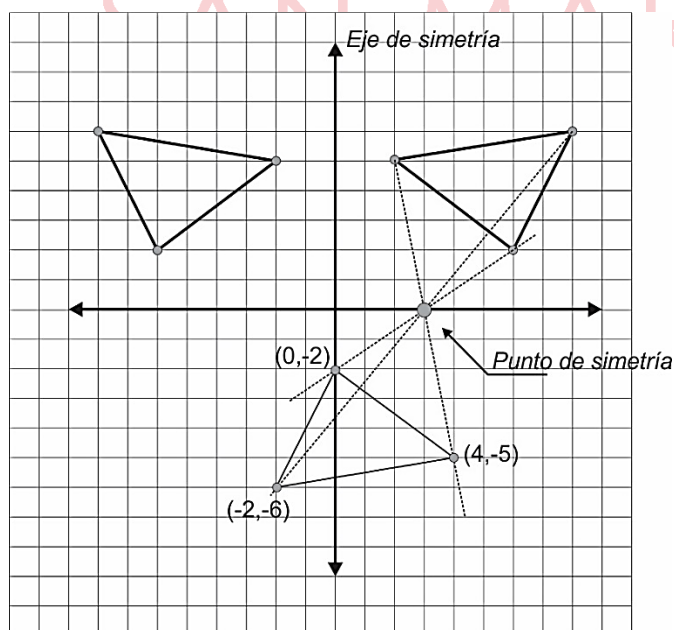
8. Luis ha dibujado en una hoja cuadriculada dos rectas perpendiculares y un triángulo como se muestra en la figura. A la figura triangular la refleja respecto del eje que se indica, y luego construye una figura simétrica usando como punto de simetría el punto que se indica. Si la hoja la usa como un plano coordenado, las rectas representan a los ejes coordenados, indique la suma de los números que forman las coordenadas de los vértices de la figura construida en el último paso.



- A) 5      B) -11      C) -4      D) 2      E) -7

**Solución:**

- 1) En la figura se indica el proceso de reflexión y los respectivos resultados.
- 2) La suma de los números de las coordenadas que se indican es -11.



**Rpta.: B**

# Habilidad Verbal

## SEMANA 11 A

### TEXTOS DISCONTINUOS

Son textos no lineales, es decir, no necesitan de una lectura de izquierda a derecha ni de arriba hacia abajo, renglón por renglón. En estos textos, la información se presenta organizada, pero no necesariamente secuenciada ni de forma progresiva.

Están constituidos por frases dispuestas en el espacio gráfico de modo diverso, pero respetan las reglas de construcción y procuran tener un orden que los haga inteligibles.

La comprensión de estos textos requiere del uso de estrategias de lectura no lineal que proporciona la búsqueda de interpretación de la información de forma más global e interrelacionada. Son textos discontinuos los folletos informativos o publicitarios, los cuadros sinópticos, estadísticos, los mapas conceptuales, infografías, historietas, caricaturas, etc.

#### TEXTO 1



1. El autor del gráfico tiene la intención de

- A) analizar cualitativamente la situación de los docentes a nivel universitario.
- B) destacar la participación femenina en la docencia universitaria del año 2010.
- C) aclarar las diferencias significativas de la labor docente según el género.
- D) enfatizar en la disparidad cuantitativa del desempeño docente universitario.
- E) informar sobre el ejercicio docente en el 2010 según indicadores específicos.

#### **Solución:**

El autor del gráfico tiene la intención de informar sobre el ejercicio docente en el 2010 según indicadores específicos (sexo, tipo de universidad).

**Rpta.: E**

2. No se condice con el gráfico sostener que en el 2010
- A) la cifra total de docentes en universidades privadas era el 56% del total de docentes de universidades públicas.
  - B) en las universidades privadas, las mujeres docentes eran el 54% de la cantidad de varones docentes.
  - C) la cantidad de docentes en las universidades privadas difería notablemente de las públicas.
  - D) había 59 085 docentes universitarios, varones y mujeres, que desempeñaban su labor de manera formal.
  - E) había una diferencia de 16 217 docentes menos en universidades públicas con respecto a las privadas.

**Solución:**

Según el gráfico, en el 2010, la cifra total de docentes en universidades privadas es 37 651 y en las públicas es de 21 434, esta última resulta ser el 56% aprox. de la primera.

**Rpta.: A****TEXTO 2**

1. Centralmente, la caricatura hace alusión a
- A) la finalidad de la ética.
  - B) los albores de la moral.
  - C) la caducidad de la ética.
  - D) la aparición del código de ética
  - E) la utilidad de la ética.

**Solución:**

En la caricatura, básicamente, se hace alusión a la caducidad de la ética.

**Rpta.: C**

2. En la caricatura, la frase LO HABRÁN OLVIDADO implica

- A) filantropía colectiva.  
C) convivencia ética.  
E) desarrollo intelectual.

- B) devaluación moral.  
D) ignorancia testaruda.

**Solución:**

En la caricatura, la frase "LO HABRÁN OLVIDADO" implica devaluación moral.

**Rpta.: B**

3. Resulta incompatible con la caricatura sostener que el código de ética

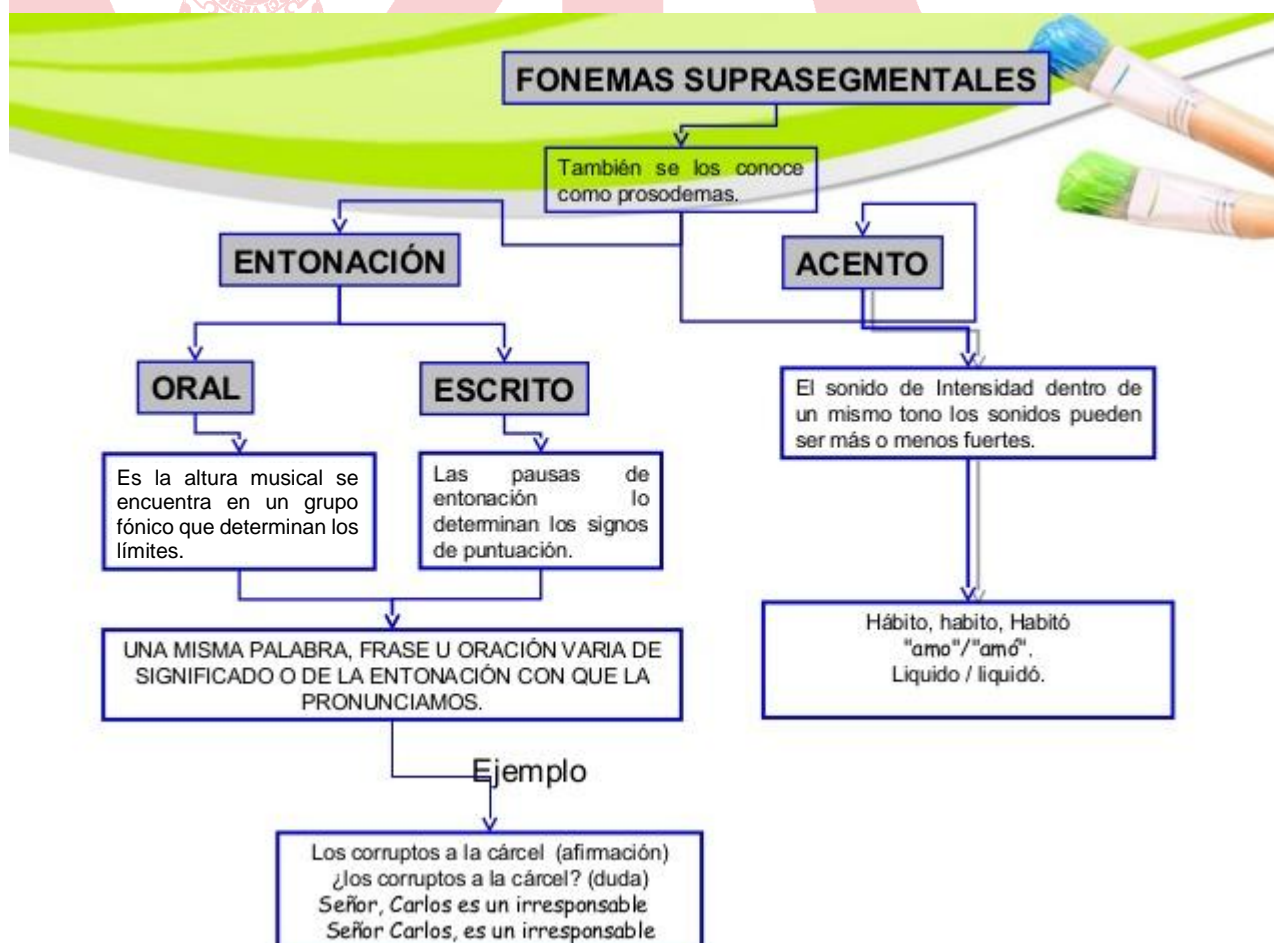
- A) posee un valor intrínseco para toda la humanidad.  
B) con el transcurso de los años, va perdiendo valor.  
C) ha quedado rezagada por la modernización social.  
D) resulta ser necesario para la convivencia humana.  
E) apareció de manera azarosa en la vida del hombre.

**Solución:**

En la caricatura, es evidente que el código de ética es una obra humana intencionada.

**Rpta.: E**

**TEXTO 3**



1. ¿Cuál es el tema central de mapa conceptual?

- A) Ejemplificación de dos clases de fonemas suprasegmentales
- B) Uso de dos fonemas suprasegmentales: entonación y acento
- C) Diferenciación de los fonemas suprasegmentales del castellano
- D) Clasificación de los fonemas suprasegmentales del castellano
- E) Explicación lingüística sobre el empleo de los prosodemas

**Solución:**

El mapa conceptual desarrolla el tema Clasificación de los fonemas suprasegmentales del castellano.

**Rpta.: D**

2. Es compatible con el mapa conceptual afirmar que los fonemas suprasegmentales

- A) prescinden de sonidos consonánticos y vocálicos.
- B) son indiscernibles, pero complementarios.
- C) poseen una naturaleza y función ortográfica.
- D) se representan siempre en la escritura.
- E) cumplen una función distintiva a nivel fónico.

**Solución:**

En el mapa conceptual se plantean ejemplos para cada tipo de fonema suprasegmental. De ello, podemos se puede afirmar que los fonemas suprasegmentales cumplen una función distintiva a nivel fónico.

**Rpta.: E**

## COMPRENSIÓN LECTORA

### TEXTO

A principios del s. XVI, la mayor fuente de riqueza proveniente de las colonias españolas en América, no venía del oro ni la plata, muy escasos por ese entonces, sino especialmente de los cultivos de caña de azúcar.

Estos cultivos, no muy complejos en cuanto a tecnología agraria, precisaban de terrenos extensos y vírgenes por una parte y de abundante mano obrera no necesariamente cualificada.

El español, bien fuera por orgullo o por pereza, no estaba al caso de trabajar en ello y el indígena, indiferente al jornal pero muy sensible a la pérdida de su libertad, tampoco.

La solución vino de África y resultó ser la importación de esclavos negros. Y no podía ser de otro modo por motivos de peso en aquella época.

La legalidad de la esclavitud de los negros descansaba en la independencia de los reyes indígenas africanos que suministraban esclavos: el soberano europeo no tenía la culpa de que aquellos negros fueran esclavos sencillamente porque ya lo eran antes de ser vendidos a los traficantes europeos.

Bajo esta sencilla justificación fue como, prácticamente sin discusión (a excepción de algunas dudas, pero poco persistentes procedentes de alguna orden religiosa), se mantuvo la esclavitud del negro como aceptable hasta el s. XVIII. Aunque parezca increíble, no se presentó nunca durante ese período ningún cuestionamiento de peso que pudiera atentar contra esta institución. Y no solo en España, sino en ningún país del Viejo Mundo.



Pero volviendo a finales del s. XV y principios del s. XVI, podemos observar que la esclavitud del negro no era una novedad del momento. Desde mucho antes del descubrimiento de América, la esclavitud era algo familiar en Europa y muy común en el Sur de Europa. Portugal, por su relación con el Norte de África y por sus factorías comerciales establecidas a lo largo de la costa occidental africana, había hecho del esclavo negro una figura muy habitual en la sociedad española.



1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) El establecimiento de la esclavitud en Europa
- B) La esclavitud del negro en España del s. XVI
- C) La comercialización de esclavos en América
- D) La trata de esclavos negros a inicios del s. XVI
- E) El origen de la esclavitud en el continente africano

**Solución:**

El tema central del texto es la esclavitud del negro en España del s. XVI.

**Rpta.: B**

2. De la caricatura, la expresión NO TENÍAN NADA; AHORA TIENEN TRABAJO, CASA Y COMIDA supone una intención

- A) pesimista.
- B) festiva.
- C) persuasiva.
- D) reflexiva.
- E) sarcástica.

**Solución:**

La expresión NO TENÍAN NADA; AHORA TIENEN TRABAJO, CASA Y COMIDA connota burla de la condición del esclavo. Por tanto, esta expresión presenta un tono sarcástico.

**Rpta.: E**



3. En la caricatura, la expresión NO TENÍAN NADA; AHORA TIENEN TRABAJO, CASA Y COMIDA revela un trasfondo

A) religioso. B) capitalista. C) esclavista.  
D) genocida. E) espiritual.

**Solución:**

En la caricatura, la expresión irónica “NO TENÍAN NADA; AHORA TIENEN TRABAJO, CASA Y COMIDA” da cuenta de la situación de sometimiento pleno. En tal sentido, presenta un trasfondo esclavista.

**Rpta.: C**

4. Se deduce del texto que la importación de esclavos negros en España

A) se hallaba comprendida desde el s. XV hasta el s. XVI.  
B) estuvo legalmente respaldada por el monarca europeo.  
C) le fue propicia para incrementar sus ganancias en la agricultura.  
D) fue necesaria para el trabajo en la extracción de minerales.  
E) se propagó hasta el norte de África a través de las factorías.

**Solución:**

Según el texto, la mayor fuente de riqueza de las colonias españolas en América procedían de los cultivos de caña de azúcar. Por tal motivo, era urgente abundante mano de obra no cualificada.

**Rpta.: C**

5. Es posible deducir del texto que la «legalidad de la esclavitud de negros»

A) permitía al español suministrar de esclavos al continente africano.  
B) se ejercía con el respaldo constitucional en varios países europeos.  
C) fue siempre aceptada y ejercida sin ningún tipo de cuestionamiento.  
D) respaldaba la compra y venta de esclavos se basaba en decretos.  
E) se justificaba en la comercialización de negros por los reyes africanos.

**Solución:**

En el texto, el autor sostiene que la legalidad de la esclavitud de negros no estaba justificada en el ámbito legal, sino en la práctica de comercialización de esclavos que era practicada sin reparo alguno por los reyes indígenas africanos.

**Rpta.: E**

6. Según la caricatura, resulta incompatible aseverar que los esclavos

A) carecían de una remuneración.  
B) eran despojados de su libertad.  
C) se sienten sometidos y vulnerables.  
D) solo eran objetos de producción.  
E) conservaban su libre albedrío.

**Solución:**

En la caricatura se observa a los esclavos encadenados, descalzos, con harapos. Además, se hallan sometidos a tal condición en la que el capataz les recuerda su situación de total sometimiento. En tal sentido, es incompatible sostener que conservaban su libre albedrío.

**Rpta.: E**

7. Si, a principios del s. XVI, la mayor fuente de riqueza proveniente de las colonias españolas en América hubiese procedido del oro, entonces

- A) sería muy probable que el esclavismo no se hubiese cristalizado.
- B) los cultivos de caña de azúcar habrían incrementado su rentabilidad.
- C) España habría prescindido de la compra de los esclavos africanos.
- D) los indígenas habrían sido indiferentes a la extracción de este metal.
- E) hubiera sido apremiante abundante mano obrera no especializada.

**Solución:**

Según el autor, la compra de esclavos negros africanos fue una solución a la necesidad de mano de obra no cualificada para que se puedan encargar del cultivo de la caña de azúcar en las colonias españolas en América.

**Rpta.: C****SEMANA 11B****COMPRENSIÓN LECTORA****TEXTO 1****TEXTO A**

El lenguaje o el habla no es para el conductista americano más que un conjunto de respuestas verbales adquiridas por condicionamiento, (proceso por el que se adquiere una respuesta debido a la intervención de un refuerzo). Estas respuestas verbales son concebidas como «operantes verbales», como una clase de respuestas definidas por las condiciones antecedentes y consecuentes que controlan su **ocurrencia**. Skinner supone que las primeras respuestas operantes adoptan la forma de «comandos», «tactos» y «respuestas de eco». Un «comando» es un operante verbal que ocurre en condiciones de privación o de estimulación aversiva y trae consigo el refuerzo que la propia conducta verbal específica. Por ejemplo, el niño dice: «leche» y su mamá se la da. Un «tacto» es una respuesta de designación en la que el niño dice el nombre de algún objeto de su entorno y es premiado por la aprobación de la madre. Así, cuando el pequeño empieza a decir: «mamá», su madre muestra en seguida una satisfacción sin reservas. Y una «respuesta de eco» es la repetición de un enunciado del propio niño o del adulto. Su premio es de carácter autoestimuladorio. Hablar como lo hacen los adultos constituye un refuerzo para el hablante aprendiz. Los mecanismos básicos para la adquisición del lenguaje son, desde esta perspectiva, la asociación, la imitación y el refuerzo (junto a sus variantes, como el moldeamiento, proceso por el que se refuerzan sistemáticamente las conductas que se van aproximando cada vez más a una meta; así, al principio, las madres refuerzan casi cualquier emisión vocálica que produzca el bebé para decir «mamá», pero, poco a poco, se va volviendo más exigente con respecto a lo que exige a su hijo decir antes de mostrarle su satisfacción).

**TEXTO B**

Para Chomsky, por el contrario, el lenguaje es ante todo «... un núcleo formal de reglas sintácticas al que se subordinan los demás componentes del lenguaje» (Chomsky, 1957). Sus ideas suponían un cambio revolucionario en el quehacer de la lingüística ocupada hasta entonces en describir los elementos que componían el lenguaje y, por tanto, en elaborar los criterios taxonómicos que permitieran tal descripción. Sin embargo, Chomsky quiso hacer de la lingüística una ciencia explicativa, una ciencia capaz de explicar la creatividad del lenguaje, la capacidad que tenemos las personas para comprender y producir enunciados nuevos, oraciones que no hemos oído jamás (Aitchison 1992), y la recursividad, la posibilidad de alargar hasta el infinito las oraciones insertando sucesivamente cláusulas en los puntos adecuados (Juan llegó tarde. Juan, cansado de esperar a Javier, llegó tarde. Juan, cansado de esperar a Javier, el primo de Susana, llegó tarde). Las oraciones no son lineales, cada una de ellas posee una estructura interna que debe ser conocida por el hablante y reconocida por el oyente, a pesar de que sus límites no estén delimitados externamente. La producción y la comprensión de frases nuevas requieren el conocimiento, no necesariamente consciente, de las reglas que rigen la producción de tales estructuras. Chomsky intentó, de hecho, idear un procedimiento capaz de generar el número infinito de frases que pueden aparecer en una lengua natural y que solo pertenezcan a esa lengua y este intento hizo, como señala Searle (1974), que su teoría recibiera el nombre de Gramática Generativa.

1. El texto A y el texto B tienen como objetivo explicar

- A) la naturaleza de la producción lingüística.
- B) el condicionamiento lingüístico innato.
- C) dos teorías lingüísticas indiscernibles.
- D) el proceso comunicativo en humanos.
- E) los rasgos distintivos de una gramática.

**Solución:**

El texto dialéctico presenta dos posturas antagónicas (texto A y texto B) en torno a la naturaleza de la producción lingüística.

**Rpta.: A**

2. En el texto A, el sentido del término OCURRENCIA es

- A) producción.
- B) aparición.
- C) espontaneidad.
- D) presencia.
- E) suceso.

**Solución:**

En el texto A, el término OCURRENCIA hace alusión a la PRODUCCIÓN de las respuestas verbales.

**Rpta.: A**

3. No se condice con el texto B afirmar que

- A) el medio circundante del hablante es determinante para la adquisición lingüística.
- B) el ser humano posee una capacidad innata para producir y comprender enunciados.
- C) las expresiones lingüísticas perceptibles poseen una estructura profunda o subyacente.
- D) la tesis lingüística chomskiana era diametralmente opuesta al quehacer descriptivo.
- E) el lenguaje ponía en evidencia dos rasgos fundamentales: la recursividad y creatividad.

**Solución:**

En el texto B se desarrolla la tesis de Chomsky, la cual no se condice con sostener que el medio circundante del hablante es determinante para la adquisición lingüística. Esta afirmación es compatible con el texto A.

**Rpta.: A**

4. De lo sostenido en ambos textos (A y B), es posible inferir que el lenguaje

- A) presenta elementos verbales que se hallan organizados entre sí.
- B) se halla condicionado por el desenvolvimiento lingüístico de adultos.
- C) refleja la asombrosa creatividad comunicativa de los seres humanos.
- D) está subordinado a las reglas sintácticas de la gramática universal.
- E) se desarrolla por imitación a los patrones lingüísticos de los adultos.

**Solución:**

De lo sostenido en ambos textos (A y B), es posible inferir que el lenguaje, fuera condicionado o innato, presenta elementos verbales que se hallan organizados entre sí. Se organizan por imitación a patrones o se organizan según estructuras internas, respectivamente.

**Rpta.: A**

5. Si Chomsky se hubiera enfocado solo a describir los elementos que componían el lenguaje, entonces

- A) se habría adherido al enfoque lingüístico descriptivo predominante de la época.
- B) sus argumentos supondrían un cambio revolucionario en el quehacer lingüístico.
- C) su tesis sobre el lenguaje estaría influenciada por los conductistas americanos.
- D) se habría abocado, sin duda, a darle un valor explicativo a la ciencia lingüística.
- E) él habría destacado la evidente creatividad y recursividad del lenguaje humano.

**Solución:**

Las ideas de Chomsky suponían un cambio revolucionario en el quehacer de la lingüística ocupada hasta entonces en describir los elementos que componían el lenguaje y, por tanto, en elaborar los criterios taxonómicos que permitieran tal descripción. Extrapolamos Si Chomsky se hubiera enfocado solo a describir los elementos que componían el lenguaje, entonces se habría adherido al enfoque lingüístico predominante de la época.

**Rpta.: A**

## TEXTO 2

La Oficina de Infraestructura Penitenciaria del INPE señala que el Sistema Penitenciario cuenta con dos tipos de establecimientos: a) Establecimientos Penitenciarios (intramuros) para la población privada de libertad. En mayo del 2012, son 66 establecimientos penitenciarios habilitados; y b) Establecimientos de Penas Limitativas de Derechos y Asistencia Pospenitenciaria (extramuros), que controla a la población de liberados con beneficio penitenciario, y sentenciados a penas limitativas de derechos. En mayo del 2012, son 63 establecimientos funcionan para estos fines.

Respecto de la infraestructura intramuros, el Reglamento de Organización y Funciones del Instituto Nacional Penitenciario (ROF) señala, en sus artículos 65° y 66°, la clasificación de los penales en los tipos A, B, C y D. Así tenemos que hay un 24% de penales con más de 1,200 internos a los que podríamos llamar “establecimientos penitenciarios grandes”; sin embargo, al contrastarlos con su capacidad de albergue podremos afirmar que en realidad no son grandes en capacidad sino en ocupación lo que significa que se encuentran con mayor índice de sobrepoblación.

TIPOS DE ESTABLECIMIENTOS SEGÚN POBLACION PENAL POR OFICINAS REGIONALES

DIRECCIONES REGIONALES	TIPOS DE ESTABLECIMIENTOS SEGÚN ROF				CANTIDAD DE EE.PP.
	D 1 A 199	C 200 A 899	B 900 A 1199	A MAS DE 1200	
<b>TOTAL EE.PP.</b>	<b>26 66 39% 100 %</b>	<b>19 29%</b>	<b>5 8%</b>	<b>16 24%</b>	
NORTE - CHICLAYO	5	3	0	3	
LIMA - LIMA	11				
SUR - AREQUIPA	3	4	3	8	
CENTRO - HUANCAYO	18				
ORIENTE - HUANUCO	4	1	1	0	
SUR ORIENTE - CUSCO	6				
NOR ORIENTE - SAN MARTIN	5	2	0	2	
ALTIPLANO - PUNO	9				
	2	0	0	2	
	4				
	4	2	0	1	
	7				
	1	5	1	0	
	7				
	2	2	0	0	
	4				

Fuente: Unidades de Registro Penitenciario

Elaboración: INPE/Unidad de Estadística / INFORME ESTADÍSTICO MAYO - 2012

1. El autor del texto tiene la intención de

- A) explicar la diferencia entre establecimientos penitenciarios del INPE.
- B) informar la situación de los establecimientos penitenciarios en el 2012.
- C) clasificar los cuatro tipos de establecimiento según el ROF del INPE.
- D) aclarar la cantidad de establecimientos penitenciarios según regiones.
- E) cuestionar el informe estadístico penitenciario de mayo del 2012.

**Solución:**

Según el texto, el autor tiene la finalidad de informar la situación de los establecimientos penitenciarios en el 2012.

**Rpta.: B**

2. En el texto, el término CAPACIDAD connota

A) solvencia.  
D) situación.

B) hacinamiento.  
E) infraestructura.

C) relevancia.

**Solución:**

En el texto se menciona que se llaman establecimientos penitenciarios grandes no por su capacidad de albergue sino por su ocupación. Es evidente que el término CAPACIDAD connota la INFRAESTRUCTURA del penal.

**Rpta.: E**

3. Según el cuadro, resulta incongruente con los datos afirmar que en el año 2012

- A) según el ROF, los penales tipo D deben albergar no más de 199 reos.
- B) las regiones de Puno y San Martín carecen de los penales tipo A.
- C) en la región Lima había un total de 18 establecimientos penitenciarios.
- D) la menor cantidad de los penales se hallaba en la región de Puno.
- E) Son 5 las regiones que poseen establecimientos penitenciarios tipo B.

**Solución:**

En el cuadro se observan solo 5 establecimientos penitenciarios tipo B, distribuidos en 3 regiones (Lima 3, Arequipa 1 y San Martín 1).

**Rpta.: D**

4. Del texto se pudo inferir que los establecimientos penitenciarios en el año 2012

- A) contaban con la cantidad exacta de encarcelados según la capacidad del penal.
- B) se hallaban clasificados en intramuros, extramuros y penales A, B, C y D.
- C) sumaban un total de 66 penales y en su mayoría albergaban más de 1200 presos.
- D) tenían una clasificación tipo A, B, C y D según la dirección regional del penal.
- E) carecen de congruencia entre su infraestructura y la cantidad de reos albergados.

**Solución:**

En el texto se menciona que el ROF clasifica en 4 los establecimientos penitenciarios según la infraestructura. De los cuales hay establecimientos penitenciarios grandes, pero no por su infraestructura en sí, sino por la cantidad enorme de internos.

**Rpta.: E**

5. Si los establecimientos penitenciarios grandes solo albergaran la cantidad suficiente para su infraestructura, entonces

- A) sería posible que el 24% de los penales tipo A estuvieran sobrepoblados.
- B) el ROF se vería obligado a establecer una nueva clasificación de penales.
- C) en ellos, sería evidente la correspondencia entre capacidad y ocupación.
- D) sería inminente la excarcelación de un número significativo de internos.
- E) la construcción de más penales en la región Lima sería apremiante.



**Solución:**

Según el texto, los establecimientos penitenciarios tipo A tienen una infraestructura para albergar más de 1200 internos, por lo que serían llamados establecimientos penitenciarios grandes. No obstante, en realidad, no son grandes por la infraestructura sino que se hallan sobrepoblados.

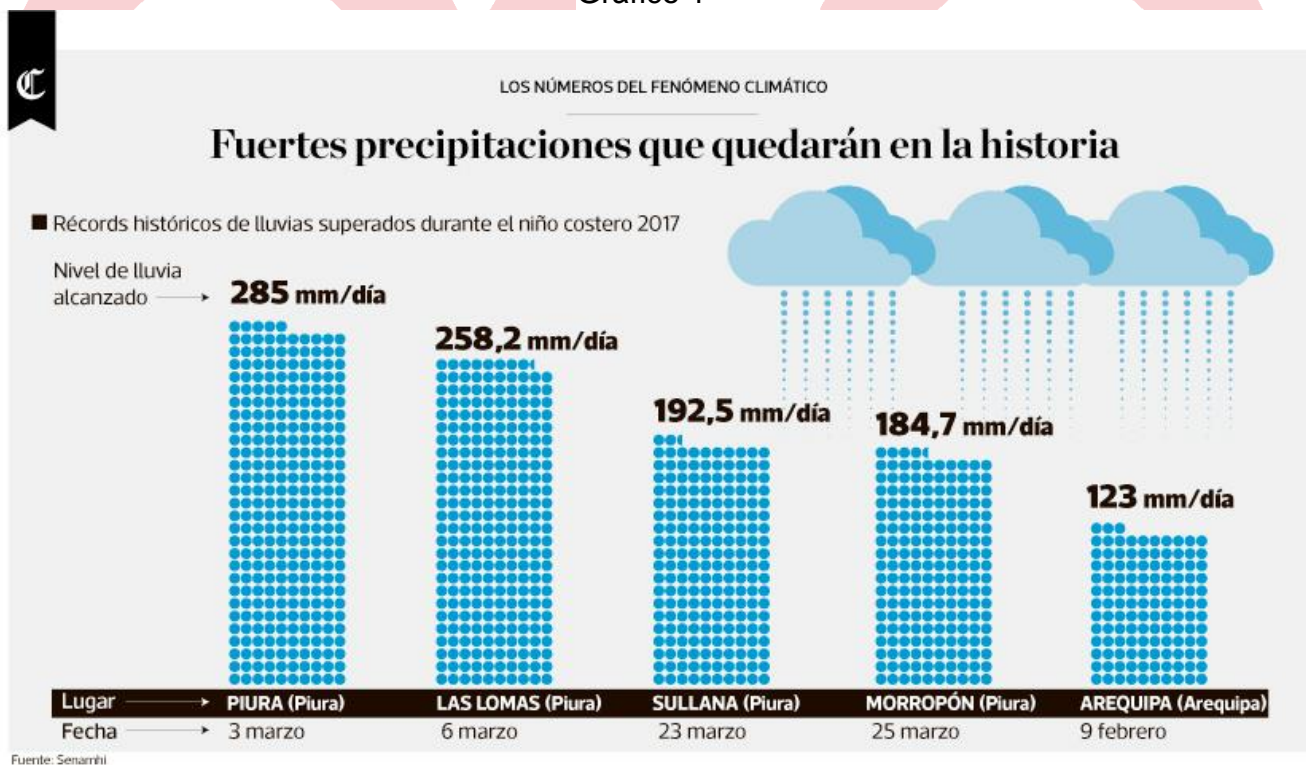
Rpta.: C

**TEXTO 3**

El Senamhi precisó que la presencia del fenómeno “El Niño Costero” durante el verano moduló en gran medida las precipitaciones y condiciones térmicas, principalmente en la vertiente occidental del país, específicamente en Piura.

Explicó que su rápida formación, sobre todo de origen atmosférico, estuvo asociada al debilitamiento de vientos del sur e incursión de vientos del norte de características cálidas y húmedas, lo cual propició el desplazamiento de aguas cálidas tropicales hacia la región costera, fortaleciendo procesos de realimentación océano-atmosférica en conjunción con la estacionalidad de las lluvias. (Gráfico 1)

Gráfico 1



1. El tema central del texto es

- A) el fenómeno climático responsable de las precipitaciones del 2017.
- B) el origen atmosférico del devastador fenómeno el Niño Costero.
- C) las intensas lluvias en toda la costa peruana registradas por Senamhi.
- D) la presencia del fenómeno el Niño Costero en la región costera del Perú.
- E) el Niño Costero como responsable de los récords históricos de lluvias.



