

**UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**

Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA

CENTRO PREUNIVERSITARIO**SEMANA 6*****Habilidad Verbal*****SECCIÓN 6 A****LAS INFERENCIAS EN LA COMPRENSIÓN LECTORA (I)**

La inferencia es un proceso cognitivo mediante el cual obtenemos una conclusión a partir de ciertas premisas. Las inferencias realizadas durante la comprensión lectora satisfacen dos funciones generales:

1. Permiten establecer conexiones entre el nuevo material que exhibe el texto y el conocimiento ya existente en la memoria. Gracias a esta operación inferencial, el nuevo material se torna inteligible, se construye una cierta organización que le da sentido al texto y, en consecuencia, el lector puede apropiarse de la nueva información presentada.
2. Permiten cubrir las lagunas en la estructura superficial global del texto. Por ejemplo, si se dice 'Hoy, María luce bronceada', se puede inferir que María fue a la playa, que estamos en verano, etc. Este tipo de inferencia se utiliza con todo tipo de texto, puesto que los recursos elípticos son imprescindibles para garantizar la economía del lenguaje.

De lo que se trata es de obtener una conclusión sobre la base de un proceso de razonamiento válido que se adecúe a las normas rigurosas de un pensamiento fuerte.

ACTIVIDAD 1

Lea detenidamente los textos que aparecen a continuación y responda las preguntas propuestas.

TEXTO A

La teoría de la mímica mülleriana lleva el nombre del naturalista alemán Fritz Müller, quien propuso el concepto por primera vez en 1878, algo menos de dos décadas después de que Charles Darwin publicara *El origen de las especies* en 1859. La teoría de Müller propuso que las especies se imitan entre sí para beneficio mutuo. Por ejemplo, predice que dos poblaciones de mariposas igualmente tóxicas o de mal sabor se parecerán entre sí, porque ambas se beneficiarán al 'compartir' la pérdida de algunos individuos mediante el aprendizaje por parte de los depredadores de lo mal que saben o de su toxicidad. Esto proporciona protección a través de la cooperación y el mutualismo. Dicha teoría discrepa con la teoría de la mímica batesiana, denominada así en homenaje de Henry Walter Bates, quien fue el primero que la esbozó. Esta segunda teoría, por su parte, propone que las especies inofensivas imitan a las dañinas para protegerse.

Rodríguez, H. (14 de agosto de 2019). «Una IA valida el modelo matemático más antiguo de la biología evolutiva». *National Geographic*.



1. Se infiere de la mímica mülleriana

- A) que las especies inteligentes tienden a ser más agresivas.
- B) la refutación del modelo evolutivo creado por Darwin.
- C) propuesto por la teoría de Henry W. Bates.
- D) coloca la supervivencia de la especie sobre la existencia individual.

Solución:

La teoría de Müller contempla que la similitud entre «dos poblaciones de mariposas igualmente tóxicas o de mal sabor» surge del hecho de que ambas «se beneficiarán al 'compartir' la pérdida de algunos individuos».

Rpta.: D

2. Se deduce que una discrepancia fundamental entre las teorías de Müller y Bates

- A) se relaciona con las capacidades que reconocen en especies diferentes.
- B) parte del número de especies que se benefician de la práctica mimética.
- C) radica en el modo en que procesaron los conceptos que formuló Darwin.
- D) nace del hecho de que existen menos especies peligrosas en el planeta.

Solución:

En la teoría de Müller, ambas especies se benefician (la imitada y la imitadora), mientras que, en el planteamiento de Bates, únicamente una (la imitadora).

Rpta.: B

TEXTO B

En las profundidades del mar, ciertas especies de tiburones transforman la luz azul del océano en un color verde brillante que solo otros tiburones pueden ver. Al respecto, un grupo de investigadores ha identificado al que es el responsable de esa tonalidad: una familia previamente desconocida de metabolitos (nombre que se le da a cualquier molécula utilizada o producida durante el metabolismo). Se sabe que este tipo de metabolitos es fluorescente y que, en otros vertebrados, desempeña un papel para el sistema nervioso central y el sistema inmunitario. No obstante, el mecanismo que opera en los tiburones es diferente a los de otros animales del océano superior, como las medusas y los corales, que comúnmente usan proteínas fluorescentes verdes para transformar la luz azul en otros colores. «Es un sistema completamente distinto: ellos pueden verse entre sin que otros animales puedan hacerlo. Tienen una visión completamente diferente del mundo en el que se encuentran debido a estas propiedades biofluorescentes que exhibe su piel, y que sus ojos pueden detectar», añade Crawford, autor principal de la investigación.

Rodríguez, H. (08 de agosto de 2019). «¡Estos tiburones brillan en la oscuridad!». *National Geographic*.

1. Se desprende de la lectura que la existencia de tiburones que adoptan un color verde brillante supone que

- A) poseen un parentesco evolutivo con otros animales del océano superior.
- B) la biofluorescencia mejora las capacidades reproductivas de su especie.
- C) ciertas especies usan proteínas fluorescentes verdes para variar su piel.
- D) su sentido de la vista ha alcanzado un nivel de especificación admirable.



Solución:

La coloración brillante que emiten los tiburones descritos en el texto solo puede ser captada por otros tiburones. Así, es posible deducir que su sentido de la vista posee un alto grado de especificidad.

Rpta.: D

2. Se infiere que la investigación de Crawford y su equipo

- A) ha sido el producto de, por lo menos, una década de observaciones minuciosas.
- B) resuelve un enigma al brindar una explicación causal de una observación previa.
- C) aporta al conocimiento de las diferencias entre los animales mamíferos marinos.
- D) ha ofrecido una exposición sostenida de las propiedades de la visión del tiburón.

Solución:

El texto sugiere que la existencia de los tiburones que cambian de color era conocida desde antes. No obstante, recién se conoce la causa de este fenómeno gracias a la investigación de Crawford y compañía.

Rpta.: B**TEXTO C**

La historia del gólem ha fascinado a escritores y cineastas de nuestra época, en parte, a causa de sus semejanzas con otros relatos que han cautivado la imaginación popular, como el del monstruo del doctor Frankenstein. Sin embargo, en el caso del gólem uno no se halla ante una pura creación novelesca. El motivo está muy arraigado en la tradición religiosa judía; de hecho, se inspira directamente en la Biblia. En efecto, en el Génesis se narra cómo Dios creó a Adán a partir de la tierra —el nombre Adán procede de la misma raíz hebrea que la palabra *adamá*, «tierra»— insuflándole el aliento divino que no solo le dio la vida, sino también un alma. A partir de este pasaje del Génesis, algunos estudiosos judíos especularon sobre la posibilidad de una réplica humana del proceso de creación divina, moldeando una figura de barro, el gólem, a la que se daba vida mediante una serie de rituales mágicos. Algunos rabinos interpretaban el gólem en un sentido místico y pensaban que no era más que una metáfora sobre el despertar espiritual del ser humano tras su contacto trascendente con Dios. Otros, en cambio, llegaron a pensar que una persona piadosa que poseyera conocimientos especiales podía crear un ser humano artificial a partir de materia inorgánica. Así, se discutió la posibilidad de que, durante sus primeras horas de vida, Adán hubiera sido un gólem, o que el profeta Jeremías hubiera creado uno por sus propios medios.

López, J. (13 de agosto de 2019). «El gólem: un hombre de barro para salvar a los judíos». *National Geographic España*.

1. De la segunda interpretación de que algunos rabinos formularon sobre el gólem se desprende que

- A) impugna que la historia de la humanidad proceda en esta criatura.
- B) se encuentra más próxima al relato del monstruo de Frankenstein.
- C) reniega de la tradición religiosa para fundar un nuevo simbolismo.
- D) sugiere que el profeta Jeremías experimentó a Dios en su interior.



