



UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

CENTRO PREUNIVERSITARIO

Habilidad Lógico Matemática

Ejercicios de clase N°10

1. Luis toma dos tipos de pastillas, 3 tabletas del tipo A cada 6 horas y 2 tabletas del tipo B cada 4 horas. Luego de 48 horas de tratamiento, debido a un inconveniente, dejó de tomar las pastillas. Si el tratamiento consistía de 96 horas y debía empezar y terminar tomando ambos tipos de pastillas, ¿cuántas pastillas dejó de tomar Luis al no culminar su tratamiento?

A) 24 B) 12 C) 36 D) 48 E) 60

Solución:

1) #total de pastillas = $3\left(\frac{96}{6}+1\right)+2\left(\frac{96}{4}+1\right) = 51 + 50 = 101$ que debía de tomar

2) Pero solo tomo 48 horas

#Total de pastillas (que tomo) = $3\left(\frac{48}{6}+1\right)+2\left(\frac{48}{4}+1\right) = 27+26 = 53$

3) Por tanto, dejó de tomar = $101 - 53 = 48$

Rpta.: D

2. La figura está conformada por puntos sobre una cuadrícula, que forman un triángulo rectángulo isósceles. Solamente los puntos de la primera fila están numeradas desde el 1 hasta el 241. Un virus se demora en desplazarse de un punto a otro contiguo por línea vertical u horizontal, 2 segundos y por línea diagonal, 1 segundo. Si el virus se encuentra en el punto con numeración 1, ¿cuál es el menor tiempo que se demora en recorrer por todos los puntos y finalizar en el punto con la numeración 241?

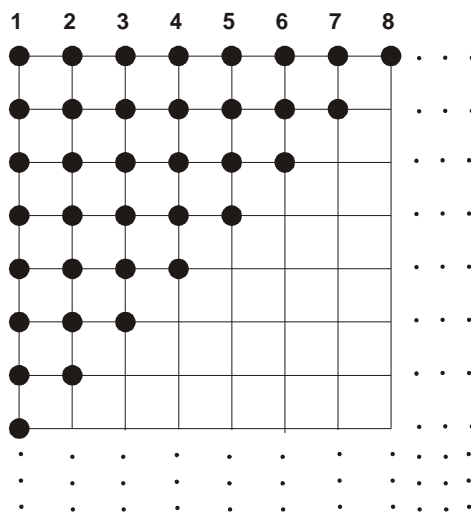
A) 8 h 11 min

B) 8 h 9 min

C) 8 h 10 min

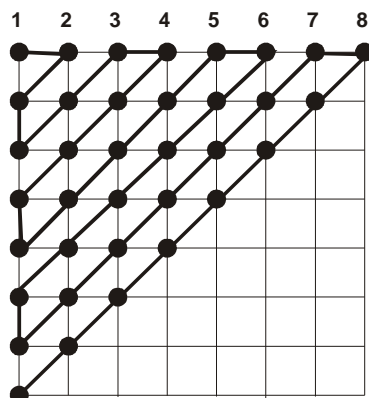
D) 8 h 8 min

E) 8 h 12 min



Solución:

1) Recorrido mínimo



2) Tiempo mínimo de recorrido

$$T_{\min} = 240 \times 2 + (1 + 2 + 3 + \dots + 240) \times 3 = 60 \times 245 \times 2$$

3) Por tanto $T_{\min} = 60 \times 245 \times 2 \text{ seg} = 245 \times 2 \text{ min} = 8 \text{ h } 10 \text{ min}$ **Rpta.: C**

3. Un médico le prescribió a Juan tomar pastillas de un mismo tipo de la siguiente manera: el primer día, 11 pastillas; el segundo, 10; el tercero, 9; y así sucesivamente hasta que el último día debía tomar una sola pastilla. Si Juan tomó solo la mitad de la dosis cada día, ¿cuántas pastillas tomó los últimos siete días?

A) 21 B) 28 C) 12 D) 14 E) 13

Solución:

Se tiene día	# pastillas que debía tomar	pastillas que tomó
1	11	11/2
2	10	10/2
3	9	9/2
4	8	8/2
5	7	7/2
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
11	1	1/2

Total de pastillas que tomó:

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \dots + \frac{7}{2} = \frac{1}{2} (1 + 2 + 3 + \dots + 7)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{7 \times 8}{2} \right) = 14$$

Rpta. : D

4. Carlos hace una lista de todos los números enteros del 250 al 600. Laura tacha todos los números de esa lista que terminan en 9 y todos los números que empiezan con 4. ¿Cuántos números quedan sin tachar?

A) 224 B) 226 C) 230 D) 220 E) 228

Solución:

- 1) Números que terminan en 9: 259, 269,..., 399, 509, 519,..., 599

$$\text{Cantidad} = \left(\frac{399 - 259}{10} + 1 \right) + \left(\frac{599 - 509}{10} + 1 \right) = 25$$

- 2) Números que empiezan con 4 (están también los que terminan en 9): 400, 401, 402,..., 499.

$$\text{Cantidad} = \frac{499 - 400}{1} + 1 = 100.$$

- 3) Por tanto, total de números marcados: $(600 - 250 + 1) - (100 + 25) = 226$

Rpta.: B

5. En una planta de ensamblaje hay dos robots que trabajan con absoluta precisión. Ellos colocan puntos de soldadura colineales e igualmente espaciados. El ingeniero de la planta ha observado que el primero coloca en 72 segundos tantos puntos de soldadura como el tiempo, en segundos, que tarda en colocar dos puntos consecutivos; el segundo coloca cuatro puntos de soldadura en 18 segundos. Si ambos robots colocan su primer punto de soldadura simultáneamente, ¿cuántos puntos ha colocado el robot más lento, cuando ambos coinciden por tercera vez en colocar un punto de soldadura?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 3 E) 7

Solución:

- 1) Para el primer robot:

Tiempo que tarda entre puntos consecutivos: t segundos

$$\Rightarrow t = \frac{72}{t} + 1 \Rightarrow t = 9 \text{ s}$$

- 2) Para el segundo robot:

Tiempo que tarda entre puntos consecutivos: $\frac{18}{4 - 1} = 6 \text{ s}$

- 3) Tiempo mínimo en que coinciden: $\text{mcm}(9, 6) = 18 \text{ s}$

Tiempo para que coincidan por tercera vez: $18 \times (3 - 1) = 36 \text{ s}$

- 4) # de puntos que coloca el más lento en 36 s: $\frac{36}{9} + 1 = 5$

Rpta.: B

6. Armand está resfriado y debe tomar 2 pastillas de desenfriolito cada 8 horas durante 5 días. Logra acabar con todo el contenido del frasco que se compró. Vito, que está más grave, compra 3 frascos y 4 pastillas adicionales del mismo medicamento y debe tomar 4 pastillas por dosis de tal forma que termine el tratamiento al mismo tiempo que Armand, pues ambos empezaron al mismo tiempo. ¿Cada cuántas horas debe tomar Vito su dosis correspondiente?
- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

Solución:

$$\text{Para Armand: } \# \text{pastillas}(\text{1frasco}) = \left(\frac{5 \times 24}{8} + 1 \right) 2 = 32$$

$$\text{Para Víctor: } \# \text{pastillas} = 32(3) + 4 = 100$$

Sea x : #horas entre dosis

$$\left(\frac{5 \times 24}{x} + 1 \right) 4 = 100$$

$$x = 5$$

Rpta.: C

7. Un astronauta tiene un reloj que indica la hora marcada con igual número de campanadas, cuando su vuelo a Marte partió, su reloj demoró 5 segundos en indicar las 6 a.m. Si en Marte por cuestiones de la gravedad el tiempo entre campanada y campanada es $\frac{3}{4}$ del tiempo en la tierra, ¿cuánto tiempo en segundos demorará dicho reloj para indicar las 9 p.m.?
- A) 5 B) 9 C) 7 D) 8 E) 6

Solución:

$$\# \text{Eventos} = \frac{T}{I} + 1$$

$$6 = \frac{5}{I} + 1 \rightarrow I = 1 \text{ seg}$$

$$\text{Tierra: } I = 1 \text{ seg entonces en Marte: } I = \frac{3}{4} \text{ seg}$$

$$9 = \frac{T}{\frac{3}{4}} + 1 \rightarrow T = 6 \text{ seg}$$

Rpta.: E

8. Un reloj cucú da exactamente 16 campanadas en 5 segundos a una altitud de 100 metros sobre el nivel del mar. Si el tiempo entre campanada y campanada varía proporcionalmente a la altura sobre el nivel del mar, ¿en cuánto tiempo, a 150 metros sobre el nivel del mar, el número de campanadas que dará el mismo reloj, será igual a cinco veces más que el tiempo entre campanada y campanada a esa altitud?
- A) 5 B) 2 C) 1 D) 6 E) 4

Solución:

$$\# \text{Eventos} = \frac{T}{I} + 1$$

Altitud 100 msnm:

$$16 = \frac{5}{1} + 1 \rightarrow I = \frac{1}{3} \text{ s}$$

Del dato

$$\frac{\text{altitud}}{\text{intervalo}} = k$$

$$\frac{100}{\frac{1}{3}} = \frac{150}{I_2} \rightarrow I_2 = \frac{1}{3} \left(\frac{150}{100} \right) = \frac{1}{2} \text{ s}$$

Luego

$$(5I_2 + I_2) = \frac{T}{I_2} + 1$$

$$3 = \frac{T}{\left(\frac{1}{2}\right)} + 1 \rightarrow T = 1 \text{ s}$$

Rpta.: C

9. En la siguiente sucesión creciente de números enteros, halle el término que sigue (Dé como respuesta la suma de cifras de dicho término).

$$\sqrt{\overline{DAD}} ; \overline{(A-5)(D+3)} ; \overline{\left(\frac{D}{2}\right)(A-5)} ; \overline{(A-4)(D-1)} ; \dots$$

- A) 8 B) 11 C) 12 D) 15 E) 20

Solución:

Como es una sucesión de términos enteros, el primer término tiene 2 posibilidades:

$$\sqrt{121} \text{ o } \sqrt{676}$$

Si $\sqrt{\overline{DAD}} = \sqrt{121} = 26$, entonces, $\overline{(A-5)(D+3)} = \overline{(-3)(4)}$ ¡no puede ser!

Luego,

$$\sqrt{DAD} = \sqrt{676} = 26$$

De donde: $D = 6$; $A = 7$

Los primeros 4 términos de la sucesión son: 26; 29; 32; 35; ...

El término siguiente es: 38

Suma de términos: $3 + 8 = 11$

Rpta.: B

10. Blankita debe hallar todos los términos de tres cifras de la siguiente sucesión:

11; 30; 67; 128; 219; ...

¿Cuántos términos debe hallar Blankita?

- A) 4 B) 2 C) 5 D) 7 E) 8

Solución:

1°	2°	3°	4°	5°	...	n°
2^3+3 ;	3^3+3	4^3+3	5^3+3	6^3+3		$t_n = (n+1)^3+3$

De condición: $99 < t_n < 1\ 000$ luego $99 < (n+1)^3 + 3 < 1\ 000$

$$96 < (n+1)^3 < 997$$

$$4, \dots < (n+1) < 9, \dots \quad \text{y} \quad 3, \dots < n < 8, \dots \quad \text{luego} \quad n: 4, 5, 6, 7, 8$$

Luego solo serán 5 términos.

Rpta.: C

11. En una carrera de maratón donde intervienen 100 atletas, las numeraciones asignadas de los 16 primeros que llegaron a la meta, forman una sucesión aritmética decreciente. Si la suma de las numeraciones de los que llegaron desde el sexto lugar hasta el undécimo es 306, y el producto de las numeraciones del que llegó primero y del que llegó en el décimo sexto lugar es 1701, ¿qué numeración tenía el participante que llegó en el puesto 12? (Dar como respuesta la suma de cifras de dicho número).

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 8 E) 6

Solución

Tenemos la sucesión decreciente:

$$a_1, a_2, \dots, a_{16}$$

se cumple que:

$$a_1 + a_{16} = a_6 + a_{11} = a_7 + a_{10} = a_8 + a_9$$

Luego,

$$3(a_1 + a_{16}) = 306$$

$$a_1 + a_{16} = 102 \quad \dots (1)$$

por dato

$$a_1 \times a_{16} = 1701 \quad \dots (2)$$

$$\text{De (1) y (2): } a_1 = 81 ; a_{16} = 21$$

$$\text{Del término general: } a_{16} = a_1 + 15r$$

$$r = -4$$

$$\text{por tanto, } a_{12} = 81 + 11(-4) = 37$$

$$\text{Suma de cifras: } 3 + 7 = 10$$

Rpta.: A

- 12.** A un obrero que labora en una fábrica se le pide aumentar diariamente su productividad en 3 unidades. Si lo producido el último día es igual al triple de días que ha estado trabajando, ¿cuántas unidades producidas se tiene en el décimo sexto día?

A) 48 B) 45 C) 51 D) 42 E) 54

Solución:

De acuerdo a la P.A.

$$1^{\circ} \quad 2^{\circ} \quad 3^{\circ} \quad 4^{\circ} \quad \dots \quad n^{\circ}$$

$$x ; (x+3) ; (x+6) ; (x+9) ; \dots ; (x+3(n-1))$$

$$\text{Dato: } x+3(n-1) = 3n \Rightarrow x=3 \Rightarrow t_{16} = 3+3(16-1) = 48$$

∴ El décimo sexto día tiene producida 48 unidades.

Rpta.: A

13. Roberto obtuvo 10 en su última evaluación de geometría, pero el profesor propone a todos los alumnos un ejercicio adicional, el cual se muestra en la figura, para poder aumentar su nota y este aumento es la suma de cifras del valor que toma de x . Si además les dijo que $m\widehat{AB} + m\widehat{BC} = 240^\circ$, ¿cuánto será la nota final de Roberto si él resolvió dicho ejercicio?

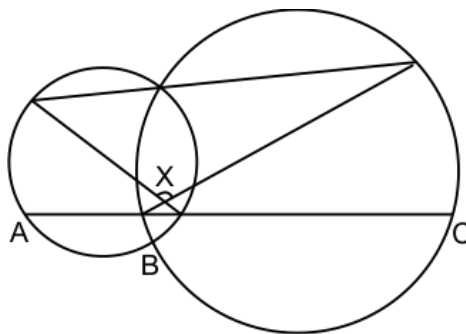
A) 13

B) 12

C) 11

D) 15

E) 20

**Solución:**

$$m\widehat{AB} + m\widehat{BC} = 240^\circ$$

$$m\widehat{ANB} + m\widehat{CMB} = 120^\circ$$

$$\triangle MNB : m\widehat{MBN} = 60^\circ$$

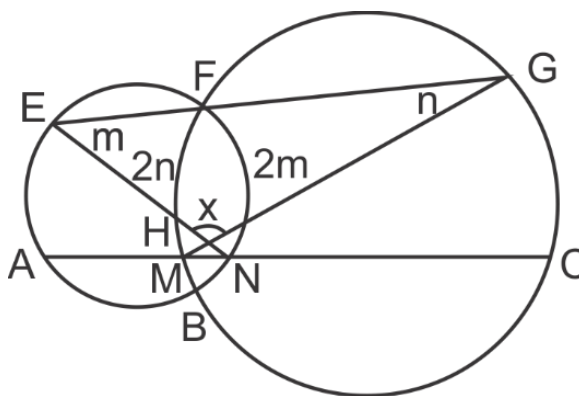
$$m\widehat{FN} + m\widehat{FM} = 2(m\widehat{MBN})$$

$$2m + 2n = 2(60)$$

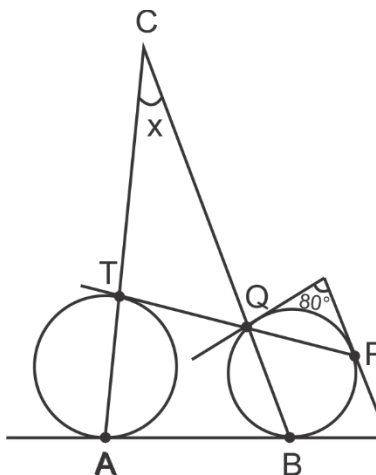
$$m + n = 60^\circ$$

$$\triangle EGH : x + m + n = 180$$

$$x = 120^\circ$$

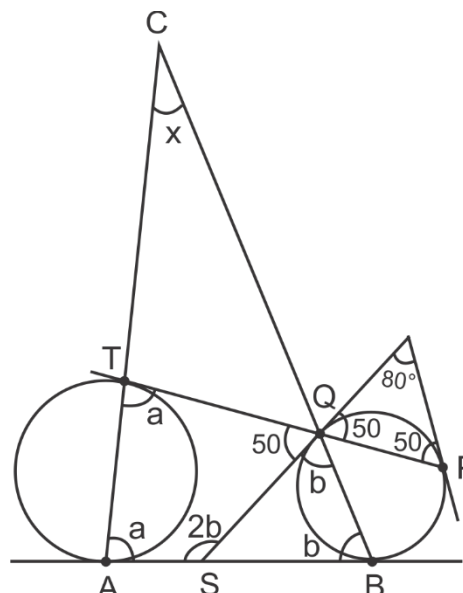
**Rpta.: A**

14. En la figura, A, B, P, Q y T son puntos de tangencia. Calcule el valor de x .

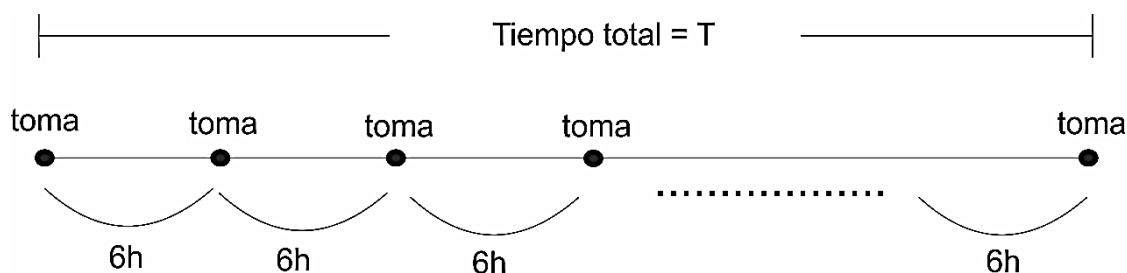
A) 25° B) 26° C) 24° D) 27° E) 28° 

Solución:

- 1) Se pide: $x = \dots$
- 2) En el triángulo ABC: $x + a + b = 180^\circ$
- 3) Cuadrilátero ATQS:
 $2a + 2b + 50^\circ = 360^\circ \Rightarrow a + b = 155^\circ$
- 4) De 2) y 3), se tiene: $x = 25^\circ$

**Rpta.: A****Evaluación N° 10**

1. Liz padece de una extraña enfermedad, por lo que su médico le recetó tomar 3 pastillas de un mismo tipo, cada 6 horas. Si Liz empezó su tratamiento hoy domingo a las 7h y su tratamiento terminará cuando haya tomado 69 pastillas en total, ¿en qué día y a qué hora culminará su tratamiento?
- A) Sábado, 7h B) Viernes, 19h C) Viernes, 13h
 D) Viernes, 7h E) Sábado, 19h

Solución:

$$\# \text{ intervalos} = \frac{T}{6} ; \# \text{ Veces que toma} = \frac{T}{6} + 1$$

En cada toma, ingiere 3 pastillas

$$\rightarrow 3 \left(\frac{T}{6} + 1 \right) = 69$$

$$T = 132 \text{ horas} = 5 \text{ días} + 12 \text{ horas}$$

si empiezo:



Culminará su tratamiento el viernes a las 19 horas.

Rpta.: B

2. A María le recetaron tomar una pastilla del tipo A cada 8 horas y 2 pastillas del tipo B cada 7 horas. Si comenzó su tratamiento tomando ambos tipos de pastillas, ¿en cuántas horas como mínimo habrá tomado 18 pastillas?

A) 35 h B) 40 h C) 36 h D) 38 h E) 42 h

Solución:

1º N° pastillas tomadas = N° pastillas del tipo A + N° de pastillas del tipo B

$$N^{\circ} \text{ pastillas tomadas} = 1\left(\frac{T}{8} + 1\right) + 2\left(\frac{T}{7} + 1\right) = 18 \Rightarrow \frac{T}{8} + \frac{2T}{7} = 15$$

$$23T = 56(15) = 840 \Rightarrow T = 36,5$$

$$\left. \begin{array}{l} N^{\circ} \text{ pastillas del tipo A} = 1\left(\frac{32}{8} + 1\right) = 5 \\ N^{\circ} \text{ de pastillas del tipo B} = 2\left(\frac{35}{7} + 1\right) = 12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Para tomar las 18 pastillas:} \\ \text{Tiempo mínimo} = 40 \text{ h} \end{array}$$

Rpta.: B

3. Ciro debe tomar, cada 6 horas, 2 pastillas del tipo A, 3 del tipo B y 4 del tipo C. Si la cantidad total de pastillas que tomó del tipo C excede a la cantidad total del tipo A en 28, ¿cuántas pastillas del tipo B tomó?, y ¿cuántas horas duró el tratamiento? Dar por respuesta la suma de estas cantidades.

A) 116 B) 110 C) 120 D) 124 E) 130

Solución:

Las cantidades de A, B y C son: $2k, 3k, 4k \Rightarrow 4k - 2k = 28 \Rightarrow k = 14$.
Luego ha tomado 42 pastillas B

$$42 = 3\left[\frac{T}{6} + 1\right] \rightarrow 78 \text{ horas}$$

$$78 + 42 = 120$$

Rpta.: C

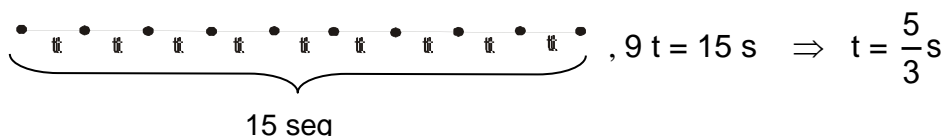
4. Quesada ve que el reloj de la sala da dos campanadas más que la hora que indica. Si para marcar las 8 a.m. demoró 15 segundos, ¿cuántos segundos demorará para marcar las 11 a.m.?

A) 19 B) $19\frac{2}{3}$ C) $20\frac{1}{3}$ D) $19\frac{1}{2}$ E) 20

Solución:

$$\# \text{campanadas} = \# \text{horas} + 2$$

$$\text{Si } \# \text{horas} = 8 \Rightarrow \# \text{campanadas} = 10,$$



$$, 9 t = 15 s \Rightarrow t = \frac{5}{3} s$$

$$\text{Si } \# \text{horas} = 11 \Rightarrow \# \text{campanadas} = 13, \text{ tiempo que demora} = 12 t = 12 \left(\frac{5}{3} s\right) = 20 s.$$

$$\therefore \text{Tiempo que demora} = 20 s.$$

Rpta.: E

5. Un grupo de soldados tienen los siguientes códigos:

56; 112; 168; 224;...; 112 000

Si aquellos soldados cuyos códigos son múltiplo de 9 fueron al frente de batalla, ¿cuántos soldados estuvieron en el frente de batalla?

A) 222 B) 200 C) 199 D) 180 E) 220

Solución:

Los códigos forman la siguiente sucesión:

$1 \times 56; 2 \times 56; 3 \times 56; 4 \times 56; \dots; 2000 \times 56$

El término general: $t_n = n \times 56$, donde $1 \leq n \leq 2000$

Los soldados que fueron al frente tienen código: $t_n = n \times 7 \times 8 = 9$

Luego $n = 9k$; $1 \leq 9k \leq 2000$ entonces $0.1 \leq k \leq 222.2$

Los soldados que fueron al frente de batalla tienen código $t_n = 9 \times 7 \times 8k$; $1 \leq k \leq 222$

Por lo tanto fueron 222 soldados al frente de batalla.

Rpta.: A

6. El Sr. Ynca propone al Sr. Quesada el siguiente reto y le dice: “Piensa un número. Este va a ser tu primer término. Ahora súmalo dos unidades al cuadrado del número que pensaste: este será tu segundo término. Al primer término multiplícalo por el número que es dos veces más el primer término, el resultado será tu tercer término. Diez decenas será tu cuarto término, quince docenas será el siguiente término. Los términos dados forman una sucesión. Si logras determinar el valor del término siete, te daré en soles la suma de cifras de dicho valor”. ¿Cuántos soles pudo haber recibido el Sr. Quesada si el número pensado fue cuatro?

A) 16 B) 18 C) 12 D) 17 E) 21

Solución:

Del problema tenemos la siguiente sucesión:

S: 4, 18, 48, 100, 180

Se observa que el término general es: $t_n = (n+1)^3 - (n+1)^2$

Así el: $t_7 = 8^3 - 8^2 = 448$

Pudo haber recibido 16 soles.

Rpta.: A

7. Alejandro ahorra cada día S/ 5 más de lo que ahorró el día anterior. El último día se da cuenta que el número de días que estuvo ahorrando hasta ese día era la séptima parte de lo que ahorró ese día. Sabiendo que lo que ahorró el quinto y el penúltimo día totalizan S/ 290, ¿cuántos soles ahorró en total?

A) 4125 B) 4025 C) 4225 D) 4525 E) 4000

Solución:

Sea n el número de días que ahorra

Días: 1 2 3 4 5 ... $n-1$ n

Ahorro: a $a+5$... $a+20 = x$... $290 - x$ $7n$

Así $290 - x = a + (n-2)5$ $7n = a + (n-1)5$ $a + 20 = x$

O sea $290 - (a + 20) = a + (n-2)5$ y $2n + 5 = a$

Luego $290 - (2n + 5 + 20) = 2n + 5 + (n-2)5$ de aquí $n = 30$

$a = 65$ Total = $S = (65 + 210)30 / 2 = 4125$

Rpta.: A

8. Sea la secuencia 9: 12; 15; 16; 21; 20;...; 87; 64.

¿Cuántos términos tiene la sucesión?

A) 24 B) 16 C) 23 D) 28 E) 34

Solución:

Se observa en

9: 12; 15; 16; 21; 20; ; 87; 64.

- Los términos pares aumentan de 4 en 4 (P.A.)
- Los términos impares aumentan de 6 en 6 (P.A.)

Se divide en dos P.A.

1°

(8) ; 12; 16; 20;; 64

$r = 4$

$$\text{Número de termino} = \frac{64-8}{4} = 14$$

2°

(3); 9; 15; 21;; 87

$$r = 6$$

$$\text{Número de término} = \frac{87-3}{6} = 14$$

Por lo tanto en total son

$$14 + 14 = 28$$

Rpta.: D

9. En la figura, ABC es un triángulo equilátero; N, M y T son puntos de tangencia, O y C con centros de circunferencia. Halle el valor $\widehat{AK} - \widehat{MF}$.

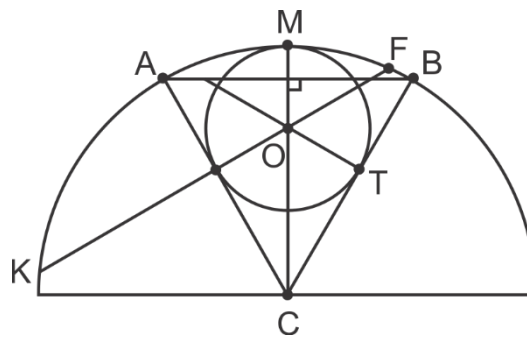
A) 30°

B) 60°

C) 40°

D) 55°

E) 45°



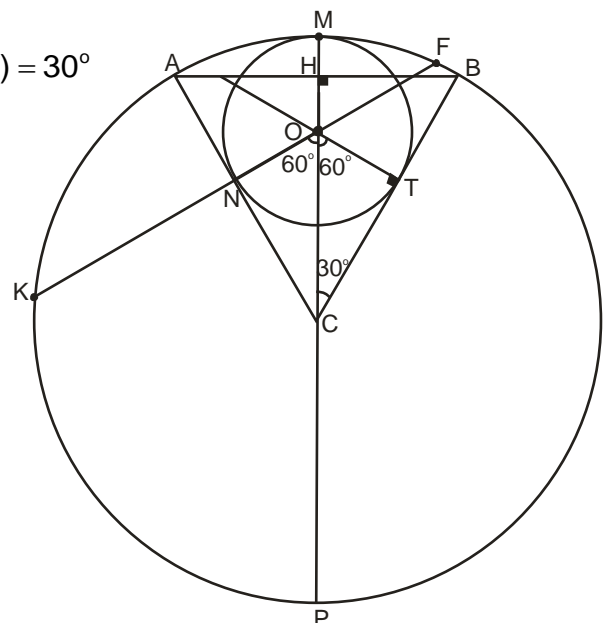
Solución:

$$1). \text{ De la figura: } \frac{(AK+KP)+(MF+FB)}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{150^\circ + (MF+FB)}{2} = 90^\circ \Rightarrow (MF+FB) = 30^\circ$$

$$2). \frac{FB+AK}{2} = 30^\circ \Rightarrow FB+AK = 60^\circ$$

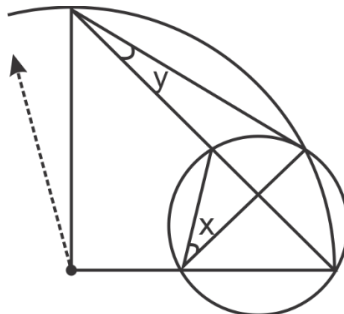
$$3). AK-MF=30^\circ$$



Rpta.: A

10. Don Claudio motiva a su nieta Angelita, una niña muy hábil en matemáticas, diciéndole: "Puedes determinar la suma de cifras del suplemento de la suma de los ángulos X y Y de la siguiente figura siendo O_1 centro". Ante lo señalado por Don Claudio, Angelita responde: "Abuelo si logro, resolverlo me darás de propina en soles tanto como las dos novenas partes de la suma de X y Y ", y su abuelo aceptó. Si Angelita logro resolverlo y su abuelo cumplió lo acordado, ¿cuánto recibió Angelita?

