



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

CENTRO PREUNIVERSITARIO

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS DE CLASE N° 9

1. Para el siguiente juego, se utiliza una ficha y un dado normal. El juego consiste en que si al lanzar el dado se obtiene un número par de puntos, la ficha avanza tantas casillas como la mitad del puntaje obtenido; pero si sale un número impar, la ficha avanza el doble. Si Mariano lanzó el dado cuatro veces y obtuvo los siguientes resultados: 2, k, 5, y 6 puntos, y luego de avanzar llegó al casillero 21, ¿cuál es el valor de k?

- A) 2 B) 5
C) 1 D) 6
E) 3

Inicio

CASILLA 1



Solución:

1) Veamos: En total avanzó 20 casillas, esto es

Obtuvo 2, avanzo 1 casilla

Obtuvo 5, avanzo 10 casillas

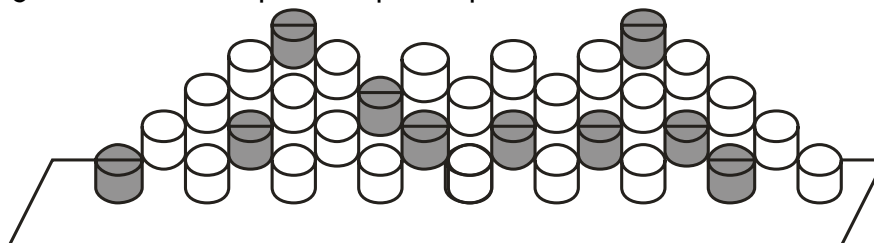
Obtuvo 6, avanzo 3 casillas,

Luego, con k puntos debe avanzar 6 puntos, luego $k=3$

2) Por tanto el valor de $k=3$

Rpta.: E

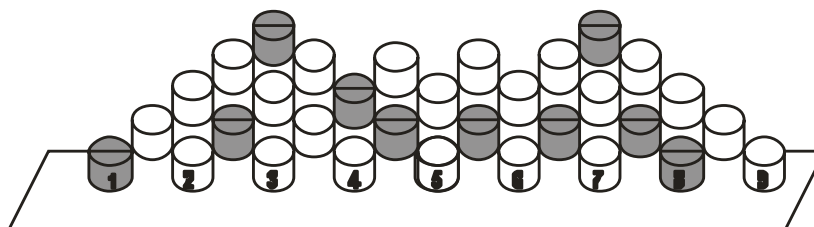
2. Cierta juego consiste en derribar latas con una pelota, las latas están apiladas como se indica en la figura. Por cada lata derribada se obtiene S/. 10 de premio. Si ocurre que la lata en la que impacta la pelota, y todas las que dependen de dicha lata son derribadas, ¿cuál es máximo premio que se puede obtener haciendo un solo disparo?



- A) 90 B) 100 C) 80 D) 120 E) 110

Solución:

1) Colocando números en las latas de base:



2) Observando la figura tenemos:

Si lanzamos en la lata 5, caen 5 latas

Si lanzamos en la lata 7, caen 2 latas

Si lanzamos en la lata 1, 2, y 8 cae 1 lata

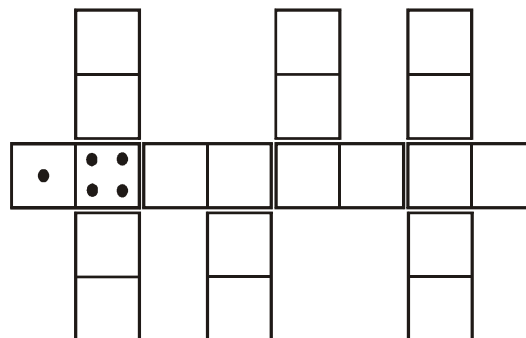
3) Entonces el dinero máximo ganado por Manuel será: 100

4) Por tanto Manuel gana como máximo 100 soles.

Rpta.: B

3. Siguiendo las reglas del juego de dominó, diez fichas diferentes de un juego completo deben ser colocadas como se muestra en la figura. ¿Cuál es el menor valor posible de la suma de puntos de las 10 fichas?

- A) 35 B) 32
C) 34 D) 33
E) 31



Solución:

1) Distribución de los puntos en las casillas:

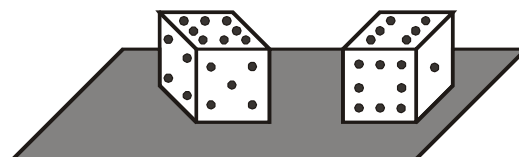
	0			1		1	
	4			2		0	
1	4	4	2	2	0	0	0
	4		2			0	
	3		2			3	

2) Por tanto menor valor de la suma: 35.

Rpta.: A

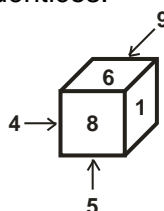
4. Sobre una mesa están dos dados idénticos no estándares de tal forma que los puntos de las caras en contacto con la mesa suman 14 puntos. Si en cada dado la cantidad de puntos por cara es distinta, ¿cuál es la suma mínima de los puntos de las caras que no se muestran en la figura?

- A) 36 B) 32
C) 34 D) 30
E) 35



Solución:

1) Números en las caras de los dados idénticos:



2) Por tanto la suma de los puntos de las caras no visibles en la fotografía:
 $(9+6+1)+(5+9+4)=34$.

Rpta.: C

5. Se tienen 10 fichas ordenadas en filas tal como se muestra en la figura. Un juego entre dos personas consiste en que cada una puede retirar, por turno, una o más fichas pero solo de la misma fila. Gana el juego el que se queda con la última ficha. ¿Cuál de las siguientes es la estrategia que debe seguir la persona que empieza el juego para, jugando adecuadamente, asegurarse ganar la partida?

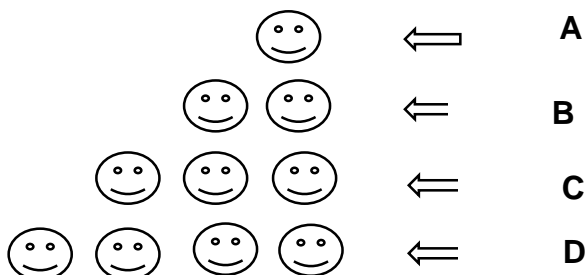
A) Retirar 1 ficha de fila C

B) Retirar 3 fichas de fila C

C) Retirar 2 fichas de fila D

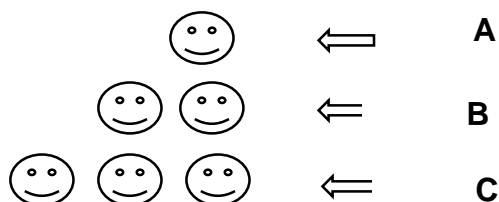
D) Retirar 4 fichas de fila D

E) Retirar 2 fichas de fila B



Solución:

Para ganar el primer jugador debe retirar las 4 fichas de la fila D



- I) Si el 2do jugador saca la ficha de A, el 1ero saca una ficha de C. Luego a cualquier jugada del 2do gana el 1ero.
 II) Si el 2do jugador saca una o dos fichas de B, el 1ero saca 3 o 2 fichas de C, respectivamente. Luego a cualquier jugada del 2do gana el 1ero.
 III) Si el 2do jugador saca 1, 2 o 3 de C; el 1ero saca una ficha de A, 2 fichas de B o 1 ficha de B, respectivamente y a continuación gana.

Rpta.: D

6. La siguiente figura está formada por nueve círculos. Colocar los números del 91 al 99 uno en cada círculo, sin repetir, tal que la suma sea la misma en cada grupo de tres círculos alineados. Hallar la suma máxima de los números colocados en los círculos sombreados.

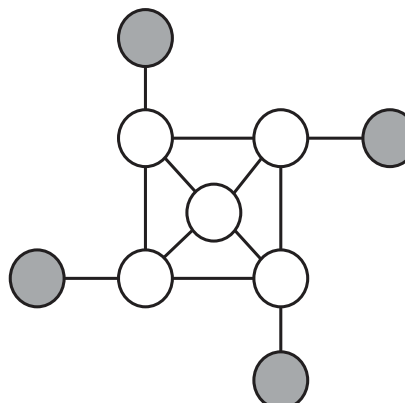
A) 375

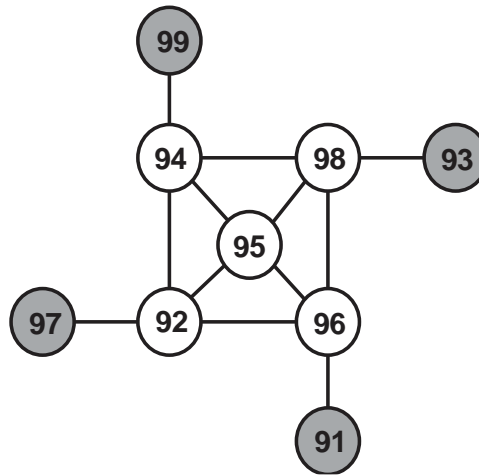
B) 378

C) 380

D) 384

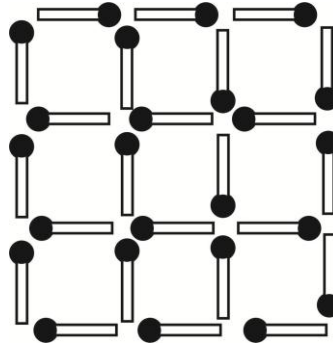
E) 388



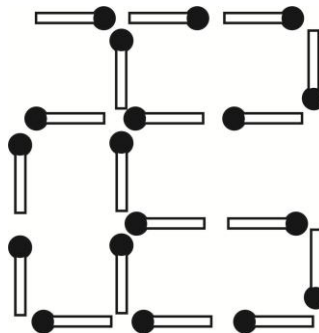
Solución:**Rpta.: C**

7. Se han dispuesto 24 cerillos idénticos como se indica en la figura; ¿cuántos cerillos como mínimo se deben retirar para que no se pueda visualizar ningún cuadrado?

- A) 6
B) 5
C) 4
D) 7
E) 8

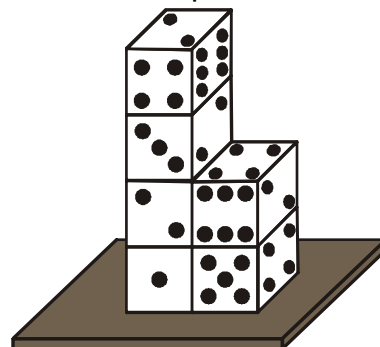
**Solución:**

En la figura se indican los cerillos que se han retirado, que en total son 6.

**Rpta.: A**

8. David forma una torre con seis dados normales sobre una mesa, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántos puntos como mínimo son visibles para él?

- A) 71 B) 80
C) 73 D) 65
E) 75



Solución:

Se sabe que la suma de lados opuestos de un dado común es 7.

Mínimo visible:

1ra fila: $[4+2+1+3+6]$

2da fila: $[4+5+3+2]$

3ra fila: $[2+5+1]+[1+6+4+2]$

4ta fila: $[1+6+2]+[5+2+4]$

Entonces el mínimo número de puntos visibles para Markito será 71.

Rpta.: A

9. Mario compró un artículo en S/. 350. ¿Qué precio debe fijar para su venta, de modo que haciendo un descuento del 30% aún obtenga como ganancia el 20% del precio de costo?

A) S/. 600 B) S/. 450 C) S/. 500 D) S/. 700 E) S/. 560

Solución:

Desde que: $P_L = P_V + D$... (i) ; D: descuento

Además: $P_V = P_c + G$... (ii) ; G: ganancia

Reemplazando (ii) en (i): $P_L = (P_c + G) + D$

$$\rightarrow P_L = (P_c + 20\%P_c) + 30\%P_L$$

$$\rightarrow 70\%P_L = 120\%P_c$$

$$\rightarrow 7P_L = 12P_c \text{ ... (iii)}$$

Dato: $P_c = 350$

Luego de (iii): $7P_L = 12(350)$

$$\rightarrow P_L = 600$$

$\therefore P_L = \text{S/. } 600.$

Rpta.: A

10. Si al precio de cierta tela se le rebaja en 12%, entonces con el dinero que tiene Luis puede comprar exactamente 9 metros más de tela. Si no se hace la rebaja, ¿cuántos metros de tela, como máximo, puede comprar Luis?

A) 50 B) 46 C) 52 D) 72 E) 44

Solución:

Si el precio inicial es 100% \leftrightarrow S/.100, se descuenta : 12% \leftrightarrow S/.12 el nuevo precio es 88% \leftrightarrow S/. 88

	-12	
Precio unitario	100	88
Longitud de tela (m)	n	n + 9

$$\text{Costo Total } 100 \times n = 88(n+9)$$

$$100n - 88n = 88 \times 9$$

$$12n = 88 \times 9$$

$$n = 66$$

Ahora puede comprar

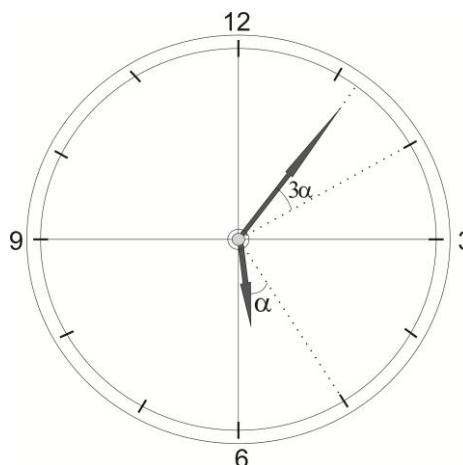
$$n + 6 = 66 + 6 = 72$$

∴ Luis podrá comprar: 72 m.

Rpta.: D

11. ¿Qué hora indica el reloj?

- A) 5 h: 6 min
- B) 5h: 8min
- C) 5h: 8min: 30s
- D) 5h: 7 min
- E) 5h: 7min: 30s



Solución

Asumiendo que son las 5: x entonces el ángulo barrido por el horario es $(x/2)^\circ$; debido a que es igual a la mitad de los minutos que han pasado desde la 5:00 y el ángulo barrido por el minuterero es $(6x)^\circ$ (seis veces el número de minutos que han pasado desde las 5:00) entonces

Del gráfico:

Para el horario: $\alpha = \frac{x}{2}$ (I)

Para el minuterero: $6x + 3\alpha = 60^\circ$

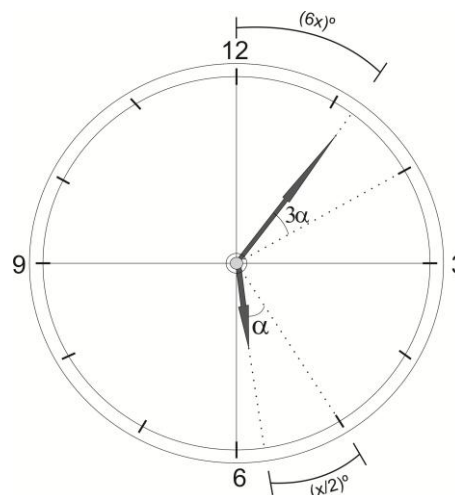
Simplificando: $2x + \alpha = 20^\circ$ (II)

Reemplazando (I) en (II):

$$2x + \frac{x}{2} = 20^\circ$$

$$x = 8$$

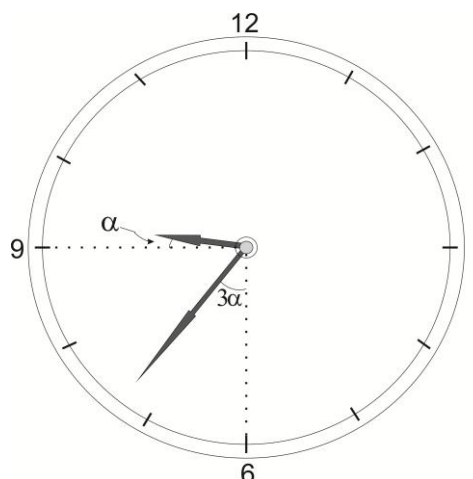
El reloj indica que son las 5:08



Rpta.: B

12. ¿Qué hora indica el reloj?

- A) 9h: 37min: 30s
- B) 9h: 36 min
- C) 9h: 38min
- D) 9h: 36min: 30s
- E) 9h: 37min



Solución

Asumiendo que son las 9: x

Del gráfico: $6x = 180^\circ + 2\alpha$ (I)

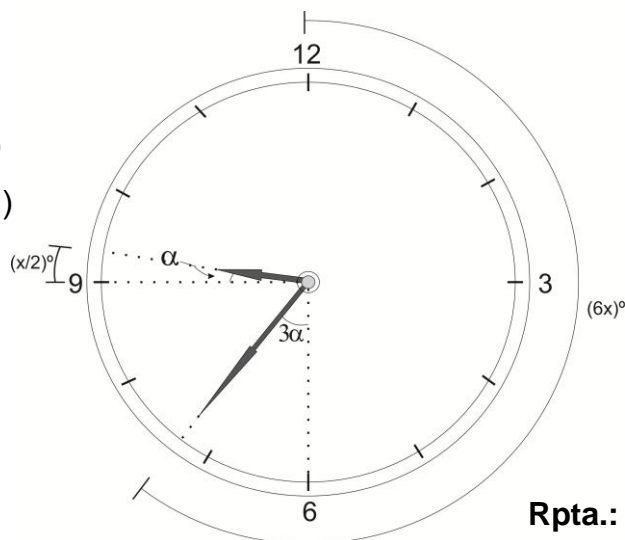
$$\alpha = \frac{x}{2} \text{ (II)}$$

Reemplazando (II) en (I):

$$6x = 180^\circ + 2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$x = 36$$

Son las 9:36



Rpta.: B

13. Anita dispone de varias piezas plásticas idénticas que tienen la forma de triángulos rectángulos, como se indica en la figura. Con dichas piezas desea construir un hexágono cuyos ángulos interiores sean congruentes; ¿cuál es el perímetro mínimo de dicho hexágono?

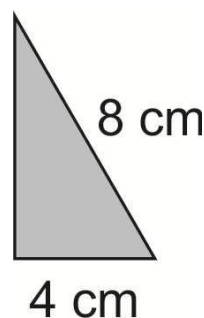
A) 40 cm

B) 48 cm

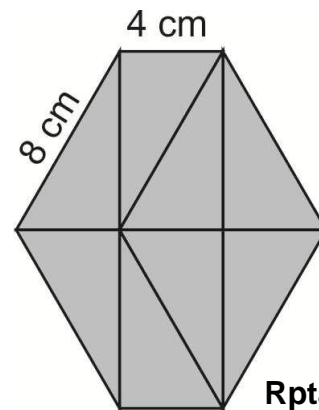
C) 60 cm

D) $24\sqrt{3}$ cm

E) $(24 + 8\sqrt{3})$ cm

**Solución:**

- Como los ángulos interiores del hexágono tienen la misma medida, cada uno de ellos ha de medir 120° .
- En la figura se indica la forma como se han de colocar las piezas triangulares para obtener dicho hexágono de perímetro mínimo.



Rpta.: A

14. Anita dispone de nueve piezas de madera con las cuales puede construir un cuadrado como se muestra en la figura. Si las piezas triangulares del mismo color son congruentes entre si, y las piezas blancas tienen la forma de un triángulo equilátero cuyo lado mide $2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ cm, halle el perímetro del cuadrado construido.

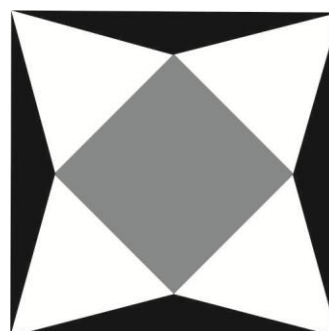
A) 16 cm

B) $12\sqrt{3}$ cm

C) $4\sqrt{6}$ cm

D) 24 cm

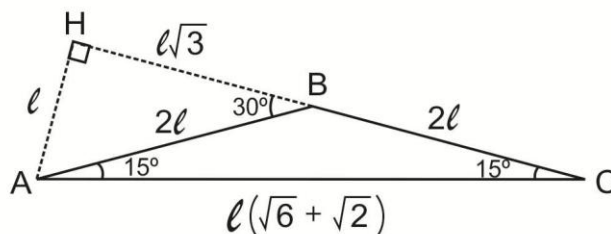
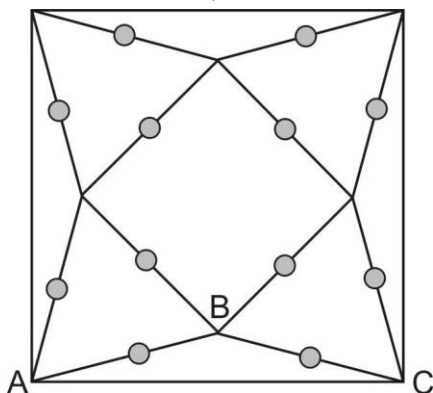
E) $8\sqrt{6}$ cm



Solución:

1. En el triángulo ABC: $AB=BC=2\ell = 2(\sqrt{6}-\sqrt{2})\ell \Rightarrow \ell = (\sqrt{6}-\sqrt{2})\ell$
2. En el triángulo rectángulo AHC: $AC = \ell(\sqrt{6}+\sqrt{2}) = (\sqrt{6}-\sqrt{2})\ell(\sqrt{6}+\sqrt{2}) = 4\ell$

Por lo tanto, Perímetro del cuadrado construido: 16 cm

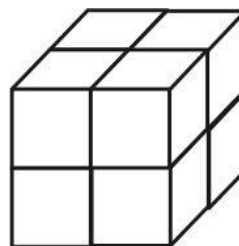


Rpta.: A

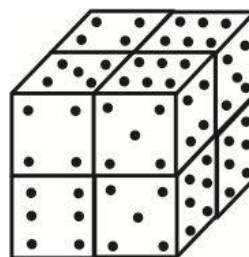
EJERCICIOS DE EVALUACIÓN Nº 9

1. Con ocho dados normales se quiere construir un cubo como el que se indica en la figura, de modo tal que las caras en contacto no tengan el mismo puntaje. ¿Cuál es el máximo puntaje que puede haber en la superficie de dicho cubo?

- A) 120 B) 124
C) 108 D) 148
E) 88

**Solución:**

1. Los dados es posible de ubicarlos como se indica en la figura.
2. Puntaje máx en la superficie del cubo: $8 \times (4+5+6) = 120$



Rpta.: A

2. Sobre una mesa están colocados separadamente cierta cantidad de dados, todos ellos tienen el mismo puntaje en la cara en contacto con la mesa. Si la diferencia del puntaje visible y no visible de todos los dados es 81, ¿cuántos dados como máximo pueden haber sobre la mesa?

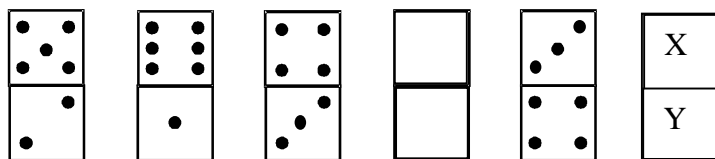
- A) 9 B) 7 C) 11 D) 8 E) 12

Solución:

Como los dados se colocan en la misma posición, basta analizar uno de ellos. Si buscamos la máxima cantidad de dados, entonces la diferencia entre las caras visibles y la cara no visible debe ser mínima es decir: $(14+1) - 6 = 9$. Y como esto pasará para cada dado, Belén necesita colocar 9 dados para que $9(9)=81$.

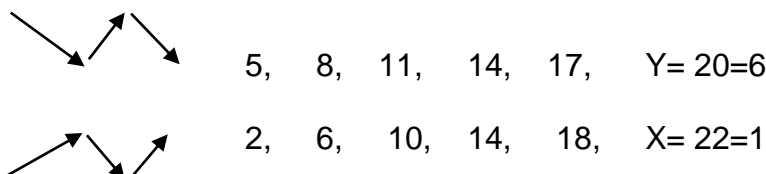
Rpta.: A

3. Calcule $x - y$ en la siguiente sucesión de fichas de dominó:



- A) 2 B) - 3 C) 5 D) 3 E) - 5

Solución:



Rpta.: E

4. Al lanzar cuatro dados normales, se ha obtenido, en las caras superiores, puntajes diferentes, tal que la suma de estos es 18. ¿Cuál es el máximo puntaje total que se tendrá en las caras opuestas de tres de estos dados?

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

Solución:

Para sumar 18, única posibilidad: $6 + 5 + 4 + 3 = 18$

Luego las caras opuestas serán: 1, 2, 3, 4

Puntaje máximo de tres dados: $2 + 3 + 4 = 9$

Rpta.: C

5. Si la longitud de un lado de un triángulo disminuye en 20% y la longitud de la altura relativa a dicho lado aumenta en 30%, entonces su área varía en $0,3 \text{ cm}^2$. Calcule la suma de las medidas del lado y altura mencionadas, si se sabe que son números enteros, en centímetros, diferentes de la unidad.

- A) 7 cm B) 8 cm C) 12 cm D) 9 cm E) 10 cm

Solución:

$$A_o = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_F = \frac{(80\% b) \times (130\% h)}{2} = 140\% \left(\frac{b \times h}{2} \right)$$

A_o

Entonces el área varía en:

$$4\% \left(\frac{b \times h}{2} \right) = 0.3$$

Dato

$$b \times h = 15$$



$$\begin{matrix} 5 & 3 \\ 3 & 5 \end{matrix}$$

Por lo tanto, la suma de las medidas de la base y la altura es 8 cm.

Rpta.: B

6. En una feria de libros se vende un libro en S/. 150, con una ganancia del 25% sobre el precio de costo. Si se ganó tanto como se descontó, ¿cuál fue el precio fijado, en soles, de dicho libro para la venta al público?

A) 180 B) 190 C) 185 D) 175 E) 130

Solución:

Si se ganó tanto como se descontó:

$$G = D_{cto} = 25\%P_C$$

Del dato:

$$P_V = P_C + G \qquad P_F = P_V + D_{cto}$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} 150 &= P_C + 25\%P_C & P_F &= 150 + 25\%P_C \\ 120 &= P_C & P_F &= 150 + 25\%(120) = 180 \end{aligned}$$

Rpta.: A

7. María sale de su casa cuando las manecillas del reloj están superpuestas entre las 8 y las 9 am; llega a su destino entre las 2 y 3 pm, cuando las manecillas del reloj forman un ángulo de 180 grados. ¿Qué tiempo estuvo María fuera de casa?

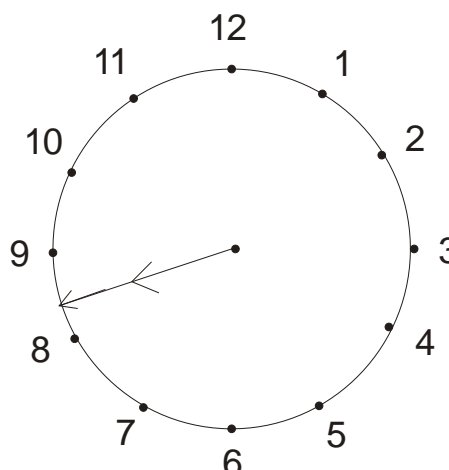
A) 7 h: 36 m B) 7 h: 05 m C) 7 h D) 6 h E) 6 h: 02 m

Solución:

Hora de salida:

$A^0 = 30H - (11/2) m$, entonces $(11/2) m = 240$,
entonces $m = 480/11$ mit

La hora que sale: 8hr $480/11$ mit



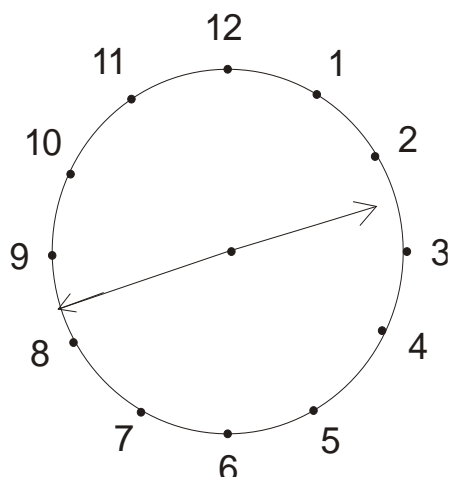
Hora de llegada

$A^0 = -30H + (11/2) m$;

Entonces $180 = 30H - (11/2) m$, $m = 480/11$

Luego llega 14hr $480/11$ mit

Por tanto: estuvo fuera durante 6hr.



Rpta.: D

8. A un reloj que se atrasa un minuto por hora, se le sincroniza con la hora exacta el miércoles 13 de julio a las 12 h. ¿Qué fecha y hora volverá a indicar nuevamente la hora exacta?

A) 11 de agosto: 12:00 h
C) 09 de agosto: 09:00 h
E) 11 de agosto: 14:00 h

B) 12 de agosto: 13:00 h
D) 10 de agosto: 10:00 h

Solución:

Para que un reloj vuelva a marcar la hora exacta se debe atrasar 12h.

$$\begin{aligned} 1 \text{ h} &\text{-----} 1 \text{ min} \\ x \text{ h} &\text{-----} 12 \text{ h} \Leftrightarrow 720 \text{ min} \\ \Rightarrow x &= 720 \text{ min} \Leftrightarrow 30 \text{ días} \end{aligned}$$

13 de julio.....(19 días).....31 julio, 1 agosto.....(11 días).....11 de agosto

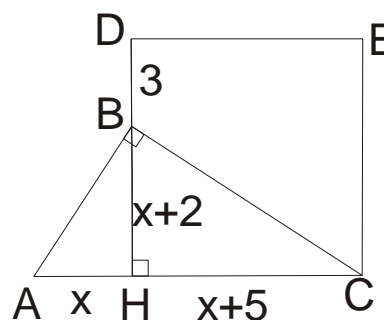
Rpta.: A

9. En un triángulo rectángulo (recto en B), se traza la altura \overline{BH} , luego se prolonga \overline{HB} hasta un punto D y se construye el cuadrado HDEC. Si $BH - AH = 2\text{cm}$ y $BD = 3\text{cm}$, calcule el perímetro del cuadrado.

A) 36 cm B) 40 cm C) 28 cm D) 38 cm E) 44 cm

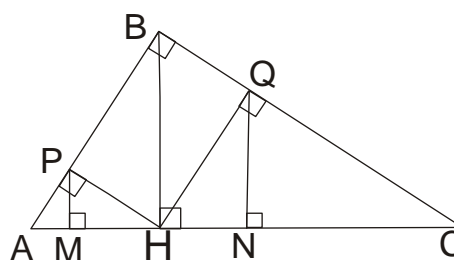
Solución:

- 1) Dato: $BH - AH = 2 \Rightarrow AH = x \wedge BH = x + 2$
- 2) Aplicando relaciones métricas en:
- 3) $\triangle ABC: (x + 2)^2 = x(x + 5) \Rightarrow x = 4$
- 4) $2P = 4(9) = 36\text{cm}$

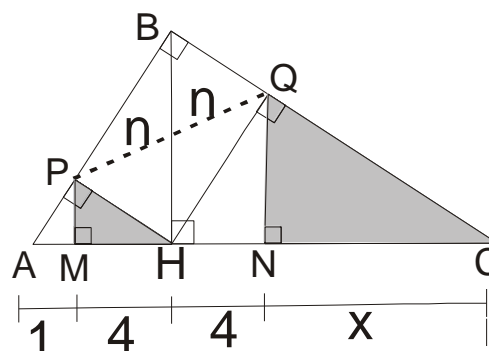
**Rpta.: A**

10. En la figura, $AM = 1\text{cm}$ y $MH = 4\text{cm}$. Calcule el valor de NC.

A) 16 cm
B) 15 cm
C) 18 cm
D) 14 cm
E) 12 cm

**Solución:**

- 1) Aplicando Relaciones métricas en: 2
- 2) $\triangle APH: PM = 2$
- 3) $\triangle HQC: QN = 2\sqrt{x}$
- 4) $\triangle PMH \sim \triangle QNC \Rightarrow \frac{2}{2\sqrt{x}} = \frac{4}{x}$
- 5) Se tiene que: $x = 16 \text{ cm}$

**Rpta.: A**

Hab. Verbal

SEMANA 9A

ACTIVIDADES

Determine el tipo de inferencia (deductiva o inductiva)

1. Pol Pot fue un dictador, tirano y desalmado. Stalin fue un dictador, tirano y desalmado. Pinochet fue un dictador. Por lo tanto, Pinochet fue tirano y desalmado.