Solución:

La segunda interpretación del gólem postula que «una persona piadosa que poseyera conocimientos especiales podía crear un ser humano artificial a partir de materia inorgánica». En otras palabras, partía de la creencia de que era posible que un ser humano *creara* otro ser vivo (como Dios).

Rpta.: B

2. Se infiere que la primera interpretación de los rabinos sobre el gólem se vincula con

A) la doctrina.
B) la iluminación.
C) los dogmas.
D) la metafísica.

Solución:

El término «iluminación», en su acepción religiosa, significa «esclarecimiento interior místico experimental o racional». Esta definición coincide con la concepción del gólem entendido como una metáfora del despertar espiritual.

Rpta.: B

3. Es válido colegir del texto que una posible diferencia entre el monstruo de Frankenstein y el gólem

A) resulta de la exégesis de la etimología de ciertas palabras hebreas.
B) parte del hecho de que ambos tienen una existencia supramaterial.
C) surgió del trasfondo filosófico que adquirieron ambos en el siglo XX.
D) radica en el papel que cumple la ciencia en la creación del primero.

Solución:

Como se sabe, el monstruo de Frankenstein fue creado por un «científico», que produjo su cuerpo a partir de fragmentos de cadáveres. En tal sentido, su origen se halla relacionado, en primer lugar, con la ciencia antes que con la religión.

Rpta.: D

ACTIVIDAD 2

Observe detenidamente la siguiente infografía y responda las preguntas que se proponen a continuación.



Imagen recuperada de <https://www.ipsos.com/es-pe/perfil-del-usuario-de-redes-sociales-2>

1. Según la infografía, respecto a la creación de cuentas en redes sociales, es válido inferir que

- A) el desarrollo tecnológico dentro país es un fenómeno netamente de las ciudades.
- B) Facebook es el aplicativo que mayor atención congrega entre los usuarios (98%).
- C) la utilización de correo electrónico ha repuntado en los últimos años en la nación.
- D) los usuarios privilegian las aplicaciones que propician la comunicación inmediata.

Solución:

Facebook y Whatsapp son los aplicativos que centralizan la atención de los usuarios. Ambos sirven, principalmente, para comunicarse con otras personas («chatear») en tiempo real.

Rpta.: D

2. Respecto de la imagen central de la infografía, se puede deducir que el joven

- A) se encuentra desarrollando una actividad tediosa e inane.
- B) prefiere acceder a internet mediante el empleo de smartphone.
- C) solo accede a internet con el fin de buscar relaciones amorosas.
- D) está leyendo mensajes por los que siente una clara simpatía.

Solución:

Se infiere que ha accedido a una red social y digita el emoticono de 'me encanta'.

Rpta.: B

3. De los datos de la parte inferior de la infografía se colige que

- A) la publicidad a través de las redes sociales aún carece de un impacto decisivo.
- B) las marcas prefieren apostar por las redes sociales que menos interés concitan.
- C) los *influencers* determinan la postura vital de las nuevas generaciones del país.
- D) ser fan de una marca es una de las principales ambiciones de los adolescentes.

Solución:

Si se considera que solo 11% de los usuarios de redes sociales son fans de algunas marcas y 23% estima que estas han influido en sus compras, se aprecia que todavía la publicidad en las redes sociales no es determinante para el consumo.

Rpta.: A**COMPRENSIÓN LECTORA****TEXTO 1**

En Japón, desde mediados del siglo XVII una nueva clase urbana empieza a surgir en Edo, Osaka y Kioto. Son los mercaderes, los *chonines* u hombres del común, que, si no destruyen la supremacía feudal de los militares, sí modifican profundamente la atmósfera de las grandes ciudades. Esta clase se convierte en patrona de las artes y la vida social. Un nuevo estilo de vida, más libre y espontáneo, menos formal y aristocrático, llega a imponerse. Por oposición a la cultura tradicional japonesa —siempre de corte y cerrado círculo, aristocrático o religioso— la nueva sociedad es abierta. Se vive en la calle y se multiplican los teatros, los restaurantes, las casas de placer, los baños públicos atendidos por muchachas, los espectáculos de luchadores. Una burguesía próspera y refinada protege y fomenta los placeres del cuerpo y del espíritu. El barrio alegre de Edo no solo es un lugar de libertinaje elegante en donde reinan las cortesanas y los actores, sino que, a diferencia de lo que pasa en nuestras abyectas ciudades modernas, también es un centro de creación artística. *Genroku* —tal es el nombre del período— se distingue por una vitalidad y un desenfado ausentes en el arte de épocas anteriores.



Este mundo brillante y popular, compuesto por nuevos ricos y mujeres hermosas, por grandes actores y juglares, se llama *Ukiyo*, es decir, el Mundo que Flota y que pasa como las nubes de un día de verano. El grabado en madera —*Ukiyoe*: imágenes del mundo fugitivo— se inicia en esta época. Arte gemelo del *Ukiyoe*, nace la novela picaresca y pornográfica: *Ukiyo-Soshi*. Las obras licenciosas —llamadas con elíptico ingenio: *Libros de Primavera*— se vuelven tan populares como la literatura libertina de fines del siglo XVIII europeo. El teatro *Kabuki*, que combina el drama con el ballet, alcanza su mediodía y el gran poeta Chikamatzu escribe para el teatro de muñecos obras que maravillaron a sus contemporáneos y que todavía **hieren** la imaginación de hombres como Yeats y Claudel. La poesía japonesa, gracias sobre todo a Matsúo Basho, alcanza una libertad y una frescura ignoradas hasta entonces.

Paz, O. (1970). «La poesía de Matsúo Basho». Basho, M. *Sendas de Oku*. Barcelona: Barral, 35-36.

1. Fundamentalmente, el texto aborda como tema

- A) las transformaciones sociales sucedidas a mediados del siglo XVII japonés.
- B) los cambios provocados por el declive del orden feudal en el antiguo Japón.
- C) el esplendor alcanzado por la cultura japonesa durante el periodo *Genroku*.
- D) los principales méritos del refinamiento social de la vida mundana en Japón.

Solución:

El periodo *Genroku*, según el texto, se caracterizó por su esplendor cultural, producido por la aparición de una nueva clase social, los comerciantes, que se convirtió en «patrona de las artes y la vida social».

Rpta.: C

2. El término HERIR connota

- A) influencia.
- B) antigüedad.
- C) indolencia.
- D) amplitud.

Solución:

El término «herir» se emplea para aludir el alto nivel artístico que exhibían las obras de Chikamatzu, que han logrado trascender en el tiempo.

Rpta.: A

3. Respecto a la clase social de los mercaderes es inconsistente sostener que

- A) su participación provocó la emergencia de un nuevo tipo de sociedad (abierta).
- B) se atribuyó un papel crucial en el desarrollo social, artístico y cultural de Japón.
- C) puede ser descrita como una burguesía próspera y refinada que cuida del arte.
- D) usurpó el poder que detentaban los sectores militares con el paso de los años.

Solución:

En el texto, se afirma que la clase social de los *chonines* no destruyó «la supremacía feudal de los militares», sino, principalmente, transformó la vida cultural y social japonesa desde mediados del siglo XVII.

Rpta.: D



4. De la manera como se conocía la vida mundana, *Ukiyo*, en el periodo descrito en el texto, se puede deducir que

- A) indica una clara orientación hacia el análisis social entre los artistas japoneses.
- B) expresa un nítido desprecio por las costumbres de la vida castrense en Japón.
- C) se vincula con la inobjetable supremacía de los militares en la época *Genroku*.
- D) revela una conciencia capaz de reconocer su carácter marcadamente efímero.

Solución:

Ukiyo se entiende, según el texto, como «el Mundo que Flota y que pasa como las nubes de un día de verano». En otras palabras, existe una comprensión del carácter efímero de una vida dedicada al placer.