- A) S/ 10
B) S/ 18
C) S/ 5
D) S/ 15
E) S/ 9



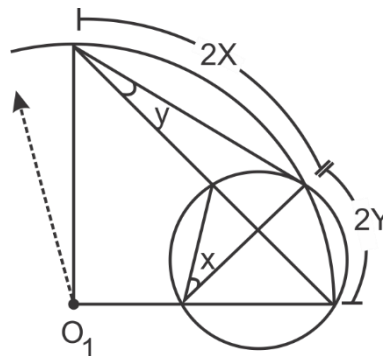
Solución:

$$90^\circ = 2x + 2y \rightarrow x + y = 45^\circ$$

$$\rightarrow \text{suplemento}(x + y) = 135^\circ$$

luego:

$$\text{propina: } \frac{2}{9}(45) = 10 \text{ soles}$$



Rpta.: A

Habilidad Verbal

COMPRENSIÓN LECTORA

TEXTO

Como todas las encuestas, la fotografía del día vela los hechos. Estas últimas semanas han sido semanas de sondeoocracia donde los medios de comunicación tratan de imponer sus preferencias, aluden implícitamente a contratos con precandidatos y desdeñan a quienes no son cercanos ideológica o financieramente. Las encuestas no desnudan a los políticos, desnudan a quienes las realizan y las propagan. La frase popular dice que las encuestas son como los bikinis: no muestran lo esencial. Lúcido, Giovanni Sartori (no hay cansancio en la repetición), afirmaba: La sondeo-dependencia es la auscultación de una falsedad que nos hace caer en una trampa y nos engaña al mismo tiempo.

Creo que somos muchos los que estamos de acuerdo, aunque solo lo digamos en voz baja, que la sondeo-dependencia es nociva, que las encuestas deberían tener menos peso del que tienen y que las credenciales democráticas (e incluso objetivas) del instrumento son espurias. A lo cual respondo que los sondeos nos asfixian porque los estudios no cumplen con su deber. Los polisters, los expertos en sondeos, se limitan a preguntar a cualquier transeúnte anónimo "¿qué piensa sobre esto?", sin averiguar antes los que sabe de eso, si es que sabe algo. Sin embargo, el núcleo de la cuestión es este. Es claro que el polister comercial no tiene ningún interés en verificar cuál es la consistencia o inconsistencia de las opiniones que recoge; si lo hiciera, sería autodestructivo. Pero los centros de investigación

y las instituciones universitarias tendrían estricto deber de colmar esta zona de oscuridad y confusión verificando, mediante encuestas de determinación de hechos y entrevistas en profundidad, el estado y el grado de desconocimiento del gran público. Sin embargo, se callan como muertos. Y de este modo convierten en inevitable algo que se podría evitar. RUIZ, Jaime, Sondeo-dependencia.

Recuperado en mayo 8, 2016, de www.los tubos.com/sondeo-dependencia/

1. Principalmente el texto sostiene que los sondeos

- A) carecen de objetividad para reflejar la opinión pública.
- B) orientan acertadamente respecto a los temas políticos.
- C) reflejan el agudo problema de ignorancia de la sociedad.
- D) no cumplen su verdadero rol por culpa de los polisters.
- E) deben sustituirse por otros mecanismos más eficaces.

Solución:

El texto sostiene fundamentalmente que las encuestas carecen de objetividad porque están sesgadas hacia la confusión.

Rpta.: A

2. En el texto, el término PESO tiene el significado de

- A) obligación.
- B) contundencia.
- C) credibilidad.
- D) interés.
- E) ponderación.

Solución:

El término peso, en el texto, se refiere al nivel de credibilidad que debían tener estas encuestas.

Rpta.: C

3. Del texto se infiere que la confiabilidad de las encuestas

- A) supone consolidar el sistema democrático.
- B) es determinada por el ingenio de los polisters.
- C) resulta una realidad en la sociedad de hogaño.
- D) implica acabar con el analfabetismo funcional.
- E) depende de estudios comparativos serios.

Solución:

La confiabilidad de las encuestas es muy dudosa, de ahí que se la deba contrastar con otras herramientas que garanticen su objetividad.

Rpta.: E

4. No es congruente con lo leído sobre los sondeos afirmar que

- A) Recogen opiniones por lo general, con la rigurosidad debida.
- B) el ánimo de lucro puede desvirtuar su nivel de credibilidad.
- C) una mejora en su tratamiento y análisis de datos es viable.
- D) resulta una aspiración contrastarlos con la realidad social.
- E) si son realizados por polisters, nunca serán fidedignos.

Solución:

El texto enfatiza que las preguntas que contienen se las aplican a cualquier transeúnte bajo la suposición de que conoce efectivamente el tema indagado.

Rpta.: A

5. Si las respectivas instituciones cumplieran con su deber de contrastar la información de los sondeos,
- A) las universidades serían más eficaces que las encuestadoras comerciales.
 - B) los polisters dejarían de ofertar inmoralmemente esta información pública.
 - C) estos realmente podrían ser una herramienta confiable de información.
 - D) el grado de desconocimiento del gran público se reduciría notablemente.
 - E) ya no sería necesario conocer la opinión de los ciudadanos en general.

Solución:

Las encuestas serían confiables si las instituciones como las universidades y centros de investigación corroboraran su veracidad antes de su publicación.

Rpta.: C**SERIES VERBALES**

1. Ceñudo, hosco, adusto,
- A) corvo.
 - B) intratable.
 - C) contumaz.
 - D) señalado.
 - E) flemático.

Solución:

Serie de adjetivos sinónimos. Se completa con INTRATABLE.

Rpta.: B

2. Remolón, poltrón, holgazán,
- A) pigre.
 - B) volatinero.
 - C) gimnasta.
 - D) gárrulo.
 - E) deambulante.

Solución:

Serie de sinónimos que se completa con el adjetivo PIGRE.

Rpta.: A

3. Quietud, tranquilidad, serenidad,
- A) trepidación.
 - B) ocio.
 - C) inercia.
 - D) sosiego.
 - E) pesadumbre.

Solución:

Serie de sinónimos que se completa con el vocablo SOSIEGO.

Rpta.: D

4. Bizarro, valiente; zoquete, listo; celeberrimo, insigne;
- A) atrabiliario, irritable.
 - B) maculado, impuro.
 - C) deleznable, frágil.
 - D) prosaico, refinado.
 - E) fausto, celebratorio.

Solución:

Serie mixta que empieza con sinónimos y se completa con PROSAICO, REFINADO (antónimos).

Rpta.: D

5. Espasmo, convulsión; indulgencia, compasión; prez,
- A) recogimiento.
 - B) delusión.
 - C) jaez.
 - D) honor.
 - E) ignominia.

Solución:

La serie conformada por pares de sinónimos se completa con el adjetivo HONOR que es sinónimo de PREZ.

Rpta.: D

6. ¿Qué palabra no pertenece al mismo campo semántico?

A) Jocundo
D) Silencioso

B) Silente
E) Sosegado

C) Tranquilo

Solución:

Serie de sinónimos. Se elimina el adjetivo JOCUNDO cuyo sentido es 'alegre, agradable'.

Rpta.: A**SEMANA 10B****TEXTO 1**

El concepto de interculturalidad, planteado específicamente desde la educación, implica una problemática que está más allá del encuentro o desencuentro entre culturas. El Perú es un país de cuya realidad e interculturalidad se ha escrito muchísimo. Las diferentes culturas que existen en el Perú no están aisladas ni estáticas, motivo por el cual es conveniente abandonar el concepto «purista» de lo indígena, como si se tratara de grupos homogéneos. Es indudable que el contacto e interacción con los sectores no indígenas es muy fluido, tanto por el proceso migratorio como por la educación y el acceso a los medios masivos de comunicación, dentro de los cuales hay que destacar la radio. Existe hoy en día una gran movilidad cultural que arroja como consecuencia que el peruano promedio pertenece a más de un mundo, es parte de más de una cultura. Además, es fundamental señalar que por encima de la pluralidad cultural del país se **sobrepone** la pluralidad de las clases o sectores sociales, lo que explica los profundos procesos de diferenciación y de abismos existentes.

La educación oficial peruana no ha atendido adecuadamente la realidad y la interculturalidad en el país. Si bien el Perú es reconocido por lo avanzado de sus declaraciones políticas en materia de educación de su población indígena y ha formulado políticas de educación bilingüe y bilingüe cultural, su implementación deja aún mucho que desear. En un país como el nuestro, en el que existen sistemas culturales en permanente confrontación, la interculturalidad no solo es una necesidad, sino que podría ser un factor constructivo y creativo en la medida en que establezca mecanismos integradores y propósitos de expresión de las diferentes culturas. Lamentablemente, el sistema educativo lo ignora.

(María Tereza Quiroz, *Jóvenes e internet. Entre el pensar y el sentir*. Lima, Fondo Editorial de la Universidad de Lima, pp. 32-33)

1. Determine el tema central del texto.

- A) El sistema educativo excluyente en el precario contexto peruano
- B) La falta de un engarce entre interculturalidad y educación en el Perú
- C) La interculturalidad y el bilingüismo en naciones multiculturales
- D) La diversidad cultural en el Perú y el concepto de multilingüismo
- E) La educación oficial y la Educación Intercultural Bilingüe en el Perú

Solución:

El tema central aborda la interculturalidad como noción que no cuenta con una relación y aplicación en la educación peruana oficial.

Rpta.: B

2. En el texto, la palabra SOBREPONER involucra un proceso social de carácter
- A) totalitario. B) austero. C) vertical.
D) perfectible. E) transgresor.

Solución:

El verbo *sobreponer* se usa con la finalidad de relacionar la diversidad cultural con la diversidad social, esta última por encima de la primera. En tanto que tal, este verbo involucra diferencias sociales y, por lo tanto, supone verticalidad.

Rpta.: C

3. Resulta incompatible con el desarrollo textual afirmar que los grupos indígenas
- A) deben mantener su bagaje cultural sin influjo alguno.
B) presentan como rasgo inherente el dinamismo cultural.
C) han motivado diversos estudios sobre interculturalidad.
D) están lejos de ser homogéneos y libres de contacto.
E) interactúan dinámicamente con grupos no indígenas.

Solución:

El autor del texto asume que no se puede pensar en «purismo cultural»; por ello, es incompatible asumir que las culturas deben mantenerse al margen de influencias potenciales.

Rpta.: A

4. Se deduce que, para el autor, defender la diversidad cultural
- A) resultaría imposible sin el diálogo entre pueblos relegados.
B) no involucra un sentido intercultural en el plano educativo.
C) requiere una reestructuración patente del gobierno central.
D) involucra exclusiva y únicamente a los líderes indígenas.
E) debe estar al margen de toda posición y política aislacionista.

Solución:

El autor está en contra de toda concepción purista de la cultura; por ende, la defensa de la diversidad cultural en nuestro país se logra sin la concepción de cultura aislada, sin influjo externo.

Rpta.: E

5. Si la educación peruana asumiera en sus diversos niveles como binomio indisoluble la interculturalidad y la educación en la currícula educativa, probablemente,
- A) las migraciones a la capital disminuirían de manera exponencial.
B) la Educación Intercultural Bilingüe habría fracasado en sus metas.
C) el gobierno central estaría a la vanguardia en desarrollo sostenido.
D) los grupos indígenas podrían desarrollarse de manera endógena.
E) la diversidad cultural en nuestro país sería un mosaico integrado.

Solución:

El autor asume que la interculturalidad debe afrontarse y engarzarse con la educación en nuestro país. De esta manera sería posible la integración en nuestro país.

Rpta.: E

TEXTO 2

La adquisición de los pronombres constituye un largo proceso durante el cual el niño debe comprender y dominar una compleja serie de distinciones morfológicas, sintácticas, semánticas y pragmáticas. Numerosas investigaciones en este campo han estudiado la **emergencia** del caso, el género, el número y la persona. Otras, más recientes, se han centrado en la adquisición de las funciones. La aparición de los primeros pronombres, «yo» y «tú», se sitúa hacia los dos años, siendo este el primer contraste deíctico que se adquiere. Normalmente, el primero en aparecer es el pronombre de primera persona, el cual, al principio, alterna frecuentemente con el nombre del niño (bien sea el nombre propio u otros como «nene»). Cuando aparece «tú», debe establecerse una relación entre ambos pronombres, y adquirirse la noción de referencia cambiante. Esta es relativamente simple, puesto que el cambio del pronombre es constante con cada cambio de hablante. A diferencia de los otros pares deícticos, como los demostrativos o locativos, los deícticos personales tienen límites fijos, y el niño solo precisa dominar el carácter móvil del hablante, el cual parece definitivamente adquirido hacia los tres años.

La adquisición de los pronombres personales de tercera persona empieza hacia los tres años y concluye hacia los siete. Alrededor de los cinco años, la distinción de género aparece establecida definitivamente, con anterioridad a las distinciones de número y caso. La mayor complejidad del pronombre de tercera persona se debe, además de a este desarrollo diferencial de los distintos componentes semánticos y a la inclusión de una tercera persona, que no interviene en el acto lingüístico, a su carácter de expresión definida con referencia específica. Como tal, el uso del pronombre de tercera persona implica que el oyente sabrá reconocer, en el contexto de la conversación, a qué miembro o miembros de la clase denotada se refiere el hablante. Además, la referencia definida no está limitada a referentes existentes en el entorno del niño; estos pueden ser hipotéticos, ausentes, o no estar mencionados explícitamente, siempre que formen parte del universo del discurso. No siempre es tarea fácil determinar el momento concreto de adquisición de las diferentes formas pronominales; no obstante, es posible definir ciertos indicadores que permitan predecir la complejidad de los elementos pronominales adquiridos y su grado de dificultad en este proceso.

Carmen Muñoz, «Los pronombres personales». En *Estudios de psicolingüística*. Madrid, Pirámide, pp. 117-133.

1. El tema central del texto es

- A) el sencillo aprendizaje del pronominal de tercera persona.
- B) los pronominales demostrativos y su naturaleza deíctica.
- C) la adquisición de los elementos pronominales de persona.
- D) la complejidad en la investigación de la deixis pronominal.
- E) los referentes potenciales de los pronombres de persona.

Solución:

El autor trata acerca de los pronombres personales, los cuales han originado investigaciones acerca de cómo se adquieren y la complejidad de cada uno de estos en dicho proceso.

Rpta.: C

2. Determine la alternativa que contenga la idea principal del texto.
- A) La sintaxis, la semántica y la morfología ayudan a entender qué procesos subyacen al aprendizaje de pronombres personales.
 - B) La adquisición de los pronominales en el niño involucra un proceso complejo en el que este debe procesar información de distinto cariz.
 - C) El grado de complejidad en la aparición de pronombres depende de la destreza del niño que recibe instrucciones de sus padres.
 - D) El pronombre de tercera persona es el que ofrece un mayor grado de dificultad por carecer de un referente inmediato.
 - E) Investigaciones recientes tratan de desentrañar las funciones primordiales de los pronominales de persona en castellano.

Solución:

En efecto, y de acuerdo con el tema central, los niños adquieren los pronominales de acuerdo con información morfológica, sintáctica, pragmática, etc., en distintos grados de complejidad.

Rpta.: B

3. La palabra EMERGENCIA adquiere, en el texto, el sentido de

- A) accidente.
- B) aparición.
- C) brote.
- D) urgencia.
- E) origen.

Solución:

El vocablo emergencia se refiere a la eclosión o aparición de información gramatical en el proceso de adquisición lingüística de un niño.

Rpta.: B

4. Resulta incompatible con el desarrollo textual afirmar que el uso de los pronombres de tercera persona en niños

- A) empieza en el desarrollo de estos alrededor de los tres años.
- B) es posterior a la aparición del pronominal de primera persona.
- C) presenta límites fijos a diferencia de los pronombres demostrativos.
- D) requieren de una referencia específica que sea conocida por este.
- E) se mueve en periodos que se pueden predecir de manera precisa.

Solución:

El referente puede ser inexistente, a saber, no reconocido por el niño. Resulta incompatible afirmar que este debe contar con un referente conocido para usar el pronombre de tercera persona.

Rpta.: D

5. Es posible deducir del texto que el pronombre de primera persona

- A) define el cambio del hablante en el primer año de edad.
- B) se instala en el infante a partir de los cinco años de edad.
- C) permite el distingo entre los distintos géneros de su lengua.
- D) se desata cuando el niño logra reconocer al *tú* en el habla.
- E) hace implausible el proceso de desplazamiento referencial.

Solución:

El desplazamiento del referente aparece con la adquisición del pronombre de segunda persona; por lo tanto, es deducible que solo con el de primera persona este proceso resulta improbable.

Rpta.: E**ELIMINACIÓN DE ORACIONES**

1. I) Fray Tomás de San Martín fue un dominico y notable académico español, gestor en 1551 de la fundación de la Real Universidad de la Ciudad de los Reyes en Lima (Perú), la universidad más antigua del continente americano. II) Ya ordenado sacerdote, viajó por primera vez a Indias (al parecer a Santa Marta) en 1528, acompañando al dominico fray Tomás Ortiz, en la expedición de García de Lerma. III) Pasó a La Española en 1532, donde se dice fue regente temporal de la Audiencia y retornó a la Península en 1534. IV) Llegado al Perú, fue elegido en Lima provincial de su orden en 1540 y ante el asesinato de Francisco Pizarro, primero el Cabildo de Lima, y luego el licenciado Cristóbal Vaca de Castro le otorgaron poder para que se hiciera cargo de la "justicia y administración". V) Luego de su trabajo como sacerdote por más de 20 años, tuvo a su cargo, la creación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, primera universidad fundada en América.

A) IV

B) I

C) V

D) II

E) III

Solución:

Se elimina la oración V por redundancia, especialmente con la primera. El tema del ejercicio tiene que ver con la vida de Fray Tomás de San Martín.

Rpta.: C

2. I) El 26 de abril de 1986, el cuarto reactor de la Central Nuclear de Chernóbil, Ucrania, explotó a la 01:23,58 a.m. hora local. II) Básicamente, se estaba experimentando con el reactor para comprobar si la energía de las turbinas podía generar suficiente electricidad para las bombas de refrigeración en caso de fallo (hasta que arrancaran los generadores diésel). III) Pero una sucesión de errores provocó una enorme subida de potencia y un gran *meltdown* que dejó al descubierto el núcleo del reactor, con lo cual se emitió una gigantesca nube radiactiva hacia toda Europa. IV) Como en Chernóbil, el 11 de marzo de 2011, el gobierno japonés elevó al máximo grado el nivel de alerta por el accidente de la planta nuclear de Fukushima, tras el terremoto y el maremoto acontecidos en ese país. V) Todos los residentes de Chernóbil permanentes de la ciudad y los que vivían en la zona de exclusión fueron evacuados debido a que los niveles de radiación sobrepasaron todos los estándares de seguridad.

A) IV

B) I

C) II

D) V

E) III

Solución:

Se elimina la oración IV por inatingencia. El tema del texto es el accidente nuclear de Chernóbil.

Rpta.: A

3. I) Pensar en Bolivia es pensar en altitud y clima muy frío, en sus lagos y su colorido paisaje. II) Sin embargo, el país cuenta también con valles feraces y pródiga vegetación y temperaturas cálidas. III) Esto se aprecia esencialmente en Santa Cruz, que es además una región de pujante desarrollo. IV) Otra región importante desde siempre, por su riqueza mineral, es el departamento de Potosí, de donde se extrajo ingentes cantidades de plata durante la Colonia. V) Samaipata, capital de la provincia de Florida, es en Santa Cruz un pueblo excepcionalmente atractivo, por su belleza natural y excelente clima.

A) I B) IV C) III D) II E) V

Solución:

Se elimina la oración número IV por inatingencia, pues el texto da cuenta de una región cálida y de atractivo turístico en Bolivia.

Rpta.: B

4. I) Martin Heidegger fue un filósofo brillante que logró escribir un clásico de la filosofía contemporánea, *Ser y tiempo*. II) Heidegger fue muy criticado por su filiación al régimen nazi. III) En su principal libro, Heidegger hace una introspección a la filosofía occidental que había realizado la pregunta por el ser. IV) Esta pregunta, como lo expresa Heidegger en un lenguaje metafísico, no se había logrado desarrollar de manera adecuada. V) Entonces, lo que él se propone es formular dicha pregunta en su obra *Ser y tiempo*, aunque tampoco logró realizarla.

A) V B) II C) IV D) I E) III

Solución:

Se elimina la segunda oración por inatingencia. El eje temático es “Martin Heidegger y su filosofía en *Ser y tiempo*”.

Rpta.: B

5. I) Hasta el momento, seis escritores latinoamericanos han recibido el Premio Nobel de Literatura. II) El primer Nobel otorgado para Latinoamérica fue para la chilena Gabriela Mistral. III) El último Nobel concedido a nuestras tierras fue en el año 2010 para Mario Vargas Llosa. IV) La Academia Sueca le otorgó el Nobel al autor de *Conversación en la Catedral* por sus “cartografías de poder” en sus libros. V) Gabriel García Márquez también ganó dicho galardón en el año de 1982.

A) III B) V C) IV D) II E) I

Solución:

Se elimina la cuarta oración por inatingencia. El eje temático es “El Premio Nobel en Latinoamérica y los escritores que lo obtuvieron”.

Rpta.: C

6. I) En los extramuros de Humay (provincia de Chíncha) se ubica Tambo Colorado, cuyo nombre se debe al color rojo desgastado de sus edificaciones. II) Los muros, también pintados de amarillo, se complementan con muchas puertas trapezoidales y hornacinas. III) La ciudadela incluye el Templo del Sol, desde donde se aprecia el acallahuasi y la inmensa plaza rectangular. IV) Estas características de tan antigua ciudad de adobe están como adosadas a la panorámica verde, regada por el río Pisco. V) Sorprende que las autoridades pertinentes no fomenten este destino turístico de la costa, tan cerca de Lima.

A) IV B) II C) III D) V E) I

Solución:

Se elimina la oración V por inatingencia. El tema es la descripción de la ciudadela de Tambo Colorado.

Rpta.: D

7. I) El carnaval de Huamanga es, esencialmente, música, danzas y colorido por calles y plazas, ya sea integrando comparsas o en forma libre o en parejas. II) Incluye, asimismo, “cortamontes” o “yunzas” con regalos colgados de los árboles: buen motivo para la amable disputa y el jolgorio. III) También interviene el “lucheo”, en que se enfrentan dos contendientes que tratan de tumbarse mutuamente, para lo cual usan el chumpi: una suerte de cinturón. IV) Por la noche irrumpen los “manteros”, quienes simulan el antiguo rapto, previo cortejo de mujeres solteras. V) Encontré la felicidad perfecta totalmente empapado en el carnaval en Huamanga, quién lo diría.

A) V B) IV C) I D) II E) III

Solución:

Se elimina la oración número V por inatingencia, pues el texto describe la fiesta del carnaval de Huamanga.

Rpta.: A**SEMANA 10 C****TEXTO 1**

La vida es difícil y los mamíferos necesitan dormir. Pero ¿por qué una ardilla, por ejemplo, necesita unas 15 horas de sueño al día mientras una jirafa solo requiere de cuatro y media? Una respuesta, dice Jerome Siegel, investigador del sueño en la Universidad de California en Los Ángeles, está en las diversas formas que los animales han adaptado para optimizar su consumo de energía y mantenerse a salvo.

Consideremos los elefantes, que apenas duermen poco más de tres horas al día. «Para ser tan grandes, deben comer casi todo el tiempo», dice Siegel. En contraste, tiene sentido evolutivo que los murciélagos cafés conserven su energía a lo largo del día excepto cuando salen a cazar los insectos nocturnos que comen. Un ornitorrinco también puede comer menos y dormir más (14 horas). ¿Por qué? Quizá porque una pequeña comida de crustáceos tiene muchas calorías.

En cuanto a la seguridad, los mamíferos que duermen escondidos, como murciélagos o roedores, duermen más tiempo y más profundamente que los que permanecen alertas. Por supuesto, algunas bestias pueden dormir cuando y donde quieran. Como dice Siegel: «¿A quién se le ocurriría molestar a un león dormido?».

Jennifer S. Holland, «¿Un sueñito?», en *National Geographic*, Vol. 29, julio de 2011, p. XXI.

1. ¿Cuál es el tema central del texto?

A) El consumo energético en los elefantes y murciélagos
B) La relación entre horas de sueño y consumo de energía
C) Las horas de vigilia que requieren las bestias salvajes
D) La adaptación en la optimización de fuentes de energía
E) El tamaño y la cantidad de comida que consume una bestia

Solución:

El texto aborda medularmente la conexión entre la relación entre horas de sueño y consumo de energía.

Rpta.: B

2. La idea principal del texto es la siguiente:
- A) Los mamíferos presentan distintos promedios de sueño en relación con la optimización del consumo energético.
 - B) Mamíferos como la jirafa requieren escasas horas de sueño en virtud de que su consumo de energía es elevado.
 - C) Los mamíferos que viven escondidos presentan mayor vulnerabilidad en comparación con depredadores como el león.
 - D) Jerome Siegel predice el consumo energético a partir del total de horas anuales que un animal usa al dormir.
 - E) Ciertos animales pueden dormir prolongadas horas, puesto que presentan orgánicamente muchas reservas de adipositos.

Solución:

Acorde con el tema central, los promedios de sueño son variables debido al consumo de energía diaria.

Rpta.: A

3. La pregunta «¿A quién se le ocurriría molestar a un león dormido?» presenta una clara intención
- A) lapidaria.
 - B) crítica.
 - C) controversial.
 - D) provocadora.
 - E) ilustrativa.

Solución:

La interrogante evidencia un claro sentido jocoso, una burla encubierta y, en tanto que tal, es irónica y por supuesto, gráficamente ilustrativa del punto en cuestión: el león, depredador máximo en su medio, no requiere de mayor seguridad para descansar.

Rpta.: E

4. Es incompatible con el desarrollo textual afirmar que todos los mamíferos
- A) requieren de un número mínimo de horas para dormir.
 - B) presentan un periodo de sueño bastante heteróclito.
 - C) duermen plácidamente y sin riesgo como los leones.
 - D) disponen, debido a la evolución, de horas para dormir.
 - E) requieren necesariamente de la ingesta de comida.

Solución:

Al final del texto se indica que existen animales que –no todos– pueden dormir cuando y donde quieran; por ejemplo, el león.

Rpta.: C

5. Es posible deducir que las horas de vigilia de un ornitorrinco
- A) son menores en proporción a las horas de sueño, dado que el consumo de calorías los abastece de energía suficiente.
 - B) supera con largueza a todos los mamíferos en virtud de la necesidad de permanecer alerta ante los depredadores.
 - C) son impredecibles debido a que es un animal que vive en lugares sumamente inhóspitos e inaccesibles para el ser humano.
 - D) fluctúan entre los especímenes de acuerdo con la cantidad de crustáceos que viven en el lugar de origen de aquel.
 - E) son independientes de la dieta alimenticia de este, puesto que su alimentación no guardia un patrón predecible.

Solución:

Las horas en que un ornitorrinco está despierto diariamente son numéricamente menores a las horas de sueño gracias a su dieta rica en calorías.

Rpta.: A

6. Si el león fuera superador por depredadores más feroces,

- A) pasaría más horas durmiendo en sabanas tupidas.
- B) tendría que optar por vivir escondido en los árboles.
- C) su estado de vigilia cambiaría indefectiblemente.
- D) dejaría de alimentarse de la carne de otros animales.
- E) se sentiría más seguro de su complexión física.

Solución:

Al ser una bestia dominante, el león tiene completo control sobre sus horas de sueño. Si su vida peligrara, las horas de vigilia aumentarían.

Rpta.: C**TEXTO 2**

El hielo marino de poca profundidad de las capas continentales proporciona el sustento más rico para los osos polares, pero recientemente el hielo ha ido retrocediendo lejos de esas zonas, reduciendo el hábitat de verano que más necesitan los osos para sobrevivir. El hielo marino en el que caza está disponible por tiempos cada vez más cortos, obligando a los osos a ayunar durante periodos más largos. Y puesto que el hielo marino más delgado es desplazado con mayor facilidad por los vientos y las corrientes, los osos pueden ser llevados a territorio **extraño**, obligándolos a nadar más tiempo y más arduamente en aguas abiertas para encontrar hielo marino favorable o para llegar a tierra.

Los osos polares son nadadores fuertes, y son capaces de nadar grandes distancias, pero hacerlo resulta extenuante. En 2008, un oso polar, que llevaba un cachorro y estaba provisto de un radio collar, nadó la asombrosa distancia de 687 kilómetros para llegar al hielo de la costa norte de Alaska. El cachorro no lo logró.

Las hembras enfrentan tiempos especialmente difíciles. Los etólogos creen que, cuando la comida disminuya, podrían ser más comunes los machos mal nutridos que maten y coman cachorros, e incluso a sus madres. Cada vez con mayor frecuencia, encontrar lugares **ancestrales** en tierra para hacer guaridas puede ser un calvario. En una isla de Svalbard, cuando el mar se congeló tarde ese año, en la siguiente primavera los científicos encontraron pocas guaridas, si no es que ninguna.

Susan McGrath, «En suelo poco firme», en *National Geographic*, Vol. 29, julio de 2011, p. 86.

1. El tema central del texto tiene que ver, sobre todo, con

- A) el deshielo marino en desmedro de los osos polares.
- B) los estudios etológicos de los osos polares en el mar.
- C) el hielo marino y su importancia para los osos polares.
- D) la capacidad infatigable de los osos polares para nadar.
- E) los efectos muy perniciosos del calentamiento global.

Solución:

El texto centralmente desarrolla el tema de los efectos perniciosos del deshielo marino en la vida de los osos polares.

Rpta.: A

2. La palabra EXTRAÑO adquiere el sentido de
- A) raro. B) bizarro. C) desconocido.
D) heteróclito. E) irregular.

Solución:

Territorio «extraño» alude a territorios desconocidos para los osos polares, los mismos que los impelen a nadar largas distancias.

Rpta.: C

3. La palabra ANCESTRAL connota
- A) contingencia. B) asiduidad. C) arraigo.
D) profusión. E) lejanía.

Solución:

La palabra ANCESTRAL hace referencia a lugares que comúnmente albergan a osos polares. En consecuencia, implica asiduidad o continuidad para fabricar guaridas.

Rpta.: B

4. Es incongruente, de acuerdo con el texto, afirmar que los osos polares
- A) enfrentan un futuro incierto y pueden extinguirse según los etólogos.
B) carecen de sus antiguos hábitats, desaparecidos por el deshielo.
C) enfrentan serias dificultades debido a la inclemencia del deshielo.
D) ayunan más días debido a la actual y grave escasez de comida.
E) son capaces, incluso los cachorros, de nadar grandes distancias.

Solución:

Que cada vez sea más difícil para el oso polar hallar viejas guaridas en Tierra, no significa que todas ellas hayan desaparecido. Si bien el cachorro de oso polar aludido en la lectura se ahogó, no por ello dejó nadar una distancia considerable.