.....
Solución: Inductiva.

2. O un riñón presenta anomalías morfológicas en los vasos rectos, o el funcionamiento de la *arteriola eferente* es la esperada en un paciente sano. El riñón no presenta anomalías morfológicas. Ergo, la *arteriola eferente* funciona adecuadamente.

.....
Solución: Deductiva.

3. Todos los caballos son mamíferos y son placentarios. Todos los venados son mamíferos y son placentarios. Todos los humanos son mamíferos y son placentarios. Por consiguiente, todos los mamíferos tienen placenta.

.....
Solución: Inductiva.

4. Siempre que se dio un aumento excesivo en los inventarios, ello implicó un retraso en la producción. Ahora, tenemos un aumento excesivo en los inventarios. Por consiguiente, tendremos un retraso en la producción.

.....
Solución: Deductivo.

5. Si un presidente suspende las garantías constitucionales, se convierte en un usurpador. Si un presidente se convierte en usurpador, entonces se aplica el art. 46 de la constitución, nadie le debe obediencia. Por consiguiente, si un presidente suspende las garantías constitucionales, se aplica el artículo 46 de la constitución, nadie le debe obediencia.

.....
Solución: Deductiva.

6. Carlos y sus amigos de colegio realizan un experimento y observan que la caoba, un tipo de madera, flota en el agua; además, realizan el mismo experimento con el cedro, el pino, el tornillo y treinta tipos más de madera. Luego, llegan a la siguiente conclusión: "Todo tipo de madera flota en el agua".

.....
Solución: Inductiva.

7. Mi tatarabuela tuvo trillizos, y los tres fueron pelirrojos. Mi abuela tuvo trillizos, y mi padre y los dos hermanos de mi padre fueron pelirrojos. Mis dos hermanos y yo somos trillizos y pelirrojos. Por lo tanto, cuando me case, tendré tres hermosos bebés pelirrojos.

.....
Solución: Inductiva.

8. Si la Tierra es plana, entonces una nave que se interna en el océano no se perdería de vista en el horizonte. Sin embargo, una nave que se interna en el océano sí se pierde de vista en el horizonte. Esto sucede en cualquier punto de la tierra. En consecuencia, la Tierra no es plana.

.....

Solución: Deductiva.

9. El lunes busqué al doctor en su consultorio pero no lo encontré. El martes acudí en la mañana y no estaba. El miércoles lo busqué por la noche, toqué la puerta y no respondieron. Ese doctor no va nunca a trabajar.

.....

Solución: Inductiva.

10. Dos entendidos de hípica, Enrique y Fernando, conversan sobre las últimas actuaciones de Pegaso, un caballo campeón. El primero sostiene que está ganando demasiado y afirma, por eso, que lo están dopando. Pero, Fernando responde que eso es imposible porque un caballo campeón, cuando lo dopan, gana todas las carreras, mientras que Pegaso ha perdido algunas.

.....

Solución: Deductiva.

EJERCICIO DE RAZONAMIENTO LÓGICO VERBAL

En un avión se presenta la siguiente situación entre la tripulación: los puestos de piloto, copiloto e ingeniero responsable de vuelo son ocupados por Alberto, Bernal y Carlos, aunque no necesariamente en ese orden. El copiloto, quien es hijo único, es el que gana menos. Carlos, quien está casado con la hermana de Bernal, gana más que el piloto.

Copi, I. (2002) *Introducción a la lógica*. México: Limusa. [Adaptado]

1. A partir de los datos presentados, podemos inferir que
- | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|
| A) Carlos es el ingeniero de vuelo. | B) Carlos es el copiloto. |
| C) Carlos es el piloto. | D) Bernal es el ingeniero de vuelo. |

Solución: Si Carlos gana más que el piloto, tampoco es el copiloto. Por ende, Carlos es el ingeniero.

Rpta.: A

2. La siguiente afirmación es, necesariamente, verdadera
- | | |
|-----------------------------|---------------------------|
| A) Alberto es el ingeniero. | B) Bernal es el copiloto. |
| C) Alberto es el piloto. | D) Bernal es el piloto. |

Solución: Si Bernal tiene una hermana, no es hijo único, entonces no puede ser el copiloto, como tampoco es el ingeniero, necesariamente, es el piloto.

Rpta.: D

COMPRENSIÓN LECTORA

TEXTO

De Dios nadie se ríe, pero de los hombres y las mujeres podemos reírnos a **mandíbula batiente**. Eso explica que en las sociedades y en los estados teocráticos la risa y el humor son prácticamente inexistentes. En las sociedades aristocráticas predominaba (o era más conocida) la risa de los de arriba contra los de abajo. En las sociedades democráticas

predomina la risa de los abajo tanto contra los de arriba como contra ellos mismos. En los albores del mundo moderno, la risa ayudó a la **emergencia** de la cultura popular.

Los que condenan el asesinato de los caricaturistas de *Charlie Hebdo*, pero afirman que estos se lo buscaron con su humor provocador, comparten (en el fondo) la misma lógica de los que dispararon. Al humor que los agravia le responden con un tiro. No le contestan con una crítica, con más humor o, en todo caso, con juicios en los tribunales sino que liquidan a los humoristas a balazos. Confunden la política con la guerra o, en todo caso, piensan la política como guerra [...]. Carl Schmitt sostenía que es necesario pensar la política desde la guerra porque esta configura mejor la relación de amistad y enemistad que define a aquella. Pero ello no significa que se (ELIMINAR) ambas sean asumidas como una sola, a menos que se quiera ver en el otro a un enemigo absoluto.

Los terroristas no sólo diluyen la política en la guerra sino que transforman a esta en absoluta porque aquellos a los que combaten son enemigos absolutos que tienen que morir. No hay enemigos reales, sólo enemigos absolutos. Según Carl Schmitt, cuya trayectoria política condeno pero cuya enorme capacidad teórica reconozco, la enemistad absoluta surge cuando se fusiona la ética con la política. Esa fusión hace que todo enemigo sea malo y al serlo no quede más remedio que matarlo. No hay más reglas en la guerra, hay que rematar al enemigo, aunque se haya rendido. [...]

Lo mismo puede decirse de la fusión de la política con la religión. Según los fundamentalistas religiosos los enemigos que critican o se ríen de los dioses verdaderos y difunden a sus falsos dioses tienen que morir. No es un choque de civilizaciones como sostiene Huntington, sino un choque de fundamentalismos religiosos que atraviesan a diversas culturas en el tiempo. El catolicismo ha padecido del mismo mal (cruzadas, guerras religiosas, santa inquisición) porque como religión hacia política; sin embargo, aunque hay sectores católicos que siguen padeciendo el radicalismo, hoy esa religión convive en armonía con otros credos. De esto deriva la importancia de separar la política de la religión y de postular la necesidad de los estados laicos, así lo hicieron las monarquías absolutas en un primer momento y luego las revoluciones democráticas y republicanas.

Lopez, S. (15 de Enero de 2015). «Humor y terror». *La República*. Obtenido de <http://larepublica.pe/columnistas/el-zorro-de-abajo/humor-y-terror-15-01-2015>

1. Centralmente, el texto desarrolla

- A) lo peligroso de fusionar política con religión.
- B) la tesis que rechaza los Estados teocráticos.
- C) lo terrible del asesinato de ciertos humoristas.
- D) la tesis de C. Schmitt en relación a la guerra.
- E) la risa como el símbolo del desarrollo cultural.

Solución: El texto, a partir del análisis del atentado contra un grupo de humoristas y de la teoría de Schmitt, desarrolla lo peligroso de fusionar política con religión.

Rpta.: A

2. La expresión A MANDÍBULA BATIENTE connota

- A) desidia.
- B) medida.
- C) relajo.
- D) diatriba.
- E) decoro.

Solución: Contextualmente la expresión alude a despreocupación, relajo.

Rpta.: C

3. En el texto el término EMERGENCIA tiene el sentido contextual de

- A) urgencia.
- B) inmediatez.
- C) surgimiento.
- D) peligrosidad.
- E) gravedad.

Solución: Contextualmente se alude a la aparición, es decir, surgimiento.

Rpta.: C

4. Es incompatible con el texto sostener que

- A) el fundamentalismo es un lastre ideológico, superado por la modernidad.
- B) el humor juega un papel importante en la transformación de los Estados.
- C) los Estados teocráticos pueden considerar ofensivos el humor y la ironía.
- D) la fusión de la política, con la religión o la ética, resulta contraproducente.
- E) hay fundamentalismo en condenar el atentado, pero justificar sus razones.

Solución: Si estuviera superado, no habría tenido lugar el atentado.

Rpta.: A

5. Es compatible con el texto afirmar que

- A) las monarquías absolutistas buscaron reforzar la religión oficial de sus reinos más prósperos.
- B) para un Estado laico resulta imposible separar la política, y la religión es un esfuerzo inútil.
- C) «salvar el alma» no es solo un asunto de religiones, también le interesa al Estado.
- D) asumir la idea de enemistad absoluta implica entender “ética y política” como lo mismo.
- E) incluso el terrorismo es capaz de entender la contraposición entre la política y la guerra.

Solución: El texto refiere: “la enemistad absoluta” surge cuando se fusiona la ética con la política”; es decir, se les asume como lo mismo.

Rpta.: D

6. Se infiere del texto que algunas religiones fundamentalistas

- A) pueden cambiar y aceptar otros credos.
- B) buscan combatir y erradicar a los dioses.
- C) soslayan la política y las demás herejías.
- D) erradican a quienes no respetan el humor.
- E) no deben ser caricaturizadas nunca.

Solución: Si el catolicismo fue “fundamentalista” y hoy convive con otros credos, se puede inferir por analogía que algunas religiones hoy radicales pueden dejar de serlo.

Rpta.: A

7. A partir del texto es posible colegir que la aclaración a Hungtinton es útil para afirmar que

- A) toda civilización padece el “fundamentalismo” para confrontar.
- B) los fundamentalismos y la práctica política son inseparables.
- C) el fundamentalismo promueve espacios de clara tolerancia.
- D) el choque de fundamentalismos es igual al de civilizaciones.
- E) el fundamentalismo siempre está al margen de lo civilizado.

Solución: Cuando el autor aclara la expresión Hungtinton da entender que civilización y fundamentalismo no son lo mismo, de ahí que se pueda colegir la alternativa E.

Rpta.: E

8. Si los fundamentalistas rechazaran de plano la tesis del “enemigo absoluto” de Carl Schmitt, entonces
- A) no habrían huido luego del atentado y asumirían la muerte como un sacrificio frente a lo sucedido.
 - B) rechazarían la tesis del “enemigo real” e insistirían en la idea de matar a los enemigos absolutos.
 - C) habrían demandado judicialmente a los humoristas o publicado una sátira burlándose de ellos.
 - D) serían altamente peligrosos por tomar fundamentos teóricos occidentales para justificar sus actos.
 - E) perseguirían también a todo aquel que rechace dicha tesis por ser considerado un traidor a su credo.

Solución: Para Schmitt al enemigo absoluto hay que matarlo. Si se rechaza esa tesis, se abren otras opciones como la vía legal o la respuesta política.

Rpta.: C

SERIES VERBALES

1. Oprobio, humillación, afrenta,
- A) atribulación.
 - B) deshonra.
 - C) estulticia.
 - D) descaro.
 - E) indecencia.

Solución: Serie sinonímica, sigue DESHONRA.

Rpta.: B

2. Salacidad, venalidad; felonía, traición; despecho,
- A) malquerencia.
 - B) zozobra.
 - C) ansiedad.
 - D) desestimación.
 - E) inquietud.

Solución: Serie de sinónimos

Rpta.: A

3. ¿Cuál es el término que no corresponde al campo semántico?

- A) Animadversión
- B) Animosidad
- C) Impiedad
- D) Inquina
- E) Ojeriza

Solución: El campo semántico es el de la desafección y no el de la impiedad.

Rpta.: C

4. Desazón, esperanza; barahúnda, armonía; serenidad, desesperación;
- A) perplejidad, duda.
 - B) descrédito, detracción.
 - C) versatilidad, uniformidad.
 - D) analogía, semejanza.
 - E) vulnerabilidad, fragilidad.

Solución: Pares de antónimos que se completan con versatilidad, uniformidad.

Rpta.: C

5. ¿Qué término no corresponde al campo semántico?

- A) Nefando
- B) Inocuo
- C) Protervo
- D) Retorcido
- E) Inicuo

Solución: El campo semántico es el de la maldad, perversión, inocuo es inofensivo.

Rpta.: B

6. Elija el antónimo para la siguiente serie: acceder, asentar, tolerar,
A) consentir. B) conmutar. C) disentir.
D) respaldar. E) adherir.

Solución: serie verbal constituida por sinónimos dentro del campo semántico del permiso o autorización, su antónimo sería disentir.

Rpta.: C

7. Confabular, conspirar, conjurar,
A) complotar. B) fabular. C) consumir.
D) conturbar. E) aspirar.

Solución: serie verbal conformada por sinónimos que se completa con complotar.

Rpta.: A

SEMANA 9B

TEXTO 1

Las matemáticas proceden por razonamiento deductivo a partir de axiomas enunciados explícitamente. Hasta aquí, sin embargo, no hemos dicho nada de los axiomas. Esto se debe sencillamente a que los axiomas relativos a los números son propiedades tan obvias, que los aplicamos en forma automática, sin darnos cuenta de que lo estamos haciendo.

Una analogía ayudará a entender. Cuando un niño arroja al aire una pelota espera que esta y cualquier otra, en realidad, **golpeen el piso**. Esta suposición, desde luego, está bien fundada en la experiencia. Con todo, la expectativa del niño de que la pelota caiga es deducción del supuesto que se acaba de hacer y de la premisa de que está arrojando una pelota al aire. Al reconocerse que el niño hace una suposición, se transparenta el razonamiento, consciente o inconsciente, que está detrás del acto.

Para entender el proceso deductivo de las matemáticas de los números, así como de la geometría, debemos reconocer la existencia y el empleo de axiomas. No vacilamos en afirmar que $275 + 384 = 384 + 275$. De seguro que no agregamos 384 objetos a 275, los contamos para sacar el total, agregamos luego 275 objetos a 384, los contamos para saber el total, y verificamos si concuerdan ambos totales. Más bien, sabemos por experiencia que, siempre que combinamos dos grupos de objetos, vemos que obtenemos la misma colección total independientemente de que pongamos el primer grupo con el segundo o éste con aquel. Claro está que nuestra prueba de que no viene al caso el orden en que se haga la combinación se limita a un número pequeño de casos, pero en el terreno de la práctica la extendemos a todos los números. De ahí que en realidad estemos haciendo una suposición, a saber, la de que para *cualquiera* dos números a y b , enteros, fraccionarios, irracionales y negativos, el orden en que sean sumados no afectará el resultado. Nuestra suposición incluye también la afirmación de que $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$. Hay otra razón importante para que se reconozca que se hizo esta suposición. Los números no son ni manzanas ni vacas. Son abstracciones de situaciones físicas. Las matemáticas trabajan con estas abstracciones para deducir información sobre situaciones físicas. Por eso, si no se eligen bien los axiomas, las deducciones carecerán de validez. Consiguientemente, conviene advertir qué suposiciones se están empleando y averiguar si tienen buenos fundamentos en la experiencia.

Kline, M. (2009) *Matemática para estudiantes de humanidades*. México: Fondo de Cultura Económica.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La matemática y su fundamento en la abstracción de números reales
- B) La matemática y sus abstracciones para afirmar axiomas sobre física
- C) El muy obvio fundamento experimental de las matemáticas: el axioma.
- D) La función de los axiomas el mundo experimental de las matemáticas
- E) Los axiomas matemáticos, una explicación de qué son y cómo operan

Solución: Se hace hincapié en la explicación sobre qué son y cómo operan los axiomas, incluso como un conjunto de supuestos que se relacionan con la experiencia.

Rpta.: E

2. La expresión GOLPEEN EL PISO connota

- A) caída.
- B) violencia.
- C) continuidad.
- D) caución.
- E) contrariedad.

Solución: Al mencionarse que cuando una pelota es lanzada hacia arriba, en realidad se busca que golpee el piso, se da a entender que se asume como inevitable la caída.

Rpta.: A

3. De los datos $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ o $275+384=384+275$, se colige que

- A) la conmutatividad opera considerando el número y la función que lo acompaña.
- B) el axioma no radica en la abstracción numérica sino en lo conmutable de la suma
- C) ha sido necesario experimentar con una gran cantidad de casos para afirmar ello.
- D) son solo conmutables las raíces cuadradas y las sumas de números racionales.
- E) las raíces, siempre que sean cuadradas, equivalen a números enteros de 3 cifras.

Solución: “para *cualesquiera* dos números a y b, (...), el orden en que sean sumados no afectará el resultado”. Por ende, son conmutables por la función de la suma.

Rpta.: B

4. Es incoherente con lo afirmado por el texto sostener que

- A) lanzar una pelota al aire implica asumir que esta caerá, un niño es tan consciente de esto que obvia razonarlo.
- B) la elección adecuada de los axiomas le asegura al sujeto que la validez de sus deducciones está asegurada.
- C) una persona no necesita experimentar un sinnúmero de combinaciones en la suma para asumir que es conmutativa.
- D) la aplicación de un axioma, sobre todo de un axioma matemático, exige que el sujeto sea consciente de ello.
- E) la aplicación de un axioma se da en la experiencia real de modo tan natural que se hace al margen de la reflexión.

Solución: “los axiomas relativos a los números son propiedades tan obvias, que los aplicamos en forma automática”; es decir, sin que seamos conscientes de ello.

Rpta.: D

5. Si insistiéramos en aplicar a las ciencias biológicas la forma como la matemática acepta y opera los axiomas, entonces

- A) necesariamente la Biología tendría que ser una ciencia exacta, no es posible
- B) sería de gran utilidad para el desarrollo del conocimiento humano en CC.NN.
- C) la Biología ganaría mayor prestigio, porque podría axiomatizarse y deducirse.
- D) la Biología sería la única ciencia natural operada con deducciones y axiomas.

E) no habría dificultad, pues la Biología está, hoy en día, al 100% matematizada.

Solución: La matemática opera con axiomas y deducciones porque es una ciencia exacta, deductiva. Pero, la Biología es una ciencia inductiva, por ello no sería posible.

Rpta.: A

TEXTO 2

La rebelión de las masas, aunque publicado en 1930, había sido anticipado en artículos y ensayos desde dos o tres años antes. El libro se estructura alrededor de una intuición genial: ha terminado la primacía de las elites; las masas, liberadas de la sujeción de aquéllas, han irrumpido en la vida de manera determinante, provocando un trastorno profundo de los valores cívicos y culturales y de las maneras de comportamiento social. Escrito en plena ascensión del comunismo y los fascismos, del sindicalismo y los nacionalismos, y de los primeros brotes de una cultura popular de consumo masivo, la intuición de Ortega establece uno de los rasgos claves de la vida moderna.

También lo es que su crítica a este fenómeno se apoye en la defensa del individuo, cuya soberanía ve amenazada —en muchos sentidos ya arrasada— por esta irrupción incontenible de la muchedumbre —de lo colectivo— en la vida contemporánea [...]. La "masa" a que Ortega se refiere abraza transversalmente a hombres y mujeres de distintas clases sociales, igualándolos en un ser colectivo en el que se han fundido, abdicando de su individualidad soberana para adquirir la de la colectividad, para ser nada más que una "parte de la tribu". La masa, en el libro de Ortega, es un conjunto de individuos que se han desindividualizado, dejado de ser unidades humanas libres y pensantes, para disolverse en una colectividad que piensa y actúa por ellos, más por reflejos condicionados -emociones, instintos, pasiones- que por razones. Estas masas son las que por aquellos años ya **coagulaba** en torno suyo en Italia Benito Mussolini, y se arremolinarían cada vez más en los años siguientes en Alemania en torno a Hitler, o en Rusia, para venerar a Stalin, el "padrecito de los pueblos". El comunismo y el fascismo, dice Ortega, "dos claros ejemplos de regresión sustancial", son ejemplos típicos de la conversión del individuo en el hombre-masa.

Vargas Llosa, M. (4 de Diciembre de 2005). *La rebelión de las masas*. *El País*. Rescatado de: http://elpais.com/diario/2005/12/04/opinion/1133650807_850215.html.

1. La idea principal del texto sostiene que

- A) las élites han sido desplazadas por la colectividad, emotiva e irracional.
- B) la irrupción del hombre-masa es un fenómeno curioso y poco frecuente.
- C) la resistencia de lo individual exige asumir un sujeto emotivo y pasional.
- D) para Ortega y Gasset lo individual es el rasgo central de la modernidad.
- E) el hombre-masa ha terminado por extinguir valores cívicos y culturales.

Solución: Lo central muestra cómo la "masa", emotiva e irracional, cobra protagonismo en el ordenamiento sociocultural en desmedro de la individualidad y las élites.

Rpta.: A

2. En el segundo párrafo, el término COAGULABA connota

- A) efervescencia.
- B) distensión.
- C) radicalización.
- D) concentración.
- E) dispersión.

Solución: "Estas masas son las que por aquellos años ya coagulaba en torno suyo..."; es decir, aglomeraba, concentraba.

Rpta.: D

3. Es incompatible con el texto sostener que

- A) la muchedumbre actúa siempre de modo temperamental, al margen de razones.
- B) la irrupción del hombre-masa se da como alterna al individuo, ambos compiten.
- C) las élites han sido desplazadas por gentíos aglutinados en torno a sus líderes.
- D) el sujeto renuncia a sus rasgos individuales para hacerse uno solo con la masa.
- E) la pérdida de protagonismo individual ha alterado los comportamientos sociales.

Solución: Hacia el final del texto se afirma que el individuo se convierte en el hombre-masa, por ende, el proceso no es paralelo sino que implica una transformación.

Rpta.: B

4. En relación a los valores cívicos y culturales, se infiere que

- A) la masa altera valores y cultura, no los suprime, postula un nuevo ordenamiento.
- B) la masa al ser irracional propendió hacia la supresión de cualquier orden cívico.
- C) la masa consolida una visión cívica que propone como protagonista al individuo.
- D) la masa es anarquista, por lo tanto, persigue a las élites amparadas en lo cívico.
- E) en una sociedad gobernada por la masa ni los valores ni la cultura son posibles.

Solución: “Las masas trastocan profundamente los valores cívicos y culturales”; es decir, los alteran, distinto a suprimir, eliminar o soslayar.

Rpta.: A

5. Si el fenómeno del surgimiento de las masas no se hubiera dado durante la primera mitad del siglo XX, entonces

- A) las élites gobernantes habrían cedido el poder, pues estaban desprestigiadas.
- B) el individuo se habría visto obligado a recurrir a formas radicales de expresión.
- C) el ordenamiento cívico y cultural se habrían visto muy profundamente afectados.
- D) la defensa del individuo habría sido intensa, pues confrontaría individualidades.
- E) el fascismo italiano y el nazismo, probablemente, no habrían llegado al poder.

Solución: Tanto el fascismo como el nazismo fueron movimientos de masas, sin ese respaldo, probablemente, no habrían tenido opción de llegar al poder.

Rpta.: E

ELIMINACIÓN DE ORACIONES

1. I) Su nombre oficial no es Irán sino más bien República Islámica de Irán y ello de por sí ya dice mucho II) Irán está ubicado, geográficamente, como un Estado de Oriente Medio y Asia Occidental. III) La región que desde el primer milenio a. C. hasta 1935 fue conocida en Occidente como Persia es lo que hoy reconocemos como Irán, ambos nombres son válidos y aceptados por los propios iraníes. IV) Irán limita con Pakistán y Afganistán por el este; Turkmenistán por el noreste, el mar Caspio por el norte y Azerbaiyán y Armenia por el noroeste; el golfo Pérsico y el golfo de Omán por el sur; Turquía e Irak por el oeste. V) La rivalidad que sostuvo Irak con Irán, el Irak de Saddam Hussein, era por su cariz religioso, pues la elite gobernante iraquí, por aquel entonces, era suní.

- A) V B) II C) III D) IV E) I

Solución: Se elimina la oración V por impertinencia. El eje temático es Irán, la oración V gira en torno a Irak.

Rpta.: A

2. I) El Winchester es un arma creada en 1866 cuyo nombre es sinónimo de “fusil de repetición” II) El Winchester es un arma con acción de palanca de la segunda mitad del siglo XIX; III) O. Winchester fabricó y patentó en 1860 el fusil Henry, que habría servido de inspiración para otros fusiles del mismo sello. IV) El modelo de fusil Winchester fue fabricado por iniciativa de Oliver Winchester, presidente de *Winchester Repeating Arms Company*, V) Fusiles como el Winchester pertenecen a aquellos primeros fusiles que permitían disparar varias veces sin necesidad de recargar, desalojando el casquillo usado y reemplazándolo por un cartucho nuevo.
- A) I B) II C) III D) IV E) V

Solución: Se elimina la oración III por impertinencia. El tema es el fusil Winchester y no el Henry.

Rpta.: C

3. I) Según el mito, arácnido deriva de *aracné*; al parecer la diosa Atena convirtió a una hábil tejedora de nombre *Aracné* en una araña, lo hizo al sentir celos por la calidad de sus tejidos. II) La aracnofobia es el asco o miedo irracional hacia las arañas. III) La aracnofobia se caracteriza por sudoración, respiración rápida, taquicardia y náuseas. IV) Las reacciones de los aracnofóbicos suelen parecer exageraciones para las demás personas, poco interesadas en comprender las implicancias psicológicas. V) Los aracnofobicos procuran mantenerse alejados de cualquier sitio donde creen que habitan arañas.
- A) V B) II C) III D) IV E) I

Solución: Se elimina la oración I por inatingencia. El tema es la aracnofobia y no el origen mítico del término arácnido.

Rpta.: E

4. I) Ébano es la denominación que recibe una densa madera de color negro. II) El ébano es el producto de la combinación de varias especies del género *Diospyros*, III) El *Diospyros dendro* (*D. crassiflora*, ébano de Gabón) es una especie de ébano nativa del oeste de África. IV) Algunas especies bien conocidas de ébano incluyen *Diospyros ebenum* (ébano de Ceilán), nativa del sur de India y Sri Lanka. V) El ébano es una madera cuyo color es uno de los negros más intensos que se conocen, y por su muy alta densidad es una de las pocas maderas que se hunden en el agua.
- A) II B) V C) III D) IV E) I

Solución: Se elimina la oración I por redundancia con la oración V.

Rpta.: E

5. I) La polimerización se encarga de procesar polímeros como el almidón, la seda o la celulosa naturalmente en los seres vivos. II) Los polímeros son macromoléculas cuya composición está basada en el conjunto de monómeros III) En la polimerización cada cadena tiene un tamaño distinto y, por tanto, una masa molecular distinta. IV) En una polimerización el tamaño de la cadena dependerá de parámetros como la temperatura o el tiempo de reacción. V) La polimerización en cadena, es la reacción que sintetiza un polímero como el ADN.
- A) I B) II C) III D) IV E) V

Solución: Se elimina II por impertinencia. El tema es la polimerización como proceso y no la composición de los polímeros.

Rpta.: B.

6. I) El sistema operativo Android, basado en el núcleo Linux, fue diseñado principalmente para dispositivos móviles con pantalla táctil. II) El sistema Android, popular entre dispositivos táctiles como teléfonos inteligentes o *tablets*, también regula el funcionamiento de relojes inteligentes, televisores y automóviles. III) Android fue desarrollado por Android Inc., empresa financiada por Google, en 2005 está última la compró. IV) El primer móvil con el sistema operativo Android fue el HTC Dream y se vendió en octubre de 2008. V) El éxito del sistema operativo Android, basado en el núcleo Linux, se ha convertido en objeto de litigios sobre patentes, pues los dispositivos de Android venden más que las ventas combinadas de Windows Phone e IOS.
- A) I B) II C) III D) IV E) V

Solución: Se elimina I por redundancia con la II y la V.

Rpta.: A

SEMANA 9C

TEXTO 1

Durante siglos el hombre de la calle tuvo más fe en la hechicería que en la ciencia: para ganarse la vida, Kepler necesitó trabajar de astrólogo; hoy los astrólogos anuncian en los diarios que sus procedimientos son estrictamente científicos. El ciudadano cree con fervor en la ciencia y **rinde pleitesía** a Einstein y a Madame Curie. Pero, por un destino melancólico, en este momento de esplendor popular muchos profesionales comienzan a dudar de su poder. El matemático y filósofo inglés A. N. Whitehead nos dice que la ciencia debe aprender de la poesía; cuando un poeta canta las bellezas del cielo y de la tierra no manifiesta las fantasías de su ingenua concepción del mundo, sino los hechos concretos de la experiencia “desnaturalizados por el análisis científico”.

Es difícil separar el conocimiento vulgar del científico; pero quizá pueda decirse que el primero se refiere a lo particular y concreto, mientras que el segundo se refiere a lo general y abstracto. Así, a medida que la ciencia se vuelve más abstracta y en consecuencia más lejana de los problemas, de las preocupaciones, de las palabras de la vida diaria, su utilidad aumenta en la misma proporción. Una teoría tiene tantas más aplicaciones cuanto más universal, y por lo tanto cuanto más abstracta, ya que lo concreto se pierde con lo particular. El poder de la ciencia se adquiere gracias a una especie de pacto con el diablo: a costa de una progresiva evanescencia del mundo cotidiano. Llega a ser monarca, pero, cuando lo logra, su reino es apenas un reino de fantasmas.

El análisis científico es deprimente: como los hombres que ingresan en una penitenciaría, las sensaciones se convierten en números. El verde de aquellos árboles que el aire meneado ocupa una zona del espectro alrededor de las 5000 unidades *Angström*; el manso ruido es captado por micrófonos y descompuesto en un conjunto de ondas caracterizadas cada una por un número; en cuanto al olvido del oro y del cetro, queda fuera de la jurisdicción del científico, porque no es susceptible de convertirse en matemática. El mundo de la ciencia ignora los valores: un geómetra que rechazara el teorema de Pitágoras por considerarlo perverso tendría más probabilidades de ser internado en un manicomio que de ser escuchado en un congreso de matemáticos.

Sábato, E. (1968) *Uno y el universo*. Argentina: Tauro.
Recuperado de: <https://iiejf499r8rowjfedjf03.bookz.lt/Literatura/S/>

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) La ciencia y su abstracción, un poder ejercido desde lo no real
- B) La ciencia y el combate contra el saber vulgar de profesionales
- C) El análisis científico, una depresión numérica de la cotidianidad
- D) Hechicería versus ciencia, la necesidad de abstraer la realidad
- E) Los procesos científicos, una muestra del poderío de la ciencia

Solución: El autor reflexiona en torno a la paradoja de la ciencia: tiene y ejerce poder (abstracción-utilidad) pero no lo hace desde mundo real.

Rpta.: A

2. La expresión **RINDE PLEITESÍA** connota

- A) sumisión.
- B) desacato.
- C) respeto.
- D) conquista.
- E) comprensión.

Solución: la gente cree con fervor y muestra su RESPETO por los científicos.

Rpta.: C

3. Es incompatible con el texto sostener que

- A) la ciencia tiende a abstraer hechos, con ello rompe el vínculo.
- B) el conocimiento vulgar gira en torno a lo particular y concreto.
- C) la ciencia gana poder con la universalidad de sus postulados.
- D) la ciencia puede desnaturalizar los hechos de la experiencia.
- E) la ciencia tiende a mantener un vínculo fluido con los hechos.

Solución: es precisamente, la ruptura con los hechos lo que más se le critica en el texto a la ciencia. Por ende, no mantiene un vínculo fluido.