**Solución:**

Según el desarrollo del texto, el autor se centra en el fenómeno Niño Costero como responsable de los récords históricos de lluvias.

**Rpta.: E**

2. En el texto, el sentido del término MODULAR es

A) modificar. B) restringir. C) incrementar.  
D) encauzar. E) estimular.

**Solución:**

Según el texto, el Niño Costero **moduló**, es decir, **modificó** las precipitaciones y condiciones térmicas.

**Rpta.: A**

3. Según el Gráfico 1, es posible afirmar que las lluvias

A) alcanzaron un nivel de 285 mm/día en toda la región de Piura.  
B) fueron incrementándose fines de marzo en la zona piurana.  
C) alcanzaron niveles heterogéneos en el departamento piurano.  
D) resultaron históricas al superar los 120 mm/ día solo en Piura.  
E) registraron niveles indiscernibles en la región Piura y Arequipa.

**Solución:**

En el gráfico se observa que los niveles alcanzados por las lluvias fueron diferentes en varias regiones piuranas.

**Rpta.: C**

4. Del gráfico, es posible inferir que Arequipa

A) no resultó afectada por el fenómeno el Niño Costero.  
B) registró su nivel histórico de lluvias en el mes de febrero.  
C) alcanzó un nivel de lluvia superlativo, luego del Niño Costero.  
D) fue muy afectada por el Fenómeno del Niño el 9 de febrero.  
E) presentó niveles de lluvia mayores a 123 mm/día en el 2017.

**Solución:**

El gráfico registra los récords históricos de lluvia durante el Niño Costeros del 2017, entonces es plausible inferir que en febrero registró su nivel histórico de lluvias.

**Rpta.: B**

5. Si no se hubieran dado el debilitamiento de vientos del sur y la incursión de vientos del norte, entonces

A) sería inminente la presencia del fenómeno el Niño Costero.  
B) las alteraciones atmosféricas solo habrían afectado a Piura.  
C) hubiese sido poco probable la aparición del Niño Costero.  
D) el calentamiento anómalo del mar costero sería inexorable.  
E) las lluvias intensas se habrían dado en toda la costa peruana.

**Solución:**

Según el texto, hubo condiciones atmosféricas que propiciaron el fenómeno el Niño Costero.

Rpta.: C

**SEMANA 11C****COMPRENSIÓN LECTORA****TEXTO 1**

Los mosquitos pueden contagiarse simultáneamente los virus del zika y de la chikunguña y potencialmente infectar a los seres humanos con ambas enfermedades a la vez, según un nuevo estudio presentado. En la investigación, desarrollada por la Universidad Estatal de Colorado (EE.UU.), los científicos **permitieron** a los mosquitos alimentarse de sangre que contenía solamente dengue, zika y chikunguña o, en algunos casos, una combinación de los virus.

«*We were interested in seeing if a virus overlaps with another in the mosquito*. Es decir, si un mosquito es infectado con los dos virus, si uno de ellos suprime al otro y solo uno se transmite», explicó la investigadora Claudia Rückert, quien trabajó en el estudio. «Sin embargo, nuestros resultados indican que ese no es el caso y que dos virus pueden infectar a los mosquitos y, luego, ser transmitidos simultáneamente», agregó. No obstante, se desconoce todavía si pueden llevar los tres virus simultáneamente.

Debido a que estudios recientes muestran que han existido pacientes con al menos dos de las enfermedades, los científicos se habían propuesto descubrir qué sucede con los mosquitos en ambientes en los que estos virus circulan con mucha cercanía.

En futuros experimentos –dijo Rückert– también observarán infecciones secuenciales; es decir, no simultáneas: no expondrán a un mosquito a dos virus al mismo tiempo, sino con algunos días de diferencia.

«Esto puede tener un resultado muy diferente», señaló la investigadora, quien también se propone ver cómo evolucionan los virus en mosquitos coinfectados en comparación con aquellos que solo portan una de las enfermedades.

La presentación, que se llevó a cabo en el encuentro anual de la Sociedad Norteamericana de Medicina Tropical e Higiene en Atlanta (Georgia), también contó con un estudio realizado en el noreste de Brasil sobre los problemas neurológicos hallados en los pacientes con estas enfermedades durante el brote ocurrido el año pasado.

Según Isadora Siqueira, una de las investigadoras brasileñas que participó en ese trabajo, «es muy difícil determinar si estar infectado con dos de estos virus incrementa el riesgo de los problemas neurológicos».

1. Medularmente, el autor del texto informa que

- A) los mosquitos portadores de dos virus pueden contagiar ambos virus.
- B) los daños neurológicos por dengue, zika y chikunguña son irreversibles.
- C) se ha publicado dos investigaciones sobre tres enfermedades tropicales.
- D) los cuadros patológicos del zika, dengue y chikunguña son muy semejantes.
- E) el contagio viral secuencial, no simultáneo de los mosquitos resulta inviable.

**Solución:**

Según el texto, a través de investigaciones se ha podido corroborar que los mosquitos portadores de dos virus pueden contagiar ambos virus.

**Rpta.: A**

2. En el texto, la expresión *We were interested in seeing if a virus overlaps with another in the mosquito* alude a

- A) la asombrosa resistencia de los virus del mosquito contra los virus.
- B) la coexistencia de virus en el organismo de los mosquitos infectados.
- C) la importancia de las investigaciones sobre virus en mosquitos vectores.
- D) la propensión del contagio viral entre los diversos tipos de mosquito.
- E) la posibilidad de que un virus impere sobre otro en el mosquito coinfectado.

**Solución:**

En el texto, la expresión «We were interested in seeing if a virus overlaps with another in the mosquito» alude a la posibilidad de que un virus impere sobre otro en el mosquito coinfectado.

**Rpta.: E**

3. Según el texto, la es posible afirmar que la investigadora Claudia Rückert

- A) rehúsa exponer a los mosquitos a dos virus de manera secuencial.
- B) da por finalizada su investigación sobre mosquitos infectados con virus.
- C) supone que los efectos de la infección secuencial distarían de la simultánea.
- D) confirma la posibilidad de que los mosquitos puedan portar tres virus.
- E) concluyó que el virus más pernicioso se superpone al menos nocivo.

**Solución:**

Según el texto, la investigadora Claudia Rückert supone que los efectos de la infección secuencial de dos virus en los mosquitos tendrían resultados muy diferentes a los de la simultánea.

**Rpta.: C**

4. Es posible inferir que, según el texto, el mosquito portador del virus del zika y chikunguña

- A) sería un vector sumamente peligroso para la salud del ser humano.
- B) no es responsable de enfermedades neurológicas en personas con zika.
- C) coadyuva a mejorar el tratamiento de enfermedades neurológicas.
- D) ya sería inmune al contagio de otros virus imperantes del entorno.
- E) fue alimentado con sangre contaminada por el virus del dengue.

**Solución:**

Según el texto, en las investigaciones se ha confirmado que el mosquito puede infectarse con los dos virus y que estaría en condiciones de transmitir ambos virus al ser humano.

**Rpta.: A**

5. Si los mosquitos no pudiesen ser contagiados simultáneamente con los virus del zika y de la chikunguña, entonces
- A) los mosquitos infectados solo podrían transmitir un virus.
  - B) ya no habría riesgo de que los humanos padezcan zika.
  - C) sería promisorio lograr infectarlos con tres virus diferentes.
  - D) se incrementaría el riesgo de transmisión viral a los humanos.
  - E) C. Rückert optaría por infectar al mosquito secuencialmente.

**Solución:**

Según el texto, las investigaciones han confirmado que los mosquitos pueden infectarse con los dos virus y, por tanto, están en condiciones de transmitir ambos virus al picar al ser humano.

**Rpta.: A**

**TEXTO 2**

Alrededor de 150 años después de su muerte, surgieron preguntas sobre la autoría de las obras de William Shakespeare. Los eruditos y los críticos literarios comenzaron a flotar nombres como Christopher Marlowe, Edward de Vere y Francis Bacon, hombres de orígenes más conocidos, acreditación literaria o inspiración, como auténticos autores de las obras. Gran parte de esto provenía de los detalles incompletos de la vida de Shakespeare y la escasez de fuentes primarias contemporáneas. Registros oficiales de la Iglesia de la Santísima Trinidad y el gobierno de Stratford registran la existencia de William Shakespeare, pero ninguno de ellos le atestigua ser actor o dramaturgo.

Los escépticos también cuestionaron cómo alguien de tan modesta educación podía escribir con la percepción intelectual y el poder poético que se muestra en las obras de Shakespeare. A lo largo de los siglos, han surgido varios grupos que cuestionan la autoría de las obras de Shakespeare.

Sin embargo, la gran mayoría de los estudiosos de Shakespeare sostienen que William Shakespeare escribió todas sus obras. Señalan que otros dramaturgos de la época también tenían historias incompletas y provenían de fondos modestos. Ellos afirman que el nuevo plan de estudios de Gramática del latín y los clásicos de Stratford podría haber proporcionado una buena base para los escritores literarios. Los partidarios de la autoría de Shakespeare argumentan así: "that the lack of evidence about Shakespeare's life doesn't mean his life didn't exist. They point to evidence that displays his name on the title pages of published poems and plays". Existen ejemplos de autores y críticos de la época reconociendo a William Shakespeare como autor de obras como *Los dos caballeros de Verona*, *La comedia de los errores* y *El rey Juan*. Los registros reales de 1601 muestran que William Shakespeare fue reconocido como miembro de la compañía de teatro *King's Men* (antes conocido como *Chamberlain's Men*) y un novio de la Cámara por la corte del rey James I, donde la compañía realizó siete de las obras de Shakespeare. También existe una fuerte evidencia circunstancial de las relaciones personales de los contemporáneos que interactuaron con Shakespeare como actor y dramaturgo.

Lo que parece ser cierto es que William Shakespeare era un respetado hombre de las artes dramáticas que escribió obras de teatro y actuó en algunas a finales del siglo XVI y principios del XVII. Pero su reputación como genio dramático no fue reconocida hasta el siglo XIX.

Hoy en día, sus obras son muy populares y constantemente estudiadas y reinterpretadas en actuaciones con diversos contextos culturales y políticos. El genio de los personajes y tramas de Shakespeare es que presentan seres humanos reales en una amplia gama de emociones y conflictos que trascienden sus orígenes en la Inglaterra isabelina.

1. El autor del texto tiene la intención de explicar

- A) la trascendencia de los personajes creados por Shakespeare.
- B) la controversia en torno a William Shakespeare y su legado literario.
- C) el escepticismo entorno a la existencia de un dramaturgo inglés.
- D) las versiones antitéticas sobre la erudición de Shakespeare.
- E) la vida de Shakespeare signada por la reputación incuestionable.

**Solución:**

El desarrollo textual está sujeto a la controversia sobre la existencia y, por tanto, la autoría de obras de William Shakespeare. No obstante, se reconoce su legado literario.

**Rpta.: B**

2. En el texto, la cita en inglés *that the lack of evidence about Shakespeare's life doesn't mean his life didn't exist. They point to evidence that displays his name on the title pages of published poems and plays* hace referencia a

- A) la polémica vida de Shakespeare, lo cual le resta credibilidad de autoría a muchas obras reconocidas.
- B) la intrascendencia literaria de las obras dramáticas del escritor inglés William Shakespeare.
- C) los poemas publicados con el rótulo de William Shakespeare, carentes de credibilidad por falta de pruebas.
- D) al reconocimiento universal de la trayectoria del escritor William Shakespeare desde el siglo XV.
- E) la innegable existencia de William Shakespeare, debido a obras literarias que ostentan su nombre.

**Solución:**

La cita en inglés alude a que la falta de evidencia sobre la vida de Shakespeare no es argumento contundente para concluir que no existió, pues hay obras literarias que llevan su nombre por lo que esto sí probaría su existencia.

**Rpta.: E**

3. Según el autor del texto, William Shakespeare

- A) poseía una educación limitada para crear buenas obras.
- B) carecía de recursos económicos para poder estudiar.
- C) solo fue un personaje creado por el folclore popular.
- D) recibió honores póstumos como genio dramaturgo.
- E) habría plagiado las obras de Christopher Marlowe.



**Solución:**

El autor del texto culmina su discurso afirmando que el reconocimiento de la genialidad dramática de Shakespeare se dio en el s. XIX y de allí en adelante las dudas de su existencia no tendrían cabida.

**Rpta.: D**

4. Es posible inferir que la “educación modesta” de William Shakespeare

- A) fue propicia para que escriba majestuosas obras, según sus férreos críticos.
- B) limitó su imaginación literaria en la creación de cada uno de sus personajes.
- C) no habría sido un impedimento para su majestuosa producción literaria.
- D) no le permitió contar con una base para poder ser miembro de *King's Men*.
- E) era la misma que recibieron Christopher Marlowe, Edward de Vere y F. Bacon.

**Solución:**

Los escépticos de la producción literaria de Shakespeare arguyen que este carecía de recursos intelectuales debido a su modesta educación. Sin embargo, los investigadores sostienen que tal educación contaba con nuevo plan de estudios que le habrían proporcionado una base.

**Rpta.: C**

5. Si no existieran registros reales de 1601 que muestran a Shakespeare como reconocido miembro de la compañía de teatro *King's Men*, entonces

- A) la certeza sobre la autoría de sus obras dramáticas quedaría sin sustento.
- B) los detractores de William Shakespeare carecerían de asidero para cuestionarlo.
- C) sería indudable que Shakespeare no fue un hombre real, sino una creación popular.
- D) la existencia de Shakespeare se mantendría firme para gran parte de los escépticos.
- E) el legado de Shakespeare se podría validar por las versiones de sus contemporáneos.

**Solución:**

En el texto, se sostiene que existe fuerte evidencia circunstancial de las relaciones personales de los contemporáneos de Shakespeare que interactuaron con él como actor y dramaturgo.

**Rpta.: E****TEXTO 3**

Los géneros literarios aparecen en la Edad Media tan vinculados con las clases sociales, que, en términos generales, es posible establecer una clasificación basada en la especial estructura de la sociedad.

La existencia de una aristocracia guerrera da lugar desde muy antiguo a una poesía oral en lengua vulgar y de carácter heroico- cantares de gesta-, cuyas formas elementales responden a la rudeza del público a quien va dirigida. Nobles y siervos, ajenos por igual a todo refinamiento cultural, constituyen el auditorio de estas epopeyas guerreras, fuertemente impregnadas de un espíritu localista.

La clerecía produce, por su parte, toda la literatura de carácter religioso, moral y científico. En un principio, el latín es el medio de expresión utilizado para todos estos géneros; más tarde, desde el siglo XIII, se impone el castellano. A partir de esta época, comienza también un proceso de secularización de la producción didáctica, a medida que la cultura deja de ser patrimonio exclusivo de la Iglesia.

Al renacer la vida en las ciudades, la burguesía exige unas formas artísticas que respondan a su peculiar visión del mundo. El cuento y la poesía de fondo satírico son los géneros más característicos de esta nueva clase social, ajena a todo afán universalista y para la que solo existe el reducido mundo de las cosas familiares. Frente a las figuras del héroe o del santo, exaltadas por juglares y por clérigos, la literatura burguesa representa la apología del hombre práctico y avisado, cuyo malicioso sentido crítico le hace triunfar en los más difíciles trances de la vida cotidiana.

La aparición de una nobleza caballeresca y cortesana, solicitada por dos estímulos capitales, la aventura y el amor, da a su vez origen a numerosas novelas, donde se relatan fantásticas proezas de esforzados paladines, y a toda una lírica amorosa de tono idealista y refinadas formas.

Todo cuanto acabamos de decir no significa que los géneros se hallen separados por barreras infranqueables. Muy al contrario, se observa frecuentes interferencias entre ellos, y no es raro encontrar elementos épicos o caballerescos en la producción de los clérigos, o cortesanos y religiosos en la de los burgueses.

1. El autor del texto tiene como fin explicar

- A) el proceso histórico de la literatura medieval determinado por la ideología.
- B) la trascendencia social del desenvolvimiento literario durante la Edad Media.
- C) la influencia de las clases sociales en el surgimiento de los géneros literarios.
- D) la manipulación política de las clases sociales mediante los géneros literarios.
- E) el vínculo intrínseco entre la sociedad estratificada y el desarrollo literario.

**Solución:**

Los géneros literarios aparecen en la Edad Media tan vinculados con las clases sociales, que, en términos generales, es posible establecer una clasificación basada en la especial estructura de la sociedad.

**Rpta.: C**

2. En el texto, el término IMPREGNAR connota

- |                 |                 |                |
|-----------------|-----------------|----------------|
| A) influencia.  | B) motivación.  | C) predominio. |
| D) inspiración. | E) penetración. |                |

**Solución:**

En el texto, se sostiene que nobles y siervos, ajenos por igual a todo refinamiento cultural, constituyen el auditorio de las epopeyas guerreras, fuertemente **impregnadas** de un espíritu localista. En este contexto, **impregnar** connota **influencia**.

**Rpta.: A**



3. Resulta congruente con lo sostenido por el autor del texto aseverar que
- A) la nobleza refinada formaba parte del auditorio de las epopeyas guerreras.
  - B) la noción del héroe y santo era irreconciliable e inadmisible en la literaria medieval.
  - C) la cultura y la educación fueron exclusivos patrimonios de la Iglesia en el Medioevo.
  - D) el burgués sentía complacencia por la caracterización literaria del personaje pícaro.
  - E) los géneros literarios estuvieron al margen de los caracteres de las clases sociales.

**Solución:**

Frente a las figuras del héroe o del santo, exaltadas por juglares y por clérigos, la literatura burguesa representa la apología del hombre práctico y avisado, cuyo malicioso sentido crítico le hace triunfar en los más difíciles trances de la vida cotidiana.

**Rpta.: D**

4. Del texto, se puede inferir que la clerecía
- A) concentró el patrimonio cultural hasta que se oficializó el castellano.
  - B) habría tomado el control de todo acervo cultural a partir del siglo XIII.
  - C) desestimó el uso de recursos épicos en sus composiciones literarias.
  - D) estuvo muy propensa a producir composiciones poéticas sensuales.
  - E) se mostró reacia para la inculcación de valores éticos a la sociedad.

**Solución:**

La clerecía produce toda la literatura de carácter religioso, moral y científico. En un principio, el latín es el medio de expresión utilizado para todos estos géneros; más tarde, desde el siglo XIII, se impone el castellano.

**Rpta.: A**

5. Si la sociedad medieval hubiese mostrado desdén por toda composición literaria, entonces
- A) la aparición de los géneros literarios no habría estado motivada por ella.
  - B) la clerecía habría permanecido interesada en las composiciones épicas.
  - C) es seguro que la lengua latina no habría sido desplazada por el castellano.
  - D) cada género literario sería congruente con los estereotipos del pueblo.
  - E) la literatura habría carecido de géneros literarios durante la Edad Media.

**Solución:**

Según el texto, los géneros literarios surgen motivados por las diversas clases sociales. Cada grupo social utilizó la literatura para expresar sus intereses y necesidades.

**Rpta.: A**

# Aritmética

## EJERCICIOS DE CLASE Nº 11

1. Una persona tiene tres radios de diferentes calidades. Vende la primera y la segunda a S/ 2970 cada una, ganando por una de ellos el 10% y perdiendo por la otra el 10% de su valor. Si la tercera radio le costó S/ 1200, ¿qué porcentaje de ganancia debe tener al venderla para no ganar ni perder?

A) 2%                      B) 4%                      C) 6%                      D) 5%                      E) 3%

**Solución:**

Radio 1:  $P_v = P_c + \text{gan}$

$$2970 = P_c + 10\% P_c \rightarrow P_c = 2700, \text{ gan} = 270$$

Radio 2:  $P_v = P_c - \text{perdida}$

$$2970 = P_c - 10\% P_c \rightarrow P_c = 3300, \text{ perdida} = 330$$

$$\text{pierde en total} = 330 - 270 = 60$$

Radio 3:  $\frac{60}{1200} \cdot 100\% = 5\%$

Rpta.: D

2. Elmer rifará una computadora que le costó S/ 4200, para lo cual imprime 300 boletos de los cuales sólo se vende el 80%. Si se piensa ganar el 30% del monto recaudado, ¿a cuánto se debe vender cada boleto?

A) S/ 25                      B) S/ 30                      C) S/ 20                      D) S/ 35                      E) S/ 15

**Solución:**

$$\text{venden} = 80\%(300) = 240 \text{ boletos}$$

$$\text{ganar} = 30\%(240P) = 240P - 4200$$

$$P = 25$$

Rpta.: A

3. Si el radio y la altura de un cilindro circular recto aumentan en un 50%, ¿en qué porcentaje aumenta el área de su superficie cilíndrica?

A) 135%                      B) 110%                      C) 125%                      D) 145%                      E) 165%

**Solución:**

$$A_1 = 2\pi r(r + h)$$

$$A_2 = 2\pi r(150\%r)(150\%r + 150\%h) = 225\% A_1$$

$$\therefore \text{aumenta en } 125\%$$

Rpta.: C

4. Se fija el precio de venta de una refrigeradora aumentando su precio de costo en S/ 545. Si al venderla, se hace un descuento del 20% y se gana el 30% de su costo, ¿cuál es el precio de costo de la refrigeradora?

A) S/ 910                      B) S/ 872                      C) S/ 920                      D) S/ 860                      E) S/ 765

**Solución:**

$$P_F = P_C + 545$$

$$P_V = P_C + \text{gan}$$

$$80\%(P_C + 545) = P_C + 30\%P_C \rightarrow P_C = 872$$

**Rpta.: B**

5. Marcos tenía cierta cantidad de dinero y apostó 4 veces consecutivas. En las dos primeras pierde el 10% y el 30% y en las dos últimas gana el 20% y el 25% de lo que iba quedando. Si al final se retiró con S/ 1890, ¿cuánto apostó la cuarta vez?

A) S/ 1800      B) S/ 1610      C) S/ 1700      D) S/ 200      E) S/ 1512

**Solución:**

$$\text{tiene} = x$$

$$\text{queda} = 125\% \{120\%[70\%(90\%)]\} = 1890$$

$$x = 2000$$

$$\text{cuarta vez} = 120\%(70\%)(90\%)(2000) = 1512$$

**Rpta.: E**

6. En una reunión, el 30% del número de varones excede en 480 al 20% de mujeres, siendo el número de mujeres el 30% del número de varones. Si el 140% de las mujeres que no bailan, son tantos como las mujeres que están bailando, halle la cantidad de hombres que no bailan

A) 1360      B) 1480      C) 1650      D) 1200      E) 1600

**Solución:**

$$1^\circ) \quad 30\%V - 20\%M = 480$$

$$2^\circ) \quad M = 30\%V \Rightarrow V = 2000, M = 600$$

$$3^\circ) \quad 140\%M_{nB} = M_B \rightarrow \frac{M_{nB}}{M_B} = \frac{5a}{7a}, \quad 12a = 600 \rightarrow a = 50$$

$$4^\circ) \quad M_B = 350 = V_B$$

$$\therefore V_{nB} = 2000 - 350 = 1650$$

**Rpta.: C**

7. Ana encarga vender un terreno a Bertha y esta a su vez le encarga a Carmen. Carmen lo vende y se queda con el 20% entregando el resto a Bertha. Bertha a su vez se queda con el 15% de lo que recibe y entrega el saldo de S/ 22100 a Ana. ¿En cuánto se vendió el terreno?

A) S/ 32500      B) S/ 35000      C) S/ 33000      D) S/ 34500      E) S/ 36500

**Solución:**

Carmen vende a  $S/N$

1) Carmen entreg a Bertha el  $80\%N$

2) Bertha entrega a Ana el  $85\%(80\%N) = 22100$

$$\therefore N = 32500$$

**Rpta.: A**

8. Un televisor se ha vendido en S/ 1200 ganando el 20% del costo más el 15% del precio de venta. Halle el precio de costo del televisor.

A) S/ 920

B) S/ 850

C) S/ 900

D) S/ 1010

E) S/ 750

**Solución:**

1)  $P_v = P_c + \text{gan}, \quad P_v = 1200$

2)  $\text{gan} = 20\%P_c + 15\%P_v$

reemplazando 2 en 1:  $1200 = P_c + 20\%P_c + 15\%(1200)$

$$P_c = 850$$

**Rpta.: B**

9. Luis quiere vender su carro a \$ 8000, pero luego hace dos aumentos sucesivos del 20% y 25%; y a lo obtenido descuentos sucesivos del 25% y 20%. ¿A cómo se vendió finalmente?

A) \$ 7300

B) \$ 9100

C) \$ 7800

D) \$ 7200

E) \$ 8100

**Solución:**

$$\text{precio de venta} = (80\%)(75\%)(125\%)(120\%)(8000) = 7200$$

**Rpta.: D**

10. Si el lado de un cuadrado aumenta en 20% su área aumenta  $121 \text{ m}^2$ . Si el lado disminuye en 20%, ¿en cuánto disminuye su área?

A)  $103 \text{ m}^2$

B)  $90 \text{ m}^2$

C)  $110 \text{ m}^2$

D)  $99 \text{ m}^2$

E)  $105 \text{ m}^2$

**Solución:**

1)  $A_1 = l^2$

$$A_2 = \left(\frac{120l}{100}\right)^2 = \frac{36}{25}l^2$$

$$A_2 - A_1 = 121 = \frac{11}{25}l^2 \rightarrow l^2 = 275$$

2)  $\left(\frac{120l}{100}\right)^2 = \frac{16}{25} \cdot 275 = 176$

$$\therefore \text{disminuye} = 275 - 176 = 99$$

**Rpta.: D**

**EVALUACIÓN DE CLASE Nº 11**

1. César para fijar el precio de un televisor aumentó su costo en un  $x\%$ , pero al momento de venderlo hace un descuento equivalente al  $25\%$  de su costo, con lo cual su ganancia fue del  $20\%$  de su precio de venta. ¿Cuál es el valor de  $x$ ?

A) 55                      B) 65                      C) 70                      D) 50                      E) 60

**Solución:**

$$1) P_F = P_C + x\% P_C$$

$$2) P_V = P_C + \text{gan.}$$

$$P_C + x\% P_C - 25\% P_C = P_C + 20\% [(P_C + x\% P_C) - 25\% P_C]$$

$$x = 50$$

Rpta.: D

2. Compré un celular en S/ 576. ¿En cuánto debo fijar su precio para que al venderlo con un descuento del  $28\%$  obtenga una ganancia de  $32,5\%$  del precio de costo?

A) S/ 980                      B) S/ 1060                      C) S/ 1200                      D) S/ 1080                      E) S/ 1120

**Solución:**

$$P_V = P_C + \text{gan.}$$

$$(100 - 28)\% P_F = P_C + 32,5\% P_C = 132,5\% (576)$$

$$P_F = 1060$$

Rpta.: B

3. M es la cantidad de soles que tiene Mario y N la cantidad de soles que tiene Nora. Si la razón aritmética del  $25\%$  de M y el  $45\%$  de N es 14; y la razón geométrica entre el  $30\%$  de M y el  $50\%$  de N es  $3/2$ , ¿cuántos soles tienen juntos Mario y Nora?

A) 250                      B) 290                      C) 270                      D) 260                      E) 280

**Solución:**

$$1) 25\% M - 45\% N = 14$$

$$2) \frac{30\% M}{50\% N} = \frac{3}{2}, \text{ de donde } M = 200, N = 80$$

$$\therefore M + N = 280$$

Rpta.: E

4. Si el área de un rectángulo no varió cuando su base aumento en  $10\%$ , ¿en qué porcentaje disminuyó su altura?

A)  $9\frac{1}{11}\%$                       B)  $9\%$                       C)  $10\%$                       D)  $11\%$                       E)  $10\frac{1}{9}\%$

**Solución:**

$$A_1 = bh$$

$$A_2 = (110\%b)(x\%h)$$

$$\text{Dato } A_1 = A_2 \rightarrow bh = (110\%b)(x\%h) \rightarrow x = \frac{1000}{11}$$

$$\text{disminuye} = 1000 - \frac{1000}{11} = \frac{100}{11} = 9\frac{1}{11}\%$$

**Rpta.: A**

5. Si el volumen de un cubo aumento en 174,4%, ¿en qué porcentaje aumento su arista?

A) 45%      B) 40%      C) 38%      D) 42%      E) 35%

**Solución:**

$$V_1 = a^3$$

$$V_2 = 274,4\%V_1 = \frac{2744a^3}{1000} = \left(\frac{14a}{10}\right)^3 = (a + x\%a)^3$$

$$\text{de donde } x = 40$$

**Rpta.: B**

6. En uno de los departamentos de nuestro país, se ha estimado que de los 6800 niños que nacieron en cierto año, murieron por desnutrición 1564 niños antes de cumplir los 5 años. ¿Qué porcentaje de los niños lograron sobrevivir?

A) 64%      B) 72%      C) 65%      D) 68%      E) 77%

**Solución:**

$$\text{sobrevivientes} = 6800 - 1564 = 5236$$

$$\text{luego: } 6800 \rightarrow 100\%$$

$$5236 \rightarrow x, \quad x = \frac{5236(100)}{6800} = 77\%$$

**Rpta.: E**

7. Juan ha vendido dos relojes a un mismo precio de S/ 240, en el primero ganando el 20% y en el segundo con una pérdida del 20%. ¿Cuánto ganó o perdió en la venta de los relojes?

A) Ganó S/ 20      B) Perdió S/ 15      C) Ganó S/ 12  
D) Perdió S/ 20      E) Ganó S/ 18

**Solución:**

$$1) P_v = P_c + \text{gan.}$$

$$240 = P_c + 20\%P_c \rightarrow P_c = 200, \quad \text{gana} = 40$$

$$2) P_v = P_c - \text{pierde}$$

$$240 = P_c - 20\%P_c \rightarrow P_c = 300, \quad \text{pierde} = 60$$

$$\therefore \text{pierde} = 60 - 40 = 20$$

**Rpta.: D**

8. Se fija el precio de un celular aumentando S/ 420 al precio de costo, pero al momento de venderlo se rebajó en 10%, aun así se ganó el 8% del precio de costo. Halle el precio fijado del celular.

A) S/ 2520      B) S/ 2600      C) S/ 2400      D) S/ 2620      E) S/ 2510

**Solución:**

$$1) P_F = P_C + 420$$

$$2) P_V = P_C + \text{gan.}$$

$$90\%(P_C + 420) = P_C + 8\%P_C \rightarrow P_C = 2100$$

$$\therefore P_F = 2100 + 420 = 2520$$

**Rpta.: A**

9. Rocío lee durante una semana el 60% de un libro más 20 páginas. En la segunda semana lee las 90 páginas restantes. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

A) 280      B) 265      C) 275      D) 250      E) 260

**Solución:**

$$\# \text{ de páginas} = x$$

$$\frac{60x}{100} + 20 + 90 = x \rightarrow x = 275$$

**Rpta.: C**

10. Si Julio se retiró del casino con S/ 240, habiendo perdido primero el 20% y luego ganando el 50% de lo que le quedaba, ¿con cuánto dinero fue al casino?

A) S/ 240      B) S/ 230      C) S/ 210      D) S/ 220      E) S/ 200

**Solución:**

$$\text{tenia} = x$$

$$\text{queda} = 150\%(80\%x) = 240$$

$$x = 200$$

**Rpta.: E**

## Álgebra

### EJERCICIOS DE CLASE N° 11

1. En  $\mathbb{R}[x]$  se define el operador  $\Delta$  dado por:  $p(x) \Delta q(x) = \text{MCD}[p(x), q(x)]$ . Si  $[(x^2 - x) \Delta x^2] (x^2 - 1)$  y  $[(x^2 - 1) \Delta (x^2 - x)] - mx^3 - 2x + 1$  son idénticos, halle el valor de  $3m + 7$ .