Rpta.: D

5. Si la influencia de los *chonines* no hubiera trascendido la esfera de lo netamente económico,

- A) conjugar la vida libertina y la creación de obras de arte habría sido plausible.
- B) la cultura tradicional cortesana habría extendido su predominio en el tiempo.
- C) el grabado en madera habría logrado un grado de excelencia incuestionable.
- D) habría prevalecido un nuevo estilo de vida más libre y espontáneo en Japón.

Solución:

Bajo el influjo de la clase comercial, surge una nueva cultura urbana más libre que, según el texto, se opone a la cultura tradicional japonesa, «siempre de corte».

Rpta.: B

SECCIÓN 6 B

TEXTO 1 A

Los defensores de lo políticamente correcto han abrazado una estrategia de lucha que persigue la reforma moral del mundo. Pareciera que, en principio, su objetivo apunta a desaparecer el comportamiento irreverente del espacio público. Lo que se niegan a reconocer es que, sin irreverencia, no solo no hay pensamiento crítico posible, sino que tampoco puede haber relaciones humanas auténticas. Experimentar al otro en su autenticidad implica el riesgo de resultar ofendido por él. La irreverencia es el costo de vivir en una sociedad libre. Por otro lado, la excesiva preocupación por las sensibilidades del otro tiene un lugar central en la manera en que la acción política es formulada. El activismo políticamente correcto pretende corregir los problemas del mundo haciendo ciertas concesiones lingüísticas a los grupos sociales oprimidos: está mal decir negros y no gente de color; está mal decir discapacitados y no gente con capacidades diferentes; está mal decir viejos y no adulto mayor. Están convencidos de que tales grupos están profundamente enfrentados con los modos en que la sociedad los define, y que se les hace un favor enorme al tratarlos con una **delicadeza** lingüística que en realidad no afecta las causas de su opresión.

Gamarra, J. (2 de julio de 2019). «El embrujo de lo políticamente correcto». *Aldea Política*. Recuperado de <https://revistaaldeapolitica.home.blog/2019/07/02/el-embrujo-de-lo-politicamente-correcto/>.



TEXTO 1 B

La crítica a la corrección política puede hacernos perder la perspectiva. Por ejemplo, uno puede acabar pensando, como un adolescente o un anciano, que la violación del tabú tiene un valor en sí. Es deprimente ser presa de la convención. Convertirse en un prisionero de la transgresión, en cambio, es levemente trágico. Si bien los excesos de la corrección política pueden ser ridículos, la incorrección política puede ser, además de ridícula, peligrosa. Así, cuando algunos políticos u opinadores discurren en contra de lo políticamente correcto para sostener que *dicen las cosas claras*, «*como son*», no se tarda en apreciar lo que eso significa. Tras la «liberación» de las cadenas de lo políticamente correcto enseguida aparecen la expresión desinhibida del prejuicio racista, la caracterización homófoba, el tópico machista. Esa apertura significa que se puede hablar mal de los demás porque, en el fondo, son un poco menos que nosotros. Por ende, la corrección política señala lo que una sociedad considera aceptable en una conversación civilizada. La premisa de esta charla es el respeto a los individuos y a las minorías, la convicción de la dignidad personal. Naturalmente, esa idea puede ser una ficción, pero es una por la que merece la pena luchar.

Gascón, D. (12 de mayo de 2016). «En defensa de la corrección política». *Letras Libres*. Recuperado de <https://www.letraslibres.com/mexico-espana/en-defensa-la-correccion-politica>.

1. En esencia, ambos textos defienden posiciones antagónicas sobre

- A) la actualidad del lenguaje utilizado para provocar cambios políticos.
- B) la pertinencia de considerar el empleo de lo políticamente correcto.
- C) el valor del lenguaje políticamente correcto para la sociedad actual.
- D) la opción de evaluar el lenguaje usado desde la corrección política.

Solución:

El texto A arguye que la corrección política no provoca un impacto real ni mejora la situación de los sujetos que nombra «delicadamente». Por otro lado, el texto B defiende que su uso es, implícitamente, una defensa de la dignidad humana. Puede afirmarse que ambos textos discurren sobre la valía de esta modalidad lingüística.

Rpta.: C

2. En el texto A, el término DELICADEZA connota

- A) correspondencia.
- B) indolencia.
- C) intrascendencia.
- D) creatividad.

Solución:

Se indica en el texto A que los defensores del lenguaje políticamente correcto creen que siendo «delicados» lingüísticamente para referirse a las personas mejoran su situación cuando, en realidad, no modifican las reales «causas de su opresión».

Rpta.: C



3. El argumento central del texto A desestima la corrección política, ya que

- A) únicamente explota el potencial lingüístico de las reivindicaciones culturales.
- B) carece de una eficacia real para mejorar la calidad de vida de los oprimidos.
- C) parte de una evaluación equívoca de la importancia social de la irreverencia.
- D) ha desaprovechado la revaloración de los sectores marginales de la nación.

Solución:

El texto A concibe la corrección política como una actividad intrascendente que solo se queda en la superficie del problema cediendo a la «preocupación por la sensibilidad del otro» o las «delicadezas» del lenguaje.

Rpta.: B

4. De la argumentación propuesta en el texto B, se infiere que la corrección política

- A) puede entrañar prejuicios contra algunos individuos o minorías definidas.
- B) apuesta por convertir la transgresión de la norma como una pauta social.
- C) favorece la sinceridad del hablante sin importar qué creencias propugne.
- D) resulta crucial para obtener consensos con la mayor participación social.

Solución:

El diálogo respetuoso es el primer paso para alcanzar una comunicación sin barreras entre la sociedad y las minorías que la conforman. Así, el ejercicio del mismo puede orientar los pareceres de distintos sectores hacia una opinión común.

Rpta.: D

5. Si se demostrara que toda reivindicación social comienza nombrando a los sujetos involucrados de manera respetuosa,

- A) el activismo políticamente correcto podría alcanzar un mayor protagonismo.
- B) luchar contra el Estado de manera frontal supondría una práctica cotidiana.
- C) ya no se brindarían concesiones lingüísticas a los sectores marginalizados.
- D) se dejaría de respaldar proyectos políticos sin aprobación de la ciudadanía.

Solución:

El autor del texto A sostiene que el activismo políticamente correcto busca mejorar la situación de los sectores oprimidos «haciendo ciertas concesiones lingüísticas», aunque no remueve ni liquida sus causas reales.

Rpta.: A

TEXTO 2

El movimiento antivacunas cobró impulso hace poco más de una década, a raíz de la publicación de un estudio (con doce niños) que mostraba una **asociación** entre la vacuna del sarampión y el autismo, actualmente desacreditado por distorsión de datos. Sin embargo, los antivacunas persisten con una serie de argumentos que carecen por completo de evidencia científica.

Sostienen, por ejemplo, que las vacunas son responsables del número creciente de alergias, asma y enfermedades autoinmunes. Ningún estudio a gran escala ha mostrado que las vacunas aumentan el riesgo de enfermedades autoinmunes o alergias. Sí se ha



reportado una asociación entre casos de una enfermedad autoinmune llamada trombocitopenia idiopática y la vacunación contra MMR. Sin embargo, varios estudios coinciden en que la frecuencia de dicha enfermedad en niños vacunados (1 en 30.000) es mucho menor que en niños que padecen la rubeola (1 en 3.000) o el sarampión (uno en 6.000).

Es verdad que la prevalencia de asma, alergias y enfermedades autoinmunes ha aumentado considerablemente en las últimas décadas, sobre todo en países desarrollados. Pero hay evidencia de que este fenómeno se debe al ambiente «higiénico» en el que ahora vivimos, donde estamos expuestos a menos bacterias y parásitos, particularmente durante la infancia temprana, y a que estamos modificando nuestra flora intestinal —cuya diversidad es vital para mantener un sistema inmune funcional y «bien portado»— por un uso excesivo de antibióticos y una dieta rica en grasas y pobre en fibra.