Rpta.: E

4. De la metáfora “Llega a ser monarca, pero, cuando lo logra, su reino es apenas un reino de fantasmas” es posible inferir que

- A) la ciencia expresa aspiraciones políticas, pero los países están devastados.
- B) toda organización política recurre a científicos desconocidos como líderes.
- C) la ciencia logra tener poder cuando se asocia con la política, así gobiernan.
- D) el poder que alcanza la ciencia se ejerce, en esencia, sobre abstracciones.
- E) el poder al que aspira la ciencia es un poder concreto, no es un poder iluso.

Solución: En el proceso de asumir las abstracciones como la base de su quehacer, alcanza gran poder, pero lo ejerce, precisamente, sobre tales abstracciones.

Rpta.: D

5. Si el planteamiento central del texto fuera a la inversa; es decir, si la ciencia rechazara las abstracciones, etc., principalmente, ¿qué podríamos afirmar?

- A) El conocimiento de la realidad sería mucho más limitado.
- B) El trabajo de la ciencia sería indescriptible e indescifrable.
- C) El conocimiento de la realidad sería mucho más profundo.
- D) Conocer la realidad sería imposible sin las abstracciones.
- E) Conocer la realidad sería sencillo, sin las abstracciones.

Solución: Se critican las abstracciones, pero no se niega que estas concedan poder a la ciencia, el poder de comprender con más profundidad. Si se planteara el caso contrario tendríamos la alternativa A.

Rpta.: A

TEXTO 2

Aparte de la astronomía, las matemáticas son quizá la rama del pensamiento humano más antigua y con más persistencia cultivada. Por otro lado, a diferencia de las ciencias físicas, la filosofía y las ciencias sociales, en el campo de las matemáticas muy poco es lo que se ha creado y luego descartado. El desarrollo de las matemáticas es acumulativo; esto es, las creaciones más recientes se fundan, lógicamente hablando, en las anteriores. De ahí que por lo común deba uno entender los resultados antiguos para dominar los nuevos. Estos hechos nos aconsejan que nos remontemos a los orígenes mismos de las matemáticas.

Al examinar las primeras civilizaciones, inmediatamente **salta a la vista** un hecho notable. No obstante que han existido cientos de sociedades humanas, muchas de ellas con gran arte, literatura, filosofía, religión e instituciones sociales complejas, fueron muy pocas las que poseyeron conceptos matemáticos de los que valga la pena hablar. Muchas de ellas apenas si rebasaron la etapa de saber contar hasta cinco o diez. En algunas de esas remotas sociedades se dieron unos cuantos pasos en el terreno de las matemáticas. En tiempos prehistóricos, lo que más o menos significa antes del año 4000 a. C., hubo civilizaciones que ya pensaban en los números como conceptos abstractos. Esto significa que reconocían que tres ovejas y tres flechas poseían algo en común, el número llamado tres, en el que podía ponerse desligado de cualquier objeto físico. Cada uno de nosotros, en los primeros años de escuela, pasa por el mismo proceso de separar los números de los objetos físicos. La apreciación del “número” como idea abstracta es un gran paso, quizás el primero, en el largo camino de fundar las matemáticas.

Otro adelanto fue la introducción de las operaciones aritméticas. Es toda una proeza sumar los números que representan dos colecciones de objetos y obtener el total, en lugar de contar uno por uno los objetos de las colecciones combinadas. Y lo mismo sucede con la resta, la multiplicación y la división. Los primeros procedimientos para realizar estas operaciones fueron burdos y enredados en comparación con los nuestros, pero las ideas y sus aplicaciones ya estaban allí.

Kline, M. (2009) *Matemática para estudiantes de humanidades*. México: Fondo de Cultura Económica

1. Centralmente, el texto trata sobre

- A) el origen de las matemáticas y sus saberes acumulativos.
- B) las matemáticas y la astronomía, sus leyes y aplicaciones.
- C) el número como idea abstracta en operaciones prelógicas.
- D) la matemática comparada con otros saberes civilizadores.
- E) la evolución de las ciencias y los saberes lógicos comunes.

Solución: El texto aborda centralmente la aparición de las matemáticas y el tipo particular de saber que posee, acumulativo.

Rpta.: A

2. En el texto, el sentido de la expresión SALTAR A LA VISTA es

- A) aparecer.
- B) enrarecer.
- C) ocultarse.
- D) surgir.
- E) sobresalir.

Solución: salta a la vista porque llama la atención de entre todo lo que hay, es decir, sobresale.

Rpta.: E

3. Resulta incompatible con el texto aseverar que
- A) las nociones matemáticas nacen con las civilizaciones de nuestra era.
 - B) la abstracción matemática implica separar cantidad de representación.
 - C) los procedimientos aritméticos fueron en principio rústicos y enredados.
 - D) en las matemáticas no hubo grandes revoluciones, el saber se acumula.
 - E) se considera la abstracción del número como el origen de la matemática.

Solución: “En tiempos prehistóricos, [...] antes del año 4000 a. C., hubo civilizaciones que ya pensaban en los números como...” a. C. equivale a nuestra era.

Rpta.: A

4. Del texto se infiere que la matemática
- A) buscó contribuir y apoyar a otros saberes para construir civilizaciones.
 - B) tuvo como pretensión inicial y permanente la complejidad y el enredo.
 - C) incentivó en sociedades antiguas el surgimiento de la religión y el arte.
 - D) fue desde su origen un saber de desarrollo autosuficiente y autónomo.
 - E) justifica su existencia en la necesidad insoslayable que se tenía de ella.

Solución: Autosuficiente porque no necesitó del auxilio de otros saberes para avanzar, y autónomo porque se construyó sin interrelación aparente con otros conocimientos.

Rpta.: D

5. Si las matemáticas fueran equiparables a la física o a las ciencias sociales, entonces
- A) el momento y la cultura en que aparece la matemática sería de vital importancia para entender su evolución.
 - B) los objetos de estudio de la matemática no se habrían podido abstraer de la realidad, como el número.
 - C) no tendríamos necesidad de estudiar la geometría euclidiana para entender las ecuaciones de Newton.
 - D) muchas civilizaciones no habrían tenido necesidad de ella, como no la tuvieron de las CC.SS. o de la física.
 - E) su desarrollo habría sido autosuficiente, pues habría estado interconectada con el saber de otras ciencias.

Solución: Al ser equiparables, la matemática habría sufrido revoluciones y habría descartado muchos de los saberes más antiguos, como la geometría de Euclides.

Rpta.: C

TEXTO 3

Las proposiciones son los ladrillos con los que están hechos los argumentos. [De ahí la importancia de saber qué es una proposición, consideremos como tal la siguiente: “conjunto finito de símbolos lingüísticos que, con pleno sentido, pueden ser calificados como verdaderos o falsos” (Piscocoy, 2007)]. Cuando afirmamos o llegamos a una proposición basándonos en otras proposiciones, decimos que hemos hecho una *inferencia*. La inferencia es el proceso que puede ligar a un conjunto de proposiciones. Algunas inferencias son justificadas o correctas, otras no. Para determinar si una inferencia es correcta o no, el lógico examina las proposiciones con las que inicia y termina el proceso y las relaciones entre estas proposiciones. Este conjunto de proposiciones constituye un *argumento*. Los argumentos son el principal objeto de estudio de la lógica.

Tal como los lógicos utilizan la palabra, *un argumento es un grupo de proposiciones del cual se dice que una de ellas se sigue de las otras, consideradas como base o fundamento*

para la verdad de este. Evidentemente, la palabra argumento a menudo se utiliza con otros sentidos, pero en lógica se utiliza estrictamente en el sentido que se acaba de explicar. Para cada inferencia posible existe un argumento correspondiente.

Está claro que un argumento no es meramente una colección de proposiciones; un pasaje puede contener varias proposiciones relacionadas y aun así no contener ningún argumento. Para que pueda decirse que existe un argumento, tiene que haber alguna estructura en ese conjunto de proposiciones, una estructura que capture o muestre alguna inferencia. Esta estructura se describe utilizando los términos *premisa* y *conclusión*. La conclusión de un argumento es la proposición que se afirma con base en otras proposiciones del argumento. Estas otras proposiciones, las cuales se afirma (o se asume) que son soporte de la conclusión, son las premisas del argumento.

El argumento más simple consiste en una premisa y una conclusión, la cual se dice que se sigue de la primera. Cada una puede enunciarse en oraciones separadas. [Por ejemplo:]

- Nadie estaba presente cuando surgió la vida por primera vez sobre la Tierra. Por lo tanto, cualquier enunciado acerca del origen de la vida tiene que ser considerado una **teoría**, no un hecho.

Copi, I. (2002). *Introducción a la lógica*. México: Limusa. Adaptado: Ortiz, W.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

- A) Definición de las premisas proposicionales
- B) Los argumentos y su estructuración lógica
- C) Las premisas proposicionales en la lógica
- D) La inferencia relacionada a la proposición
- E) Los argumentos verdaderos y los inválidos

Solución: Al afirmar dicha alternativa se incluye automáticamente toda la estructura interna del argumento, desde el punto de vista de la lógica proposicional.

Rpta.: B

2. En el ejemplo, el término TEORÍA se puede reemplazar por

- A) ilusión. B) falsedad C) premisa. D) conjetura. E) evidencia.

Solución: Teoría como hipótesis, conjetura, conjunto de supuestos explicativos.

Rpta.: D

3. Se puede colegir del texto que, para la mayoría, un “argumento”

- A) tiene estructura lógica y parte de afirmaciones inferenciales.
- B) es cualquier afirmación basada en un sentido lógico estricto.
- C) solo se considera verdadero si tiene premisas y conclusión.
- D) es de gran interés para las ciencias sociales y la matemática.
- E) puede no tener conclusión y solo ser un conjunto de datos.

Solución: “evidentemente, la palabra argumento se utiliza con otros sentidos”; se infiere que muchos llamarán “argumento” a un conjunto de datos sin conclusión.

Rpta.: E

4. ¿Qué enunciado se condice con lo afirmado en el texto?
- A) Las proposiciones son construcciones lógicas relacionadas entre sí, únicamente, como un conjunto de premisas.
 B) La conclusión, para la lógica, no es una proposición, es un argumento autónomo, con una estructura muy particular.
 C) La inferencia está constituida por una serie inconexa de eslabones ordenados, según aparecen en el argumento.
 D) El argumento es el conjunto de proposiciones vinculadas por la inferencia, ya sea a nivel de premisas o conclusión.
 E) Los términos inferencia y proposición son considerados como sinónimos por la lógica, ello provoca confusiones.

Solución: Tanto las premisas como la conclusión son aseveraciones, es decir, son proposiciones vinculadas por inferencia. Son evidentes los errores de las otras claves.

Rpta.: D

5. Asumiendo la necesidad de construir un argumento lógico y considerando el concepto de proposición, es posible afirmar que
- A) las preguntas y las órdenes no pueden ser la parte central de un argumento lógico.
 B) las combinaciones de símbolos lingüísticos serían infinitas, eso lo hace imposible.
 C) es evidente que no se condice con lo real, hay que pensar en un nuevo concepto.
 D) se nos ofrece un nebuloso panorama lingüístico para construir argumentaciones.
 E) si lo aceptamos caeríamos, sin remedio, en la tiranía de la lógica y el cientificismo.

Solución: Preguntas y órdenes no se pueden calificar como verdaderas o falsas, en sí mismas. Por ello, no son proposiciones ni pueden ser lo central en un argumento.

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE Nº 9

1. Halle la suma de los factores primos de los términos de la fracción.

$$f = \frac{0,11+0,12+0,13+...+0,19}{0,111+0,212+0,313+...+0,919}$$

- A) 24 B) 23 C) 28 D) 53 E) 31

Solución:

$$f = \frac{\frac{11}{99} + \frac{12}{99} + \frac{13}{99} + ... + \frac{19}{99}}{\frac{110}{990} + \frac{210}{990} + \frac{310}{990} + ... + \frac{910}{990}} = \frac{11+12+13+...+19}{11+21+31+...+91} \quad f = \frac{135}{459} = \frac{3^3 \times 5}{3^3 \times 17} = \frac{1 \times 5}{1 \times 17}$$

$$\therefore S_{\text{factores primos}}(f) = 24$$

Rpta.: A

2. Si $0,235_{(6)} = 0, mnp_{(18)}$, calcule el valor de $(m - n + p)$.

- A) 4 B) 0 C) 1 D) 2 E) 6

Solución:

$$0,235_{(6)} = \frac{235_{(6)}}{1000_{(6)}} = \frac{95}{6^3} = \frac{95}{6^3 \cdot 3^3} = \frac{2565}{18^3} = \frac{7(16)9_{(18)}}{18^3} = 0,7(16)9_{(18)}$$

Luego tenemos que: $m = 7$; $n = 16$; $p = 9$ por lo tanto: $m - n + p = 0$

Rpta.: B

3. Si $\frac{\overline{ab}}{\overline{cc}} = 0,db$ además $\overline{ab} + \overline{db} = 100$, determine la suma de los valores de $a + b$.

A) 7 B) 8 C) 13 D) 17 E) 15

Solución:

Del dato tenemos: $\frac{\overline{ab}}{\overline{cc}} = \frac{\overline{db}}{99}$ Entonces \overline{cc} puede ser : 11, 33, 99

$c \in \{1; 3; 9\}$ $\overline{db} = \frac{9ab}{c}$ Del dato $\overline{ab} + \overline{db} = 100$ se tiene $\overline{ab} + \frac{9ab}{c} = 100$

Para $c = 1 \longrightarrow \overline{ab} = 10 \quad a + b = 1$

Para $c = 3 \longrightarrow \overline{ab} = 25 \quad a + b = 7$

Para $c = 9 \longrightarrow \overline{ab} = 50 \quad a + b = 5$

Por lo tanto la suma de valores de $a + b$ es $1 + 7 + 5 = 13$

Rpta.: C

4. Si $\frac{8888}{91 \times 22 \times 37} = 0,ppqrr$, halle la suma del número de cifras periódicas y no

periódicas del número decimal generado por la fracción: $\frac{p}{q} + \frac{p}{r}$

A) 10 B) 12 C) 14 D) 4 E) 11

Solución:

Tenemos:

$$\frac{8888}{91 \times 22 \times 37} = \frac{4 \times 2222}{2 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37} = \frac{\overline{ppqrr}}{3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37} \Rightarrow \overline{ppqrr} = 119988$$

$$\frac{p}{q} + \frac{p}{r} = \frac{17}{3^2 \times 2^3} \Rightarrow \# \text{CPNP} + \# \text{CPP} = 3 + 1 = 4$$

Rpta.: D

5. Determine la última cifra del periodo de $\frac{1}{7^{2015}}$.

A) 6 B) 1 C) 7 D) 9 E) 3

Solución:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{2015} = \frac{1}{7^{2015}} = 0,a...x = \frac{\overline{a...x}}{99...99} \Rightarrow \frac{1}{7^{2015}} = \frac{1}{b...3} = \frac{\overline{a...x}}{99...99} \Rightarrow x = 3$$

Rpta.: E

6. Una fracción irreducible genera un decimal periódico puro de un número par de cifras en su periodo. Si el bloque de las seis cifras centrales del periodo es 493927, determine la suma de las tres últimas cifras del periodo.

A) 11 B) 9 C) 6 D) 12 E) 10

Solución:

Como: $f = \frac{\overline{abc...493924...xyz}}{999...99999}$ por el teorema de MIDY tenemos

$$\overline{abc...493} + \overline{924...xyz} = 999...999 \Rightarrow x = 5, y = 0, z = 6 \therefore x + y + z = 11$$

Rpta.: A

7. Si $\frac{n}{37} + \frac{5}{27} = 0, (n-1)66$, determine la suma de cifras del periodo de $\frac{1}{n+4}$

A) 36 B) 27 C) 9 D) 18 E) 45

Solución:

De los datos $\frac{27n+185}{999} = \frac{(n-1)66}{999} \Rightarrow n = 3$ luego $\frac{1}{n+4} = \frac{1}{7} = 0,142857$

Por lo tanto la suma de cifras del periodo de $\frac{1}{n+4}$ es 27.

Rpta.: B

8. Si $\left(\frac{1}{19}\right)_{(8)} = 0,ab274c_{(8)}$ es un número de Midy en la base 8, determine el valor de $a+b+c$.

A) 6 B) 10 C) 8 D) 9 E) 7

Solución:

Del teorema de Midy tenemos:

$$0,ab274c_{(8)} \Rightarrow \overline{ab2}_{(8)} + \overline{74c}_{(8)} = 777_{(8)} \Rightarrow a+b+c = 0+3+5 = 8$$

Rpta.: C

9. Halle la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la fracción $3f = \frac{2016}{20 \times 15!}$ y dé como respuesta la diferencia positiva de ambas cantidades.

A) 11 B) 12 C) 9 D) 14 E) 10

Solución:

Del dato: $3f = \frac{2016}{20 \times 15!} = \frac{2^5 \times 3^2 \times 7}{2^{13} \times 3^6 \times 5^4 \times 7^2 \times 11 \times 13} \Rightarrow 3f = \frac{1}{2^8 \times 3^4 \times 5^4 \times 7 \times 11 \times 13}$

Luego $\#CPP - \#CPNP = 18 - 8 = 10$

Rpta.: E

10. Si $\frac{1}{127} = 0,\underbrace{c_1 \dots c_{17} c_{18} c_{19} c_{20} c_{21} \dots abcde}_{42 \text{ - cifras}}$ talque $\overline{c_{17} c_{18} c_{19} c_{20} c_{21}} = 96062$, halle la suma de cifras del periodo de $\frac{\overline{bac}}{\overline{ed}}$.

A) 63 B) 45 C) 81 D) 72 E) 36

Solución:

$$\frac{1}{127} = \underbrace{c_1 \dots 96062 c_{22} \dots abcde}_{42 \text{ - cifras}} \Rightarrow \overline{c_1 \dots 96062} + \overline{c_{22} \dots abcde} = \underbrace{99 \dots 99999}_{21 \text{ - cifras}} \text{ Luego}$$

Teorema de Midy

$$\frac{\overline{bac}}{\overline{ed}} = \frac{309}{73} = 4,23287671 \text{ así tenemos suma de cifras del periodo es 36.}$$

Rpta.: E

EVALUACIÓN DE CLASE N° 9

1. Luego de simplificar la expresión

$$F = \frac{(1,7)(1,\widehat{7})(1,\widehat{17})}{(0,7)(0,\widehat{7})(0,\widehat{17})}$$

halle la diferencia positiva de términos de la fracción F.

A) 270 B) 150 C) 160 D) 290 E) 310

Solución:

$$F = \frac{(1,7)(1,\widehat{7})(1,\widehat{17})}{(0,7)(0,\widehat{7})(0,\widehat{17})} = \frac{\frac{17}{10} + \frac{16}{9} + \frac{106}{90}}{\frac{7}{10} + \frac{7}{9} + \frac{16}{90}} = \frac{419}{149} \text{ luego la diferencia positiva de los términos de la fracción es 270.}$$

Rpta.: A

2. Si la fracción irreducible $\frac{\overline{1a}}{\overline{bbb}}$ genera un decimal de la forma $0,\overline{b53}$, determine

el número de cifras del periodo de $\frac{a+b}{(a+b+1)^2}$.

A) 11 B) 9 C) 8 D) 12 E) 10

Solución:

De los datos tenemos que:

$$\frac{\overline{1a}}{\overline{bbb}} = \frac{\overline{b53}}{999} \Rightarrow \frac{\overline{1a}}{b} = \frac{\overline{b53}}{9} \therefore a=7 \wedge b=1 \text{ luego } \frac{a+b}{(a+b+1)^2} = \frac{8}{9^2} = 0,098765432$$

Por lo tanto el periodo de $\frac{a+b}{(a+b+1)^2}$ tiene 9 cifras.

Rpta.: B

3. Si $0,a(a-1)a_{(a+1)} = 0,\widehat{6}$, determine la menor cifra del periodo de $\frac{a}{2a}$
- A) 2 B) 1 C) 0 D) 3 E) 4

Solución:

De la condición dada $0, \overline{a(a-1)a_{(a+1)}} = 0, \widehat{6} \Rightarrow \frac{\overline{a(a-1)a_{(a+1)}} - a}{aa0_{(a+1)}} = \frac{2}{3} \therefore a = 1$

Luego la menor cifra del periodo de $\frac{a}{2a} = \frac{1}{21} = 0,047619$ es cero.

Rpta.: C

4. Determine el número de cifras de la parte no periódica de la fracción

$$f = \frac{22!}{99! - 68!}$$

- A) 49 B) 48 C) 54 D) 47 E) 56

Solución:

Buscamos los exponentes de dos en cada término de la fracción.

$$f = \frac{22!}{99! - 68!} = \frac{2^{19}(\text{Término. impar}(1))}{2^{66}(\text{Término. impar}(2))} = \frac{(\text{Término. impar}(1))}{2^{47}(\text{Término. impar}(2))}$$

Luego la parte no periódica de la fracción tiene 47 cifras.

Rpta.: D

5. Si $f = \frac{\overline{abc}}{xyz}$ es la mayor fracción propia e irreducible, que genera un decimal periódico puro con 7 cifras en su periodo, determine el valor de $a+b+c$.

- A) 12 B) 18 C) 15 D) 13 E) 14

Solución:

$$\overline{abc} < \overline{xyz} \Rightarrow f = \frac{\overline{abc}}{3(239)} \quad \vee \quad f = \frac{\overline{abc}}{239} \quad \text{luego} \quad \overline{abc}_{\text{máx}} = 716 \therefore a+b+c=14$$

Rpta.: E

6. Si \overline{ab} y \overline{ba} son PESI donde \overline{ab} es un número primo y la fracción irreducible $f = \frac{\overline{aba}}{\overline{ab \times ba}}$ genera un decimal periódico mixto de la forma $0, xy \dots z$, determine el valor de $x+y+z$.

- A) 13 B) 10 C) 12 D) 14 E) 20

Solución:

$$f = \frac{\overline{aba}}{\overline{ab \times ba}} = 0, \underbrace{xy \dots z}_{30 \text{ cifras}} = \frac{141}{14 \times 41} = 0, \underbrace{2456445993031358885017421602787}_{30 \text{ cifras}}$$

Luego $x+y+z=13$.

Rpta.: A

7. Si $\frac{1}{49}$ es un número de Midy con 42 cifras en su periodo, de izquierda a derecha determine la suma de las cifras de lugar 21, 22 y 23 del periodo de $\frac{1}{49}$

- A) 25 B) 24 C) 23 D) 22 E) 21

Solución:

$$\frac{1}{49} = 0,020408163265306122448 \ 979591836734693877551$$

$$\text{Luego } c_{21} + c_{22} + c_{23} = 8 + 9 + 7 = 24$$

Rpta.: B

8. Halle la cantidad de cifras periódicas y no periódicas del número decimal generado por la mayor fracción $f = \frac{3}{N}$ y dé como respuesta la diferencia positiva de ambas cantidades, donde $N = b^a \times c \times (a+1)^5 \times a^9$ es la descomposición canónica de N.

A) 0 B) 21 C) 9 D) 2 E) 11

Solución:

$$f = \frac{3}{b^a \times c \times (a+1)^5 \times a^9} = \frac{3}{2^8 \times 3^5 \times 5^2 \times 7} = \frac{1}{2^9 \times 3^4 \times 5^2 \times 7} \text{ entonces el número de cifras}$$

no periódicas es 9 (es el máximo de los exponentes de 2 y 5) y el número de cifras periódicas es 18 (es el MCM de los niveles de 81 y 7)

Rpta.: C

9. Si $\frac{31}{ab} = 0, \overline{xwz}$, determine el número de cifras de la parte no periódica de $\frac{1}{zw}$; $z > w$.

A) 4 B) 3 C) 1 D) 5 E) 2

Solución:

$$\text{De los datos } \overline{ab} = 22; 66 \text{ ó } 55 \text{ entonces } \frac{31}{ab} = \frac{\overline{xwz} - x}{990} \Rightarrow \frac{31}{66} = \frac{\overline{xwz} - x}{990} \text{ luego}$$

$$31(15) = 465 = \overline{xwz} - x \Rightarrow x = 4 \therefore \overline{zw} = 96 = 2^5(3) \text{ así } \frac{1}{zw} = \frac{1}{2^5 \times 3} \text{ tiene 5 cifras no periódicas.}$$

Rpta.: D

10. Determine la última cifra del periodo de $\frac{67}{567^{2015}}$.

A) 6 B) 3 C) 7 D) 9 E) 1

Solución:

$$\text{De los datos tenemos } \frac{67}{567^{2015}} = 0, \overline{a...x} = \frac{\overline{a...x}}{9...9} \text{ entonces}$$

$$67(9...9) = (10 + 7^{2015})(\overline{a...x}) \Rightarrow \overline{...3} = (10 + 3)(\overline{a...x}) \therefore x = 1$$

Rpta.: E

Álgebra

SEMANA Nº 9

EJERCICIOS DE CLASE

1. Si r y s son las raíces de $p(x) = 2x^2 - 3x + 2$, halle el valor $M = \frac{r-2}{r-1} + 2s$.

A) $\frac{5}{4}$ B) 3 C) $\frac{1}{4}$ D) $-\frac{5}{4}$ E) 1

Solución:

Como r es raíz de $p(x) = 2x^2 - 3x + 2$

Se tiene $2r^2 - 3r + 2 = 0$

Luego $2r = \frac{r-2}{r-1}$

$$\therefore M = \frac{r-2}{r-1} + 2s = 2r + 2s = 2\left(\frac{3}{2}\right) = 3.$$

Rpta.: B

2. Halle el mayor valor de m para que una de las raíces de $p(x) = x^2 - (m+2)x + 3m$ sea dos unidades más que su otra raíz.

A) 8 B) -8 C) 4 D) 0 E) -2

Solución:

Consideremos r y s las raíces de $p(x) = x^2 - (m+2)x + 3m$

Por Cardano se tiene

i) $r + s = m + 2$

ii) $rs = 3m$

también $s = r + 2$

en (i) $2r = m$

en (ii) $r(r+2) = 3m$

$$r^2 = 4r$$

Luego $m = 0 \vee m = 8$

$\therefore m = 8$.

Rpta: A

3. Si r y s son las raíces del polinomio $p(x) = x^2 + mx + 4n$ y $2r + k$ y $2s + k$ son las raíces del polinomio $t(x) = x^2 + \alpha x + \beta$, halle el valor de $M = \alpha^2 - 4\beta$.

A) $m^2 - 16n$ B) $4m^2 - 32n$ C) $m^2 - 4n$
D) $4m^2 - 64n$ E) $2m^2 - 16n$

Solución:

Si r y s son las raíces de $p(x)$, un polinomio cuyas raíces son $2r + k$ y $2s + k$ es

$$p\left(\frac{x-k}{2}\right) = \left(\frac{x-k}{2}\right)^2 + m\left(\frac{x-k}{2}\right) + 4n$$

$$\text{Luego } t(x) = 4\left(\frac{x-k}{2}\right)^2 + 4m\left(\frac{x-k}{2}\right) + 16n$$

$$t(x) = x^2 - (2k - 2m)x + k^2 - 2mk + 16n$$

$$\text{Del dato } t(x) = x^2 + \alpha x + \beta$$

$$\alpha = -2(k - m)$$

$$\beta = k^2 - 2mk + 16n$$

$$\therefore M = \alpha^2 - 4\beta = 4m^2 - 64n.$$

Rpta.: D

4. Si r , s y t son raíces del polinomio $p(x) = x^3 - x^2 + 4$, halle el valor de

$$G = \frac{r^2}{r-2} + \frac{s^2}{s-2} + \frac{t^2}{t-2}.$$

A) 4

B) 3

C) $\frac{1}{2}$

D) 2

E) $\frac{1}{4}$ Solución:

Como r es raíz de $p(x) = x^3 - x^2 + 4$, se tiene $r^3 - r^2 + 4 = 0$

$$r^3 = r^2 - 4 = (r+2)(r-2)$$

$$\frac{2r^2}{r-2} = \frac{r+2}{r} = 1 + \frac{2}{r}$$

Por otro lado según Cardano

$$\text{i) } r + s + t = 1$$

$$\text{ii) } rs + rt + st = 0$$

$$\text{iii) } rst = -4$$

$$G = \frac{r^2}{r-2} + \frac{s^2}{s-2} + \frac{t^2}{t-2} = 1 + \frac{2}{r} + 1 + \frac{2}{s} + 1 + \frac{2}{t}$$

$$G = 3 + 2\left(\frac{0}{-4}\right)$$

$$\therefore G = 3.$$

Rpta.: B

5. Si $3 + \sqrt{2}$ es una raíz de

$$p(x) = x^3 + (3m + 2n - 27)x^2 + (5m + 3n + 12)x - 35$$

con $\{m, n\} \subset \mathbb{Q}$, halle el valor de $m^2 - mn + n^2$.

A) 15

B) 17

C) 19

D) 21

E) 26

Solución:

Como $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y $3 + \sqrt{2}$ es una de sus raíces, otra de sus raíces es $3 - \sqrt{2}$, consideremos su tercera raíz r .

Por Cardano se tiene

$$\text{i) } 6 + r = -(3m + 2n - 27)$$

$$\text{ii) } 7 + 6r = 5m + 3n + 12$$

$$\text{iii) } 7r = 35 \rightarrow \boxed{r = 5}$$

de (i) y (ii)

$$\begin{cases} 3m + 2n = 16 \\ 5m + 3n = 25 \end{cases}$$

$$\boxed{m=2}, \boxed{n=5}$$

$$\therefore m^2 - mn + n^2 = 4 - 10 + 25 = 19.$$

Rpta.: C

6. Si $1+3i$ es una raíz de $p(x) = x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+5)x - n$ con $\{m,n\} \subset \mathbb{R}^+$, halle la suma de los coeficientes del polinomio mónico en $\mathbb{Q}[x]$ de menor grado posible con raíces simples m y $\frac{n}{5}$.

A) -6 B) -4 C) 4 D) 5 E) 6

Solución:

Como $p(x) \in \mathbb{R}[x]$ y $1+3i$ es una de sus raíces, otra de sus raíces es $1-3i$, consideremos su tercera raíz r .

Por Cardano se tiene

i) $2+r = m+1$

ii) $10+2r = m^2+5$

iii) $10r = n$

Se tiene $\boxed{r=2}, \boxed{m=3}, \boxed{n=20}$

$\boxed{m=2}, \boxed{n=5}$

Sea $q(x)$ el polinomio que pide el problema, entonces $q(x) = (x-3)(x-4)$

La suma de sus coeficientes:

$$\therefore q(1) = (1-3)(1-4) = 6.$$

Rpta.: E

7. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I) Dado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0, d \neq 0$. Si $p(x)$ tiene tres raíces reales,

$x^3 p\left(\frac{1}{x}\right)$ tiene las mismas raíces reales que $p(x)$.

II) Si polinomio $p(x)$ con coeficientes complejos tiene una raíz compleja, el conjugado de dicha raíz también es una raíz de $p(x)$.

III) Dado un polinomio $p(x)$ de tercer grado tal que dos de sus raíces son $\frac{2}{3} + \sqrt{3}$ y $\frac{2}{3} - \sqrt{3}$, se cumple que $p(x)$ tiene coeficientes racionales.

A) VVF B) VFF C) FFF D) FVF E) FVV

Solución:

I) Falso.

Consideremos $p(x) = (x-3)(x-1)(x+2)$ sus raíces son: 3, 1 y -2

$$x^3 p\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 \left(\frac{1}{x} - 3\right) \left(\frac{1}{x} - 1\right) \left(\frac{1}{x} + 2\right) = (1-3x)(1-x)(1+2x) \text{ sus raíces son: } \frac{1}{3}, 1, -\frac{1}{2}.$$

II) Falso.

$p(x) = x - i$, solo tiene una raíz que es i .

III) Falso.

$p(x) = (x - \sqrt{2})(x - \frac{2}{3} - \sqrt{3})(x - \frac{2}{3} + \sqrt{3})$ tiene coeficientes reales, no todos son racionales.