Rpta.: B

5. Se deduce del texto que ciertos especímenes de oso polar
- A) son sutilmente monitoreados por los investigadores.
B) se desplazan en manadas a guaridas muy seguras.
C) prefieren como sustento alimenticio el hielo polar.
D) son incapaces de nadar distancias largas o cortas.
E) se desplazan por terrenos extensos debido al frío.

Solución:

El texto alude a un espécimen de oso polar al que se le monitorea a través de un collar.

Rpta.: A**SERIES VERBALES**

1. ¿Qué término no pertenece al campo semántico?
- A) Delicioso B) Meloso C) Melífero
D) Empalagoso E) Melifluo

Solución:

DELICIOSO no pertenece al campo semántico de lo dulce.

Rpta.: A

2. Arquitosado, aterido, entumecido,
A) aturdido. B) entonado. C) estupefacto.
D) pasmado. E) mantecado.

Solución:

PASMADO. El campo semántico se refiere a la incapacidad mayor de acción o reacción.

Rpta.: D

3. Decoro, recato, modestia,
A) apocamiento. B) timidez. C) sinceridad.
D) pudor. E) integridad.

Solución:

PUDOR pertenece a la serie de sinónimos.

Rpta.: D

4. Tutor, preceptor, mentor,
A) anciano. B) sabio. C) ayo.
D) asesor. E) erudito.

Solución:

AYO pertenece a la serie de sinónimos.

Rpta.: C

5. Llovizna, chubasco; brisa, ventarrón; oleada,
A) oleaje. B) derrame. C) embate.
D) maremoto. E) marea.

Solución:

MAREMOTO es la palabra que completa la relación de intensidad ascendente.

Rpta.: D

6. Señale el sinónimo de MUNIFICENTE, GENEROSO, LIBERAL.
A) Dechado B) Desprendido C) Consistente
D) Pasible E) Benévolo

Solución:

DESPRENDIDO es el sinónimo de la serie.

Rpta.: B

Aritmética

EJERCICIOS DE CLASE N° 10

1. Si M es la media diferencial de 24 y 34; L es la media proporcional de 88 y 22; N es la cuarta proporcional de 80, 15 y 16, halle el valor de $L + M + N$.

A) 90 B) 81 C) 76 D) 60 E) 58

Solución:

$$\text{i) } M = \frac{24+34}{2} = 29$$

$$\text{ii) } L = \sqrt{(88)(22)} = 44$$

$$\text{iii) } \frac{80}{15} = \frac{16}{N} \rightarrow N = 3, M + L + N = 76$$

Rpta.: C

2. Si M es la tercera proporcional de 64 y 16; y P es la cuarta diferencial de 20, 12 y 15, halle la tercera diferencial de M y P.

A) 9 B) 15 C) 8 D) 12 E) 10

Solución:

$$\text{i) } \frac{64}{16} = \frac{16}{M} \rightarrow M = 4$$

$$\text{ii) } 20 - 12 = 15 - P \rightarrow P = 7$$

$$\text{iii) } 4 - 7 = 7 - x \rightarrow x = 10$$

Rpta.: E

3. En una proporción geométrica continua de términos enteros positivos, el primer término es $\frac{1}{16}$ del cuarto término. Halle la media proporcional de esta proporción, si la suma de los cuatro términos es 125.

A) 20 B) 17 C) 18 D) 15 E) 12

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{16a} = k \rightarrow k^2 = \frac{1}{16} \rightarrow k = \frac{1}{4}, b = 4a \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{Por dato: } 17a + 2b = 125 \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{De (1) y (2) } b = 20$$

Rpta.: A

4. En una proporción geométrica de términos enteros positivos se cumple que la suma de los cubos de sus términos es igual a 980. Calcule la suma de sus cuatro términos, si el valor de la razón de esta proporción es un número entero.

A) 23 B) 21 C) 20 D) 18 E) 19

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = K \in \mathbb{Z}, \text{ se tiene } a = bK, c = dK \dots\dots\dots (1)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 980 \dots\dots\dots (2)$$

De (1) en (2)

$$(K^3 + 1)(b^3 + d^3) = (28)(35) = (27 + 1) + (2^3 + 3^3)$$

$$b = 2, d = 3, a = 6, c = 9$$

$$\therefore a + b + c + d = 20$$

Rpta.: C

5. Cinco números enteros forman una serie de razones geométricas continuas cuya constante de proporcionalidad es un número entero. Halle el primer consecuente, si el producto de las razones formadas es $81/160$ de la diferencia de los términos extremos.

A) 35 B) 49 C) 60 D) 54 E) 72

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{e} = K \rightarrow \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{b \cdot c \cdot d \cdot e} = \frac{81(a - e)}{160}$$

$$K^4 = \frac{81}{160}(eK^4 - e) \rightarrow 160K^4 = 81e(K^4 - 1)$$

$$K = 3, e = 2, b = (2)(3^3) = 54$$

Rpta.: D

6. César tiene \overline{ab} años y Julio \overline{ac} años. Si hace 10 años sus edades estaban en la relación de b a c respectivamente, y si además César es mayor que Julio y $\overline{ab} + \overline{ac} = \overline{n(a+3)} + 20$, halle la suma de sus edades dentro de \overline{na} años.

A) 72 B) 56 C) 64 D) 68 E) 75

Solución:

$$\frac{\overline{ab} - 10}{\overline{ac} - 10} = \frac{b}{c} \rightarrow \frac{10(a-1) + b}{10(a-1) + c} = \frac{b}{c} \rightarrow 10(a-1)(c-b) = 0$$

$$\text{De donde } a = 1, \text{ luego } \overline{1b} + \overline{1c} = \overline{n4} + 20 \rightarrow b + c = \overline{n4}, n = 1$$

$$\text{Luego: } (\overline{1b} + 11) + (\overline{1c} + 11) = 42 + b + c = 42 + 14 = 56$$

Rpta.: B

7. Sean $m, n, p \in \mathbb{Z}$ tal que $\frac{m^2 + n^2}{41} = \frac{n^2 + p^2}{61} = \frac{m^2 + p^2}{52}$, donde $m < n < p$. Si $p - m = 2$, determine el valor de $(m^2 + n + p)$.

A) 27 B) 25 C) 28 D) 22 E) 24

Solución:

$$\frac{m^2 + n^2}{41} = \frac{n^2 + p^2}{61} = \frac{m^2 + p^2}{52} \rightarrow \frac{m^2 + p^2}{-20} = \frac{m^2 + p^2}{52} \rightarrow \frac{m}{p} = \frac{2K}{3K} \rightarrow m = 2K \quad p = 3K$$

$$\text{De } m - p = 2 \rightarrow K = 2, m = 4, p = 6; m < n < p$$

$$n = 5$$

$$\therefore m^2 + n + p = 27$$

Rpta.: A

8. Sea una serie de seis razones geométricas equivalentes de términos enteros positivos, donde la suma de los antecedentes es 21. Si todos los antecedentes son diferentes, y la suma del producto de cada antecedente con su respectivo consecuente es 364, halle el valor de la razón.

A) 2/5 B) 1/3 C) 1/4 D) 3/7 E) 2/5

Solución:

$$\text{Por dato: } \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c} = \frac{4}{d} = \frac{5}{e} = \frac{6}{f} = r$$

$$\text{Y } a + 2b + 3c + 4d + 5e + 6f = 364$$

$$\text{Luego: } \frac{1}{r} = \frac{4}{r} = \frac{9}{r} = \frac{16}{r} = \frac{25}{r} = \frac{36}{r} = 364 \rightarrow r = \frac{1}{4}$$

Rpta.: C

9. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = K$, $K \in \mathbb{Z}^+$ y $(a + c + e + g)(b + d + f + h) = 1024$, halle el valor de

$$(\sqrt{ab} + \sqrt{cd} + \sqrt{ef} + \sqrt{gh})^{1/5}.$$

A) 1 B) 3 C) 5 D) 4 E) 2

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h} = K \rightarrow a + c + e + g = (b + d + f + h)K$$

$$\text{En el otro dato: } K(b + d + f + h)^2 = 1024 = 2^{10}$$

$$\text{Luego } \sqrt{K}(b + d + f + h) = 2^5$$

$$\text{Pero } \frac{ab}{b^2} = \frac{cd}{d^2} = \frac{ef}{f^2} = \frac{gh}{h^2} = K \rightarrow \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{\sqrt{cd}}{d} = \frac{\sqrt{ef}}{f} = \frac{\sqrt{gh}}{h} = \sqrt{K}$$

$$\text{Luego } \sqrt{ab} + \sqrt{cd} + \sqrt{ef} + \sqrt{gh} = \sqrt{K}(b+d+f+h) = 2^5$$

$$\text{Así: } (\sqrt{ab} + \sqrt{cd} + \sqrt{ef} + \sqrt{gh})^{1/5} = (2^5)^{1/5} = 2$$

Rpta.: E

10. Se tienen tres recipientes de vino cuyos contenidos están en relación de 9, 6 y 10. Se pasa a litros del primer recipiente al segundo y luego b litros del tercero al segundo, siendo la nueva relación 4, 6 y 5 respectivamente. Calcule el volumen final del tercer recipiente, si $a - b = 14$

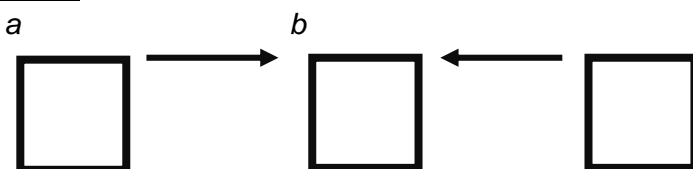
A) 150 L

B) 190 L

C) 160 L

D) 175 L

E) 180 L

Solución:

$$\text{Del dato: } \frac{9x-a}{4} = \frac{6x+a+b}{6} = \frac{10x-b}{5} \rightarrow \frac{9x+6x+10x}{4+6+5} = \frac{25x}{15}$$

$$\text{Luego } \frac{9x-a}{4} = \frac{10x-b}{5} = \frac{5x}{3} \rightarrow a = \frac{7x}{3}, b = \frac{5x}{3}$$

Como $a - b = 14$, luego $x = 21$

$$\text{Piden: } 10x - b = 10x - \frac{5x}{3} = \frac{25x}{3} = \frac{25(21)}{3} = 175$$

Rpta.: D

EJERCICIOS DE EVALUACIÓN N° 10

1. Si M es la cuarta diferencial de 24, 19 y 30; L es la tercera proporcional de 12 y 6; Halle la media diferencial de M y L .
- A) 7 B) 12 C) 15 D) 14 E) 16

Solución:

$$\text{i) } 24 - 19 = 30 - M \rightarrow M = 25$$

$$\text{ii) } \frac{12}{6} = \frac{6}{L} \rightarrow L = 3$$

$$\text{De donde } 25 - x = x - 3 \rightarrow x = 14$$

Rpta.: D

2. Si $q = 4p$, $r = 5p$ y $\frac{p}{a} = \frac{q}{b} = \frac{r}{c}$, halle el valor de $M = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a+b+c)^2}$.

A) 0,42 B) 0,8 C) 0,5 D) 1,2 E) 1,6

Solución:

Del Dato: $\frac{p}{a} = \frac{4p}{b} = \frac{5p}{c} \rightarrow \frac{1}{a} = \frac{4}{b} = \frac{5}{c}$

$\rightarrow a = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = x \rightarrow a = x, b = 4x, c = 5x$

Luego $M = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a+b+c)^2} = \frac{x^2 + 16x^2 + 25x^2}{(x+4x+5x)^2} = 0,42$

Rpta.: A

3. En una proporción geométrica de términos enteros de razón entera mayor que uno, la razón aritmética de los antecedentes es 3 y la suma de los consecuentes es 33. Calcule la media diferencial de los términos medios.

A) 41,5 B) 32,5 C) 34,5 D) 35,5 E) 31,5

Solución:

$\frac{a}{c} = \frac{d}{b} = r \rightarrow a = br, c = dr \rightarrow a - c = 3, b + d = 33 \rightarrow (b - d)r = 3(1)$

$r = 3$

$b - d = 1$

$b + d = 33$

$b = 17, d = 16, c = 48$

$\therefore \frac{17+48}{2} = 32,5$

Rpta.: B

4. En una proporción geométrica continua el producto de los cuatro términos es 1296. Si la suma de los términos de la primera razón es a la suma de los términos de la segunda razón como 3 a 2, halle la diferencia de los términos extremos.

A) 3 B) 2 C) 4 D) 6 E) 5

Solución:

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = r, ab^2c = 1296 \dots\dots\dots(1)$

Del dato $\frac{a+b}{b+c} = \frac{3}{2} = r, a = r^2c, b = rc$

$$\text{En (1): } r^4 c^4 = 1296 \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^4 c^4 = 1296 \rightarrow c = 4, a = 9$$

$$\therefore a - c = 5$$

Rpta.: E

5. Si $\frac{m}{2} = \frac{48}{n} = \frac{p}{q} = \frac{r}{s}$, $mn + ps = 168$ y $p + q + r + s = 40$; halle la diferencia positiva de p y s .

- A) 7 B) 5 C) 6 D) 8 E) 4

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} mn = 96, \quad ps = qr \\ ps + qr = 72 \quad p = 6 \\ p + s = 18 \quad s = 12 \end{array} \right\}$$

$$\therefore s - p = 6$$

Rpta.: C

6. Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$; $\sqrt{ab} + \sqrt{ac} = 1050$, donde a, b y $c \in \mathbb{Z}^+$, halle la suma de las cifras de $(a + b + c)$.

- A) 21 B) 18 C) 20 D) 26 E) 19

Solución:

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = K \rightarrow b = cK, a = cK^2$$

$$\sqrt{ab} + \sqrt{ac} = 1050 \rightarrow \sqrt{c^2 K^2 K} + \sqrt{cK^2 c} = 1050$$

$$cK(\sqrt{K} + 1) = (7)(5^2)(6)$$

$$c = 7, K = 25 \rightarrow b = 175, a = 4375$$

Luego

$$\therefore a + b + c = 4557$$

$$\Sigma \text{cifras} = 21$$

Rpta.: A

7. Si $\overline{abc}_{(5)}$ es la cuarta diferencial de $22_{(5)}$, $110_{(5)}$ y $44_{(5)}$, halle el valor de $(2a+3b+c)$.

- A) 15 B) 17 C) 13 D) 16 E) 18

Solución:

$$22_{(5)} - 110_{(5)} = 44_{(5)} - \overline{abc}_{(5)}$$

$$12 - 30 = 24 - \overline{abc}_{(5)} \rightarrow \overline{abc}_{(5)} = 42 = 132_{(5)}$$

$$a = 1, b = 3, c = 2$$

$$\text{Luego } (2a + 3b + c) = 13$$

Rpta.: C

8. Si p es a q como 4 es a 3, q es la cuarta proporcional de m , n y p ; $mn - pq = 36$ y $m + p = 12$, halle la razón aritmética de m y p .

A) 6 B) 8 C) 7 D) 4 E) 5

Solución:

$$\frac{p}{q} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{p}{q} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{m^2}{mn} = \frac{p^2}{pq} = \frac{4}{3} \rightarrow \frac{m^2 - p^2}{mn - pq} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$$

Luego:

$$\frac{m^2 - p^2}{36} = \frac{4}{3} \rightarrow m^2 - p^2 = 48$$

$$m - p = 4 \quad \text{de donde} \quad \left. \begin{array}{l} m = 8 \\ p = 4 \end{array} \right\}$$

$$m + p = 12$$

$$\therefore m - p = 4$$

Rpta.: D

9. Sea M la cuarta proporcional de 5, 3 y 10; N es la tercera proporcional de 12 y 36. Halle la cuarta diferencial de N , M y 110.

A) 8 B) 11 C) 10 D) 9 E) 12

Solución:

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{M} \rightarrow M = 6; \quad \frac{12}{36} = \frac{36}{N} \rightarrow N = 108$$

$$\text{Luego } N - M = 110 - x \rightarrow x = 8$$

Rpta.: A

10. Si A es a B como 2 es a 3, B es a C como 6 es a 8, y $A + C = 600$, halle $(B + C)$.

A) 500 B) 700 C) 750 D) 800 E) 900

Solución:

$$\frac{A}{B} = \frac{2}{3} \quad \text{Luego } A = 2x, B = 3x, C = 4x$$

$$\frac{B}{C} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$A + C = 600$$

$$6x = 600$$

$$x = 100$$

$$\text{Luego } B + C = 7x = 700$$

Rpta.: B

Álgebra

SEMANA Nº 10

EJERCICIOS DE CLASE

1. Un factor de $p(x) = x^5 - 3x^4 + ax^3 - x^2 + bx + 6$ en $\mathbb{R}[x]$, es $x^3 + cx^2 + 2$. Halle el resto de dividir $p(x)$ por $(x + a + b + c + 1)$.
- A) 7 B) -3 C) 2 D) -5 E) 0

Solución:

Como $x^3 + cx^2 + 2$ es un factor de $p(x) = x^5 - 3x^4 + ax^3 - x^2 + bx + 6$ entonces existe un polinomio $q(x)$ tal que:

$$\begin{aligned} p(x) &= (x^3 + cx^2 + 2) q(x) = (x^3 + cx^2 + 2) (x^2 + mx + 3) \\ &= x^5 + (c + m)x^4 + (mc + 3)x^3 + (3c + 2)x^2 + 2mx + 6 \end{aligned}$$

Obteniendo

$$2m = b$$

$$3c + 2 = -1 \rightarrow c = -1$$

$$mc + 3 = a$$

$$c + m = -3 \rightarrow m = -2 ; b = -4 ; a = 5$$

Luego se tiene que

$$p(x) = x^5 - 3x^4 + 5x^3 - x^2 - 4x + 6$$

y al dividirlo por $(x + 1)$ usando el teorema del resto tenemos

$$\text{resto} = p(-1) = -1 - 3 - 5 - 1 + 4 + 6 = 0$$

Rpta.: E

2. Con respecto a la factorización del polinomio:

$p(x, y, z) = \frac{1}{2}x^4yz - x^3y^2z + \frac{1}{2}x^2y^3z - \frac{9}{2}x^2yz^3$ en $\mathbb{Z}[x, y, z]$, indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I) $p(x, y, z)$ tiene 6 factores primos.
 II) Hay un factor primo cuadrático.
 III) La suma de los factores primos es $3x - y + z$.

A) VVV B) VFV C) FVV D) FFV E) FFF

Solución:

Utilizando el método del factor común, factorizamos:

$$p(x, y, z) = \frac{1}{2}x^4yz - x^3y^2z + \frac{1}{2}x^2y^3z - \frac{9}{2}x^2yz^3 \text{ en } \mathbb{Z}[x, y, z]$$

$$\begin{aligned} p(x, y, z) &= \frac{1}{2}x^2yz \left[\underbrace{x^2 - 2xy + y^2}_{(x-y)^2} - 9z^2 \right] \\ &= \frac{1}{2}x^2yz \left[(x-y)^2 - (3z)^2 \right] \\ &= \frac{1}{2}x^2yz [x-y+3z][x-y-3z] \end{aligned}$$

Entonces podemos afirmar:

- I) Se tiene 5 factores primos.
 II) No tiene factor primo cuadrático.
 III) La suma de los factores primos es

$$x + y + z + x - y + 3z + x - y - 3z = 3x - y + z.$$

Rpta.: D

3. Sea $p(x) = x^8 - 9x^6 - 64x^2 + 576$, halle la suma de sus factores primos cuadráticos en $\mathbb{Z}[x]$.

A) $2x^2 + 8$ B) $4x^2 + 8$ C) $2x^2 + 16$ D) $2x^2$ E) $4x^2 + 16$

Solución:

Agrupando y usando productos notables factorizamos el polinomio en $\mathbb{Z}[x]$

$$\begin{aligned} p(x) &= x^8 - 9x^6 - 64x^2 + 576 = x^6(x^2 - 9) - 64(x^2 - 9) = (x^2 - 9)(x^6 - 64) \\ &= (x+3)(x-3)(x^3+8)(x^3-8) = (x+3)(x-3)(x+2)(x^2-2x+4)(x-2)(x^2+2x+4) \\ \therefore \Sigma \text{ factores primos cuadráticos} &= x^2 - 2x + 4 + x^2 + 2x + 4 = 2x^2 + 8 \end{aligned}$$

Rpta.: A

4. Jorge y Andrés son dos hermanos albañiles. Jorge construye en un día (xy) metros cuadrados de vereda y su hermano $(x^3 + y^3)$ metros cuadrados por día. Si Jorge y Andrés cobran respectivamente por cada metro cuadrado $(x^2 - y^2)$ soles y $(x - y)$ soles. Halle el número de factores primos en $\mathbb{R}[x]$ del ingreso de ambos hermanos, sabiendo que laboraron “x” días.

A) 5 B) 3 C) 2 D) 4 E) 1

Solución:

Sea $I(x,y)$ el ingreso de ambos hermanos

$$I(x,y) = [(x^2 - y^2)(xy)]x + [(x - y)(x^3 + y^3)]x$$

Factorizando x

$$I(x,y) = x[(x^2 - y^2)(xy) + (x - y)(x^3 + y^3)] \text{ usamos productos notables}$$

$$= x[(x + y)(x - y)(xy) + (x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)] = x(x + y)(x - y)[xy + x^2 - xy + y^2]$$

$$= x(x + y)(x - y)(x^2 + y^2)$$

Por lo tanto el número de factores primos es 4

Rpta.: D

5. Al factorizar en $\mathbb{R}[x]$ el polinomio $p(x) = x(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 15x$, se tiene que **a** es el número de factores primos. Halle $2a - 3$.

A) 1 B) 3 C) 5 D) -1 E) 7

Solución:

Factorizamos x

$$p(x) = x(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 15x = x[(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 15]$$

$$= x[(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 15]$$

Hacemos un cambio de variable $y = x^2 + 5x$

$$p(x) = x[(y + 4)(y + 6) - 15] = x[y^2 + 10y + 9] = x[y + 1][y + 9]$$

$$p(x) = x[x^2 + 5x + 1][x^2 + 5x + 9]$$

$$p(x) = x \left[x - \left(\frac{-5 + \sqrt{21}}{2} \right) \right] \left[x - \left(\frac{-5 - \sqrt{21}}{2} \right) \right] [x^2 + 5x + 9]$$

Entonces $a = 4$

Por lo tanto

$$2a - 3 = 5$$

Rpta.: C

6. Luego de factorizar $p(x,y) = x^2(x^2 - 3y) + y(2y - 7) + 2x^2 - 15$ en $\mathbb{Z}[x,y]$, halle una raíz de la diferencia de sus factores primos.

A) -8 B) 8 C) 2 D) -3 E) 5

Solución:

Usando el método del aspa doble factorizamos

$$p(x,y) = x^2(x^2 - 3y) + y(2y - 7) + 2x^2 - 15 \text{ en } \mathbb{Z}[x,y]$$

$$p(x,y) = x^4 - 3x^2y + 2y^2 - 7y + 2x^2 - 15$$

$$\begin{array}{rcl} x^2 & -2y & -3 \\ x^2 & -y & 5 \end{array}$$

$$p(x,y) = (x^2 - 2y - 3)(x^2 - y + 5)$$

Luego la diferencia de sus factores primos es:

$$(x^2 - 2y - 3) - (x^2 - y + 5) = -y - 8 \text{ entonces } -8 \text{ es raíz ó}$$

$$(x^2 - y + 5) - (x^2 - 2y - 3) = y + 8 \text{ entonces } -8 \text{ es raíz}$$

Rpta.: A

7. Al factorizar $p(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 7x - 15$ en $\mathbb{Z}[x]$, halle la suma de los términos lineales de sus factores primos.

A) 2x B) x C) -2x D) 3x E) -x

Solución:

Factorizamos el polinomio por el método del aspa doble especial

$$p(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 7x - 15 \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

$$p(x) = x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 7x - 15$$

$$\begin{array}{rcl} x^2 & +2x & -3 \\ x^2 & x & 5 \end{array}$$

$$\rightarrow p(x) = (x^2 + 2x - 3)(x^2 + x + 5)$$

$$\begin{array}{rcl} x & 3 \\ x & -1 \end{array}$$

$$\rightarrow p(x) = (x + 3)(x - 1)(x^2 + x + 5) \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

$$\therefore \Sigma \text{términos lineales de los f.p.} = x + x + x = 3x$$

Rpta.: D

8. Halle el cociente que se obtiene al dividir el número de factores algebraicos sumado más uno, por el número de factores primos del polinomio $p(x) = x^6 + 2x^5 - 2x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 4$ en $\mathbb{C}[x]$.

A) 9 B) 7 C) 6 D) 4 E) 5

Solución:

$$p(x) = x^6 + 2x^5 - 2x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 4$$

factoricemos por el método de los divisores binómicos

	1	2	-2	-2	1	-4	4
1		1	3	1	-1	0	-4
	1	3	1	-1	0	-4	0
1		1	4	5	4		4
	1	4	5	4	4		0
-2		-2	-4	-2		-4	
	1	2	1	2		0	
-2		-2	0	-2			
	1	0	1		0		

$$\rightarrow p(x) = (x - 1)(x - 1)(x + 2)(x + 2)(x^2 + 1) = (x - 1)^2(x + 2)^2(x^2 + 1) \text{ en } \mathbb{C}[x]$$

$$p(x) = (x - 1)^2(x + 2)^2(x + i)(x - i)$$

De donde obtenemos

El número factores primos es: 4

El número factores algebraicos más uno es : $[(2+1)(2+1)(1+1)(1+1) - 1] + 1 = 36$

Por lo tanto

El cociente pedido es $36/4 = 9$

Rpta.: A

EVALUACIÓN DE CLASE

1. En la clase de Álgebra, Noelia, Alex y Eduardo van a factorizar el polinomio $p(x) = x^3 - 2x^2 + x^4(x - 2) - (x^3 + x)(x - 2)$ en $\mathbb{R}[x]$, y obtienen los siguientes resultados:

I) Noelia afirma que se obtienen 4 factores primos.

II) Alex afirma que se obtienen 2 factores primos lineales.

III) Eduardo afirma que se obtienen 2 factores primos cuadráticos.

Determine la secuencia correcta de valores de verdad de los enunciados anteriores.

A) VFF B) VVF C) VVV D) VFV E) FVV

Solución:

Utilizando el método del factor común, factorizamos:

$$p(x) = x^3 - 2x^2 + x^4(x-2) - (x^3 + x)(x-2) \text{ en } \mathbb{R}[x],$$

$$p(x) = x^2(x-2) + x^4(x-2) - x(x^2+1)(x-2) = x(x-2)[x + x^3 - x^2 - 1]$$

$$= x(x-2)[(x-1) + x^2(x-1)] = x(x-2)(x-1)(x^2+1) \text{ en } \mathbb{R}[x]$$

Donde se obtienen

- I) 4 factores primos.
- II) 3 factores primos lineales.
- III) 1 factor primo cuadrático.

Rpta. : A

2. Al factorizar los polinomios $p(x) = x^4 - 81$ y $q(x) = x^4 - 9$ en $\mathbb{Z}[x]$, halle la suma del factor primo de mayor término independiente que se obtiene en $q(x)$ con el factor primo de mayor grado que se obtiene en $p(x)$.

- A) $x^2 + 6$ B) $x^2 + 12$ C) $2x^2 + 12$ D) $2x^2 + 6$ E) $2x^2 + 10$

Solución:

Factorizando los polinomios usando productos notables

$$p(x) = x^4 - 81 = (x^2 + 9)(x^2 - 9) = (x^2 + 9)(x + 3)(x - 3)$$

$$q(x) = x^4 - 9 = (x^2 + 3)(x^2 - 3) \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

luego se tiene que

$(x^2 + 9)$ es el factor primo de $p(x)$ con mayor grado

$(x^2 + 3)$ es el factor primo de $q(x)$ con mayor término independiente

Por tanto

La suma de los f. p. con mayores t.i es : $x^2 + 9 + x^2 + 3 = 2x^2 + 12$

Rpta. : C

3. Sea $(x + ay + a)$ factor común de los polinomios $p(x,y) = x^2 - axy + 2ay^2 - 4x - ay + 3$ y $q(x,y) = 2x^2 - xy - y^2 - cx + y + b$ en $\mathbb{Z}[x,y]$, determine el valor de $a + b + c$.

- A) -2 B) 5 C) -3 D) -7 E) -6

Solución:

Como $(x + ay + a)$ es un factor común y usando el aspa doble se tiene:

$$p(x, y) = x^2 - axy + 2ay^2 - 4x - ay + 3$$

$$\begin{array}{cc} x & ay \dots\dots\dots + a \\ x & 2y \end{array}$$

$$2 + a = -a \rightarrow a = -1$$

$$q(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - cx + y + b \text{ en } \mathbb{Z}[x, y]$$

$$x \quad - y \dots - 1 \quad (\text{factor común})$$

$$2x \quad y \dots - 2$$

$$b = (-1)(-2) = 2$$

$$-c = (-2) + (-2) \rightarrow c = 4$$

Por lo tanto

$$a + b + c = 5$$

Rpta. : B

4. Si $s(x, y)$ es la suma de los factores primos del polinomio

$p(x, y) = 6x^2 + 11x + 53y - 20y^2 - 7xy - 35$ en $\mathbb{Z}[x, y]$, halle la suma de los coeficientes de $s(x, y)$.

- A) 2 B) -5 C) 8 D) -4 E) 6

Solución:

Usando el método del aspa doble se tiene:

$$p(x, y) = 6x^2 + 11x + 53y - 20y^2 - 7xy - 35 \text{ en } \mathbb{Z}[x, y]$$

$$p(x, y) = 6x^2 - 7xy - 20y^2 + 11x + 53y - 35$$

$$3x \quad 4y \dots - 5$$

$$2x \quad -5y \dots 7$$

$$p(x, y) = (3x + 4y - 5)(2x - 5y + 7)$$

Luego

$$s(x, y) = (3x + 4y - 5) + (2x - 5y + 7) = 5x - y + 2$$

Por lo tanto

$$\therefore \sum \text{coeficientes de } s(x, y) = 5 - 1 + 2 = 6$$

Rpta.: E

5. Al factorizar el polinomio $h(x) = p(x - 1)$ en $\mathbb{Z}[x]$, donde

$p(x) = x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 29x + 30$, determine la suma de los factores primos de $h(x)$.