Los antivacunas también afirman que la protección natural es mejor que la inducida por la vacuna. Es cierto que, para algunos patógenos, la inmunidad natural puede ser de mayor duración que la generada por la vacuna. Sin embargo, el riesgo por adquirir una infección de manera «natural» no tiene comparación con el riesgo asociado a cualquier vacuna recomendada. Por ejemplo, el sarampión causa la muerte de dos de cada 1000 individuos infectados en países desarrollados (en países de bajos recursos, esta cifra puede ser hasta veinte veces mayor), mientras que la vacuna combinada de sarampión, paperas y rubeola (MMR) causa una reacción alérgica grave en uno de cada millón de individuos vacunados. Los beneficios superan ampliamente los riesgos.

Sarukhan, A. (2016). «Cómo desmontar científicamente los 4 principales argumentos antivacunas». *IS Global. Instituto de salud global. Barcelona.*

1. El objetivo principal que persigue la autora del texto es

- A) evaluar rigurosamente la solidez de la argumentación de los antivacunas.
- B) desbaratar la idea de que la protección natural es mejor a la de la vacuna.
- C) evidenciar la carencia de fundamento científico de las ideas antivacunas.
- D) indicar que no existe ningún nexo entre las vacunas y los tipos de alergia.

Solución:

Al final del primer párrafo, la autora señala que «los antivacunas persisten con una serie de argumentos que carecen por completo de evidencia científica». A continuación, se encarga de mostrar la falta de asidero científico de dichas ideas.

Rpta.: C

2. El término ASOCIACIÓN connota

- A) vinculación.
- B) variación.
- C) génesis.
- D) distancia.

Solución:

El estudio que propició la aparición del movimiento antivacunas relacionó la vacuna del sarampión y el autismo. Esto quiere decir que estableció que la aplicación de dicha vacuna podía provocar daño psicológico. Así, la palabra «asociación» sugiere «génesis».

Rpta.: C



3. Es incorrecto sostener que el aumento de la prevalencia del asma, de las alergias y de las enfermedades autoinmunes es producto de la aplicación de vacunas, porque
- A) la inmunidad natural puede ser de una duración mayor para ciertas bacterias.
 - B) reducir la flora intestinal repercute positivamente en el sistema inmunológico.
 - C) la posición de la autora es contraria a la utilización de vacunas en la infancia.
 - D) existen factores de mayor relevancia vinculados a la forma de vida moderna.

Solución:

Se indica que la limpieza de los entornos, el uso exagerado de los antibióticos y la alimentación de las personas son los factores que explican mejor el incremento de la prevalencia de males como el asma, las alergias y las enfermedades autoinmunes.

Rpta.: D

4. Respecto de la alusión al sarampión en la última parte del texto, es válido inferir que
- A) puede cobrar la vida del 4% de infectados aproximadamente en países pobres.
 - B) la salud personal determina siempre la situación económica de la propia nación.
 - C) el nivel económico es un rasgo írrito para comprender los problemas sanitarios.
 - D) el riesgo de contagiarse de este mal es mayor en países de economía precaria.

Solución:

El sarampión le cuesta la vida a dos de cada 1000 infectados en países desarrollados. Asimismo, «en países de bajos recursos, esta cifra puede ser hasta veinte veces mayor». Es decir, mueren alrededor de 42 personas, lo que equivale, aproximadamente, a un 4% de los contagiados por la enfermedad.

Rpta.: A

5. Si se hubiera demostrado que el estudio que favoreció la aparición del movimiento antivacunas no tergiversó sus datos,
- A) las ideas de esta agrupación habrían logrado divulgarse con mayor celeridad.
 - B) la prevalencia de las enfermedades autoinmunes aumentaría en corto tiempo.
 - C) se refrendaría que las vacunas son un factor clave en la aparición de alergias.
 - D) aún podría ser objetado por el carácter exiguo de la población con que contó.

Solución:

El estudio en cuestión extrajo sus conclusiones de una muestra de solo doce niños. Aunque el texto solo lo sugiere, esa cifra es otro signo de la precariedad científica de esa investigación.

Rpta.: D**TEXTO 3**

Las partículas fundamentales pueden ser de dos tipos: fermiones y bosones. Los fermiones son los que constituyen la materia, es decir, los electrones y sus primos pesados, muones y taus, y los quarks. Eso quiere decir que los fermiones son los constituyentes **básicos** de, por ejemplo, tú que estás leyendo esto, las estrellas, la silla en la que te sientas, este periódico, las nubes, la cerveza o esta mosca tan pesada. Por otro lado, los bosones no son constituyentes de nada, pero son los que hacen que el resto de



las partículas interactúen, son los que hacen que «pasen cosas». Por ejemplo, para que existan interacciones electromagnéticas, como los fenómenos eléctricos, se necesita una de estas partículas, el fotón.

El bosón de Higgs, conocido popularmente como «la partícula de Dios», es tan importante dentro del modelo estándar porque él es el que ayuda a que todas las partículas tengan masa. La masa es aquella característica de la materia que medimos con los kilos. Las partículas elementales son tan diminutas que su masa es muy cercana a cero, aunque nunca alcanzan ese límite. Sin el Higgs la teoría no funcionaba. En el modelo estándar se había predicho, y uno de los que hizo fue un físico llamado Peter Higgs en 1964, un mecanismo mediante el que las partículas elementales habrían obtenido su masa. A eso se le llamó «mecanismo de Higgs» y a la partícula que lo provocaría, bosón de Higgs. La explicación era muy elegante, pero con el paso de los años apareció un problema: el bosón de Higgs no aparecía. Se realizaban experimentos para buscarlo, pero la partícula seguía sin detectarse. El desánimo había empezado a cundir cuando ocurrió: el 4 de julio de 2012, una institución europea que investiga la física de partículas, el CERN, anunciaba, por fin, que lo había conseguido. En sus instalaciones del LHC (Gran Colisionador de Hadrones por sus siglas en inglés) se había observado una nueva partícula fundamental: el bosón de Higgs. Así que, por el momento, el modelo encaja.

El bosón de Higgs

La teoría
Apodada como "la partícula de Dios", fue propuesta por el físico escocés Peter Higgs en la década de 1960 como una forma de explicar por qué las partículas tienen **masa**.

MASA

Las partículas sub-atómicas, los fotones, electrones, protones, etc, no tienen masa en sí mismas y se mueven a la velocidad de la luz.

La materia es la colisión de estas partículas con los **bosones de Higgs**.

El vacío no sería vacío sino que estaría lleno de estos bosones.

Ejemplo: imagina el universo como una fiesta.

- 1 Invitados relativamente desconocidos en la fiesta pueden transitar muy rápido a través del salón.
- 2 ...pero si una persona popular (partícula) ingresa a la fiesta...
- 3 ...atrae un grupo de personas (bosones de Higgs), lo que genera que su desplazamiento sea lento. Ello genera masa.

NO HAY MASA

Partícula

MASA

Partícula

Fuente: Europeews.com

LA REPUBLICA

Tórtola, M. (24 de julio de 2018). «¿Qué es la 'partícula de Dios'?». *El País*. Recuperado de https://elpais.com/elpais/2018/07/20/ciencia/1532077822_153937.html.

1. Fundamentalmente, el texto aborda el tema de

- A) la fusión entre el modelo estándar y 'la partícula de Dios' (el bosón de Higgs).
- B) las partículas elementales como explicación del origen del universo auténtico.
- C) la diferencia esencial entre los fermiones, los bosones y la 'partícula de Dios'.
- D) la importancia del descubrimiento del bosón de Higgs para la física moderna.

Solución:

Se sostiene en el texto que la 'partícula de Dios' es fundamental para mantener la coherencia del modelo estándar la física actual. Por ello, su descubrimiento es crucial para esta disciplina científica.