Rpta.: C

8. Dados los polinomios $p(x) = 2x^3 - 4x^2 + 4x - 2$ y $q(x) = p(x) + p\left(\frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} + \frac{1}{x_1 \cdot x_3}\right)$ donde x_1, x_2 y x_3 son las raíces de $p(x)$, halle $q(-1)$.

A) -2 B) -5 C) -6 D) -4 E) 0

Solución:

Para $p(x)$ se tiene por Cardano:

i) $x_1 + x_2 + x_3 = 2$

iii) $x_1 x_2 x_3 = 1$

$$q(x) = p(x) + p\left(\frac{1}{x_1 \cdot x_2} + \frac{1}{x_2 \cdot x_3} + \frac{1}{x_1 \cdot x_3}\right)$$

$$q(x) = p(x) + p\left(\frac{x_3 + x_1 + x_2}{x_1 x_2 x_3}\right)$$

$$q(x) = p(x) + p(2)$$

$$q(-1) = p(-1) + p(2) = -12 + 6$$

$$\therefore q(-1) = -6.$$

Rpta.: C

EJERCICIOS DE EVALUACIÓN

1. Si r y s son las raíces de $p(x) = x^2 + 2x + 5$, determine el valor de

$$T = \frac{1}{r} + \frac{1}{s} + \frac{1}{r+2} + \frac{1}{s+2}.$$

A) 0 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Solución:

Por Cardano se tiene

i) $r + s = -2$

ii) $rs = 5$

Por otro lado $r^2 + 2r + 5 = 0 \rightarrow -\frac{r}{5} = \frac{1}{r+2}$

$$\text{En } T = \frac{1}{r} + \frac{1}{s} + \frac{1}{r+2} + \frac{1}{s+2} = \frac{r+s}{rs} - \frac{1}{5}(r+s) = -\frac{2}{5} + \frac{2}{5}$$

$$\therefore T = 0.$$

Rpta.: A

2. Si $\frac{r}{2}$ y $\frac{k}{3}$ son las raíces del polinomio completo $p(x) = 3x^2 - 4kx + r$, determine el valor de $(k+1)^2 - r$.

A) 0 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Solución:

Por Cardano se tiene:

$$i) \frac{r}{2} + \frac{k}{3} = \frac{4k}{3} \rightarrow \frac{r}{2} = k$$

$$ii) \frac{rk}{6} = \frac{r}{3} \rightarrow k = 2$$

luego $r = 4$

$$\therefore (k+1)^2 - r = 5.$$

Rpta.: E

3. Si r y s son las raíces de $p(x) = 2x^2 - x + 3$ y $q(x) = 3x^2 + \alpha x + \beta$ es un polinomio cuyas raíces son $\frac{1}{r}$ y $\frac{1}{s}$, calcule $T = \beta^2 - 2\alpha$.

A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Solución:

Un polinomio cuyas raíces son $\frac{1}{r}$ y $\frac{1}{s}$ es $x^2 p\left(\frac{1}{x}\right)$

$$x^2 p\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 \left(\frac{2}{x^2} - \frac{1}{x} + 3 \right) = 3x^2 - x + 2$$

$$q(x) = 3x^2 - x + 2$$

$$\therefore T = \beta^2 - 2\alpha = 2^2 - 2(-1) = 6.$$

Rpta.: B

4. Si r , s y t son las raíces de $p(x) = x^3 - 5x + 8$, halle el valor de

$$G = \frac{r}{(r-1)^2 + 3} + \frac{s}{5} + \frac{rst}{r^2 + s^2 + t^2} + \frac{t}{5}.$$

A) $-\frac{3}{5}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

Solución:

Como r es una raíz de $p(x)$, $r^3 - 5r + 8 = 0$

$$r^3 + 8 = 5r$$

$$(r+2)(r^2 - 2r + 4) = 5r$$

$$(r-1)^2 + 3 = \frac{5r}{r+2}$$

$$\frac{r}{(r-1)^2 + 3} = \frac{r+2}{5}$$

Además por Cardano se tiene:

i) $r + s + t = 0$

ii) $rs + rt + st = -5$

iii) $rst = -8$

Luego $r^2 + s^2 + t^2 = -2(rs + rt + st) = -2(-5) = 10$

$$G = \frac{r}{(r-1)^2 + 3} + \frac{s}{5} + \frac{rst}{r^2 + s^2 + t^2} + \frac{t}{5} = \frac{r+2}{5} + \frac{s}{5} + \frac{t}{5} + \frac{rst}{r^2 + s^2 + t^2}$$

$$\therefore G = \frac{2}{5} + \frac{-8}{10} = -\frac{2}{5}.$$

Rpta.: B

5. Si $2 - \sqrt{3}$ es una raíz de $p(x) = x^3 + (2m + 3n - 18)x^2 + (4m - n - 1)x - 2$ con $\{m, n\} \subset \mathbb{Q}$, halle la raíz real de $p(x - 1)$.

- A) -2 B) 0 C) -1 D) 2 E) 3

Solución:

Como $p(x) \in \mathbb{Q}[x]$ y $2 - \sqrt{3}$ es una de sus raíces, otra de sus raíces es $2 + \sqrt{3}$, consideremos su tercera raíz r .

Por Cardano se tiene

i) $4 + r = -(2m + 3n - 18)$

ii) $1 + 4r = 4m - n - 1$

iii) $r = 2$

Como 2 es la raíz real de $p(x)$

$\therefore 2 + 1$ es la raíz real de $p(x - 1)$.

Rpta.: E

6. Si $3i$ es raíz del polinomio de tercer grado $p(x) = mx^3 + nx^2 + 18x + t \in \mathbb{Z}[x]$, halle la raíz real de $p(x)$.

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\frac{t}{9}$ C) $\frac{2}{t}$ D) $-\frac{n}{2}$ E) $\frac{t}{2}$

Solución:

Como $p(x) = mx^3 + nx^2 + 18x + t \in \mathbb{Z}[x]$, sus raíces son $3i$, $-3i$ y r .

Por Cardano se tiene:

i) $r = -\frac{n}{m}$

ii) $9 = \frac{18}{m} \rightarrow m = 2$

iii) $9r = -\frac{t}{m}$

$$\therefore \text{de (i) y (iii)} \quad r = -\frac{n}{2} \text{ o } r = -\frac{t}{18}.$$

Rpta.: D

7. Si m es una raíz de multiplicidad 2 del polinomio completo $p(x) = x^3 + ax^2 - 3(m+2)x + 4m^2$, halle el valor de $m^2 + 2a + 5$.

A) 18 B) 12 C) 9 D) 10 E) 8

Solución:

Consideremos m , m y t las raíces de $p(x) = x^3 + ax^2 - 3(m+2)x + 4m^2$

Por Cardano se tiene:

i) $2m + t = -a$

ii) $m^2 + 2mt = -3(m+2)$

iii) $m^2t = -4m^2 \rightarrow t = -4$

en (ii) $m^2 - 5m + 6 = 0$

$m = 3 \vee m = 2$ y para que sea completo $m = 3$, en (i) $a = -2$

$\therefore m^2 + 2a + 5 = 10$.

Rpta. : D

8. Determine la suma de coeficientes del polinomio mónico de menor grado con coeficientes racionales cuyas raíces son $3 + \sqrt{5}$ y 3.

A) 1 B) 2 C) 0 D) 3 E) -1

Solución:

Consideremos el polinomio buscado $p(x)$, como tiene coeficientes racionales y $3 + \sqrt{5}$ es una de sus raíces, también lo es $3 - \sqrt{5}$.

Luego

$$p(x) = (x - 3 - \sqrt{5})(x - 3 + \sqrt{5})(x - 3) = (x^2 - 6x + 4)(x - 3)$$

La suma de sus coeficientes

$$\therefore p(1) = (1^2 - 6(1) + 4)(1 - 3) = 2.$$

Rpta.: B

Trigonometría

EJERCICIOS DE LA SEMANA Nº 9

1. Determine el equivalente de la expresión $\frac{\cos^3 x}{\sin x} - \frac{\sin^3 x}{\cos x} - 2\operatorname{tg}2x$.

A) $3\operatorname{tg}4x$ B) $4\operatorname{tg}4x$ C) $\operatorname{ctg}4x$ D) $\operatorname{tg}3x$ E) 1

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\cos^3 x}{\sin x} - \frac{\sin^3 x}{\cos x} - 2\operatorname{tg}2x &= \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\sin x \cdot \cos x} - 2\operatorname{tg}2x \\ &= \frac{\overbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}^1 \overbrace{(\cos^2 x - \sin^2 x)}^{\cos 2x}}{\sin x \cdot \cos x} - 2\operatorname{tg}2x \\ &= 2 \frac{\overbrace{\cos 2x}^{\operatorname{ctg} 2x}}{\sin 2x} - 2\operatorname{tg}2x \\ &= 4\operatorname{ctg}4x. \end{aligned}$$

Rpta.: B

2. Determine el valor de la expresión $\frac{8\cos^2 \theta \cdot \sin 4\theta - \operatorname{tg} 4\theta \cdot \cos 4\theta - 8\cos^4 \theta \cdot \sin 4\theta}{\sin 8\theta}$.
- A) $-\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) -1 E) 0

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{8\cos^2 \theta \cdot \sin 4\theta - \operatorname{tg} 4\theta \cdot \cos 4\theta - 8\cos^4 \theta \cdot \sin 4\theta}{\sin 8\theta} &= \frac{-\sin 4\theta (8\cos^4 \theta - 8\cos^2 \theta + 1)}{2\sin 4\theta \cdot \cos 4\theta} \\ &= -\frac{8\cos^2 \theta (\cos^2 \theta - 1) + 1}{2\cos 4\theta} \\ &= -\frac{1 - 8\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta}{2\cos 4\theta} \\ &= -\frac{1 - 2\sin^2 2\theta}{2\cos 4\theta} \\ &= -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Rpta.: A

3. Simplifique la expresión $\frac{\sec^2 60^\circ \left(2\cos^3 \frac{\theta}{8} \cdot \sin \frac{\theta}{8} - \sin \frac{\theta}{8} \cdot \cos \frac{\theta}{8} \right)}{1 - 8\sin^2 \frac{\theta}{8} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{8}}$.
- A) $\operatorname{ctg} \frac{\theta}{4}$ B) $\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}$ C) $\operatorname{tg} \frac{\theta}{4}$ D) $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$ E) $2\operatorname{tg} \frac{\theta}{4}$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\sec^2 60^\circ \left(2\cos^3 \frac{\theta}{8} \cdot \sin \frac{\theta}{8} - \sin \frac{\theta}{8} \cdot \cos \frac{\theta}{8} \right)}{1 - 8\sin^2 \frac{\theta}{8} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{8}} &= \frac{2 \left(2\cos^2 \frac{\theta}{8} - 1 \right) \left(2\cos \frac{\theta}{8} \cdot \sin \frac{\theta}{8} \right)}{1 - 2 \left(4\sin^2 \frac{\theta}{8} \cdot \cos^2 \frac{\theta}{8} \right)} \\ &= \frac{2\cos \frac{\theta}{4} \sin \frac{\theta}{4}}{1 - 2\sin^2 \frac{\theta}{4}} \\ &= \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \end{aligned}$$

Rpta.: D

4. Simplifique la expresión $4\cos 15^\circ \cdot \sin^3 5^\circ + 4\sin 15^\circ \cdot \cos^3 5^\circ$.
- A) $3\cos 20^\circ$ B) $3\cos 15^\circ$ C) $3\sin 20^\circ$ D) $3\sin 15^\circ$ E) $3\sin 10^\circ$

Solución:

$$E = (4\operatorname{sen}^3 5^\circ)\cos 15^\circ + (4\cos^3 5^\circ)\operatorname{sen} 15^\circ$$

$$E = (3\operatorname{sen} 5^\circ - \operatorname{sen} 15^\circ)\cos 15^\circ + (3\cos 5^\circ + \cos 15^\circ)\operatorname{sen} 15^\circ$$

$$E = 3(\operatorname{sen} 5^\circ \cos 15^\circ + \cos 5^\circ \operatorname{sen} 15^\circ)$$

$$\therefore E = 3\operatorname{sen} 20^\circ.$$

Rpta.: C

5. Si $2m = 2m\cos 2\theta + \operatorname{sen} 4\theta$, calcule el valor de la expresión $m\operatorname{tg}^3 \theta + \operatorname{tg}^2 \theta + m\operatorname{tg} \theta$.

A) 2

B) 1

C) 0

D) -1

E) -2

Solución:

$$2m(1 - \cos 2\theta) = 2\cos 2\theta \operatorname{sen} 2\theta \Rightarrow m(2\operatorname{sen}^2 \theta) = 2\operatorname{sen} \theta \cos \theta \cos 2\theta$$

$$\Rightarrow m = \operatorname{ctg} \theta \cos 2\theta.$$

Luego,

$$m(\operatorname{tg}^3 \theta + \operatorname{tg} \theta) + \operatorname{tg}^2 \theta = m\operatorname{tg} \theta (\operatorname{tg}^2 \theta + 1) + \operatorname{tg}^2 \theta$$

$$= (\cos 2\theta \operatorname{ctg} \theta)(\operatorname{tg} \theta) \sec^2 \theta + \operatorname{tg}^2 \theta$$

$$= \cos 2\theta \sec^2 \theta + \operatorname{tg}^2 \theta$$

$$= (2\cos^2 \theta - 1)\sec^2 \theta + \sec^2 \theta - 1$$

$$= 2\cos^2 \theta \sec^2 \theta - \sec^2 \theta + \sec^2 \theta - 1$$

$$= 1.$$

Rpta.: B

6. Simplifique la expresión $\frac{\operatorname{tg}^4 20^\circ + \operatorname{tg}^2 20^\circ - 12}{4 - 11\operatorname{tg}^2 20^\circ - 3\operatorname{tg}^4 20^\circ}$.

A) $\frac{1}{2}\operatorname{tg} 70^\circ$ B) $\sqrt{3}\operatorname{tg} 20^\circ$ C) $-\sqrt{3}\operatorname{tg} 70^\circ$ D) $-\frac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{tg} 20^\circ$ E) $\sqrt{3}\operatorname{tg} 70^\circ$ **Solución:**

$$\frac{\operatorname{tg}^4 20^\circ + \operatorname{tg}^2 20^\circ - 12}{4 - 11\operatorname{tg}^2 20^\circ - 3\operatorname{tg}^4 20^\circ} = \frac{(\operatorname{tg}^2 20^\circ - 3)(\operatorname{tg}^2 20^\circ + 4)}{-(3\operatorname{tg}^2 20^\circ - 1)(\operatorname{tg}^2 20^\circ + 4)}$$

$$= -\frac{3 - \operatorname{tg}^2 20^\circ}{1 - 3\operatorname{tg}^2 20^\circ}$$

$$= -\operatorname{ctg} 20^\circ \cdot \frac{3\operatorname{tg} 20^\circ - \operatorname{tg}^3 20^\circ}{1 - 3\operatorname{tg}^2 20^\circ}$$

$$= -\operatorname{ctg} 20^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$$

$$= -\sqrt{3}\operatorname{ctg} 20^\circ$$

$$= -\sqrt{3}\operatorname{tg} 70^\circ.$$

Rpta.: C

7. Si $2\operatorname{sen} x = 3 - 6\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)$, calcule el valor de $\sec 2x(1 + \operatorname{sen} 2x)$.

- A) $-\frac{1}{5}$ B) 2 C) -5 D) 5 E) $-\frac{2}{5}$

Solución:

$$2\operatorname{sen} x = -3\left[2\cos^2\frac{x}{2} - 1\right] \Rightarrow 2\operatorname{sen} x = -3\cos x \Rightarrow \operatorname{tg} x = -\frac{3}{2}$$

Así:

$$\sec 2x(1 + \operatorname{sen} 2x) = \sec 2x + \operatorname{tg} 2x$$

$$= \csc\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

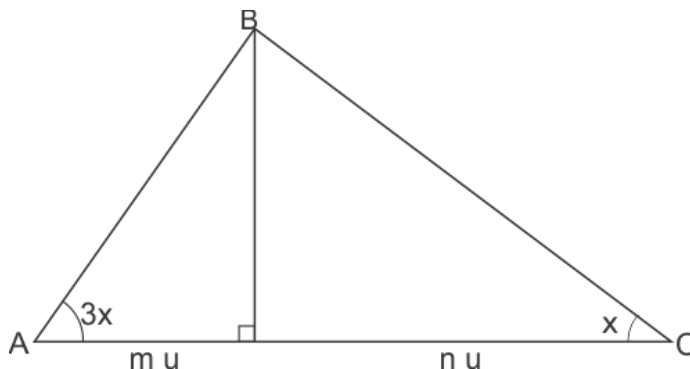
$$= \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$= \frac{1 + \operatorname{tg}\frac{\pi}{4}\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} - \operatorname{tg} x} = -\frac{1}{5}$$

Rpta.: A

8. Con la información dada en la figura, calcule $2\cos 2x$.

- A) $\frac{n-m}{n+m}$
 B) $\frac{n+m}{n-m}$
 C) $\frac{n+m}{m}$
 D) $\frac{n-m}{m}$
 E) $\frac{n+m}{2m}$



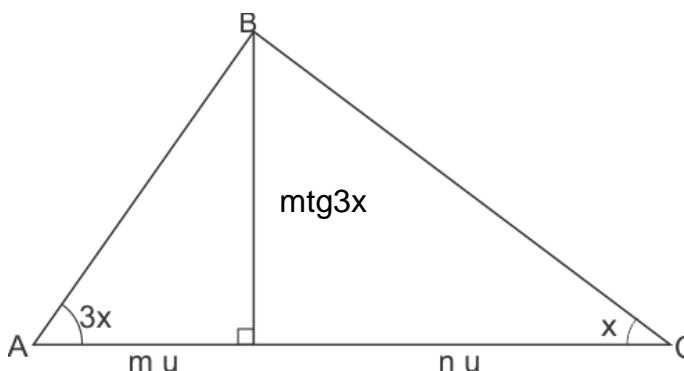
Solución:

$$\operatorname{tg} x = \frac{m}{n} \operatorname{tg} 3x$$

$$\frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x} = \frac{n}{m}$$

$$\frac{2\cos 2x + 1}{2\cos 2x - 1} = \frac{n}{m}$$

$$2\cos 2x = \frac{m+n}{n-m}$$



Rpta.: B

9. Determine el valor que debe tomar A para que se cumpla la igualdad $\frac{1 + \operatorname{sen} 2\theta - \cos 2\theta}{1 + \operatorname{sen} 2\theta + \cos 2\theta} = \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{1 + A}$.
- A) $\sec 2\theta$ B) $\operatorname{ctg} 2\theta$ C) $\operatorname{sen} 2\theta$ D) $\cos 2\theta$ E) $\operatorname{tg} 2\theta$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{1 + \operatorname{sen} 2\theta - \cos 2\theta}{1 + \operatorname{sen} 2\theta + \cos 2\theta} &= \frac{1 - \cos 2\theta + \operatorname{sen} 2\theta}{1 + \cos 2\theta + \operatorname{sen} 2\theta} \\ &= \frac{2\operatorname{sen}^2 \theta + 2\operatorname{sen} \theta \cos \theta}{2\cos^2 \theta + 2\operatorname{sen} \theta \cos \theta} \\ &= \frac{2\operatorname{sen} \theta (\operatorname{sen} \theta + \cos \theta)}{2\cos \theta (\operatorname{sen} \theta + \cos \theta)} \\ &= \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} = \operatorname{tg} \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{1 + A} = \operatorname{tg} \theta &\Rightarrow \frac{2\operatorname{sen} \theta \cos \theta}{1 + A} = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta} \Rightarrow \frac{2\cos \theta}{1 + A} = \frac{1}{\cos \theta} \\ &\Rightarrow A = 2\cos^2 \theta - 1 \\ &\Rightarrow A = \cos 2\theta. \end{aligned}$$

Rpta.: D

10. Calcule el valor de la expresión:

$$\left[\sqrt{1 + \operatorname{sen} 2x} - \sqrt{1 - \operatorname{sen} 2x} \right] \cos x + \frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}, \quad x \in \left\langle \pi, \frac{5\pi}{4} \right\rangle.$$

- A) $2\operatorname{sen} 2x$ B) $\operatorname{sen}^2 x$ C) 1 D) -1 E) 0

Solución:

$$E = \left[\sqrt{1 + \operatorname{sen} 2x} - \sqrt{1 - \operatorname{sen} 2x} \right] \cos x + \frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$E = \left[\sqrt{[\operatorname{sen} x + \cos x]^2} - \sqrt{[\operatorname{sen} x - \cos x]^2} \right] \cos x + \operatorname{sen} 2x$$

$$E = \left[|\operatorname{sen} x + \cos x| - |\operatorname{sen} x - \cos x| \right] \cos x + \operatorname{sen} 2x$$

Como:

$$x \in \left\langle \pi, \frac{5\pi}{4} \right\rangle \Rightarrow |\operatorname{sen} x + \cos x| = -\operatorname{sen} x - \cos x; \quad |\operatorname{sen} x - \cos x| = \operatorname{sen} x - \cos x$$

Luego,

$$E = [-\operatorname{sen} x - \cos x - \operatorname{sen} x + \cos x] \cos x + \operatorname{sen} 2x$$

$$E = -2\operatorname{sen} x \cos x + \operatorname{sen} 2x$$

$$E = -\operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} 2x$$

$$\therefore E = 0.$$

Rpta.: E

EVALUACIÓN Nº 9

1. Calcule el valor de la expresión $\frac{\text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}40^\circ \cdot \text{sen}70^\circ}{2\text{cos}10^\circ}$.
- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{\text{sen}20^\circ \text{cos}40^\circ \text{sen}70^\circ}{2\text{cos}10^\circ} &= \frac{\text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}40^\circ \cdot \text{sen}70^\circ}{2\text{sen}80^\circ} \\ &= \frac{\text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}40^\circ \cdot \text{sen}70^\circ}{4\text{sen}40^\circ \cdot \text{cos}40^\circ} \\ &= \frac{\text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}20^\circ}{8\text{sen}20^\circ \cdot \text{cos}20^\circ} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Rpta.: E

2. Simplifique la expresión $\frac{\text{sen}^2 6x + \text{cos}8x - 1}{\text{cos}8x - \text{cos}\frac{\pi}{3}}$.
- A) $\sec^2 x$ B) $2\text{cos}^2 x$ C) $\text{cos}^2 2x$ D) $2\text{sen}^2 2x$ E) $\text{sen}^2 2x$

Solución:

$$\begin{aligned} H &= \frac{\text{sen}^2 6x + \text{cos}8x - 1}{\text{cos}8x - \text{cos}\frac{\pi}{3}} = \frac{2\text{sen}^2 6x + 2\text{cos}8x - 2}{2\text{cos}8x - 1} \\ &= \frac{(2\text{cos}8x - 1) - (1 - 2\text{sen}^2 6x)}{2\text{cos}8x - 1} \\ &= 1 - \frac{\text{cos}12x}{2\text{cos}8x - 1} \\ &= 1 - \text{cos}4x \\ &= 2\text{sen}^2 2x \end{aligned}$$

Rpta.: D

3. Si $\frac{\text{sen}^6 \theta + \text{cos}^6 \theta}{\text{sen}^4 \theta + \text{cos}^4 \theta} = \text{sen}150^\circ$, halle $\text{cos}8\theta$.
- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

Solución:

$$\frac{\sin^6 \theta + \cos^6 \theta}{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta} = \sin 150^\circ \Rightarrow \frac{\frac{5 + 3\cos 4\theta}{8}}{\frac{3 + \cos 4\theta}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 5 + 3\cos 4\theta = 3 + \cos 4\theta$$

$$\Rightarrow \cos 4\theta = -1$$

$$\cos 8\theta = 2\cos^2 4\theta - 1 = 2(-1)^2 - 1 = 1$$

$$\therefore \cos 8\theta = 1.$$

Rpta.: C

4. Simplifique la expresión $\csc 2\alpha \cdot \cos 8\alpha + \sec 2\alpha \cdot \sin 8\alpha - \cos 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha$.

- A) $-\sin 2\alpha$ B) $-3\sin 2\alpha$ C) $\sin \alpha$ D) $3\sin 2\alpha$ E) $\sin 2\alpha$

Solución:

$$\begin{aligned} \csc 2\alpha \cdot \cos 8\alpha + \sec 2\alpha \cdot \sin 8\alpha - \cos 2\alpha \cdot \operatorname{ctg} 2\alpha &= \frac{\cos 8\alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 8\alpha \cdot \sin 2\alpha - \cos^3 2\alpha}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha} \\ &= \frac{\cos 6\alpha - \cos^3 2\alpha}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha} \\ &= \frac{4\cos^3 2\alpha - 3\cos 2\alpha - \cos^3 2\alpha}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha} \\ &= \frac{3\cos^3 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha} \\ &= \frac{3\cos 2\alpha (\cos^2 2\alpha - 1)}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha} \\ &= \frac{3(-\sin^2 2\alpha)}{\sin 2\alpha} \\ &= -3\sin 2\alpha \end{aligned}$$

Rpta.: B

5. Si $\operatorname{tg} 6x = 9\operatorname{tg} 2x$, determine el valor de la expresión $32\cos 8x$.

- A) 7 B) -14 C) 8 D) -7 E) 6

Solución:

$$\frac{3\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg}^3 2x}{1 - 3\operatorname{tg}^2 2x} = 9\operatorname{tg} 2x \Rightarrow 3 - \operatorname{tg}^2 2x = 9 - 27\operatorname{tg}^2 2x \Rightarrow 26\operatorname{tg}^2 2x = 6$$

Así:

$$13(2\sin^2 2x) = 3(2\cos^2 2x) \Rightarrow 13(1 - \cos 4x) = 3(1 + \cos 4x) \Rightarrow \cos 4x = \frac{5}{8}$$

Luego,

$$\cos 8x = 2\cos^2 4x - 1 = \frac{50}{64} - 1 = \frac{50 - 64}{64} = -\frac{14}{64} = -\frac{7}{32}$$

$$\therefore 32\cos 8x = -7.$$

Rpta.: D

Geometría

EJERCICIOS DE LA SEMANA N° 9

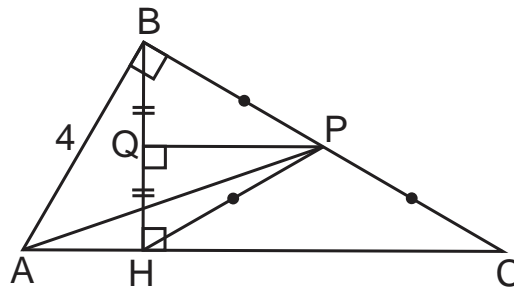
1. En un triángulo rectángulo ABC se trazan la altura \overline{BH} y la mediatriz de \overline{BH} que intersecta a \overline{BC} en P. Si $AB = 4$ cm, halle $AP^2 - HP^2$.

- A) 16 cm^2 B) 4 cm^2 C) 8 cm^2 D) 12 cm^2 E) 32 cm^2

Solución:

1) Sea: $x = AP^2 - HP^2$

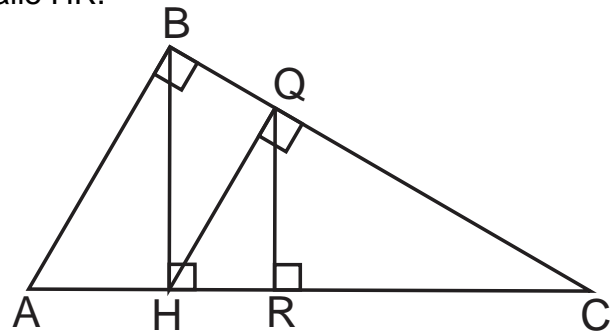
2) $\triangle ABP$: Pitágoras
 $4^2 + HP^2 = AP^2$
 $x = 16 \text{ cm}^2$



Rpta.: A

2. En la figura, $BQ = 1$ cm y $QC = 2$ cm. Halle HR.

- A) $\sqrt{6}$ cm B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ cm
 C) $\frac{\sqrt{6}}{12}$ cm D) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ cm
 E) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ cm



Solución:

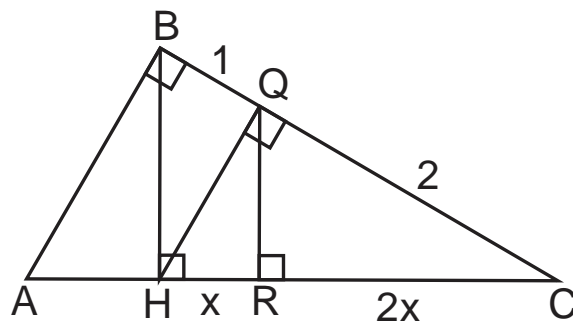
1) $\overline{BH} \parallel \overline{QR}$: Thales

$$RC = 2x$$

2) $\triangle HQC$:

$$2^2 = 2x(3x)$$

$$x = \frac{\sqrt{6}}{3} \text{ cm}$$



Rpta.: E

3. En la figura, $AM = 1$ cm, $MC = 5$ cm y $BM = 3$ cm. Halle AB .

- A) $3\sqrt{2}$ cm B) $2\sqrt{2}$ cm
 C) $2\sqrt{3}$ cm D) $4\sqrt{2}$ cm
 E) $4\sqrt{3}$ cm

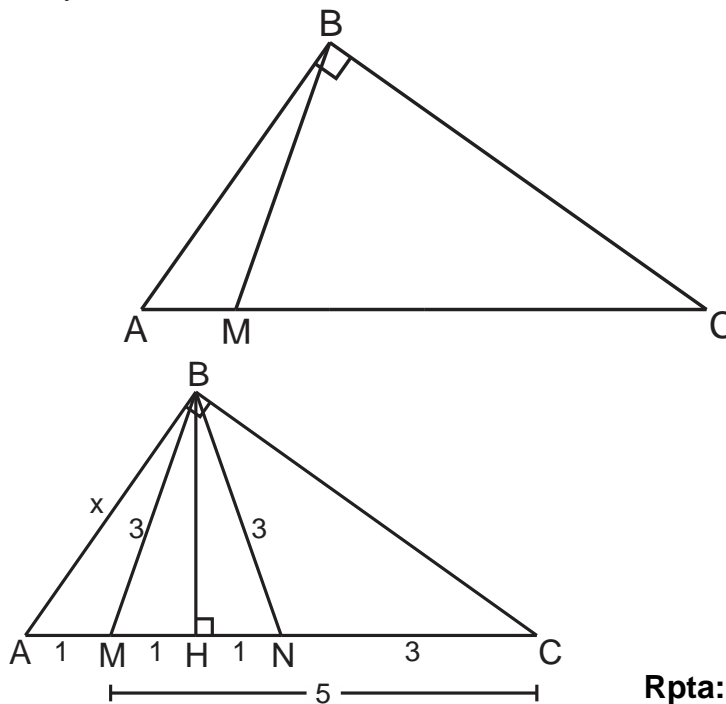
Solución:

- 1) $\triangle MBN$: Isósceles

$$MH = HN = 1$$

- 2) $\triangle ABC$: $x^2 = (2)6$

$$x = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$



Rpta: C

4. En un triángulo rectángulo ABC se cumple en 2 triángulos que $AC^2 = 4(AB)(BC)$. Halle la medida del menor ángulo.

- A) $\frac{45^\circ}{5}$ B) 15° C) 18° D) $\frac{37^\circ}{2}$ E) $\frac{53^\circ}{2}$

Solución:

- 1) Dato: $AC^2 = 4AB \cdot BC$

- 2) $\triangle ABC$: R.M.

$$h \cdot AC = AB \cdot BC$$

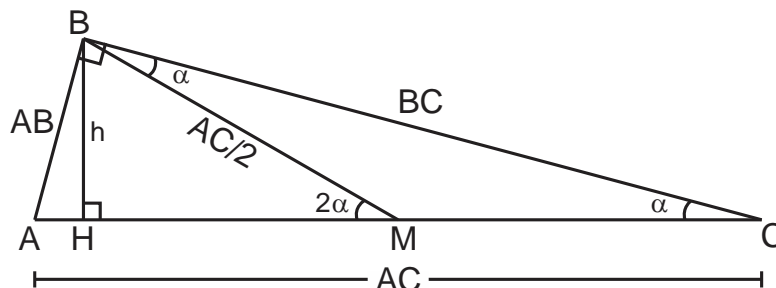
- 3) De (1) y (2): $h \cdot AC = \frac{AC^2}{4}$

$$h = \frac{AC}{4}$$

- 4) $\triangle BHC$: Notable de 30° y 60°

$$2\alpha = 30^\circ$$

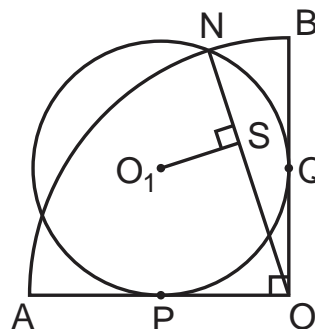
$$\alpha = 15^\circ$$



Rpta: B

5. En la figura, P y Q son puntos de tangencia, AOB es un cuadrante, $AO = OB = 2$ cm y O_1 es centro de la circunferencia cuyo radio mide 1 cm. Halle NS.