- A) $3x - 9$ B) $4x - 11$ C) $4x - 5$ D) $4x - 9$ E) $3x + 11$

Solución:

Usando el método del aspa doble especial se tiene:

$$p(x) = x^4 - 5x^3 - 7x^2 + 29x + 30$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad -4x \quad -5 \\ x^2 \quad -x \quad -6 \end{array}$$

$$p(x) = (x^2 - 4x - 5)(x^2 - x - 6)$$

Por aspa simple

$$p(x) = (x - 5)(x + 1)(x - 3)(x + 2)$$

entonces

$$h(x) = p(x - 1) = (x - 1 - 5)(x - 1 + 1)(x - 1 - 3)(x - 1 + 2)$$

$$h(x) = (x - 6)(x)(x - 4)(x + 1)$$

Por tanto

$$\therefore \sum \text{factores primos de } h(x) = x - 6 + x + x - 4 + x + 1 = 4x - 9$$

Rpta.: D

6. Al factorizar $p(x) = x^4 - 10(x^3 - 1) + 32x^2 - 37x$ en $\mathbb{Z}[x]$ se tiene que $h(x)$ es la suma de sus factores primos. Determine una raíz de $h(x)$.

A) -3 B) -2 C) 2 D) 1 E) -6

Solución:

$$p(x) = x^4 - 10(x^3 - 1) + 32x^2 - 37x = x^4 - 10x^3 + 32x^2 - 37x + 10 \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

Aplicando método del aspa doble especial

$$p(x) = x^4 - 10x^3 + 32x^2 - 37x + 10$$

$$\begin{array}{r} x^2 \quad -7x \quad +10 \\ x^2 \quad -3x \quad +1 \end{array}$$

$$\rightarrow p(x) = (x^2 - 7x + 10)(x^2 - 3x + 1)$$

$$\rightarrow p(x) = (x - 5)(x - 2)(x^2 - 3x + 1)$$

Luego

$$h(x) = x - 5 + x - 2 + x^2 - 3x + 1 = x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$$

Por tanto

3 y -2 son raíces del polinomio $h(x)$.

Rpta. : B

7. Al factorizar $p(x) = (x^2 - 16)(x^2 + 7x + 10)(x^2 - 4x + 3) + 1232$ en $\mathbb{Z}[x]$, halle uno de los factores primos.

A) $x^2 + x + 2$ B) $x^2 + x + 1$ C) $x^2 - x + 1$ D) $x^2 - 2x + 2$ E) $x^2 + 2x - 1$

Solución:

Factorizamos usando productos notables y aspa simple en los factores cuadráticos

$$p(x) = (x^2 - 16)(x^2 + 7x + 10)(x^2 - 4x + 3) + 1232 \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

$$p(x) = (x + 4)(x - 4)(x + 5)(x + 2)(x - 3)(x - 1) + 1232$$

Agrupando los factores

$$p(x) = [(x + 4)(x - 3)][(x - 4)(x + 5)][(x + 2)(x - 1)] + 1232$$

$$= (x^2 + x - 12)(x^2 + x - 20)(x^2 + x - 2) + 1232$$

Hacemos un cambio de variable $y = x^2 + x$

$$p(y) = (y - 12)(y - 20)(y - 2) + 1232 = y^3 - 34y^2 + 304y + 752$$

aplicando el método de divisores binómicos

-2	1	-34	304	752
		-2	72	-752
	1	-36	376	0

$$p(y) = (y + 2)(y^2 - 36y + 376) = (y + 2)([y - 18]^2 + 52)$$

entonces

$$p(x) = (x^2 + x + 2)([x^2 + x - 18]^2 + 52) \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

Rpta.: A

8. Gabriela encuentra que un factor común en $\mathbb{Z}[x]$ para los polinomios $p(x) = x^3 - x^2 - x - 2$ y $q(x) = x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx + 3 - 2m$ es un polinomio cuadrático. Si dicho factor común es correcto.

¿Cuál es el valor numérico del otro factor primo en $\mathbb{Z}[x]$ del polinomio $q(x)$, cuando $x = 2$?

- A) 3 B) -2 C) 0 D) -4 E) 7

Solución:

Factorizando el polinomio

$$p(x) = x^3 - x^2 - x - 2 \text{ usando divisores binómicos}$$

2	1	-1	-1	-2
		2	2	2
	1	1	1	0

$$p(x) = (x - 2)(x^2 + x + 1)$$

si el factor común es cuadrático entonces es $x^2 + x + 1$

Además si $q(x) = x^4 + 3x^3 + mx^2 + nx + 3 - 2m$ se divide por $x^2 + x + 1$ la división es exacta entonces por Horner

1	1	3	m	n	3 - 2m
		-1	-1		
-1			-2	-2	
-1				3 - m	3 - m
	1	2	m - 3	0	0

Entonces $m = 2$

Luego

$$q(x) = (x^2 + x + 1)(x^2 + 2x - 1) \text{ en } \mathbb{Z}[x]$$

El otro factor primo de $q(x)$ es $x^2 + 2x - 1$

Evalutando para $x = 2$

$$2^2 + 2(2) - 1 = 7$$

Rpta.: E

Trigonometría

EJERCICIOS DE LA SEMANA Nº 10

1. Si $12\alpha - 107\pi = 0$, halle el valor de la expresión $1 + \sin^2 2\alpha - \cos^2 4\alpha$.

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) $-\frac{1}{2}$ E) -1

Solución:

$$2E = 2\sin^2 2\alpha + 2\sin^2 4\alpha = 1 - \cos 4\alpha + 1 - \cos 8\alpha$$

$$2E = 2 - (\cos 4\alpha + \cos 8\alpha)$$

$$2E = 2 - 2\cos 6\alpha \cos 2\alpha \quad ; \quad 12\alpha - 107\pi = 0$$

$$E = 1 - \cos \frac{107\pi}{2} \cos 23\frac{\pi}{6} = 1$$

Rpta.: A

2. Simplifique la expresión $\cos 72^\circ \operatorname{tg} 24^\circ + 2 \sin 24^\circ$.

A) $2\cos 18^\circ$ B) $2\sin 18^\circ$ C) $4\sin 72^\circ$ D) $\cos 72^\circ$ E) $\cos 18^\circ$

Solución:

$$\cos 72^\circ \operatorname{tg} 24^\circ + 2 \operatorname{sen} 24^\circ = \frac{\cos 72^\circ \operatorname{sen} 24^\circ + 2 \operatorname{sen} 24^\circ \cos 24^\circ}{\cos 24^\circ}$$

$$\frac{2 \cos 72^\circ \operatorname{sen} 24^\circ + 2 \operatorname{sen} 48^\circ}{2 \cos 24^\circ} = \frac{\operatorname{sen} 96^\circ - \operatorname{sen} 48^\circ + 2 \operatorname{sen} 48^\circ}{2 \cos 24^\circ}$$

$$\frac{\operatorname{sen} 96^\circ + \operatorname{sen} 48^\circ}{2 \cos 24^\circ} = \frac{2 \operatorname{sen} 72^\circ \cos 24^\circ}{2 \cos 24^\circ} = \cos 18^\circ$$

Rpta.: E

3. Si α es un ángulo agudo menor que 36° , el cual satisface la ecuación $\frac{\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen} 3\alpha + \operatorname{sen} 4\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \cos 4\alpha} = 1$, halle la medida del ángulo α .

- A) $\frac{\pi}{6}$ rad B) $\frac{\pi}{10}$ rad C) $\frac{\pi}{9}$ rad D) $\frac{\pi}{8}$ rad E) $\frac{\pi}{16}$ rad

Solución:

$$\frac{(\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} 3\alpha) + (\operatorname{sen} 4\alpha + \operatorname{sen} 2\alpha)}{(\cos \alpha + \cos 3\alpha) + (\cos 4\alpha + \cos 2\alpha)} = 1$$

$$\frac{2(\operatorname{sen} 2\alpha \cos \alpha) + 2(\operatorname{sen} 3\alpha \cos \alpha)}{2(\cos 2\alpha \cos \alpha) + 2(\cos 3\alpha \cos \alpha)} = 1$$

$$\frac{2 \cos \alpha (\operatorname{sen} 3\alpha + \operatorname{sen} 2\alpha)}{2 \cos \alpha (\cos 3\alpha + \cos 2\alpha)} = 1 \Rightarrow \frac{(\operatorname{sen} 3\alpha + \operatorname{sen} 2\alpha)}{(\cos 3\alpha + \cos 2\alpha)} = 1$$

$$\frac{2 \left(\operatorname{sen} \left(\frac{5\alpha}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right)}{2 \left(\cos \left(\frac{5\alpha}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) \right)} = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \left(\frac{5\alpha}{2} \right) = 1 \Rightarrow \frac{5\alpha}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{10} \text{ rad.}$$

Rpta.: B

4. Si $\cos 6x = -\frac{3}{5}$, $x \in \left(\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{4} \right)$, calcule el valor de $\frac{2 \operatorname{sen} 5x \cos x - \operatorname{sen} 4x}{(2 \cos 4x - 1) \cos 2x}$.

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) $\frac{1}{4}$

Solución:

$$\frac{2\sin 5x \cos x - \sin 4x}{(2\cos 4x - 1)\cos 2x} = \frac{\sin 6x}{\cos 6x} = \operatorname{tg} 6x$$

$$\cos 6x = -\frac{3}{5}, x \in \left\langle \frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{4} \right\rangle \Rightarrow 6x \in \left\langle \frac{6\pi}{5}, \frac{6\pi}{4} \right\rangle \Rightarrow 6x \in \text{III C}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} 6x = \frac{4}{3}.$$

Rpta.: A

5. Calcule el perímetro de un terreno de forma triangular cuyos lados miden $(\sin^2 x)$ km, $\left(\sin^2\left(\frac{4\pi}{3} + x\right)\right)$ km y $\left(\sin^2\left(\frac{4\pi}{3} - x\right)\right)$ km.

A) 1 km B) 8 km C) 1,5 km D) 5 km E) 2 km

Solución:

$$P = \sin^2 x + \sin^2(240^\circ + x) + \sin^2(240^\circ - x)$$

$$2P = (2\sin^2 x + 2\sin^2(240^\circ + x) + 2\sin^2(240^\circ - x))$$

$$2P = (1 - \cos 2x + 1 - \cos(480^\circ + 2x) + 1 - \cos(480^\circ - 2x))$$

$$2P = (3 - \cos 2x - 2\cos(480^\circ)\cos 2x)$$

$$2P = (3 - \cos 2x + \cos 2x) = 3$$

$$P = 1,5 \text{ km}$$

Rpta.: C

6. Sean A, B y C los ángulos internos de un triángulo. Si $\frac{\sin 2A + \sin 2C}{\cos 2A + \cos 2C} + 3\operatorname{ctg} B = 0$, calcule $2\cos 2B + \operatorname{tg}^2 B$.

A) $\sqrt{3}$ B) 4 C) $-\sqrt{3}$ D) $2 + \sqrt{3}$ E) 2

Solución:

$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow A + C = 180^\circ - B$$

$$\Rightarrow \frac{2\sin(A+C)\cos(A-C)}{2\cos(A+C)\cos(A-C)} + 3\operatorname{ctg}B = 0 \Rightarrow \operatorname{tg}(A+C) + 3\operatorname{ctg}B = 0$$

$$\Rightarrow -\operatorname{tg}B + 3\operatorname{ctg}B = 0 \Rightarrow \operatorname{tg}^2B = 3 \Rightarrow \sin^2B = 3\cos^2B$$

$$\Rightarrow 1 - \cos 2B = 3(1 + \cos 2B) \Rightarrow \cos 2B = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2\cos 2B + \operatorname{tg}^2B = 2$$

Rpta.: E

7. Calcule el valor de $\sin 40^\circ + \frac{\csc 10^\circ}{2} - \sin 70^\circ - 2\sin 75^\circ \cos 35^\circ$.

A) $2\sqrt{3}$ B) -1 C) 1 D) 0 E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Solución:

$$M = \sin 40^\circ + \frac{\csc 10^\circ}{2} - \sin 70^\circ - 2\sin 75^\circ \cos 35^\circ$$

$$M = \frac{\csc 10^\circ}{2} - \sin 70^\circ - (\sin 110^\circ + \sin 40^\circ) + \sin 40^\circ$$

$$M = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 10^\circ} - 2\cos 20^\circ = 2\cos 20^\circ + 1 - 2\cos 20^\circ = 1$$

Rpta.: C

8. Simplifique la expresión $\cos 50^\circ + 2\sin^2 20^\circ + \sqrt{2} \cos 5^\circ - \sin 90^\circ$.

A) $2\cos 70^\circ$ B) $2\cos 50^\circ$ C) $\sin 40^\circ$ D) $\sin 50^\circ$ E) $2\sin 50^\circ$

Solución:

$$\sin 40^\circ + 2\sin^2 20^\circ + \sqrt{2}\sin 85^\circ - 1$$

$$= \sin 40^\circ - \cos 40^\circ + \sqrt{2}\sin 85^\circ$$

$$= \sqrt{2}(\sin 85^\circ - \cos 85^\circ) = 2\sin 40^\circ$$

Rpta.: B

9. Simplifique la expresión $\operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 5x + \sin 7x \cdot \csc 3x$, si se verifica que $3\sin 10x - 4\sin 6x + 3\sin 4x = 0$.

- A) 1 B) $\frac{11}{21}$ C) $\frac{31}{21}$ D) $\frac{1}{7}$ E) -2

Solución:

$$\operatorname{sen} 10x + \operatorname{sen} 4x = \frac{4}{3} \operatorname{sen} 6x$$

$$\Rightarrow \frac{2 \operatorname{sen} 7x \cos 3x}{\operatorname{sen} 6x} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} 7x}{\operatorname{sen} 3x} = \frac{4}{3}$$

$$M = \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 5x + \operatorname{sen} 7x \cdot \operatorname{csc} 3x$$

$$M = \frac{2 \operatorname{sen} 2x \cos 5x}{2 \cos 2x \operatorname{sen} 5x} + \frac{\operatorname{sen} 7x}{\operatorname{sen} 3x} = \frac{\operatorname{sen} 7x - \operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen} 7x + \operatorname{sen} 3x} + \frac{\operatorname{sen} 7x}{\operatorname{sen} 3x}$$

$$M = \frac{4-3}{4+3} + \frac{4}{3} = \frac{31}{21}$$

Rpta.: C

10. Si $\sec \theta = 3$, evalúe $4 \cos^3 \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) - \operatorname{sen} 3\theta + 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} + \theta \right)$.

- A) 1 B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) 2

Solución:

$$M = 4 \cos^3 \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) - \operatorname{sen} 3\theta + 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} + \theta \right)$$

$$M = \cos 3 \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) + 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) - \operatorname{sen} 3\theta + 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} + \theta \right)$$

$$M = \cos \left(\frac{\pi}{2} - 3\theta \right) + 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) - \operatorname{sen} 3\theta + 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} + \theta \right)$$

$$M = 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) + 3 \cos \left(\frac{\pi}{6} + \theta \right) = 3 \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} - \theta \right) + \cos \left(\frac{\pi}{6} + \theta \right) \right)$$

$$M = 3 \cdot 2 \cos \frac{\pi}{6} \cos \theta = 3\sqrt{3} \cos \theta$$

Dato

$$\cos \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow M = \sqrt{3}$$

Rpta.: C

EVALUACIÓN N° 10

1. Evalúe $\frac{\sin^2 18^\circ - \sin^2 27^\circ}{\sin 9^\circ} + \frac{\cos^2 18^\circ - \sin^2 27^\circ}{\cos 9^\circ}$.

- A) 1 B) 2 C) -1 D) 0 E) $\frac{1}{2}$

Solución:

$$\frac{\sin(18^\circ - 27^\circ) \cdot \sin(18^\circ + 27^\circ)}{\sin 9^\circ} + \frac{\cos(18^\circ - 27^\circ) \cdot \cos(18^\circ + 27^\circ)}{\cos 9^\circ} =$$

$$\frac{\sin(-9^\circ) \cdot \sin 45^\circ}{\sin 9^\circ} + \frac{\cos(-9^\circ) \cdot \cos 45^\circ}{\cos 9^\circ} = 0.$$

Rpta.: D

2. Simplifique la expresión $\frac{2\sin 9^\circ \operatorname{ctg} 6^\circ \operatorname{ctg} 3^\circ}{\operatorname{ctg} 6^\circ + \operatorname{ctg} 3^\circ} - \cos 9^\circ$.

- A) $\cos 3^\circ$ B) $\sin 6^\circ$ C) $-\cos 3^\circ$ D) 0 E) $\cos 9^\circ$

Solución:

Sea $M = \frac{2\sin 9^\circ \operatorname{ctg} 6^\circ \operatorname{ctg} 3^\circ}{\operatorname{ctg} 6^\circ + \operatorname{ctg} 3^\circ} - \cos 9^\circ$

$$M = \frac{\operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 6^\circ}{\operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 6^\circ} \left(\frac{2\sin 9^\circ \operatorname{ctg} 6^\circ \operatorname{ctg} 3^\circ}{\operatorname{ctg} 6^\circ + \operatorname{ctg} 3^\circ} \right) - \cos 9^\circ$$

$$M = \left(\frac{2\sin 9^\circ}{\operatorname{tg} 6^\circ + \operatorname{tg} 3^\circ} \right) - \cos 9^\circ = \left(\frac{2\sin 9^\circ}{\frac{\sin 6^\circ}{\cos 6^\circ} + \frac{\sin 3^\circ}{\cos 3^\circ}} \right) - \cos 9^\circ$$

$$M = \left(\frac{2\sin 9^\circ \cos 3^\circ \cos 6^\circ}{\sin 9^\circ} \right) - \cos 9^\circ$$

$$M = 2\cos 3^\circ \cos 6^\circ - \cos 9^\circ = \cos 9^\circ + \cos 3^\circ - \cos 9^\circ = \cos 3^\circ$$

Rpta.: A

3. Simplifique la expresión $\left| \frac{\sin 3\alpha + \sin 2\alpha + \sin \alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} \right|$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$.

- A) 1 B) $2\operatorname{tg} 2\alpha$ C) $-\operatorname{tg} 2\alpha$ D) $\operatorname{tg} 2\alpha$ E) $-2\operatorname{ctg} 2\alpha$

Solución:

$$\begin{aligned}
 &= \left| \frac{\operatorname{sen} 3\alpha + \operatorname{sen} 2\alpha + \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} \right| = \left| \frac{2\operatorname{sen} 2\alpha \cos \alpha + \operatorname{sen} 2\alpha}{2\cos 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha} \right| \\
 &= \left| \frac{\operatorname{sen} 2\alpha (2\cos \alpha + 1)}{\cos 2\alpha (2\cos \alpha + 1)} \right| = |\operatorname{tg} 2\alpha| \quad ; \quad \pi < 2\alpha < \frac{4\pi}{3} \\
 &= \operatorname{tg} 2\alpha .
 \end{aligned}$$

Rpta.: D

4. Si 4α es un ángulo que pertenece al tercer cuadrante, el cual satisface la ecuación $\frac{\cos 4\alpha + \cos 12\alpha + 2\cos 8\alpha}{\operatorname{sen} 4\alpha + \operatorname{sen} 12\alpha + 2\operatorname{sen} 8\alpha} = \frac{1}{2}$, halle el valor de $1 + 2\operatorname{tg} 4\alpha$.

- A) 2 B) $\sqrt{5}$ C) $2\sqrt{5}$ D) 3 E) $\sqrt{3}$

Solución:

De la igualdad tenemos,

$$\begin{aligned}
 \frac{\cos 4\alpha + \cos 12\alpha + 2\cos 8\alpha}{\operatorname{sen} 4\alpha + \operatorname{sen} 12\alpha + 2\operatorname{sen} 8\alpha} &= \frac{1}{2} \\
 \frac{2(\cos 8\alpha \cos 4\alpha) + 2\cos 8\alpha}{2(\operatorname{sen} 8\alpha \cos 4\alpha) + 2\operatorname{sen} 8\alpha} &= \frac{1}{2} \\
 \frac{2\cos 8\alpha (1 + \cos 4\alpha)}{2\operatorname{sen} 8\alpha (1 + \cos 4\alpha)} &= \frac{1}{2} \Rightarrow \operatorname{tg} 8\alpha = 2
 \end{aligned}$$

$$\frac{2\operatorname{tg} 4\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 4\alpha} = 2 \Rightarrow \operatorname{tg}^2 4\alpha + \operatorname{tg} 4\alpha - 1 = 0$$

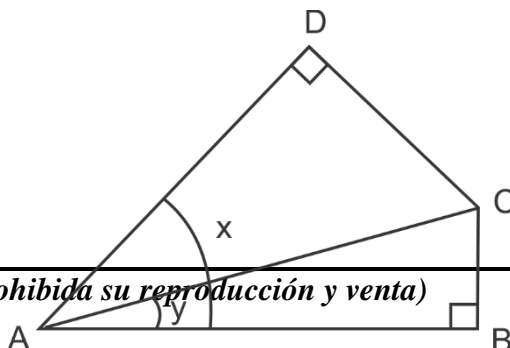
$$\Rightarrow \operatorname{tg} 4\alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, 4\alpha \in \text{III C} \Rightarrow \operatorname{tg} 4\alpha = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow 2\operatorname{tg} 4\alpha + 1 = \sqrt{5}$$

Rpta.: B

5. Con los datos de la figura y si $DC = 2 CB$, calcule $\frac{\operatorname{sen} x + \operatorname{sen}(x - 2y)}{\operatorname{sen} 2y}$.

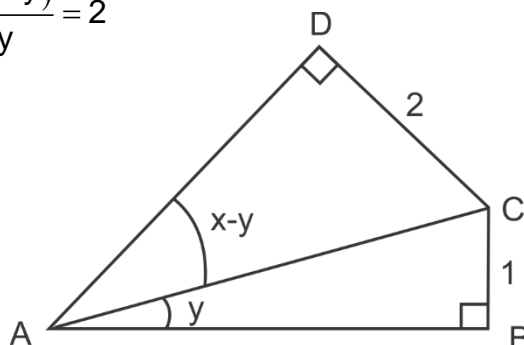
- A) 2 B) $\frac{1}{2}$
C) 1 D) 4



E) $\frac{1}{4}$

Solución:

De la figura $\frac{\text{sen}(x-y)}{\text{csc } y} = 2 \Rightarrow \frac{\text{sen}(x-y)}{\text{sen } y} = 2$



Luego $\frac{2 \cos y \text{sen}(x-y)}{2 \cos y \text{sen } y} = 2 \Rightarrow \frac{\text{sen } x + \text{sen}(x-2y)}{\text{sen } 2y} = 2$.

Rpta.: A

Geometría

EJERCICIOS DE LA SEMANA N° 10

1. En la figura, O es centro de la circunferencia, T y P son puntos de tangencia. Si $BC = 3$ m, halle el área de la región triangular PCD.

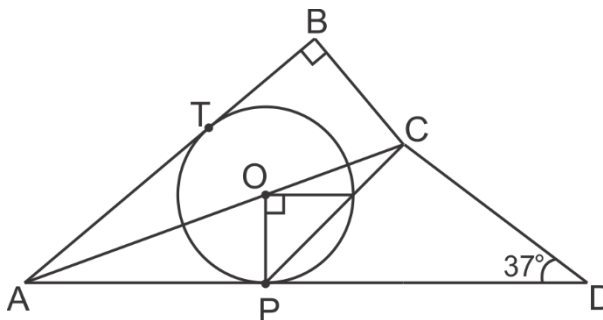
A) 8 m^2

B) 9 m^2

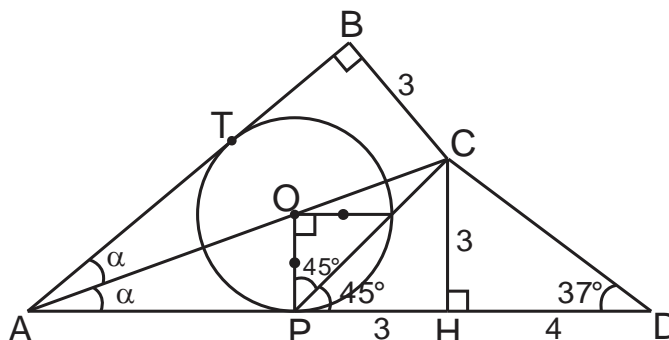
C) $9,5 \text{ m}^2$

D) 10 m^2

E) $10,5 \text{ m}^2$

**Solución:**

- T. bisectriz: $BC = CH = 3$
- $\triangle PHC$: Notable 45°
 $\rightarrow PH = CH = 3$
- $\triangle CHD$: Notable 37° y 53°
 $\rightarrow HD = 4$

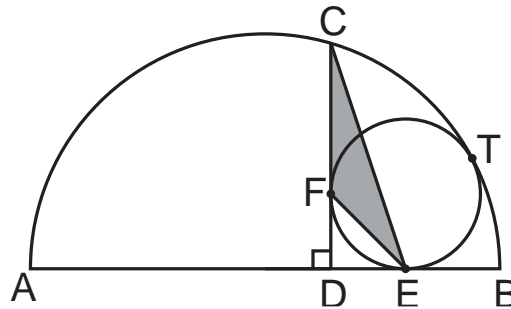


$$\therefore A_{\triangle PCD} = \frac{7 \cdot 3}{2} = 10,5 \text{ m}^2$$

Rpta.: E

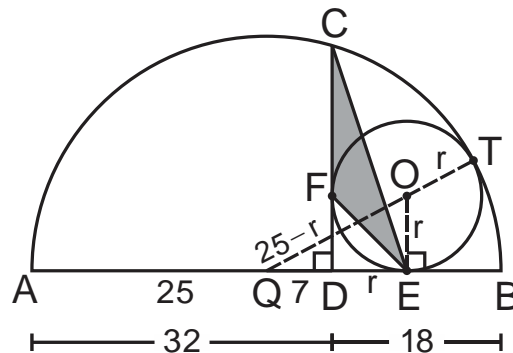
2. En la figura, \overline{AB} es diámetro, F, E y T son puntos de tangencia. Si $AD = 32 \text{ cm}$ y $BD = 18 \text{ m}$, halle el área de la región sombreada.

- A) 64 cm^2
 B) 32 cm^2
 C) 60 cm^2
 D) 50 cm^2
 E) 48 cm^2

**Solución:**

- $\triangle QEO$: T. Pitágoras
 $(25 - r)^2 = (7 + r)^2 + r^2$
 $r = 8$

- $\widehat{A} \widehat{B}$: R. métricas
 $CD^2 = 32 \cdot 18$
 $CD = 24$
 $\rightarrow CF = 16$

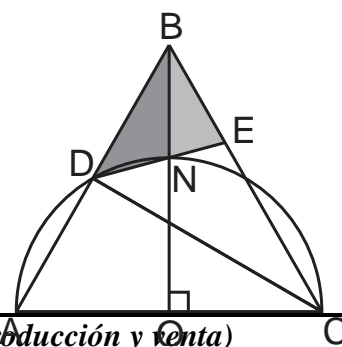


- $A_{\triangle CEF} = \frac{16 \cdot 8}{2} = 64 \text{ cm}^2$

Rpta.: A

3. En la figura, O es punto del diámetro \overline{AC} . Si $BD = 5 \text{ m}$ y $CD = 12 \text{ m}$, halle la razón de áreas de las regiones triangulares DBN y EBN.

- A) $\frac{17}{5}$ B) $\frac{17}{13}$
 C) $\frac{13}{17}$ D) $\frac{5}{17}$



E) $\frac{13}{12}$

Solución:

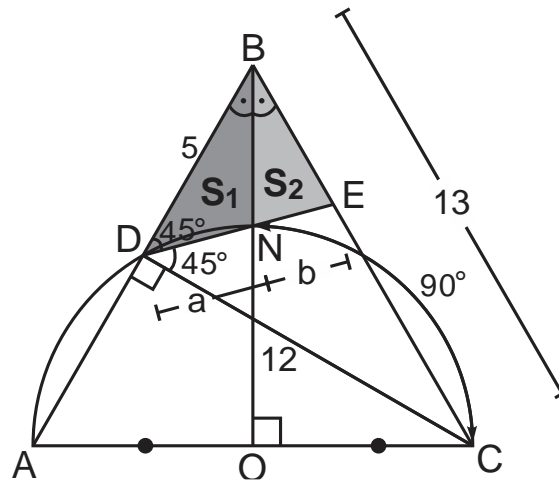
- $\triangle BDC$: T. Incentro

$$\frac{a}{b} = \frac{5+12}{13} = \frac{17}{13}$$

- $\triangle DBE$: Prop.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$$

$$\rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{17}{13}$$



Rpta.: B

4. En la figura, T, P, Q y N son puntos de tangencia, $EQ = 2EP$ y $2QN = 3PT$. Halle la razón de áreas de las regiones sombreadas.

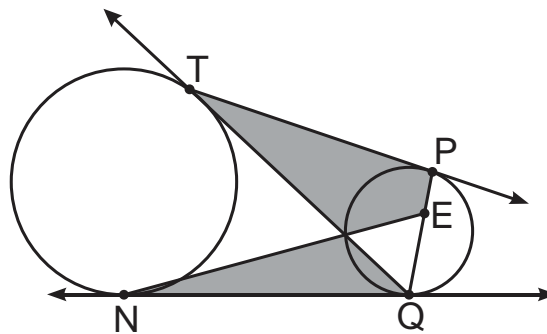
A) 1

B) 1,5

C) 0,5

D) 2

E) 2,5

**Solución:**

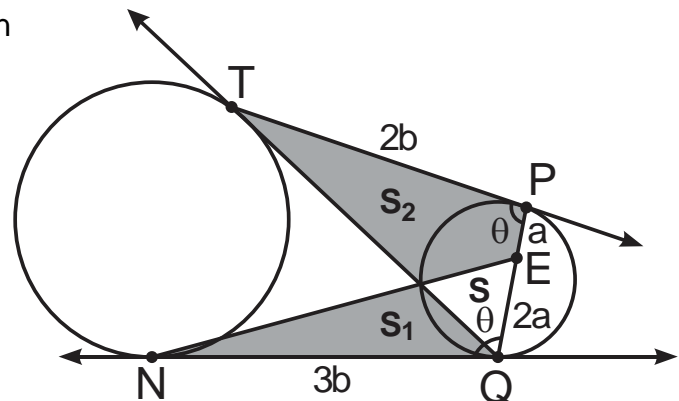
- $\triangle TPQ$ y $\triangle NQE$: Por ángulo común

$$\frac{S_1 + S}{S_2 + S} = \frac{3b \cdot 2a}{2b \cdot 3a}$$

$$\rightarrow S_1 + S = S_2 + S$$

$$\rightarrow S_1 = S_2$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = 1$$



Rpta.: A

5. En un hospital se organiza una campaña para la confección de frazadas a partir de cuadrados de lana de 20 cm. Se desean frazadas que midan 2 m de largo y 1,6 m de ancho. Si se lograron reunir 10 000 cuadrados de lana, ¿cuántas frazadas se confeccionaron?