A) -2      B) 5      C) 4      D) -5      E) 3



**Solución:**

$$i) \quad x^2 - x = x(x-1) \quad \wedge \quad x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

$$ii) \quad (x^2 - x) \Delta x^2 = \text{MCD}[x(x-1), x^2] = x$$

$$iii) \quad (x^2 - 1) \Delta (x^2 - x) = \text{MCD}[(x+1)(x-1), x(x-1)] = x-1$$

$$\text{Reemplazando en } [(x^2 - x) \Delta x^2](x^2 - 1) = [(x^2 - 1) \Delta (x^2 - x)] - mx^3 - 2x + 1$$

$$\rightarrow x(x^2 - 1) = x - 1 - mx^3 - 2x + 1 = -mx^3 - x$$

$$\rightarrow x^3 - x = -mx^3 - x$$

$$\rightarrow m = -1$$

$$\therefore 3m + 7 = 4.$$

**Rpta.: C**

2. Se tiene dos cilindros cuyas capacidades son  $(x^3 - 3x^2 - x + 3)$  y  $(x^4 - 5x^2 + 4)$  litros respectivamente,  $x > 3$ . ¿Cuál es la capacidad máxima que debe tener un balde que puede usarse para llenar exactamente los cilindros?

A)  $(x^2 + x - 2)$  litros

B)  $(x^2 - 1)$  litros

C)  $(x - 1)$  litros

D)  $(x^2 + 2x - 3)$  litros

E)  $(x^2 + 3x + 2)$  litros

**Solución:**

Se tiene la capacidad de los cilindros:

$$i) \quad p(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 = x^2(x-3) - (x-3) \\ = (x^2 - 1)(x-3) = (x+1)(x-1)(x-3)$$

$$ii) \quad q(x) = x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = (x+1)(x-1)(x-2)(x+2)$$

Por otro lado, la máxima capacidad del balde es el  $\text{MCD}[p(x), q(x)]$

Luego la capacidad del balde es  $(x+1)(x-1) = (x^2 - 1)$  litros.

**Rpta.: B**

3. Halle la suma de los términos lineales del factor primo del  $\text{MCD}[p(x,y), q(x,y)]$  en  $\mathbb{Z}[x,y]$ , donde  $q(x,y) = 5x^2y + xy^2 - y^3 + 3x^3$  y  $p(x,y) = x^4 + 3x^3y + 3x^2y^2 + xy^3$ .

A)  $x - y$

B)  $3x$

C)  $-2y$

D)  $2y$

E)  $x + y$

**Solución:**

$$i) \quad p(x,y) = x^4 + 3x^3y + 3x^2y^2 + xy^3 = x(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) = x(x+y)^3$$

$$ii) \quad q(x,y) = 5x^2y + xy^2 - y^3 + 3x^3$$

	3	5y	y <sup>2</sup>	-y <sup>3</sup>
-y		-3y	-2y <sup>2</sup>	y <sup>3</sup>
	3	2y	-y <sup>2</sup>	0

$$\rightarrow q(x,y) = (x+y)(3x^2 + 2yx - y^2) = (x+y)^2(3x-y)$$

$$\rightarrow \text{MCD}[p(x,y), q(x,y)] = (x+y)^2$$

$\therefore \sum$  term. lineales del factor primo es  $= x+y$ .

**Rpta.: E**

4. Dados los polinomios  $q(x)$  y  $p(x) = x^4 + (m+1)x - 8x^2 + n + 2$ , tales que el  $\text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 - 4x + 3$ . Halle el valor de  $\frac{m}{n-4}$ .

A) 1      B) 3      C) -3      D) -1      E) 9

**Solución:**

$$i) \quad \text{MCD}[p(x), q(x)] = x^2 - 4x + 3 = (x-3)(x-1)$$

$$ii) \quad (x-3)(x-1) \text{ divide a } p(x):$$

$$\rightarrow p(3) = 3m + n + 14 = 0$$

$$p(1) = m + n - 4 = 0$$

$$\rightarrow m = -9 \wedge n = 13$$

$$\therefore \frac{m}{n-4} = -1.$$

**Rpta.: D**

5. Dados los polinomios  $G(t) = t^2 - m$  y  $D(t) = t^2 + \sqrt{n}$ , tal que en  $\mathbb{R}[t]$  el  $\text{MCM}\left[\frac{G(t)}{t - \sqrt{m}}, D(t)\right] = t^3 + 2t^2 + 3t + 6$ ; donde  $\{m, n\} \subset \mathbb{R}^+$ . Halle el valor de  $\frac{m-n}{2-\sqrt{n}}$ .

A) -8      B) 2      C) -2      D) 3      E) 5

**Solución:**

$$i) G(t) = t^2 - m = (t + \sqrt{m})(t - \sqrt{m}) \text{ y } D(t) = t^2 + \sqrt{n}$$

$$ii) \text{MCM} \left[ \frac{G(t)}{t - \sqrt{m}}, D(t) \right] = \text{MCM} \left[ (t + \sqrt{m}), t^2 + \sqrt{n} \right] = (t + \sqrt{m})(t^2 + \sqrt{n}) = t^3 + 2t^2 + 3t + 6$$

$$\rightarrow (t + \sqrt{m})(t^2 + \sqrt{n}) = (t^2 + 3)(t + 2)$$

$$\rightarrow \sqrt{m} = 2, \sqrt{n} = 3$$

$$\therefore \frac{m-n}{2-\sqrt{n}} = 5.$$

**Rpta.: E**

6. Paco es un comerciante y compra varias unidades de dos productos M y N, en la que el costo unitario del producto N es el doble del costo unitario del producto M. En una de sus compras, él compró del producto M tantas unidades como el valor de su costo unitario; luego al realizar la venta, concluye que el precio de venta de una unidad del producto N es el doble del precio de venta de una unidad del producto M, además el precio de venta unitario del producto M es numéricamente igual a la cantidad de unidades que compra del producto N. Halle el mínimo común múltiplo del costo total y del ingreso total, si se compraron y vendieron a unidades del producto M y b unidades del producto N.

- A)  $a(a+b)$     B)  $(a+2b)$     C)  $ab(a+2b)$     D)  $b(a+2b)$     E)  $b(a+b)$

**Solución:**

Precio de Costo unitario	Nro de unidades que compra	Precio de Venta unitario
Producto M: S/ x	x	y
Producto N: S/ 2x	y	2y

Luego:

$$\text{Costo total } C(x) = x(x) + 2xy = x(x + 2y)$$

$$\text{Ingreso total } I(x) = xy + 2y(y) = y(x + 2y)$$

$$\text{Luego } \text{MCM}[C(x), I(x)] = xy(x + 2y)$$

Por tanto, cuando  $x = a$  y  $y = b$ , el  $\text{MCM}[C(x), I(x)]$  es  $ab(a + 2b)$ .

**Rpta.: C**

7. En una tienda de ropa deportiva hay un remate de polos, todos a un mismo precio. Tres amigos, Juan, Carlos y Raúl, compran cada uno cierto número de polos, por lo que cada uno de los tres amigos paga en total y, de forma exacta el valor de  $j(x) = 3x^3 + 4x^2 - 12x - 16$  soles,  $c(x) = 12x^2 + 25x + 12$  soles y  $r(x) = 6x^2 + 23x + 20$  soles, respectivamente; donde  $x \in \mathbb{Z}$  y  $x > 2$ . Si  $h(x)$  es el MCD de  $j(x)$ ,  $c(x)$  y  $r(x)$ , halle el coeficiente principal del  $\text{MCM}[h(x), 3x^2 - 2x - 8]$  en  $\mathbb{Z}[x]$ , disminuido en dos.

- A) 3    B) -2    C) 1    D) -3    E) 0

**Solución:**

Tenemos

$$j(x) = 3x^3 + 4x^2 - 12x - 16 = (3x + 4)(x^2 - 4) = (3x + 4)(x + 2)(x - 2)$$

$$c(x) = 12x^2 + 25x + 12 = (3x + 4)(4x + 3)$$

$$r(x) = 6x^2 + 23x + 20 = (3x + 4)(2x + 5)$$

$$\rightarrow \text{Precio de cada polo} = h(x) = \text{MCD}[j(x), c(x), r(x)] = 3x + 4$$

$$\rightarrow \text{MCM}[h(x), 3x^2 - 2x - 8] = \text{MCM}[3x + 4, (3x + 4)(x - 2)] = (3x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore \text{Coef. Principal} - 2 = 3 - 2 = 1.$$

**Rpta.: C**

8. Dados dos polinomios  $p(x)$  y  $q(x)$  con coeficientes enteros, tales que el producto de dichos polinomios es  $(-18x^2 + 81 + x^4)$  y el cociente del mínimo común múltiplo de  $p(x)$  y  $q(x)$  con el máximo común divisor de los mismos polinomios es  $(9 - 6x + x^2)$ . Halle el término independiente de dicho máximo común divisor.

- A) 3      B) 2      C) 1      D) -3      E) -2

**Solución:**

$$\text{i) } p(x)q(x) = x^4 - 18x^2 + 81 = (x^2 - 9)^2 = (x + 3)^2(x - 3)^2$$

$$\text{ii) } \frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{\text{MCD}[p(x), q(x)]} = 9 - 6x + x^2 = (x - 3)^2$$

$$\rightarrow \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x - 3)^2 \text{MCD}[p(x), q(x)]$$

$$\text{iii) } p(x)q(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)] \text{MCD}[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow (x + 3)^2(x - 3)^2 = (x - 3)^2 \text{MCD}^2[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow \text{MCD}[p(x), q(x)] = (x + 3)$$

$\therefore$  El término independiente del MCD es 3.

**Rpta.: A****EVALUACIÓN DE CLASE Nº 11**

1. En  $\mathbb{R}[x]$  se define el operador  $\Delta$  dado por

$$p(x) \Delta q(x) = \text{Grad}(p(x) \cdot q(x)) - \text{MCD}[p(x), q(x)].$$

Si  $h(x) = \left[ (x^4 + 17x^2 + 81) \Delta x^2(x^2 + x + 9) \right]$ , halle el valor numérico de  $h(x)$  cuando  $x = -3$ .

- A) -9      B) 7      C) -5      D) -7      E) 2

**Solución:**

$$i) \quad x^4 + 17x^2 + 81 = (x^4 + 18x^2 + 81) - x^2 = (x^2 + 9)^2 - x^2 = (x^2 + x + 9)(x^2 - x + 9)$$

$$i) \quad \text{MCD}[(x^2 + x + 9)(x^2 - x + 9), x^2(x^2 + x + 9)] = x^2 + x + 9$$

$$iii) \quad \text{Grad}[(x^4 + 17x^2 + 81)x^2(x^2 + x + 9)] = 8$$

$$\rightarrow h(x) = (x^4 + 17x^2 + 81) \Delta x^2(x^2 + x + 9) = 8 - (x^2 + x + 9)$$

$$\therefore h(-3) = -7.$$

**Rpta.: D**

2. José retiró del Banco de la Nación  $(m^2 + 2mn + 6n^2 + 11)$  dólares y del Banco BCP  $(3m^2 - mn + 7n^2 + 33)$  dólares; donde  $m$  y  $n$  son, respectivamente, el coeficiente del término lineal y el término independiente del máximo común divisor en  $\mathbb{Z}[x]$  de los polinomios  $p(x) = x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 13x - 30$  y  $q(x) = x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 31x - 60$ . ¿Qué cantidad de dinero retiró en total de ambos bancos?

- A) \$ 400      B) \$ 410      C) \$ 440      D) \$ 420      E) \$ 480

**Solución:**

- i) En  $p(x)$  y  $q(x)$  factorizamos aplicando el aspa doble especial

$$\rightarrow p(x) = (x^2 + x - 6)(x^2 + 3x + 5)$$

$$\text{y } q(x) = (x^2 + x - 12)(x^2 + 3x + 5)$$

$$\text{Luego: } p(x) = (x - 2)(x + 3)(x^2 + 3x + 5) \text{ y } q(x) = (x - 3)(x + 4)(x^2 + 3x + 5)$$

$$ii) \quad \text{MCD}[p(x), q(x)] = (x^2 + 3x + 5)$$

$$\rightarrow m = 3 \text{ y } n = 5$$

$$\therefore \text{En total retira } 200 + 220 = 420 \text{ dólares.}$$

**Rpta.: D**

3. Si  $d(x,y) = \text{MCD}[p(x,y), q(x,y)]$  en  $\mathbb{Z}[x,y]$ ; donde  $q(x,y) = y^4 + xy^3 + x^3y + x^4$  y  $p(x,y) = x^4 + x^2y^2 - 2x^3y - y^4$ , halle la suma de coeficientes de  $d(x,y)$ .

A) -1                      B) 3                      C) -2                      D) 2                      E) 1

**Solución:**

$$\begin{aligned} \text{i) } q(x,y) &= y^4 + xy^3 + x^3y + x^4 = y^3(y+x) + x^3(y+x) \\ &= (y+x)(x^3 + y^3) = (y+x)^2(x^2 - xy + y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } p(x,y) &= [x^4 - 2x^2(xy) + x^2y^2] - y^4 = (x^2 - xy)^2 - y^4 \\ &= (x^2 - xy + y^2)(x^2 - xy - y^2) \end{aligned}$$

$$\rightarrow d(x,y) = \text{MCD}[p(x,y), q(x,y)] = (x^2 - xy + y^2)$$

$$\therefore d(1,1) = 1.$$

**Rpta.: E**

4. Un pequeño distribuidor de libros dispone de dos clases de libros; donde el total de cada clase de libro está representado por  $p(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 - x^2$  y  $q(x) = x^5 + cx^4 - dx^3 + x^2$ ;  $x > 1$ . Si el total de cada clase de libro es distribuido de forma exacta en cajas que contienen  $N(x) = (x^2 - x)(x^2 + x)$  libros; siendo este valor el mayor número posible; además cada caja contiene la misma clase de libro, ¿cuántas cajas se necesitan en total para distribuir el total de los libros?

A)  $2x+1$                       B)  $x+2$                       C)  $2(x+1)$                       D)  $2x$                       E)  $3x$

**Solución:**

$$\text{i) } N(x) \text{ divide a } p(x) \text{ y } q(x)$$

$$\rightarrow (x^2 - x)(x^2 + x) = x^2(x+1)(x-1) \text{ son factores de } p(x) \text{ y } q(x)$$

$$\rightarrow 0 = p(1) = a + b \text{ y } 0 = p(-1) = a - b - 2$$

$$\rightarrow a = 1 \wedge b = -1$$



Análogamente:

$$\rightarrow 0 = q(1) = c - d + 2 \quad y \quad 0 = q(-1) = c + d$$

$$\rightarrow d = 1 \wedge c = -1$$

$$ii) p(x) = x^5 + x^4 - x^3 - x^2 = (x^5 - x^3) + (x^4 - x^2) = x^3(x^2 - 1) + x^2(x^2 - 1)$$

$$\rightarrow p(x) = (x+1)(x-1)x^2(x+1)$$

$$iii) q(x) = x^5 - x^4 - x^3 + x^2 = (x^5 - x^3) - x^2(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x^3 - x^2)$$

$$\rightarrow q(x) = (x+1)(x-1)x^2(x-1)$$

Luego Nro de cajas es:

$$\text{Para } p(x): \frac{(x+1)(x-1)x^2(x+1)}{x^2(x+1)(x-1)} = x+1$$

$$\text{Para } q(x): \frac{(x+1)(x-1)x^2(x-1)}{x^2(x+1)(x-1)} = x-1$$

$$\therefore \text{El total de cjas es: } x+1+x-1=2x.$$

Rpta.: D

5. Sean los polinomios  $p(x) = x^8 + x^4 + 1$  y  $q(x) = x^5 + x + 1$ . Halle el número de factores algebraicos del  $\text{MCM}[p(x), q(x)]$  en  $\mathbb{Z}[x]$ .

A) 15

B) 11

C) 21

D) 13

E) 23

**Solución:**

$$i) p(x) = x^8 + x^4 + 1 = (x^4 + x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)$$

$$ii) q(x) = x^5 + x + 1 = (x^5 - x^2) + (x^2 + x + 1)$$

$$= x^2(x-1)(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1)$$

$$= (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

$$\rightarrow \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x^4 - x^2 + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

$$\therefore \text{Nro de factores algebraicos: } 2(2)(2)(2) - 1 = 15.$$

Rpta.: A

6. Si  $M(x) = (x^5 - 2x^4 - 6x + 12)(x^3 + 2x^2 + x - 3)$  es el mínimo común múltiplo en  $\mathbb{Z}[x]$  de los polinomios  $p(x) = (x-2)(mx^{m+3} - 6)$  y  $q(x) = (x-2)(x^n + (n-1)x^{n-1} + x - t)$ ; donde  $m \neq 0, n \neq 1$ , halle el valor de  $(mn - 2t)$ .
- A) 5                      B) -3                      C) 4                      D) -5                      E) 6

**Solución:**

$$\begin{aligned} \text{i) } m(x) &= (x^5 - 6x - 2x^4 + 12) \underbrace{(x^3 + 2x^2 + x - 3)}_{\text{irreducible en } \mathbb{Z}[x]} \\ &= [x(x^4 - 6) - 2(x^4 - 6)](x^3 + 2x^2 + x - 3) \\ \rightarrow m(x) &= (x-2) \underbrace{(x^4 - 6)}_{\text{irreducible en } \mathbb{Z}[x]} (x^3 + 2x^2 + x - 3) \end{aligned}$$

ii) Como  $(x-2)$  es el único factor común de  $p(x)$  y  $q(x)$ , entonces  $(mx^{m+3} - 6)$  y  $(x^n + (n-1)x^{n-1} + x - t)$  son los factores no comunes que están contenidos en  $m(x)$

$$\rightarrow (mx^{m+3} - 6) = (x^4 - 6) \wedge (x^n + (n-1)x^{n-1} + x - t) = (x^3 + 2x^2 + x - 3)$$

$$\rightarrow m = 1, n = 3, t = 3$$

$$\therefore (mn - 2t) = -3.$$

**Rpta.: B**

7. Un chofer de autobús obtiene mensualmente una utilidad en soles durante  $x$  días de trabajo, el cual está representado por el mínimo común múltiplo de  $p(x)$ ,  $q(x)$  y  $r(x)$  en  $\mathbb{Z}[x]$ , donde  $p(x) = x^3 - 1$ ,  $q(x) = x^4 + x^2 + 1$  y  $r(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ . Determine la utilidad mensual que obtendrá dicho chofer por dos días de trabajo ininterrumpido.
- A) S/ 84                      B) S/ 28                      C) S/ 48                      D) S/ 82                      E) S/ 68

**Solución:**

$$\begin{aligned} \text{i) } p(x) &= x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1) \\ \text{ii) } q(x) &= x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) \\ \text{iii) } r(x) &= x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x^2 + x + 1) \\ \rightarrow \text{MCM}[p(x), q(x), r(x)] &= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)(x-1)(x+2) = m(x) \end{aligned}$$

Luego en dos días de trabajo su utilidad será  $m(2) = 84$  soles.

**Rpta.: A**

8. Dados  $p(x)$  y  $q(x)$  polinomios tales que  $p(x) \cdot q(x) = (x^2 - 5)^2$  y  $\frac{\text{MCM}[p(x), q(x)]}{\text{MCD}[p(x), q(x)]} = x^2 - 2\sqrt{5}x + 5$ , halle el término independiente del  $\text{MCM}[p(x), q(x)]$  en  $\mathbb{R}[x]$ .

A)  $-5\sqrt{5}$       B)  $\sqrt{5}$       C)  $5\sqrt{5}$       D) 5      E)  $5 - \sqrt{5}$

**Solución:**

$$\text{i) } \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x - \sqrt{5})^2 \cdot \text{MCD}[p(x), q(x)]$$

$$\text{ii) } p(x) \cdot q(x) = \text{MCM}[p(x), q(x)] \cdot \text{MCD}[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow (x^2 - 5)^2 = (x - \sqrt{5})^2 \cdot \text{MCD}^2[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow (x - \sqrt{5})^2 (x + \sqrt{5})^2 = (x - \sqrt{5})^2 \cdot \text{MCD}^2[p(x), q(x)]$$

$$\rightarrow \text{MCD}[p(x), q(x)] = x + \sqrt{5}$$

$$\rightarrow \text{MCM}[p(x), q(x)] = (x - \sqrt{5})^2 (x + \sqrt{5})$$

$$\therefore \text{T. Independ. del MCM}[p(x), q(x)] = (-\sqrt{5})^2 \sqrt{5} = 5\sqrt{5}.$$

Rpta.: C

## Trigonometría

### EJERCICIOS DE LA SEMANA Nº 11

1. Calcule la suma de las soluciones de la ecuación trigonométrica

$$4\sin x \cdot \cos x + 2\sin x - 2\cos x - 1 = 0, \quad x \in [0, 2\pi].$$

A)  $3\pi$       B)  $\frac{3\pi}{2}$       C)  $4\pi$       D)  $2\pi$       E)  $\frac{4\pi}{3}$

**Solución:**

$$4\operatorname{sen} x \cdot \cos x + 2\operatorname{sen} x - 2\cos x - 1 = 0$$

$$2\operatorname{sen} x(2\cos x + 1) - 2(\cos x + 1) = 0$$

$$(2\cos x + 1)(2\operatorname{sen} x - 1) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x + 1 = 0 \vee 2\operatorname{sen} x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \vee \operatorname{sen} x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \vee x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Luego, } \sum = \frac{2\pi}{3} + \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = 3\pi.$$

Rpta.: A

2. Halle el número de soluciones de la ecuación trigonométrica

$$\sqrt{3}\cos x - \operatorname{sen} x = \sqrt{3}, x \in [-2\pi, 0].$$

A) 1

B) 2

C) 4

D) 3

E) 5

**Solución:**

$$\sqrt{3}\cos x - \operatorname{sen} x = \sqrt{3}, x \in [-2\pi, 0]$$

$$\cos x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \operatorname{sen} x \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, x + \frac{\pi}{6} \in \left[-2\pi + \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$$

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{6} = -2\pi + \frac{\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = -2\pi, -\frac{\pi}{3}, 0$$

Luego, N° de sol. = 3.

Rpta.: D

3. Halle el número de soluciones de la ecuación trigonométrica

$$\frac{4\operatorname{sen}^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1} = 0, \alpha \in [0, 2\pi].$$

A) 4

B) 3

C) 2

D) 5

E) 6

**Solución:**

$$\frac{4\operatorname{sen}^2 \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha - 1} = 0, \alpha \in [0, 2\pi] \Rightarrow 4\operatorname{sen}^2 \alpha - 1 = 0 \wedge \operatorname{tg} \alpha - 1 \neq 0 \wedge \cos \alpha \neq 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \pm \frac{1}{2} \wedge \operatorname{tg} \alpha \neq 1 \wedge \cos \alpha \neq 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}.$$

Luego, N° de sol. = 4.

Rpta.: A

4. Halle la suma de las soluciones de la ecuación trigonométrica

$$20 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{4} + \cos 2x = 3 + 10 \sin \frac{x}{2}, \quad x \in [0, \pi]$$

- A)  $\pi$       B)  $\frac{\pi}{2}$       C)  $\frac{3\pi}{2}$       D)  $\frac{5\pi}{12}$       E)  $\frac{2\pi}{3}$

**Solución:**

$$\begin{aligned} 20 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos^2 \frac{x}{4} + \cos 2x &= 3 + 10 \sin \frac{x}{2} \\ \Rightarrow 20 \sin \frac{x}{2} \cdot \left( \frac{1 + \cos \frac{x}{2}}{2} \right) + \cos 2x &= 3 + 10 \sin \frac{x}{2} \\ \Rightarrow 10 \sin \frac{x}{2} + 10 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} + 1 - 2 \sin^2 x &= 3 + 10 \sin \frac{x}{2} \\ \Rightarrow 2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 &= 0 \Rightarrow (2 \sin x - 1)(\sin x - 2) = 0 \\ \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \vee \sin x = 2 \text{ (no es posible)} \\ \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, x \in [0, \pi] \\ \therefore \sum \text{Sol.} &= \pi. \end{aligned}$$

Rpta.: A

5. Determine la suma de las soluciones de la ecuación trigonométrica

$$8 \sin \theta - 3 \cos 2\theta = 5, \quad -2\pi < \theta < \pi.$$

- A)  $-\frac{3\pi}{2}$       B)  $\frac{3\pi}{2}$       C)  $-2\pi$       D)  $2\pi$       E) 0

**Solución:**

$$\begin{aligned} \text{I) } 8 \sin \theta - 3(1 - 2 \sin^2 \theta) &= 5 \Rightarrow (3 \sin \theta - 2)(\sin \theta + 2) = 0 \\ \Rightarrow \sin \theta &= \frac{2}{3}, \quad -2\pi < \theta < \pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II) Sea } \alpha \text{ el ángulo agudo tal que } \sin \alpha &= \frac{2}{3} \\ \Rightarrow \theta &= -2\pi + \alpha, -\pi - \alpha, \alpha, \pi - \alpha. \quad (-2\pi < \theta < \pi) \end{aligned}$$

$$\text{Luego, } \sum \text{Sol.} = -2\pi..$$

Clave: C

6. Halle la suma de las soluciones de la ecuación trigonométrica

$$2\operatorname{sen}^2 \alpha - 9\operatorname{sen} \alpha - 5 = 0, \alpha \in [0, 2\pi].$$

- A)  $3\pi$       B)  $2\pi$       C)  $\pi$       D)  $4\pi$       E)  $\frac{3\pi}{2}$

**Solución:**

$$2\operatorname{sen}^2 \alpha - 9\operatorname{sen} \alpha - 5 = 0 \Rightarrow (2\operatorname{sen} \alpha + 1)(\operatorname{sen} \alpha - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = -\frac{1}{2} \vee \operatorname{sen} \alpha = 5 \text{ (no)}$$

$$\Rightarrow \alpha = \pi + \frac{\pi}{6}, 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sum \text{Sol.} = 3\pi.$$

Rpta.: A

7. Halle la suma de la mayor solución negativa y la menor solución positiva de la ecuación trigonométrica

$$\cos x - \sqrt{3} \operatorname{sen} x = \sqrt{3}.$$

- A)  $\frac{3\pi}{4}$       B)  $\frac{2\pi}{3}$       C)  $\frac{5\pi}{4}$       D)  $\frac{\pi}{3}$       E)  $\frac{4\pi}{3}$

**Solución:**

Se tiene que

$$\cos x - \sqrt{3} \operatorname{sen} x = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \cdot \cos x - \cos \frac{\pi}{6} \cdot \operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \operatorname{sen} x \cdot \cos \frac{\pi}{6} - \cos x \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(x - \frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x - \frac{\pi}{6} = n\pi + (-1)^n(-\frac{\pi}{3}), n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x = n\pi + (-1)^n(-\frac{\pi}{3}) + \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$$

Para  $n = 0$ ,  $x = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6}$ , mayor solución negativa

Para  $n = 1$ ,  $x = \pi + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$ , menor solución positiva

$$\therefore \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}.$$

Rpta.: E



8. Si  $2\operatorname{ctg}^2 x + 3\operatorname{csc} x = 0$ ,  $x \in \langle \pi, \frac{3\pi}{2} \rangle$ , halle el valor de  $\sqrt{3}(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)$ .

A)  $4\sqrt{3}$       B) 5      C) 4      D)  $\sqrt{3}$       E)  $2\sqrt{3}$

**Solución:**

$$\begin{aligned} 2\operatorname{ctg}^2 x + 3\operatorname{csc} x = 0 &\Rightarrow 2(\operatorname{csc}^2 x - 1) + 3\operatorname{csc} x = 0 \\ &\Rightarrow 2\operatorname{csc}^2 x + 3\operatorname{csc} x - 2 = 0 \Rightarrow (2\operatorname{csc} x - 1)(\operatorname{csc} x + 2) = 0 \\ &\Rightarrow \operatorname{csc} x = \frac{1}{2} \vee \operatorname{csc} x = -2. \text{ Elegimos } \operatorname{csc} x = -2 \text{ y como } x \in \langle \pi, \frac{3\pi}{2} \rangle, \text{ entonces} \\ x = \frac{7\pi}{6} \text{ y } \operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

$$\text{Por lo tanto, } \sqrt{3}(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) = \sqrt{3}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right) = 4.$$

Rpta.: C

9. Determine la suma de las soluciones de la ecuación trigonométrica

$$8\operatorname{sen}^3 \frac{x}{4} - \operatorname{sen} \frac{x}{4} + 2\cos x - 8\operatorname{sen}^5 \frac{x}{4} = 0, \quad x \in [-\pi, 3\pi].$$

A)  $\pi$       B)  $2\pi$       C)  $4\pi$       D)  $3\pi$       E)  $\frac{5\pi}{2}$

**Solución:**

$$\begin{aligned} 8\operatorname{sen}^3 \frac{x}{4} - 8\operatorname{sen}^5 \frac{x}{4} - \operatorname{sen} \frac{x}{4} + 2\cos x &= 0 \\ \Rightarrow [8\operatorname{sen}^2 \frac{x}{4} (1 - \operatorname{sen}^2 \frac{x}{4}) - 1]\operatorname{sen} \frac{x}{4} + 2\cos x &= 0 \\ \Rightarrow (2 \cdot 4\operatorname{sen}^2 \frac{x}{4} \cdot \cos^2 \frac{x}{4} - 1)\operatorname{sen} \frac{x}{4} + 2\cos x &= 0 \\ \Rightarrow (2\operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} - 1)\operatorname{sen} \frac{x}{4} + 2\cos x &= 0 \\ \Rightarrow \cos x \cdot \operatorname{sen} \frac{x}{4} + 2\cos x &= 0 \Rightarrow \cos x(\operatorname{sen} \frac{x}{4} + 2) = 0 \\ \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \\ \therefore \sum \text{Sol} = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} &= 4\pi. \end{aligned}$$

Rpta.: C

10. Halle la solución general de la ecuación trigonométrica

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x \cdot \sec^2 x.$$

A)  $\{n\pi - \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z}\}$

B)  $\{n\pi + \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z}\}$

C)  $\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\}$

D)  $\{n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z}\}$

E)  $\{2n\pi + \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z}\}$

**Solución:**

Resolviendo

$$\sqrt{2} \left( \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sin x \cdot (1 + \tan^2 x), \quad x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin x + \cos x = \sin x \cdot (1 + \tan^2 x)$$

$$\Rightarrow \tan x + 1 = \tan x (1 + \tan^2 x)$$

$$\Rightarrow \tan^3 x - 1 = 0 \Rightarrow (\tan x - 1)(\tan^2 x + \tan x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \tan x = 1$$

$$\therefore \text{CS} = \left\{ n\pi + \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z} \right\}$$

Rpta.: B

### **EVALUACIÓN N° 11**

1. Halle la menor solución positiva de la ecuación trigonométrica

$$\cos 7x \cdot \cos 2x + 2 \sin x \cdot \cos x \cdot \sin 3x = 0$$

A)  $\frac{\pi}{3}$

B)  $\frac{\pi}{6}$

C)  $\frac{\pi}{12}$

D)  $\frac{\pi}{8}$

E)  $\frac{\pi}{10}$

**Solución:**

$$\cos 7x \cdot \cos 2x + \sin 2x \cdot \sin 3x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos 7x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x \cdot \sin 3x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 9x + \cos 5x + \cos x - \cos 5x = 0$$

$$\Rightarrow 2 \cos 5x \cdot \cos 4x = 0$$

$$\Rightarrow \cos 5x = 0 \vee \cos 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{10} \vee x = \frac{\pi}{8}.$$

Rpta.: E

2. Halle la suma de la menor solución positiva y de la mayor solución negativa de la ecuación trigonométrica

$$\cos 2x - 3\cos x - 3\sin x = 0.$$

- A)  $\frac{5\pi}{12}$       B)  $\frac{\pi}{2}$       C)  $\frac{\pi}{4}$       D)  $\frac{2\pi}{3}$       E)  $\pi$

**Solución:**

$$\begin{aligned}\cos^2 x - \sin^2 x - 3(\cos x + \sin x) &= 0 \\ \Rightarrow (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x) - 3(\cos x + \sin x) &= 0 \\ \Rightarrow (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x - 3) &= 0 \\ \Rightarrow \tan x = -1 \vee \cos x - \sin x = 3 \text{ (no se da)}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \sum = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}.$$

Rpta.: B

3. Halle la semisuma de la mayor solución negativa con la menor solución positiva de

$$2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0.$$

- A)  $-\pi$       B)  $-\frac{\pi}{3}$       C)  $-\frac{\pi}{2}$       D)  $-2\pi$       E)  $-3\pi$

**Solución:**

$$\begin{aligned}2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0 &\Rightarrow (2\sin x - 1)(\sin x + 3) = 0 \\ \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \vee \sin x = 3 \text{ (no es posible)}\end{aligned}$$

Luego, la menor solución positiva es  $\frac{\pi}{6}$  y la mayor solución negativa es  $-\frac{7\pi}{6}$ . En consecuencia la semisuma es igual a  $-\frac{\pi}{2}$ .