- A) $\frac{3}{4}$ cm B) $\frac{3}{2}$ cm
C) $\frac{1}{4}$ cm D) $\frac{5}{4}$ cm
E) $\frac{2}{3}$ cm

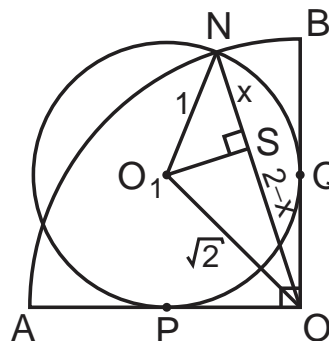
**Solución:**

- 1) $\triangle ONO_1$: Teo. Euclides

$$\sqrt{2}^2 = 1^2 + 2^2 - 2(x)(2)$$

$$2 = 1 + 4 - 4x$$

$$4x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{4} \text{ cm}$$

**Rpta: A**

6. En un trapecio rectángulo ABCD recto en A y en B, la base menor \overline{BC} mide 11 cm, la diagonal \overline{BD} mide 20 cm y $CD = 13$ cm. Halle la longitud de la base mayor \overline{AD} .

- A) 17 cm B) 13 cm C) 14 cm D) 15 cm E) 16 cm

Solución:

- 1) $\triangle CDT$: Teo. Euclides

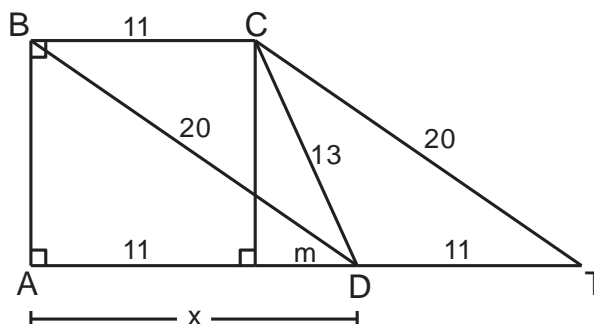
$$20^2 = 13^2 + 11^2 + 2(m)(11)$$

$$(7)(33) = 11^2 + 2m(11)$$

$$21 - 11 = 2m$$

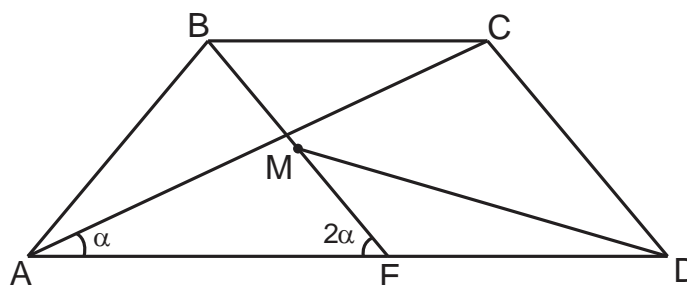
$$\rightarrow m = 5$$

$$\therefore x = 11 + 5 = 16 \text{ cm}$$

**Rpta: E**

7. En la figura, ABCD es un trapecio isósceles, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $MD = 8$ cm y $BM = ME = 3$ cm. Halle AC.

- A) $\sqrt{110}$ cm
B) $2\sqrt{110}$ cm
C) $\sqrt{109}$ cm
D) $\sqrt{108}$ cm
E) $\sqrt{107}$ cm



Solución:

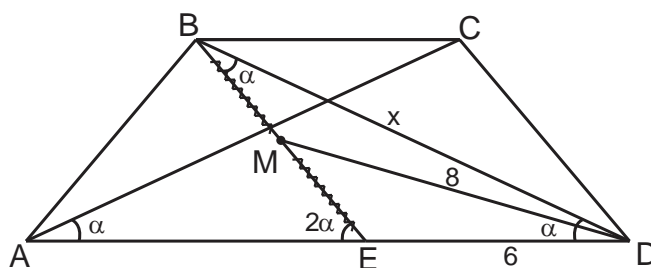
- 1)
- $\triangle BDE$
- : Teo. Mediana

$$x^2 + 6^2 = 2(8^2) + \frac{1}{2}(6^2)$$

$$x^2 + 36 = 128 + 18$$

$$x^2 = 110$$

$$x = \sqrt{110} \text{ cm}$$

**Rpta: A**

8. En un triángulo ABC se traza la mediana \overline{AM} y \overline{BR} perpendicular a \overline{AM} (R en \overline{AM}). Si $BR = 6$ cm y $RM = 4$ cm, halle CR.

- A) 9 cm B) 10 cm C) 8 cm D) 7 cm E) 11 cm

Solución:

- 1)
- $\triangle BRM$
- : Pitágoras

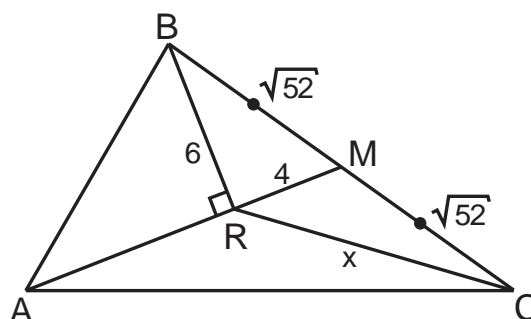
$$BM = \sqrt{52}$$

- 2)
- $\triangle BRC$
- : Teo. Mediana

$$x^2 + 6^2 = 2(4^2) + \frac{1}{2}(2\sqrt{52})^2$$

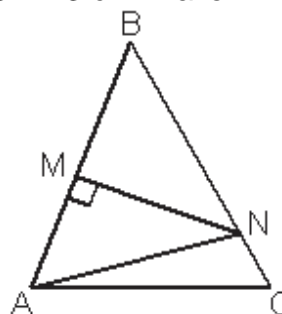
$$x^2 + 36 = 32 + 104$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

**Rpta: B**

9. En la figura, $AM = MB = 7$ cm, $BC = 15$ cm y $AC = 13$ cm. Halle MN.

- A) $\frac{29}{5}$ cm B) 9 cm
C) $\frac{27}{2}$ cm D) $\frac{28}{3}$ cm
E) 10 cm

**Solución:**

- 1) Por T. de Herón:

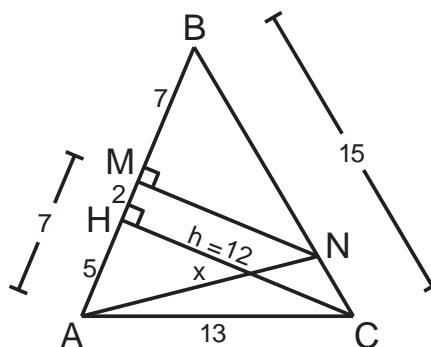
$$h = \frac{2}{14} \sqrt{21(6)(7)(8)}$$

$$h = 12$$

- 2)
- $\triangle AHC$
- :
- $AH = 5$

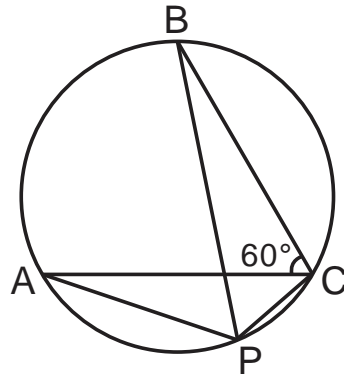
- 3)
- $\triangle BHC \sim \triangle BMN$
- (AA)

$$\frac{4}{MN} = \frac{3}{7} \rightarrow MN = \frac{28}{3}$$

**Rpta: D**

10. En la figura, $BC = AC$, $PC = 2$ cm y $PA = 4$ cm. Halle BP.

- A) 5 cm
- B) 6 cm
- C) $3\sqrt{2}$ cm
- D) $4\sqrt{3}$ cm
- E) $4\sqrt{2}$ cm

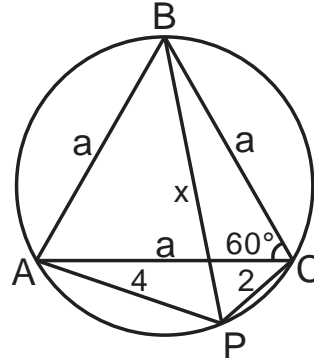


Solución:

- 1) $\triangle ABC$: Equilátero
- 2) ABCP: Inscriptible
- 3) ABCP: T. de Ptolomeo

$$a(2) + a(4) = x \cdot a$$

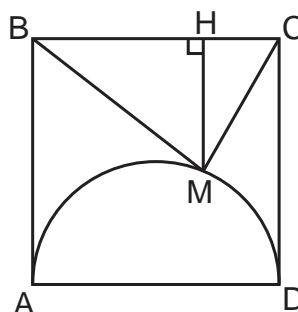
$$x = 6$$



Rpta: B

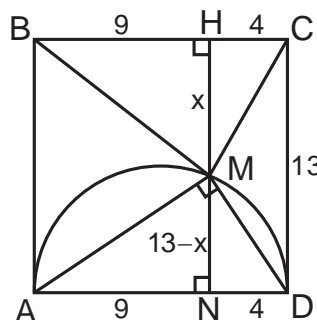
11. En la figura, ABCD es un cuadrado y \overline{AD} es diámetro. Si $BH = 9$ cm y $HC = 4$ cm, halle HM.

- A) 6 cm
- B) 7 cm
- C) 5 cm
- D) 4 cm
- E) 8 cm



Solución:

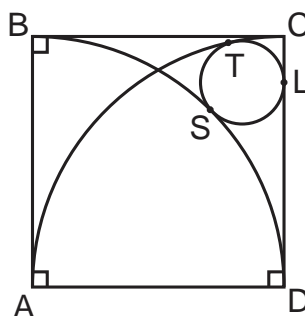
- 1) $\triangle AMD$: R.M.
- $$(13 - x)^2 = 9 \times 4$$
- $$13 - x = 6$$
- $$\therefore x = 7 \text{ cm}$$



Rpta: B

12. En la figura, BAD y CDA son cuadrantes cuyo radio mide 6 cm, T, S y L son puntos de tangencia. Halle la longitud del radio de la circunferencia.

- A) 1 cm
B) 2 cm
C) $\sqrt{2}$ cm
D) 3 cm
E) $\sqrt{3}$ cm



Solución:

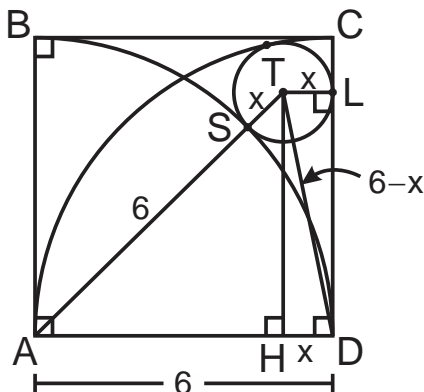
- 1) $\triangle AOD$: Teo. Euclides:

$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 6^2 - 2(6)(x)$$

$$24x = 36 - 12x$$

$$36x = 36$$

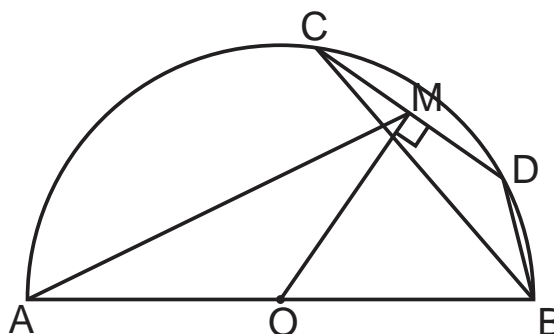
$$x = 1 \text{ cm}$$



Rpta: A

13. En la figura, \overline{AB} es diámetro, $AO = OB = 2\sqrt{5}$ cm, $CD = 4$ cm y $BD^2 + BC^2 = 48 \text{ cm}^2$. Halle AM.

- A) $5\sqrt{13}$ cm
B) $4\sqrt{13}$ cm
C) $\sqrt{13}$ cm
D) $3\sqrt{13}$ cm
E) $2\sqrt{13}$ cm



Solución:

- 1) $\triangle CBD$: Teo. Mediana

$$BD^2 + BC^2 = 2(BM^2) + \frac{1}{2}(4^2)$$

$$48 = 2(BM^2) + 8$$

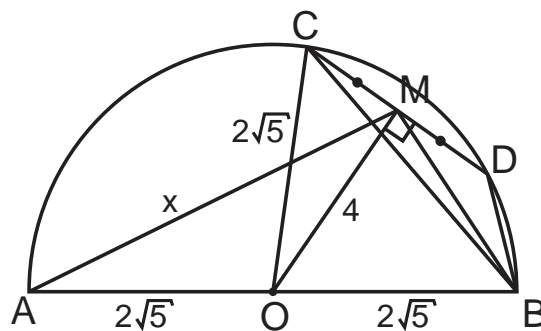
$$BM^2 = 20$$

- 2) $\triangle AMB$: Teo. Mediana

$$x^2 + BM^2 = 2(4^2) + \frac{1}{2}(4\sqrt{5})^2$$

$$x^2 + 20 = 32 + 40$$

$$x = 2\sqrt{13} \text{ cm}$$

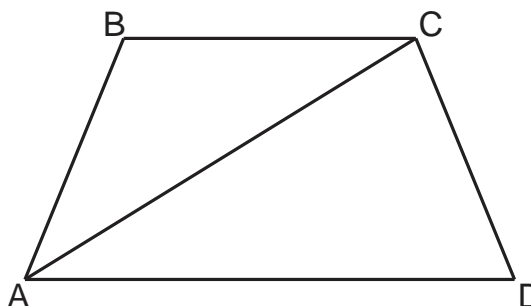


Rpta: E

14. En la figura, ABCD es un trapecio isósceles, $AC = 7$ cm y $(BC)(AD) = 24$ cm².

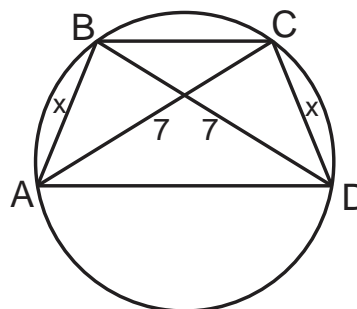
Halle AB.

- A) 6 cm
B) 4 cm
C) 5 cm
D) 7 cm
E) $3\sqrt{3}$ cm



Solución:

- 1) ABCD: Inscriptible
- 2) ABCD: Teo. Ptolomeo
 $BC \cdot AD + x \cdot x = 7 \cdot 7$
 $24 + x^2 = 49$
 $\therefore x = AB = 5$ cm

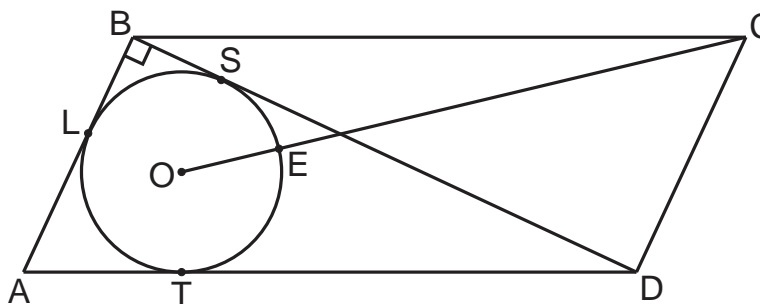


Rpta: C

EVALUACIÓN N° 9

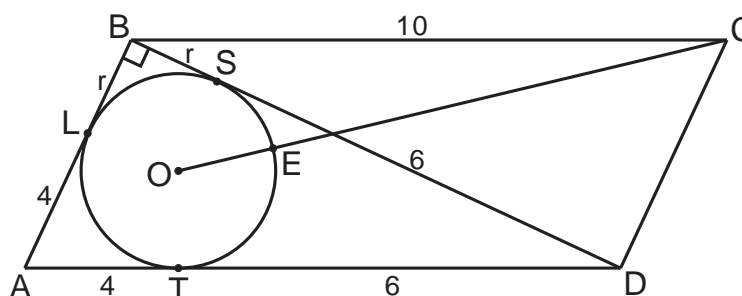
1. En la figura, ABCD es un romboide, O centro de circunferencia T, S y L son puntos de tangencia. Si $AT = 4$ cm, $TD = 6$ cm y $BC = OC$, halle CE.

- A) 8 cm
B) 7 cm
C) 6 cm
D) 9 cm
E) 10 cm



Solución:

- 1) $\triangle ABD$: Pitágoras
 $(4 + r)^2 + (r + 6)^2 = 10^2$
 $\rightarrow r = 2$
- 2) $\triangle ABD$: Teo. Poncelet
 $r = 2$
- 3) Luego: $CE = OC - r$
 $CE = 8$ cm



Rpta: A

2. En la figura, ABCD es un cuadrado y $EB = 2BH$. Halle x .

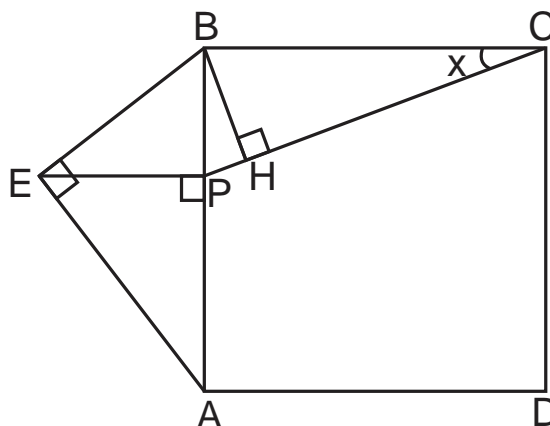
A) 10°

B) $\frac{37^\circ}{2}$

C) $\frac{53^\circ}{2}$

D) 15°

E) 30°



Solución:

1) $\triangle AEB$: R.M

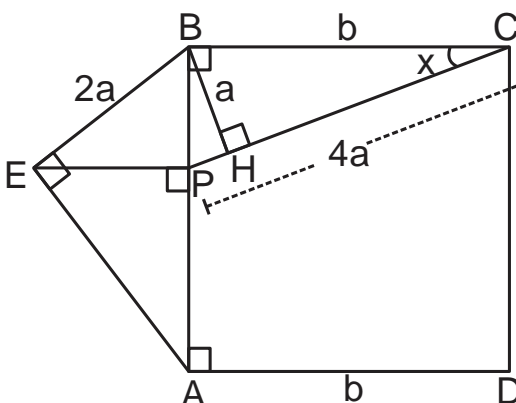
$$4a^2 = BP \cdot b$$

2) $\triangle PBC$:

$$BP \cdot b = a \cdot PC$$

3) De (1) y (2): $PC = 4a$

4) $\triangle PBC$: $x = 15^\circ$



Rpta: D

3. En un triángulo acutángulo ABC de circuncentro O, se traza la altura \overline{BH} tal que la prolongación de \overline{CO} interseca a \overline{BH} en M. Si $OC = 2MO$, $AB = 6$ cm y $BC = 10$ cm, halle AC.

A) $8\sqrt{3}$ cm B) $6\sqrt{2}$ cm C) $8\sqrt{2}$ cm D) $8\sqrt{5}$ cm E) $8\sqrt{4}$ cm

Solución:

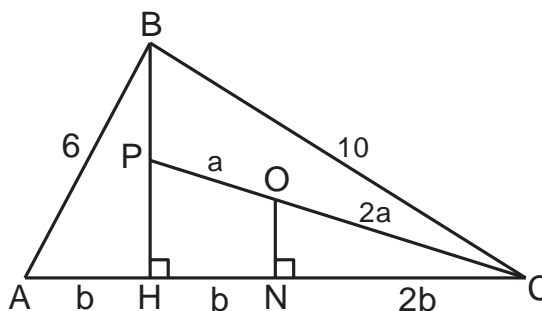
1) $\triangle ABC$: T. Euclides

$$6^2 = 10^2 + (4b)^2 - 2(3b)(4b)$$

$$24b^2 = 8^2 + (4b)^2$$

$$8b^2 = 8^2 \rightarrow b = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore AC = 4b = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$



Rpta: C

4. En un triángulo ABC, $m\hat{BAC} = 2m\hat{BCA}$, $AB = 5$ cm y $AC = 9$ cm. Halle BC.

A) $\sqrt{63}$ cm B) $\sqrt{66}$ cm C) $\sqrt{68}$ cm D) $\sqrt{70}$ cm E) $\sqrt{71}$ cm

Solución:1) $\triangle ABN$: Isósceles

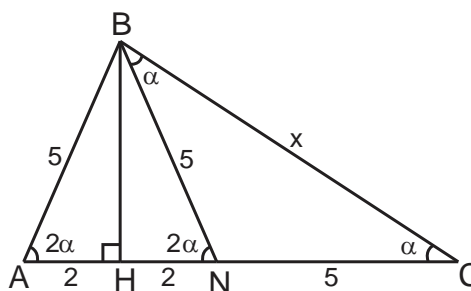
$$AH = HN = 2$$

2) $\triangle BNC$: Teo. Euclides

$$x^2 = 5^2 + 5^2 + 2(5)(2)$$

$$x^2 = 50 + 20$$

$$x = \sqrt{70} \text{ cm}$$

**Rpta: D**

5. En un trapecio, las bases miden 4 cm y 18 cm, y los otros dos lados miden 6 cm y 12 cm. Halle la longitud del segmento que une los puntos medios de las bases.

A) $\sqrt{41}$ cm B) $\sqrt{42}$ cm C) $\sqrt{43}$ cm D) $\sqrt{44}$ cm E) $\sqrt{45}$ cm

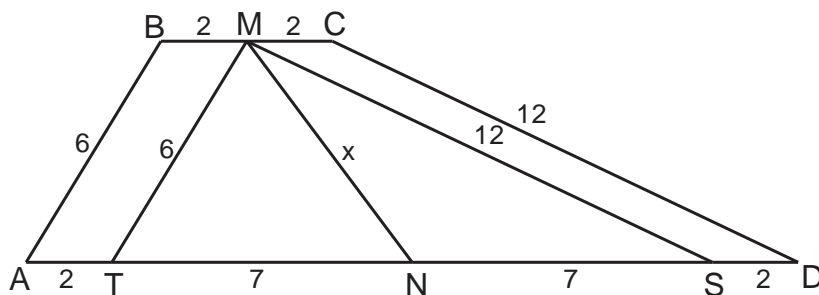
Solución:1) $\triangle TMS$: Teo. Mediana

$$6^2 + 12^2 = 2(x^2) + \frac{1}{2}(14^2)$$

$$36 + 144 = 2x^2 + 98$$

$$180 - 98 = 2x^2$$

$$82 = 2x^2 \rightarrow x = \sqrt{41} \text{ cm}$$

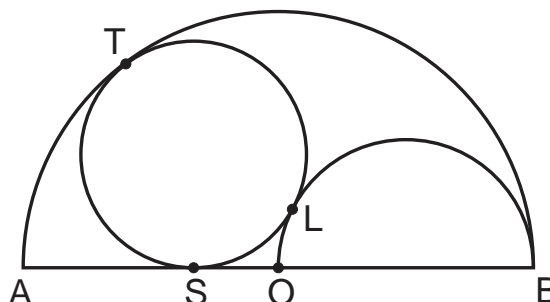
**Rpta: A**

6. En la figura, \overline{AB} y \overline{OB} son diámetros, L, S y T son puntos de tangencia y $AB = 20$ cm. Halle la longitud del radio de la circunferencia.

A) $\frac{42}{7}$ cm B) $\frac{40}{9}$ cm

C) 4 cm D) 5 cm

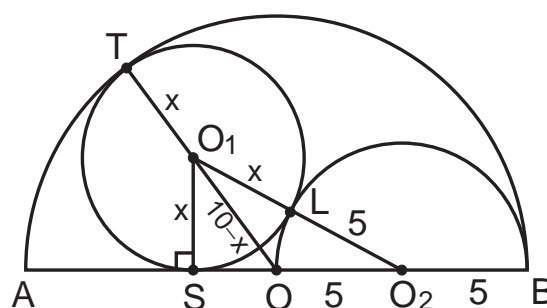
E) 6 cm

**Solución:**1) $\triangle OO_1O_2$:

$$\text{T. de Herón: } p = \frac{5+5+x+10-x}{2} = 10$$

$$x = \frac{2}{5} \sqrt{10(10-5)(10-x-5)(10-10+x)}$$

$$x = \frac{40}{9} \text{ cm}$$

**Rpta: B**

Lenguaje

EVALUACIÓN DE CLASE Nº 9

1. Marque la secuencia correcta de verdad o falsedad respecto de la sintaxis.

- I. Describe la combinación de palabras. ()
 - II. Explica las funciones de las frases. ()
 - III. Describe la conformación de las palabras. ()
 - IV. Explica el significado de las frases. ()
 - V. Explica el uso de morfemas derivativos. ()
- A) VVFVF B) VFFVF C) FVFVF D) VVFFF E) VVFFV

Clave: D. Es la secuencia correcta.

2. Respecto de la frase, marque la verdad o falsedad de las afirmaciones resultantes de completar el enunciado.

La frase

- I. siempre presenta núcleo. ()
 - II. puede incluir determinante. ()
 - III. puede tener complemento. ()
 - IV. cumple función sintáctica. ()
 - V. puede carecer de núcleo. ()
- A) FVVVF B) FVVFF C) VVVFF D) VFVFF E) VVVVF

Clave: E. Es la secuencia correcta.

3. Señale la opción donde la frase subrayada funciona como nominal.

- A) Aquel era un libro muy difícil de leer.
- B) Vilma fue al parque con sus alumnos.
- C) Me incomodó la fuerza de su mirada.
- D) La institución adquirió dos monitores.
- E) Su explicación fue poco convincente.

Clave: C. El núcleo de dicha frase es la palabra “fuerza” la cual pertenece a la categoría de los nombres comunes.

4. En el enunciado “debido a que el lector no especializado es el destinatario de algunas revistas, el léxico de estas deben comprenderlo jóvenes o adultos de cualquier estrato”, las frases nominales clasificadas a la vez como simples y complejas son

- A) el lector no especializado, el destinatario de algunas revistas, el léxico de estas.
- B) el destinatario de algunas revistas, jóvenes o adultos de cualquier estrato.
- C) el destinatario de algunas revistas, el léxico de estas.
- D) el lector no especializado, jóvenes o adultos de cualquier estrato.
- E) el lector no especializado, el destinatario de algunas revistas.

Clave: C. Los núcleos correspondientes presentan modificador indirecto (de algunas revistas, de estas).

5. El número de frases nominales del enunciado anterior que simultáneamente son compuestas y complejas asciende a

- A) cuatro. B) dos. C) tres. D) uno. E) cinco.

Clave: D. Se trata de la frase “jóvenes o adultos de cualquier estrato” que incluye dos núcleos y un modificador indirecto.

6. En el enunciado “en los últimos días, cuadrillas del municipio capitalino limpiaron las riberas del Rímac. Próximamente, su labor comprenderá actividades de proyección hacia el vecindario limeño”, los constituyentes subrayados son

A) frases nominales en función sintáctica de sujeto.
B) agrupaciones palábricas desprovistas de núcleo.
C) estructuras que cumplen funciones sintácticas.
D) estructuras sintácticas carentes de significado.
E) modificadores directos de un nombre común.

Clave: C. Son grupos de palabras o estructuras sintácticas a la que les corresponde una determinada función sintáctica (sujeto, objeto directo, etc.).

7. Los nombres colectivos que presenta el enunciado anterior son los siguientes:

A) cuadrillas, municipio, vecindario. B) municipio, vecindario.
C) cuadrillas, municipio, labor. D) municipio, labor, vecindario.
E) cuadrillas, vecindario.

Clave: E. Ambas palabras denotan en singular un conjunto de entidades.

8. Indique la secuencia correcta de verdad o falsedad respecto del nombre común.

A) Puede estar constituido solo por la raíz. ()
B) No admite morfemas derivativos. ()
C) Admite morfemas de género y persona. ()
D) Admite morfemas de género y número. ()
E) Puede presentar prefijos y sufijos. ()
A) VFVFF B) VFFVF C) VFFVV D) FFFVV E) VVFVV

Clave: C. Es la secuencia correcta

9. Un nombre común

A) no siempre es núcleo de frase nominal.
B) identifica solo a una entidad.
C) da características de las entidades.
D) denota una clase de entidades.
E) no admite morfemas derivativos.

Clave: D. Por ser común, esta clase de nombre solo se puede limitar a denotar una clase de entidades.

10. En el enunciado “la sinceridad del profesor conmovió al alumnado”, los nombres respectivos se pueden clasificar como

A) abstracto, concreto, abstracto. B) colectivo, individual, colectivo.
C) concreto, concreto, concreto. D) individual, colectivo, colectivo.
E) abstracto, concreto, colectivo.

Clave: E. “Sinceridad” denota una entidad que no puede percibirse por los sentidos; “profesor” una que se puede percibir por ellos; “alumnado” denota una colectividad de entidades.

11. Indique la secuencia correcta de verdad o falsedad respecto del pronombre.

- I. Puede presentar información de persona. ()
II. Permite identificar entidades. ()
III. Denota clases de entidades. ()
IV. Siempre es un lexema variable. ()
V. Puede presentar información de número. ()
A) VFVFFV B) VFVVV C) VVFVV D) VVFFV E) FVFFV

Clave: D. Es la secuencia correcta

12. Marque la alternativa que presenta más pronombres personales.

- A) Sé que tú no dijiste eso. B) La extraña no te extraña.
C) Él afinó las notas mi y si. D) Contigo me siento seguro.
E) Ella defendía la equidad.

Clave: D. Los pronombre son dos: contigo, me.

13. A la derecha, escriba el número de pronombres de cada enunciado.

- A) Aquella nueva emoción la embargaba. _____
B) Amigo mío, esto no es tuyo ni suyo. _____
C) Estos niños nos simpatizan mucho. _____
D) Les espetó: "Ese no es mi problema". _____
E) Eso tuviste que habérmelo informado. _____

Clave: A) 1(la); B) 3 (esto, tuyo, suyo); C) 1 (nos); D) 2 (les, ese); E) 3 (eso, me, lo).

14. En el espacio correspondiente, escriba el nombre de la función de cada pronombre subrayado.

- A) El gerente nos ha convocado. _____
B) Dijo que viajaría conmigo. _____
C) A nosotros aún nos necesitan. _____
D) Ustedes declamaban poemas. _____
E) Deme usted el dinero de la caja. _____

Clave: A) O. D.; B) C. C.; C) O. D.; D) sujeto; E) sujeto.

15. Marque la alternativa que presenta más pronombres.

- A) Para varios esa era la única salida.
B) Algunos chicos solo piensan en sí.
C) A ellos les gusta la música andina.
D) Muy pocos fueron hoy los elegidos.
E) Ayer alguien la vio salir conmigo.