A) 100 B) 115 C) 120 D) 125 E) 130

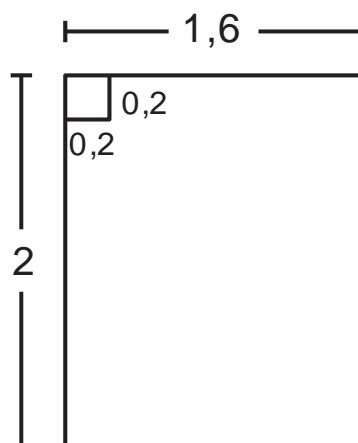
Solución:

- Del dato:

$$A_{\text{LANA}} = (0,2)(0,2) = 0,04 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{FRAZADA}} = 2(1,6) = 3,2 \text{ m}^2$$

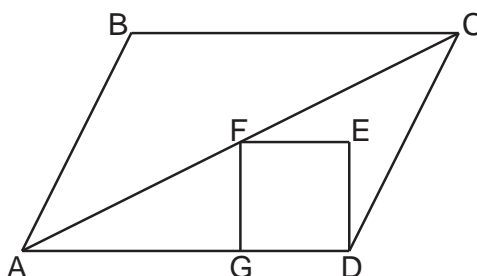
- Para cada frazada se necesitan
 $3,2 \div 0,04 = 80$ cuadrados de lana
- Si se tiene 10 000, entonces
 $10\,000 \div 80 = 125$ frazadas



Rpta.: D

6. En la figura, ABCD es un romboide y el área de la región cuadrada DEFG es 4 m^2 . Si $AF = FC$ y $\widehat{BCA} = \frac{53^\circ}{2}$, halle el área de la región determinada por ABCD.

- A) 24 m^2
 B) 10 m^2
 C) 14 m^2
 D) 16 m^2
 E) 20 m^2



Solución:

Dato: $A_{\square DEFG} = 4$

$$\rightarrow FG = 2$$

- $\triangle AGF$: Notable $\frac{53^\circ}{2}$

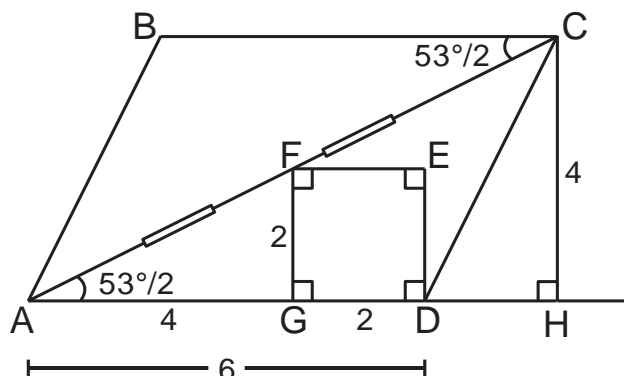
$$\rightarrow AG = 4$$

- $\triangle AHC$: T. base media

$$\rightarrow CH = 4$$

$$\therefore A_{\square ABCD} = 6 \cdot 4$$

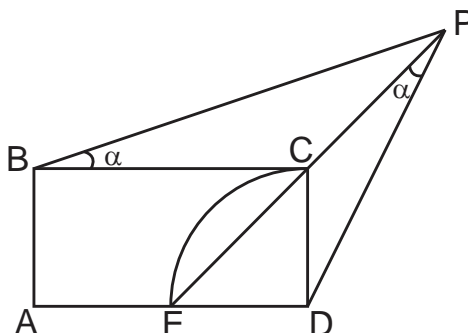
$$\rightarrow A_{\square ABCD} = 24 \text{ m}^2$$



Rpta.: A

7. En la figura, EDC es un cuadrante y $CP = 3\sqrt{2}$ m. Halle el área de la región rectangular ABCD.

- A) 14 m^2
 B) 16 m^2
 C) 18 m^2
 D) 20 m^2
 E) 24 m^2



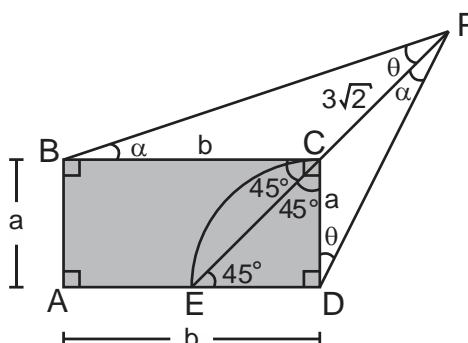
Solución:

- $\triangle BCP \sim \triangle PCD$ (AA)

$$\frac{3\sqrt{2}}{a} = \frac{b}{3\sqrt{2}}$$

$$ab = 18$$

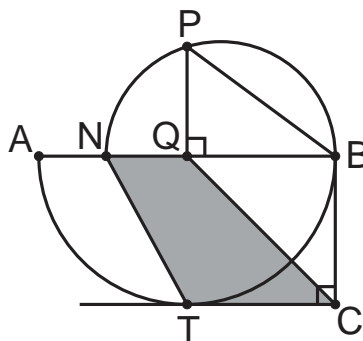
- $A_{\square ABCD} = ab = 18 \text{ m}^2$



Rpta.: C

8. En la figura, B y T son puntos de tangencia, \overline{AB} y \overline{BN} son diámetros. Si $AQ = QB$ y $BP = 6 \text{ cm}$, halle el área de la región sombreada.

- A) 10 cm^2
 B) 14 cm^2
 C) 16 cm^2
 D) 18 cm^2
 E) 20 cm^2



Solución:

- $\triangle NPB$: R. métricas

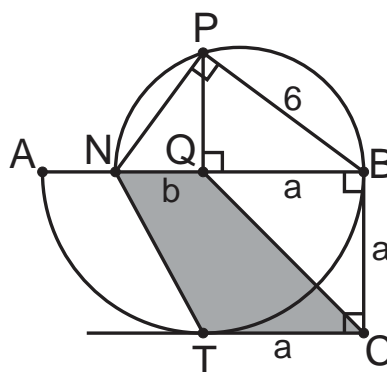
$$6^2 = a(a + b)$$

$$\rightarrow a(a + b) = 36$$

- TNQC: Trapecio

$$\rightarrow A_{\square TNQC} = \left(\frac{a+b}{2} \right) a$$

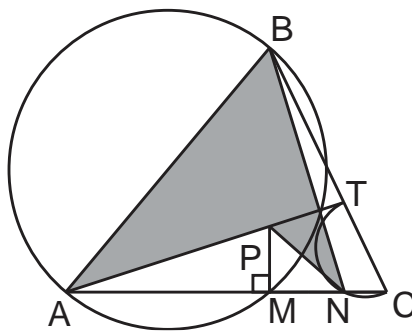
$$\rightarrow A_{\square TNQC} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$



Rpta.: D

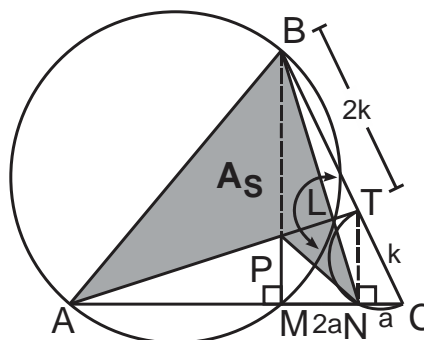
9. En la figura, \overline{AB} y \overline{CT} son diámetros, $MN = 2NC$ y el área de la región triangular ABC es 30 cm^2 . Halle el área de la región sombreada.

- A) 25 cm^2
 B) 22 cm^2
 C) 24 cm^2
 D) 18 cm^2
 E) 20 cm^2



Solución:

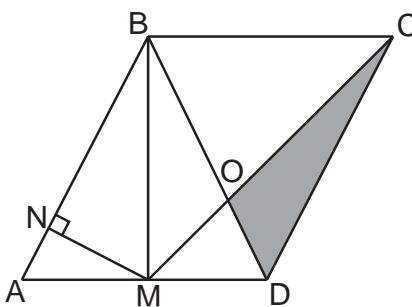
- Como \overline{AB} es diámetro
 $\rightarrow B, P$ y M son puntos colineales
- BTNP: Trapecio
 $\rightarrow A_{\triangle PLN} = A_{\triangle BLT}$
 $\rightarrow A_s = A_{\triangle ABT}$
- $\triangle BMC$: Prop.
 $BT = 2TC$
 $\therefore A_s = 20 \text{ cm}^2$



Rpta.: E

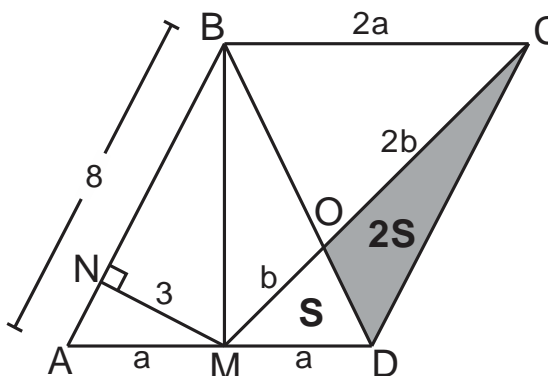
10. En la figura, ABCD es un romboide, $AM = MD$, $AB = 8 \text{ m}$ y $MN = 3 \text{ m}$. Halle el área de la región sombreada.

- A) 7 m^2
 B) 8 m^2
 C) 9 m^2
 D) 10 m^2
 E) 12 m^2



Solución:

- $\triangle MOD \sim \triangle COB$
 $\frac{OM}{OC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} OM = b \\ OC = 2b \end{cases}$
- MDCB: Trapecio
 $\Rightarrow A_{\triangle MOB} = A_{\triangle DOC}$
- $A_{\triangle AMB} = A_{\triangle DMB}$



$$\frac{8.3}{2} = 3S$$

$$\Rightarrow S = 4$$

$$\therefore A_{\triangle DOC} = 2S = 8 \text{ m}^2$$

Rpta.: B

11. En un triángulo rectángulo ABC, la altura \overline{BE} y la bisectriz \overline{AF} se intersecan en Q. Si $BQ = 2 \text{ m}$ y $QE = 1 \text{ m}$, halle el área de la región triangular QBF.

- A) $\sqrt{3} \text{ m}^2$ B) $2\sqrt{3} \text{ m}^2$ C) 3 m^2 D) $\sqrt{2} \text{ m}^2$ E) $2\sqrt{2} \text{ m}^2$

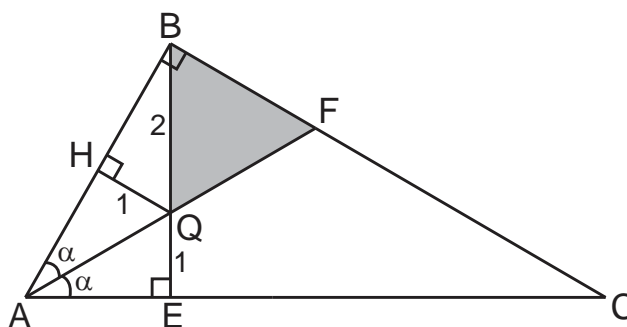
Solución:

- T. Bisectriz: $QH = QE = 1$

- $\triangle BHQ$: Notable 30° y 60°
 $\rightarrow \alpha = 30^\circ$

- $\triangle QBF$: Equilátero

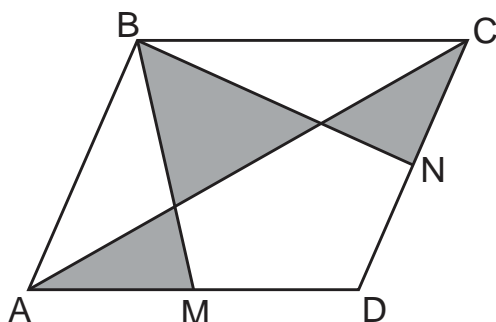
$$\rightarrow A_{\triangle QBF} = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ m}^2$$



Rpta.: A

12. En la figura, ABCD es un romboide de 2400 m^2 que representa el área total de un colegio. Las tres parcelas sombreadas corresponden al área construida, donde M y N son puntos medios de los lados \overline{AD} y \overline{DC} respectivamente. Halle el área de la región construida, del colegio.

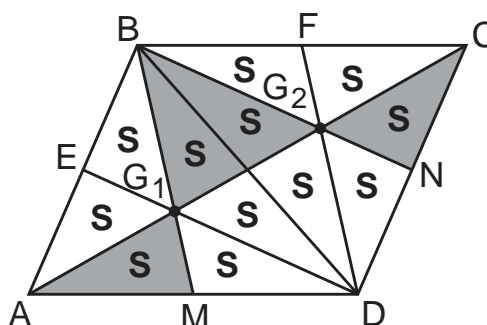
- A) 600 m^2
 B) 800 m^2
 C) 1200 m^2
 D) 1400 m^2
 E) 1600 m^2



Solución:

- G_1 y G_2 son baricentros de los $\triangle ABD$ y $\triangle BDC$ respectivamente.

- $A_{\square ABCD} = 2400$
 $\rightarrow 12S = 2400$
 $S = 200$

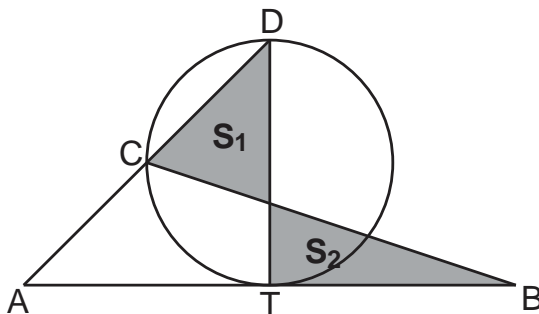


$$A_{\text{Sombreado}} = 4S = 800$$

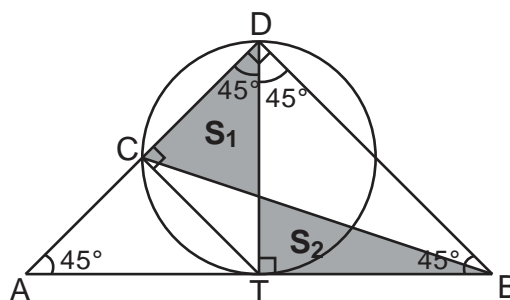
Rpta.: B

13. En la figura, T es punto de tangencia y \overline{DT} diámetro. Si $AT = BT = DT$, halle la relación entre las áreas de las regiones sombreadas.

- A) $S_1 = 2S_2$
 B) $S_2 = 2S_1$
 C) $S_1 = S_2$
 D) $S_1 + S_2 = 1$
 E) $S_1 = 3S_2$

**Solución:**

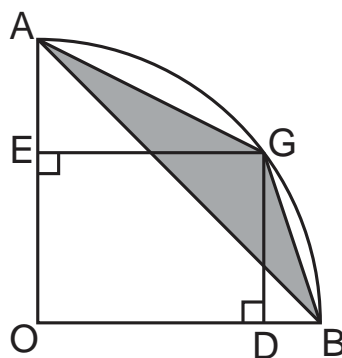
- $\triangle ADB$ y $\triangle DCT$: Notables 45°
- CDBT: Trapecio
 $\rightarrow S_1 = S_2$



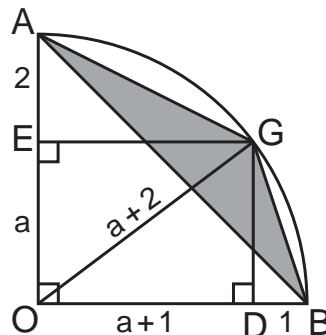
Rpta.: C

14. En la figura, AOB es un cuadrante y $AE = 2BD = 2$ m. Halle el área de la región sombreada.

- A) 5 m^2
 B) 6 m^2
 C) 8 m^2
 D) 10 m^2
 E) 12 m^2

**Solución:**

- $\triangle ODG$: T. Pitágoras
 $(a + 2)^2 = (a + 1)^2 + a^2$
 $\rightarrow a = 3$
- $A_{\triangle AGB} = A_{\square OAGD} + A_{\triangle GDB} - A_{\triangle AOB}$
 $= \left(\frac{5+3}{2} \right) \cdot 4 + \frac{3 \cdot 1}{2} - \frac{5 \cdot 5}{2}$
 $= 5 \text{ m}^2$



Rpta.: A

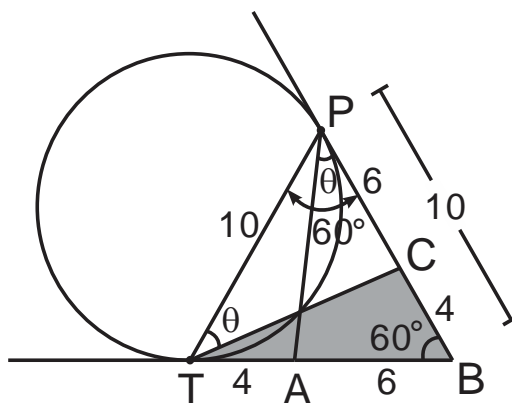
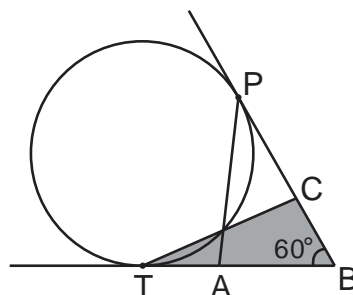
EVALUACIÓN N° 10

1. En la figura, T y P son puntos de tangencia. Si $AT = 4$ m y $AB = 6$ m, halle el área de la región sombreada.

- A) $4\sqrt{3}$ m² B) $6\sqrt{3}$ m²
 C) $8\sqrt{3}$ m² D) $10\sqrt{3}$ m²
 E) $15\sqrt{3}$ m²

Solución:

- $\triangle PCT \cong \triangle BAP$ (ALA)
 $\rightarrow PC = AB = 6$
 $\rightarrow BC = 4$
- $A_{\triangle CBT} = \frac{4 \cdot 10}{2} \sin 60^\circ$
 $\rightarrow A_{\triangle CBT} = 10\sqrt{3}$ m²

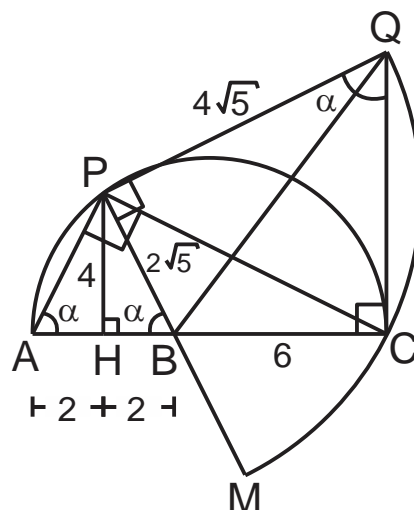
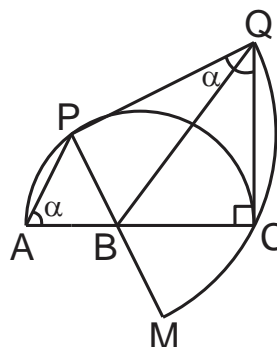
**Rpta.: D**

2. En la figura, QPM es un cuadrante y \overline{AC} es diámetro. Si $AB = 4$ m y $BC = 6$ m, halle el área de la región triangular QPB.

- A) 12 m² B) 18 m²
 C) 20 m² D) 24 m²
 E) 30 m²

Solución:

- BPQC: Inscriptible
 $\rightarrow m\widehat{ABP} = \alpha$
- $\triangle APC$: R. métricas
 $PH^2 = 2 \cdot 8 \rightarrow PH = 4$
 $PC^2 = 10 \cdot 8 \rightarrow PC = 4\sqrt{5}$
- $\triangle PHB$: T. Pitágoras
 $PB = 2\sqrt{5}$
 $\therefore A_{\triangle QPB} = \frac{(2\sqrt{5})(4\sqrt{5})}{2}$



$$\therefore A_{\triangle QPB} = 20 \text{ m}^2$$

Rpta.: C

3. En la figura se muestra las losetas de un salón de clase (todas las losetas son idénticas). Si $AB = 60 \text{ cm}$ y $BC = 70 \text{ cm}$, halle el área de cada loseta.

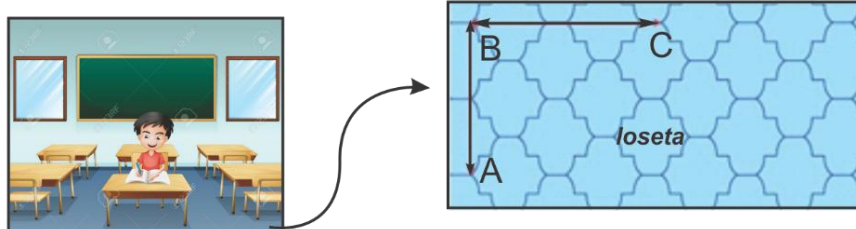
A) 425 cm^2

B) 450 cm^2

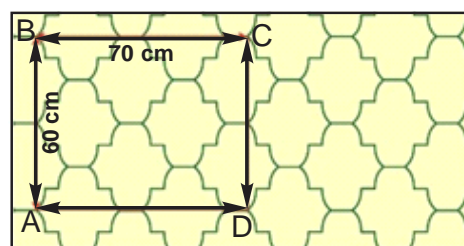
C) 500 cm^2

D) 525 cm^2

E) 550 cm^2

**Solución:**

- $A_{\square ABCD} = 60 \times 70$
 $= 4200$
- Dentro del rectángulo ABCD hay 8 losetas
 $\rightarrow A_{\text{LOSETA}} = \frac{4200}{8} = 525 \text{ cm}^2$



Rpta.: D

4. En la figura, ABCD es un romboide cuya área es 36 m^2 , $BP = PF$ y $AF = FE = ED$. Halle el área de la región sombreada.

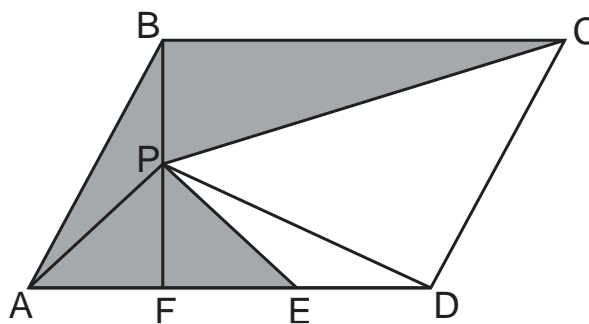
A) 20 m^2

B) 18 m^2

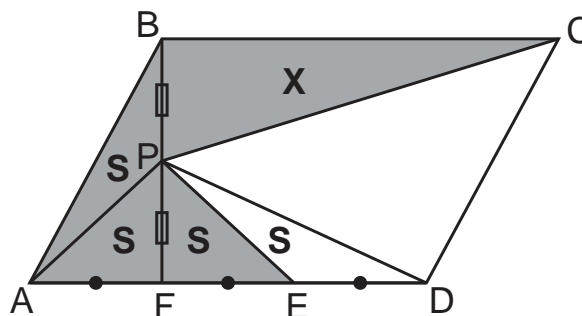
C) 24 m^2

D) 36 m^2

E) 16 m^2

**Solución:**

- FBCD: Prop.
 $A_{\triangle CPD} = 2S + X$
- Dato:
 $A_{\square ABCD} = 36$
 $\rightarrow 6S + 2X = 36$
 $\rightarrow 3S + X = 18$
 $\therefore A_{\text{somb}} = 3S + X = 18 \text{ m}^2$



Rpta.: B

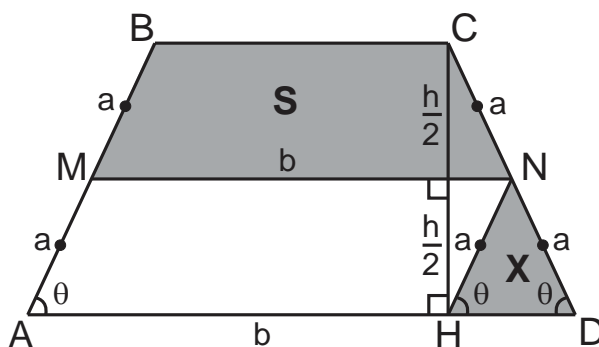
5. En un trapecio isósceles $ABCD$ ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$) se traza \overline{CH} perpendicular a \overline{AD} ($H \in \overline{AD}$), M y N son puntos medios de \overline{AB} y \overline{CD} respectivamente. Si el área de la región cuadrangular $AMNH$ es 4 m^2 , halle la suma de áreas de las regiones $MBCN$ y HND .

- A) 8 m^2 B) 6 m^2 C) 4 m^2 D) 7 m^2 E) 10 m^2

Solución:

Dato: $A_{\square AMNH} = 4 \text{ m}^2$

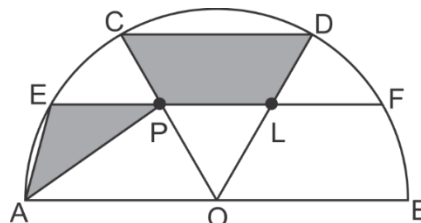
- $AMNH$: romboide
 $\rightarrow A_{\square AMNH} = \frac{b \cdot h}{2}$
 $\rightarrow bh = 8$
- Del gráfico:
 $A_{\triangle ABCD} = S + X + 4$
 $\rightarrow bh = S + X + 4$
 $\therefore S + X = 4 \text{ m}^2$



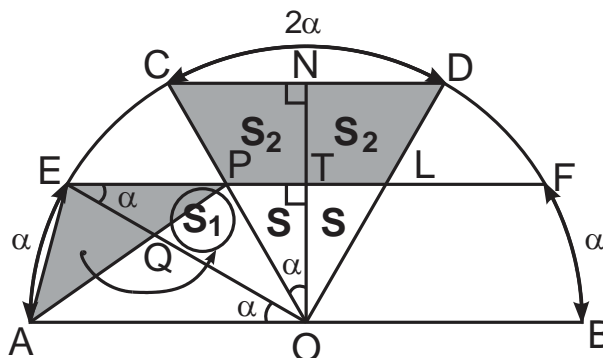
Rpta.: C

6. En la figura, O es punto medio del diámetro \overline{AB} . Si $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ y $m\widehat{CD} = 2m\widehat{BF}$, halle la razón de áreas de las regiones sombreadas AEP y $CPDL$.

- A) 1 B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{2}$

**Solución:**

- $AEPO$: Trapecio
 $\rightarrow A_{\triangle AEQ} = A_{\triangle POQ}$
- $\triangle ETO \cong \triangle ONC$ (ALA)
 $\rightarrow S_1 + S = S_2 + S$
 $\rightarrow S_1 = S_2$
 $\therefore \frac{A_{\triangle AEP}}{A_{\triangle CPLD}} = \frac{S_1}{2S_2} = \frac{1}{2}$



Rpta.: D

Lenguaje

SEMANA Nº 10

1. Establezca la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados respecto del adjetivo.

- A) Concuerda en género y número con el núcleo de la FN. ()
- B) Es un modificador indirecto del núcleo de la FN. ()
- C) Morfológicamente es una palabra variable. ()
- D) Únicamente cumple la función de atributo. ()
- E) Expresa características de entidades. ()

Solución:

El adjetivo es la palabra variable que cumple la función de modificador directo del núcleo de la FN y expresa característica o cualidad.

Rpta.: VFVFV

2. A la derecha, escriba la clase de adjetivo que presenta cada enunciado.

- A) Ustedes vivirán un momento inolvidable. _____
- B) El celular tiene diseños personalizados. _____
- C) Tomar bebidas alcohólicas es dañino para la salud. _____
- D) Hay graves problemas de seguridad ciudadana. _____
- E) Este programa es incompatible con tu máquina nueva. _____

Solución:

El adjetivo puede ser de tres clases: el especificativo tiene carácter objetivo; el explicativo, carácter subjetivo; el epíteto reitera o destaca la cualidad o característica del nombre.

Rpta.:

- A) explicativo
- B) especificativo
- C) especificativo, especificativo
- D) explicativo, especificativo
- E) especificativo, especificativo

3. A la derecha, escriba el grado del adjetivo que presenta cada enunciado.

- A) Magaly Solier es una artista muy destacada. _____
- B) El Inca Garcilaso de la Vega es un célebre escritor. _____
- C) Fue el sismo más devastador del continente americano. _____
- D) Una película peruana obtuvo un gran reconocimiento. _____
- E) En la vida, hay eventos más importantes que otros. _____

Solución:

Los grados del adjetivo son tres: positivo, comparativo (de superioridad, inferioridad e igualdad) y superlativo (relativo y absoluto).

Rpta.:

- A) superlativo absoluto
- B) positivo
- C) superlativo relativo

- D) positivo positivo
- E) comparativo de superioridad

“Jóvenes, estudien en esta institución porque cuenta con un programa versátil, dinámico y breve que les garantiza un aprendizaje rápido y eficiente.

4. Teniendo en cuenta la oración anterior, establezca la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) de los siguientes enunciados:
- A) Los adjetivos señalan las características de “institución”. ()
 - B) La oración presenta solamente dos adjetivos explicativos. ()
 - C) Los adjetivos solamente presentan morfemas derivativos. ()
 - D) Los adjetivos “versátil” y “dinámico” son explicativos. ()
 - E) La oración presenta más de cinco modificadores directos. ()

Solución:

Los enunciados de las alternativas D y E son verdaderos. Las otras alternativas son falsas.

Rpta.: FFFVV

5. Marque el enunciado donde el adjetivo cumple función de complemento atributo.
- A) La ceremonia se realizó en la municipalidad distrital.
 - B) La primera reunión de empresarios no será factible.
 - C) Llegar al equilibrio de poderes no está muy cerca.
 - D) Los mejores momentos familiares se viven bien.
 - E) El ganador fue el escritor chileno Carlos Franz.

Solución:

“Factible” cumple función de complemento atributo del verbo copulativo “ser”.

Rpta.: B

6. Seleccione la opción en la que se presenta adjetivo especificativo.
- A) El último 10 de abril, los votantes estuvieron irritados.
 - B) La contadora ingresó mediante concurso público.
 - C) Los medios mostraron una cuestionada declaración.
 - D) ¡Detuvieron a cobrador por realizar gestos ofensivos!
 - E) Se firmó un convenio irregular durante su gobierno.