Rpta.: D

2. El término BÁSICO implica que los fermiones son

- A) imperceptibles.
- B) susceptibles.
- C) indispensables.
- D) potenciales.

Solución:

Al indicar que los fermiones son los constituyentes «básicos» de todo lo existente, el término en cuestión implica que estas partículas resultan «indispensables» para la conformación del universo.

Rpta.: C

3. De la afirmación final del texto, se colige que la ciencia se caracteriza por ser

- A) dinámica.
- B) objetiva.
- C) verificable.
- D) especulativa.

Solución:

Se afirma al final del texto que, «por el momento, el modelo encaja». Con este enunciado se alude al carácter dinámico de la ciencia, que se encuentra siempre buscando nuevas explicaciones y revaluando con rigor sus resultados.

Rpta.: A

4. Respecto del bosón de Higgs, según la infografía, no es congruente afirmar que

- A) en la década de 1950 todavía carecía de una formulación teórica válida.
- B) posee la capacidad de repotenciar la velocidad de las demás partículas.
- C) el ejemplo de la fiesta expone con nitidez su acción sobre las partículas.
- D) afecta la velocidad de las partículas al provocar la aparición de la masa.

Solución:

En el proceso de vincular varias partículas para coadyuvar a la génesis de la masa, se reduce la velocidad de las mismas. En consecuencia, es falso que la repotencie.

Rpta.: B



5. A partir de la información que brindan el texto y la infografía, se desprende que la expresión 'partícula de Dios' para referirse al bosón de Higgs se debe a que
- A) contribuiría a la producción de una nueva mecánica cuántica de enorme influjo.
 - B) permitiría pensar la existencia de mundos paralelos y, así, de un multiuniverso.
 - C) respaldaría una nueva teoría física que, por ello, restituirá el rol de la gravedad.
 - D) explicaría la «creación» de la materia y, por ende, la forma del universo actual.

Solución:

Sin el bosón de Higgs no habría materia y, de esa manera, el universo no podría tener la forma que posee actualmente. Por ello, la alusión a 'Dios' se puede relacionar con la capacidad de esta partícula para «crear» materia.

Rpta.: D

6. Si, en el origen del cosmos, solo hubieran surgido fermiones a raíz de la elevada temperatura de ese primer instante,
- A) el calor se habría expandido por el universo sin constituir densidad ni masa.
 - B) surgirían partículas capaces de generar interacción entre distintas materias.
 - C) la equivalencia entre masa y energía sería inviable por la energía molecular.
 - D) las partículas se moverían en el espacio sin la posibilidad de adquirir masa.

Solución:

El bosón de Higgs «ayuda a que todas las partículas tengan masa». Por ende, si no existieran los bosones, incluido el de Higgs, no cabría la posibilidad de que las partículas adquieran masa.

Rpta.: D**SECCIÓN 6 C****Inferences in Reading**

Making an inference involves using what you know to elaborate a guess about what you don't know or reading between the lines. Readers who make inferences use the clues in the text along with their own experiences to help them figure out what is not directly said. Obviously, you practice inference every day. For example, if you see a boy eating a new food, and he makes a face, then you infer he does not like it. If you arrive at a conclusion about a topic, you have reasoned with an inference.

Read the following passage, and answer the question about inference.

In a new technique called Positron Emission Tomography (PET), a volunteer is injected with mildly radioactive glucose or water, or inhales a radioactive gas, comparable in dosage to a chest X-ray, and puts his head inside a ring of gamma-ray detectors. The parts of the brain that are more active burn more glucose and have more oxygenated blood sent their way. Computers algorithms can reconstruct which parts of the brain are working harder from the pattern of radiation that emanates from the head.



Question: For what purpose does the author describe the PET technique?

PASSAGE 1

It's common sense: If you make a big deal over something, it's going to attract attention. And if you're an international superstar, like Barbra Streisand, your tantrum is going to draw even more attention. Hence, the Streisand Effect, according to *The Economist*, occurs when "efforts to suppress a juicy piece of online information can **backfire** and end up making things worse for the would-be censor."

In 2003, Streisand sued photographer Kenneth Adelman for distributing aerial pictures of her mansion in Malibu. But Adelman was no paparazzo—he operated the California Coastal Records Project, a resource providing more than 12,000 pictures of the California coast for scientists and researchers to use to study coastal erosion. At the time Streisand sued Adelman for \$50 million, the picture in question had been accessed a whopping total of six times—twice by Streisand's lawyers. Nonetheless, her lawsuit stated that the photos explicitly showed people how to gain access to her private residence.

Of course, news outlets around the world reported on Streisand's outrage, and before long, the photo on Adelman's website (below) had received well over a million views. The photo was also picked up by the Associated Press and was reprinted countless times.

And as though that were not enough, Streisand also lost the lawsuit. The judge ordered her to cover the \$155,567.04 Adelman incurred in legal fees.

Conradt, S. (August 18, 2015). How Barbara Streisand Inspired the "Streisand Effect". Retrieved from <http://mentalfloss.com/article/67299/how-barbra-streisand-inspired-streisand-effect>

TRADUCCIÓN

Por sentido común: si haces un gran negocio de algo, esto atraerá la atención. Y si usted es una superestrella internacional, como Barbra Streisand, su rabieta atraerá aún más la atención. Por lo tanto, el efecto Streisand, según *The Economist*, ocurre cuando «los esfuerzos por suprimir un interesante artículo informativo en línea pueden ser contraproducentes y terminan empeorando las cosas para el censurador en potencia».

En 2003, Streisand demandó al fotógrafo Kenneth Adelman por distribuir imágenes aéreas de su mansión en Malibú. Pero Adelman no era un *paparazzi*: operaba el Proyecto de Registros Costeros de California, un procedimiento que proporciona más de 12 000 imágenes de la costa de California para que los científicos e investigadores las utilicen para estudiar la erosión costera. Cuando Streisand demandó a Adelman por \$ 50 millones, la foto en cuestión había sido visitada un «total» de seis veces, dos veces por los abogados de Streisand. No obstante, su demanda declaraba que las fotos mostraban explícitamente a las personas cómo acceder a su residencia privada.

Por supuesto, los medios de comunicación de todo el mundo informaron sobre la indignación de Streisand y, en poco tiempo, la foto en el sitio web de Adelman había recibido más de un millón de visitas. La foto también fue recogida por *Associated Press* y fue reimpresa innumerables veces.



Y como si eso no fuera suficiente, Streisand también perdió la demanda. El juez le ordenó que cubriera los \$ 155,567.04 que Adelman contrajo con los honorarios de los abogados.

1. What is the author's main purpose?

- A) Advise that bad decisions could cause huge economic losses
- B) Expose the ironic meanings of the expression "Streisand Effect"
- C) Explain the origin and meaning of the phrase "Streisand Effect"
- D) Criticize Barbra Streisand's attitude towards Adelman's work

Solution:

In the text we can find how the phrase "Streisand Effect" was coined, and also what the phrase refers to.

Answer: C

2. The word BACKFIRE connotes a

- A) failure.
- B) success.
- C) crisis.
- D) accident.

Solution:

Streisand's intention was that the photos of her mansion be removed from the Internet and that whoever took the photos paid her a large amount of money for the alleged damages. Instead, everything was adverse. She failed in that attempt. Precisely the word "backfire" picks up that idea.

Answer: A

3. It is possible to infer that, before Streisand's demand, the online photographs taken by Adelman

- A) were studied in detail by four thieves of coastal mansions.
- B) could be seen by four people interested in coastal erosion.
- C) were studied by six specialists studying the sea and the coast.
- D) had been studied only by Adelman and Streisand's lawyers.

Solution:

The photos taken by Adelman have as their central theme coastal erosion, but not Streisand's mansion. It is indicated in the passage that the photos were visited six times, twice by the lawyers of the actress. Then, the remaining four times for those interested in the central theme of photography.