Clave: E. Los pronombre son tres: alguien, la, conmigo.

16. En los enunciados "pude ver qué poco había cambiado" y "no sé cómo decirte la verdad", los pronombres, respectivamente, se clasifican como

- A) interrogativo, exclamativo.
B) interrogativo, interrogativo, personal.
C) interrogativo, personal.
D) exclamativo, interrogativo, personal.
E) exclamativo, interrogativo.

Clave: D. Los pronombre son tres: qué (que expresa una emoción), cómo (que codifica desconocimiento) y el clítico te (que identifica a la segunda persona).

17. Registre el nombre de la clase a la que pertenece cada pronombre subrayado.

- A) Porque usted me hizo enfrentar con lo peor de mí (Fernández) _____
- B) Confío en la persona que da su amor sin conocerlo (Carmona) _____
- C) Todas las promesas de mi amor se irán contigo (Perales) _____
- D) Nadie como tú es capaz de compartir mis penas (Montero) _____
- E) Dios mío, ¡qué solos se quedan los muertos! (Bécquer) _____

Clave: A) personal; B) relativo.; C) personal; D) indefinido; E) exclamativo.

18. En el espacio correspondiente, escriba el nombre de la función de cada frase nominal subrayada.

- A) Leyó dos cuentos de Alice Munro. _____
- B) El año entrante sí voy a estudiar. _____
- C) Ya no le gustan los chocolates. _____
- D) En la noche, oía ruidos extraños. _____
- E) Colega, te esperaré en el teatro. _____

Clave: A) O. D.; B) C. C.; C) sujeto; D) O.D.; E) vocativo.

19. En el enunciado “Javier, estas fueron las noticias censuradas”, las frases nominales cumplen, respectivamente, las funciones de

- A) sujeto y atributo.
- B) sujeto, aposición y atributo.
- C) aposición, sujeto y atributo
- D) vocativo, sujeto y atributo.
- E) vocativo, sujeto y complemento circunstancial.

Clave: D. “Javier” es la palabra con la que el hablante se dirige a su oyente; “estas” concuerda en persona y número con el verbo; “las noticias censuradas” contiene información sobre identificación.

20. En el enunciado “un hombre desconocido nos donó una importante suma de dinero”, los núcleos de las frases nominales subrayadas, respectivamente, son

- A) hombre, importante. B) desconocido, importante.
- C) hombre, suma. D) hombre, dinero.
- E) desconocido, suma.

Clave: C. “Hombre” está siendo restringido por “desconocido”; el nombre “suma” está siendo restringido por “importante” y por “de dinero”. Y los dos núcleos de estas frases nominales presentan sendos determinantes.

21. Escriba I (incorrecto) si el enunciado infringe las normas de concordancia de la RAE y realice la enmienda pertinente.

- A) De súbito, emergieron varios hombres rana. _____
- B) Se olvidó de registrar las palabras claves. _____
- C) En la obra, tienen los roles de mujer arañas. _____
- D) Nos ofrecieron el servicio de bus-cama. _____
- E) En ese elenco, había dos mujeres barbudas. _____

Clave: B) I, palabras clave; C) I, mujeres araña; D) I, bus cama.

22. Complete cada enunciado con el pronombre personal átono de tercera persona que corresponde.

- A) Ustedes _____ revisaron los pies al niño.
- B) La policía _____ trajo esposados.
- C) A él la Sunat _____ embargó sus cuentas.
- D) _____ conté a Iris _____ que sucedió.
- E) Javier _____ encontró muy enferma.

Clave: A) le; B) los; C) le; D) le, lo; E) la.

23. Marque la opción que se ciñe al estándar.

- A) Compró juguetes y regaló a los niños.
- B) Lo tenían que haberlo denunciado.
- C) Juan, a esa anciana no la maltrates.
- D) A tu padre no debes faltar el respeto.
- E) Ya lo he reconocido a los estafadores.

Clave: C. Al haberse enfatizado el objeto directo, se debe reduplicarlo con el clítico correspondiente por lo cual deben compartir los mismos valores morfosintácticos (género, número, persona). En A) debe escribirse “Compró juguetes y **los** regaló a los niños”; en B) “Lo tenían que haberlo denunciado” o “tenían que haberlo denunciado”; en D) “A tu padre no debes faltarle el respeto”; en E) “Ya los he reconocido a los estafadores”.

24. Sustituya el nombre “cosas” por otro de mayor precisión léxica.

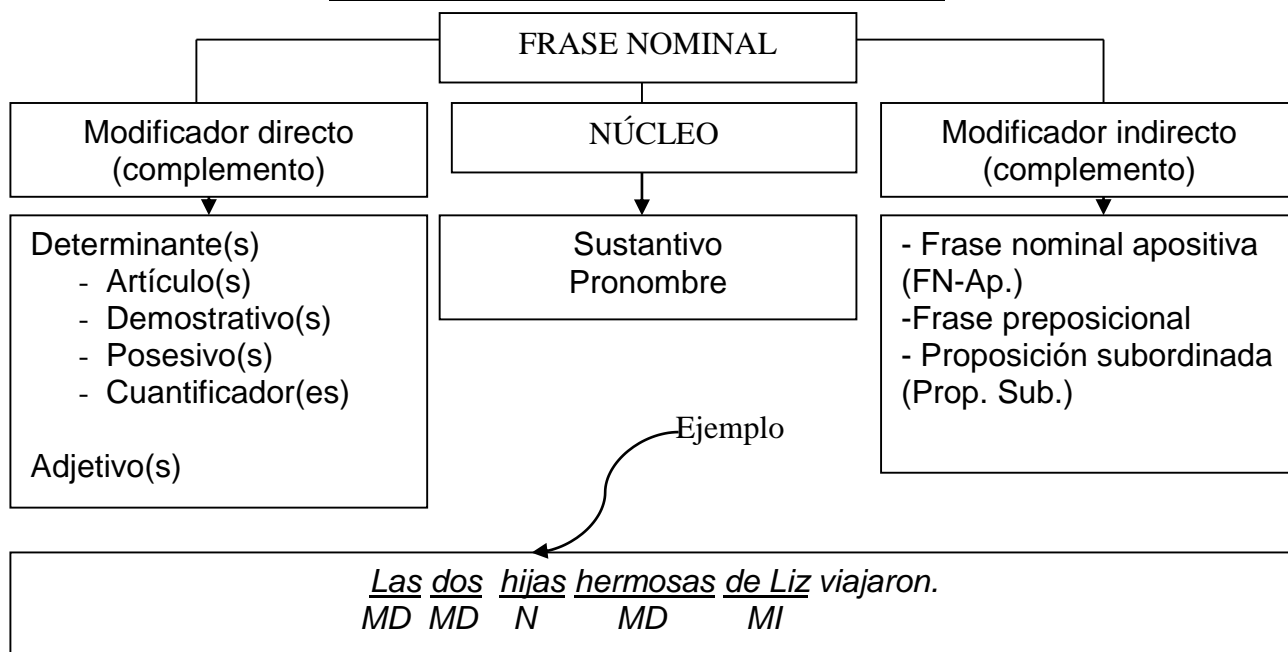
- A) Las cosas del albañil rayaron el parqué. _____
- B) Nos dijo cosas muy reconfortantes. _____
- C) Acomoda tus cosas en el ropero. _____
- D) Omar, guarda tus cosas en la oficina. _____
- E) Ella habló sobre cosas irrelevantes. _____

Clave: A) herramientas; B) palabras; C) prendas; D) archivos; E) asuntos.

25. Reemplace la expresión subrayada por otra que el contexto exija.

- A) En la vía, sucedió algo grave. _____
- B) El bombero realizó algo colosal. _____
- C) Me comunicó algo desagradable. _____
- D) Dale algo a ese pordiosero. _____
- E) Me recetaron algo contra la tos. _____

Clave: A) un accidente; B) una proeza; C) una noticia; D) una limosna; E) un fármaco.

ESQUEMA DE LA FRASE NOMINAL (FN)**CLASES DE FRASES NOMINALES**

-simple	MD) N (MD) (MI)	El gato negro de mi tío fugó.
-compuesta	(MD) N + N... (MD) (MI)	La niña y el niño cantaron hoy.
-incompleja	(MD) N (MD)	La niña rubia viajará mañana.
-compleja	(MD) N (MD) MI	Él, mi tío, y tú viajarán pronto.

FUNCIONES DE LA FRASE NOMINAL

Función	abreviatura	ejemplos
vocativa	(FN-Voc.)	Felipe , vuelva.
sujeto	(FN-Suj.)	Liz canta.
atributo	(FN-Atrib.)	Luz es abogada .
objeto directo	(FN OD)	Él vio a Liz .
objeto indirecto	(FN OI)	Ella lo entregó a Liz .
complemento circunstancial	(FN CC)	Ella habló con Liz .

NOMBRE(s) (Nom.)

Propio(s)	Comun(es)
Antropónimo(s): Alfonso, María, Benito	Abstracto(s): idea, caridad, amor
Patronímico(s): Fernando → Fernández	Concreto(s): agua, aire, luz, tierra
Hipocorístico(s): Pocho < Alfonso, Nacho < Ignacio	Individual(es): gato, gente, alumno
Topónimo(s): Jauja, Lima, Mantaro, Rímac	Colectivo(s): jauría, poblado, tropa
	Derivados: naranjal, poemario, alumnado
	Primitivo(s): rebaño, coro, orquesta

PRONOMBRE(s) (Pron.)		
	Tónicos	Átonos
1.Personales	yo, mí, conmigo tú ~ Ud., ti, contigo él, ella, sí, consigo nosotros(as) vosotros(as), Uds. ellos(as)	me, te, se, nos, os, lo(s), la(s), le(s)
2.Demostrativos	este, ese, aquel, esta, esa, aquella, esto, eso, aquello, estos, esos, aquellos, estas, esas, aquellas	
3.Posesivos	mío(a)(s), tuyo(a)(s), suyo(a)(s), nuestro(a)(s), vuestro(a)(s)	
4.Relativos	que, quien(es), cuyo(a)(s), cual(es), como, donde, adonde, cuanto(a)(s), cuando	
5.Interrogativo- exclamativos	qué, quién(es), cuál, cuánto(a)(s), cuándo, cómo, dónde, adónde	
6.Indefinidos	alguno(as), todos(as), pocos(as), muchos(as), varios(as), nadie, otro(a)(s), alguien, cualquiera, cualesquiera	

Literatura

EJERCICIOS DE CLASE N° 9

- En relación al contexto de la Generación del 98 en España, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.
 - Unamuno fue el que dio nombre a la generación.
 - Aparece durante el inicio de la Guerra Civil española.
 - Los poetas pertenecieron a la aristocracia española.
 - Surge como reacción al año del Desastre Nacional.
 - La generación rinde homenaje al poeta Góngora.

Solución: La Generación del 98 debe su nombre a causa del año del Desastre Nacional, 1898, en que España pierde sus últimas colonias en guerra contra Estados Unidos. El nombre es mencionado por primera vez por el escritor José Martínez Ruíz (Azorín).

Rpta.: D

- Respecto a la Generación del 98, marque la opción que completa correctamente el siguiente enunciado: "Ante la crisis de 1898, los noventayochistas proponen el establecimiento de reformas económicas y agrarias, lo que evidencia su preocupación por
 - reivindicar el paisaje castellano y español".
 - preferir el ámbito urbano por sobre el rural".
 - recuperar la perdida grandeza imperial".
 - remitirse a las tradiciones del medioevo".
 - repensar y definir el concepto de España".

Solución: La propuesta de establecer reformas económicas, agrarias y educativas evidencia la preocupación de los autores de la Generación del 98 por redefinir y repensar el concepto de España.

Rpta.: E

3. Marque la opción que completa correctamente el siguiente enunciado sobre la Generación del 98: “Si bien su producción es vasta y compleja, los autores de esta generación literaria sintieron predilección por _____ como forma literaria que les permitía _____”.
- A) el soneto – difundir los postulados vanguardistas
 - B) la crónica – reivindicar las tradiciones españolas
 - C) el ensayo – analizar las condiciones sociales
 - D) la novela – hacer una crítica del desastre nacional
 - E) la poesía – valorar el importante legado de Góngora

Solución: Si bien su producción es vasta y compleja, los autores de la Generación del 98 sintieron predilección por el ensayo como forma literaria que les permitía analizar las condiciones sociales de su época.

Rpta.: C

4. Marque la alternativa que contiene una característica de la poesía de Antonio Machado.
- A) Exhibe alusiones a la mitología clásica.
 - B) Describe y exalta el paisaje de Castilla.
 - C) Utiliza nuevas técnicas como el caligrama.
 - D) Presenta fuertes rasgos románticos.
 - E) Manifiesta influencia del vanguardismo.

Solución: La poesía de Antonio Machado presenta fuertes rasgos existencialistas, además entre sus características está la descripción y exaltación del paisaje castellano.

Rpta.: B

5. Con respecto a la verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados sobre las características que se desarrollan en el poemario *Campos de Castilla*, de Antonio Machado, marque la alternativa que contiene la secuencia correcta.
- I. Muestra predilección por los detalles de la aldea castellana.
 - II. Expone el marasmo del pasado y la angustia de su presente.
 - III. Celebra las grandes conquistas de los reyes castellanos.
 - IV. Destaca el uso de un lenguaje cultista y estilo barroco.
 - V. Hay una aproximación a la cotidianidad y al ámbito aldeano.
- A) VVFFV B) VFVFF C) FVVVF D) FFVVF E) VVFVV

Solución:

- I. El poemario demuestra una inclinación por representar los detalles de la aldea castellana. (V)
- II. Los poemas exponen una perspectiva crítica hacia la abulia del pasado y su dolor profundo por el presente del autor. (V)
- III. En este libro se le canta a los personajes comunes y corrientes representativos del paisaje castellano. (F)
- IV. Más bien destaca el uso de un lenguaje sencillo y estilo descriptivo. (F)
- V. Describe de modo emotivo los detalles de la vida en la aldea castellana. (V)

Rpta.: A

6. Con respecto al contexto histórico en el que surge la Generación del 27, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.
- A) España pasaba por la crisis generada por la pérdida de sus colonias en América.
 - B) Sus integrantes participan activamente en acciones de la Primera Guerra Mundial.
 - C) Son influenciados por la estética vanguardista que estaba en auge en toda Europa.
 - D) La Primera Guerra Mundial permite a España recuperar la hegemonía en Europa.
 - E) Se rechaza de modo absoluto la influencia de los poetas de la Generación del 98.

Solución: Cuando aparece este grupo de poetas con la simbología del año 1927, se vivía en toda Europa el furor de la estética vanguardista que también estos jóvenes poetas asimilan, procesan y desarrollan.

Rpta.: C

7. Respecto al siguiente fragmento sobre la Generación del 27, seleccione la alternativa que lo completa correctamente: "A la par de esta generación literaria, conformada sobre todo por _____, surge el _____ en España como una propuesta artística innovadora".
- A) ensayistas – futurismo
 - B) cuentistas – dadaísmo
 - C) dramaturgos – existencialismo
 - D) poetas – ultraísmo
 - E) novelistas – surrealismo

Solución: La Generación del 27 se conforma por un grupo de poetas. Dicha generación literaria aparece de modo paralelo al ultraísmo, movimiento de vanguardia que surge en España.

Rpta.: D

8. Una de las características de las vanguardias es su actitud iconoclasta, la cual expresa el rechazo a la
- A) nueva realidad cotidiana española.
 - B) autoridad de los modelos clásicos.
 - C) escritura automática surrealista.
 - D) racionalidad romántica de la poesía.
 - E) presencia de los diversos ismos.

Solución: Los vanguardistas, debido a esa actitud iconoclasta, rechazan la autoridad de los modelos y normas estéticas tradicionales.

Rpta.: B

9. En relación a las características del teatro de García Lorca, marque la alternativa que contiene las afirmaciones correctas.
- I. Sus primeros textos fueron escritos en prosa.
 - II. Sus obras son principalmente de tipo fantástico.
 - III. Sus personajes son de un medio social concreto.
 - IV. Su teatro posee un sentido moralizador didáctico.
- A) I – III B) II – IV C) I – IV D) I – II E) III – IV

Solución:

- I. García Lorca compuso sus primeras obras en verso y en su madurez en prosa. (F)
- II. En el tratamiento del tema Lorca opta por el realismo. (F)
- III. Para Lorca el teatro debería tener la función de explicar con ejemplos vivos; por eso, sus personajes son tomados de un medio social concreto y pintoresco. (V)
- IV. El didactismo del teatro lorquiano posee un sentido moralizador, docente, (coma) ligado a las fuerzas eternas del hombre. (V)

Rpta.: E

10. En *Bodas de sangre*, de Federico García Lorca, el amor pasional genera que
- A) Novio pelee con Leonardo antes del matrimonio religioso.
 - B) Leonardo, tras matar a Novio, secuestre a Novia ya casada.
 - C) Novia y Leonardo quebranten las rígidas normas sociales.
 - D) en plena boda, Novio y Leonardo se enfrenten en un duelo.
 - E) el destino fatal previsto desde el inicio de la obra no se cumpla.

Solución: La obra teatral *Bodas de sangre*, de Federico García Lorca, desarrolla una historia donde se aprecia que el amor pasional motiva a Leonardo a huir con la Novia sin que importen las normas sociales.

Rpta.: C

Psicología

PRÁCTICA N° 9

Instrucciones.

Lea atentamente el texto de cada pregunta y señale la respuesta verdadera.

1. Un día que llovió mucho en Lima, Melva corrió para coger el bus, pero pisó un charco de agua y cayó aparatosamente. Ahora, cada vez que sale a trabajar y ve charcos de agua en las aceras, comienza a latirle rápidamente el corazón. Esta conducta la aprendió por
- A) condicionamiento instrumental.
 - B) aprendizaje significativo.
 - C) condicionamiento clásico.
 - D) condicionamiento operante.
 - E) aprendizaje observacional.

Solución: el aumento de los latidos del corazón ante charcos de agua es una respuesta autonómica que se aprende por el modelo de aprendizaje por condicionamiento clásico, también conocido como de asociación de estímulos.

Rpta.: C

2. En una reunión, Pedro bebió pisco en exceso y al día siguiente tuvo una fuerte resaca que le hizo sentirse mal toda la mañana. Ahora, cada vez que siente olor a alcohol, le da náuseas. En este contexto, ¿Cuál es el estímulo condicionado?
- A) Las náuseas
 - B) La reunión
 - C) El pisco
 - D) La resaca
 - E) El olor a alcohol

Solución: El estímulo condicionado (EC) es el olor a alcohol que al asociarse con la ingesta de alcohol está produciendo también uno de los malestares de la resaca: la náusea.

Rpta.: E

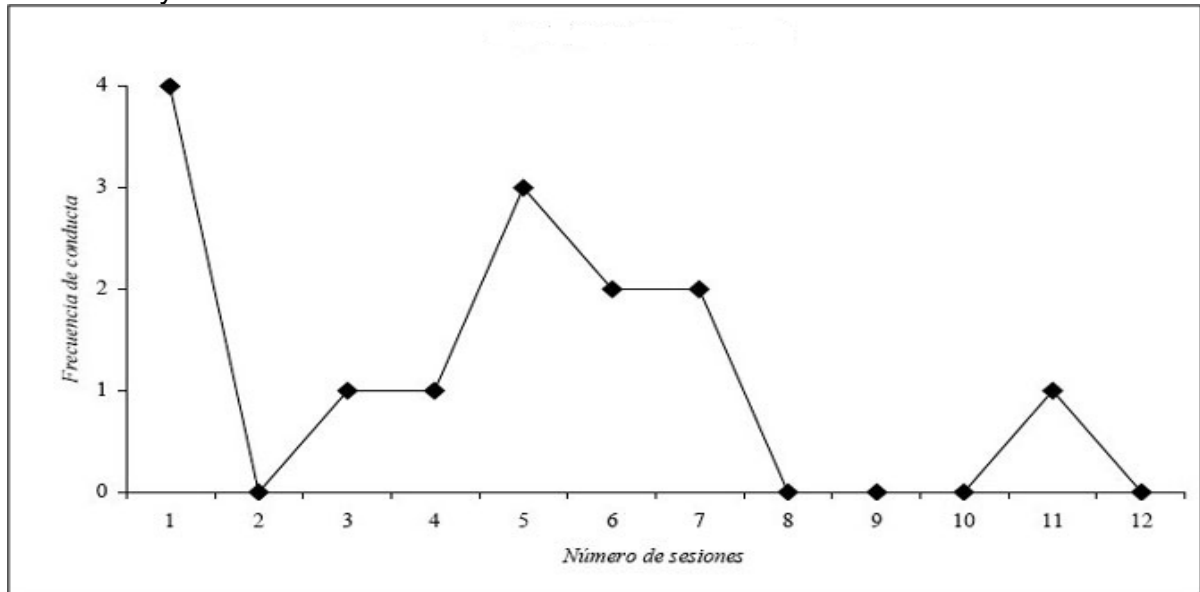
3. Apenas la pequeña Rosita empieza a hacer sus berrinches ante la visita de la tía Juanita, su madre la mira fijamente a los ojos con expresión adusta y el berrinche cesa. Esta situación ejemplifica un caso de aplicación del principio conductual denominado
- A) castigo positivo.
 - B) reforzamiento positivo.
 - C) reforzamiento negativo.
 - D) castigo negativo.
 - E) aprendizaje observacional.

Solución:

En el Castigo positivo se disminuye o elimina una conducta presentando un estímulo desagradable. La conducta de hacer berrinches disminuirá porque tiene como consecuencia una mirada de enojo por parte de la madre..

Rpta.: A

4. En un experimento, se ha estado dando una bolilla de comida a una rata cada vez que presionaba una palanca. En el siguiente gráfico se describe la frecuencia de sus conductas y el número de sesiones.



¿Qué ocurrió, probablemente, en las sesiones 8, 9 y 10?

- I. Se dejó de reforzar
- II. Se dio dos bolillas de comida
- III. Se empezó a darle algo desagradable
- IV. Se suprimió algo desagradable

- A) I y II B) II y III C) I y III D) III y IV E) I y III

Solución: Se observa el cese de la respuesta; probablemente causado por el efecto de la extinción (dejar de reforzar) y el castigo positivo (darle un estímulo desagradable) es reducir la conducta, lo que ocurre justamente después de la sesión 7.

Rpta.: E

5. La enamorada de Juan le ha estado mandando constantemente mensajes por WhatsApp y Facebook y él ha respondido cada uno de ellos. Sin embargo, a veces, ella los manda cuando él está en clase. Entonces, decidió no responderlos en esas horas. Como consecuencia, su enamorada ha dejado de mandarle mensajes. Juan ha empleado el principio del condicionamiento operante llamado

- A) castigo positivo.
- B) reforzamiento positivo.
- C) reforzamiento negativo.
- D) extinción de conducta.
- E) costo de respuesta.

Solución: en la extinción se le quita el estímulo que ha estado manteniendo la conducta. En este caso, las respuestas a los mensajes han estado manteniendo la conducta de mandar mensajes. Al evitar responderlos, se suprime la conducta de mandarlos.

Rpta.: D

6. Carla es una estudiante universitaria que toma un tranquilizante cada vez que tiene que dar un examen oral, debido a que le “ayuda” a reducir los síntomas desagradables de ansiedad. Esta situación ejemplifica un caso de

A) castigo positivo. B) reforzamiento positivo.
C) reforzamiento negativo. D) castigo negativo.
E) extinción de conducta.

Solución: En el Reforzamiento Negativo la conducta aumenta porque suprime un estímulo desagradable. En este caso, la sensación de nerviosismo desaparece al tomar el tranquilizante, por tanto, las respuestas de tomar tranquilizantes aumenta.

Rpta.: C

7. La profesora Carmela ha decidido no darle la palabra a Jaimito pues cada vez que le da oportunidad de hablar, cuenta un chiste y todos los compañeros se ríen. La profesora está suponiendo que el estímulo reforzador de la mala conducta de Jaimito es

A) tomar la palabra. B) levantar la mano.
C) la risa de los compañeros. D) el chiste.
E) las alumnas mujeres.

Solución: La profesora está suponiendo que es la risa de los compañeros lo que refuerza la mala conducta del niño, al no permitir que el niño tome la palabra, no se da la oportunidad de que la risa de los compañeros aparezca.

Rpta.: C

8. En un examen de admisión a la universidad, luego de las instrucciones del profesor, los alumnos dejan la prueba y sus lápices sobre la carpeta cuando se oye el timbre de finalización de dicho examen. En este ejemplo, el estímulo discriminativo es

A) el timbre. B) el profesor. C) la hora.
D) la carpeta. E) el examen.

Solución: En este caso se da una triple relación de contingencia en la que el timbre es el estímulo discriminativo de que en ese caso, elicitó la conducta de dejar de escribir en la prueba.

Rpta.: A

9. En el contexto del modelo de aprendizaje por condicionamiento operante, en el siguiente dialogo, selecciona la opción que correlaciona correctamente las expresiones con las variables componentes de dicho modelo.

I. Pepito, ¿cuántos años tienes? a. Respuesta operante
II. 8 años b. Estímulo reforzador
III. ¡Qué bien! c. Estímulo discriminativo

A) Ia, IIb, IIIc B) Ib, IIc, IIIa C) Ic, IIb, IIIa.
D) Ib, IIa, IIIc E) Ic, IIa, IIIb

Solución: La alternativa correcta es la Ic, IIa, IIIb; la pregunta es el estímulo discriminativo para que se dé la respuesta operante, contestarla, y recibir el estímulo reforzado es el elogio.

Rpta: E

10. Carlitos realizaba las tareas domésticas de mal humor y demorándose mucho. Por ello, su madre lo regañó fuertemente. Ahora hace sus tareas sin reclamar y rápido. Este caso ilustra la aplicación del principio conductual operante denominado

A) reforzamiento positivo. B) castigo positivo.
C) reforzamiento negativo. D) castigo negativo.
E) costo de respuesta.

Solución: El castigo positivo disminuye o elimina una conducta, como consecuencia de presentar un estímulo desagradable.

Rpta: B

Historia

EVALUACIÓN Nº 9

1. ¿Cuál de las siguientes descripciones definen mejor a un mecenas?

A) Comerciante que tenía gusto por vender obras de arte.
B) Persona bastante adinerada que patrocinaba a los artistas.
C) Artesanos que pertenecían a gremios muy poderosos.
D) El clero, que pensaba que así agradaba a Dios.
E) Todos los nobles que querían ser retratados por un artista.

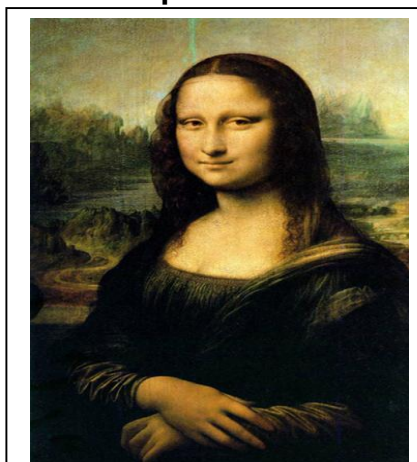
Solución: Los mecenas eran personas bastante adineradas que patrocinaban a los artistas. En la Edad Media varios de ellos patrocinaron a Boticelli, Da Vinci, Rafael, Donatello y otros artistas. Adquiere prestigio y fama asociándose al artista, creador o inventor.

Rpta.: B

2. Marque las características de la pintura renacentista que se evidencian en la obra que se muestra a continuación.

1. Dominio de la perspectiva
2. Uso de luces y sombras
3. Uso de un solo plano
4. Rigidez en el cuerpo humano
5. Importancia de la figura humana

A) 1,3,4 B) 2,4,5
C) 1,2,5 D) 3,4,5
E) 2,3,4



Solución: El dominio de la ciencia de la perspectiva, que permite la representación tridimensional, obsesionará a los pintores. La luz, lógica y racional, a imitación de la Naturaleza, ayuda a crear efectos de perspectiva, mientras que el color es también realista.

La forma de expresión es figurativa, naturalista e idealizada, concediendo gran importancia a la figura humana bella y proporcionada.

Rpta.: C

3. En el siglo XVI se produjo en Europa una profunda crisis en el seno de la Cristiandad; ello se inició con la crítica de _____ a la Iglesia romana.

A) Martin Lutero B) Tomas Moro C) Juan Calvino
D) Erasmo de Rotterdam E) Nicolás Maquiavelo

Solución: Martín Lutero quiso reformar la Iglesia y terminó separando a gran parte de Europa de la obediencia al Papa, denunciando la corrupción y reinterpretando la tradición religiosa.

Rpta.: A

4. El Papa Paulo III, ante las numerosas críticas doctrinarias y teológicas que atravesaba la Iglesia fue quien inició la reacción llamada Contrarreforma. Esto se hizo a través, _____, que reafirmó los dogmas católicos.

- A) del Concilio de Clermont
B) de la Paz de Augsburgo
C) del Tribunal de la Inquisición
D) del Mensaje evangélico
E) del Concilio de Trento

Solución: La reacción de la iglesia llamada Contrarreforma se hizo a través del Concilio de Trento que reafirmó los dogmas católicos y estableció numerosos cambios disciplinarios.

Rpta.: E

5. A partir de la siguiente imagen podemos deducir que las ideas que se tenían en el siglo XIV y XV del mundo eran:



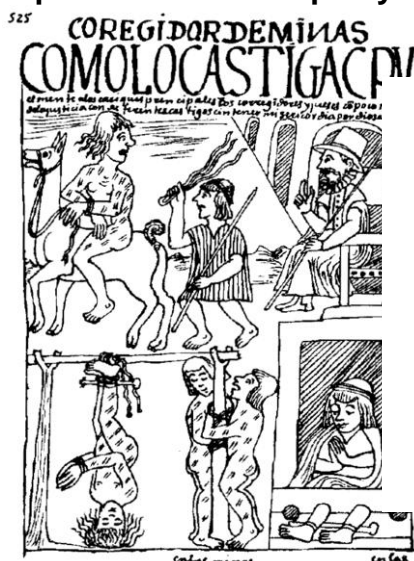
1. ajustadas a la realidad.
2. fantasías aterradoras.
3. representaciones imaginarias.
4. inexactas en cuanto a conocimiento.
5. relacionadas a todo el universo.

- A) 1,3,5 B) 3,4,5 C) 2,3,5 D) 2,3,4 E) 1,4,5

Solución: La idea del mundo en el siglo XV estaba influida directamente por la Biblia (y sus interpretaciones), hasta que surge la teoría heliocéntrica de Nicolás Copérnico en 1543. Por otro lado las fantasías eran utilizadas como elementos para la dominación en los viajes de exploración hacia nuevas tierras.

Rpta.: D

6. La siguiente imagen es un dibujo de Felipe Guamán Poma de Ayala; muestra la llegada de los españoles al Perú, en el periodo del expansionismo europeo y los viajes descubridores.



- A) los conflictos políticos por el poder entre indígenas y españoles tras
- B) las penurias de la población indígena como consecuencia de
- C) la expansión de la civilización europea-occidental a
- D) la consolidación de la burguesía colonial en el desarrollo comercial luego de
- E) el inicio del mercantilismo como sistema económico a partir de los viajes descubridores y

Solución: Una de las consecuencias del expansionismo europeo y los viajes descubridores en el aspecto social fue la crisis demográfica en América por las epidemias, guerras, castigos, trabajos forzados, etc.

Rpta.: B

7. A partir del siguiente texto, ¿qué principio absolutista se evidencia?

“... en virtud de haber sido elegido y nombrado por Dios para ese gran oficio; un rey cuyas actos no pueden criticarse sin cometer blasfemia, puesto que Dios los ha presenciado desde siempre y nunca ha evidenciado desagrado en modo alguno”

El soliloquio del rey Leopoldo. Mark Twain

- | | | |
|---------------------|-----------------|----------------|
| A) Providencialismo | B) Racionalismo | C) Centralismo |
| D) Absolutismo | E) Regalismo | |

Solución: El providencialismo es uno de los principios del sistema absolutista con el que se gobernó en la Edad Moderna, el rey reina por designio divino.