Rpta.: C

4. Halle la suma de las tres mayores soluciones negativas de la ecuación trigonométrica

$$\sin 2x + \cos 4x = 1.$$

- A)  $-2\pi$       B)  $-3\pi$       C)  $-\frac{7\pi}{4}$       D)  $-\frac{3\pi}{3}$       E)  $-\frac{9\pi}{4}$

**Solución:**

$$\begin{aligned}
 \operatorname{sen} 2x + \cos 4x &= 1 \Rightarrow \operatorname{sen} 2x + 1 - 2\operatorname{sen}^2 2x = 1 \\
 \Rightarrow \operatorname{sen} 2x - 2\operatorname{sen}^2 2x &= 0 \Rightarrow \operatorname{sen} 2x(1 - 2\operatorname{sen} 2x) = 0 \\
 \Rightarrow \operatorname{sen} 2x = 0 \vee \operatorname{sen} 2x &= \frac{1}{2} \\
 \Rightarrow 2x = -\pi, -2\pi, -3\pi \vee 2x &= \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{19\pi}{6} \\
 \Rightarrow x = \frac{-\pi}{2}, -\pi, \frac{-3\pi}{2} \vee x &= \frac{-7\pi}{12}, \frac{-11\pi}{12}, \frac{-19\pi}{12} \\
 \sum \text{Sol.} &= \left(\frac{-7\pi}{12}\right) + \left(\frac{-11\pi}{12}\right) + \left(\frac{-\pi}{2}\right) = -2\pi.
 \end{aligned}$$

**Rpta.: A**

5. Halle el conjunto solución de la ecuación trigonométrica

$$2\operatorname{sen} x + \operatorname{ctg} x = \operatorname{csc} x.$$

A)  $\{2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\}$

B)  $\{2n\pi - \frac{\pi}{6} / n \in \mathbb{Z}\}$

C)  $\{n\pi - \frac{\pi}{4} / n \in \mathbb{Z}\}$

D)  $\{n\pi + \frac{\pi}{2} / n \in \mathbb{Z}\}$

E)  $\Phi$

**Solución:**

$$\begin{aligned}
 2\operatorname{sen} x + \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} &= \frac{1}{\operatorname{sen} x} \Rightarrow 2\operatorname{sen}^2 x + \cos x - 1 = 0 \\
 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) + \cos x - 1 &= 0 \Rightarrow (2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0 \\
 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \vee \cos x &= 1 \text{ (no puede ser)} \\
 \Rightarrow x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \\
 \therefore \{2n\pi \pm \frac{2\pi}{3} / n \in \mathbb{Z}\}.
 \end{aligned}$$

**Rpta.: A**

# Geometría

## EJERCICIOS DE CLASE N° 11

1. En la figura, ABCD es un rombo cuyo lado mide 8 cm y circunscrito a una circunferencia cuyo radio mide 2 cm. Halle el área de la región sombreada.

A)  $3[8 - \pi] \text{ cm}^2$

B)  $4[8 - \pi] \text{ cm}^2$

C)  $5[8 - \pi] \text{ cm}^2$

D)  $4[7 - \pi] \text{ cm}^2$

E)  $4[6 - \pi] \text{ cm}^2$

**Solución:**

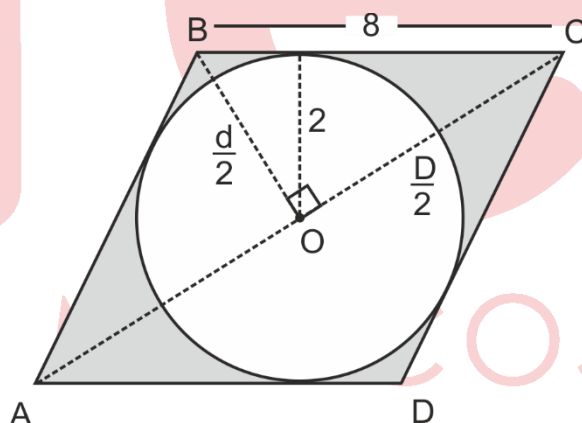
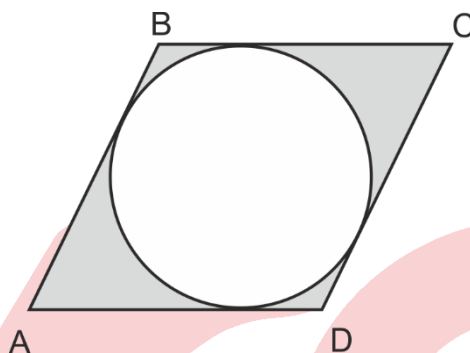
- 1)  $\triangle BOC$ , R.M.:

$$\left(\frac{d}{2}\right)\left(\frac{D}{2}\right) = 2 \times 8 \Rightarrow \frac{D \cdot d}{2} = 32$$

2)  $S_x = S_{ABCD} - A_O$

$$= 32 - \pi 2^2$$

$$= 4[8 - \pi] \text{ cm}^2$$



**Rpta.: B**

2. En la figura, el círculo de centro  $O_1$  está inscrito en el cuadrante AOC, S y T son puntos de tangencia y  $SC = 4 \text{ cm}$ . Halle el área del segmento circular sombreado.

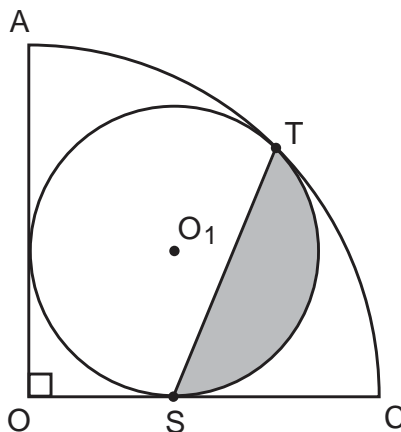
A)  $2(3\pi - 2\sqrt{2}) \text{ cm}^2$

B)  $3(3\pi - 2\sqrt{2}) \text{ cm}^2$

C)  $2(3\pi - \sqrt{2}) \text{ cm}^2$

D)  $2(2\pi - \sqrt{2}) \text{ cm}^2$

E)  $3(2\pi - \sqrt{2}) \text{ cm}^2$



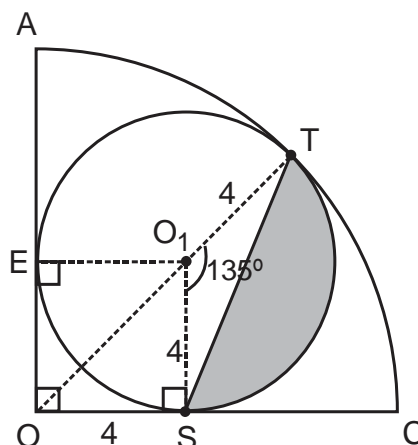
**Solución:**1)  $\square OEO_1S$ : cuadrado

2)  $A_{\text{seg}} = A_{\text{SC}TO_1S} - A_{\triangle TO_1S}$

$$A_{\text{seg}} = \frac{\pi 4^2 135^\circ}{360^\circ} - \frac{4 \times 4 \sin 135^\circ}{2}$$

$$= 6\pi - 4\sqrt{2}$$

3)  $A_{\text{seg}} = 2(3\pi - 2\sqrt{2}) \text{ cm}^2$

**Rpta.: A**

3. En la figura,  $OA = \sqrt{17} \text{ cm}$ , O es centro y S y T son puntos de tangencia. Si  $AB = BC$ , halle el área de la corona circular.

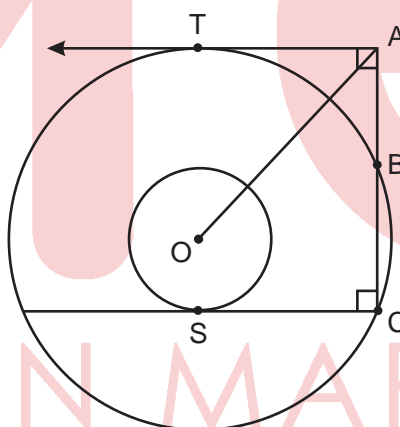
A)  $10\pi \text{ cm}^2$

B)  $9\pi \text{ cm}^2$

C)  $6\pi \text{ cm}^2$

D)  $7\pi \text{ cm}^2$

E)  $8\pi \text{ cm}^2$

**Solución:**1) Radio:  $OT = 3r$ 

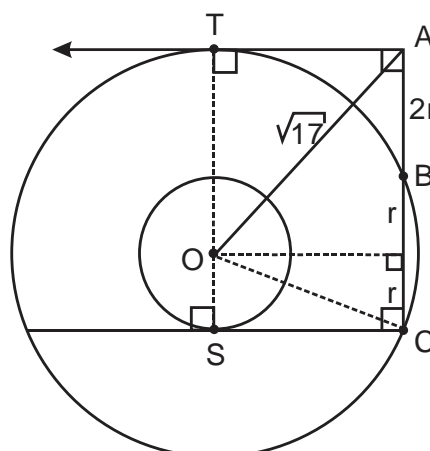
2)  $\triangle OSC$ :  $5C = 2\sqrt{2}r$

3)  $\triangle OTA$ :

$$\sqrt{17}^2 = (2\sqrt{2}r)^2 + (3r)^2$$

$$r = 1$$

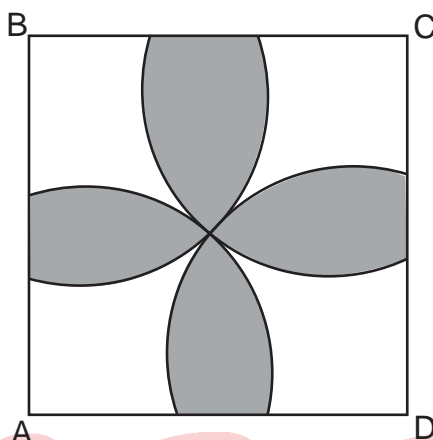
4)  $A_{\text{cc}} = \pi(3^2 - 1^2) = 8\pi \text{ cm}^2$

**Rpta.: B**



4. En la figura, ABCD es un cuadrado cuyo lado mide  $2\sqrt{2}$  cm y los cuatro cuadrantes congruentes tienen radio igual a la mitad de la longitud de la diagonal. Halle el área de la región sombreada.

- A)  $4(\pi - 2)$  cm<sup>2</sup>  
 B)  $3(\pi - 2)$  cm<sup>2</sup>  
 C)  $4(\pi + 2)$  cm<sup>2</sup>  
 D)  $3(\pi - 1)$  cm<sup>2</sup>  
 E)  $2(\pi - 1)$  cm<sup>2</sup>



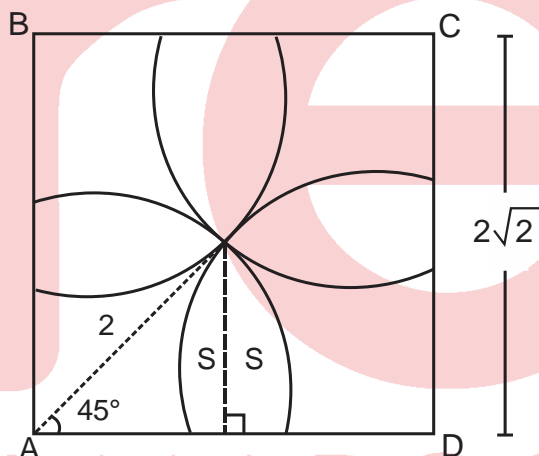
**Solución:**

1)  $2S = \text{segmento circular}$

2)  $A_s = 8S$

3)  $2S = \frac{\pi 2^2 90^\circ}{360} - \frac{2 \times 2}{2} = \pi - 2$

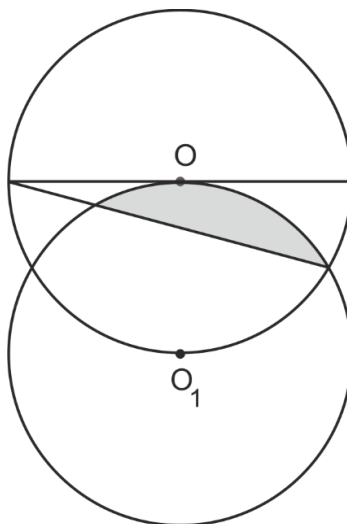
4)  $A_s = 4(\pi - 2)$



Rpta.: A

5. En la figura, O y O<sub>1</sub> son centros de las circunferencias congruentes cuyos radios miden 2 cm. Si O es punto de tangencia, halle el área del segmento circular sombreado.

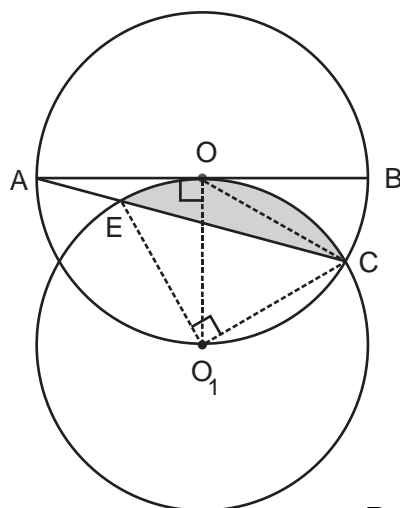
- A)  $(\pi - 2)$  cm<sup>2</sup>  
 B)  $3\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$  cm<sup>2</sup>  
 C)  $4\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$  cm<sup>2</sup>  
 D)  $2\left(\frac{\pi}{2} + 1\right)$  cm<sup>2</sup>  
 E)  $3\left(\frac{\pi}{2} + 2\right)$  cm<sup>2</sup>



**Solución:**

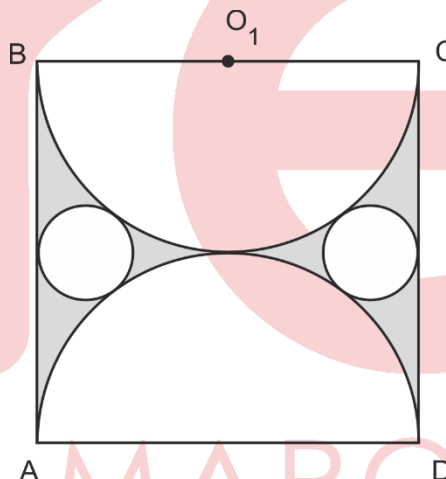
- 1)  $\triangle OCO_1$  equilátero y  $\triangle AOC$  isósceles
- 2)  $m\widehat{BOC} = 30^\circ$  semi-inscrito
- 3)  $m\widehat{ACO} = 15^\circ \rightarrow m\widehat{EO} = 30^\circ$  y  $m\widehat{EOC} = 90^\circ$
- 4)  $A_{\text{seg}} = A_{\text{SC}EO_1C} - A_{\triangle EO_1C}$

$$= \frac{\pi 2^2 90^\circ}{360^\circ} - \frac{2 \times 2}{2} = \pi - 2$$

**Rpta.: A**

6. En la figura, ABCD es un cuadrado, las semicircunferencias y las circunferencias son tangencias a los lados y tangentes entre sí. Si el radio de una de las circunferencias mide 2 cm, halle el área de la región sombreada.

- A)  $6 [32 - 9\pi] \text{ cm}^2$
- B)  $7 [32 - 9\pi] \text{ cm}^2$
- C)  $8 [32 - 9\pi] \text{ cm}^2$
- D)  $9 [32 - 9\pi] \text{ cm}^2$
- E)  $10 [32 - 9\pi] \text{ cm}^2$

**Solución:**

- 1)  $\triangle OEO_1$ :

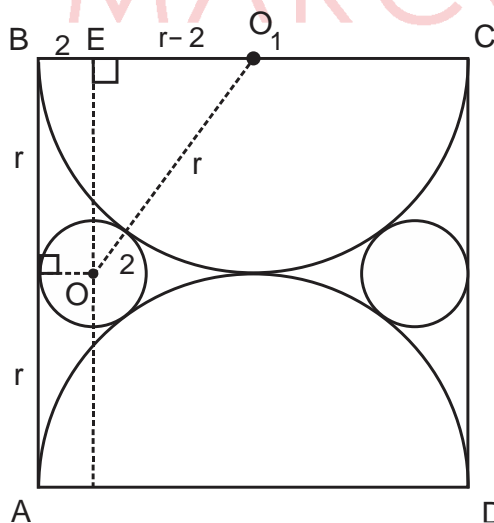
$$(r+2)^2 = (r-2)^2 + r^2$$

$$r = 8$$

- 2)  $S_x = A_{\square} - 2A_{\text{SC}BO_1C} - 2A_O$

$$= 16^2 - \frac{2\pi 8^2}{2} - 2\pi 2^2$$

$$S_x = 8 [32 - 9\pi] \text{ cm}^2$$

**Rpta.: C**

7. En la figura se muestra una mayólica cuadrada, cuyo lado mide 4 dm, circunscrita a una circunferencia que tiene el diseño de un rosetón. Halle el área del rosetón.

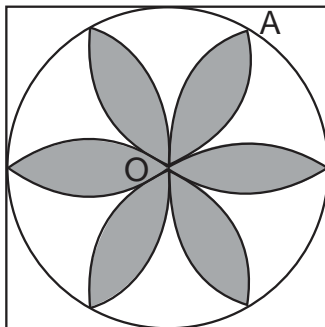
A)  $4(2\pi - 3\sqrt{3}) \text{ dm}^2$

B)  $2(4\pi - 3\sqrt{3}) \text{ dm}^2$

C)  $3(4\pi - 2\sqrt{3}) \text{ dm}^2$

D)  $3(4\pi - \sqrt{3}) \text{ dm}^2$

E)  $4(4\pi - 2\sqrt{3}) \text{ dm}^2$

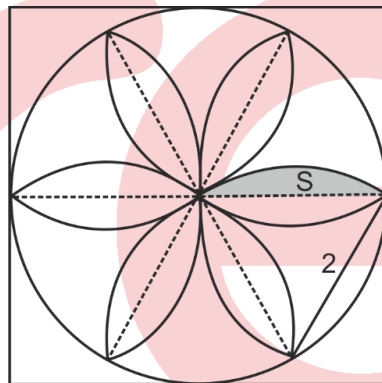


**Solución:**

1)  $A_{\text{rosetón}} = 12S$  y  $S = A_{\text{seg}}$

2)  $A_{\text{rosetón}} = 12 \left[ \frac{\pi 2^2 \times 60}{360} - \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} \right]$

3)  $A_{\text{rosetón}} = 4[2\pi - 3\sqrt{3}] \text{ dm}^2$



Rpta.: A

8. La figura muestra la sección transversal de la tuerca de un tornillo tal que ABCDEF es un hexágono regular cuyo lado mide 2 cm y el radio del círculo mide 1 cm. Halle el área de la región sombreada.

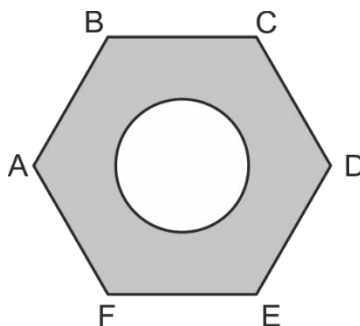
A)  $(6\sqrt{2} - \pi) \text{ dm}^2$

B)  $2(6\sqrt{3} - \pi) \text{ dm}^2$

C)  $(6\sqrt{3} - \pi) \text{ dm}^2$

D)  $(5\sqrt{3} - \pi) \text{ dm}^2$

E)  $(5\sqrt{2} - \pi) \text{ dm}^2$

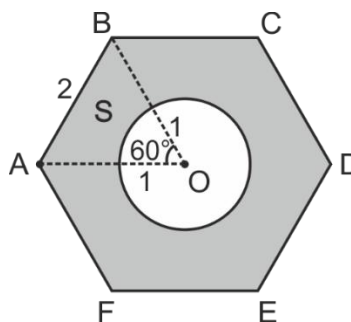


**Solución:**

$$1) S = A_{\triangle AOB} - A_{SCAOB}$$

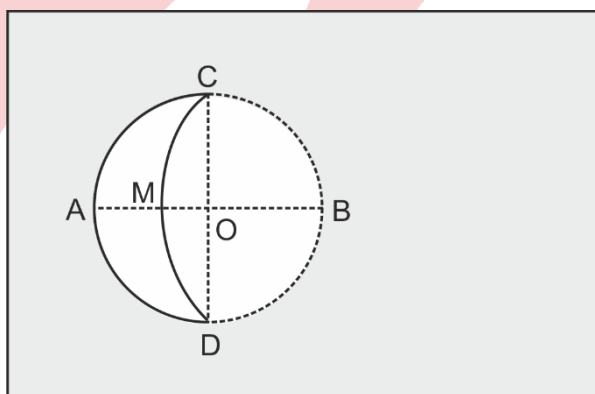
$$2) S = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi \cdot 1^2 \cdot 60}{360}$$

$$3) S_x = 6S = 6 \left[ \sqrt{3} - \frac{\pi}{6} \right] \\ = 6\sqrt{3} - \pi$$

**Rpta.: C**

9. La figura muestra la bandera de un país con el dibujo de una lúnula, el cual consta de una circunferencia de centro O y longitud de radio igual a 2 cm y con diámetros  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  perpendiculares entre si y haciendo centro en B se ha trazado el arco  $\widehat{CD}$  cuyo radio es BC. Si el arco interseca a  $\overline{OA}$  en M, halle el área de la lúnula ADMC.

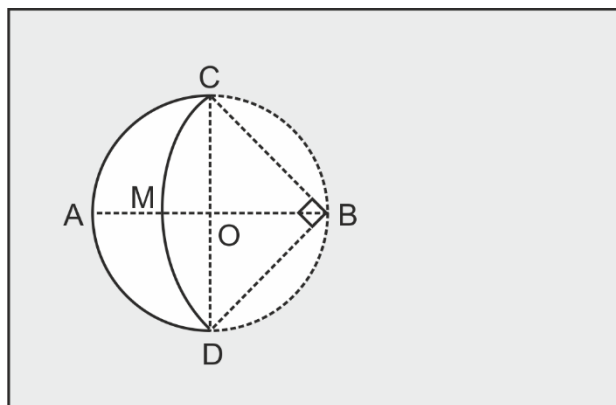
- A)  $4\text{ cm}^2$   
 B)  $2\pi\text{ cm}^2$   
 C)  $3\pi\text{ cm}^2$   
 D)  $5\text{ cm}^2$   
 E)  $6\text{ cm}^2$

**Solución:**

$$1) A_{\text{lúnula}} = A_{SCAD} - A_{\text{seg}}$$

$$2) A_{\text{lúnula}} = \frac{\pi 2^2}{2} - \left[ \frac{\pi (2\sqrt{2})^2 90}{360} - \frac{(2\sqrt{2})^2}{2} \right] \\ = 2\pi - [2\pi - 4]$$

$$A_{\text{lúnula}} = 4\text{ cm}^2$$

**Rpta.: A**

10. En la figura,  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$  son diámetros y miden 10 cm y 14 cm respectivamente. Halle el área de la región sombreada.

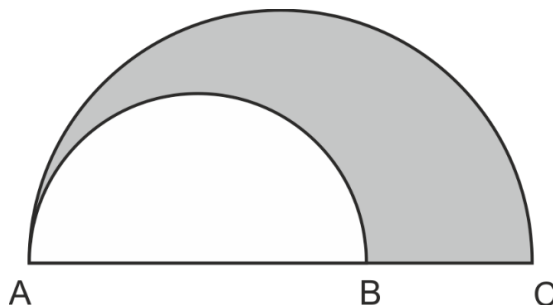
A)  $10\pi \text{ cm}^2$

B)  $11\pi \text{ cm}^2$

C)  $12\pi \text{ cm}^2$

D)  $13\pi \text{ cm}^2$

E)  $14\pi \text{ cm}^2$

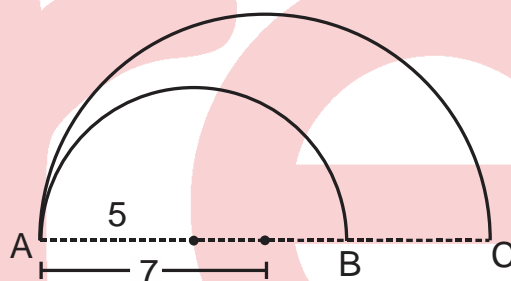


**Solución:**

1)  $S_x = A_{AC} - A_{AB}$

2)  $S_x = \frac{1}{2} \pi 7^2 - \frac{1}{2} \pi 5^2$

3)  $S_x = 12\pi \text{ cm}^2$



Rpta.: C

11. En la figura, AOB es un cuadrante y  $\overline{OB}$  es diámetro cuya longitud es 12 cm. Halle el área de la región sombreada.

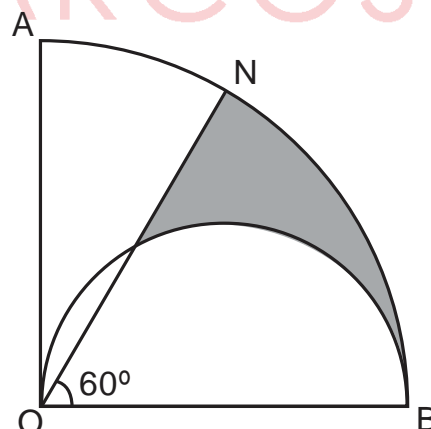
A)  $(12\pi - 5\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

B)  $(12\pi - 6\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

C)  $(12\pi - 7\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

D)  $(12\pi - 8\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

E)  $(12\pi - 9\sqrt{3}) \text{ cm}^2$



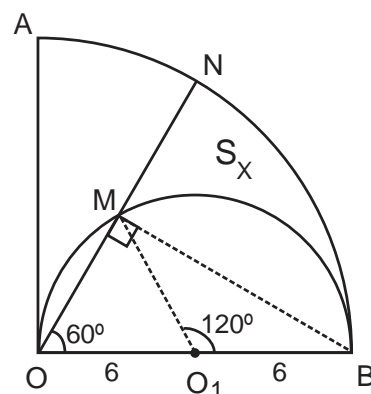
**Solución:**

$$1) S_X = A_{SCNOB} - A_{seg} - A_{\triangle OMB}$$

$$2) S_X = \frac{\pi 12^2 60}{360} - \left[ \frac{\pi 6^2 120}{360} - \frac{6^2 \sin 120}{2} \right] - \frac{6 \times 6\sqrt{3}}{2}$$

$$= 24\pi - [12\pi - 9\sqrt{3}] - 18\sqrt{3}$$

$$= (12\pi - 9\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

**Rpta.: E**

12. En la figura, O es centro de las tres circunferencias,  $AB = 16 \text{ cm}$  y  $CD = 12 \text{ cm}$ . Si S y T son puntos de tangencia, halle el área de la corona circular sombreada.

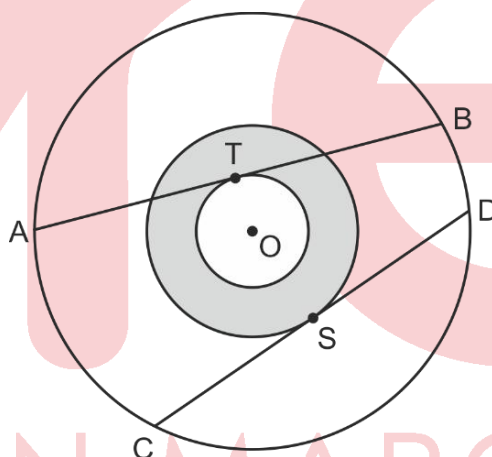
A)  $25\pi \text{ cm}^2$

B)  $27\pi \text{ cm}^2$

C)  $26\pi \text{ cm}^2$

D)  $28\pi \text{ cm}^2$

E)  $30\pi \text{ cm}^2$

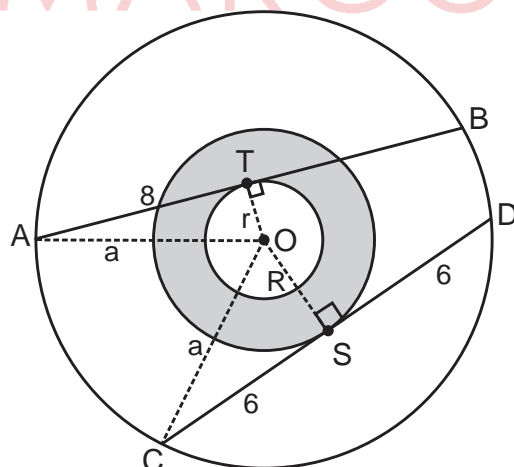
**Solución:**

1)  $\triangle ATO$  y  $\triangle OSC$ :

$$a^2 = 8^2 + r^2 \quad \text{y} \quad a^2 = 6^2 + R^2$$

2)  $64 + r^2 = 36 + R^2$

3)  $A_{CC} = \pi(R^2 - r^2) = 28\pi$

**Rpta.: D**



13. En la figura,  $\overline{AB}$  es diámetro,  $AO = OB = 2$  cm,  $TH = 1$  cm,  $\mathcal{L} \parallel \overline{AB}$  y T es punto de tangencia. Halle el área de la región sombreada.