Answer: B

4. It is consistent with the passage to affirm that Streisand sued Adelman because

- A) he exposed her to death.
- B) her lawyers recommended it.
- C) she needed a lot of money.
- D) she ignored coastal erosion.



Solution:

According to the passage, Adelman's photographs were visited six times before the lawsuit: twice by his lawyers. Then, we can suspect that these pushed Streisand to denounce the scientist.

Answer: B

5. If Barbra Streisand had not been famous, then

- A) she would not have sued Adelman for \$ 50 million, but for more.
- B) Adelman would not have taken aerial photographs of the coast.
- C) this counterproductive effect would not be associated with her.
- D) the counterproductive effects could not be identified by scientists.

Solution:

If Barbra Streisand had not been famous, there would no longer be a reason to baptize this counterproductive effect with her last name, because her tantrum had not drawn attention, which is a condition for this effect to be typified as such.

Answer: C**PASSAGE 2**

When students have to wear the same outfits, rather than being allowed to select clothes that suit their body types, they can suffer embarrassment at school. Child and teen development specialist Robyn Silverman told NBC News' Today that students, especially girls, tend to compare how each other looks in their uniforms: "As a body image expert, I hear from students all the time that they feel it allows for a lot of comparison... So if you have a body that's a plus-size body, a curvier body, a very tall body, a very short body, those girls often feel that they don't look their best."

A study by researchers at Arizona State University found that "students from schools without uniforms reported higher self-perception scores than students from schools with uniform policies." Some students also find uniforms less comfortable than their regular clothes, which may not be **conducive** to learning, in this sense, uniforms do not help to study.

ProCon.org. (2018, October 24). *School Uniforms*. Retrieved from <http://school-uniforms.procon.org/>

VOCABULARY

A curvier body: Un cuerpo más curvo

A lot of: Un montón de

A plus-size body: Un cuerpo de talla grande

A very short body: Un cuerpo muy corto

A very tall body: Un cuerpo muy alto

Allow: Dejar, dar permiso, permitir,

Cloth: Tela, tejido,

Conducive: Propicio, favorable,

Development: Desarrollo

Embarrassment: Vergüenza, bochorno

Feel: Sentir, palpar; sensación, tacto

Have to: Tener que

Hear: Oír, escuchar

Higher self-perception scores:

Puntajes más altos de autopercepción

In this sense: En este sentido

Learn: Aprender

Less comfortable: Menos cómodo



Often: A menudo, frecuentemente, muchas veces

Outfit: Ropa, traje, atuendo, disfraz

Suffer: Sufrir, padecer, ser víctima de

Suit: Traje, traje sastre

Teen: Adolescente, joven

The same: Lo mismo

They don't look their best: No se ven lo mejor posible

Wear: Vestir, llevar puesto, usar

1. What is the main idea?

- A) Uniforms do not develop the student intellect.
- B) Uniforms do not benefit the bodies of students.
- C) Uniforms are unnecessary to learn at school.
- D) Uniforms can be uncomfortable for students.

Solution:

In the first paragraph, students say they do not feel comfortable with uniforms, because it makes them look fat, big, small, etc. In the second paragraph, it is evident that the students do not feel comfortable with the uniforms, because these are not useful for studying.

Answer: D

2. The adjective CONDUCIVE could be replaced by

- A) hard.
- B) healthy.
- C) fluent.
- D) useful.

Solution:

The uniform may not be CONDUCIVE to learning. In other words, the uniform may not be USEFUL for learning.

Answer: D

3. It is false to affirm that children and teen people who use school uniforms

- A) may think that they do not look good often.
- B) may be dissatisfied with their appearance.
- C) concentrate satisfactorily on their studies.
- D) can suffer embarrassment at school often.

Solution:

Children and young people who wear school uniforms are comparing their bodies with others, instead of concentrating on studies.

Answer: C

4. From the attitudes of students who wear a school uniform, it is inferred that

- A) many of the students may have violent attitudes.
- B) they are surprised by the variety of body figures.
- C) they do not respect the teachers or the authorities.
- D) many of them prefer to devote their time to studies.



Solution:

At school, students discover that some have a body that's a plus-size body, a curvier body, a very tall body, a very short body, and this leads them to compare each other, which reflects surprise.

Answer: B

5. If students understood that the shape of human bodies are characterized by diversity,
- A) they probably accept to wear school uniforms.
 - B) they would continue to reject school uniforms.
 - C) American students would become tolerant.
 - D) teachers would see that school grades improve.

Solution:

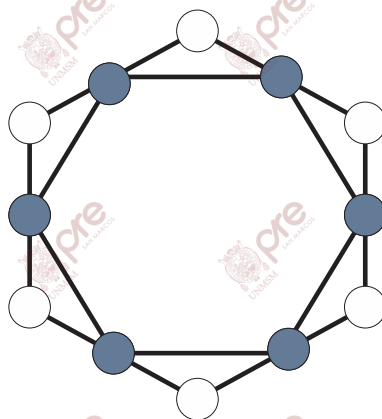
Students are surprised by the variety of bodies, then, they begin to compare. Then, they dedicate themselves to annoying those who have figures considered "strange."

Answer: A

Habilidad Lógico Matemática

EJERCICIOS

1. Fernando le encarga a su hermano menor distribuir los números del 1 al 12, uno por casilla y sin repetir, con la condición de que en cada fila de tres números la suma de estos sea siempre la misma y la mínima posible. Si Fernando está dispuesto a entregarle de propina a su hermano la misma cantidad de dinero que está expresada por la suma de los números que están en los vértices del hexágono interior a la figura mostrada (casilleros sombreados), ¿cuál es el monto a entregar de propina?



A) S/. 54

B) S/. 56

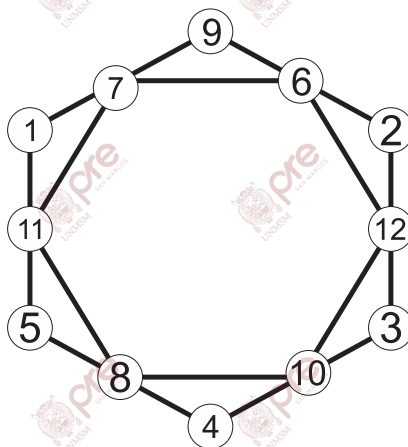
C) S/. 57

D) S/. 53



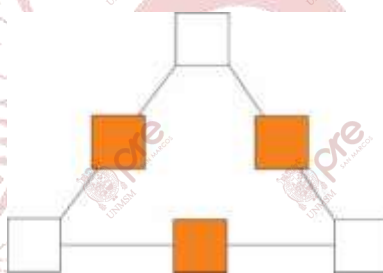
Solución:

- Del gráfico se observa que la suma de los números que están en los casilleros sombreados es 54.



Rpta.: A

2. En la figura, se debe escribir en cada cuadrado los números 1, 2, 4, 8, 16 y 32, sin repetirlos, tal que el producto de los números sobre cada lado del triángulo, sea el mismo y además el mínimo posible.



Dé por respuesta la suma de los números colocados en los cuadrados sombreados.

A) 42

B) 14

C) 56

D) 21

Solución:

- Denotamos por a, b, c, d, e y f los números que se colocarán consecutivamente, comenzando en un vértice (a, c, e, se colocan en los vértices).

De acuerdo a los datos:

$$P = a.b.c$$

$$P = c.d.e$$

$$P = e.f.a$$

- Multiplicando todas las igualdades: $P^3 = (a.b.c.d.e.f).a.c.e$

$$P^3 = (1.2.4.8.16.32).(a.c.e) = 2^{15}.(a.c.e)$$

- Para tener un producto mínimo: $P^3 = 2^{15}.(1.2.4)$

Entonces b, d, f pueden tomar valores: 8, 16, 32

$$b + d + f = 56.$$

Rpta.: C



3. Distribuir los números del 0,2,4,6,8,10,12,14,16, de manera que tanto la suma en una fila, columna y diagonales siempre de un mismo valor. Halle la suma de los números que van en los casilleros sombreadados.