Solución:

El adjetivo “público” es considerado especificativo porque destaca una característica objetiva del nombre.

Rpta.: B

7. Elija el adjetivo correcto y complete cada uno de los enunciados.

- | | |
|--|-----------------|
| A) La obra del Inca Garcilaso es muy ____ para el mundo. | 1) entrañable |
| B) Asistieron a la Bienal de Argentina dos ____ escritores. | 2) expuestas |
| C) Casi todas las obras de los cronistas están muy mal ____. | 3) biográfica |
| D) La novela de Renato Cisneros es más ____ que histórica. | 4) importante |
| E) Ayer adquirimos la ____ obra de John M. Coetzee. | 5) ilustrísimos |

Solución:

El adjetivo “importante” completa la primera oración; el adjetivo “ilustrísimos”, la segunda; el adjetivo “expuestas”, la tercera; el adjetivo “biográfica”, la cuarta; el adjetivo “entrañable”, la quinta.

Rpta.: A4, B5, C2, D3, E1

8. En el enunciado “la colección de un museo público tiene la gran responsabilidad de forjar un diálogo alturado de ideas”, los adjetivos subrayados son, respectivamente,
- A) epíteto y explicativo. B) epíteto y especificativo.
C) explicativo y especificativo. D) especificativo y explicativo.
E) explicativo y explicativo.

Solución:

Los adjetivos “público” y “alturado” constituyen adjetivos especificativo y explicativo, respectivamente.

Rpta.: D

9. Seleccione el enunciado cuyo adjetivo cumple la función de complemento predicativo.
- A) El tondero es una danza tradicional del Perú.
B) La quena es un instrumento musical tradicional.
C) Los detenidos salieron injustificadamente libres.
D) Varios restaurantes fueron clausurados anoche.
E) Aquel acontecimiento fue bastante reciente.

Solución:

El adjetivo “libres” cumple la función de complemento predicativo cuando complementa a un verbo predicativo o no copulativo.

Rpta.: C

10. Marque la alternativa que presenta adjetivos epíteto y especificativo, respectivamente.
- A) A la cristalina laguna, se aproximaron los mansos corderos.
B) El violento tornado arrasó con las plantaciones forestales.
C) Los bomberos finalmente apagaron el fuego incandescente.
D) La primera tienda del sector tiene los mejores descuentos.
E) La elección presidencial atrajo la atención internacional.

Solución:

Los adjetivos “violento” y “forestales” son epíteto y especificativo respectivamente.

Rpta.: B

11. En el enunciado “esta semana, la Municipalidad de Lima, en respaldo al MEF, ha cuestionado a tres consorcios que operaban en la ciudad dejando a decenas de trabajadores desempleados y a muchos usuarios desconcertados”, el número de determinantes asciende a
- A) cinco. B) seis. C) siete. D) ocho. E) nueve.

Solución:

Los determinantes del enunciado son “esta”, “la”, “el” (en al), “tres”, “la” y “muchos”.

Rpta.: B

12. En base al texto anterior, establezca la correlación correcta.

- | | |
|-----------|-------------------------------------|
| A) Esta | 1) Det. cuantificador indefinido |
| B) Al | 2) Det. artículo definido |
| C) Tres | 3) Det. demostrativo |
| D) Muchos | 4) Det. artículo en forma contracta |
| E) La | 5) Det. cuantificador numeral |

Solución:

Los determinantes son de cuatro clases: artículos, posesivos, demostrativos y cuantificadores.

Rpta.: A3, B4, C5, D1, E2

13. Marque el enunciado que presenta más determinantes diferentes.

- A) Las comunidades nativas sufren el derrame petrolero.
- B) Aún curan los ríos con conocimientos ancestrales.
- C) Este hoyo de diez metros sirve para purificar el agua.
- D) Aquellos acudirán a las urnas en el mes de junio.
- E) Durante la infancia, todos leíamos *El libro de la selva*.

Solución:

Los determinantes diferentes son “este”, “diez” y “el”.

Rpta.: C

14. Escribe la (s) clase (s) determinante(s) que presenta cada enunciado.

- A) Sus estudios concluirán en cinco años.
- B) Los jóvenes confían en esa compañía.
- C) Varias alumnas tienen muchas faltas
- D) Sus zapatillas tienen tres colores.
- E) Aquellas colchas están medio mojadas

Solución:

Los determinantes son clasificados como artículos, posesivos, demostrativos y cuantificadores. Estos son numerales e indefinidos.

Rpta.:

- A) posesivo y numeral
- B) artículo definido y demostrativo
- C) cuantificadores indefinidos
- D) posesivo y numeral
- E) demostrativo

15. Marque el enunciado en el que hay uso adecuado del determinante numeral.

- A) La SUNAT nos descontó el cuarenta y un por ciento.
- B) Se encuentra hace cincuentitrés días en el hospital.
- C) La boleta electrónica registra cientosésis soles, Julia.
- D) El elenco está conformado de veintiocho artistas.
- E) Vacunan a treintidós perros en campaña canina.

Solución:

El numeral “veintiocho” ha sido empleado de manera correcta. En los otros enunciados, los numerales deben aparecer como siguen A) cuarenta y uno por ciento, B) cincuenta y tres días, C) ciento seis soles, E) treinta y dos perros.

Rpta.: D

16. Elija el enunciado en el que se registra determinante indefinido.

- A) Marcela compró dos blusas; yo, una.
- B) Fernando tiene un labrador, no dos.
- C) Ellos elaboran un único presupuesto.
- D) En esa escuela hay un solo maestro.
- E) Olvidó el celular en un restaurante.

Solución:

En este enunciado, “un” es un artículo indefinido porque presenta valor de indeterminación. En A) “una” (pronombre), B) “un” (valor numérico), C) “un” (valor numérico), D) “un” (valor numérico).

Rpta.: E

17. Marque el enunciado que presenta uso inadecuado del determinante numeral.

- A) En el sorteo, el número premiado fue el cuatro.
- B) Mi distrito celebró su quincuagésimo aniversario.
- C) Recuerdo los años cincuentas del siglo pasado.
- D) Egresaron cuatrocientos bachilleres de la UNI.
- E) Ayer festejaron su nonagésimo cumpleaños.

Solución:

La forma adecuada del determinante numeral es “cincuenta”.

Rpta.: C

18. Escriba en los espacios en blanco, según el contexto, el determinante correspondiente.

- A) El domingo recibieron ____ orden del fiscal.
- B) Roberto mantiene ____ orden en su casa.
- C) El policía respondió: “A ____ orden, señor”.
- D) El brócoli se incluye en ____ orden *Brassicalis*
- E) Este libro trata sobre ____ Orden de San Agustín.

Solución:

La palabra “orden” en algunos casos expresa género masculino; en otros, género femenino.

Rpta.:

- A) la orden (mandato)
- B) el orden (concierto, arreglo)
- C) la orden (cumplimiento de mandato)
- D) el orden (grupo taxonómico)
- E) la Orden (institución religiosa)

19. Elija la opción que presenta determinante artículo.

- A) Mis hermanos lo resolvieron de forma adecuada.
- B) Lo absurdo es que ese niño rechazó a su madre.

- C) En aquel campeonato, él obtuvo una sola medalla.
- D) Mi abuela no escuchó que la estaban llamando.
- E) Su pareja siempre la llama cuando está trabajando.

Solución:

El enunciado presenta determinante artículo neutro “lo”.

Rpta.: B

- 20.** Marque la opción expresada en dialecto estándar de la lengua española.

- A) No le digas a las niñas que viajaremos mañana.
- B) El incremento del precio del pollo oscila en un 5%.
- C) Malos padres inflingieron golpes a sus hijos.
- D) Su actitud concitó la ira de los asistentes.
- E) Los padres de familia señalaron al pedófilo.

Solución:

El verbo concitó está bien empleado.

En las otras alternativas se debe emplear como sigue:

- A) les, B) oscila, C) infligieron, E) pederasta.

Rpta.: D

- 21.** Señale el enunciado en el que hay precisión léxica.

- A) El asesor técnico jugó un papel muy importante.
- B) En El Peruano se publicó un paquete legislativo.
- C) Todos los alumnos se deben focalizar en el tema.
- D) Le solicitamos que puntualice su opinión, señor.
- E) Defiende el derecho fundamental a la salud.

Solución:

El enunciado “defiende el derecho fundamental a la salud” presenta precisión léxica.

En las otras opciones debemos tener como sigue: A) desempeñó un rol, B) conjunto de leyes, C) concentrar, D) precise.

Rpta.: E

- 22.** Señale la opción que presenta uso inadecuado del lexema de acuerdo al dialecto estándar.

- A) Hubo un incidente en la gerencia.
- B) Los hinchas pifearon al árbitro ayer.
- C) Él usaba un traje muy ostentoso.
- D) El doctor tenía un trato afabilísimo.
- E) Sí, él se desempeñó como concejal.

Solución:

En correspondencia con el dialecto estándar se emplea el término “pifiaron”.

Rpta.: B

- 23.** Marque el enunciado correcto de acuerdo al dialecto estándar.

- A) La empresa adquiriría muchos buses camas.
- B) En Europa desactivaron dos coches bombas.
- C) Se registra gran caos vehicular en horas punta.
- D) Esta semana se enfrentaron los pesos plumas.
- E) Inauguraron un mini mercado cerca de mi casa.

Solución:

Se emplea correctamente “horas punta”, en A) buses cama, B) coches bomba, D) pesos pluma, E) minimercado.

Rpta.: C

24. Elija el enunciado correcto de acuerdo al dialecto estándar.

- A) Faltan veintiuno días para el estreno de la película.
- B) Celebrarán su septuagésimo primer cumpleaños.
- C) Celebraremos docientos años de independencia.
- D) Una sexagenaria ocupó el antepenúltimo puesto.
- E) Este último poemario contiene cuarentiún hojas.

Solución:

Hay errores en las alternativas A), B), C) y E), las cuales deben ser de la siguiente manera: A)veintiún, B) septuagésimo, C) doscientos, E) cuarenta y un.

Rpta.: D

25. Señale la alternativa correcta que corresponde al dialecto estándar.

- A) El carro que compraron era bien grande.
- B) Solicitó controlabilidad en el presupuesto.
- C) La secretaria de Raúl suele ser ordenada.
- D) Dejaron que los globos volaron por el aire.
- E) Me parece a mí que habrá más tolerancia.

Solución:

Las demás alternativas se emplean como sigue: A) muy grande, B) control, D) volaran, E) Me parece que.

Rpta.: C

Literatura

EJERCICIOS DE LA SEMANA N° 10

1. *El rey interrumpió:*

-Ya habéis oído. ¿Qué hacer?

Y un filósofo al uso:

-Si lo permitís, señor, puede ganarse la comida con una caja de música; podemos colocarle en el jardín, cerca de los cisnes, para cuando paseéis.

Sí -dijo el rey- y dirigiéndose al poeta:

-Daréis vueltas a un manubrio. Cerraréis la boca. Haréis sonar una caja de música que toca valeses, cuadrillas y galopas, como no prefiráis moriros de hambre. Pieza de música por pedazo de pan. Nada de jerigonzas, ni de ideales. Id.

A partir del extracto anterior, perteneciente a “El rey burgués”, uno de los cuentos de *Azul*, de Rubén Darío, se puede afirmar que durante el periodo del modernismo el artista

- A) debió dedicarse a profesiones como la enseñanza o la política.
- B) es marginado en una sociedad guiada por el afán de lucro.

- C) solo fue protegido por los mecenas de las clases dominantes.
- D) se aísla en las cortes de los reyes alejándose de la sociedad.
- E) desprecia el gusto vulgar y adopta el de nobles y filósofos.

Solución:

“El rey burgués” es un relato alegórico en el que se refiere la situación del artista durante el periodo modernista: marginado por una sociedad utilitarista dominada por el afán de lucro.

Rpta.: B

2. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: “El sincretismo, característica del modernismo, consistió en

- A) la intensificación del intercambio literario entre los países hispanoamericanos”.
- B) el empleo de diversas formas métricas provenientes de la lírica prehispánica”.
- C) la asimilación de los aportes de las literaturas de Europa y Norteamérica”.
- D) la exploración estética de las diversas dimensiones de la realidad cotidiana”.
- E) el rechazo a una sociedad dominada por el materialismo y el afán de lucro”.

Solución:

El sincretismo, como característica del modernismo, consistió en la síntesis y la asimilación de los diversos aportes de las literaturas de Europa y Norteamérica, en el afán del escritor hispanoamericano por modernizar nuestra literatura.

Rpta.: C

3. En los siguientes versos de “La magnolia”, poema de José Santos Chocano, ¿qué características del Modernismo destacan?

*En el bosque, de aromas y de músicas lleno,
la magnolia florece delicada y ligera,
cual vellón que en las zarzas enredado estuviera,
o cual copo de espuma sobre lago sereno.*

*Es un ánfora digna de un artífice heleno,
un marmóreo prodigio de la Clásica Era:
y destaca su fina redondez a manera
de una dama que luce descotado su seno.*

- | | |
|------------------------------------|----------------------------------|
| A) Hispanoamericanismo y sonoridad | B) Sensualidad e intrascendencia |
| C) Cosmopolitismo y colorido | D) Esteticismo y exotismo |
| E) Imágenes oníricas y simbolismo | |

Solución

En los versos citados de “La magnolia”, poema de J. S. Chocano, destacan el esteticismo, característica modernista que rinde culto a la belleza por medio de imágenes plásticas, y el exotismo, o fuga de la realidad, visible cuando el poeta relaciona esta flor con la obra de “un artífice heleno”, o como un “prodigio de la Clásica Era”, refiriéndose a la antigüedad grecolatina.

Rpta.: D

4. En relación al poemario *Prosas profanas*, de Rubén Darío, seleccione la opción que contiene los enunciados correctos.

- I. En este libro Rubén Darío exalta la dimensión estética.
- II. Este poemario se publicó en Buenos Aires, en 1888.
- III. Emplea gran variedad de formas métricas y estróficas.
- IV. Desarrolla múltiples temas, excepto los filosóficos.
- V. En la obra, París aparece como símbolo de perfección.

A) I, III B) II, IV C) II, V D) I, II, V E) I, III, IV

Solución:

Prosas profanas es el poemario más típico del modernismo rubendariano. Se publicó en Buenos Aires en 1896. En este libro se evidencia el exotismo con la evocación de princesas y esculturales cisnes, símbolos de la perfección estética. Se abordan una diversidad de temas, también los de tono filosófico.

Rpta.: A

5. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado: “Las novelas regionalistas abordan los conflictos sociales del mundo rural, asimismo

- A) buscan establecer un nuevo orden oligárquico”.
- B) representan la lucha entre el hombre y la urbe”.
- C) emplean el monólogo interior y extensos diálogos”.
- D) manifiestan que los valores urbanos son caducos”.
- E) están dirigidas a un público urbano de clase media”.

Solución:

Las novelas del regionalismo hispanoamericano abordan los conflictos del mundo rural como una forma de expresar los intereses de una clase media urbana.

Rpta.: E

6. *Las visiones del soñador fueron estrafalarias: procesiones de caimanes y de tortugas, pantanos llenos de gente, flores que daban gritos. Dijo que los árboles de la selva eran gigantes paralizados y que de noche platicaban y se hacían señas. Tenían deseos de escaparse con las nubes, pero la tierra los agarraba por los tobillos y les infundía la perpetua inmovilidad. Quejábanse de la mano que los hería, del hacha que los derribaba, siempre condenados a retoñar, a florecer, a gemir, a perpetuar, sin fecundarse, su especie formidable, incomprendida.*

El anterior fragmento pertenece a la novela regionalista *La vorágine*, de José Eustasio Rivera, alude a una de las principales orientaciones temáticas desarrolladas por el regionalismo, la cual hace referencia al

- A) conflicto entre la civilización y la barbarie.
- B) inicio del ciclo de la revolución mexicana.
- C) indigenismo andino de la región colombiana.
- D) enfrentamiento del hombre y la naturaleza.
- E) surgimiento de valores urbanos en el campo.

Solución:

En el fragmento citado de la novela *La vorágine* se observa el conflicto que se desarrolla entre el hombre y la naturaleza.

Rpta.: D

7. En *Doña Bárbara*, de Rómulo Gallegos, si bien al comienzo de la novela, Santos Luzardo se muestra bastante cauto, luego del _____, el protagonista decide hacer justicia por sus propias manos.

- A) asesinato de uno de sus peones
- B) retorno a la hacienda de su familia
- C) primer encuentro con Doña Bárbara
- D) accidentado romance con Marisela
- E) fracaso al negociar con Ño Pernalete

Solución:

En *Doña Bárbara*, de Rómulo Gallegos, si bien al comienzo de la novela Santos Luzardo se muestra bastante cauto, luego del asesinato de uno de sus peones, el protagonista decide hacer justicia por sus propias manos.

Rpta.: A

8. En relación a la novela *Doña Bárbara*, marque la alternativa que completa correctamente la siguiente afirmación: "El matrimonio de Santos Luzardo y Marisela representa, de algún modo, la

- A) cancelación del proyecto renovador en el llano".
- B) reconciliación entre la naturaleza y la civilización".
- C) perpetuación de un nuevo estado de barbarie".
- D) exterminación de las raíces bárbaras en el llano".
- E) continuidad de las fuerzas indómitas en el campo".

Solución:

El matrimonio de Santos Luzardo y Marisela representa, de algún modo, la reconciliación entre las fuerzas de la indómita naturaleza y el influjo benéfico de la civilización urbana.

Rpta.: B

Psicología

PRÁCTICA N° 10

Instrucciones:

Lea atentamente las preguntas y conteste eligiendo la alternativa correcta.

1. Identifique la alternativa que relaciona correctamente los tipos de inteligencia según Gardner, con los indicadores que lo caracterizan.

- | | | |
|-----------------------|--|-----------------------|
| I. Intrapersonal | a. incluye habilidades para leer, escuchar y hablar. | |
| II. Lingüística | b. Incluye cantar, componer. | |
| III. Espacial | c. utilizada para pilotear un avión. | |
| IV. Musical | d. utilizada para la autocomprensión. | |
| A) Ia, IIc, IIIb, IVd | B) Ia, IIb, IIIc, IVd | C) Id, IIa, IIIc, IVb |
| D) Ib, IIa, IIId, IVc | E) Ic, IIId, IIIb, IVa | |

Solución:

La Inteligencia Intrapersonal, tiene que ver con la habilidad de analizarnos a nosotros mismos por lo tanto incluye una autocomprensión. La inteligencia lingüística, es propio de los locutores, periodistas, por lo que incluye habilidades para leer, escuchar y hablar. La inteligencia Espacial, incluye habilidades para manipular imágenes

mentales para crear configuraciones espaciales y diseñar modelos tridimensionales, lo deben utilizar los pilotos de avión. Y la inteligencia musical, comprende la habilidad para captar el ritmo, la armonía, el tono, lo cual incluye el canto y la composición.

Rpta.: C

2. Elija la alternativa que comprende afirmaciones correctas en relación a la teoría de Catell.

- I. La I. Fluida se incrementa de manera gradual, y es vulnerable a la vejez.
- II. La I. Cristalizada se incrementa a través del ciclo vital.
- III. La I. Fluida está libre de influencias culturales.
- IV. La I. Cristalizada expresa la experiencia acumulativa del sujeto.

- A) I – III B) II – IV C) III – IV D) I – IV E) Todas

Solución:

La I. Cristalizada se incrementan con las experiencias de aprendizaje hasta la vejez, por lo tanto se incrementa a través del ciclo vital; asimismo interviene en la solución de problemas que dependen del conocimiento que se adquiere como resultado de la experiencia. Por otro lado la I. Fluida, tiene origen hereditario, aumenta de manera gradual, se equilibra en la adultez temprana y luego comienza a decaer hasta los 75 años. También está libre de la influencia de la cultura y la educación.

Rpta.: E

3. Identifique la alternativa que relaciona correctamente las etapas de la inteligencia según Piaget, con sus respectivas características.

- | | |
|----------------------------|--|
| I. Sensoriomotor | a. los niños saben que la cantidad no guarda relación con la apariencia de los objetos. |
| II. Pre operatorio | b. el niño posee pensamiento abstracto. |
| III. Operaciones concretas | c. se caracteriza por el desarrollo del lenguaje. |
| IV. Operaciones formales | d. existe la conciencia de la existencia de los objetos, aunque estén fuera de la vista. |

- A) Ia, IIc, IIIb, IVd B) Ia, IIb, IIIc, IVd C) Id, IIa, IIIc, IVb
D) Ib, IIa, IIId, IVc E) Id, IIc, IIIa, IVb

Solución:

La etapa sensoriomotor, está referida al desarrollo de la permanencia de objeto, donde el niño es capaz de tener conciencia que el objeto existe pese a no verlo. En la etapa pre operatoria, aparece la función semiótica y del lenguaje. En la etapa concreta, aparece la noción de conservación, donde el pequeño sabe que la cantidad no guarda relación con la apariencia física de los objetos. Y en la etapa formal, el adolescente puede proyectarse hacia el futuro y razonar mediante el pensamiento hipotético deductivo, es decir piensa de forma abstracta.

Rpta.: E

4. El siguiente concepto: “el desarrollo cognoscitivo del niño tiene lugar cuando un sujeto con experiencia le ofrece información nueva. Este tipo de ayuda constituye un apoyo

para el aprendizaje y resolución del problema, los cuales a su vez fomentan la independencia y crecimiento” pertenece a la teoría

- A) Triarquica. B) de las inteligencias múltiples.
C) de constructivismo social. D) de Constructivismo endógeno.
E) de inteligencias emocional.

Solución:

El psicólogo ruso Vigotsky en su teoría de constructivismo social explica la inteligencia humana como el logro resultante de la interacción social en el marco de la educación y la cultura. El desarrollo intelectual resultaría de la relación experto-novata que se da en la interacción adulto-niño, profesor-alumno o alumno-alumno.

Rpta.: C

5. A continuación se le presenta diversas situaciones. Elija a qué tipo de inteligencia corresponde cada una de ellas

- I. Carmela desea estudiar pues tiene un examen muy importante; sin embargo, recibe llamadas y mensajes de sus amigos, por lo que decide apagar su celular para poder estudiar con tranquilidad. a. Creativa
b. Analítica
c. Práctica.
- II. Beatriz está resolviendo analogías e incrementando su vocabulario.
- III. Juan está manejando un auto, y se da cuenta que huele a quemado, por esta razón decide echarle agua al motor para poder llegar a su destino.

- A) Ic, Iib, IIIa B) Ia, Iib, IIIc C) Ib, IIa, IIIc
D) Ia, Iib, IIIc E) Ib, Iic, IIIa

Solución:

La inteligencia creativa es la capacidad para gestar nuevas ideas, como en el caso de solucionar un problema del motor de un auto de forma novedosa. La inteligencia analítica se utiliza para resolver problemas académicos como las analogías. Y la inteligencia Práctica, es la capacidad de ajustarse eficazmente a un contexto para solucionar un problema, así en el ejemplo, Carmela es capaz de solucionar su problema de interrupción apagando su celular.

Rpta.: A

6. En un noticiero están entrevistando a diversos analistas, quienes son capaces de evaluar la situación política a partir de la información que poseen; es decir, evalúan los antecedentes de los candidatos. Podemos afirmar, según Cattell, que los analistas emplean su inteligencia

- A) analítica. B) interpersonal. C) lingüística.
D) cristalizada. E) fluida.

Solución:

La inteligencia cristalizada es la habilidad de aplicar razonamientos usando información de contenido verbal y numérico. Interviene en la solución de problemas que dependen del conocimiento adquirido como resultado de la experiencia y la educación formal.

Rpta.: D

7. Identifique la alternativa correcta empleando la teoría de Gardner. “En la película Rain Man (basada en una historia real), Raymond es un genio que es capaz de resolver rápidamente operaciones de varios dígitos; en cambio, le cuesta relacionarse con las personas”. Con respecto a este ejemplo, podemos afirmar que Raymond
- I. posee inteligencia lógico matemática.
 - II. carece de inteligencia intrapersonal.
 - III. carece de inteligencia interpersonal.
 - IV. posee inteligencia naturalista
 - V. posee inteligencia lingüística.
- A) I y II B) II y III C) I y III D) IV y II E) III y IV

Solución:

En la película, Raymond es un genio que posee inteligencia lógico matemática, porque es capaz de resolver dígitos a una velocidad asombrosa, sin embargo le cuesta relacionarse con los demás, por lo que carecer de inteligencia interpersonal.

Rpta.: C

8. Deporte olímpico caracterizado por movimientos de alta coordinación, precisión y estética. Sus practicantes muestran al máximo sus capacidades como la fuerza, el equilibrio, la flexibilidad, coordinación y agilidad. Este deporte es considerado como el arte del movimiento. Según Gardner este deporte necesitaría chicos con inteligencia
- A) cinestésica. B) cenestésica. C) práctica.
D) intrapersonal. E) naturalista.

Solución:

La inteligencia cinestésica es la capacidad de control de todo el cuerpo o de algunas partes de éste. Presente en deportistas, bailarines, actores y artesanos. En el caso de la gimnasia se requiere absoluto control del cuerpo.

Rpta.: A

9. Un terapeuta indica a su paciente que realice un ejercicio: “cuando sientas que estas a punto de explotar, visualiza una pequeña habitación tranquila, escoge un lugar en esa habitación para calmarte. Recuerda antes de actuar, debes pensar, y analizar la situación. Posteriormente recién podrás tomar una decisión”. Este ejercicio ayudará a mejorar la inteligencia
- A) fluida. B) analítica. C) cinestésica.
D) espacial. E) emocional.

Solución:

La inteligencia emocional abarca el autodomínio, la persistencia y capacidad de automotivación. Consiste en obtener control sobre sus emociones. Dicho ejercicio estaría ayudando a autodominar sus impulsos, analizando la situación para así evitar conductas inadecuadas.

Rpta.: E

10. Rebeca describe a su hijo como un niño que le gusta explorar, siempre aprovecha oportunidades para interactuar con animales y plantas, y se encarga del cuidado de

los mismos. Basándonos en la teoría de Gardner, podemos afirmar que el pequeño posee inteligencia

- A) práctica. B) espacial. C) naturalista.
D) cristalizada. E) creativa.

Solución:

La inteligencia naturalista es la capacidad para identificar y clasificar patrones de la naturaleza. Como el caso de interesarse por plantas y animales

Rpta.: C

Historia

EVALUACIÓN N° 10

1. Durante la segunda mitad del siglo XVIII y ante el temor del levantamiento del pueblo, surgió una nueva forma de gobierno liderada por los monarcas de la época, la cual buscaba conciliar las formas de Antiguo Régimen con los ideales de quienes consideraban a la razón como punto de partida y final de todas las cosas. Este nuevo sistema incentivó reformas que en relación a la religión

- A) impulsaron el crecimiento de la burocracia y la descentralización de poderes.
- B) iniciaron la persecución de los filósofos y el cierre de las universidades.
- C) permitían la existencia y desarrollo oficial de otras religiones.
- D) prohibieron la existencia de las iglesias protestantes.
- E) criticaron frontalmente la estructura y organización eclesiástica.

Solución:

El despotismo ilustrado fue un sistema de gobierno en el cual confluía tanto las ideas de Antiguo Régimen como las de la Ilustración impulsadas por filósofos tales como Rousseau y Montesquieu. En el aspecto religioso, el despotismo ilustrado impulsó en algunos territorios europeos la tolerancia religiosa y un mayor control sobre la Iglesia católica para evitar el aumento del poder del clero.

Rpta: C

2. En relación a la Primera Revolución Industrial, ésta requería de una mayor y acelerada producción de algodón, el cual fue posible debido al

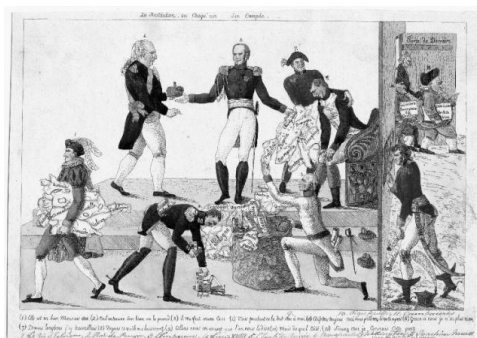
- A) proceso de descolonización de Asia, África y América.
B) incremento de las exportaciones de materia prima a las metrópolis.
C) auge del periodo denominado prosperidad falaz, en el Perú.
D) crecimiento de las ciudades y duras condiciones de trabajo.
E) trabajo organizado de los campesinos en pequeños centros.

Solución:

Respecto a la Primera Revolución Industrial, la necesidad de una mayor producción de algodón demandó la compra de fertilizante natural para el abono de las tierras de producción de la materia prima de esta revolución, por ello la venta de guano, del periodo conocido en la Historia del Perú como “la prosperidad falaz” fue un elemento importante.

Rpta: C

3. La siguiente imagen es parte de la caricatura política del proceso denominado Restauración, el cual trajo consigo diversos cambios para Francia y otros países europeos. Según la imagen podemos afirmar que como parte de este proceso se



- A) agilizó el ascenso de los militares en el control de los nuevos Estados.
- B) permitió la reorganización del poder de Antiguo Régimen Europeo.
- C) mantuvo la organización del mapa político europeo y el gobierno monárquico.
- D) abolió la servidumbre y los derechos feudales en toda Europa occidental.
- E) estableció un nuevo tipo de sociedad que incluía clases sociales.

Solución:

La imagen presentada forma parte de la caricatura política de la coyuntura vivida al culminar el imperio napoleónico, periodo conocido como Restauración, en ella podemos observar la repartición del mapa político Europeo y el restablecimiento de la corona así como la derrota de Napoleón Bonaparte y la reposición del sistema de Antiguo Régimen.

Rpta.: B

4. En el contexto de los factores que desencadenaron la Revolución francesa, del texto que presentamos a continuación, de autoría de Adolphe Thiers, podemos inferir que con pocas lluvias y suelos secos "...Solo quedaba el recurso del acarreo y había sido preciso echar mano de las caballerías propias para la agricultura para engancharlas en los carruages (sic). Unido este empleo extraordinario de estas bestias a la remonta de 44 mil caballos [...] ello había ocasionado suma escasez de caballería y la agricultura carecía de medios de transporte. El ganado de requisición pública estaba malditamente alimentado y flaquísimo cuando llegaba al matadero, perdiéndose por consecuencia la grasa y el sebo, etc.". Entonces,

- A) antes de la revolución la venta del ganado era el ingreso principal de la corona.
- B) el aumento de la caballería francesa aceleró la crisis económica francesa.
- C) la Revolución fue impulsada por la crisis climática y la escasez de recursos.
- D) la reacción del pueblo frente a la crisis ganadera francesa fue neutro.
- E) los medios de transporte desaparecieron en toda Europa occidental.