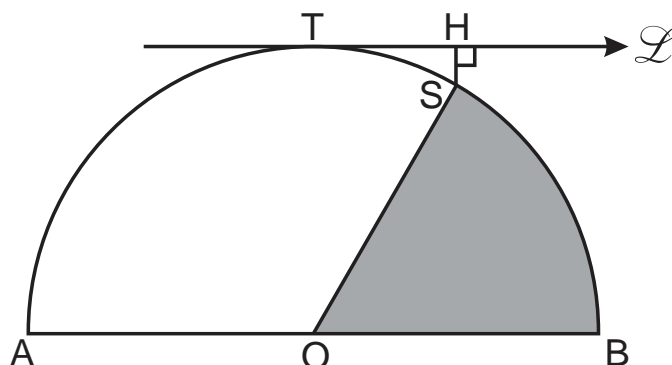
A)  $\frac{\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$

B)  $\frac{\pi}{3} \text{ cm}^2$

C)  $\frac{2\pi}{3} \text{ cm}^2$

D)  $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^2$

E)  $\frac{4\pi}{9} \text{ cm}^2$



**Solución:**

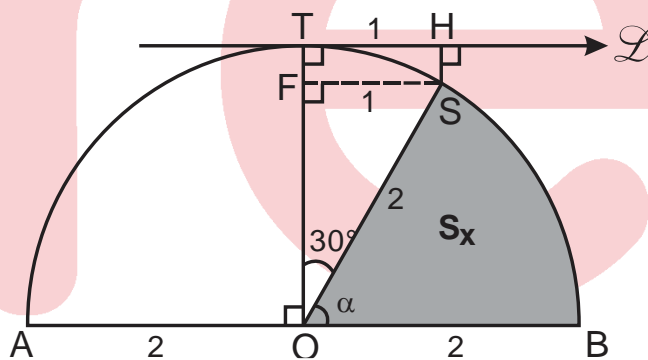
- 1)  $\square OTHS$ : Trapecio

$$\Rightarrow FS = TH = 1$$

- 2)  $\triangle OFS$ : Notable

$$\Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

$$3) S_x = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{2\pi}{3} \text{ cm}^2$$



Rpta.: C

14. En la figura, el área del trapecio circular sombreado es igual a  $17\pi \text{ cm}^2$ ,  $OB = 20$  cm,  $OC = 14$  cm. Halle el área del sector circular AOB.

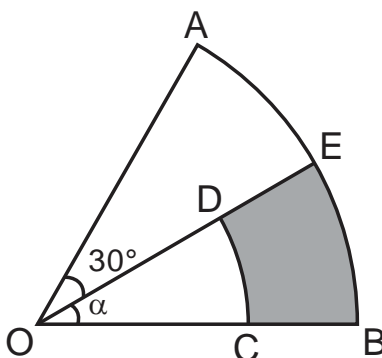
A)  $\frac{194}{3} \pi \text{ cm}^2$

B)  $\frac{185}{3} \pi \text{ cm}^2$

C)  $\frac{170}{3} \pi \text{ cm}^2$

D)  $\frac{200}{3} \pi \text{ cm}^2$

E)  $\frac{190}{3} \pi \text{ cm}^2$



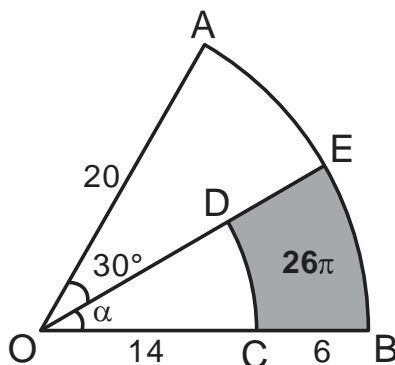
**Solución:**

$$1) \frac{\pi\alpha}{360} (20^2 - 14^2) = 17\pi$$

$$\alpha = 30^\circ \Rightarrow m\widehat{AOB} = 60^\circ$$

$$2) A_{\nabla AOB} = \frac{\pi \cdot 20^2 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = \frac{400}{6} \pi$$

$$A_{\nabla AOB} = \frac{200}{3} \pi \text{ cm}^2$$



Rpta.: D

**EJERCICIOS DE EVALUACIÓN N°11**

1. En la figura, el círculo de centro O está inscrito en el trapecio rectángulo ABCD, H es punto de tangencia, CH = 1 cm y HD = 9 cm. Halle el área de la región sombreada.

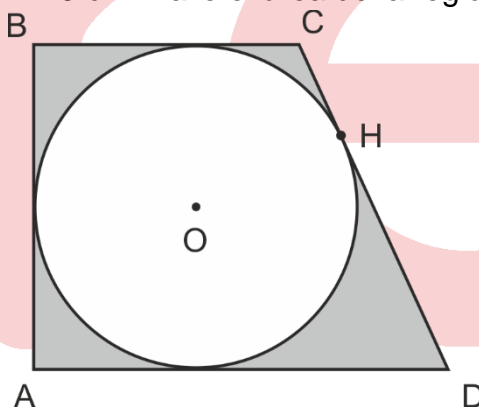
A)  $2(16 - \pi) \text{ cm}^2$

B)  $4(16 - 3\pi) \text{ cm}^2$

C)  $2(16 - 3\pi) \text{ cm}^2$

D)  $3(16 - 3\pi) \text{ cm}^2$

E)  $3(14 - \pi) \text{ cm}^2$

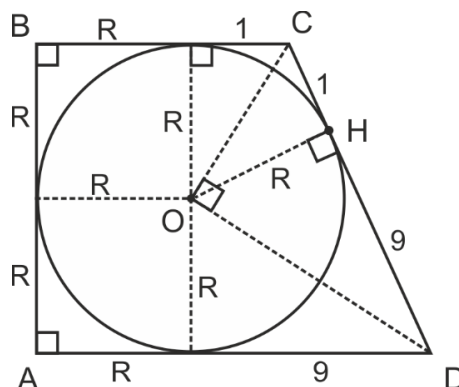
**Solución:**

1)  $\triangle COD: R^2 = 1 \times 9 \rightarrow R = 3$

2)  $S_x = S_{\Delta} - S_{\odot}$

3)  $S_x = \left( \frac{4+12}{2} \right) 6 - \pi 3^2$

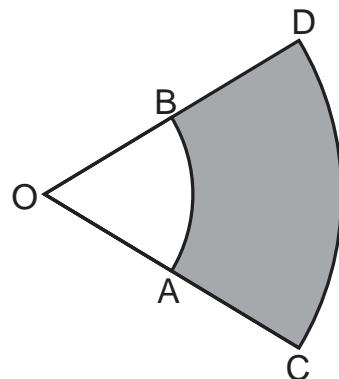
$S_x = 3(16 - 3\pi) \text{ cm}^2$



Rpta.: D

2. En la figura, el área del sector circular AOB mide  $6 \text{ cm}^2$ . Si  $OA = AC$ , halle el área del trapecio circular sombreado.

- A)  $21 \text{ cm}^2$   
 B)  $12 \text{ cm}^2$   
 C)  $15 \text{ cm}^2$   
 D)  $24 \text{ cm}^2$   
 E)  $18 \text{ cm}^2$



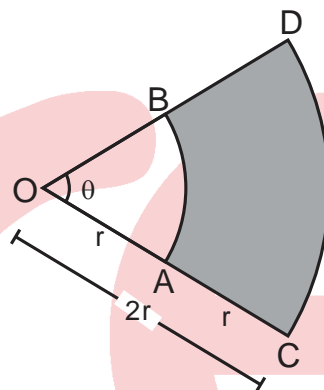
**Solución:**

$$1) A_{AOB} = \frac{r^2 \theta}{2} = 6, \theta \text{ en radianes}$$

$$A_{\text{trap}} = \frac{[(2r)^2 - r^2] \theta}{2} = 3 \left( \frac{r^2 \theta}{2} \right)$$

$$A_{\text{trap}} = 3 A_{AOB} = 3(6)$$

$$A_{\text{trap}} = 18 \text{ cm}^2$$



Rpta.: E

3. El área de una región equilátera es  $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ . Halle el área de la corona circular determinada por las circunferencias inscrita y circunscrita al triángulo equilátero.

- A)  $10\pi \text{ cm}^2$       B)  $6\pi \text{ cm}^2$       C)  $7\pi \text{ cm}^2$   
 D)  $8\pi \text{ cm}^2$       E)  $9\pi \text{ cm}^2$

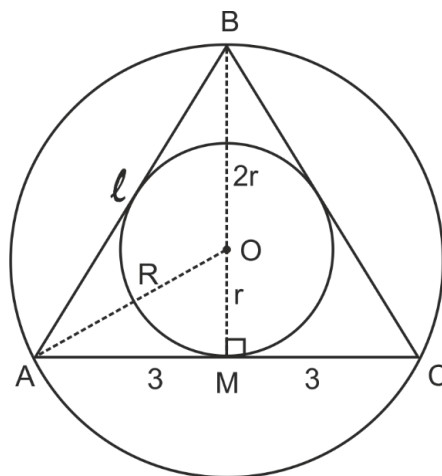
**Solución:**

$$1) 9\sqrt{3} = \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \ell = 6$$

$$2) R = 2r \text{ y } r = \sqrt{3}$$

$$3) A_{CC} = \pi(R^2 - r^2) \\ = \pi((2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2)$$

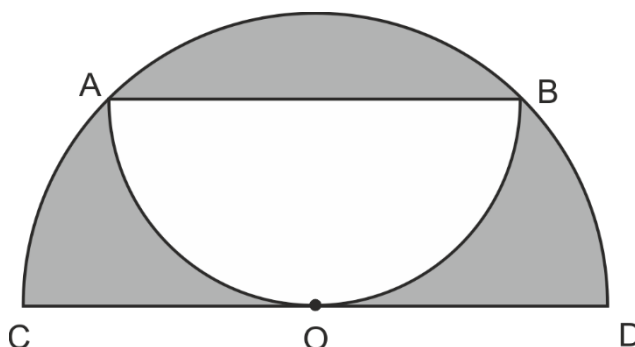
$$\therefore A_{CC} = 9\pi \text{ cm}^2$$



Rpta.: E

4. En la figura, O es punto de tangencia,  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$  son diámetros,  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$  y  $CD = 2\sqrt{2}$  cm. Halle el área de la región sombreada.

- A)  $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$       B)  $\frac{\pi}{4} \text{ cm}^2$   
 C)  $\frac{2\pi}{3} \text{ cm}^2$       D)  $\frac{3\pi}{2} \text{ cm}^2$   
 E)  $\pi \text{ cm}^2$



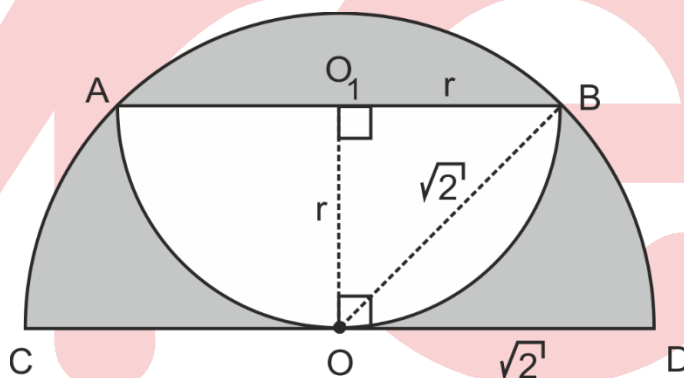
**Solución:**

1)  $\triangle OO_1B$ :

$$r = 1$$

$$2) S_x = \frac{1}{2} \pi \sqrt{2}^2 - \frac{1}{2} \pi 1^2$$

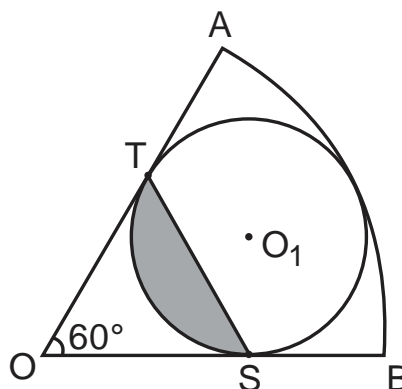
$$\therefore S_x = \frac{\pi}{2}$$



Rpta.: A

5. En la figura, el círculo  $O_1$  está inscrito en el sector circular AOB. Si  $OB = 6$  cm y T y S son puntos de tangencia, halle el área del segmento circular sombreado.

- A)  $(2\pi - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$   
 B)  $\left(\frac{5\pi}{3} - \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$   
 C)  $\left(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$   
 D)  $\left(\frac{5\pi}{2} - \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$   
 E)  $\left(\frac{3\pi}{2} - \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$

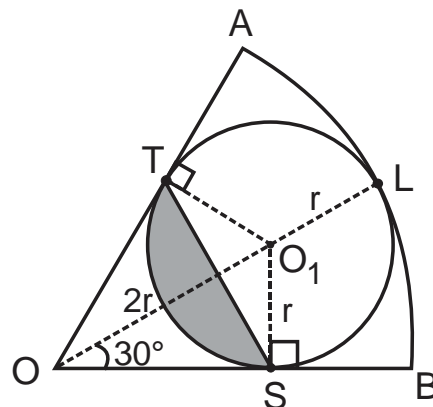


**Solución:**1)  $\triangle OSO_1$ : Notable

2)  $3r = 6 \rightarrow r = 2$

3)  $A_{\text{seg}} = \frac{\pi 2^2 120^\circ}{360^\circ} - \frac{2 \times 2}{2} \text{sen} 120^\circ$

$$\therefore A_{\text{seg}} = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$$



Rpta.: C

6. En la figura ABC es un triángulo equilátero cuyo lado mide 6 cm. Si  $\overline{AB}$  es diámetro, halle la suma de las áreas de las lúnulas congruentes.

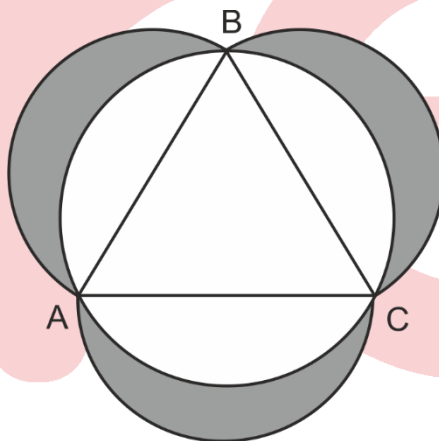
A)  $7 \left( \frac{\pi}{2} + 3\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2$

B)  $5 \left( \frac{\pi}{2} + 2\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2$

C)  $4 \left( \frac{\pi}{2} + 3\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2$

D)  $3 \left( \frac{\pi}{2} + 2\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2$

E)  $3 \left( \frac{\pi}{2} + 3\sqrt{3} \right) \text{ cm}^2$

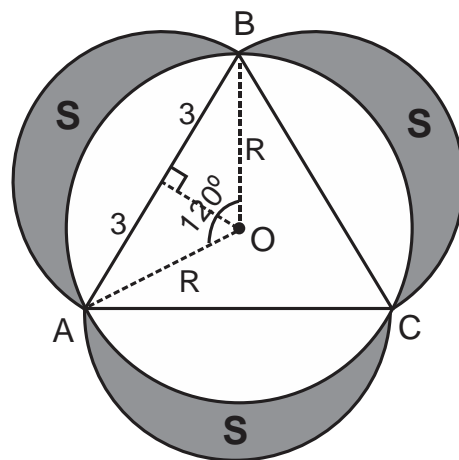
**Solución:**

1)  $S = A_{\text{lúnula}} \wedge \frac{R}{2} \sqrt{3} = 3$

2)  $S = \frac{1}{2} \pi 3^2 - A_{\text{seg.cir.}}$

3)  $S = \frac{9\pi}{2} - \left[ \frac{\pi (2\sqrt{3})^2 120^\circ}{360^\circ} - \frac{(2\sqrt{3})^2}{2} \text{sen} 120^\circ \right]$

4)  $S_x = 3S = 3 \left\{ \frac{\pi}{2} + 3\sqrt{3} \right\}$



Rpta.: E

# Lenguaje

## EVALUACIÓN DE CLASE N° 11

1. En el enunciado “los expedicionarios han tenido que soportar con paciencia el intenso y sofocante calor de esta región tropical”, el núcleo de la frase verbal es
- A) han tenido.  
B) que soportar con paciencia.  
C) tenido que soportar.  
D) han tenido que soportar.  
E) que soportar.

**Solución:**

El núcleo de la frase verbal es la perífrasis que contiene dos auxiliares (*han* y *tenido*) y el verbo principal (*soportar*).

**Rpta.: D**

2. Lea los siguientes enunciados y marque la opción en la que hay frases verbales atributivas.

1. José, eres muy prudente.
2. Ana fue alabada por ellos.
3. Ella tendrá que ir al teatro.
4. Han debido estar quietos.
5. Mi primo va a ser abogado.

- A) 1, 3 y 5      B) 1, 2 y 3      C) 2, 3 y 4      D) 2, 3 y 5      E) 1, 4 y 5

### Solución:

En los enunciados 1, 4 y 5, las frases verbales son atributivas porque presentan verbo copulativo y complemento atributo.

**Rpta.: E**

3. En los enunciados “antes de tu llegada al auditorio, estábamos preocupados por tu tardanza”, “mis amigos han estado escuchando música” y “varios excursionistas son aficionados a la práctica del canotaje”, las clases de frases verbales son, respectivamente,

- A) predicativa, predicativa y atributiva.  
B) atributiva, predicativa y predicativa.  
C) atributiva, predicativa y atributiva.  
D) predicativa, atributiva y atributiva.  
E) predicativa, atributiva y predicativa.

**Solución:**

En los enunciados primero y tercero, las frases verbales son atributivas porque presentan verbo copulativo y complemento atributo; en el segundo enunciado, frase verbal predicativa porque contiene verbo predicativo.

**Rpta.: C**

4. Lea los enunciados y seleccione la alternativa en la que hay frases verbales predicativas.

- I. Estuviste sereno durante la exposición.
- II. Ayer fui felicitado por mis compañeros.
- III. Has sido perseverante en el estudio.
- IV. David, tendrás que cortar el césped.
- V. Debemos viajar mañana a Moyobamba.

A) I, II y V      B) II, III y V      C) I, III y IV      D) II, III y IV      E) II, IV y V

**Solución:**

En el segundo, el cuarto y el quinto enunciados, las frases verbales son predicativas porque presentan verbo predicativo. Los otros enunciados contienen frases verbales atributivas porque contienen verbo copulativo y complemento atributo.

**Rpta.: E**

5. Escriba a la derecha el modo de los verbos de las oraciones.

- A) Esos perros negros ladran mucho.
- B) Ojalá llegues a tiempo a la asamblea.
- C) Los niños jugaban en este parque.
- D) Señor, escriba sus datos personales.
- E) Mis amigos leían poemas de Vallejo.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Solución:**

El verbo está en modo subjuntivo cuando la acción verbal es irreal, dudosa, probable; en indicativo, cuando expresa una acción real; en imperativo, cuando expresa una orden.

**Rpta.: A)** indicativo, **B)** subjuntivo, **C)** indicativo, **D)** imperativo, **E)** indicativo

6. “La primera evidencia de proyectiles desarrollados en la Edad de Piedra, etapa de la evolución humana que se considera que empezó hace unos 280.000 años, fue encontrada en la cueva Sibudu de Sudáfrica, según un estudio publicado hoy 29 de abril por la revista científica Plos One”.

En el texto anterior, el núcleo de la frase verbal es

- A) se considera.
- B) empezó.
- C) fue encontrada.
- D) empezó hace.
- E) hace.

**Solución:**

El núcleo de la frase verbal del enunciado es la perífrasis verbal “fue encontrada” que concuerda en número y persona con “evidencia”, núcleo de la frase nominal.

**Rpta.: C**



7. En el enunciado “en el 2 016, la agencia de la ONU para la infancia facilitó vacunas para casi la mitad de los menores de cinco años del mundo, con un total de 2 500 millones de dosis”, el núcleo de la frase verbal es

A) transitivo. B) intransitivo. C) impersonal.  
D) defectivo. E) copulativo.

**Solución:**

El núcleo de la frase verbal del enunciado es el verbo **facilitó**, el cual es transitivo porque tiene la capacidad de recibir objeto directo como complemento.

**Rpta.: A**

8. Correlacione la columna de las oraciones y la columna de las clases de verbos.

A) Daniel escribió estos poemas.	1. Impersonal
B) Esto te concierne solamente a ti.	2. Intransitivo
C) Mi hermano mayor viajará a Ica.	3. Copulativo
D) Llovió demasiado en este lugar.	4. Defectivo
E) Fuiste generoso con esa persona.	5. Transitivo

**Solución:**

Hay correlación correcta entre los constituyentes de ambas columnas.

**Rpta.: A5, B4, C2, D1, E3**

9. “Centenares de abuelos bolivianos han encontrado un nuevo horizonte y revitalizado sus ganas de aprender en una universidad para la tercera edad, como un remedio contra la soledad, ahora que están jubilados y sus hijos están lejos de casa”.

En el texto anterior, los verbos encontrar y revitalizar son

A) intransitivos. B) copulativos. C) transitivos.  
D) defectivos. E) irregulares.

**Solución:**

Los verbos encontrar y revitalizar son transitivos porque reciben objeto directo.

**Rpta.: C**

10. Lea los siguientes enunciados y marque la opción en la que hay verbos intransitivos.

I. Moisés irá al cine con sus amigos.  
II. El jardinero podó estos los árboles.  
III. Anduvimos por un camino pedregoso.  
IV. Llegué a la cumbre de la montaña.  
V. El abuelo de Mario camina poco.  
VI. Gabriel auxilió ayer a ese hombre.

A) II, III, V y VI B) II, IV, V y VI C) I, II, V y VI  
D) II, III, IV y VI E) I, III, IV y V

**Solución:**

Los enunciados I, III, IV y V incluyen los verbos intransitivos *ir*, *andar*, *llegar* y *caminar* respectivamente.

**Rpta.: E**

11. Lea los enunciados y seleccione la alternativa en la que se incluye verbos transitivos.

- I. El niño abrazó a su madre.
- II. José conversa con su primo.
- III. Mauricio llamó a sus amigos.
- IV. El caballo trota por el campo.
- V. Mi tío madruga todos los días.
- VI. Ella condujo aquel automóvil.

A) I, IV y V  
D) II, IV y V

B) II, IV y VI  
E) I, IV y VI

C) I, III y VI

**Solución:**

Los enunciados I, III y VI contienen los verbos transitivos *abrazar*, *llamar* y *conducir* respectivamente.

**Rpta.: C**

12. En los enunciados, “Senasa inició campaña sanitaria en la provincia del Santa, tras lluvias intensas”, “los moradores piden la remoción de lodo y escombros, así como el restablecimiento de los servicios de alcantarillado” y “desde las próximas semanas estará prohibida la circulación de las motos por la Vía de Evitamiento, a fin de evitar más accidentes en dicha carretera, ya que se desplazan a más de 100 kilómetros por hora, según informó Latina”, los verbos son, respectivamente,

- A) transitivo, intransitivo y copulativo.
- B) intransitivo, transitivo e intransitivo.
- C) irregular, regular e irregular.
- D) regular, irregular e irregular.
- E) transitivo, transitivo y copulativo.

**Solución:**

Los verbos subrayados de los dos primeros enunciados son transitivos porque reciben objeto directo; el verbo subrayado del tercer enunciado es copulativo porque recibe complemento atributo.

**Rpta.: E**

13. Indique la opción donde hay perífrasis verbal.

- A) Muchos alumnos lograron aprobar todos los cursos.
- B) Mi hermano mayor me sugirió viajar a Chulucanas.
- C) Amigos, tendrán que cruzar esta calle con cuidado.
- D) Deseo comprar un juego de muebles para mi sala.
- E) Leonardo, ese hombre caminaba gritando groserías.

**Solución:**

En esta opción, la perífrasis es “tendrán que cruzar”, constituido por verbo auxiliar “tener” que aparece enlazado mediante “que” al verbo principal “cruzar”.

**Rpta.: C**

14. En los enunciados “los niños leían cuentos”, “quizá vaya al cine” y “señor, colabore en esta campaña de ayuda a los damnificados de Chosica”, los verbos están, respectivamente, en modo

- A) indicativo, indicativo y subjuntivo.
- B) subjuntivo, imperativo e indicativo.
- C) indicativo, subjuntivo e indicativo.
- D) indicativo, indicativo e imperativo.
- E) indicativo, subjuntivo e imperativo.

**Solución:**

En esta alternativa, se señala de manera adecuada el modo de cada verbo subrayado: “leían” está en indicativo, “vaya” aparece en subjuntivo y “colabore” está en imperativo.

**Rpta.: E**

15. Marque la alternativa en la cual el verbo expresa aspecto perfectivo.

- A) Ricardo y Luis están pintando las mesas de madera.
- B) Pocos maratonistas no están en óptimas condiciones.
- C) Los campesinos cosechaban las manzanas maduras.
- D) Mañana los transportistas traerán más verduras y frutas.
- E) El mecánico ya cambió varios repuestos del automóvil.

**Solución:**

En esta opción, el aspecto perfectivo está expresado por la forma verbal “cambió” que expresa acción concluida.

**Rpta.: E**

16. Lea los enunciados y seleccione la opción en la que hay verbos irregulares.

- I. Ella prefiere la música clásica.
- II. Maribel trabajaba demasiado.
- III. Los turistas compraron polos.
- IV. Les mostraré las fotografías.
- V. Micaela expuso su ponencia.

- A) I, III y V      B) II, III y V      C) I, II, III      D) I, IV y V      E) II, III y IV

**Solución:**

En los enunciados I, IV y V, los verbos *preferir*, *mostrar* y *exponer* son irregulares porque sus lexemas sufren modificaciones en la conjugación.

**Rpta.: D**

17. En los enunciados “el nuevo cálculo del MEF es mayor en 0,4 puntos porcentuales en relación a lo informado anteriormente por el ministro Thorne” y “ante la alarmante cifra de casos de dengue, la Diresa Piura convocó a jóvenes universitarios, de los institutos tecnológicos, las fuerzas armadas y sociedad civil para que se unan como voluntarios”, los verbos subrayados expresan, respectivamente, aspecto

- A) imperfectivo, perfectivo y perfectivo.
- B) imperfectivo, imperfectivo y perfectivo.
- C) imperfectivo, perfectivo e imperfectivo.
- D) imperfectivo, imperfectivo e imperfectivo.
- E) perfectivo, perfectivo e imperfectivo.

**Solución:**

Las formas verbales *es* y *unan* de los enunciados expresan aspecto imperfectivo, es decir, acción inconclusa; la forma verbal *convocó*, aspecto perfectivo, o sea acción terminada.

Rpta.: C

18. Lea los enunciados y marque la opción en la que hay verbos impersonales.

- I. Ya salieron del aula los alumnos.
- II. Granizó demasiado en esta zona.
- III. Amigos, arribará un barco francés.
- IV. Se respira aire puro en el campo.
- V. Caían las hojas secas del árbol.
- VI. Había muchas flores en ese jardín.

- A) II, III y V    B) I, II y V    C) III, V y VI    D) I, V y VI    E) II, IV y VI

**Solución:**

Los enunciados II, IV y VI contienen verbos impersonales, los cuales se caracterizan por estar en tercera persona singular y no están relacionados con un sujeto conocido.

Rpta.: E

19. “VIENA. Los seres humanos no solo dejan su huella en la naturaleza cuando están vivos, sino también después de muertos, puesto que los cuerpos en descomposición alteran la química del suelo, advirtió un grupo de científicos”.

En el enunciado anterior, los verbos subrayados son, respectivamente,

- A) transitivo, copulativo e intransitivo.
- B) transitivo, copulativo y transitivo.
- C) irregular, regular y regular.
- D) intransitivo, copulativo y transitivo.
- E) intransitivo, copulativo e intransitivo.

**Solución:**

En el enunciado, el verbo *dejar* es transitivo; el verbo *estar*, copulativo; el verbo *alterar*, transitivo.

Rpta.: B

20. Marque la opción en la cual el verbo es defectivo.

- A) Viajará a Moquegua con sus hermanos.
- B) Participará en la competencia atlética.
- C) Me comunicaron la noticia mis amigos.
- D) Me ataño realizar el análisis de los datos.
- E) El próximo domingo asistiré a una fiesta.

**Solución:**

En esta opción, el verbo “atañar” es verbo defectivo porque carece de algunas formas verbales en su conjugación.

**Rpta.: D**

21. Escriba C o I entre los paréntesis si el uso del verbo de cada oración es correcto o incorrecto.

- A) Ayer hubieron muchos invitados en la fiesta. ( )
- B) El espectáculo ha satisfecho a los asistentes. ( )
- C) El gerente proveerá los recursos para el evento. ( )
- D) Espero que estos paquetes caban en el cajón. ( )
- E) Anduvimos por un camino demasiado estrecho. ( )

**Solución:**

Las formas verbales hubieron, proveerá y caban son incorrectas; las formas satisfecho y anduvimos, correctas.

**Rpta.: A) I (hubo), B) C, C) I (proveerá), D) I (quepan), E (C)**

22. Complete correctamente las oraciones con las secuencias “va a ser” y “va a hacer”.

- A) Darío \_\_\_\_\_ un experimento en el laboratorio. \_\_\_\_\_
- B) Uno de mis amigos \_\_\_\_\_ ingeniero químico. \_\_\_\_\_
- C) Pregunta a Mariano si \_\_\_\_\_ la tarea del curso. \_\_\_\_\_
- D) El primo de Enrique me dijo que \_\_\_\_\_ médico. \_\_\_\_\_
- E) Tomás no sabe si \_\_\_\_\_ contador o economista. \_\_\_\_\_

**Solución:**

**Hacer** es un verbo que se utiliza con el sentido de crear, realizar, producir, ejecutar, actuar, preparar, causar y se emplea en una perífrasis verbal con el verbo ir. **A ser**, por su parte, es parte de una perífrasis verbal construida generalmente con el verbo *ir*, que se utiliza para indicar que algo ocurrirá en el futuro: “voy a ser amable”, “va a ser abogado”.

**Rpta. : A) va a hacer, B) va a ser, C) va a hacer, D) va a ser, E) va a ser**

23. Marque la alternativa en la que hay empleo adecuado del gerundio.

- A) Se requiere ingenieros industriales poseyendo experiencia.
- B) Miguel trasladó los cajones conteniendo bisagras y pernos.
- C) Defendí mi propuesta apoyándome en los datos estadísticos.
- D) Me entregaron un documento conteniendo datos importantes.
- E) Se firmó el contrato, quedando todos plenamente satisfechos.

**Solución:**

En esta alternativa, el gerundio está usado adecuadamente porque es una forma verbal que expresa acción verbal realizada de manera simultánea con el tiempo en que la persona defiende la propuesta. El uso del gerundio será correcto si expresa en qué momento, de qué modo, por qué motivo o con qué condición se da la acción principal. Las otras alternativas deben ser como sigue: A) que posean, B) que contenían, D) que contenía, E) y quedaron.

**Rpta.: C**

24. Escriba a la derecha el verbo que sustituya al verbo “poner” para que haya precisión léxica.

- A) El alumno puso mucha atención en la clase.  
 B) Mi tío puso su dinero en el Banco Financiero.  
 C) Don Samuel puso su firma en el documento.  
 D) Los niños pusieron la mirada en esta lámina.  
 E) El hermano de Luis pondrá un negocio en Ica.

**Solución:**

El verbo poner debe ser sustituido en las oraciones por otros verbos para lograr precisión léxica.

**Rpta.: A) prestó, B) depositó, C) estampó, D) fijaron, E) montará**

25. ¿En cuál de las opciones la forma verbal es correcta?

- A) Gabriel erguió la cabeza en el patio.  
 B) Amigo, tú erras mucho en la tildación.  
 C) José Alberto discirnió adecuadamente.  
 D) El magnate poseyó una gran fortuna.  
 E) Andábanos por la avenida Benavides.


**Solución:**

En esta opción, la forma verbal “poseyó” es correcta porque corresponde a la tercera persona del tiempo pretérito simple del modo indicativo del verbo irregular “poseer”. Las otras opciones deben ser como sigue: A) irguió, B) yerras, C) discernió, E) andábamos.