Rpta.: A

8. Felipe II, rey de España desde 1556 hasta 1598, se enfrentó en la Batalla de Lepanto (1571) contra _____, que era la principal potencia musulmana de aquella época.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------|
| A) la rebelión de los judíos | B) el imperio británico |
| C) la incorporación de Portugal | D) el absolutismo francés |
| E) el imperio otomano | |

Solución: El Imperio otomano era la principal potencia musulmana de aquella época. Felipe II consiguió crear una gran flota procedente de diversas naciones cristianas, la Liga Santa, que derrotó a del Imperio otomano en la **Batalla de Lepanto** (1571).

Rpta.: E

Geografía

EJERCICIOS DE LA SEMANA Nº 9

1. Las ciudades costeñas se caracterizan por la alta demanda del recurso hídrico, cuya principal fuente está representada por el deshielo de la cordillera
- A) oriental de los Andes. B) de Chila y el nudo de Pasco.
C) occidental de los Andes. D) Blanca y Negra.
E) Raura y La Viuda.

Solución: los ríos que atraviesan las diferentes ciudades costeñas forman parte de la vertiente hidrográfica del Pacífico cuya principal fuente hídrica se encuentra en los glaciares de la cordillera occidental de los Andes.

Rpta.: C

2. Como consecuencia del cambio climático, el río Santa disminuiría su caudal en setenta por ciento, generando
- A) el descenso de la productividad de las pampas de Chavimochic.
B) la baja productividad en el sector agropecuario de Áncash.
C) la vulnerabilidad de la biodiversidad de toda la costa peruana.
D) la desertificación de la costa meridional por manejo inadecuado del agua.
E) la disminución de la calidad de agua potable en los caseríos de Casma.

Solución: el río Santa tiene su origen en la laguna de Aguash (Ancash) a 5000 metros de altitud. El caudal de este río es utilizado para la irrigación de las pampas de Chavimochic (Chau, Virú, Moche y Chicama) y se utilizará en Chinecas (Chimbote, Nepeña y Casma). La disminución en 70% del caudal del río Santa generaría la pérdida de la productividad de estas pampas debido a la racionalización que se haría de este recurso.

Rpta.: A

3. Hace décadas, un gerente de una empresa agroexportadora mencionaba: *el valle del río Ica se caracteriza por poseer suelos muy fértiles ello ha generado su uso intensivo, pero debido a su condición árida, del río la escasez del agua amenaza la agroexportación.* Señale el acontecimiento más pertinente al contexto.
- A) Ampliación del cauce en su curso superior
B) Programar el uso adecuado del agua
C) Construcción del sistema de Choclococha
D) Instalación de presas en el curso medio
E) Generación de lluvias artificiales

Solución: el río Ica nace en la parte central de la meseta de Castrovirreyna, laguna de Parionacochas. Para aumentar su caudal se construyó el sistema de Choclococha que permite la derivación de las aguas de la cuenca alta del río Pampas hacia el río Ica.

Rpta.: C

4. Desde la perspectiva de un limeño que observa que el nivel del caudal del río Rímac disminuye drásticamente en los meses de junio a setiembre. Este fenómeno se conoce como
- A) evapotranspiración. B) estiaje. C) filtración.
D) escurrimiento. E) crecida.

Solución: los ríos de la vertiente hidrográfica del Pacífico por lo general son torrentosos, de poco caudal, curso corto y régimen irregular; se distingue un periodo de crecida, aumento de caudal, en los meses de diciembre a marzo y una de mayor estiaje, disminución del caudal, en los meses de junio y julio.

Rpta.: B

5. En una institución educativa, un grupo de alumnos observa el mapa hidrográfico del Perú destacando sus sistemas fluviales, luego, uno de ellos menciona que una de las vertientes tiene más ramificaciones y abarca la mayor extensión territorial de nuestro país. Estas características corresponden a la cuenca de los ríos

A) Zarumilla, Tumbes y Chira.
C) Ocoña, Majes y Tambo.
E) Ucayali, Marañón y Amazonas.

B) Coata, Ilave, Ramis.
D) Ramis, Desaguadero y Suche.

Solución: la vertiente hidrográfica del Amazonas constituye la mayor del territorio peruano. Su cuenca comprende 956 751km² que representa el 74,5% del territorio nacional y el 97,8 % del total de las aguas nacionales

Rpta.: E

6. Un grupo de excursionistas visitan la llanura amazónica, donde destacan sus ríos caudalosos. Señale las características predominantes que observaron.

a. Sirven como vías de comunicación
b. Son torrentosos en su trayectoria
c. Presentan un régimen regular permanente
d. Irrigan plantaciones de café
e. Forman cursos meándricos

A) a-c-d B) c-d-e C) a-b-e D) a-c-e E) b-c-d

Solución: los ríos de la selva baja se caracterizan porque constituyen la vía principal de comunicación. Son torrentosos en su curso superior, el colector común es el río Amazonas. Su régimen es regular y forma impresionantes meandros y cochas en la llanura amazónica.

Rpta.: D

7. En una exposición el docente menciona que los pongos se forman por degradación fluvial y que son característicos de la selva alta. Ante esto, un alumno realiza la siguiente pregunta: ¿existe alguna excepción respecto a la localización de los pongos? Y si existe, ¿podría dar un ejemplo?. Señale la respuesta del docente.

A) No, todos los pongos se ubican solo en la selva alta.
B) Sí, el pongo de Manseriche se localiza en Loreto.
C) No, los pongos son la vía de acceso a la selva baja.
D) No, ellos se ubican en selva alta o ceja de selva.
E) Sí, el pongo de Orellana se ubica en la selva baja.

Solución: Sí existe una excepción y lo conforma el pongo de Orellana que se forma por el río Ucayali al atravesar la cordillera de Contamana, relieve localizado en la selva baja del Perú.

Rpta.: E

8. Un grupo de satipeños se trasladan por la margen derecha de la parte final del VRAEM. Al seguir ese trayecto, necesariamente, continuará con la corriente del río

A) Urubamba.
D) Mantaro.

B) Apurímac.
E) Ucayali.

C) Tambo.

Solución: el valle de los ríos Apurímac, Ene y Mantaro (VRAEM) forman parte de los orígenes del río Amazonas. El río Apurímac nace en la cordillera de Chila al recibir el aporte del río Mantaro pasa a llamarse río Ene. Este cambia de nombre, Tambo, al recibir el aporte de río Perené. El río Tambo al confluir con el río Urubamba pasa a llamarse río Ucayali.

Rpta.: C

9. Un grupo de especialistas llega a la meseta del Collao realizan un estudio de impacto ambiental. En relación a sus ríos ellos encontraron las siguientes características de los sistemas fluviales
- a. Son navegables en su curso medio e inferior.
 - b. Uno de sus orígenes lo representa la cordillera Volcánica.
 - c. Un sector del río Suche es utilizado como límite fronterizo.
 - d. Su río más extenso se ubica en el sector norte del Collao.
 - e. El río Desaguadero es el único afluente del Titicaca.

A) a-c-e B) a-b-c C) c-d-e D) b-c-d E) b-d-e

Solución: la vertiente hidrográfica del Titicaca se caracteriza porque sus ríos nacen en la cordillera de Carabaya y Volcánica. Además, sus ríos son de corta longitud, régimen irregular y forma una cuenca endorreica. Los ríos Suche y Desaguadero establecen un límite natural entre Perú y Bolivia. Siendo el río Desaguadero el único efluente.

Rpta.: D

10. Un ciudadano dialoga con un ingeniero ambiental que se encuentra trabajando en la cuenca del río Chira. Este le menciona: *lo que suceda en la parte superior de esta cuenca repercute en el área en el cual nos encontramos, por ello es importante el manejo de cuenca*. En este contexto, ¿qué implica el manejo de cuenca?
- a. Proteger la calidad del agua
 - b. Conservar el patrimonio cultural
 - c. Vulneración de las construcciones
 - d. Controlar las inundaciones
 - e. Mitigación y adaptación climática

A) a-c-e B) b-c-d C) a-b-d D) c-d-e E) a-b-c

Solución: el manejo de cuenca es una forma de administración de un territorio, implica evitar la contaminación de las aguas, la vulneración de las construcciones en toda la cuenca, para ello se desarrolla proyectos de mitigación y adaptación climática. Además el manejo de cuenca se encarga de planificar el desarrollo con una visión integral de la cuenca.

Rpta.: A

Filosofía

EVALUACIÓN N° 9

1. Ginés de Sepúlveda presentó pruebas de que en Texcoco, los indígenas apresaron y devoraron una expedición completa de conquistadores españoles, despreciaron a los cerdos como alimento y, cuando llegó Hernán Cortés al lugar, observó el cráneo de los humanos sobrepuestos a los cráneos de los caballos; los antropófagos creyeron que el equino y el jinete eran una sola cosa.

¿Con cuál de los enunciados guarda coherencia el texto citado?

- A) La filosofía positivista condenó las atrocidades de los indígenas.
- B) Los hechos ocurrieron en el período romántico de la filosofía latinoamericana.
- C) Durante el período escolástico se puso en cuestión la humanidad del indio.
- D) Alejandro Deústua hizo una defensa del desarrollo espiritual del indio.
- E) Nunca hubo una preocupación por la identidad del indio americano.

Solución: Las costumbres, acciones y el entendimiento que poseían los indígenas americanos llamaron poderosamente la atención y horrorizaron a los europeos, a tal punto que cuestionaron la humanidad del indio. Ginés de Sepúlveda la negaba categóricamente, en cambio, Bartolomé De las Casas los defendió; ésta disputa sucedió en el período escolástico de la filosofía latinoamericana.

Rpta.: C

2. ¿Cuál es el pensamiento que se corresponde con el ideal de la independencia política?

- A) Romanticismo
- B) Ilustración
- C) Positivismo
- D) Espiritualismo
- E) Escolástico

Solución: En el periodo de la Ilustración se acrecienta el ideal de la independencia política.

Rpta.: B

3. La preocupación por la emancipación cultural y el destino de América caracteriza al periodo de la filosofía latinoamericana conocido como

- A) escolástico.
- B) ilustrado.
- C) positivista.
- D) espiritualista.
- E) romántico.

Solución: A los pensadores del periodo romántico, fase de la historia de la filosofía latinoamericana, les preocupa el destino y la emancipación cultural de América.

Rpta.: E

4. En la historia de la filosofía en Latinoamérica, la tendencia antimetafísica, científicista y de progreso caracterizan al pensamiento

- A) espiritualista.
- B) ilustrado.
- C) positivista.
- D) escolástico.
- E) romántico.

Solución: El positivismo, en la historia filosófica latinoamericana, promovió la emancipación mental ante la teología, por ello rechazó la metafísica. Además, el positivismo alentó la búsqueda del progreso a partir del desarrollo de la ciencia.

Rpta.: C

5. Augusto Salazar Bondy sostuvo que en América Latina se ha desarrollado una filosofía imitativa e inauténtica; en cambio, Leopoldo Zea afirmó lo contrario, es decir, que la etapa imitativa quedó atrás, que sí existe una filosofía de lo americano. Por lo tanto, podemos concluir que en las tesis filosóficas sobre la autenticidad de la filosofía latinoamericana propuestas por ambos pensadores existe
- A) un acuerdo. B) una discrepancia.
C) una concordancia. D) una coincidencia.
E) un entendimiento.

Solución: Por lo expuesto en el enunciado de la pregunta se advierte que no hay concordancia entre los argumentos de Salazar y Zea, más bien es correcto afirmar que hay una discrepancia entre las tesis filosóficas de ambos.

Rpta.: B

6. El enunciado: *Estoy feliz pero me siento triste*, infringe el principio de
- A) identidad. B) tercio excluido. C) autoridad.
D) no contradicción. E) equidad.

Solución: El enunciado expresa una contradicción por ende atenta contra el Principio de no contradicción.

Rpta.: D

7. Indique qué expresión no es un principio lógico y, por ende, no es una tautología.
- A) $p \rightarrow \sim p$ B) $\sim(p \wedge \sim p)$ C) $\sim p \rightarrow \sim p$ D) $p \rightarrow p$ E) $p \vee \sim p$

Solución: La fórmula que no satisface la condición es $p \rightarrow \sim p$.

Rpta.: A

8. Para que la siguiente fórmula: $[(\dots\dots\dots) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ tenga la forma del modus tollens, la primera premisa debe ser
- A) $p \rightarrow \sim p$ B) $p \rightarrow \sim q$ C) $\sim(p \rightarrow \sim p)$ D) $p \wedge \sim p$ E) $p \rightarrow q$

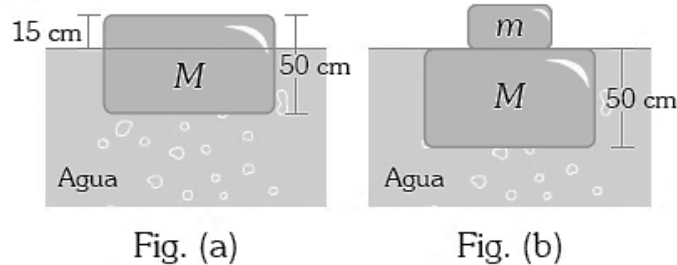
Solución: La primera premisa debe ser: $p \rightarrow q$

Rpta.: E

Física

EJERCICIOS DE LA SEMANA N° 9

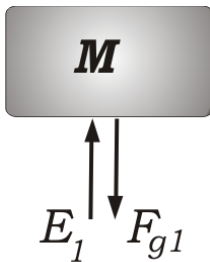
1. Una plataforma de 1 m^2 de área y $0,5 \text{ m}$ de espesor flota en el agua tal como muestra la figura (a). Determine la masa mínima m necesaria que debe ponerse sobre la plataforma para que esta esté totalmente sumergida figura (b). ($\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$)



- A) 100 kg B) 150 kg C) 200 kg D) 250 kg E) 300 kg

Solución:

Para la figura (a)

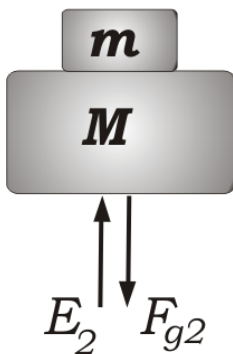


$$E_1 = F_{g1}$$

$$\rho V_{s1} g = Mg$$

$$\rho A \left(\frac{35}{100} \right) = M$$

Para la figura (b)



$$E_2 = F_{g2}$$

$$\rho V_{s2} g = (M + m)g$$

$$\rho A \left(\frac{50}{100} \right) = M + m$$

$$\rho A \left(\frac{50}{100} \right) = \rho A \left(\frac{35}{100} \right) + m$$

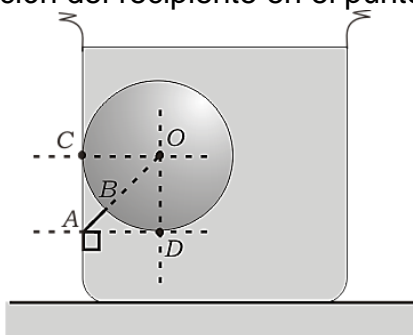
$$m = \rho A \left(\frac{15}{100} \right)$$

$$m = 10^3 (1) \left(\frac{15}{100} \right)$$

$$m = 150 \text{ kg}$$

Rpta.: B

2. Un cuerpo de forma esférica de radio 10 cm y densidad $0,5 \text{ g/cm}^3$ está completamente sumergido en el agua, sostenido por la cuerda AB y en equilibrio, según el dibujo mostrado. Determine la reacción del recipiente en el punto C. $g = 10 \text{ m/s}^2$



A) $\frac{100}{3} \pi N$

B) $\frac{400}{3} \pi N$

C) $\frac{200}{3} \pi N$

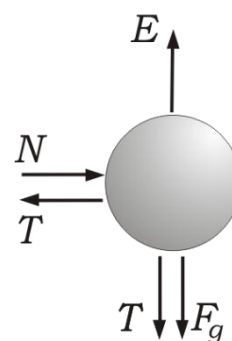
D) $\frac{50}{3} \pi N$

E) $\frac{500}{3} \pi N$

Solución:

En el eje Y

$$\begin{aligned}
 E &= T + F_G \\
 \rho_L V g &= T + m g \\
 \rho_L \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) g &= T + \rho_E \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) g \\
 (10^3) \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) g &= T + \left(\frac{1}{2} 10^3 \right) \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) g \\
 T &= \left(\frac{1}{2} 10^3 \right) \left(\frac{4}{3} \pi r^2 \right) g \\
 T &= \left(\frac{1}{2} 10^3 \right) \left[\frac{4}{3} \pi \left(\frac{10}{100} \right)^2 \right] 10 \\
 T &= \left(\frac{1}{2} 10^3 \right) \left[\frac{4}{3} \pi \left(\frac{10}{100} \right)^2 \right] 10 \\
 T &= \frac{200}{3} \pi
 \end{aligned}$$



En el eje X

$$\begin{aligned}
 N &= T \\
 N &= \frac{200}{3} \pi
 \end{aligned}$$

Rpta.: C

3. Un objeto flota en el agua con el 80% de su volumen por debajo de la superficie. El mismo objeto, situado en otro líquido, flota con el 72% de su volumen por debajo de la superficie. Determine la densidad de ese líquido. (ρ : densidad del agua)

A) $\frac{10}{9} \rho$

B) $\frac{8}{9} \rho$

C) $\frac{5}{9} \rho$

D) $\frac{7}{9} \rho$

E) $\frac{11}{9} \rho$

Solución:

Para el agua.

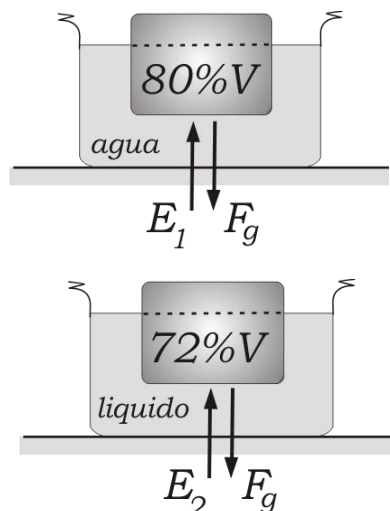
$$\begin{aligned} E_1 &= F_g \\ \rho_A V_{s1} g &= Mg \\ \rho_A 80\%V &= M \end{aligned}$$

Para el líquido.

$$\begin{aligned} E_2 &= F_g \\ \rho_L V_{s2} g &= Mg \\ \rho_L 72\%V &= M \end{aligned}$$

Entonces.

$$\begin{aligned} \rho_L 72\%V &= \rho_A 80\%V \\ \rho_L &= \frac{10}{9} \rho_A \\ \rho_L &= \frac{10}{9} \rho \end{aligned}$$



Rpta.: A

4. Un objeto tiene un peso aparente de 2,5 N cuando está sumergido en agua. Cuando se sumerge en aceite, su peso aparente es 2,7 N. Determine el peso real del objeto. (Densidad del aceite = 600 kg/m³)

A) 4,2 N B) 3 N C) 3,2 N D) 2,9 N E) 2,8 N

Solución:

En el agua.

$$\begin{aligned} P_{A1} &= P_R - E_1 \\ 2,5 &= P_R - \rho_1 V g \\ P_R &= 2,5 + \rho_1 V g \end{aligned}$$

En el aceite.

$$\begin{aligned} P_{A2} &= P_R - E_2 \\ 2,7 &= P_R - \rho_2 V g \end{aligned}$$

Entonces.

$$\begin{aligned} 2,7 &= 2,5 + \rho_1 V g - \rho_2 V g \\ 0,2 &= 1000 V g - 600 V g \\ 0,2 &= 400 V g \\ V g &= \frac{1}{2000} \end{aligned}$$

Reemplazando.

$$\begin{aligned} P_R &= 2,5 + \rho_1 \left(\frac{1}{2000} \right) \\ P_R &= 2,5 + 1000 \left(\frac{1}{2000} \right) \\ P_R &= 2,5 + 0,5 \\ P_R &= 3N \end{aligned}$$

Rpta.: B

5. Determine la densidad de una mezcla formada por un material A de volumen V_A y otro material de B de volumen $4V_A$, cuyas densidades son $\rho_A = 0,8 \text{ g/cm}^3$ y $\rho_B = 0,3 \text{ g/cm}^3$ respectivamente.

A) $0,4 \text{ g/cm}^3$ B) $0,6 \text{ g/cm}^3$ C) $0,8 \text{ g/cm}^3$ D) $1,2 \text{ g/cm}^3$ E) $0,5 \text{ g/cm}^3$

Solución:

$$\rho_C = \frac{M}{V} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B}$$

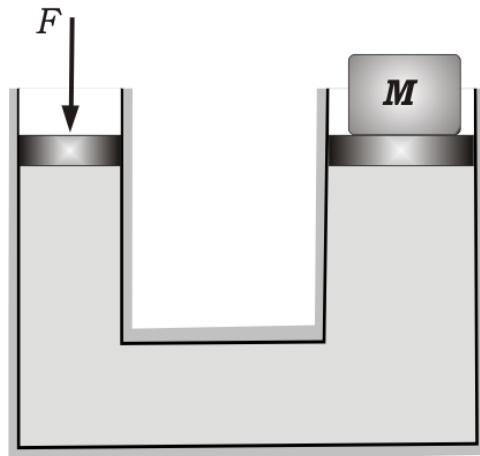
$$\rho_C = \frac{0,8V_A + 1,2V_B}{5V_A}$$

$$\rho_C = 0,4$$

Rpta.: A

6. La prensa hidráulica de la figura tiene pistones de diámetro 2 cm y 5 cm respectivamente. ¿Qué fuerza se debe aplicar al pistón pequeño para sostener un bloque de 25 N en equilibrio?

A) 4 N
B) 6 N
C) 8 N
D) 10 N
E) 12 N



Solución:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

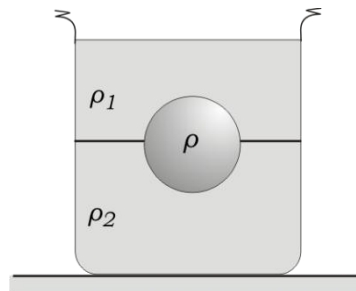
$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} \cdot F_2 = \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} \cdot F_2$$

$$F_1 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot F_2 = \frac{2^2}{5^2} \cdot 25 = 4 \text{ N}$$

Rpta.: A

7. Una esfera sólida homogénea de densidad ρ cuyo volumen es V flota en el límite de dos líquidos no miscibles como muestra la figura. Además, $\rho_1 < \rho < \rho_2$. ¿Qué parte del volumen de la esfera está sumergida en el líquido inferior?

Considere $\rho = \frac{5\rho_1}{4}$; $\rho_2 = \frac{3}{2}\rho$



A) $\frac{4}{5}V$

B) $\frac{5}{9}V$

C) $\frac{3}{8}V$

D) $\frac{2}{7}V$

E) $\frac{5}{7}V$

Solución:

$$E_1 = \rho_1 g V_{S1} = \left(\frac{4}{5}\rho\right)(10)V_{S1} = 8\rho V_{S1}$$

$$E_2 = \rho_2 g V_{S2} = \left(\frac{3}{2}\rho\right)(10)V_{S2} = 15\rho V_{S2}$$

$$F_g = E_1 + E_2$$

$$mg = 8\rho(V - V_{S2}) + 15\rho V_{S2}$$

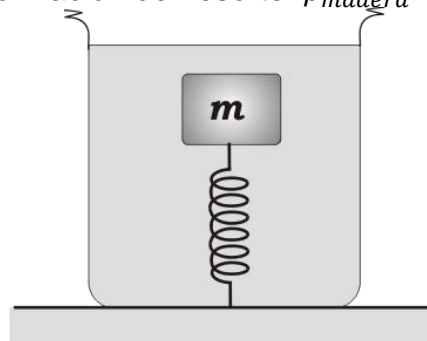
$$\rho V g = 8\rho V + 7\rho V_{S2}$$

$$2V = 7V_{S2}$$

$$V_{S2} = \frac{2}{7}V$$

Rpta.: D

8. Un cubo de madera de arista 10 cm está sumergido en el agua, como muestra la figura. Determine la deformación del resorte. $\rho_{madera} = 800 \text{ kg/m}^3$; $k = 40 \text{ N/m}$



A) 0,2 cm

B) 2 cm

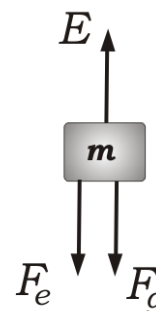
C) 0,4 cm

D) 4 cm

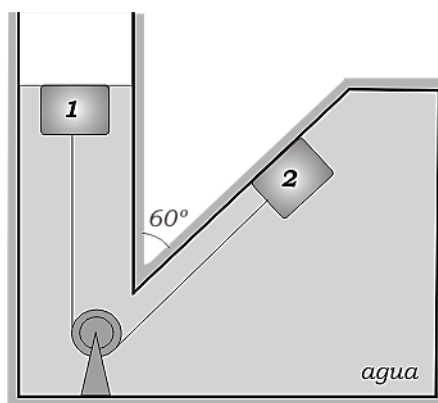
E) 5 cm

Solución:

$$\begin{aligned}
 F_e + mg &= E \\
 F_e &= E - mg \\
 kx &= \rho_L g V_m - \rho_m V_m g \\
 x &= \frac{(\rho_L - \rho_m) g V_m}{k} \\
 x &= \frac{(1000 - 800)(10)(10^{-3})}{40} = 0,05m \\
 x &= 5cm
 \end{aligned}$$

**Rpta.: E****PROBLEMAS DE REFORZAMIENTO**

1. La figura muestra dos bloques (1) y (2) de pesos 40 N y 30 N, respectivamente, cuyos volúmenes son iguales. Despreciando todo tipo de rozamiento, determine el volumen de los bloques si estos están en equilibrio. $g = 10 \text{ m/s}^2$



- A) $2 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ B) $3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ C) $4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ D) $5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ E) $6 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

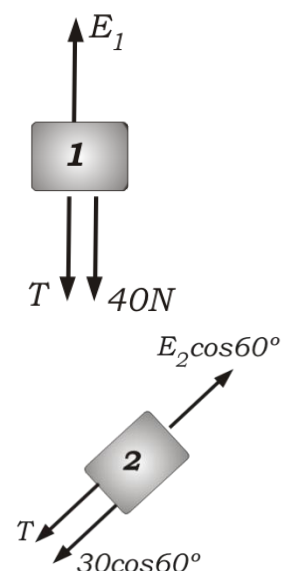
Solución:

Para el bloque (1).

$$\begin{aligned}
 E_1 &= T + 40 \\
 \rho V g &= T + 40 \\
 10 \rho V &= T + 40
 \end{aligned}$$

Para el bloque (2).

$$\begin{aligned}
 E_2 \cos 60^\circ &= T + 30 \cos 60^\circ \\
 \rho V g \left(\frac{1}{2} \right) &= T + 30 \left(\frac{1}{2} \right) \\
 5 \rho V &= T + 15 \\
 T &= 5 \rho V - 15
 \end{aligned}$$



Entonces.

$$10\rho V = 5\rho V - 15 + 40$$

$$\rho V = 5$$

$$V = \frac{5}{\rho} = \frac{5}{10^3}$$

$$V = 5 \times 10^{-3}$$

Rpta.: D

2. ¿En un lago a qué profundidad, la presión absoluta es igual al triple de la presión atmosférica? ($P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $\rho_{\text{agua}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) 20 m B) 10 m C) 30 m D) 15 m E) 25 m

Solución:

$$P = P_0 + \rho gh$$

$$3P_0 = P_0 + \rho gh$$

$$2P_0 = \rho gh$$

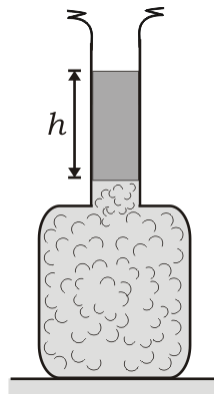
$$h = \frac{2P_0}{\rho g}$$

$$h = \frac{2(10^5)}{(10^3)10}$$

$$h = 20 \text{ m}$$

Rpta.: A

3. El recipiente mostrado contiene cierto gas atrapado por una columna de 50 cm de mercurio, como muestra la figura. Determine la presión que produce el gas sobre las paredes del recipiente. Considere $P_{\text{atm}} = 100 \text{ kPa}$, $\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$

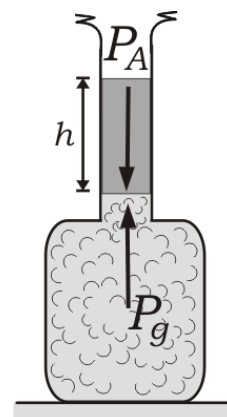


A) 160 kPa B) 158 kPa C) 108 kPa D) 180 kPa E) 168 kPa

Solución:

En la frontera de los fluidos.

$$\begin{aligned}
 P_{gas} &= P_H + P_0 \\
 P_{gas} &= \rho_{Hg} h g + P_0 \\
 P_{gas} &= (13,6 \times 10^3) \left(\frac{1}{2} \right) (10) + 10^5 \\
 P_{gas} &= 0,68 \times 10^5 + 10^5 \\
 P_{gas} &= 1,68 \times 10^5 \\
 P_{gas} &= 168 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$



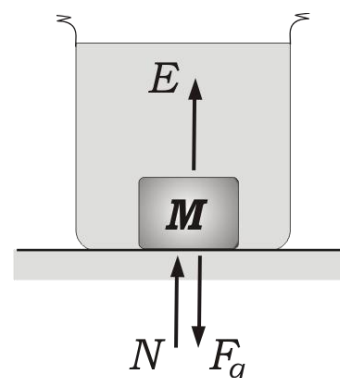
Rpta.: E

4. Un bloque de masa M se encuentra en el fondo de un balde (completamente sumergido) lleno de un líquido cuya densidad es la quinta parte de la densidad del bloque. Determine la magnitud de la fuerza normal ejercida por el fondo del balde sobre el bloque. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) 8 M B) 6 M C) 4 M D) 10 M E) 12 M

Solución:

$$\begin{aligned}
 \rho_L &= \frac{\rho_M}{5} \\
 F_g &= N + E \\
 Mg &= N + \rho_L V g \\
 M(10) &= N + \left(\frac{\rho_M}{5} \right) \left(\frac{M}{\rho_M} \right) (10) \\
 10M &= N + 2M \\
 N &= 8M
 \end{aligned}$$



Rpta.: A

Química

SEMANA N° 9. ESTADO GASEOSO – PROPIEDADES DE LOS LÍQUIDOS

1. En la naturaleza y a condiciones ambientales, la materia se encuentra bajo la forma de tres estados de agregación: sólido, líquido o gas; de estos tres, en el estado gaseoso, las partículas se encuentran a grandes distancias intermoleculares y sometidas a fuerzas de atracción muy débiles, condiciones que determinan las principales propiedades de los gases como la expansión, compresibilidad, difusión, entre otras. Con respecto a los gases, es INCORRECTO decir que
- A) están constituidos por moléculas monoatómicas y poliatómicas.
 - B) corresponden al estado menos denso y más desordenado de la materia.
 - C) se comportan como fluidos y no tienen volumen propio.
 - D) según su temperatura y presión, se comportan como ideales o reales.
 - E) en los ideales, las moléculas se atraen con mayor fuerza que en los reales.

Solución

- A) **CORRECTO:** Los gases están constituidos por moléculas monoatómicas como He, Ar y poliatómicas como O₂, N₂ o NH₃.
- B) **CORRECTO:** Debido a las grandes distancias y a las débiles fuerzas de atracción intermoleculares, corresponde al estado menos denso y más desordenado de la materia.
- C) **CORRECTO:** Los gases ocupan todo el volumen y toman la forma del recipiente que los contienen y fluyen con gran capacidad.
- D) **CORRECTO:** Dependiendo de la presión y la temperatura, en las cuales se encuentra, cualquier gas se comporta como ideal o real. Si la presión es baja y alta la temperatura, entonces el gas tiene comportamiento ideal.
- E) **INCORRECTO:** A medida que aumenta la temperatura, las fuerzas de atracción se debilitan. A altas temperaturas estas fuerza se consideran prácticamente nulas lo que corresponde al comportamiento ideal.