Solución:

Uno de los factores más importantes para el desencadenamiento de la Revolución Francesa, fue sin duda el problema climático, pues producto de él, las malas cosechas y la perdida de ganado fueron importantes golpes para la débil economía francesa que terminó por colapsar y definir el inicio de las protestas al gobierno de Antiguo Régimen.

Rpta.: C

5. A continuación, pondremos en práctica los conceptos desarrollados en clase en relación a la Independencia de las Trece colonias inglesas de Norteamérica, relacionando ambas columnas. Dentro de los recuadros en blanco, escribe la letra a la que corresponda el concepto, no olvides hay un concepto que no necesitas utilizar.

1.	Oposición de las ideas estamentales de Antiguo Régimen.	_____	a. causa económica
2.	Aumento de la tasa tributaria relacionada a ciertos productos.	_____	b. causa ideológica
3.	Realización política de las ideas de la Ilustración.	_____	c. causa social
		_____	d. consecuencia

- A) a; c; b B) b; a; d C) d; a; c D) b; c; a E) a; c; b

Solución:

En relación a la Independencia de las Trece colonias inglesas de Norteamérica, la causa económica hace referencia al aumento de los impuestos de ciertos productos de exportación, así como aumento de las restricciones comerciales; en el aspecto ideológico, la independencia reivindicaba los ideales ilustrados que proponían la oposición a las ideas estamentales de antiguo régimen; por otro lado, una de las consecuencias de la independencia de las Trece colonias inglesas fue concretización de las ideas de la Ilustración como por ejemplo, la división de los poderes del Estado.

Rpta.: B

6. Joseph, un hombre mayor de 25 años y artesano francés de finales del siglo XVIII, decide acudir a la última reunión de Estados Generales que el rey convocó para el 5 de mayo en Versalles. En ella se desató una controversia que los enfrentó, causada por

- A) la formación del directorio que se encargaría del gobierno de Francia.
 B) la declaración de guerra a Austria y Prusia en busca de más mercado.
 C) las nuevas estrategias políticas en la destrucción de la Iglesia Católica.
 D) el pedido del cambio de sistema de voto estamental por el universal.
 E) la redacción de una constitución política para Francia.

Solución:

El 5 de mayo de 1789, la monarquía francesa al borde de la banca rota y con claros signos de crisis económica, necesitaba encontrar un medio de recuperación, para lo cual convocó a la reunión de Estados Generales (encuentro que albergaba a representantes de los 3 Estados del sistema de Antiguo Régimen en Francia) en dicha reunión se libró una fuerte controversia en el terreno de la votación, puesto que el rey era partidario del voto tradicional, por estamentos, y los representantes del tercer estado eran partidarios del voto universal.

Rpta.: D

Geografía

EJERCICIOS DE LA SEMANA Nº 10

1. Los moradores de unas 40 comunidades nativas, cercanas al río Chirimaco, en el distrito de Imaza, siguen sufriendo las consecuencias por el derrame de petróleo, ocurrido en Bagua (Amazonas). Ellos temen la contaminación que se ha producido en el espacio que ocupan desde tiempos ancestrales. El lugar afectado se localiza en parte del bioma denominado

A) bosque Boreal. B) Estepa.
C) bosque Ecuatorial. D) Taiga.
E) Sabana.

Solución:

La contaminación del Bosque ecuatorial por derrame de petróleo está afectando una gran parte de este bioma en el territorio peruano, como es el caso de la región de Amazonas. Además de la contaminación de agua y suelos por actividad minera.

Rpta.: C

2. ¿Qué característica en común tienen los biomas de Taiga y Tundra?

A) Están localizados en zonas de baja latitud.
B) Sus precipitaciones solamente son pluviales.
C) Poseen una gran biodiversidad en flora y fauna.
D) Están localizados en áreas de mediana latitud.
E) Tienen bajas temperaturas la mayor parte del año.

Solución:

La Taiga tiene veranos cortos y frescos con precipitaciones pluviales y sólidas, y una gran acumulación de nieve, bajas temperaturas gran parte del año y la Tundra entre 10° C a 36° C bajo cero, sus inviernos son extremadamente fríos

Rpta.: E

3. Relaciona correctamente los siguientes biomas y la acción del hombre que lo caracteriza.

I. Bosque Templado	a. agricultura predominante de soya y maíz.
II. Tundra	b. concentra una mayor población humana.
III. Pradera	c. deforestación para ampliar carreteras.
IV. Bosque Ecuatorial	d. extracción de petróleo y ganadería del reno.

A) Ia – IIc – IIId – IVb B) Ib – IId – IIIa – IVc
C) Ic – IId – IIIa – IVb D) Id – IIa – IIIc – IVb
E) Id – IIc – IIIb – IVa

Solución:

I. El Bosque Templado posee la mayoría de la población mundial.
II. La Tundra se extrae petróleo y ganadería del reno.
III. En la Pradera predominan cultivos de soya y maíz.
IV. En el Bosque Ecuatorial se está deforestando para ampliar áreas agrícolas.

Rpta.: B

4. En la Cumbre para el Desarrollo Sostenible, llevado a cabo en setiembre de 2015, los Estados miembros de la ONU aprobaron la agenda 2030. Además, se definieron 17 objetivos de Desarrollo Sostenible y 169 metas. El desafío en este importante documento es

- A) desarrollar las comunidades y el país, independientemente del sector privado.
- B) formar un gobierno central, que participe de las ganancias, como una empresa.
- C) crear una banca que desarrolle pasivos partir un libre mercado internacional.
- D) fundar la responsabilidad social empresarial como eje para desarrollo del país.
- E) hacer que las ganancias de las empresas solo rindan cuentas a sus accionistas.

Solución:

El desarrollo sostenible busca satisfacer las necesidades del presente sin poner en peligro la capacidad de las generaciones futuras para atender sus propias necesidades” (Comisión Mundial sobre Ambiente y Desarrollo de la ONU) dándole importancia a la actividad económica que suministre los bienes necesarios a toda la población mundial. Resaltando la prioridad a las necesidades básicas de los pobres del mundo y reducir al mínimo los efectos negativos de la actividad económica, originando una responsabilidad social empresarial con visión de futuro.

Rpta.: D

5. En los últimos años, se incrementaron los niveles de depredación de los recursos naturales y uno de los factores que causa este proceso es
- A) el uso indiscriminado de materia prima para la industria.
 - B) el uso de abonos orgánicos en agricultura intensiva.
 - C) la aplicación de políticas blandas de comercio nacional.
 - D) la ausencia de instrumentos para medir los niveles de contaminación.
 - E) el incremento de los gases de efecto invernadero en la baja atmosfera.

Solución:

El suelo se puede degradar al acumularse en él sustancias a unos niveles tales que se vuelven tóxicas para los organismos que lo habitan, provocando la pérdida parcial o total de su productividad. Ello se evidencia principalmente en la contaminación de los suelos por las prácticas agrícolas intensivas en los países donde se cultivan materia prima para la industria.

Rpta.: A

6. En un artículo de *Perú Económico* (marzo 2009) se escribe “sobre la problemática del agua en el país, se desprende que el caso limeño tiene, en principio, dos grandes aristas: la primera, referente a los usos derivados del consumo humano y de las actividades económicas y, la otra, sobre el tratamiento que las aguas residuales deben recibir en Lima para ser eliminadas... Ambos casos se ven afectados por el cambio climático, la insuficiente e inadecuada infraestructura y la carencia de un marco legal que incentive soluciones privadas o públicas ordenadas”.

Del siguiente texto, ¿qué fuente contaminante del agua es generada y afecta a las zonas urbanas?

- | | |
|-----------------------------------|---------------------------|
| A) Los relaves mineros | B) El derrame de petróleo |
| C) Del uso de abonos y pesticidas | D) Las aguas servidas |
| E) La reptación del suelo | |

Solución:

El problema del tratamiento de las aguas servidas o residuales, en la ciudad de Lima ha ocasionado una serie de elementos a tomar en cuenta, como: tendido de redes de desagüe, inversión de plantas de oxidación y el sector encargado del tratamiento, ante ello urge medidas inmediatas para dar solución a este problema.

Rpta.: D

7. La desertificación de los suelos irrigados de la costa, en aproximadamente 40%, se debe al incremento
- A) del aumento de la minería artesanal.
 - B) del sobrerriego de los monocultivos.
 - C) de la tala indiscriminada en el sector norte.
 - D) del espacio interurbano.
 - E) del proceso migratorio del campo a la ciudad.

Solución:

Salinización por sobre-riego y por condiciones de mal drenaje provoca el afloramiento a la superficie de sales minerales (cloruros y sulfatos), que intoxican el suelo y limitan o anulan la producción agrícola. Cerca del 40% de los suelos irrigados de la costa están afectados por este problema.

Rpta.: B

8. Los mineros artesanales ubicados en las márgenes de los ríos de la región de Madre de Dios utilizan el _____ para obtener oro, ocasionando la contaminación de las aguas.
- A) telurio B) mercurio C) plomo D) tungsteno E) azufre

Solución:

La contaminación del mar, ríos, lagos, lagunas y suelos por los relaves mineros y la extracción petrolera. Además de la contaminación de los suelos y los ríos amazónicos por el mercurio utilizado por los mineros artesanales de oro.

Rpta.: B

Economía

EVALUACIÓN N° 10

1. Relaciona:

- I. Salario real
- II. Salario mínimo vital
- III. Salario mínimo legal

- () Canasta básica de bienes y servicios.
- () Remuneración mínima vital.
- () Capacidad adquisitiva del salario nominal.

- A) II, III y I B) III, II y I C) II, I y III D) III, I y II E) I, II y III

Solución:

Salario real, es la capacidad adquisitiva del nominal, salario mínimo vital, es la remuneración mínima vital y el salario mínimo legal, es la canasta básica.

Rpta.: B

2. El salario mínimo legal en nuestro país recibe la denominación _____.

A) salario mínimo vital
C) remuneración mínima vital
E) salario mínimo referencial

B) remuneración mínima legal
D) ingreso mínimo referencial

Solución:

El nombre técnico en el país, es el salario mínimo referencial.

Rpta.: E

3. La canasta básica de bienes y servicios corresponde a la línea de _____, en tanto que la canasta básica de alimentos define la línea de _____.

A) pobreza – pobreza extrema
C) pobreza extrema – pobreza
E) riqueza – pobreza

B) riqueza – riqueza extrema
D) indigencia – pobreza extrema

Solución:

La canasta básica de bienes corresponde a la pobreza y la canasta básica de alimentos a la extrema pobreza.

Rpta.: A

4. La población en edad de trabajar (PET) se subdivide en _____.

A) ocupada y desocupada
C) PEA y NO PEA
E) visible e invisible

B) abierta y oculta
D) empleada y subempleada

Solución:

Población económicamente activa y no activa

Rpta.: C

5. El subempleo se mide utilizando dos características:

A) visible y desalentado.
C) inactivo pleno y desalentado.
E) invisible y subutilizado.

B) cesantes y aspirantes.
D) por tiempo y por ingresos.

Solución:

El subempleo se mide según el tiempo y los ingresos.

Rpta.: D

6. El salario que corresponde a una canasta básica de alimentos es conocido como _____.

A) salario mínimo legal
C) ingreso mínimo referencial
E) salario mínimo nominal

B) remuneración mínima vital
D) salario mínimo real

Solución:

El salario equivalente a una canasta básica es el salario mínimo legal.

Rpta.: A

7. Al dividir el número de desempleados entre el total de la PEA, se obtiene _____.

A) el desempleo oculto
C) el índice de cesantes
E) el índice de indigencia

B) la tasa de subempleo
D) la tasa de desempleo

Solución:

El ratio desempleados/PEA corresponde a la tasa de desempleo.

Rpta.: D

8. La institución tripartita (con presencia de los Estados, de los empresarios y de los trabajadores) que vela por mejores condiciones de trabajo en el mundo es la

A) OMC. B) FMI. C) PNUD. D) ONU. E) OIT.

Solución:

La institución tripartita es la Organización Internacional de trabajo.

Rpta.: E

Física

EJERCICIOS DE LA SEMANA Nº 10

1. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

I. En el proceso de carga eléctrica por frotamiento entre dos cuerpos, las cargas que adquieren son del mismo signo.
II. En el proceso de carga eléctrica por contacto, los cuerpos obtienen cargas de igual signo.
III. En el proceso de carga eléctrica por inducción, los cuerpos adquieren cargas de signos diferentes.

A) VVV B) VFV C) VFF D) FVF E) FFF

Solución:

I) F II) V III) F

Rpta.: D

2. La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos esferitas cargadas eléctricamente es 9 N. ¿En cuánto disminuye la fuerza electrostática, si la distancia entre las esferitas se triplica?

A) 1 N B) 2 N C) 8 N D) 5 N E) 6 N

Solución:

De la ley de Coulomb:

$$F = K \frac{q_1 q_2}{d^2}; \quad F' = \frac{K}{9} \frac{q_1 q_2}{d^2} = \frac{1}{9} F$$

$$\Delta F = F - \frac{1}{9} F = \frac{8}{9} F = 8 \text{ N}$$

Rpta.: C

3. Tres partículas con cargas eléctricas puntuales están localizadas en la dirección del eje x: $q_1^- = 6 \mu\text{C}$ está en $x = -3 \text{ m}$, $q_2^+ = 4 \mu\text{C}$ está en el origen y $q_3^- = 6 \mu\text{C}$ está en $x = +3 \text{ m}$. Determine la fuerza eléctrica resultante ejercida sobre q_1^- .

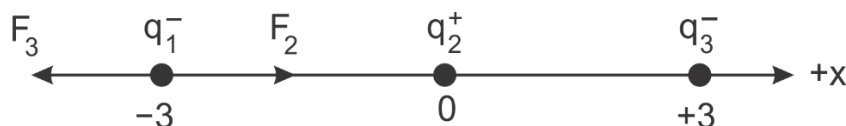
$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)$$

A) 27 mN; eje $-x$ B) 15 mN; eje $+x$ C) 18 mN; eje $-x$ D) 9 mN; eje $+x$

E) 0

Solución:

$$F_2 = k \frac{q_1 q_2}{3^2} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{9} = 24 \times 10^{-3} \text{ N}$$



$$F_3 = k \frac{q_1 q_3}{6^2} = (9 \times 10^9) \frac{(6 \times 10^{-6})(6 \times 10^{-6})}{36} = 9 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Por tanto, la fuerza eléctrica neta sobre la carga q_1^- negativa es:

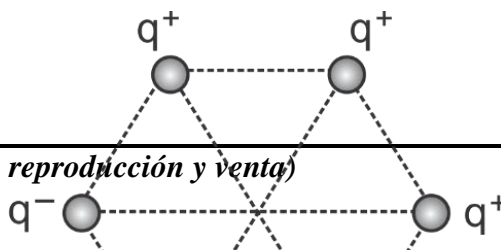
$$F = F_2 - F_3 = 15 \times 10^{-3} \text{ N}; \text{ en la dirección del eje } +x$$

Rpta: B

4. En los vértices de un hexágono regular de lado a , se encuentran situadas seis partículas cargadas eléctricamente, como muestra la figura. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el centro del hexágono?

A) $8\sqrt{3} k \frac{q}{a^2}$

B) $2\sqrt{3} k \frac{q}{a^2}$



C) $4k \frac{q}{a^2}$

D) $2k \frac{q}{a^2}$

E) $k \frac{q}{a^2}$

Solución:

$$E_R = 2E + 2E = 4E = \frac{4kq}{a^2}$$

Rpta: C

5. Dos partículas con cargas eléctricas iguales $q^+ = 4 \mu\text{C}$ están localizadas en la dirección del eje x, como sigue: una en $x = 0$ y la otra en $x = +9 \text{ m}$. Determine el campo eléctrico resultante en $x = +3 \text{ m}$. ($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

A) $+3 \times 10^3 \text{ N/C}$

B) $+2 \times 10^3 \text{ N/C}$

C) $+1 \times 10^3 \text{ N/C}$

D) $+5 \times 10^3 \text{ N/C}$

E) $+6 \times 10^3 \text{ N/C}$

Solución:Magnitud del campo de la carga situada en $x = 0$:

$$E_1 = \frac{kq}{3^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{9} = 4 \times 10^3 \text{ N/C}$$

Magnitud del campo de la carga situada en $x = +8 \text{ m}$:

$$E_2 = \frac{kq}{6^2} = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})}{36} = 1 \times 10^3 \text{ N/C}$$

Campo resultante en $x = +3 \text{ m}$:

$$E = E_1 - E_2 = +3 \times 10^3 \text{ N/C}$$

Rpta.: A

6. En la figura, se muestran dos partículas cargadas eléctricamente: $q_1^+ = 25 \times 10^{-9} \text{ C}$ y $q_2^- = 25 \times 10^{-9} \text{ C}$. ($k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

Determine:

I. El campo eléctrico resultante en el punto O.

II. El campo eléctrico resultante en el punto P.

A) $4 \times 10^5 \text{ N/C}$, $1,00 \times 10^5 \text{ N/C}$

P
4 cm

- B) $5 \times 10^5 \text{ N/C}$, $1,08 \times 10^5 \text{ N/C}$
 C) $25 \times 10^5 \text{ N/C}$, $1,10 \times 10^5 \text{ N/C}$
 D) $15 \times 10^6 \text{ N/C}$, $1,08 \times 10^5 \text{ N/C}$
 E) $10 \times 10^5 \text{ N/C}$, $1,80 \times 10^5 \text{ N/C}$

Solución:

$$\text{I) } E_O = \frac{2(9 \times 10^9)(25 \times 10^{-9})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 5 \times 10^5 \text{ N/C}$$

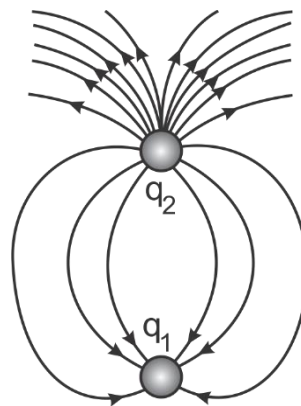
$$\text{II) } E_P = \frac{2(9 \times 10^9)(25 \times 10^{-9})\left(\frac{3}{5}\right)}{(5 \times 10^{-2})^2} = 1,08 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Rpta.: B

7. La figura muestra las líneas de fuerza de campo eléctrico para dos cargas eléctricas puntuales separadas por una pequeña distancia. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes proposiciones:

- I) La razón de la magnitud de las cargas eléctricas $\frac{q_1}{q_2}$ es $\frac{1}{2}$.
 II) El signo de la carga eléctrica q_1 es negativo y el signo de la carga eléctrica q_2 es positivo.
 III) La magnitud del campo eléctrico en el entorno de la carga q_1 es mayor que en el entorno de la carga q_2 .

- A) VVF
 B) VVV
 C) VFV
 D) FVV
 E) FVF

**Solución:**

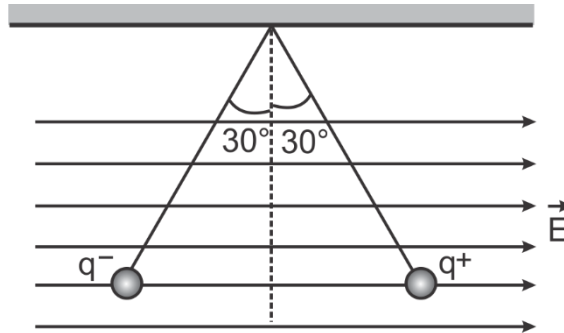
- I) V II) V III) F

Rpta.: A

8. Dos esferas pequeñas de igual masa $m = 0,3\sqrt{3} \text{ g}$ están suspendidas de hilos aislantes de igual longitud $L = 3 \text{ cm}$, como indica la figura. Si las cargas eléctricas de las esferas son de igual magnitud $q^+ = q^- = 3 \times 10^{-8} \text{ C}$, determine la magnitud del campo eléctrico uniforme \vec{E} para que el sistema permanezca en equilibrio.

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ N/C}^2, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 100 kN/C
B) 200 kN/C
C) 400 kN/C
D) 500 kN/C
E) 300 kN/C

**Solución:**

Por equilibrio:

$$qE - F = T \sin 30^\circ$$

$$mg = T \cos 30^\circ$$

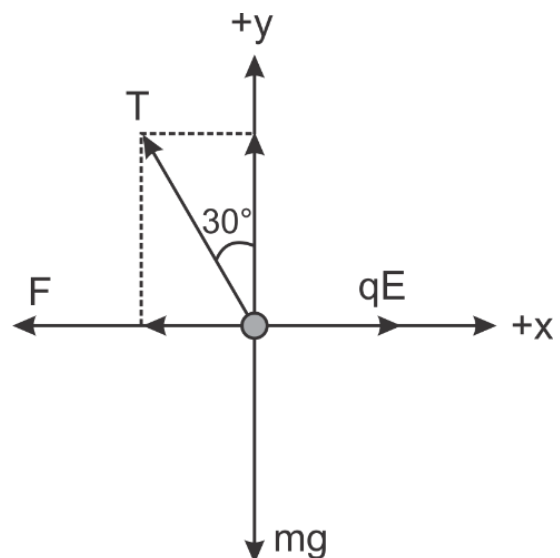
$$\frac{qE - F}{mg} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$E = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{mg}{q} + \frac{F}{q}$$

$$F = k \frac{q^2}{L^2}$$

$$E = \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{mg}{q} + \frac{kq}{L^2}$$

$$E = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{(0,3\sqrt{3} \times 10^{-3})(10)}{3 \times 10^{-8}} + \frac{(9 \times 10^9)(3 \times 10^{-8})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 4 \times 10^5 \text{ N/C}$$

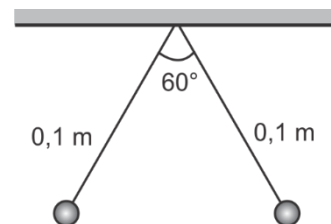


Rpta.: E

EJERCICIOS PARA LA CASA

1. La figura muestra dos esferas idénticas con igual carga eléctrica negativa en equilibrio. Si la masa de cada esfera es $90\sqrt{3}$ g, ¿cuál es el número de electrones en exceso en cada esfera?
 $(g = 10 \text{ m/s}^2, k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$

- A) $6,25 \times 10^{13}$ electrones B) 162×10^{12} electrones
 C) 125×10^{10} electrones D) 625×10^{10} electrones
 E) $62,5 \times 10^{10}$ electrones



Solución:

De la figura:

$$\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{F}{mg}$$

$$F = \frac{kq^2}{d^2} = \frac{mg}{\sqrt{3}}$$

$$q^2 = \frac{mgd^2}{\sqrt{3}k} = 10^{-12}$$

$$q = ne = 10^{-6}$$

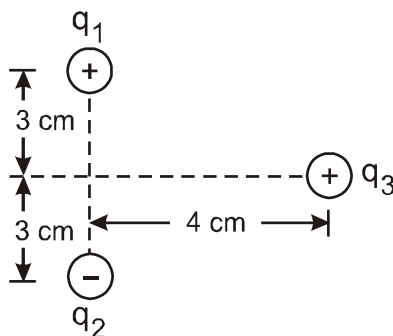
$$n = 625 \times 10^{10}$$

Rpta.: D

2. La figura muestra tres partículas con cargas eléctricas $q_1^+ = q_2^- = q_3^+ = 5\mu\text{C}$. Determine la magnitud de la fuerza resultante sobre la partícula con carga eléctrica q_3 .

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2)$$

- A) 103 N
 B) 108 N
 C) 120 N
 D) 100 N
 E) 140 N



Solución:

Fuerza resultante:

$$F_R = 2F \sin 37^\circ = \frac{6}{5} F$$

$$F = \frac{kq^2}{(5 \times 10^{-2})^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 25 \times 10^{-12}}{25 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N}$$

$$F_R = \frac{6}{5} (90) = 108 \text{ N}$$

Rpta.: B

3. Dos partículas con cargas $q_1^- = 40 \mu\text{C}$ y $q_2^+ = 10 \mu\text{C}$ están localizadas en la dirección del eje x en las posiciones $x_1 = 0$ y $x_2 = +6\text{cm}$ respectivamente. ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en el punto $x = +3\text{ cm}$?

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)$$

A) $4 \times 10^8 \text{ N/C}$

B) $4 \times 10^8 \text{ N/C}$

C) $5 \times 10^8 \text{ N/C}$

D) $2 \times 10^8 \text{ N/C}$

E) $5 \times 10^8 \text{ N/C}$

Solución:

Los campos debido a las cargas q_1 y q_2 son:

$$E_1 = \frac{kq_1}{d^2}$$

$$E_1 = \frac{(9 \times 10^9)(40 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 4 \times 10^8 \text{ N/C} \quad ; \quad \text{eje} - x$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{d^2}$$

$$E_2 = \frac{(9 \times 10^9)(10 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 1 \times 10^8 \text{ N/C} \quad ; \quad \text{eje} - x$$

Como los campos son paralelos, la magnitud será:

$$E = E_1 + E_2 = 5 \times 10^8 \text{ N/C}$$

Rpta.: C

4. Dos partículas con cargas eléctricas $q_1^- = 40 \mu\text{C}$ y $q_2^+ = 10 \mu\text{C}$ están localizadas en la dirección del eje x en las posiciones $x_1 = 0$ y $x_2 = +3\text{cm}$ respectivamente. ¿En qué punto (o puntos) sobre el eje x el campo eléctrico es nulo?

$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)$$

A) +6 cm, -6 cm

B) +12 cm, -12 cm

C) +6 cm

D) +8 cm, -8 cm

E) -6 cm

Solución:

Para un punto a una distancia d a la derecha de la carga q_2^+ :

$$\frac{kq_1}{(3+d)^2} = \frac{kq_2}{d^2}$$

$$\left(\frac{3+d}{d}\right)^2 = \frac{q_1}{q_2} = 4$$

De donde: $d = 3\text{ cm}$

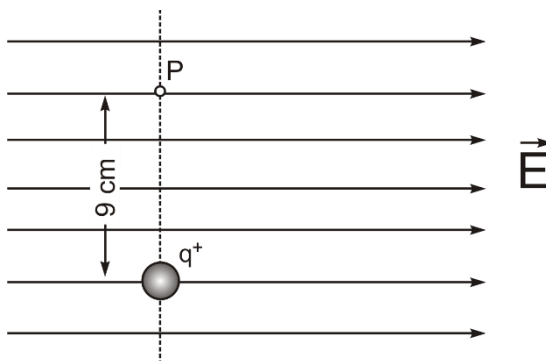
La posición será: $x = 3 + 3 = +6\text{ cm}$.

Rpta.: C

5. En una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud 40 kN/C , se encuentra una partícula con carga eléctrica $q^+ = 27 \text{ nC}$, como muestra la figura. Determine la magnitud del campo eléctrico resultante en el punto P situado a 9 cm de la carga puntual.

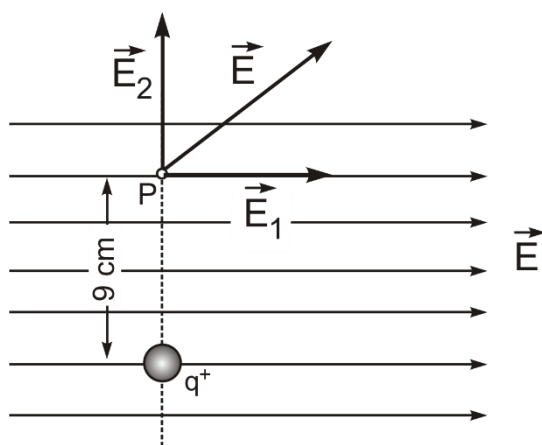
$$(k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2)$$

- A) 90 kN/C
 B) 60 kN/C
 C) 80 kN/C
 D) 100 kN/C
 E) 50 kN/C

**Solución:**

De la figura:

$$E_2 = k \frac{q}{r^2} = 30 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$



La magnitud del campo eléctrico resultante es:

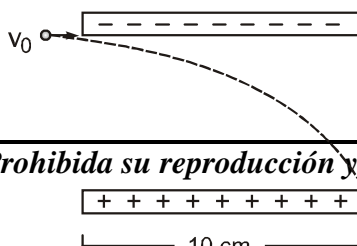
$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 50 \frac{\text{kN}}{\text{C}}$$

Rpta.: E

6. Un electrón ingresa a una región donde existe un campo eléctrico uniforme de magnitud $E = 450 \text{ N/C}$ con rapidez $v_0 = 2 \times 10^6 \text{ m/s}$, tal como muestra la figura. Determine la separación mínima entre las placas para que el electrón pase por el punto B sin tocar con la placa positiva.

$$(e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}, m_e = 9 \times 10^{-31} \text{ kg})$$

- A) 14 cm B) 18 cm



- C) 10 cm D) 19 cm
E) 12 cm

Solución:

De la segunda ley de Newton:

$$a = \frac{eE}{m_e} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 450}{9 \times 10^{-31}} = 8 \times 10^{13} \text{ m/s}^2$$

Del MRU:

$$x = v_0 t$$

$$t = \frac{x}{v_0} = \frac{10 \times 10^{-2}}{2 \times 10^6} = 5 \times 10^{-8} \text{ s}$$

Del MRUV:

$$y = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} (8 \times 10^{13}) (5 \times 10^{-8})^2 = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

Rpta.: C

Química

Semana N° 10: SISTEMAS DISPERSOS – SOLUCIONES

1. Establezca la correspondencia propiedad – tipo de sólido y marque la clave correcta:

- | | |
|---|---------------|
| a) Puntos de fusión elevados y frágiles | () metálico |
| b) Presentan alta dureza | () iónico |
| c) Sus puntos de fusión y ebullición no definidos | () covalente |
| d) Buenos conductores de la corriente eléctrica | () amorfo |

- A) dacb B) adbc C) dabc D) acdb E) dcab

Solución:

- | | |
|---|-----------------|
| a) Puntos de fusión elevados y frágiles | (d) metálico |
| b) Presentan alta dureza | (a) iónico |
| c) Sus puntos de fusión y ebullición no definidos | (b) covalente |
| d) Buenos conductores de la corriente eléctrica | (c) amorfo |

Rpta.: C

2. Con respecto a los sistemas dispersos, marque la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F):

- I. Su clasificación se hace en base al tamaño de partículas de la fase dispersa.
- II. Los componentes de una suspensión se pueden separar por filtración.