**Rpta.: D**

CLASES DE FRASE VERBAL		
<b>Atributiva</b>	Es aquella cuyo núcleo es verbo copulativo, presenta complemento atributo y puede presentar complemento circunstancial.	<i>Aquellos señores <b>son muy bondadosos.</b></i> <i>Aquellas <b>han sido grandes colaboradoras.</b></i>
<b>Predicativa</b>	Es aquella cuyo núcleo es verbo predicativo y puede presentar complemento predicativo, complemento directo, indirecto y circunstancial(es).	<i>Ella <b>trajo flores rojas para la profesora ayer.</b></i> <i>Ellos <b>llegaron muy cansados de Huancayo.</b></i>



CLASES DE VERBOS			
Según la estructura de frase verbal	<b>Copulativo</b>	Es elemento de la FV atributiva. Son verbos copulativos, entre otros,: ser, estar, yacer, parecer, permanecer ...	Su tío <u>es</u> un próspero empresario.  La niña <u>está</u> contenta.
	<b>Predicativo</b>	Es elemento de la FV predicativa. Puede ser de tres clases: - transitivo - intransitivo - impersonal  • Comprar, salir, llover...	Mis amigos <u>compraron</u> camisas.  Ellos <u>viajarán</u> en tren.
Según la configuración morfofonológica del lexema verbal	<b>Regular</b>	Presenta lexema de configuración fonológica invariable.  Son verbos regulares, entre otros,: amar, partir, llamar, cenar ...	Te <u>llamaré</u> por teléfono.
	 <b>Irregular</b>	Presenta lexema de configuración fonológica variable.  Son verbos irregulares, entre otros,: perder, calentar, comenzar ...	La proyección de la película <u>comienza</u> a las siete de la noche.
Según la conjugación	<b>No defectivo</b>	Presenta conjugación completa. Son verbos no defectivos, entre otros,: vestir, jugar, pelear, manejar ...	Los niños <u>juegan</u> en el parque.
	<b>Defectivo</b>	Carece de algunas formas en la conjugación.  Son verbos defectivos, entre otros,: balbucir, soler, atañer, concernir ...	Te <u>conciérne</u> registrar los datos.
Según su jerarquía en la perífrasis verbal	<b>Auxiliar</b>	Precede al verbo principal y solo es soporte (fonológico) del sufijo flexivo amalgama en la perífrasis verbal, tal como en las siguientes oraciones:	Él <u>estuvo</u> estudiando toda la semana.  Ella <u>ha</u> sido una gran escritora tarmeña.
	<b>Principal</b>	Es el soporte semántico del núcleo de la FV y puede aparecer en infinitivo, participio o gerundio, tal como aparece en los siguientes ejemplos:	Rafael va a <u>estudiar</u> por las tardes. Luz ha <u>triunfado</u> en la vida. Lucía está <u>escribiendo</u> una carta.



# Literatura

## EJERCICIOS DE LA SEMANA Nº 11

1. Con respecto a la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados sobre la Literatura peruana, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.

- I. Es pluricultural porque contiene textos de carácter oral y escrito.
- II. Hoy, se siguen produciendo obras escritas y orales en quechua.
- III. Durante la Colonia, se abre a la modernidad europea y norteamericana.
- IV. Está marcada por el conflicto cultural entre lo andino y lo occidental.

- A) VVFV      B) FVFV      C) FVFF      D) VFVV      E) FFVF

**Solución:**

- I. Es pluricultural porque contiene textos en diversas lenguas aborígenes además de la castellana. (F)
- II. La producción en lengua quechua continúa presente hasta la actualidad. (V)
- III. Al superar la Colonia y durante la República, nuestra literatura asimila los nuevos modelos Europeos y norteamericanos. (F)
- IV. El choque cultural entre lo andino y lo occidental está presente en la obra de muchos escritores peruanos. (V)

**Rpta.: B**

2. Lea el siguiente enunciado y luego marque la inferencia que se concluye de este. Tome en consideración las características de las crónicas.

*La crónica de la conquista responde a la necesidad de informar a las autoridades y al público de los hechos acaecidos durante la etapa de exploración, descubrimiento e imposición militar española en los nuevos territorios. Empero, el estilo y la subjetividad del cronista son inherentes a este tipo de texto.*

- A) La personalidad del autor en la crónica le resta objetividad a la misma.
- B) Las primeras crónicas se escribieron en la primera mitad del siglo XVIII.
- C) Los cronistas españoles son los primeros historiadores de la conquista.
- D) Las crónicas de la conquista tenían una intención y objetivo literarios.
- E) No se conocen cronistas indígenas ni mestizos en el caso peruano.

**Solución:**

Las crónicas se distinguen de los textos históricos porque les falta visión crítica de los hechos, ya que son narrados desde la perspectiva subjetiva del cronista.

**Rpta.: A**

3. Inca Garcilaso de la Vega fue un destacado autor influenciado por el humanismo propio de su época. Esto lo impulsa a \_\_\_\_\_, libro que pertenece al periodo \_\_\_\_\_.

A) comentar *Summa y narración de los Incas* – de la Conquista  
B) escribir *Los comentarios reales* – de la Ilustración  
C) traducir *Diálogos de amor* – del Renacimiento  
D) difundir *Nueva crónica y buen gobierno* – del Barroco  
E) publicar *La Florida del Inca* – del Siglo de Oro

**Solución:**

Garcilaso de la Vega traduce *Diálogos de amor*, del autor italiano León el Hebreo. Esto obedece a su interés humanístico al ser este un tratado sobre el origen y tipos del amor, tema preferido por los autores renacentistas.

**Rpta.: C**

4. Con respecto al siguiente fragmento de *Comentarios reales de los incas*, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta sobre Garcilaso de la Vega.

*Los respetaban con el nombre de Illapa, cuya trina significación no han alcanzado hasta ahora los historiadores españoles, que ellos hubieran hecho dél un dios trino y uno, dándoselo a los indios, asemejando su idolatría a nuestra santa religión; que en otras cosas de menos apariencia y color han hecho trinidades, componiendo nuevos nombres en el lenguaje, no habiéndolas imaginado los indios. Yo escribo, como otras veces he dicho, lo que mamé en la leche y vi y oí a mis mayores; y a acerca del trueno queda atrás dicho lo que más tuvieron.*

A) Critica la presencia de la religión en la interpretación del quechua.  
B) Apela a su origen para sentar su autoridad frente a los españoles.  
C) Cuestiona la imagen de barbarie que los españoles crearon del ande.  
D) Busca sostener su mestizaje como símbolo de armonía en América.  
E) Reivindica la cultura prehispánica a través de la religión cristiana.

**Solución:**

El autor establece su autoridad al exaltar su origen y conocimiento del quechua, que aprendió desde niño.

**Rpta.: B**

5. *Después de haberse ordenado los dichos corregidores por don Francisco de Toledo, visorrey de este reino, han resultado muy grandes daños en estos reinos del Perú, y al cabo salen del corregimiento con hacienda de más de cincuenta mil pesos, a costa y daño de los pobres indios de todo este reino, y no hay remedio; y así se acaban los indios (...) Como los dichos corregidores andan al trato y granjería y otras muy muchas cosas y para ello sacan plata de las cajas y lo del tributo, o piden prestado a los sacerdotes de los pueblos; y de ello no le defienden los caciques principales porque se hacen con ellos y se hacen compadres...*

En relación al fragmento citado de *Nueva crónica y buen gobierno*, de Felipe Guamán Poma de Ayala, el interés del cronista es

A) otorgar un valor novelesco a su testimonio y proponer un buen gobierno.  
B) reclamar el retorno al poder de los caciques y las castas mestizas.  
C) desmitificar la historia de los incas como un imperio ilegítimo y tiránico.  
D) criticar el abuso de los colonizadores españoles hacia los indígenas.  
E) postularse como indio ladino mediante una visión hispana del mundo.

**Solución:**

En el fragmento citado, Guamán Poma expone una franca acusación contra la explotación inhumana de los indios a manos de los conquistadores españoles.

**Rpta.: D**

6. Con respecto a la *Nueva corónica y buen gobierno*, de Felipe Guamán Poma de Ayala, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.

- A) El empleo de diversas lenguas le confieren una notoria simplicidad formal.
- B) El destinatario expreso de su carta-crónica es el virrey Francisco de Toledo.
- C) Presenta descripciones de los indios y sus costumbres a fines del siglo XVII.
- D) La ortografía y sintaxis están marcadas por el español, lengua materna del autor.
- E) En la *Nueva corónica* se describe el Perú prehispánico y la historia incaica.

**Solución:**

En la primera parte, *Nueva corónica*, Guamán Poma de Ayala describe la creación del mundo, la cultura milenaria del Perú prehispánico y la historia de los incas.

**Rpta.: E**

7. Marque la opción que corresponda al teatro quechua colonial.

- A) Presenta versiones escritas de obras teatrales del incario.
- B) Fueron empleados como instrumentos de adoctrinamiento.
- C) Continúa la tradición del teatro del neoclasicismo español.
- D) *Ollantay* muestra la fidelidad de los súbditos con los incas.
- E) Tuvo su mayor auge en los primeros años del siglo XIX.

**Solución:**

La gran mayoría de las obras del teatro quechua colonial son autos sacramentales y comedias, pues muchas de ellas fueron compuestas con la intención de dar a conocer la doctrina cristiana a los indígenas.

**Rpta.: B**

8. Marque la alternativa correcta con respecto al argumento de la obra *Ollantay*.

- A) Willka Uma derrota a Ollantay mediante un ardid empleando la astucia.
- B) Aparece el personaje gracioso, Piqui Chaqui, que opaca al héroe de la obra.
- C) Al final, la princesa Cusi Coyllur es liberada por su padre, el inca Pachacútec.
- D) El tema religioso es predominante en el nudo y en el desenlace de la obra.
- E) El gobierno magnánimo de Túpac Yupanqui corrige los errores de su padre.

**Solución:**

La obra propone el cambio de actitud de los gobernantes de la época, ya que el autoritarismo (Pachacútec) conlleva al descontento de los súbditos. Se propone el cambio hacia un gobierno magnánimo y generoso (Túpac Yupanqui) que emplee el perdón para solucionar los conflictos internos.

**Rpta.: E**

# Psicología

## PRÁCTICA N° 11

### **Instrucciones.**

Lea atentamente el texto de cada pregunta y señale la respuesta verdadera.

1. La señora Martha cuenta que su pequeña hija Mili, con solo 6 meses de edad, le “muestra temor” a su tío Lucho, ya que cada vez que lo ve, llora. Ella piensa que debe ser porque él conversa gritando y se ríe estridentemente. Acorde a los principios de condicionamiento podemos afirmar que

- A) el llanto de la niña es el estímulo aversivo.
- B) la bebé está muy engreída y eso la hace miedosa.
- C) se ha producido un condicionamiento instrumental.
- D) el llanto de la bebé es una respuesta condicionada.
- E) la voz del tío se asoció con el llanto de la bebé.

### **Solución:**

La bebé asoció los gritos del tío (que la asustan), con su rostro (estímulo neutro); por eso, cada vez que lo ve, llora. El llanto se convirtió en una respuesta condicionada.

**Rpta.: D**

2. Cada vez que Tamara interrumpe la clase jugando o conversando, la profesora la expulsa del aula. Ella sale del aula y se va al jardín hasta que se produzca un cambio de hora. Sin embargo; el comportamiento perturbador de la niña no se ha reducido. Basándonos en la teoría del condicionamiento podríamos afirmar que

- A) se está reforzando negativamente la conducta perturbadora.
- B) se están castigando positivamente las interrupciones de Tamara.
- C) la maestra se ha convertido en un estímulo reforzador.
- D) Tamara requiere de un tratamiento psiquiátrico.
- E) se está castigando negativamente la conducta perturbadora.

### **Solución:**

El reforzamiento negativo se produce cuando un comportamiento (interrumpir la clase) se mantiene o incrementa porque la consecuencia de esta conducta es la eliminación de un estímulo desagradable (la clase).

**Rpta.: A**

3. Darío es un niño de 7 años, que se esfuerza en obtener buenas calificaciones en los exámenes, porque cuando lleva a casa con notas altas, su mamá le compra un helado. De esta situación podemos afirmar que

- A) el helado es la respuesta incondicionada.
- B) las buenas notas son el estímulo discriminativo.
- C) este es un ejemplo de reforzamiento negativo.
- D) el estímulo discriminativo son los exámenes.
- E) el reforzador positivo es la buena nota.

### **Solución:**

Estímulo discriminativo es la situación en que se da la conducta, se le conoce también como estímulo antecedente y actúa como señal para la emisión de una conducta que va a ser reforzada.

**Rpta.: D**

4. A Efraín le gustaba mucho cantar, todos los presentes lo aplaudían y celebraban. Actualmente, ante la ausencia de aplausos y felicitaciones; aunque le ponga música o le cante, él ya no canta. Señale el principio de condicionamiento por medio del cual se dejó de provocar la respuesta.

A) Extinción  
D) Asociación

B) Reforzamiento  
E) Costo

C) Castigo

**Solución:**

La extinción es la desaparición de la conducta operante (cantar), causada por la supresión del refuerzo (felicitaciones, aplausos) a una conducta previamente reforzada.

**Rpta. A**

5. Diego siente que su corazón se acelera cada vez que pasa cerca de una gitana. Él no tiene nada contra ellas y no está de acuerdo con la discriminación, pero no puede evitar esa reacción. La abuelita cree que eso puede suceder porque su hija (la madre de Diego), le temía a las gitanas y cuando caminaba con Diego por la calle y se acercaba una de esas personas, su mamá lo cambiaba de mano alejándolo de la extraña, o bien, apretaba un poco la mano con la que lo tenía sujeto, para que no se alejara de ella. De este relato podemos afirmar que

A) la gitana es el estímulo aversivo en este condicionamiento respondiente.  
B) las señales de miedo de la madre se asociaron a la presencia de la gitana.  
C) este es un ejemplo de reforzamiento negativo ante la simpatía a las gitanas.  
D) se produjo un condicionamiento del tipo instrumental u operante.  
E) la mamá de Diego reforzó su conducta de miedo infantil a las gitanas.

**Solución:**

Se produjo un condicionamiento clásico, donde la gitana pasó de ser el estímulo neutro a ser el estímulo condicionado; al asociarse con las señales de miedo de la mamá.

**Rpta.: B**

6. Desde el punto de vista de un niño, ¿qué estímulo sería el ver a un perro después de la experiencia de ser mordido por éste?

A) Negativo  
D) Positivo

B) Incondicionado  
E) Neutro

C) Condicionado

**Solución:**

Será un estímulo condicionado porque habiendo sido un estímulo neutro (el ver al perro) adquiere la propiedad de provocar una respuesta similar a la refleja (miedo) a causa de su asociación con el estímulo incondicionado (mordedura).

**Rpta.: C**

7. Los vendedores generalmente trabajan a comisión, esto quiere decir que deben vender un mínimo de productos al mes, para recibir una retribución, la cual va aumentando según su venta total. En esta situación podemos afirmar que la conducta de vender

A) se explica por el reforzamiento positivo.  
B) es un buen ejemplo del costo de respuesta.  
C) es una reacción sustentada por el castigo positivo.  
D) se sostiene por el condicionamiento clásico.  
E) es explicada por la asociación de estímulos.



**Solución:**

El reforzamiento positivo es la entrega de un estímulo reforzador (comisión), luego de la emisión de una conducta (vender).

**Rpta.: A**

8. En su primer día de clases Rosita se queda parada en la puerta de la escuela y no quiere entrar. De pronto aparece Margot, su vecina con la que siempre juega en el parque, ella será su maestra. Rosita se anima e ingresa a la escuela. Después de leer lo sucedido, podemos sostener que

- A) se produjo un condicionamiento positivo con Margot.
- B) Rosita no estaba preparada para ir al colegio.
- C) Margot cumplió la función de estímulo discriminativo.
- D) la escuela fue un estímulo aversivo para la niña.
- E) Rosita reforzó positivamente a Margot.

**Solución:**

El estímulo discriminativo es la señal que determina la ocasión para realizar la conducta y en cuya presencia sabemos que si emitimos una conducta tendrá un resultado determinado. En el caso relatado, Margot es la señal (Ed) que le indica a la niña que puede ingresar (conducta operante) porque se va a divertir (Er).

**Rpta.: C**

9. Hace dos semanas la maestra empezó a enviar quejas escritas a los padres de Clemente, cada vez que él golpeaba a alguno de sus compañeros en la escuela. Desde entonces, él está menos agresivo, inclusive solo ha tenido un incidente de golpe. Acorde a la teoría del condicionamiento podemos afirmar que

- A) la conducta de Clemente ha sido reforzada negativamente.  
B) la maestra se ha convertido en un estímulo aversivo.  
C) es probable que los padres de Clemente sean agresivos.  
D) ha funcionado el principio conocido como castigo positivo.  
E) se produjo una extinción de la conducta asociada.

### Solución:

El castigo positivo, consiste en administrar un estímulo punitivo (la queja escrita a los padres) después de la realización de una conducta socialmente inaceptable (golpear al compañero).

**Rpta.: D**

10. La rebaja de penas que algunos países brindan a los presos por razones de buena conducta, busca fomentar un aprendizaje basándose en el principio conductual denominado

- A) reforzamiento positivo.  
B) castigo positivo.  
C) costo de respuesta.  
D) extinción de conducta.  
E) reforzamiento negativo.

**Solución:**

En el reforzamiento negativo se incrementa una conducta (buen comportamiento) debido a que la consecuencia de la misma es la eliminación de un estímulo aversivo (días de encarcelamiento).

**Rpta.: E**

# Historia

## EVALUACIÓN Nº 11

1. Indique las alternativas correctas en relación a las reformas borbónicas aplicadas por España en el siglo XVIII.

- I. Se debilitó a la elite criolla y se benefició políticamente a los indígenas.
- II. La administración al interior del virreinato cambió al sistema de intendencias.
- III. Se promovió la minería fuera de Potosí, reduciendo el quinto real.
- IV. La orden ilustrada de los franciscanos fue expulsada del virreinato.
- V. El Decreto de Libre Comercio debilitó el comercio del puerto del Callao.

A) I, II, IV.      B) III, IV, V.      C) II, IV, V.      D) II, III, V.      E) I, III, V.

### Solución:

- I: Falso. La elite criolla fue perjudicada al perder cargos políticos y reducirse su actividad comercial, pero los grandes beneficiados fueron los españoles y no los indígenas.
- II: Verdadero. Los corregimientos fueron suprimidos en 1784 y en su lugar se estableció el sistema de intendencias.
- III: Verdadero. Con el objetivo de incrementar la producción minera, el impuesto del quinto real pasó del 20% al 10%.
- IV: Falso. La orden expulsada fue la Compañía de Jesús por la difusión de las ideas ilustradas y tomar el control de sus bien administrados negocios.
- V: Verdadero. El Decreto de Libre Comercio apertura múltiples puertos para el comercio entre España y América, con ello el puerto del Callao debía competir con otros nuevos puertos americanos.

Rpta.: D

2. El discurso usado por Juan Santos Atahualpa para convencer a los pueblos amazónicos a pelear de su lado contra la orden franciscana fue de carácter \_\_\_\_\_, mientras que el discurso de José Gabriel Condorcanqui para conseguir el respaldo de los pueblos quechuas del Cusco fue de carácter \_\_\_\_\_.

- A) anti clerical – mesiánico
- B) agrarista – reformista
- C) mesiánico – reformista y antifiscal
- D) anti capitalista – revolucionario
- E) anti fiscal – monarquista

### Solución:

Juan Santos Atahualpa utilizaba un discurso en donde se proclamaba el discurso del retorno del inca, pero además se proclamaba enviado de Cristo y poseído por el Espíritu Santo e propuesta cristiana. Por otro lado, Túpac Amaru II usó el discurso de reformas del gobierno virreinal y para ganar el apoyo popular planteaba eliminar el tributo indígena, la eliminación del reparto mercantil, entre otros.

Rpta.: C



**3. Una medida de carácter social establecida por las Cortes de Cádiz con la cual se frenaron posibles rebeliones en América fue**

- A) el cobro del tributo indígena a los mestizos.
- B) la devolución de sus cargos políticos a los criollos.
- C) la presencia de representantes americanos en la reunión.
- D) la eliminación de la minería para abolir la explotación.
- E) la eliminación del sistema de tributo indígena.

**Solución:**

En las Cortes de Cádiz, que nacieron en el contexto de ocupación francesa a España, no solo participaron españoles, filipinos y americanos, sino que además se establecieron diferentes medidas, una de ellas fue la eliminación de la servidumbre, el tributo indígena y la mita; esto se hacía para evitar rebeliones por parte de los indígenas en medio de un contexto de debilidad hispánica.

**Rpta.: E**

**4. La Junta de Notables de Lima, que representa a las familias nobles de la ciudad, reunida en el cabildo de la capital invitó a San Martín para que se establezca la Independencia del Perú con el objetivo de**

- A) evitar una gran revuelta popular en la capital.
- B) acabar radicalmente con el dominio español.
- C) respaldar las corrientes independentistas de América.
- D) hacer participar a los sectores populares en el gobierno.
- E) permitir el ingreso de los indígenas al gobierno.

**Solución:**

El bloqueo comercial de Lima, el alza de precios al interior de la Lima amurallada y la presión de los sectores populares que pelearon en el bando patriota de San Martín sobre la capital obligaron a la Junta de Notables del Cabildo de Lima a aceptar la declaración de la independencia de San Martín en la capital y con ello calmar las tensiones sociales.

**Rpta.: A**

**5. Establezca la relación correcta entre los eventos y los periodos del proceso de independencia peruana.**

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| I. Corriente Libertadora del Norte. | a. Motín de Aznapuquio.                 |
| II. Primer Congreso Peruano.        | b. Se promulga la primera Constitución. |
| III. Corriente Libertadora del Sur. | c. Sociedad Patriótica de Lima.         |
| IV. Protectorado.                   | d. Capitulación de Ayacucho.            |

A) Ic, Ila, IIIb, IVd.

B) Id, Iib, IIIa, IVc.

C) Ib, Ild, IIIc, IVa.

D) Id, Ila, IIIc, IVb.

E) Ib, Ild, IIIa, IVc.

**Solución:**

- |                                    |   |   |
|------------------------------------|---|---|
| I. Corriente Libertadora del Norte | – | d. Capitulación de Ayacucho.            |
| II. Primer Congreso Peruano        | – | b. Se promulga la primera Constitución. |
| III. Corriente Libertadora del Sur | – | a. Motín de Aznapuquio.                 |
| IV. Protectorado                   | – | c. Sociedad Patriótica de Lima.         |

**Rpta.: B**

# Geografía

## EJERCICIOS DE CLASE N° 11

1. El Servicio Antártico Británico ha detectado una enorme grieta muy cerca de la estación Halley VI que pone en peligro la seguridad de los miembros de la base, quienes vienen realizando
- A) pruebas radiactivas.
  - B) explotación de recursos minerales.
  - C) actividades de investigación científica.
  - D) actividades económicas en la zona.
  - E) exploraciones de apropiación de tierras.

### Solución:

La Antártida se utilizará exclusivamente para fines pacíficos, investigación científica cooperativa e intercambio de observaciones de resultados científicos.

**Rpta.: C**

2. El Servicio Nacional Forestal y de Fauna Silvestre (SERFOR), órgano adscrito al Ministerio de Agricultura y Riego, brindó una conferencia para advertir que el tráfico ilegal de las especies silvestres como el puma, el delfín rosado y la anaconda, además del acelerado proceso de destrucción de la selva húmeda tropical para incrementar la ganadería vacuna; son peligros inminentes que atentan contra la biodiversidad, tanto de nuestro país como de los 7 países hermanos, miembros del
- A) Fondo del Banco de Desarrollo Forestal.
  - B) Tratado de Unión Forestal.
  - C) Tratado Interamericano Amazónico.
  - D) Fondo Económico Amazónico.
  - E) Tratado de Cooperación Amazónica.

### Solución:

El Tratado de Cooperación Amazónica (1978) está integrado por los ocho países por donde se extiende la Amazonía. Su función es promover el desarrollo armónico de la Amazonía, preservando el medio ambiente, con el fin de elevar el nivel de vida de sus pueblos.

**Rpta.: E**

3. Un grupo de turistas se dirige al área natural intangible que ha recibido mayor registro de visitas, gracias al incentivo del SERNANP para visitar la Ruta del Cambio Climático, rumbo al nevado Pastoruri y que protege los Rodales de puya Raimondi. Esta área natural es el
- A) Parque Nacional del Huascarán.
  - B) Santuario Nacional de Calipuy.
  - C) Parque Nacional del Alto Púrus.
  - D) Santuario Nacional de Huayllay.
  - E) Parque Nacional del Bajuna Sonene.

**Solución:**

El Parque Nacional Huascarán, ubicado en Áncash, recibe anualmente alrededor de 10.000 turistas. En su interior protege la ecorregión de la Puna Húmeda de los Andes Centrales, presenta cumbres nevadas con altitudes que oscilan entre los 5,000 y 6,768 m.s.n.m. (Huascarán zona sur), quebradas profundamente encajonadas como resultado de la erosión fluvio-glaciario, y un gran número de lagunas. En el PNH se puede apreciar rodales de puya Raymondi ubicados principalmente en las quebradas Carpa y Queshque.

**Rpta.: A**

4. El Servicio Nacional de Áreas Naturales Protegidas por el Estado (SERNANP) anunció una presunta venta de terrenos en el interior de un Parque Nacional en Tumbes que protege especies como la nutria del noroeste, el cocodrilo americano, el cotomono y los característicos bosques secos. ¿A qué área protegida se refiere el texto?

A) Manglares de Tumbes  
D) Calipuy

B) Cerros de Amotape  
E) Megantoni

C) Cutervo

**Solución:**

El Parque Nacional Cerros de Amotape (PNCA) es un espectacular y fascinante oasis de vida en la costa peruana que se extiende sobre las estribaciones del macizo de los Amotapes. El PNCA se ubica en las provincias de Tumbes y de Contralmirante Villar en el departamento de Tumbes y en la provincia de Sullana en Piura. Protege especies de mamíferos como el mono coto de Tumbes, la nutria del noroeste, el jaguar y el tigrillo. Entre los reptiles destaca el cocodrilo de Tumbes, que está en peligro de extinción. Dentro de la flora destacan: la especie endémica de ceibo, el algarrobo, el angolo, el guayacán y el palo santo; los dos últimos muy preciados por su valor comercial.

**Rpta.: B**

## ***Educación Cívica***

### **EJERCICIOS DE CLASE N° 11**

1. Los congresistas de Acción Popular presentaron una moción contra el vicepresidente y ministro de Transportes y Comunicaciones, Martín Vizcarra, por la firma de la adenda al contrato con el consorcio Kuntur Wasi para la construcción del aeropuerto internacional de Chinchero en Cusco. Dicho grupo parlamentario requería por escrito la \_\_\_\_\_ del ministro, en cumplimiento de la función \_\_\_\_\_ que ejerce el Congreso.

A) revocatoria – legislativa  
C) remoción – especial  
E) interpelación – legislativa

B) interpelación – de control político  
D) remoción – de control político

**Solución:**

- ♦ La función de control político comprende la investidura del Consejo de Ministros, el debate, la realización de actos e investigaciones y la aprobación de acuerdos sobre la conducta política del Gobierno, entre otros lineamientos.

- ♦ La interpelación a los ministros se formula por escrito, por no menos del 15% del número legal de congresistas; y para su admisión, se requiere el voto del tercio del número de representantes hábiles.

**Rpta.: B**

2. Frente a las denuncias que manifestaron los ciudadanos en relación a la especulación de precios en centros comerciales y mercados, a causa de los desastres naturales, la Defensoría del Pueblo presentó un proyecto de ley al Congreso. ¿La acción de este órgano autónomo es constitucional?
- A) No, porque solo presentan proyectos de ley los congresistas.
  - B) Sí, porque el congresista no emite proyectos de ley solo aprueba leyes.
  - C) No, porque el proyecto de ley debieron presentarlo los ciudadanos afectados.
  - D) Sí, porque los órganos autónomos pueden presentar proyectos de ley.
  - E) No, porque la especulación de precios es válida en desastres naturales.

**Solución:**

El Presidente de la República y los congresistas, así como los otros poderes del Estado, las instituciones públicas autónomas, los municipios y los colegios profesionales; y los ciudadanos, ejerciendo el derecho de iniciativa previsto en la Constitución, pueden proponer proyectos de ley.

**Rpta.: D**

3. La comisión de Constitución ha decidido dar a derogación los decretos legislativos 1333, 1344 y 1345, que afectaban los derechos territoriales de los pueblos indígenas y la legalidad del área de salud. El órgano del Congreso encargado de aprobar la derogatoria es
- A) el Pleno del Congreso.
  - B) la Comisión Permanente.
  - C) el Consejo Directivo.
  - D) la Mesa Directiva.
  - E) la Presidencia del Congreso.

**Solución:**

El Pleno es la máxima asamblea deliberativa del Congreso. Lo integran todos los congresistas incorporados y funciona de acuerdo con las reglas de quórum y de procedimiento que establecen la Constitución y el presente Reglamento. Allí se debaten y se votan todos los asuntos y se realizan los actos que prevén las normas constitucionales, legales y reglamentarias.

**Rpta.: A**

4. Un congresista se había reunido con altos mandos policiales para ejercer presión y se lleve a cabo una operación de desalojo en una azucarera a favor de un grupo comercial. Tras horas de debate, el pleno del Congreso aprobó suspender por 120 días al legislador. En relación a esta medida, identifique la afirmación correcta.
- A) El congresista debió renunciar a su cargo.
  - B) El Pleno debió pedir pena de cárcel para el legislador.
  - C) El Congreso debió ampliar la suspensión.
  - D) El Congresista recibió la máxima suspensión del Pleno.
  - E) La Presidencia del Congreso debe revocar al congresista.

**Solución:**

Las sanciones disciplinarias que impone el Congreso a los congresistas y que impliquen la suspensión de sus funciones no pueden exceder de 120 días de legislatura. (Cargo irrevocable)

**Rpta.: D**

## ***Economía***

### **EVALUACIÓN N° 11**

1. Las acciones son títulos valores de renta variable debido a que su ganancia depende de

- A) la política económica del MEF.
- B) los organismos reguladores.
- C) las decisiones de inversionistas.
- D) las perturbaciones económicas.
- E) la situación financiera del emisor.

**Solución:**

La renta variable sufre cambios debido a los efectos o shocks exógenos o perturbaciones económicas que pueden modificar las ganancias de los inversionistas.

**Rpta.: D**

2. Característica en común que tienen las cajas municipales, cajas rurales y las financieras.

- A) Asesoran a la micro y pequeña empresa.
- B) Todos prestan a las MYPES.
- C) No captan recursos del público.
- D) Algunos prestan a las grandes empresas.
- E) Algunos prestan a las medianas empresas.

**Solución:**

Las cajas municipales, rurales y financieras pertenecientes al sistema no bancario prestan a las MYPES en un 87%.

**Rpta.: B**

3. Relacione correctamente las siguientes proposiciones:

- |  |   |
|--|---|
| I. Mercado de dinero   | a) transacciones de recursos financieros. |
| II. Mercado de valores   | b) instrumentos de corto plazo.           |
| III. Mercados financieros  | c) instrumentos de largo plazo.           |
| A) Ia, IIb, IIIc    B) Ib, IIc, IIIa    C) Ic, IIb, IIIa    D) Ic, IIa, IIIb    E) Ib, IIc, IIIa |   |

**Solución:****Rpta.: E**

4. El caso de lavado de activos y otros en la cual estaba relacionado Gerald Oropeza, fue analizado por la \_\_\_\_\_ y luego por la \_\_\_\_\_ para comprobar si el presunto acusado puede justificar sus ingresos.

A) SMV – SBS                      B) SBS – SMV                      C) SBS – SUNAT  
D) SBS – BCRP                      E) BCRP - SMV

**Solución:**

La SBS está encargada de analizar si existe lavado de activos en las empresas, y filtrarlos con la SMV para verificar si tiene inversiones en acciones de manera legal, ambos cruzan información y determinan un resultado final.