Rpta.: E

2. Las condiciones de un gas quedan definidas por la presión que ejerce, por el volumen que ocupa y por la temperatura a que se encuentra (P,V,T). Estas se denominan variables de estado y se relacionan entre ellas mediante las leyes de los gases ideales. Para una masa constante de gas, marque la alternativa que establece la correspondencia correcta.

- a) Ley de Boyle () $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ (cuando la presión es constante).
- b) Ley de Charles () $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ (cuando el volumen es constante).
- c) Ley combinada () $P_1 V_1 = P_2 V_2$ (cuando la temperatura es constante).
- d) Ley de Gay Lussac () $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ (para la variación de P,T y V).

- A) d c a b B) c b a d C) c a b d D) b d a c E) a d b c

Solución:

LEY	PROCESO		VARIACIÓN
A) BOYLE	ISOTÉRMICO T = Constante. n = Constante.	$P_1 V_1 = P_2 V_2$	$V \propto \frac{1}{P}$
B) CHARLES	ISOBÁRICO P = Constante. n = Constante.	$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$	$V \propto T$
C) LEY DE COMBINADA	n = Constante.	$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$	P, V y T
D) GAY- LUSSAC	ISOCÓRICO V = Constante. n = Constante.	$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$	$P \propto T$

- a) Ley de Boyle (b) $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ (cuando la presión es constante).
- b) Ley de Charles (d) $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ (cuando el volumen es constante).
- c) Ley combinada (a) $P_1 V_1 = P_2 V_2$ (cuando la temperatura es constante).
- d) Ley de Gay Lussac (c) $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$ (para la variación de P, T y V).

Rpta.: D

3. Cierta masa de $N_{2(g)}$ ocupa un volumen de 500 mL a 760 mmHg. Calcule el nuevo volumen, en litros, ocupado a la presión de 2,5 atm. Considere la T = constante.

A) 5×10^{-1} B) 2×10^1 C) 2×10^{-1} D) 5×10^2 E) 2×10^0

Solución:

El proceso es isotérmico y obedece a la ley de Boyle : $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$$P_1 = 760 \text{ mmHg} = 1 \text{ atm}$$

$$V_1 = 500 \text{ mL} = 0,5 \text{ L}$$

$$P_2 = 2,5 \text{ atm}$$

$$V_2 = \frac{1 \text{ atm} \times 0,5 \text{ L}}{2,5 \text{ atm}} = 0,2 \text{ L} = 2 \times 10^{-1} \text{ L}$$

Rpta.: C

4. Los gases nobles son gases que hierven a temperaturas muy bajas, el helio es uno de ellos. En los Estados Unidos, este gas se obtiene de algunos yacimientos de gas natural; también lo encontramos en la atmósfera, en un porcentaje muy pequeño, del orden de 0,0005% en volumen. Por ser inerte y no inflamable, es utilizado en el llenado de globos y, debido a su baja solubilidad en la sangre también se utiliza como mezcla He/O₂ en lugar de N₂/O₂ para respirar en aguas profundas.

Un recipiente rígido contiene helio a la presión de 0,5 atm y a la temperatura de -73°C . Si la temperatura se eleva hasta 27°C , ¿cuál será la presión final del gas en mmHg?

A) 380 B) 570 C) 273 D) 760 E) 420

Solución:

El proceso se lleva a cabo en un recipiente rígido entonces el volumen es constante

(isocórico) y obedece a la ley de Gay Lussac: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

$$P_1 = 0,5 \text{ atm} = 380 \text{ mmHg}$$

$$T_1 = -73^\circ\text{C} + 273 = 200 \text{ K}$$

$$T_2 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K}$$

$$P_2 = ?$$

$$P_2 = \frac{380 \text{ mmHg} \times 300 \text{ K}}{200 \text{ K}} = 570 \text{ mmHg}$$

Rpta.: B

5. Un cilindro con un pistón movable como el que se muestra:



contiene gas a condiciones normales (CN). ¿Hasta qué volumen, en L, debe desplazarse el pistón si la temperatura aumenta en 10°C y la presión disminuye hasta $0,5 \text{ atm}$?

- A) 3,80 B) 5,66 C) 5,46 D) 7,60 E) 4,80

Solución:

El proceso obedece a la ley de combinación donde las 3 variables de estado (P, V y T) varían, entonces utilizamos la relación $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$

Condiciones normales

$$P_1 = 1,0 \text{ atm}$$

$$T_1 = 0^\circ\text{C} + 273^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$$

$$V_1 = 2,73 \text{ L}$$

Condiciones finales

$$P_2 = 0,5 \text{ atm}$$

$$T_2 = 273 \text{ K} + 10 = 283 \text{ K}$$

$$V_2 = ?$$

$$V_2 = \frac{1,0 \text{ atm} \times 2,73 \text{ L} \times 283 \text{ K}}{273 \text{ K} \times 0,5 \text{ atm}} = 5,66 \text{ L}$$

Rpta.: B

6. Un recipiente rígido de $8,2 \text{ L}$ contiene una mezcla de $0,2 \text{ mol}$ de CO_2 y $1,6 \text{ g}$ de He . Calcule la presión total de la mezcla y la presión parcial del He (en atm) en el recipiente si la temperatura del sistema es 27°C .

$$\text{Datos: } R = 0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}} \quad P_{\text{He}} = 4,0$$

- A) 1,8 y 1,0 B) 18,0 y 3,6 C) 3,6 y 1,8 D) 1,8 y 1,2 E) 2,0 y 1,2

Solución:

$$V = 8,2 \text{ L} \quad T = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K}$$

$$n \text{ del } \text{CO}_2 = 0,2 \text{ moles}$$

$$n \text{ de He} = \frac{1,6}{4} = 0,4 \text{ moles}$$

$$n_{\text{total}} = 0,6 \text{ moles}$$

$$PV = nRT$$

$$P = \frac{0,6 \text{ mol} \times 0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}} \times 300 \text{ K}}{8,2 \text{ L}} = 1,8 \text{ atm}$$

$$\rho = \frac{1,64 \text{ atm} \times 20,0 \text{ g/mol}}{0,082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \times 1000 \text{ K}} = 0,4 \text{ g/L}$$

Rpta.: B

9. Si colocamos varios gases en un recinto cerrado, las moléculas de cada uno de ellos tienden a ocupar todo el volumen disponible. Como resultado, se forma una mezcla homogénea. Esto se debe a la propiedad de los gases conocida como difusión.

A las mismas condiciones, un gas desconocido X, formado por moléculas diatómicas homonucleares, se difunde a una velocidad de cuatro veces la velocidad del O₂. El gas X corresponde al

Datos de P.A: H = 1 Cl = 35.5 N = 14 C = 12 O = 16

- A) Cl₂ B) N₂ C) H₂ D) NO E) CO

Solución:

Ley de Graham: $\frac{v_x}{v_{O_2}} = \sqrt{\frac{32}{PF_x}}$ pero $v_x = 4 v_{O_2} \Rightarrow \frac{v_x}{v_{O_2}} = 4$

$$\sqrt{\frac{32}{PF_x}} = 4 \Rightarrow PF_x = 2. \text{ Corresponde al H}_2$$

Rpta.: C

10. Las propiedades del estado líquido varían de un modo notable entre líquidos diversos, lo cual depende de la naturaleza e intensidad de las fuerzas de atracción entre las partículas que componen el líquido. Marque la alternativa que establezca la correspondencia correcta entre propiedad y definición.

- | | | |
|------------------------------|------------|--|
| a) Viscosidad | () | energía necesaria para extender el área de la superficie de un líquido. |
| b) Tensión superficial | () | presión parcial de las moléculas de vapor sobre la superficie del líquido. |
| c) Presión de vapor | () | resistencia o dificultad de un líquido a fluir. |
| d) Temperatura de ebullición | () | temperatura a la cual la presión de vapor del líquido es igual a la presión externa. |
| A) b c a d | B) d a b c | C) c b a d D) b a c d E) a b c d |

Solución:

- | | | |
|------------------------------|-------|--|
| a) Viscosidad | (b) | energía necesaria para extender el área de la superficie de un líquido. |
| b) Tensión superficial | (c) | presión parcial de las moléculas de vapor sobre la superficie del líquido. |
| c) Presión de vapor | (a) | resistencia o dificultad de un líquido a fluir. |
| d) Temperatura de ebullición | (d) | temperatura a la cual la presión de vapor del líquido es igual a la presión externa. |

Rpta.: A

11. Teniendo en cuenta las propiedades de los líquidos, marque la alternativa que establece de manera correcta la correspondencia entre sustancia y sus propiedades.
- a) Glicerina ($\text{CH}_2\text{OH}-\text{CHOH}-\text{CH}_2\text{OH}$) () alta presión de vapor y baja viscosidad.
 b) Agua (H_2O) () alta viscosidad y alta temperatura de ebullición.
 c) Eter dimetílico ($\text{CH}_3-\text{O}-\text{CH}_3$) () baja viscosidad y alta tensión superficial.
- A) a b c B) c b a C) c a b D) a c b E) b c a

Solución:

Las propiedades de los líquidos dependen del tipo e intensidad de las fuerzas entre sus moléculas, esta fuerza disminuye a medida que aumenta la temperatura.

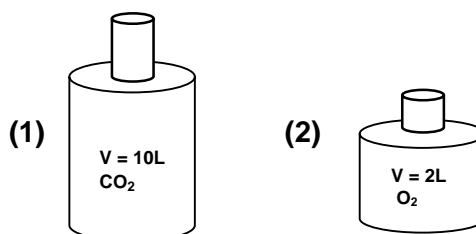
SUSTANCIA	TIPO DE FUERZAS INTERMOLECULARES	PROPIEDADES COMO LÍQUIDO
a) Glicerina ($\text{CH}_2\text{OH}-\text{CHOH}-\text{H}_2\text{OH}$)	Puente de hidrógeno y dispersión London.	alta viscosidad y alta temperatura de ebullición.
b) Agua (H_2O)	Puente de hidrógeno y dispersión London.	baja viscosidad y alta tensión superficial
c) Eter dimetílico ($\text{CH}_3-\text{O}-\text{CH}_3$)	Dipolo – dipolo débil y dispersión London.	alta presión de vapor y baja viscosidad.

- a) Glicerina ($\text{CH}_2\text{OH}-\text{CHOH}-\text{CH}_2\text{OH}$) (c) alta presión de vapor y baja viscosidad.
 b) Agua (H_2O) (a) alta viscosidad y alta temperatura de ebullición.
 c) Eter metílico ($\text{C}_2\text{H}_5-\text{O}-\text{C}_2\text{H}_5$) (b) baja viscosidad y alta tensión superficial.

Rpta.: C

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO PARA LA CASA

1. En la figura se muestra dos recipientes con diferentes gases que se encuentran a las mismas condiciones de temperatura (T) y presión (P).



Al respecto, marque la secuencia de verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones.

- I. Cumplen con la hipótesis de Avogadro.
 II. En (1) hay mayor cantidad de moles.
 III. Si en (1) hay 5 moles, en (2) hay 32g de O₂.

- A) VVF B) FVF C) VFV D) FFV E) VVV

Solución:

- I. **VERDADERO:** a las mismas condiciones de T y P, los volúmenes y número de moles de dos gases cumplen con la relación $\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$ (Ley de Avogadro).
- II. **VERDADERO:** En (1) el volumen de gas es mayor y $n_1 = \frac{10L \cdot n_2}{2L}$, entonces n_1 es 5 veces n_2 .
- III. **VERDADERO:** $n_2 = \frac{2L \cdot n_1}{10L} = \frac{2L \times 5mol}{10L} = 1 \text{ mol} = 32 \text{ g de O}_2$.

Rpta.: E

2. La presión del gas dentro de una lata de aerosol es de 1,5 atm a 27°C. Suponiendo que el gas del interior obedece a la ecuación del gas ideal, ¿cuál sería la presión si la lata se calentara hasta 327°C?

A) 3 atm B) 760 mmHg C) 1520 tor D) 4 atm E) 540 mmHg

Solución:

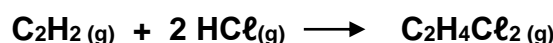
$$P_1 = 1,5 \text{ atm} \quad P_2 = ?$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300 \text{ K} \quad T_2 = 327^\circ\text{C} + 273 = 600 \text{ K}$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow P_2 = \frac{1,5 \text{ atm} \times 600 \text{ K}}{300 \text{ K}} = 3 \text{ atm}$$

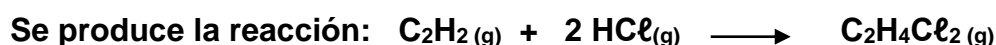
Rpta.: A

3. En un recipiente de 15,0 L se introducen 0,5 mol de $\text{C}_2\text{H}_2(\text{g})$ (acetileno) y 2,0 mol de $\text{HCl}(\text{g})$ donde se produce la reacción



Si la temperatura del sistema es 27°C, ¿cuál es la presión final en atm en el recipiente?

A) 1,38 B) 2,46 C) 4,92 D) 3,20 E) 7,20

Solución:

y la estequiometría es	1 mol	2 mol	1 mol
tenemos como dato:	0,5 mol	2,0 mol	-----
reaccionan:	0,5 mol	1 mol	se forma 0,5 mol
moles finales (quedan)	-----	1 mol	0,5 mol

moles finales: $n_{\text{total}} = 1 \text{ mol de HCl}(\text{g}) \text{ (sobra)} + 0,5 \text{ mol de C}_2\text{H}_4\text{Cl}_2(\text{g}) \text{ (se forma)} = 1,5 \text{ mol}$

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{1,5 \text{ mol} \times 300 \text{ K} \times 0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}}{15 \text{ L}} = 2,46 \text{ atm}$$

Rpta.: B

4. El acetileno (C_2H_2) es un gas muy utilizado en soldadura autógena, arde fácilmente en el aire con una llama brillante y desprende abundante calor. Este gas es almacenado en tanques de pared gruesa, de 80 m^3 a 27°C y 30 atm de presión.

¿Cuál sería el volumen en litros de un nuevo tanque para que la misma cantidad de acetileno pueda almacenarse a condiciones normales?

- A) $8,2 \times 10^6$ B) $2,2 \times 10^4$ C) $8,2 \times 10^4$ **D) $2,2 \times 10^6$** E) $5,6 \times 10^5$

Solución:

$$P_1 = 30,0\text{ atm}$$

$$P_0 = 1\text{ atm}$$

$$T_1 = 27^\circ\text{C} + 273 = 300\text{ K}$$

$$T_0 = 273\text{ K}$$

$$V_1 = 80\text{ m}^3 \times \frac{10^3\text{ L}}{1\text{ m}^3} = 8,0 \times 10^4\text{ L} \quad V_0 = ?$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

$$V_0 = \frac{30,0\text{ atm} \times 8 \times 10^4 \times 273\text{ K}}{300\text{ K} \times 1\text{ atm}} = 218,4 \times 10^4\text{ L} = 2,2 \times 10^6\text{ L}$$

Rpta.: D

5. Determine el número de moléculas de $CO_{2(g)}$ que hay en un recipiente de 15 L a $0,82\text{ atm}$ y 27°C .

A) $3,01 \times 10^{23}$

B) $1,5 \times 10^{23}$

C) $3,01 \times 10^{25}$

D) $1,24 \times 10^{24}$

E) $2,24 \times 10^{24}$

Solución:

$$P = 0,82\text{ atm}$$

$$T = 27^\circ\text{C} = 300\text{ K}$$

$$V = 15\text{ L}$$

$$N = ?$$

$$PV = nRT \Rightarrow n = \frac{0,82\text{ atm} \times 15\text{ L}}{300\text{ K} \times 0,082 \frac{\text{atm} \times \text{L}}{\text{mol} \times \text{K}}} = 0,5\text{ moles}$$

$$0,5\text{ mol} \times \frac{6,02 \times 10^{23}\text{ moléculas}}{1\text{ mol}} = 3,01 \times 10^{23}\text{ moléculas}$$

Rpta.: A

Biología

EJERCICIOS

1. Con respecto al sistema nervioso, relacione I – II – III con la alternativa correcta.

- I. Los cuerpos neuronales se concentran en dos centros nerviosos que se encargan de procesar e interpretar información, estando protegidos por estructuras óseas.
- II. Un estímulo ocasiona que un impulso nervioso se propague en todas direcciones y que la células mioepiteliales que cubren al animal se contraigan.
- III. En algunos animales, los cuerpos neuronales están conglomerados organizándose en pares en diferentes partes del cuerpo de animales invertebrados.

- A) encefálico – reticular – ganglionar
- C) reticular – encefálico – ganglionar
- E) ganglionar – encefálico – reticular

- B) reticular – ganglionar – encefálico
- D) encefálico – ganglionar – reticular

Solución: El sistema reticular es común de hidras, medusas y anemonas, en el cual unas células mioepiteliales ubicadas en la epidermis del animal forman una red nerviosa. El sistema ganglionar se presenta en animales invertebrados como anélidos, artrópodos y platelmintos, en los cuales se forman una estructuras llamados ganglios que se comunican entre si por haces de axones. En el sistema encefálico, la organización nerviosa es compleja y está por dos centros nerviosos el encéfalo (cerebro, cerebelo y médula oblonga) y la médula espinal.

Rpta.: A

2. Identifique los enunciados verdaderos o falsos, respecto al arco reflejo, y marque la secuencia correcta.

- () las respuestas son rápidas e inmediatas.
- () las respuestas no son voluntarias.
- () es ajeno a experiencias previas del sujeto.
- () los nervios aferentes conducen el impulso nervioso hacia la médula espinal.
- () las asas dorsales reciben a las fibras eferentes.

- A) VVVVF B) VVVFF C) VFFVF D) VVFVV E) FVFFV

Solución: En el arco reflejo el impulso nervioso sigue un camino del receptor, vía aferente, centro nerviosos, vía eferente y efector. La respuesta al estímulo es rápida, inmediata e involuntaria, es una respuesta innata, ajena a las experiencias previas del sujeto. La materia gris en la médula espinal tiene forma de H, cuyas asas dorsales recepcionan a la vía aferente y de las asas ventrales nacen las fibras eferentes que inervan a los efectores.

Rpta.: A

3. Después de observar que existía una separación física entre las membranas de dos neuronas contiguas, era un misterio cómo se transmitía el impulso nervioso a través de este espacio. Por la década de 1920, el farmacólogo alemán Otto Loewi estudió este problema, para lo cual diseñó el siguiente experimento: aisló dos corazones (A y B) de rana (los cuales pueden seguir latiendo después de haber sido extirpados) colocando cada uno en solución salina en recipientes separados. Cuando se producía un estímulo al nervio vago del corazón, A, a este le disminuía su frecuencia cardíaca (este efecto ya era conocido), pero lo novedoso fue que usó la solución salina A (que poseía al corazón A con su nervio vago) para verterla donde se hallaba el corazón B (el cual se hallaba igualmente con su nervio vago), observando que este último comenzó a disminuir su frecuencia cardíaca sin haber estimulación del nervio vago.

De estos resultados, ¿cuáles son los enunciados incorrectos?

- I. El nervio vago produce una sustancia que causa la disminución de la frecuencia cardíaca.
- II. El corazón libera una sustancia que provoca la disminución de la frecuencia cardíaca.
- III. La solución salina B posee una sustancia liberada por el corazón B que disminuye la frecuencia cardíaca.
- IV. El corazón A, al ser estimulado por el nervio vago, libera una sustancia que disminuye la frecuencia cardíaca.

A) I, II B) I, IV C) I, III, IV D) II, III, IV E) I, II, IV

Solución: El nervio vago es un nervio mixto con fibras sensitivas y motoras. Los corazones de las ranas pueden seguir latiendo aún después de haber sido extirpados del cuerpo. El disectó los corazones manteniendo sus conexiones nerviosas con el nervio vago. En el corazón A estimuló al nervio vago y se inició la disminución de la frecuencia cardíaca, el científico emplea la solución salina A y la usa en el corazón B y este comenzó a disminuir su frecuencia cardíaca. “Alguna sustancia” habría en la solución salina A la cual fue liberada por el nervio vago estimulado que provocó que el corazón B disminuya su frecuencia cardíaca. Hay que anotar que el corazón B mantenía su conexión nerviosa con el nervio vago, pero este no fue estimulado. Entonces el nervio vago había producido una sustancia que ocasiona un cambio en la función cardíaca, los nervios transmitían información. Estudios posteriores lograron identificar que a estas sustancias, a las que se les denominó neurotransmisores.

Rpta.: D

4. Relacione correctamente y marque la secuencia correcta.

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| I. Área psicomotriz | () lóbulo parietal |
| II. Área psicosensitiva | () lóbulo frontal |
| III. Área psicovisual | () lóbulo occipital |
| IV. Área psicoauditiva | () lóbulo temporal |

A) II – III – I – IV B) I – II – III – IV C) I – III – IV – II
D) II – I – IV – III E) II – I – III – IV

Solución: El cerebro humano, es el órgano más voluminoso del sistema nervioso. Está dividido en dos hemisferios unidos por el cuerpo caloso, Cada hemisferio presenta surcos y cisuras: las cisuras de Silvio, de Rolando y la perpendicular externa, lo dividen en cuatro lóbulos. En el lóbulo frontal se hallan regiones con funciones del área psicomotriz, motricidad para la escritura y centro de lenguaje. En el lóbulo parietal se halla en área psicosenitiva y el centro de comprensión de las palabras escritas. En el lóbulo occipital se halla el área psicovisual y visual. En el lóbulo temporal se halla el área psicoauditiva, auditiva y el centro de comprensión del lenguaje hablado.

Rpta.: E

5. Con respecto a la transmisión del impulso nervioso, coloque (V) o (F) y marque la secuencia correcta.
- En las fibras miélicas, el impulso nervioso se produce de forma saltatoria.
 - Las fibras nerviosas amielínicas conducen con mayor velocidad los impulsos nerviosos.
 - La bomba Na / K es la responsable de la propagación del impulso nervioso.
 - Durante la propagación del impulso nervioso, el ión sodio ingresa a la neurona y el ión potasio sale de la misma.
 - Los neurotransmisores permiten la continuidad del impulso nervioso a través de la sinapsis neuronal.

A) VFFVV B) VFVVV C) FVVFV D) FVVVV E) VFFFV

Solución: El impulso nervioso se inicia por la excitación de receptores sensoriales, lo cual modifica la permeabilidad de la membrana neuronal a los iones Na^+ y K^+ , la cual origina un potencial de acción mediado por la función de la bomba Na^+ / K^+ , en la cual el sodio es transportado al exterior y el potasio hacia el interior. La velocidad de transmisión del impulso nervioso es mayor en las neuronas miélicas hasta unos 120m/s en mamíferos. Cuando termina el axón de una neurona el impulso nervioso de la célula presináptica ocasiona que numerosas vesículas que contienen neurotransmisores secreten su contenido a la hendidura sináptica y estimular sus respectivos receptores de membrana en la célula postsináptica.

Rpta.: B

6. Diego acude al neurólogo porque posee los siguientes síntomas: náuseas, ardor de estómago, mareos, taquicardia, vómitos y, eventualmente, sudoración excesiva hasta desmayos. Los médicos han diagnosticado que se debe a un problema de inflamación en el sistema nervioso. ¿Cuál de los siguientes nervios se encontraría inflamado?

A) X nervio craneal (neumogástrico) B) IX nervio craneal (glossofaríngeo)
C) XI nervio craneal (espinal) D) IX nervio craneal (neumogástrico)
E) X nervio craneal (espinal)

Solución: El X nervio craneal, vago o neumogástrico, inerva la faringe, cuerdas vocales, pulmones, corazón, esófago, estómago e intestino. Posee dos funciones sensitivo (cuerdas vocales y pulmones) y motores (faringe, cuerdas vocales, pulmones, esófago, corazón e inhibe los latidos cardíacos).

Rpta.: A

7. La sudoración excesiva (hiperhidrosis) en manos, axilas o cara se producen por una hiperestimulación del sistema nervioso
- A) central. B) parasimpático. C) simpático.
D) vegetativo. E) periférico.

Solución: El sistema simpático tiene la función principal de estimular algunas funciones orgánicas como la dilatación de bronquios y pupilas, aceleración del ritmo cardíaco, incremento del nivel glucémico y presión arterial, así como incremento de la secreción salival y de las glándulas sudoríparas.

Rpta.: C

8. La meningitis es la inflamación de la leptomeninges (comprende la región de la aracnoides a la piamadre). Las causas pueden ser infecciosas o asépticas. En el primer grupo se incluye a pacientes que son infectados por bacterias tipo *S. pneumoniae*; en el segundo grupo se encuentran aquellos pacientes infectados por virus, en los cuales el conteo de linfocitos en el líquido cefalorraquídeo es alto. Se diagnostica por punción lumbar para extraer una pequeña cantidad de líquido cefalorraquídeo, el cual es claro transparente en situación normal, pero si es turbio es probable la existencia de infección. Las manifestaciones clínicas pueden ser inicialmente fiebre, irritabilidad, confusión, inapetencia para finalmente producir cefalalgia, fotofobia, letargia, rigidez en la nuca y coma, culminando en la muerte. Esta enfermedad se relaciona con la disfunción del tercer, cuarto, sexto y séptimo nervios craneales.

Lea los siguientes enunciados e indique verdadero o falso, según corresponda:

- () La meningitis involucra presencia de microorganismos en el espacio subaracnoideo.
- () El líquido cefalorraquídeo que se halla entre la duramadre y el aracnoides se inflama y causa cefalalgia.
- () Esta enfermedad afecta al nervio trigémino.
- () Entre los nervios craneales que son afectados se mencionan aquellos que afectan la movilidad ocular.
- () La fotofobia, manifestación clínica de la enfermedad, se presenta porque está afectado el nervio óptico.

A) VFVVF B) VFFFF C) VVVFF D) VFFVF E) FFFVV

Solución: Las meninges están formadas por tres membranas: la duramadre está adosada a la cara interna del cráneo, de allí sigue la aracnoides y la piamadre entre las cuales se halla el espacio subaracnoideo en el cual se halla el líquido cefalorraquídeo cuya función es de amortiguamiento para los órganos nerviosos).

Rpta.: D

9. Relacione correctamente las funciones con los órganos del encéfalo mencionados
- | | |
|---------------------------|---------------------------------------|
| I. Tocar piano | II. Tener sed |
| III. Jugar tenis | IV. Secretar saliva y jugos gástricos |
| V. La sensación de hambre | |

Cerebelo: _____

Hipotálamo: _____

Bulbo raquídeo y protuberancia: _____

Solución:

Cerebelo : I, III

Hipotálamo : II, V

Bulbo raquídeo y protuberancia :IV

El cerebelo controla la motricidad fina, es el órgano de la coordinación de los movimientos, interviene en el mantenimiento de la postura y el equilibrio. El hipotálamo controla la frecuencia de ingesta de sólidos y líquidos, los estados emocionales, le impulso sexual, apetito, sed y sueño. El bulbo raquídeo se halla entre la médula y la protuberancia. La protuberancia se ubica en la superficie anterior del bulbo, son el centro moderador del corazón y respiración, y centro de la función digestiva (succión, secreción salival, deglución y secreción gástrica).

10. Relacione correctamente.

- | | |
|------------------------|--|
| () Nervios Espinales | I. Transmiten información hacia el sistema nervioso central |
| () Nervios Craneales | II. Parte del SNC que posee materia gris en forma de H |
| () Nervios Sensitivos | III. Se originan de la médula espinal e inervan extremidades |
| () Médula Espinal | IV. Parten del encéfalo hacia distintos órganos de la cabeza |
- A) III – IV – I – II B) I – II – III – IV C) III – II – IV – I
D) III – I – IV – II E) II – IV – I – III

Solución: **Los nervios espinales** se originan de la médula espinal e inervan a las extremidades y distintos órganos del tronco. El sistema nervioso central está compuesto por el encéfalo y la médula espinal, el primero se halla protegido por el cráneo, mientras que el segundo por la columna vertebral. La materia gris en el encéfalo se ubica en la parte externa o corteza mientras que en la médula espinal esta se ubica internamente y **tiene una forma de H**. Del encéfalo parten los **nervios craneales** que inervan distintos órganos ubicados en la cabeza, uno de ellos el más largo, el nervio vago, inerva las vísceras del cuerpo. **Los nervios sensitivos** son aquellos encargados de transmitir los impulsos nerviosos desde los órganos del cuerpo (p.e. órganos de los sentidos) hacía el sistema nervioso central.

Rpta.: A

11. El orden de la localización de los botones gustativos de la parte posterior a la anterior de la lengua es la siguiente:
- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| A) Amargo – salado – agrio – dulce | B) Dulce – salado – agrio – amargo |
| C) Amargo – salado – dulce – agrio | D) Dulce – agrio – salado – amargo |
| E) Amargo – agrio – salado – dulce | |

Solución: Un botón gustativo está formado por un grupo de células que rodean una pequeña cavidad con un orificio en la superficie de la lengua llamado poro gustativo, en el cual se produce la detección de moléculas disueltas. Se reconocen cuatro tipos de sabores básicos. El sabor amargo se detecta en la parte posterior de la lengua, de allí el sabor agrio en los bordes posteriores de la lengua, de allí sigue la sensibilidad al sabor salado y en el extremo anterior el sabor dulce.

Rpta.: E

12. El corpúsculo de Paccini detecta _____. El corpúsculo de Krause reacciona ante el _____. Mientras que los corpúsculos de Meissner responden a estímulos de _____.
- A) dolor – frío – presión
B) frío – dolor – presión
C) dolor – presión – frío
D) presión – dolor – frío
E) frío – presión – dolor

Solución: El sentido del tacto se localiza en la piel, el órgano mas extenso del cuerpo. Los corpúsculos de Paccini (presión intensa, dolor), de Krause (frío) y los de Meissner (presión)

Rpta.: A

13. La luz atraviesa las estructuras del ojo en el siguiente orden:

- A) humor vítreo – córnea – humor acuoso – córnea – retina.
B) córnea – cristalino – humor acuoso – humor vítreo – retina.
C) córnea – humor acuoso – cristalino – humor vítreo – retina.
D) cristalino – córnea – humor acuoso – retina – humor vítreo.
E) córnea – retina – humor vítreo – humor acuoso – cristalino.

Solución: EL orden correcto es córnea, humor acuoso, cristalino, humor vítreo, retina

Rpta.: C

14. En los vertebrados, el oído se relaciona con el sentido de la audición y del equilibrio, los cuales se ubican en el oído interno. El orden correcto de las estructuras por donde las ondas sonoras pasan durante de la audición es:

- A) conducto auditivo externo – tímpano – martillo – yunque – estribo – órgano de Corti.
B) Tímpano – conducto auditivo externo – martillo – yunque – estribo – órgano de Corti.
C) martillo – yunque – estribo – conducto auditivo externo – tímpano – órgano de Corti.
D) tímpano – conducto auditivo externo – yunque – estribo – martillo – órgano de Corti.
E) conducto auditivo externo – tímpano – yunque – martillo – estribo – órgano de Corti.

Solución: Las ondas sonoras son captadas por el oído externo de allí conducidas al conducto auditivo externo, al tímpano, martillo, yunque, estribo y órgano de Corti.

Rpta.: A

15. En el sentido de la vista, los conos nos permiten la visión _____ mientras que los bastones nos permiten la visión _____. Los conos poseen _____ pigmentos para la visión.

- A) diurna – nocturna – dos
B) diurna – nocturna – tres
C) diurna – nocturna – uno
D) nocturna – diurna – dos
E) nocturna – diurna – tres

Solución: Los conos participan en la visión diurna y presentan los pigmentos cloropsina, eritropsina y cianopsina, mientras que los bastones en la visión nocturna utilizan el pigmento rodopsina.

Rpta.: B