III. El vino tinto es una solución mientras que la mayonesa es un coloide.

- A) VFV B) FVF C) VFF D) VVV E) VVF

Solución:

- I. **VERDADERO:** En base al tamaño de partículas de la fase dispersa, se clasifican en suspensiones, coloides y soluciones.
II. **VERDADERO:** Los componentes de una suspensión se pueden separar por filtración.
III. **VERDADERO:** El vino es una solución (transparente, es decir, permiten el paso de la luz) y la mayonesa es un coloide (no permite el paso de la luz).

Rpta.: D

3. Con respecto a las soluciones, marque verdadero (**V**) o falso (**F**) según corresponda.

- I. Son mezclas homogéneas que se encuentran formando una sola fase.
II. El agua potable, el bronce, el aire y el vinagre son ejemplos de este sistema disperso.
III. Por el tipo de soluto, pueden ser iónicas o moleculares.

- A) VFV B) FVF C) VFF D) VVV E) VVF

Solución:

- I. **VERDADERO:** Son mezclas homogéneas (una sola fase) donde la fase dispersa se denomina soluto y la fase dispersante solvente, generalmente es el agua.
II. **VERDADERO:** El agua potable, bronce, aire y vinagre son soluciones.
III. **VERDADERO:** Por la disgregación del soluto pueden ser iónicas, es decir, buenos conductores de la corriente eléctrica como el $\text{NaCl}_{(ac)}$ y de tipo molecular que no conducen la corriente eléctrica como $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11(ac)}$.

Rpta.: D

4. El suero fisiológico es una solución acuosa de cloruro de sodio al 0,9% (W/V). Una de las aplicaciones es la rehidratación de los pacientes. Un envase de plástico contiene 1000 mL de suero cuya masa es 1 006 g. Al respecto, marque la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F) para los siguientes enunciados:

- I. El envase contiene 9 g de cloruro de sodio.
II. El porcentaje en peso de cloruro de sodio es de 0,894%
III. Su concentración representa 9000 ppm (mg/L)

- A) VVV B) FVF C) VFF D) VFV E) VVF

Solución:

I. **VERDADERO:**

$$\% \left(\frac{W}{V} \right) = \frac{W \times 100\%}{V} = 0,9\% = \frac{W \times 100\%}{100 \text{ mL}}$$

$$w = 9 \text{ g}$$

Entonces la masa contenida es 9 gramos de cloruro de sodio

II. VERDADERO:

$$\% \left(\frac{W}{V} \right) = \frac{9 \text{ g} \times 100\%}{1006 \text{ g}} = 0,894\%$$

Entonces el porcentaje en peso de cloruro de sodio es de 0,894%

III. VERDADERO:

$$\left(\frac{9 \text{ g}}{1000 \text{ mL}} \right) \left(\frac{1 \text{ mg}}{10^{-3} \text{ g}} \right) \left(\frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} \right) = 9000 \frac{\text{mg}}{\text{L}} = 9000 \text{ ppm}$$

Rpta. A

5. Calcule, respectivamente, el número de moles y masa, en gramos, que se encuentran presentes en 500 mL de una solución de Na_2CO_3 0,2 M.

Dato: P.F. $\text{Na}_2\text{CO}_3 = 106$

A) $1,0 \times 10^2$; $1,06 \times 10^0$

B) $1,0 \times 10^1$; $5,3 \times 10^0$

C) $1,0 \times 10^{-1}$; $5,3 \times 10^1$

D) $1,0 \times 10^{-2}$; $1,06 \times 10^2$

E) $1,0 \times 10^{-1}$; $1,06 \times 10^1$

Solución:

$$n = M \times V$$

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n = 0,2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,5 \text{ L}$$

$$n = 0,1 \text{ mol} = 1,0 \times 10^{-1} \text{ mol}$$

$$W = M \times V \times \text{PF} \Rightarrow W = 0,2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0,5 \text{ L} \times 106 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$W = 10,6 \text{ g} = 1,06 \times 10^1 \text{ g}$$

Rpta.: E

6. En la preparación de una solución, se pesa 4,26 g de Na_2SO_4 y se enrasa con agua destilada hasta un volumen de 500 mL. Marque la secuencia de verdadero (V) o falso (F) respecto a las afirmaciones.

Dato: P.F. $\text{Na}_2\text{SO}_4 = 142$

- I. La concentración molar de la solución es $0,06 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
 II. En la solución están presentes $0,06 \text{ eq-g}$.
 III. La normalidad de la solución corresponde a $0,12 \text{ N}$.

A) VFV B) VVF C) FVF D) VVV E) VFF

Solución:

I. VERDADERO:

$$M = \frac{w}{PF \times V} = \frac{4,26 \text{ g}}{\frac{142 \text{ g}}{\text{mol}} \times 0,5 \text{ L}} = 0,06 \text{ M}$$

II. VERDADERO:

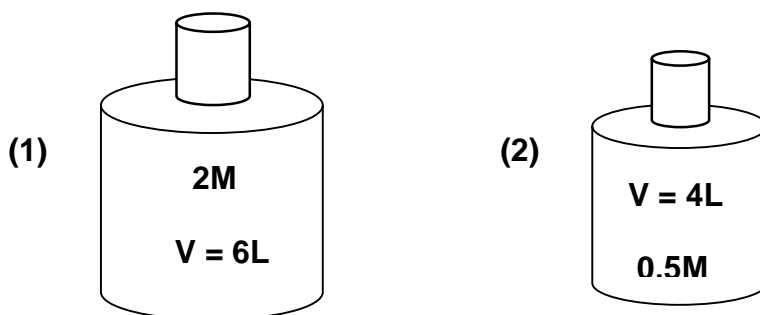
$$\# \text{eq-g} = \frac{W}{P_{\text{eq}}} = \frac{4,26}{\frac{142}{2}} = 0,06 \text{ eq-g}$$

III. VERDADERO:

$$N = \frac{\text{eq-g}}{V} = \frac{0,06 \text{ eq-g}}{0,5 \text{ L}} = 0,12 \text{ N}$$

Rpta.: D

7. En la figura se muestra dos recipientes con diferentes concentraciones de hidróxido de sodio, $\text{NaOH}_{(\text{ac})}$.



Al respecto, marque la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F) de las siguientes proposiciones:

- I. En la solución **(1)** hay 12 moles de NaOH .
 II. Si a la solución **(1)** se le agrega 4L de agua la concentración final es $1,2 \text{ M}$.
 III. La mezcla resultante de **(1)** y **(2)** tiene una concentración de $0,14 \text{ M}$.

A) VVV B) FVF C) VFV D) FFV E) VVF

Solución:

I. VERDADERO:

$$M = \frac{n}{V}$$

$$n = \frac{2 \text{ mol}}{\text{L}} \times 6 \text{ litros} = 12 \text{ mol}$$

II. **VERDADERO:** En el proceso de dilución siguiente, se cumple: $M_1 \cdot V_1 = M_2 \cdot V_2$

Reemplazando: $2M \times 6L = M_2 \times 10L$

Finalmente: $M_2 = 1,2 M$

III. **FALSO:**

$$M_F V_F = M_1 V_1 + M_2 V_2$$

$$M_F \times 10L = 2M \times 0,5M \times 4L$$

$$M_F = 1,4 M$$

Rpta.: E

8. Marque la alternativa que contenga el volumen, en mililitros, de Ca(OH)_2 0,4 M requerido para neutralizar 12 mL de HNO_3 0,2 M.

- A) $1,0 \times 10^1$ B) 6×10^1 C) 6×10^0 D) 3×10^0 E) $1,2 \times 10^1$

Solución:

1. Primero se convierte 0,4 M de Ca(OH)_2 a Normalidad:

$$0,4 = \frac{\text{mol Ca(OH)}_2}{L} \times \frac{2 \text{ eq-g}}{1 \text{ mol}} = 0,8 \text{ eq-g/L}$$

Entonces se tiene: 0,8 N de Ca(OH)_2

2. En la neutralización se cumple:

Normalidad (base) \times Volumen (base) = Normalidad (ácido) \times Volumen (ácido)

Reemplazando valores:

$$0,8N \times \text{Volumen (base)} = 0,2N \times 12 \text{ mL}$$

$$\text{Volumen de la solución básica} = 3 \text{ mL} = 3 \times 10^0 \text{ mL}$$

Rpta.: D

9. ¿Cuál es la molaridad de una solución de H_2SO_4 , si 25 mL de esta solución neutralizan una muestra de 5,6 g de hidróxido de potasio (KOH)?

Dato: P.F. KOH = 56

- A) 4×10^0 B) $8,0 \times 10^{-1}$ C) $1,6 \times 10^{-1}$ D) $1,6 \times 10^{-3}$ E) 2×10^0

Solución:

En una neutralización se cumple: #eq-g KOH = # eq-g H_2SO_4

$$\left(\frac{W}{p.eq} \right) = N_A \times V_A$$

$$\left(\frac{5,6 \text{ g}}{56} \right) = N_A \times 0,025 \text{ L}$$

Entonces: $N_A = 4\text{N}$, siendo la sustancia a analizar el ácido sulfúrico H_2SO_4

$$\text{Finalmente} \quad 4 \frac{\text{eq-g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ mol}}{2 \text{ eq-g}} = 2 \text{ mol/L} = 2\text{M} \text{ de } \text{H}_2\text{SO}_4$$

Rpta.: E

10. En un recipiente se agregan 5mL de una solución de H_2SO_4 0,2 M y 10 mL de una solución de NaOH 0,5 N. Con respecto a la **solución resultante**, marque la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F) de las siguientes proposiciones:

- I. Es una solución de carácter básica.
- II. La cantidad de equivalentes en exceso es 3×10^{-3} eq-g.
- III. El pH de la solución resultante es menor a 7.

A) VFF B) FVF C) VVF D) VFV E) FFF

Solución:

- I. **VERDADERO.** Si se tiene una solución de H_2SO_4 0,2M

$$\text{Entonces: } N = 2 \times (0,2\text{M}) = 0,4\text{N}$$

$$\# \text{ eq. g } \text{H}_2\text{SO}_4 = 0,4\text{N} \times 0,005\text{L} = 0,002 \text{ eq-g ácido}$$

$$\# \text{ eq. g NaOH} = 0,5\text{N} \times 0,010\text{L} = 0,005 \text{ eq-g base}$$

Quedan sin neutralizar 0,003 eq-g base, por lo cual la solución resultante presenta carácter básico.

Es una solución de carácter básico.

- II. **VERDADERO.** Se sabe que los equivalentes en exceso de base es 0,003 eq-g
- III. **FALSO.** Como existe un exceso de eq-g de sustancia básica entonces se sabe que la solución resultante tiene un pH mayor a 7.

Rpta.: C

EJERCICIOS DE REFORZAMIENTO PARA CASA

1. Muchos de los alimentos que consumimos son sistemas dispersos; por ejemplo, un jugo de naranja, gelatina o agua de mesa. Con respecto a estos sistemas dispersos, marque la secuencia correcta de verdadero (V) o falso (F).

- I. El jugo de naranja es una solución.
- II. La gelatina es un coloide.
- III. Los componentes del agua de mesa se separan por destilación.

A) VFF B) VFV C) VVV D) VVF E) FVV

Solución:

- I. **FALSO:** El jugo de naranja es una suspensión, es decir, dentro de la clasificación de los sistemas dispersos están las suspensiones (solutos con tamaño de diámetro más grande a un micrómetro, $1\ \mu\text{m} < d$).
- II. **VERDADERO:** Los sistemas dispersos se clasifican de acuerdo al tamaño de partícula de la fase dispersa: coloides ($1\text{nm} < d < 1\mu\text{m}$), tenemos por ejemplo la gelatina, la mayonesa, entre otros.
- III. **VERDADERO:** Las soluciones líquidas como el agua de mesa se pueden separar por destilación, es decir, la separación por calor del agua con sus solutos (sales).

Rpta.: E

2. Se disuelven 2 gramos de hidróxido de sodio (NaOH) en 398 gramos de agua. Si la densidad de la solución es 1,10 g/mL, calcule, respectivamente, el %W y %W/V de la solución resultante.

A) 0,50 ; 0,55

B) 0,25 ; 0,20

C) 0,20 ; 0,20

D) 0,80 ; 0,75

E) 1,20 ; 3,20

Solución:

$$\%W = \frac{2\text{g}}{(2 + 398)} \times 100\% = 0,50\%$$

$$\% \left(\frac{W}{V} \right) = \frac{W \times 100\%}{\frac{W}{d}} = \frac{2\text{g}}{\frac{400\text{g}}{1,1\text{g/mL}}} \times 100\% = 0,55$$

Rpta.: A

3. ¿Cuántos gramos de NaOH se tendría que pesar para preparar 500 mL de una solución acuosa 0,2 M?

Dato : P.F. NaOH = 40

A) 0,2

B) 0,4

C) 4,0

D) 8,0

E) 0,8

Solución:

$$M = \frac{W(\text{sto})}{\text{P.F.}(\text{sto}) \times V(\text{sol})} \rightarrow W(\text{sto}) = \frac{0,2\ \text{mol}}{\text{L}} \times 40 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \times 0,5\text{L} \rightarrow W(\text{sto}) = 4\text{g}$$

Rpta.: C

4. Determine la cantidad de agua, en mL, que habrá que añadir a 20 mL de una solución de NaOH 0,5 M para que la solución resultante tenga una concentración de 0,4M.
- A) $2,0 \times 10^1$ B) $5,0 \times 10^0$ C) $2,0 \times 10^0$ D) $8,0 \times 10^0$ E) $1,4 \times 10^1$

Solución:

$$n_1 = n_2$$

$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$0,5 \times 20 \text{ mL} = 0,4 \text{ M} \times V_2 \quad ; \quad V_2 = 25 \text{ mL}$$

$$V_{\text{H}_2\text{O}} = V_2 - V_1 = 25 \text{ mL} - 20 \text{ mL} = 5 \text{ mL} = 5 \times 10^0 \text{ mL}$$

Rpta.: B

5. Al mezclar 40 mL de HCl 0,5 M con 10 mL de HCl 0,8 M, la molaridad de la solución resultante es
- A) 0,56. B) 0,30. C) 0,08. D) 0,60. E) 0,20.

Solución:

Realizando la mezcla entre dos soluciones tenemos:

$$M_3 = \frac{M_1 V_1 + M_2 V_2}{V_3}$$

$$M_3 = \frac{0,5 \times 40 \text{ mL} + 0,8 \text{ M} \times 10 \text{ mL}}{50 \text{ mL}} = 0,56 \text{ M}$$

Rpta.: A

6. Considerando que 4 gramos de NaOH están disueltos en 0,5 litros de solución, marque la alternativa **INCORRECTA** de las siguientes proposiciones:
- A) Es una solución básica.
 B) Su normalidad es 0,2eq/L.
 C) Su concentración molar es 0,2mol/L
 D) Al agregarle 0,1L de HCl 0,5 N se neutraliza totalmente.
 E) La mezcla resultante es una solución con pH mayor que 7.

Solución:

Sabiendo que el NaOH tiene 1 eq-g en 40 gramos

$$\text{Luego: } 4 \text{ g NaOH} \times \frac{1 \text{ eq}}{40 \text{ g}} = 0,1 \text{ eq-g}$$

Entonces se tiene 0,1 eq–g de NaOH

$$N = \frac{0,1 \text{ eq}}{0,5 \text{ L}} = \frac{0,2 \text{ eq}}{\text{L}} = 0,2 \text{ N}$$

Además se sabe que para el NaOH: # eq–g NaOH = # mol NaOH

$$M = \frac{0,2 \text{ mol}}{\text{L}}$$

De donde:

- A) **CORRECTO:** Es una solución básica (NaOH)
- B) **CORRECTO:** Su normalidad es 0,2 eq/L= 0,2 N
- C) **CORRECTO:** Su concentración molar es 0,2 mol/L
- D) **INCORRECTO:** Al agregarle 0,1L de HCl 0,5N no se neutraliza totalmente.

$$\frac{0,2 \text{ eq}}{\text{L}} (0,5 \text{ L}) = 0,1 \text{ eq de NaOH}$$

$$\frac{0,5 \text{ eq}}{\text{L}} (0,1 \text{ L}) = 0,05 \text{ eq de HCl}$$

Entonces 0,05 eq de HCl neutralizan a solo 0,05 eq de NaOH y existe un exceso de 0,05 equivalentes (eq–g) de NaOH.

- E) **CORRECTO.** Existe un exceso base por lo tanto es una solución básica y su pH es mayor que 7.

Rpta.: D

Biología

EJERCICIOS DE CLASE N° 10

REPRODUCCIÓN

1. La reproducción vegetativa ha sido ampliamente estudiada en las plantas, debido a la producción de individuos clónicos en poco tiempo. Estos conocimientos fueron aprovechados para incrementar la producción de ciertas especies de plantas de utilidad para el hombre. Al respecto, señale la alternativa que muestre el uso de la propagación vegetativa artificial en agricultura.

- A) La propagación de fresas mediante estolones
- B) Generación natural de rizomas en plantas gramíneas
- C) Los acodos en la propagación de arbustos
- D) La propagación de la papa gracias a la formación de tubérculos
- E) La generación de bulbos de cebolla

Solución:

Entre las técnicas de propagación vegetativa artificial figuran tres: acodos, esquejes y estacas. La formación de acodos consiste en la manipulación de tallos mediante un amorgonamiento o acodamiento para obligar el surgimiento de una nueva estructura vegetal similar a la progenitora; realizando pequeñas incisiones y sin destruir el tallo, se coloca una porción bajo tierra de modo que el calor y la humedad de la tierra especialmente preparada ayuden al surgimiento de una nueva raíz.

Rpta.: C

2. Respecto a los eventos ocurridos durante la interfase, señale si los enunciados son verdaderos (V) o falsos (F) y marque la alternativa correcta.

- () El periodo G_1 implica el inicio de la expresión de las proteínas empleadas durante la replicación del ADN.
- () La ADN polimerasa realiza su actividad metabólica durante la fase M.
- () El periodo S implica la generación de cromátides hermanas para cada cromosoma.
- () El ADN debe ser replicado en su totalidad para realizar la repartición adecuada de los cromosomas durante la fase M.
- () La interfase es la fase de menor duración durante el transcurso del ciclo celular.

- A) FFVVF B) FFFVF C) VFFVV D) FFFVV E) VFVFF

Solución:

- (F) El periodo G_1 implica el inicio de la expresión de las proteínas empleadas durante la replicación del ADN.
- (F) La ADN polimerasa realiza su actividad metabólica durante la fase M.
- (V) El periodo S implica la generación de cromátides hermanas para cada cromosoma.
- (V) El ADN debe ser replicado en su totalidad para realizar la repartición adecuada de los cromosomas durante la fase M.
- (F) La interfase es la fase de menor duración durante el transcurso del ciclo celular.

Rpta.: A

3. Dentro de las características que se observan durante la mitosis, ocurre la migración de los cromosomas hacia la zona central y la posterior separación de las cromátides hermanas para su desplazamiento hacia los polos. Respecto a este enunciado, señale la alternativa correcta.
- A) La metafase es el periodo donde los centriolos inician su desplazamiento hacia los polos reacomodando los microtúbulos del citoesqueleto para estructurar el huso mitótico.
 - B) Durante la profase se realiza la recombinación genética que permite la existencia de variabilidad entre los individuos de una misma especie que se reproduce de forma sexual.
 - C) La determinación del número de cromosomas telocéntricos, acrocéntricos, submetacéntricos y metacéntricos se puede realizar durante la metafase.
 - D) Los cromosomas de cromátide doble se unen al huso mitótico en los telómeros para ser desplazados por los centriolos hacia la línea ecuatorial celular.
 - E) Los cromosomas homólogos se separan y migran hacia los polos celulares durante la anafase.

Solución:

Al llegar a la metafase, los cromosomas han alcanzado su máxima condensación y se encuentran alineados en la línea ecuatorial, al suspender el progreso del ciclo celular se pueden realizar observaciones citogenéticas como: el número de cromosomas presentes en la célula, la morfología cromosómica clasificada en función de la posición del centrómero y la presencia de alguna anomalía estructural.

Rpta.: C

4. Si una especie presenta como número diploide, 36 cromosomas, entonces se espera que durante los eventos de la meiosis, en la anafase II, existan
- A) 36 cromosomas de cromátide doble que migren 18 hacia cada polo celular.
 - B) 18 cromosomas de cromátide simple que se desplacen hacia un polo celular.
 - C) 18 cromosomas de cromátide simple, donde 9 migran hacia un polo y los 9 restantes migran con dirección al otro.
 - D) 18 cromosomas de cromátide doble que, al separarse en 36 cromosomas de cromátides simples, inician el desplazamiento, 18 cromosomas de una cromátide para cada polo.
 - E) 18 cromosomas homólogos frente a frente separándose en 18 cromosomas de cromátide doble para desplazarse hacia los polos.

Solución:

Para iniciar la división meiótica se requiere que los cromosomas homólogos se encuentren conformados por dos cromátides, al poseer $2n = 36$, se espera encontrar 36 cromosomas de cromátide doble.

Al finalizar la meiosis I, el número cromosómico se redujo a la mitad debido a la presencia de solo uno de los cromosomas homólogos (recombinado) para cada cromosoma de la especie, es así que la meiosis II inicia con cada célula hija con 18 cromosomas de cromátide doble.

Durante la anafase II, estos 18 cromosomas de doble cromátide se separan en 36 unidades cromosómicas de cromátide simple e inician la migración hacia los polos, 18 cromosomas simples para cada polo celular.

Rpta.: D

5. Es el evento que ocurre durante la primera división meiótica que garantiza la variabilidad genética entre los individuos de una misma especie.
- A) La recombinación genética que sucede durante el paquitenio
 - B) El alineamiento y formación de los bivalentes durante el cigoteno
 - C) La separación de los quiasmas ocurrida durante la diacinesis
 - D) La condensación temprana que tiene lugar durante el leptoteno
 - E) El *crossing over* que se produce durante el cigoteno

Solución:

El intercambio cromosómico o *crossing over* tiene lugar durante el paquitenio, los cromosomas quedan apareados formando las tétradas y los sitios de intercambio quedan unidos dando lugar a los quiasmas. Estos eventos permiten que los cromosomas homólogos queden con ADN de ambos progenitores e incrementa la variabilidad genética de la población.

Rpta.: A

6. El enunciado “Las plantas por meiosis obtienen 4 microsporas las cuales por mitosis generan los microgametofitos que contienen 2 núcleos espermáticos y un núcleo vegetativo cada uno” corresponde al concepto de
- A) macrogametogénesis.
 - B) formación del grano de polen.
 - C) generación del saco embrionario.
 - D) origen del andróceo
 - E) formación del pistilo.

Solución:

La generación de los granos de polen es un proceso que se da en los estambres de la flor, la antera usualmente suele presentar 4 sacos polínicos y dentro de ellos se inicia la microgametogénesis que da lugar a 4 granos de polen por cada microspora y cada uno de ellos está formado por 3 núcleos: 2 espermáticos para la fecundación y 1 vegetativo o núcleo del tubo para la formación del tubo polínico.

Rpta.: B

7. Cuando se produce la fecundación en las plantas con flores, el saco embrionario recibe a los núcleos espermáticos. Al respecto señale el enunciado incorrecto.
- A) Dos núcleos polares se encuentran fusionados en una estructura diploide y reciben uno de los núcleos espermáticos.
 - B) Las tres antípodas se encuentran cerca al micrópilo y permiten el acercamiento del otro núcleo espermático hacia la oósfera.
 - C) La fecundación de la oósfera da origen al embrión.
 - D) Las sinérgidas acompañan a la oósfera cerca al micrópilo.
 - E) La organización de los 8 núcleos del saco embrionario es 3-2-3.

Solución:

Las 3 antípodas se encuentran en el extremo opuesto del saco embrionario, cerca del micrópilo se encuentran las 2 sinérgidas y la oósfera, los núcleos polares se encuentran al centro del saco, en consecuencia es incorrecto afirmar que las antípodas se encuentran cercanas al micrópilo.

Rpta.: B

8. Las células de Leydig se encuentran

- A) en las vesículas seminales.
- C) en la glándula prostática.
- E) en la luz del epidídimo.

- B) en el vaso deferente.
- D) rodeando los túbulos seminíferos.

Solución:

Las células de Leydig están en las gónadas masculinas, los testículos, localizándose alrededor de los túbulos seminíferos. Pueden estar en pequeños grupos o solitarias.

Rpta.: D

9. Las características sexuales secundarias masculinas son reguladas por hormonas esteroideas, cuyos niveles normales son mantenidos por un tipo de células intersticiales que son redondeadas o poligonales con citoplasma rico en inclusiones lipídicas llamadas

- A) células de Leydig.
- D) células de Sertoli.

- B) espermatogonias.
- E) espermatozoides.

- C) espermátidas.

Solución:

Las células de Leydig producen la hormona sexual más importante en el hombre, la testosterona, hormona esteroidea, que cumple un rol en el desarrollo de los tejidos reproductivos masculinos y es responsable del desarrollo de las características sexuales secundarias masculinas.

Rpta.: A

10. Durante el desarrollo embrionario humano se observa una estructura en donde ocurren divisiones mitóticas sucesivas que originan un pequeño cuerpo cuyas células resultantes disminuyen de tamaño pero mantiene su volumen, a esta estructura se le conoce como

- A) gástrula.
- D) arquenterón.

- B) blástula.
- E) blastocele.

- C) mórula.

Solución:

Formado el cigoto ocurre la segmentación, es decir, el huevo se divide sucesivamente por mitosis originando células hijas o blastómeros, las que al dividirse disminuyen de tamaño pero sin aumentar el volumen inicial: tamaño del huevo o cigoto, división sin crecimiento. Se forma una estructura con forma de mora llamándose mórula.

Rpta.: C

11. Después de la formación del cigoto, los huevos permanecen dentro del cuerpo de la hembra hasta que el embrión está completamente desarrollado y listo para salir al exterior. El embrión no recibe una alimentación directa por parte de la madre, solamente la protección y abrigo del útero. Este tipo de desarrollo embrionario ocurre en

- A) ovíparos.
- D) ovovivíparos.

- B) vivíparos.
- E) unguados.

- C) placentarios.

Solución:

En los organismos ovovivíparos como algunos tiburones y reptiles los huevos quedan retenidos en los órganos sexuales femeninos donde el embrión se alimenta del vitelo del huevo.

Rpta.: D

12. La fase preovulatoria o proliferativa del ciclo menstrual dura desde el primer hasta el decimotercer día. En el ovario ocurre el desarrollo de los folículos primordiales hasta terciario. Los folículos secretan hormonas que estimulan el engrosamiento de la pared del endometrio. Las hormonas de esta fase que intervienen en el ovario y en el engrosamiento del endometrio son

- A) la foliculoestimulante y la progesterona.
- B) los estrógenos y la progesterona.
- C) gonadotropina coriónica y los estrógenos.
- D) la foliculoestimulante y los estrógenos.
- E) la luteinizante y los estrógenos.

Solución:

En el ovario, durante la fase proliferativa o folicular, se produce el desarrollo de los folículos y es la hormona foliculoestimulante la que promueve el desarrollo de los ovocitos dentro de los folículos ováricos, a medida que los folículos van desarrollando las células foliculares que rodean al ovocito van secretando cantidades crecientes de estrógenos los que estimulan el engrosamiento del endometrio.

Rpta.: D

13. El semen contiene espermatozoides (gametos masculinos) y sustancias fluidas con un alto valor nutritivo para los espermatozoides, como la fructuosa, además de prostaglandinas que generan movimientos de contracción, éstas son elaboradas por

- A) las glándulas de Cowper.
- B) las vesículas seminales.
- C) la próstata.
- D) el epididímo.
- E) las glándulas bulbouretrales.

Solución:

El semen o fluido seminal, líquido viscoso blanquecino, es producido en el aparato sexual masculino y contiene los espermatozoides y sustancias fluidas y es expulsado por la uretra durante la eyaculación. Las vesículas seminales, la próstata y las Glándulas de Cowper o glándulas bulbo uretrales son las que secretan este fluido. Las vesículas seminales secretan un líquido mucoide rico en fructosa y sustancias nutritivas, prostaglandinas y fibrinógeno.

Rpta.: B

14. Coloque (V) verdadero o (F) falso según corresponda, y marque la alternativa correcta.

- () Los testículos se desarrollan en la región pélvica.
- () Las células más inmaduras en los túbulos seminíferos son los espermatoцитos I.
- () La producción de espermatozoides se inicia en el nacimiento.
- () Los espermatozoides se capacitan en el epididímo.
- () En la cabeza del espermatozoide se localiza el núcleo y las mitocondrias.

- A) VFFVF B) VFVVF C) VVFVF D) VFFVV E) VVFVF

Solución:

- (V) Los testículos se desarrollan en la región pélvica.
- (F) Las células más inmaduras en los túbulos seminíferos son los espermatoцитos I.
- (F) La producción de espermatozoides se inicia en el nacimiento.
- (V) Los espermatozoides se capacitan en el epidídimo.
- (F) En la cabeza del espermatozoide se localiza el núcleo y las mitocondrias.

La producción de los espermatozoides se inicia en la pubertad. Las mitocondrias se alojan en el cuello o parte media del espermatozoide.

Rpta.: A

15. Coloque (V) verdadero o (F) falso según corresponda, y marque la alternativa correcta.

- () La ovogénesis se inicia en el desarrollo embrionario.
- () La progesterona es responsable de las características sexuales secundarias en la mujer.
- () Los ovarios secretan estrógenos y hormona luteinizante.
- () Las células foliculares secretan las hormonas sexuales femeninas.
- () La maduración de los ovocitos inmaduros se inicia en la menopausia.

A) FFFVF B) FVFVF C) VFVVF D) VFVFF E) VFFVF

Solución:

- (V) La ovogénesis se inicia en el desarrollo embrionario.
- (F) La progesterona es responsable de las características sexuales secundarias en la mujer.
- (F) Los ovarios secretan estrógenos y hormona luteinizante.
- (V) Las células foliculares secretan las hormonas sexuales femeninas.
- (F) La maduración de los ovocitos inmaduros se inicia en la menopausia.

Rpta.: E