**Rpta.: B**

5. Relacione la clasificación de mercados financieros:

I) Mercado de dinero                      a) por oportunidad de negociación.  
II) Mercado secundario                      b) por nivel de intermediación.  
III) Mercado indirecto                      c) vencimiento de obligación.  
A) Ia, IIb, IIIc    B) Ib, IIc, IIIa    C) Ic, IIb, IIIa    D) Ic, IIa, IIIb    E) Ib, IIc, IIIa

**Solución:**

**Rpta.: D**

6. Las transacciones en instrumentos de deuda de corto plazo tiene lugar en el mercado \_\_\_\_\_ mientras que los valores a largo plazo son comercializados en el mercado \_\_\_\_\_.

A) de capitales – de dinero                      B) de dinero – de capitales  
C) financiero – de dinero                      D) de capitales – financiero  
E) primario – secundario

**Solución:**

Las inversiones de corto plazo usualmente tienen lugar en el mercado de dinero mientras que las inversiones a largo plazo en el mercado financiero o de capitales.

**Rpta.: B**

7. Relacione las siguientes proposiciones:

I) Banca comercial                      a) banco de segundo piso  
II) Financieras                      b) recibe dinero del público y concede crédito.  
III) Cofide                      c) concede colocaciones de primeras emisiones de valores.

A) Ia, IIb, IIIc    B) Ib, IIc, IIIa    C) Ic, IIb, IIIa    D) Ic, IIa, IIIb    E) Ib, IIc, IIIa

**Solución:**

**Rpta.: B**



8. Las acciones que venden las empresas mineras, generan \_\_\_\_\_ mientras que los países como el Perú compran bonos, generan \_\_\_\_\_.

A) utilidad – interés                      B) utilidad – pérdida                      C) interés – utilidad  
D) renta variable – renta fija            E) renta fija – renta variable

**Solución:**

Las acciones generan renta variable porque dependen del estado del mercado mientras que los bonos generan renta fija porque está determinado por una tasa de interés fija.

**Rpta.: D**

9. Las emisiones de acciones representa \_\_\_\_\_ mientras que bonos representa \_\_\_\_\_.

A) aumento de capital – disminución de capital  
B) disminución de capital – aumento de capital  
C) pérdida de control empresarial – obligación de pago  
D) incremento de deuda – incremento de obligación de pago  
E) aumento de control empresarial – pérdida de control empresarial

**Solución:**

Mientras más acciones vendan las empresas generan una pérdida de control relativo de la empresa y los bonos representan una obligación de pago por parte del deudor.

**Rpta.: C**

10. Relacione las siguientes proposiciones:

I) Mercado de dinero                      b) el prestamista conoce a su prestatario.  
II) Mercado de valores                    c) banco de segundo piso.  
III) Cofide                                    a) hay un intermediario entre el prestamista y el prestatario.  
A) Ia, IIb, IIIc    B) Ib, IIc, IIIa    C) Ic, IIb, IIIa    D) Ic, IIa, IIIb    E) Ib, IIc, IIIa

**Solución:**

**Rpta.: A**

## ***Filosofía***

### **EVALUACIÓN N° 11**

1. Señale la afirmación que se corresponde con los objetivos de la lógica como disciplina filosófica
- A) Plantear los límites del conocimiento científico.  
B) Preguntarse por el origen del conocimiento.  
C) Explorar los alcances de la razón y los sentidos.  
D) Determinar las razones por las que un argumento es válido.  
E) Problematicar en torno a la coherencia y conveniencia de nuestras creencias.



**Solución:**

La lógica se define como la disciplina filosófica que, principalmente, se ocupa de determinar los principios y leyes que nos llevan a determinar la validez o invalidez de los argumentos.

**Rpta.: D**

2. Según Aristóteles, la lógica es un(a) \_\_\_\_\_ que resulta útil cuando queremos abordar las distintas ramas de la ciencia y la filosofía. Asimismo, sostuvo que el principal tipo de razonamiento a explorar en la lógica debe ser el/la \_\_\_\_\_.

A) doctrina – silogismo  
C) teoría – proposición  
E) instrumento – silogismo

B) razonamiento – inductivo  
D) actividad – inductivo

**Solución:**

La lógica aristotélica se presenta como un instrumento que se ocupa del estudio de los razonamientos deductivos categóricos o silogismos como formas de demostración especialmente adecuadas al conocimiento científico.

**Rpta.: E**

3. Asocie las siguientes afirmaciones con cada uno de los filósofos mencionados:

- I. La lógica debe ocuparse de los silogismos categóricos.  
II. Es posible realizar inferencias inmediatas a través del razonamiento lógico.  
III. El pensamiento es la pintura lógica de los hechos.  
IV. Es necesario desarrollar un simbolismo para expresar los conceptos ya tenidos.

A. Wittgenstein  
B. Boecio  
C. Aristóteles  
D. Frege

A) I-A, II-C, III-D, IV-B  
D) I-B, II-A, III-C, IV-D

B) I-C, II-B, III-D, IV-A  
E) I-C, II-B, III-A, IV-D

C) I-D, II-A, III-C, IV-B

**Solución:**

I-C, II-B, III-A, IV-D

**Rpta.: E**

4. Señale cuál de los siguientes enunciados refiere un rasgo fundamental de la lógica de Boecio.

A) Se desarrolla en el contexto de la Antigua Grecia.  
B) Asimiló la lógica aristotélica.  
C) Defendió una relación isomórfica entre proposición y hecho.  
D) Exploró la relación entre lógica y matemática.  
E) Consideró que no todo puede ser expresado mediante el lenguaje.

**Solución:**

La importante influencia de la lógica de Aristóteles llega hasta la Edad Media. Por ello, Boecio partió de las ideas del estagirita para plantear su sistema lógico.

**Rpta.: B**

5. Dos son los filósofos fundamentales en la historia de la lógica: \_\_\_\_\_, por ser el fundador de la lógica como disciplina filosófica y \_\_\_\_\_, por haber renovado y superado completamente las formas lógicas tradicionales, estableciendo así lo que conocemos como lógica moderna.

A) Boecio – Aristóteles  
C) Aristóteles – Frege  
E) Wittgentein – Boecio

B) Aristóteles – Wittgenstein  
D) Boecio – Frege

**Solución:**

Aristóteles es el fundador de la lógica como disciplina filosófica y Frege es el fundador de la lógica moderna.

**Rpta.: B**

6. Entre otras características fundamentales, podemos atribuirle a la lógica moderna el hecho de ser

A) silogística.  
D) categórica.

B) inductiva.  
E) universalista.

C) simbólica.

**Solución:** La lógica moderna desarrolló un sistema de formalización simbólica, sobre todo, a partir de los planteamientos de Frege. De esta forma se buscó más precisión y exactitud.

**Rpta.: C**

7. En el último aforismo del *Tractatus lógico-philosophicus*, Wittgenstein sostiene que “*de lo que no se puede hablar es mejor callar*”. Esta frase tiene como objetivo expresar

A) la posibilidad de utilizar metáforas para dar cuenta de la realidad correctamente.  
B) la convicción de que las cuestiones no expresables por el lenguaje son poco importantes.  
C) la relación isomórfica entre el lenguaje y el mundo.  
D) el hecho de que el lenguaje establece los límites de nuestro mundo.  
E) la diferencia entre el ámbito de la lógica y el de la epistemología.

**Solución:**

Según Wittgenstein, no es posible que el hombre vaya más allá de lo que puede referir a través del lenguaje. Por ello, considera que este nos pone los límites de lo que podemos decir con relación al mundo.

**Rpta.: D**

8. Intentó deducir los principios de la aritmética de los de la lógica, distinguió entre variable y constante. Asimismo, estableció diferencias entre lenguaje y metalenguaje

A) Wittgenstein.  
D) Frege.

B) Boecio.  
E) Euclides.

C) Aristóteles.

**Solución:**

Como fundador de la lógica moderna, Frege presentó tales innovaciones en la

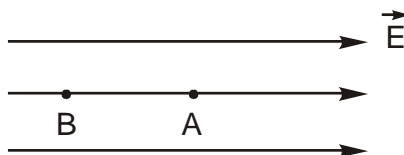
**Rpta.: D**

# Física

## EJERCICIOS PARA SEMANA 11

1. El campo eléctrico es igual que el campo gravitatorio está asociado a un potencial. Si se realiza 12 J de trabajo al desplazar lentamente una carga  $q^+ = 10^{-3} \text{ C}$  desde el punto A hasta el punto B, ¿cuál es la diferencia de potencial  $V_A - V_B$  ?

- A) 12 000 V  
 B)  $1,2 \times 10^{-3} \text{ V}$   
 C)  $-12 \times 10^{-3} \text{ V}$   
 D)  $12 \times 10^{-3} \text{ V}$   
 E)  $-2 \times 10^{-3} \text{ V}$



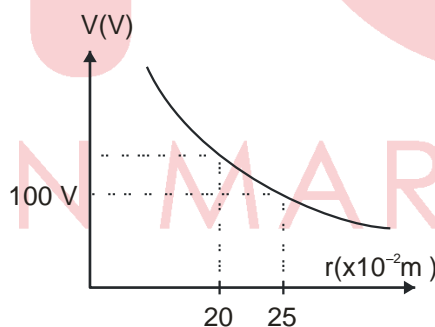
**Solución:**

$$\Delta V = \frac{w}{q} = \frac{12}{10^{-3}} \rightarrow \Delta V = 12 \times 10^3 \text{ V}$$

Rpta.: D

2. La figura, muestra la gráfica del potencial eléctrico (V) versus distancia (r) para una partícula cargada positivamente. Determine el potencial eléctrico en un punto situado a la distancia  $r = 2 \times 10^{-1} \text{ m}$  de la carga.

- A) 25 V  
 B) 125 V  
 C) 50 V  
 D) 75 V  
 E) 150 V



**Solución:**

$$V = kq/r$$

$$Vr = \text{cte.}$$

Del gráfico para:

$$r = 25 \text{ cm} \quad Vr = 25$$

luego

para  $r = 20 \text{ cm}$

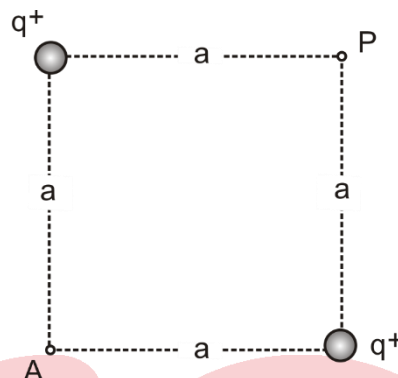
$$V \cdot 20 \cdot 10^{-2} = 25$$

$$V = 125 \text{ V}$$

Rpta.: B

3. El potencial eléctrico generado por una partícula cargada es una cantidad escalar. En dos de los vértices opuestos de un cuadrado de lado  $a$ , se han colocado dos cargas puntuales idénticas  $q^+ = \sqrt{2}\mu\text{C}$ . ¿Qué partícula cargada eléctricamente deberá colocarse en el punto A, para que el potencial en el punto P sea igual a cero? (Ver figura.)

- A)  $-2\mu\text{C}$   
 B)  $-\sqrt{2}\mu\text{C}$   
 C)  $-2\sqrt{2}\mu\text{C}$   
 D)  $-4\mu\text{C}$   
 E)  $\sqrt{5}\mu\text{C}$

**Solución:**

En el punto P se suman los potenciales de tres cargas puntuales, es decir

$$V_1 + V_2 + V_A \Rightarrow V_A = -(V_1 + V_2)$$

Como en el punto P los potenciales debido a las cargas puntuales son

$$V_1 = V_2 = k \frac{q}{a} \quad \text{y} \quad V_A = k \frac{q_A}{\sqrt{2}a},$$

entonces

$$V_A = -(V_1 + V_2) \Rightarrow k \frac{q_A}{\sqrt{2}a} = -2k \frac{q}{a}$$

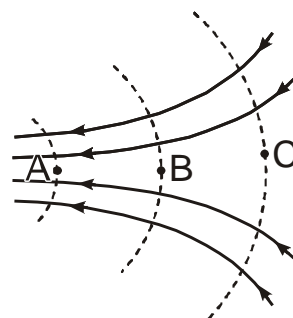
De donde resulta

$$q_A = -2\sqrt{2}q = -2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}\mu\text{C} = -4\mu\text{C}$$

Rpta.: D

4. Las líneas equipotenciales son líneas imaginarias que son siempre perpendiculares a la dirección del campo eléctrico. En la figura se muestran tres puntos A, B y C inmersos en un campo eléctrico (en líneas punteadas), algunas de cuyas líneas de fuerza y superficies equipotenciales se muestran. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I. El potencial electrostático en "C" es mayor que en "A".  
 II. Si un electrón se traslada muy lentamente de "A" hacia "B", el trabajo del campo eléctrico es positivo.  
 III. Si un protón se traslada muy lentamente de "B" hacia "C", el trabajo del agente externo es positivo.



- A) VFV      B) VFF      C) VVV      D) VVF      E) FVV

**Solución:**

I. (V): Las líneas de fuerza se dirigen de puntos de mayor potencial hacia puntos de menor potencial.

II. (V):  $W_{A \rightarrow B}^{C.E} = e^{\cdot} \cdot (V_A - V_B) \dots (V_A < V_B)$

$$W_{A \rightarrow B}^{C.E} = (-) \cdot (-) = (+)$$

III. (V):  $W_{B \rightarrow C}^{EXT} = q^{\cdot} \cdot (V_C - V_B) \dots (V_C > V_B)$

$$W_{B \rightarrow C}^{EXT} = (+)(+) = (+)$$

**Rpta.: C**

5. La esfera cargada A de 2 cm de radio y carga  $Q_A = 10^{-8}$  C, se pone en contacto con otra esfera B descargada, de radio 3 cm. Determine la carga de la esfera A después del contacto.

A)  $4 \times 10^{-9}$  C    B)  $4 \times 10^{-8}$  C    C)  $8 \times 10^{-9}$  C    D)  $9 \times 10^{-9}$  C    E)  $10^{-10}$  C

**Solución:**

Carga inicial total:  $Q_A$

Cuerpos en contacto:  $V_A = V_B \rightarrow \frac{kQ'_A}{r_A} = \frac{kQ'_B}{r_B} \rightarrow Q'_B = \frac{r_B}{r_A} Q'_A \rightarrow Q'_B = \frac{3}{2} Q'_A$

Conservación de la carga:  $Q_A = Q'_A + Q'_B$

Combinando las dos ecuaciones finales:  $Q'_A = \frac{2}{5} Q_A \rightarrow Q'_A = 4 \times 10^{-9}$  C

**Rpta.: A**

6. Un condensador puede almacenar un campo eléctrico. El más común es el de placas planas paralelas si está formado por dos placas conductoras cuadradas y paralelas de lado 10 cm separados por una distancia de 1 mm. Calcule su capacidad.

A)  $0,885 \times 10^{-12}$  F    B)  $8,85 \times 10^{-8}$  F    C)  $0,85 \times 10^{-12}$  F  
D)  $0,85 \times 10^{-11}$  F    E)  $8,85 \times 10^{-11}$  F

**Solución:**

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = 8,85 \times 10^{-12} \times \frac{(10^{-1})^2}{10^{-3}}$$

$$C = 8,85 \times 10^{-11} \text{ F}$$

**Rpta.: D**

7. Los condensadores se pueden asociar en serie o en paralelo. En la asociación de condensadores que se muestra en la figura, la diferencia de potencial entre A y B es 10 V. Halle la carga en condensador de  $6 \mu\text{F}$ .

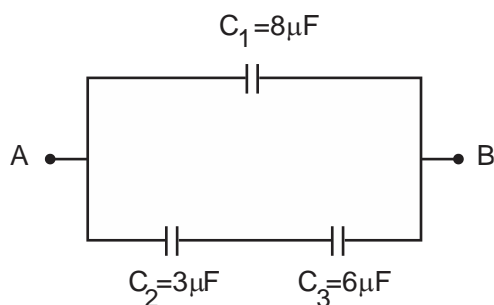
A)  $2 \times 10^{-5} \text{ C}$

B)  $3 \times 10^{-5} \text{ C}$

C)  $4 \times 10^{-5} \text{ C}$

D)  $1 \times 10^{-5} \text{ C}$

E)  $5 \times 10^{-5} \text{ C}$

**Solución:**

En la parte inferior

Asoc. en serie:

 $Q = \text{común}$  $C = Q/V$ 

$$Q_{23} = (2 \times 10^{-6}) (10) = 2 \times 10^{-5} \text{ C}$$

luego se deduce

$$Q_2 = Q_3 = Q_{23} = 2 \times 10^{-5} \text{ C}$$

Rpta.: A

8. Los condensadores pueden almacenar un campo eléctrico, luego pueden acumular energía. Para la asociación de condensadores que se muestra en la figura, determine la energía total almacenada.

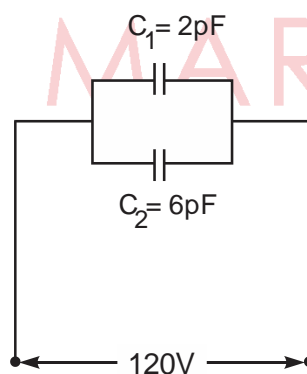
A) 7,20 pJ

B) 6,20 pJ

C) 6,90 pJ

D) 12,00 pJ

E) 5,760 pJ

**Solución:**

Los condensadores están en paralelo, luego:

$$C_e = 8 \cdot 10^{-12}$$

Finalmente el sistema almacena

$$E = CV^2/2 = 5,76 \text{ pJ}$$

Rpta.: E

**EJERCICIOS PARA CASA N° 11**

1. Con respecto a la definición de potencial eléctrico. Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:
- I) Para una partícula aislada cargada eléctricamente el potencial eléctrico aumenta en la dirección del campo eléctrico.
  - II) El potencial eléctrico en un punto es directamente proporcional a la carga eléctrica.
  - III) El potencial eléctrico en un punto debido a la partícula aislada con carga eléctrica positiva aumenta al aumentar la distancia a la partícula.

A) FFF      B) VVV      C) FVV      D) VFV      E) FVF

**Solución:**

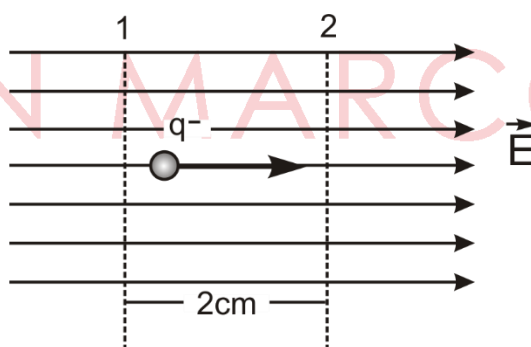
- I) F  
El potencial disminuye en la dirección del campo.
- II) V  
A mayor carga mayor potencial.
- III) F  
Para cargas positivas. Si  $r$  aumenta  $v$  disminuye

**Rpta.: E**

2. Si una partícula se mueve en un campo se realiza un trabajo, en el grafico mostrado una partícula con carga eléctrica puntual igual a  $-25 \text{ nC}$  se desplaza  $2 \text{ cm}$  en la región de un campo eléctrico uniforme de magnitud  $10^3 \text{ V/m}$ , en la dirección de las líneas de fuerza. Determine el trabajo que realiza el campo eléctrico y la diferencia de potencial entre los puntos inicial y final.

Datos:  $q = -25 \times 10^{-9} \text{ C}$ ,  $E = 1000 \text{ V/m}$ ,  $d = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$ .

- A)  $+1,0 \text{ } \mu\text{J}$ ;  $15 \text{ V}$
- B)  $-10,0 \text{ } \mu\text{J}$ ;  $10 \text{ V}$
- C)  $+0,5 \text{ } \mu\text{J}$ ;  $-20 \text{ V}$
- D)  $-2,0 \text{ } \mu\text{J}$ ;  $25 \text{ V}$
- E)  $-5,0 \text{ } \mu\text{J}$ ;  $-2 \text{ V}$

**Solución:**

El trabajo que realiza el campo eléctrico y la diferencia de potenciales entre los puntos inicial y final son:

$$W = qEd = +5 \times 10^{-7} \text{ J} \quad , \quad V_2 - V_1 = \frac{W}{q} = \frac{-5 \times 10^{-7} \text{ J}}{-25 \times 10^{-9} \text{ C}} = -20 \text{ V}$$

**Rpta.: A**



3. El potencial producido por una partícula cargada puede ser positivo o negativo. Dos esferas cargadas se ubican en los vértices de un rectángulo, tal como se muestra en la figura. Determine el trabajo realizado por el campo eléctrico al mover una carga  $q_0^+ = 2\mu\text{C}$  muy lentamente desde el punto A hasta punto B.

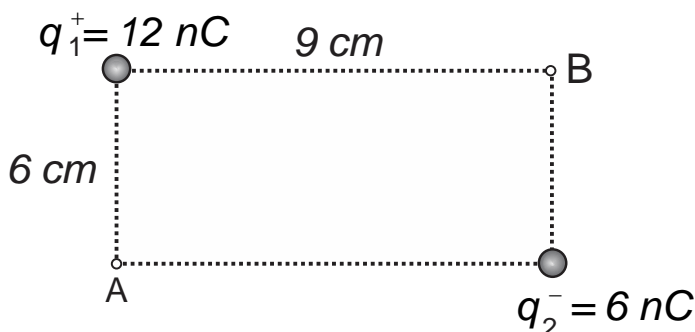
A) 0,9 mJ

B) 1,6 mJ

C) 2 mJ

D) 1,8 mJ

E) 4 mJ

**Solución:**

$$* V_A = \frac{(9 \times 10^9)(12 \times 10^{-9})}{6 \times 10^{-2}} - \frac{(9 \times 10^9)(6 \times 10^{-9})}{9 \times 10^{-2}} = 1200\text{V}$$

$$* V_B = \frac{(9 \times 10^9)(12 \times 10^{-9})}{9 \times 10^{-2}} - \frac{(9 \times 10^9)(6 \times 10^{-9})}{6 \times 10^{-2}} = 300\text{V}$$

$$* W_{A \rightarrow B}^{\text{campo}} = (2 \times 10^{-6})(1200 - 300) = 1,8 \text{ mJ}$$

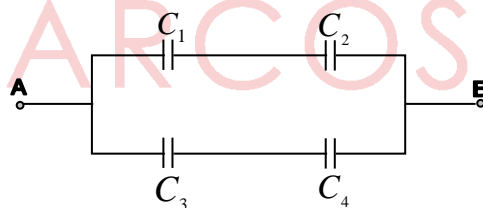
Rpta.: D

4. Dado el sistema de condensadores, mostrado en la figura, donde  $C_1 = 10 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = 15 \mu\text{F}$ ,  $C_3 = 6 \mu\text{F}$ ,  $C_4 = 2 \mu\text{F}$ ; y la diferencia de potenciales entre los puntos A y B es  $\Delta V = 300 \text{ V}$ , indique la verdad (V) o falsedad (F) de las proposiciones siguientes:

I. La capacitancia equivalente entre los puntos A y B es  $10 \mu\text{F}$ .

II. La carga eléctrica almacenada en este sistema es  $2,25 \text{ mC}$ .

III. La energía electrostática que se acumula en esta combinación de condensadores es  $337,5 \text{ mJ}$ .



A) FVF

B) VFF

C) VFV

D) FVV

E) VVF

**Solución:**

I. F

En la rama superior, los condensadores están en serie

$C_e = 6 \mu\text{F}$

En la rama inferior.

$C_e = 1,5 \mu\text{F}$

Luego

$C_s = 7,5 \mu\text{F}$

- II.  $V$   
 $C = Q/V$   
 $Q = CV$   
 $Q = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ C}$
- III.  $V$   
 $E = CV^2/2$   
 $E = 33,75 \cdot 10^{-2}$

Rpta.: D

5. La figura muestra la dirección del campo eléctrico uniforme  $E$  y de tres superficies equipotenciales A, B y C si  $V_A = 50 \text{ V}$  y  $V_C = 10 \text{ V}$ , determine el potencial electrostático en la superficie equipotencial B.

- A) 15 V  
 B) 20 V  
 C) 25 V  
 D) 30 V  
 E) 35 V

**Solución:**

$$\Delta V = -E \cdot d$$

$$10 - 50 = E(160 \times 10^{-2})$$

Luego :

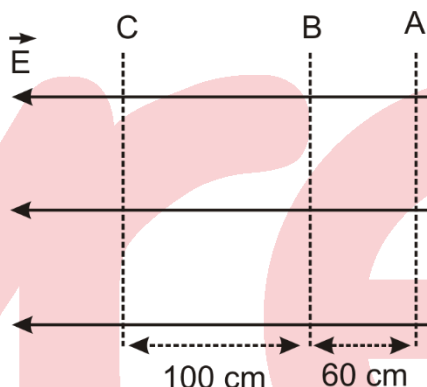
$$E = -25 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Finalmente

$$V_B = V_A + Ed$$

$$V_B = 50 - 25(6 \times 10^{-1})$$

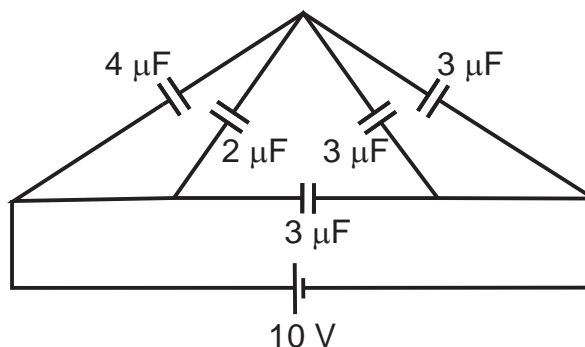
$$V_B = 35 \text{ V}$$



Rpta.: E

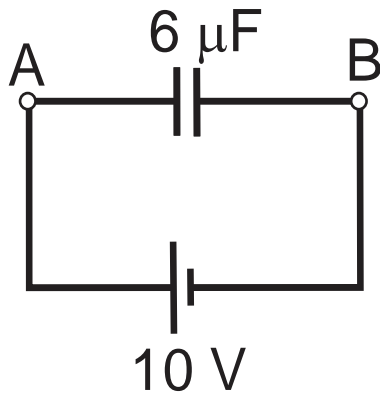
6. La figura muestra un arreglo de cinco condensadores conectado a una batería. Determine la energía total almacenada en dicho sistema.

- A) 0,1 mJ  
 B) 0,4 mJ  
 C) 1,2 mJ  
 D) 0,3 mJ  
 E) 1,0 mJ

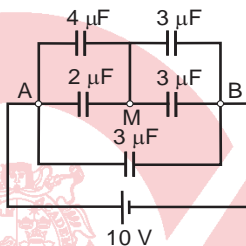


**Solución :**

El sistema es equivalente a:



Simplificando



Y por lo tanto la energía almacenada es:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (6 \times 10^{-6}) (10)^2 = 0,3 \text{ mJ}$$

Rpta.: D

7. En el arreglo de condensadores mostrado en la figura, determine la capacitancia equivalente entre los puntos A y C.

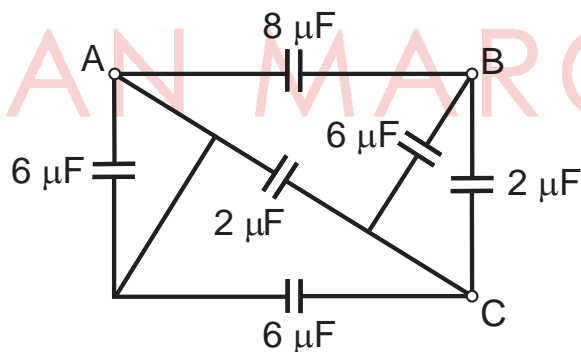
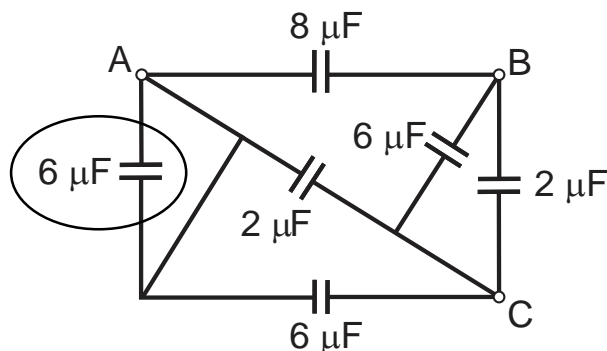
A)  $12 \mu\text{F}$

B)  $6 \mu\text{F}$

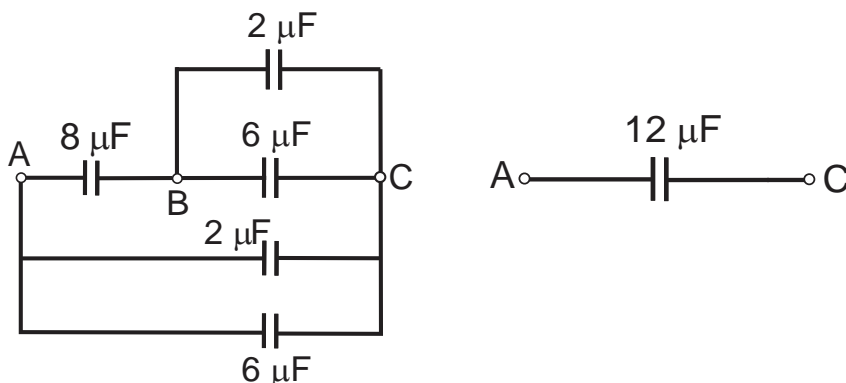
C)  $8 \mu\text{F}$

D)  $9 \mu\text{F}$

E)  $4 \mu\text{F}$

**Solución :**

El condensador en la región mostrada se excluye del sistema. (Corto Circuito)  
Luego de reordenar el sistema se obtiene



Rpta.: A

## Química

### SEMANA N°11: Cinética y equilibrio químico

1. El área de la química que se ocupa del estudio de la rapidez o velocidad con la que se llevan a cabo las reacciones químicas se conoce como **cinética química**. Algunas de estas reacciones sólo toman segundos en desarrollarse como la explosión de la dinamita, otras en cambio, necesitan miles o incluso millones de años como sucede en la formación de los diamantes de la corteza terrestre. Respecto a la cinética química, señale la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.
  - I. La velocidad de una reacción depende en forma directa del número de colisiones entre las moléculas reaccionantes.
  - II. El complejo activado es un estado intermedio de mínima energía relativa entre los reactantes y los productos.
  - III. La secuencia de etapas elementales que conduce a la formación de un producto se denomina mecanismo de la reacción.

A) VFV      B) VVV      C) FVF      D) VFF      E) VVF

#### Solución:

- I. **VERDADERO:** Según el modelo de las colisiones, para que ocurra una reacción química, las moléculas reaccionantes deben colisionar. Entre mayor sea el número de colisiones que ocurren por segundo, mayor será la velocidad de reacción, por lo tanto, la dependencia es directa.
- II. **FALSO:** El complejo activado o estado de transición es temporal, inestable, de máxima energía que se genera antes de formar los productos.
- III. **VERDADERO:** El mecanismo de la reacción detalla las etapas elementales (o simples) que ocurren en el curso de una reacción química.

Rpta.: A

2. La rapidez con la cual se desarrolla una reacción química puede variar dependiendo de diversos factores, por ejemplo, la leche si no se refrigera, se descompone más rápido; un medicamento en forma de polvo fino se disolverá con mayor rapidez en el estómago que el mismo medicamento en forma de tableta; por último, un trozo de metal en  $\text{HCl}_{(\text{ac})}$  1M se corroerá más lentamente que el mismo trozo en  $\text{HCl}_{(\text{ac})}$  2M. En el orden que se mencionan los procesos, señale la alternativa que contenga los factores que alteran las velocidades de sus reacciones.
- A) Grado de división, concentración, naturaleza de los reactivos.  
 B) Temperatura, concentración, uso de catalizadores.  
 C) Temperatura, grado de división, naturaleza de los reactivos.  
 D) Concentración, temperatura, grado de división.  
 E) Temperatura, grado de división, concentración.