	3M	
	M	

A) 22

B) 24

C) 18

D) 20

Solución:

		4	
2		3M	10
0		C=2M=8	16
6		M	14
		12	

Se tiene: $C=2M$ (M: 2,4)Si $M=4$: $C=8$ Suma de los casilleros sombreadados: $16+6+0=22$ **Rpta.: A**

4. Rodrigo es estudiante de Informática y posee 4 tarjetas de crédito, a las cuales les coloca claves secretas distintas, pero que siguen una secuencia, solo por él conocida.

A continuación, se muestra las claves de sus tarjetas:

- METRO → 5 5 5 5
- BBVA → 4 6 4 6
- BCP → 3 4 6 4
- INTERBANK → m n p q

Si $m \neq 2$, calcule $m+n+p+q$

- A) 19 B) 28 C) 20 D) 24

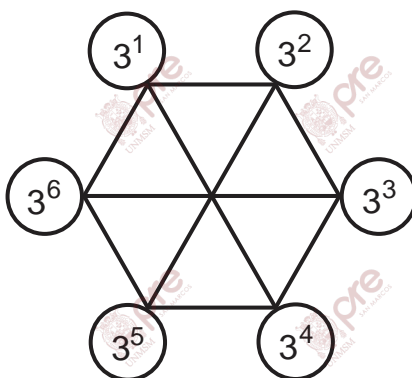
Solución:

COLUMNA 1	COLUMNA 2	COLUMNA 3	COLUMNA 4
# de letras de tarjeta	# de letras del número de columna 1	# de cifras del número de columna 2	# de cifras del número de columna 3
INTERBANK: 9	5	5	5

Suma = 24

Rpta.: D

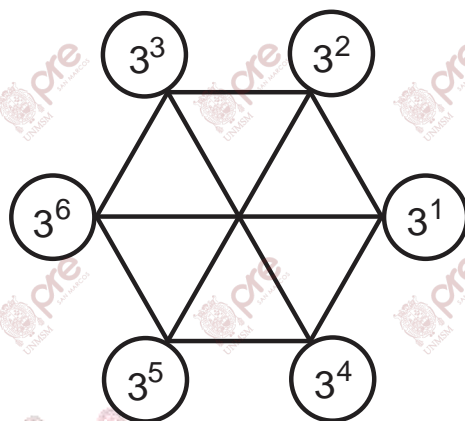
5. Sobre los vértices consecutivos de un hexágono regular, se colocan, respectivamente, fichas numeradas como se muestra en la figura. ¿Cuántas fichas deben cambiar de posición, como mínimo, para que el producto de los dos números que se encuentran en los extremos de las diagonales mayores sea el mismo?



- A) 2
B) 3
C) 4
D) 1

Solución:

Nos piden el número de fichas que se deben cambiar, como mínimo, para que el producto de los dos números que se encuentran en los extremos de las diagonales mayores sea el mismo. Tenemos



Por tanto, tenemos que cambiar como mínimo dos números.

Rpta.: A

6. María quiere colocar en un tablero de 5×5 , varias fichas de “caballo” de un juego de ajedrez. Ella dice que si de una casilla se puede llegar a otra casilla distinta con uno o con dos movimientos de caballo, lo llamará “compatible”. Por ejemplo, en el tablero se ha colocado tres números X, Y, Z. Ellos forman una terna compatible porque desde X podemos ir a Y mediante un movimiento del caballo, desde Y podemos ir a Z mediante un movimiento del caballo, y desde Z podemos ir a X mediante dos movimientos de caballo, por tanto X, Y y Z forman una terna compatible.

			Y	
	X			
				Z

Cada una de las 25 casillas debe ser pintada de un mismo color, pero las casillas que formen “terna compatible” serán pintadas de colores distintos. ¿Cuál es el menor número de colores distintos que habrá en el tablero si María coloca una ficha en el centro del tablero?

A) 7

B) 4

C) 6

D) 9

Solución:

- 1) Tenemos una cuadrícula de tamaño 5x5, formamos todas las ternas posibles con uno o dos movimientos de caballo, iniciando en el centro del tablero

	B		C	
D				E
		A		
F				F
	H		G	

- 2) Por tanto, el número de colores distintos es 9.

Rpta.:D

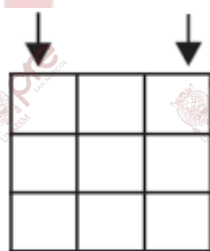
7. Alonso desea formar un cuadrado mágico aditivo escribiendo números enteros, es decir, que la suma de los números escritos en las filas, columnas y diagonales formada por 3 casillas dé el mismo resultado, y cuya suma de números que estén en los casilleros ubicados en las esquinas (ver figura) sea menor que 65 y mayor que 61. Halle la suma de cifras del número que va en el casillero central.

A) 11

B) 10

C) 8

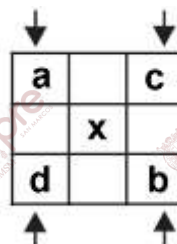
D) 7

**Solución:**

$$\begin{aligned} 2x &= a + b \\ 2x &= c + d \end{aligned} \rightarrow 4x = a + b + c + d$$

$$\text{Luego: } 61 < 4x < 65 \rightarrow 4x = 64$$

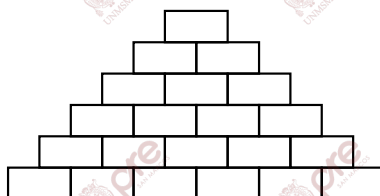
$$\text{Suma de cifras de } x = 7$$



Rpta.:D



8. En un almacén hay 21 cajas colocadas de la siguiente manera:

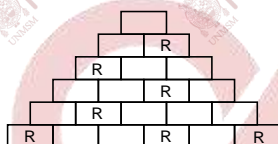


Cada caja es de color rojo, verde, azul o amarillo, y se sabe que dos cajas del mismo color no están juntas (ni por un lado, ni por un vértice). ¿Cuántas cajas rojas puede haber como máximo?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 9

Solución:

- 1) Colocando las cajas de color rojo de la siguiente manera

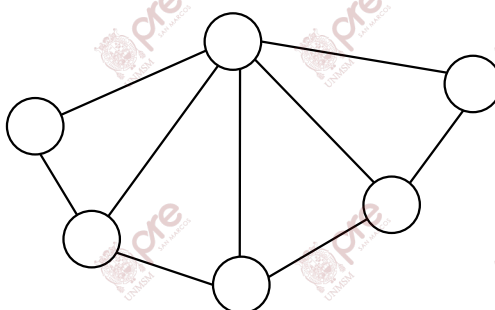


- 2) Por tanto, el número de cajas de color rojo como máximo es 7.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

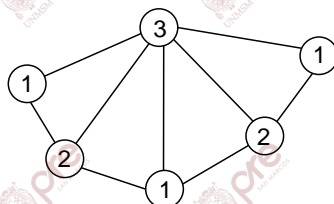
1. En cada uno de los círculos de la siguiente figura se debe escribir un entero positivo, de tal forma que si dos círculos están unidos por un segmento entonces estos círculos contienen números diferentes. ¿Cuál es el menor valor que puede tomar la suma de los seis números escritos?