**Solución:**

- La leche, si no se refrigera se descompone más rápido, indica la dependencia directa de la velocidad de reacción con la **temperatura**.
- El medicamento actuará con mayor rapidez cuando está en polvo fino que cuando esté en forma de tableta pues presentará **mayor grado de división** ya que el reactante presentará mayor superficie de contacto.
- El trozo de metal se corroerá con mayor rapidez en solución de  $\text{HCl}$  2M puesto que dicha solución presenta mayor **concentración**.

**Rpta.: E**

3. A un matraz de un litro se le adiciona 0,1 mol de A, se cierra dicho recipiente y se le permite reaccionar para formar B de acuerdo a la reacción en fase gaseosa:  
 $\text{A}_{(\text{g})} \longrightarrow \text{B}_{(\text{g})}$

En base a dicha experiencia se recopilaron los siguientes datos:

Tiempo (s)	0	40	80
Moles de A	0,1	0,064	0,045

Determine la velocidad de reacción promedio de A para los primeros 40 segundos.

- A)  $9,0 \times 10^{-3} \text{ M s}^{-1}$                       B)  $3,0 \times 10^{-4} \text{ M s}$                       C)  $9,0 \times 10^{-4} \text{ M s}^{-1}$   
 D)  $6,0 \times 10^{-4} \text{ M s}^{-1}$                       E)  $9,0 \times 10^{-4} \text{ M s}$

**Solución:**

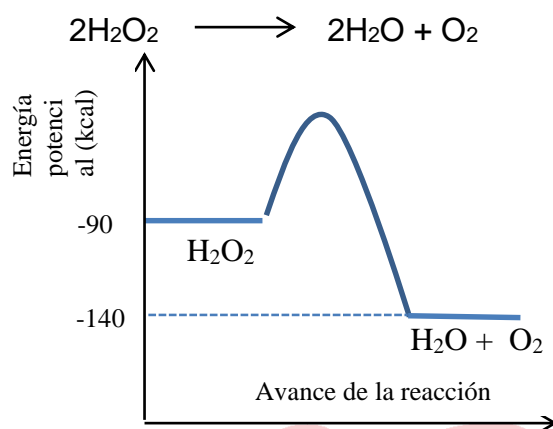
Para un volumen de matraz = 1L se tiene:

Tiempo (s)	0	40	80
[A] (mol/L)	0,1	0,064	0,045

$$V_{\text{RXN}} = -\frac{\Delta [A]}{\Delta t} = -\frac{(0,064-0,1)\text{M}}{(40-0)\text{s}} = 9,0 \times 10^{-4} \text{ M s}^{-1}$$

**Rpta.: C**

4. La descomposición del peróxido de hidrogeno,  $\text{H}_2\text{O}_2$ , a temperatura ambiente, es tan lenta que no se percibe a simple vista. Según la ecuación y los datos mostrados en la gráfica marque la alternativa correcta.



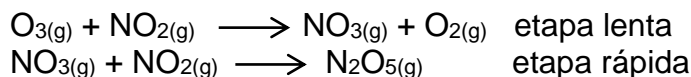
- A) La energía de los reactantes es menor que la de los productos.  
 B) El calor de la reacción ( $\Delta H_{\text{RXN}}$ ) es 50 kcal.  
 C) Al agregar gránulos de  $\text{MnO}_2$  (catalizador) el calor de la reacción disminuye.  
 D) Al invertir la reacción la energía de activación ( $E_a$ ) es la misma.  
 E) El sistema cede energía a los alrededores.

**Solución:**

- A) **INCORRECTA:** La energía de los reactantes es mayor que la de los productos.  
 B) **INCORRECTA:** Calculando:  $\Delta H_{\text{RXN}} = H_{\text{PROD}} - H_{\text{REAC}} = (-140) - (-90) = -50$  kcal.  
 C) **INCORRECTA:** Si se agrega un catalizador el calor de la reacción sigue siendo el mismo. Lo que hace un catalizador es disminuir la energía de activación proporcionando un mecanismo diferente para la reacción.  
 D) **INCORRECTA:** La energía de activación en la reacción inversa es mayor porque necesita absorber mayor energía para llegar al complejo activado.  
 E) **CORRECTA:** El grafico mostrado indica el perfil de una reacción exotérmica, por lo tanto, hay pérdida neta de energía, por lo que el sistema cede energía a los alrededores.

**Rpta.: E**

5. El ozono reacciona con el dióxido de nitrógeno para producir pentóxido de dinitrógeno y oxígeno, y se cree que la reacción ocurre en dos etapas:



De acuerdo a la información dada, indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto de las siguientes proposiciones.

- I. Se trata de una reacción elemental y de tercer orden global.  
 II. El  $\text{NO}_3$  actúa como catalizador en la reacción.  
 III. Para  $k = 3 \times 10^{-4} \text{ M}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ,  $[\text{O}_3] = 0,25 \text{ M}$  y  $[\text{NO}_2] = 0,08 \text{ M}$ , la velocidad de reacción es  $6,2 \times 10^{-6} \text{ Ms}^{-1}$

- A) FVF      B) FFV      C) FVV      D) VVF      E) VVV

**Solución:**

- I. **FALSO:** Se trata de una reacción compleja puesto que se desarrolla en más de una etapa. Además, como su cinética está determinada por la etapa más lenta, su ley de velocidad es:  $V_{RXN} = k[O_3][NO_2]$ , por lo tanto, se trata de una reacción de segundo orden global.
- II. **FALSO:** El  $NO_3$  no es un catalizador, es una **sustancia intermediaria** puesto que ésta se forma en la primera etapa y luego se consume en la siguiente, por lo que no aparece en la reacción global.
- III. **VERDADERO:** Reemplazando los datos en la ley de velocidad se tiene:

$$V_{RXN} = (3 \times 10^{-4} \text{ M}^{-1} \text{ s}^{-1}) (0,25 \text{ M})(0,08 \text{ M}) = 6,0 \times 10^{-6} \text{ Ms}^{-1}$$

**Rpta.: B**

6. Una reacción química puede alcanzar un estado en el cual los procesos directo e inverso se lleven a cabo a la misma velocidad. Esta condición se denomina **equilibrio químico**, como por ejemplo lo que sucede en la reacción reversible:  $H_{2(g)} + I_{2(g)} \rightleftharpoons 2HI_{(g)}$ . Respecto a esta condición alcanzada es **INCORRECTO** afirmar que:

- A) Las propiedades del sistema permanecen constantes.  
 B) Se forma una mezcla gaseosa de todos los reactantes y productos.  
 C) A nivel molecular el equilibrio es estático.  
 D) Se trata de un equilibrio homogéneo.  
 E) Las constantes  $K_c$  y  $K_p$  presentan el mismo valor.

**Solución:**

- A) **CORRECTO:** Cuando una reacción química reversible alcanza el equilibrio, las propiedades del sistema como concentración, presión, densidad, color, etc. permanecen constantes al pasar el tiempo.
- B) **CORRECTO:** Dado que el ejemplo mostrado, se trata una reacción reversible, al alcanzar el equilibrio, se forma una mezcla gaseosa constituida por  $H_{2(g)}$ ,  $I_{2(g)}$  y  $HI_{(g)}$ .
- C) **INCORRECTO:** A nivel molecular el equilibrio es **dinámico** porque las reacciones directa e inversa se siguen desarrollando.
- D) **CORRECTO:** Todas las sustancias involucradas en la reacción se encuentran en la misma fase, por lo tanto, se trata de un equilibrio homogéneo.
- E) **CORRECTO:** En la reacción:  $H_{2(g)} + I_{2(g)} \rightleftharpoons 2HI_{(g)}$ ,  $\Delta n (\text{gases}) = 2 - (1 + 1) = 0$  reemplazando en la ecuación :

$$K_p = K_c(RT)^{\Delta n}$$

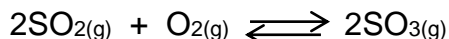
$$K_p = K_c(RT)^0$$

$$K_p = K_c$$

**Rpta.: C**



7. El proceso que forma  $\text{SO}_3$  a partir de  $\text{SO}_2$  y  $\text{O}_2$  es un proceso intermedio en la producción del ácido sulfúrico y también es responsable del fenómeno de la lluvia ácida.



Calcular  $K_p$ , en  $\text{atm}^{-1}$ , si la composición volumétrica de la mezcla en el equilibrio es  $\text{SO}_2 = 30\%$ ,  $\text{O}_2 = 20\%$  y  $\text{SO}_3 = 50\%$ , además, la presión total de la mezcla es igual a 2 atm.

- A) 6,94      B) 3,47      C) 0,14      D) 2,31      E) 5,94

**Solución:**

En una mezcla de gases, se cumple que:  $x_i = \%V / 100$ , además,  $p_i = x_i P_T$ , donde:  $x_i$  = fracción molar de un gas 'i' componente, entonces, para  $P_T = 2\text{atm}$  en el estado de equilibrio se tiene:

•  $x_{\text{SO}_2} = 0,3$  ;  $p_{\text{SO}_2} = (0,3)(2\text{atm}) = 0,6 \text{ atm}$

•  $x_{\text{O}_2} = 0,2$  ;  $p_{\text{O}_2} = (0,2)(2\text{atm}) = 0,4 \text{ atm}$

•  $x_{\text{SO}_3} = 0,5$  ;  $p_{\text{SO}_3} = (0,5)(2\text{atm}) = 1,0 \text{ atm}$

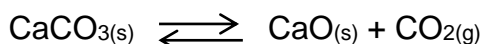
Finalmente, reemplazando en la constante  $K_p$

$$K_p = \frac{(p_{\text{SO}_3})^2}{(p_{\text{SO}_2})^2 (p_{\text{O}_2})^1} = \frac{(1,0\text{atm})^2}{(0,6\text{atm})^2 (0,4\text{atm})^1} = 6,94 \text{ atm}^{-1}$$

Rpta.: A

8. El carbonato de calcio, entre muchas otras aplicaciones, también puede ser utilizado en la elaboración del papel pues le confiere brillo y capacidad para absorber mejor la tinta.

Se considera la disociación de la sal a  $527^\circ\text{C}$ :



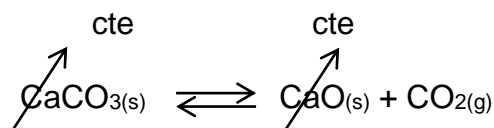
Si se sabe que en el estado de equilibrio la constante  $K_p$  es 0,16 atm. Calcule la presión parcial, en atm, del  $\text{CO}_2$  y la constante  $K_c$  de la reacción.

**Dato:**  $R = 0,082 \text{ L.atm/mol.K}$

- A) 0,16 ;  $2,44 \times 10^{-4} \text{ M}$       B) 0,30 ;  $3,21 \times 10^{-4} \text{ M}$       C) 0,15 ;  $2,44 \times 10^{-2} \text{ M}$   
D) 0,15 ;  $1,52 \times 10^{-3} \text{ M}$       E) 0,16 ;  $2,44 \times 10^{-3} \text{ M}$

**Solución:**

La ecuación dada, representa a un equilibrio heterogéneo donde las concentraciones de los sólidos puros son constantes



por lo tanto, no aparecen en la expresión de la constante de equilibrio, de tal manera que

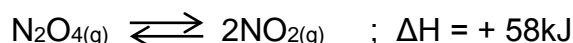
$$K_p = p_{\text{CO}_2} = 0,16 \text{ atm}$$

Ahora, para calcular la constante  $K_c$  utilizamos la expresión  $K_p = K_c(RT)^{\Delta n}$ . Con los valores:  $R = 0,082$ ,  $T = 527 + 273 = 800K$  y  $\Delta n = 1$ , reemplazamos:

$$0,16 \text{ atm} = K_c (0,082 \text{ L.atm /mol.K}) (800K)^1$$
$$K_c = 2,44 \times 10^{-3} \text{ mol/L}$$

Rpta.: E

9. El  $N_2O_4$  es un gas incoloro mientras que el  $NO_2$  presenta un color café oscuro que se hace notorio en el aire contaminado. Una ampolla de vidrio sellada contiene una mezcla de estos gases en equilibrio de acuerdo a la reacción



Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. Al refrigerar la ampolla se intensifica el color café.
- II. Adicionando  $N_2O_4$  se favorece la reacción directa.
- III. Al aumentar el volumen del sistema la reacción se desplaza hacia la izquierda.

A) VVV      B) FFV      C) FVV      D) VFV      E) FVF

**Solución:**

Se trata de una reacción endotérmica (consume calor)

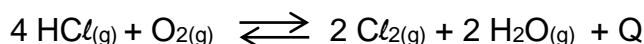


Por lo tanto:

- I. **FALSO:** Al refrigerar la ampolla, se está disminuyendo la temperatura, por lo que el sistema responde generando calor, desplazándose el equilibrio hacia la izquierda, con lo que se **disipa el color café de la mezcla**.
- II. **VERDADERO:** Adicionando  $N_2O_4$ , se está incrementando la concentración de este gas, por lo que el sistema responde direccionando el equilibrio hacia la derecha, **favoreciendo la reacción directa**, logrando de este modo consumir el  $N_2O_4$ .
- III. **FALSO:** Al aumentar el volumen del sistema estamos disminuyendo la presión de la mezcla, eso hace que el sistema responda con un aumento en la presión, por consiguiente, un aumento en la producción de moles, obligando al equilibrio a **desplazarse hacia la derecha**.

Rpta.: E

10. El cloro diatómico es un gas de olor picante, de color amarillo verdoso y casi tres veces más denso que el aire. Se puede obtener mediante la reacción en el equilibrio:



¿Qué acción producirá un aumento en la presión parcial del cloro?

- A) Retirando parcialmente el HCl.
- B) Incrementando la temperatura.
- C) Agregando hierro como catalizador.
- D) Comprimiendo el recipiente de reacción.
- E) Aumentando el vapor de agua.

**Solución:**

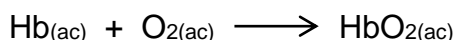
Aumentar la presión parcial del  $\text{Cl}_2$  significa que debe producirse más moléculas de este gas, por lo tanto, se necesita que la reacción **se desplace hacia la derecha**. Analizando las acciones realizadas sobre el sistema mediante el principio de Le Chatelier:

- A) Al retirar parcialmente el  $\text{HCl}$ , se está disminuyendo la concentración del mismo gas, esto ocasiona que el sistema responda de forma contraria, es decir, favoreciendo la formación del  $\text{HCl}$ , con lo que la reacción debe **desplazarse hacia la izquierda**.
- B) Al incrementar la temperatura, el sistema responde de tal manera que se consume calor, para ello el equilibrio se **desplaza hacia la izquierda**, puesto que se trata de un proceso endotérmico en la reacción inversa.
- C) Se sabe que un catalizador aumenta la velocidad de una reacción química. Para un sistema en equilibrio, dicha sustancia aumenta las velocidades tanto de la reacción directa como de la inversa. Resultado: un catalizador aumenta la velocidad con la que se alcanza el equilibrio, pero **no modifica la composición de la mezcla de equilibrio**.
- D) Un aumento en la presión del sistema, favorece la reacción neta donde se disminuya el número total de moles de gases, para ello el **equilibrio se desplaza hacia la derecha**, logrando de esta manera, formar más moléculas de  $\text{Cl}_2$  y por lo tanto, **mayor presión parcial de  $\text{Cl}_2$** .
- E) Para contrarrestar la adición del vapor de agua, el sistema responderá haciendo reaccionar dicho vapor con cloro gaseoso, con lo que el equilibrio debe **desplazarse hacia la izquierda**.

Rpta.: D

**EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO**

1. Para llevar a cabo las funciones metabólicas el dioxígeno se une a la hemoglobina ( $\text{Hb}$ ) para formar la oxihemoglobina ( $\text{HbO}_2$ ) de acuerdo a la reacción:



donde la constante de velocidad de segundo orden es  $2,0 \times 10^6 \text{ M}^{-1}\text{s}^{-1}$  a  $37^\circ\text{C}$ .

Para un adulto promedio, las concentraciones de  $\text{Hb}$  y  $\text{O}_2$  en la sangre son  $8,0 \times 10^{-6} \text{ M}$  y  $1,5 \times 10^{-6} \text{ M}$ , respectivamente. De acuerdo a esta información calcular:

- La velocidad de formación de la oxihemoglobina.
  - La concentración del  $\text{O}_2$  requerido durante un ejercicio moderado si la velocidad de formación de la oxihemoglobina se incrementa a  $4,8 \times 10^{-5} \text{ Ms}^{-1}$
- (Asumir la temperatura corporal y la concentración de la  $\text{Hb}$  constantes)

- A)  $2,4 \times 10^{-6} \text{ M.s}^{-1}$  ;  $3,0 \times 10^{-6} \text{ M}$   
C)  $9,6 \times 10^{-6} \text{ M.s}^{-1}$  ;  $3,0 \times 10^{-5} \text{ M}$   
E)  $2,4 \times 10^{-4} \text{ M.s}^{-1}$  ;  $1,5 \times 10^{-6} \text{ M}$

- B)  $4,8 \times 10^{-6} \text{ M.s}^{-1}$  ;  $4,5 \times 10^{-6} \text{ M}$   
D)  **$2,4 \times 10^{-5} \text{ M.s}^{-1}$  ;  $3,0 \times 10^{-6} \text{ M}$**

**Solución:****- Cálculo de la velocidad de formación de la  $\text{HbO}_2$ :**

Se trata de una reacción elemental puesto que la molecularidad de la reacción coincide con el orden dado como dato, por lo tanto, la ley de velocidad será:

$V_{\text{RXN}} = K [\text{Hb}] [\text{O}_2]$ , reemplazando los datos:

$$V_{\text{RXN}} = (2,0 \times 10^6 \text{ M}^{-1}\text{s}^{-1})(8,0 \times 10^{-6} \text{ M})(1,5 \times 10^{-6} \text{ M})$$

$$V_{\text{RXN}} = 2,4 \times 10^{-5} \text{ Ms}^{-1}$$

**- Cálculo de la concentración de  $\text{O}_2$ :**

Según el dato: si se asume que la temperatura corporal es constante, se tendrá el mismo valor de  $K$  y además  $[\text{Hb}]$  no cambia.

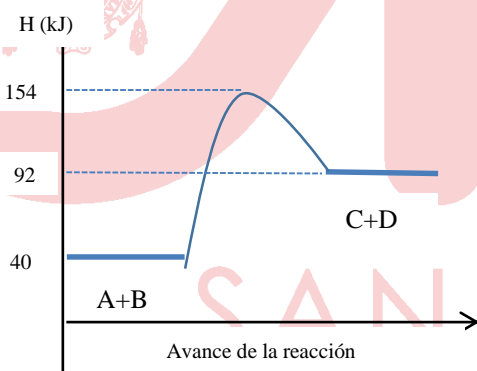
Para la nueva  $V_{\text{RXN}} = 4,8 \times 10^{-5} \text{ Ms}^{-1}$  se tiene:

$$4,8 \times 10^{-5} \text{ Ms}^{-1} = (2,0 \times 10^6 \text{ M}^{-1}\text{s}^{-1})(8,0 \times 10^{-6} \text{ M}) [\text{O}_2]$$

$$[\text{O}_2] = 3,0 \times 10^{-6} \text{ M}$$

**Rpta.: D**

2. El cambio de entalpía que acompaña a una reacción química se conoce como **entalpía de la reacción** o simplemente **calor de la reacción** ( $\Delta H_{\text{RXN}}$ ) y representa la diferencia energética entre los reactantes y los productos.  
Con respecto a la gráfica mostrada, identifique la alternativa correcta.



- A) El calor de la reacción es  $-52 \text{ kJ}$ .  
 B) Para alcanzar el complejo activado, A+B deben absorber  $62 \text{ kJ}$ .  
 C) Se trata de un proceso endotérmico en ambos sentidos de la reacción.  
 D) Al agregar un inhibidor, los reactantes requieren menos energía para colisionar.  
**E) La energía de los productos es menor que la del complejo activado.**

**Solución:**

- A) **INCORRECTA:** La entalpía de la reacción es:

$$\Delta H_{\text{RXN}} = H_{\text{PROD}} - H_{\text{REAC}} = (92) - (40) = +52 \text{ kJ}.$$

- B) **INCORRECTA:** Para alcanzar el complejo activado los reactantes deben absorber:  $154 - 40 = 114 \text{ kJ}$ .

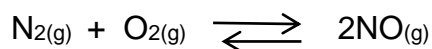
- C) **INCORRECTA:** El proceso solo es endotérmico en la reacción directa.

D) **INCORRECTA:** Al agregar un inhibidor los reactantes requieren más energía para colisionar.

E) **CORRECTA:** Los productos presentan menor energía que el complejo activado.

Rpta.: E

3. A temperaturas elevadas, como las alcanzadas en los motores de combustión interna, el  $N_2$  y el  $O_2$  reaccionan entre sí como sucede en la siguiente reacción en equilibrio



Calcular  $K_c$  si las masas del  $N_2$ ,  $O_2$  y  $NO$  son respectivamente 112 g, 32 g y 240 g, además se sabe que el recipiente del sistema posee un volumen de 4L.

**Datos:**  $M$  (g/mol):  $N = 14$  ;  $O = 16$

- A) 12      B) 15      C) 50      D) 16      E) 24

**Solución:**

	m	n	[ ]
$N_2$	112g	4moles	1M
$O_2$	32g	1mol	0,25 M
$NO$	240g	8moles	2 M

$V = 4L$

$$K_c = \frac{[NO]^2}{[N_2]^1 [O_2]^1} = \frac{(2M)^2}{(1M)^1 (0,25M)^1} = 16$$

Rpta.: D

## Biología

### EJERCICIOS DE CLASE N° 11

1. Un monje austríaco, Gregor Mendel, desarrolló los principios fundamentales de la ciencia hoy conocida como genética. Mendel demostró que la información de las características heredables es llevada en unidades discretas que se heredan por separado en cada generación. A estas unidades discretas, Mendel las denominó

- A) genes.      B) alelos.      C) cromosomas.  
D) factores.      E) gametos.

**Solución:**

Mendel determinó que las características heredables se deben a unidades discretas que se encuentran por separado en cada generación, y que son los gametos los encargados de transportar estas unidades. A estas unidades de la herencia, Mendel las denominó factores, lo que hoy conocemos como genes.

Rpta.: D

2. Mendel da a conocer los resultados de sus experimentos en 1865. ¿Cuál de los siguientes eventos ya había ocurrido por aquel entonces?

A) El descubrimiento de los ácidos nucleicos  
B) El establecimiento la teoría cromosómica de la herencia  
C) La publicación de *El Origen de las especies* de Darwin  
D) La determinación del número de cromosomas de los humanos  
E) El conocimiento de la existencia de la cromatina

**Solución:**

El 24 de noviembre de 1859 se publica *El Origen de las especies* de Darwin que presentaba la selección natural como mecanismo de transmisión de ciertos caracteres.

**Rpta.: C**

3. La vaina inflada en *Pisum sativum* es un rasgo dominante. Si dos híbridos se cruzan entre si, ¿qué porcentaje de la descendencia se esperaría que fuesen heterocigotos?

A) 100%      B) 50%      C) 0%      D) 25%      E) 75%

**Solución:**

Si I: inflada y i: constreñida.

Sea el cruce: Ii x Ii

Descendencia: II, Ii, Ii, ii → 50% serán heterocigotos.

**Rpta.: B**

4. El lóbulo de la oreja libre es un rasgo que se debe a un gen recesivo; la polidactilia se caracteriza por los dedos extranumerarios en las manos y/o pies que se debe a un gen dominante. Si dos individuos que son heterocigotos para ambas características se casan ¿cuál es la probabilidad que la descendencia presente dichas características?

A) 1/2      B) 3/16      C) 9/16      D) 1/4      E) 1/16

**Solución:**

Sea A: polidactilia y b: lóbulo libre

Entonces: AaBb X AaBb

Se esperaría en la descendencia los siguientes fenotipos:

Polidactilia con lóbulo adherido (A\_B\_) : 9/16

Polidactilia con lóbulo libre (A\_bb) : 3/16

Dedos normales con lóbulo adherido (aaB\_): 3/16

Dedos normales con lóbulo libre (aabb) : 1/16

**Rpta.: B**

5. En ciertas aves el plumaje gris se debe a un gen autosómico dominante y el amarillo al recesivo, las plumas largas son debidas a un gen dominante siendo el plumaje corto el recesivo. Al cruzar machos dobles heterocigotos con hembras de color amarillo y corto, y se obtienen 400 descendientes ¿cuántos deberían presentar el fenotipo de la madre?

A) 200      B) 400      C) 0      D) 100      E) 300



**Solución:**

Sea A: gris, a: amarillo; B: plumas largas, b: plumas cortas

Entonces : AaBb X aabb

Descendencia: AaBb → 100

Aabb → 100

aaBb → 100

aabb → 100

**Rpta.: D**

6. Una planta de *Pisum sativum* presenta como características semilla verde, lisa y de vaina amarilla. Teniendo en cuenta el mismo orden de genes, ¿a qué genotipos podría corresponder?

- i) vvllaa
- ii) vvLlAa
- iii) VvLlAa
- iv) vvLLaa
- v) VVLLAA
- vi) VvLLaa

A) iii y v

B) ii y iv

C) i

D) iii y vi

E) v

**Solución:**

El color verde de semilla se debe a un gen recesivo, la textura lisa a un dominante y el color amarillo de la vaina a un recesivo. Entonces, los posibles genotipos son: vvLLaa y vvLlAa.

**Rpta.: B**

7. Si se realiza una cruce de prueba a una planta de *Pisum sativum* de flor púrpura, y se obtiene en la descendencia 65 plantas de flor púrpura y 63 de flor blanca, esto significa que dicha planta es

A) de línea pura.

B) recesiva.

C) heterocigota.

D) homocigota dominante.

E) codominante.

**Solución:**

Si **A**: flor púrpura y **a**: flor blanca.

El cruzamiento sería:

Aa x aa → 50% Aa y 50% aa

**Rpta.: C**

8. Mendel murió sin recibir ningún reconocimiento por sus descubrimientos. En 1900 sus trabajos volvieron a salir a la luz, gracias al “redescubrimiento” de los mismos por parte de

A) Morgan, De Vries, Correns

B) Lamarck, Darwin y De Vries

C) Schleiden, Correns y Virchow

D) De Vries, Correns y Von Tschermack

E) Morgan, Virchow y De Vries



**Solución:**

En 1900, el trabajo de Mendel fue redescubierto por tres científicos europeos, el holandés Hugo De Vries, el alemán Carl Correns, y el austríaco Erich von Tschermak, por separado, llegaron a las mismas conclusiones que él.

**Rpta.: D**

9. Una de las novedades que utiliza Mendel, para la época, es el uso de \_\_\_\_\_ para analizar sus resultados.

A) la estadística  
 B) las leyes físicas  
 C) los cruzamientos recíprocos  
 D) la polinización artificial  
 E) los principios evolutivos

**Solución:**

El trabajo de Mendel también tiene reconocimiento por los aspectos epistemológicos y metodológicos de su investigación. El reconocimiento de la importancia de una experimentación rigurosa y sistemática, y la expresión de los resultados observacionales en forma cuantitativa mediante el recurso a la estadística ponían de manifiesto una postura epistemológica totalmente novedosa para la biología de la época.

**Rpta.: A**

10. En un cruce de dos plantas de arveja que presentan líneas puras distintas para la longitud del tallo, se tiene que la F1 presenta 2000 plantas. ¿Cuántas de ellas presentan el rasgo recesivo?

A) 0                      B) 2000                      C) 1500                      D) 1000                      E) 500

**Solución:**

En arvejas, el tallo largo es un rasgo dominante y el tallo corto es un rasgo recesivo. Entonces:

Tallo largo (TT) x

Tallo corto (tt)

Se tiene que:

GAMETOS	t	t
T	Tt	Tt
T	Tt	Tt

Genotipo: 100% Tt (Heterocigoto)

Fenotipo: 100% tallo largo; 0% tallo corto

**Rpta.: A**

11. Se cruzan plantas de flores rosadas de “dogo”, y se obtienen 600 descendientes. ¿Cuántos se esperarían que fuesen de color blanco?

A) 600                      B) 0                      C) 300                      D) 450                      E) 150

**Solución:**

En el color de la flor del “dogo” se presenta la dominancia incompleta, siendo el fenotipo intermedio el color rosado. Entonces:

$C^R C^B \times C^R C^B \rightarrow 25\% C^R C^R; 50\% C^R C^B, 25\% C^B C^B$

Si 600 es el 100%, 25% = 150

**Rpta.: E**

12. El albinismo se caracteriza por la falta de pigmentación en la piel (ausencia de melanina), y se debe a un gen recesivo. Una persona de grupo MN y heterocigota para el albinismo se casa con una persona también de grupo MN pero albina. ¿Cuál es la probabilidad que la descendencia sea de grupo MN y de pigmentación normal?

A) 50%      B) 0%      C) 100%      D) 25%      E) 75%

**Solución:**

Sea A: pigmentación normal y a: albinismo

Entonces:



Gametos:

		$L^M L^M aa$ (12.5%)						$L^M L^N aa$ (12.5%)	
		$L^M A$	$L^M a$	$L^N A$	$L^N a$			$L^M L^N Aa$	$L^M L^N aa$
$L^M a$		$L^M L^M Aa$		$a$	$L^M L^M aa$			$L^M L^N Aa$ (12.5%)	
					$L^M L^N Aa$ (12.5%)				
					$L^N L^N Aa$ (12.5%)				
$L^N a$		$L^M L^N Aa$	$L^M L^N aa$	$L^N L^N Aa$	$L^N L^N aa$			$L^M L^N Aa$ (12.5%)	
					$L^N L^N aa$ (12.5%)				
$L^M L^M Aa$	MM pigmentación normal							12.5%	
$L^M L^M aa$	MM albino							12.5%	
$L^M L^N Aa$	MN pigmentación normal							25.0%	
$L^M L^N aa$	MN albino							25.0%	
$L^N L^N Aa$	NN pigmentación normal							12.5%	
$L^N L^N aa$	NN albino							12.5%	

El 25% son de grupo MN y de pigmentación normal.

**Rpta.: D**

13. ¿Cuál de las siguientes alternativas no se presenta en el sistema sanguíneo ABO?

A) Alelismo múltiple      B) Codominancia  
C) Herencia autosómica      D) Dominancia completa  
E) Herencia intermedia

**Solución:**

En el sistema sanguíneo ABO participan tres alelos (alelismo múltiple); uno de los alelos es recesivo (dominancia completa); dos alelos son codominantes ( $I^A$  e  $I^B$ ), y estos alelos son autosómicos. No hay herencia intermedia.

**Rpta.: E**

14. Una mujer de grupo sanguíneo AB se casa con un varón de grupo sanguíneo B pero heterocigoto ¿Cuál es la probabilidad que la descendencia presente grupo B?

A) 0%      B) 100%      C) 50%      D) 75%      E) 25%

**Solución:**



**Rpta.: C**

- 15.** Cuando los alelos de un gen son responsables de la generación de dos productos génicos diferentes y ocurre la expresión completa de ambos alelos en la forma heterocigoto, nos referimos a
- A) alelos múltiples.  
C) codominancia.  
E) dominancia incompleta.
- B) herencia intermedia.  
D) hibridismo.

**Solución:**

La codominancia ocurre cuando los alelos de un gen son responsables de la generación de dos productos génicos diferentes y ocurre la expresión completa de ambos alelos en el heterocigoto.

**Rpta.: C**