- A) 9
B) 10
C) 11
D) 12

Solución:

1) Colocando los números mínimos, se tiene lo siguiente:

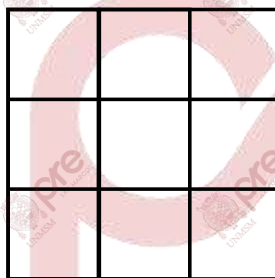


2) Suma de los números ubicados en los círculos: $3+2+2+1+1+1=10$

Rpta.:A

2. Los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 deben ser distribuidos en las casillas de un tablero 3×3 , un número por casilla, de tal modo que la suma de los números ubicados en cualesquiera dos casillas con un lado común pertenezca al conjunto $\{9, 10, 11, 12\}$. Determine la suma de los cuatro números ubicados en las cuatro casillas de las esquinas del tablero.

- A) 9
B) 10
C) 11
D) 12

**Solución:**

1. Colocando los números mínimos, se tiene lo siguiente:

1	9	2
8	3	7
4	6	5

2. Suma de los números que están en las esquinas es: $1+2+4+5=12$

Rpta.: D



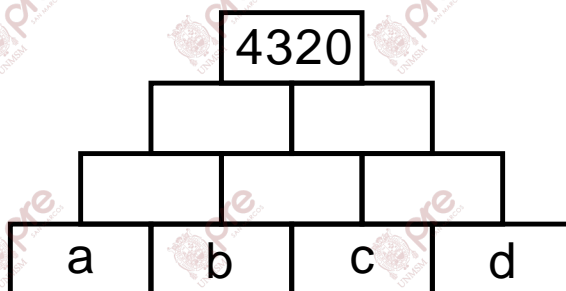
3. En cada casilla del siguiente tablero se va a escribir un número entero positivo (algunas casillas ya tienen escrito un número) de tal forma que cada número que está en la fila superior sea igual al producto de los dos números que están debajo de él. Si los 10 números que se van a escribir son distintos entre sí, determine el mayor valor posible de $b+2d$.

A) 9

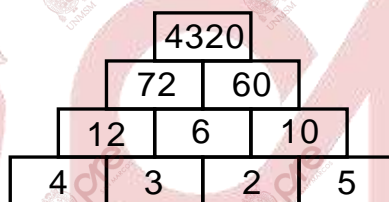
B) 10

C) 13

D) 12

**Solución:**

- 1) Colocando los números mínimos, se tiene lo siguiente:



- 2) $b=3; d=5 \rightarrow 3+2 \times 5 = 13$

Rpta.:C

4. En el gráfico se muestran dos cuadrados mágicos aditivos. La suma de los números ubicados en fila, columna y diagonal en cada cuadrado siempre es la misma, ambos cuadrados tienen la misma constante mágica. Calcule el valor de $X + Y - Z - W$.

A) 3

B) 5

C) 12

D) 8



Solución:

$$b + c + 2 + w = b + c + 14 \rightarrow w = 12$$

$$a + b + 5 + y = a + b + 13 \rightarrow y = 8$$

$$a + c + 3 + z = a + c + 8 \rightarrow z = 5$$

$$x + 14 = 26 \rightarrow x = 12$$

$$X + Y - Z - W = 12 + 8 - 5 - 12 = 3$$

Rpta.: A

5. Todos los enteros positivos se ordenan en un tablero de 3 columnas, de la siguiente forma:

1	2	3
6	5	4
7	8	9
12	11	10
13	14	15
⋮	⋮	⋮

Si seguimos con el patrón, ¿qué número está inmediatamente arriba del número 240?

A) 235

B) 253

C) 243

D) 255

Solución:

1) En el arreglo:

2) $240 = 6 \times 40$, estará en la fila 80

1	2	3	
6	5	4	$\rightarrow F_2$
7	8	9	
12	11	10	$\rightarrow F_4$
13	14	15	
18	17	16	$\rightarrow F_6$
⋮	⋮	⋮	

3) Por tanto el número anterior a el será $240 - 5 = 235$.**Rpta.: A**

6. En cada casilla del siguiente tablero de 3×3 debe estar escrito un entero positivo, de tal modo que el producto de los números de cualquier fila y el producto de los números de cualquier columna es múltiplo de 30. ¿Cuál es el menor valor que puede tomar la suma de todos los números escritos en el tablero?

A) 33

B) 35

C) 30

D) 36

Solución:

- 1) Recordando que si el producto de tres números enteros positivos es múltiplo de 30, entonces su suma es al menos 10.

Sean

Sean

$$abc \geq 30$$

Por la desigualdad de medias tenemos que $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \rightarrow a+b+c \geq 10$

Como quieren mínimo, entonces $a+b+c=10$

Por tanto, la suma de todos los números del arreglo serán 30

5	2	3
2	3	5
3	5	2

Rpta.:C

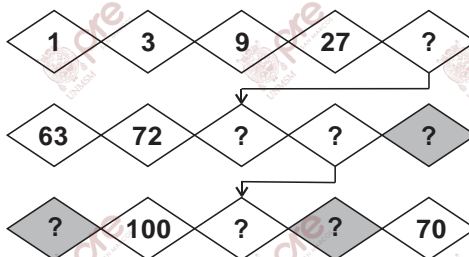
7. Coloca el número que corresponde en cada rombo con un signo de interrogación. Cada fila de rombos es una secuencia numérica y las flechas indican números comunes de cada fila o secuencia. Halle la suma de los números ubicados en las regiones sombreadas.

A) 289

B) 286

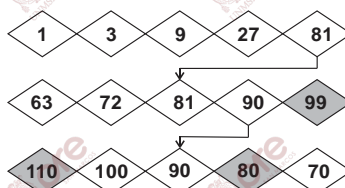
C) 189

D) 186



Solución:

1) Se tiene la secuencia numérica completada:



2) Suma de los números de las regiones sombreadas: $99+80+110=289$.

Rpta.:A

8. Se tiene los siguientes tableros de 4x4:

1	2	3	1
2	3	1	2
3	1	2	3
1	2	3	1

Figura 1

2	2	1	3
2	1	1	3
1	1	1	2
3	3	2	2

Figura 2

Mateo debe eliminar algunos números de cada tablero de tal modo que la suma de los números que quedan en cada fila y en cada columna sea múltiplo de 3, ¿Cuántos números como mínimo eliminara en ambos tableros?

A) 10

B) 12

C) 8

D) 11

Solución:

1)

Veamos

1	2	3	X
2	3	1	X
3	1	2	3
X	X	3	X

Figura 1

X	2	1	3
2	X	1	3
1	1	1	X
3	3	X	X

Figura 2

Por tanto son necesarios borrar 10 números entre los dos tableros

Rpta.: A

Aritmética

EJERCICIOS

1. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, en ese orden:

- I. Existen dos números primos p y $(p^2 + 8)$, tal que $(p^3 + 4)$ también es un número primo.
- II. Si N es el menor número primo positivo de la forma $(a^2 - b^2)$ donde $a, b \in \mathbb{Z}^+$, entonces la cantidad de divisores positivos de $(a + b)$ es 4.
- III. El producto de los divisores positivos del número 199 no es un número primo.

A) FVV

B) VFV

C) VVF

D) VFF

Solución:

- I. Para $p = 3$, existen p y $(p^2 + 8)$ números primos

Luego $p^3 + 4 = 3^3 + 4 = 31$ es un número primo. **(V)**

- II. $N = a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \rightarrow (a + b)(a - b) = (2 + 1)(2 - 1) = 3$

Luego $a + b = 2 + 1 = 3 \rightarrow CD(a + b) = CD(3) = 1 + 1 = 2$ **(F)**

- III. Se tiene que $N = 199$ es un número primo entonces $CD(199) = 1 + 1 = 2$

Luego $PD(199) = 1 \times 199 = 199$ es un número primo. **(F)**

Rpta.: D

2. Si se desea dibujar un rectángulo de lados enteros en centímetros y 30 centímetros cuadrados de área, ¿cuántos valores diferentes puede tomar su lado mayor?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

Solución:

Los divisores positivos de 30 son 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 y 30

Los rectángulos serán (largo x ancho): 30x1, 15x2, 10x3, 6x5.

Por lo tanto, habrá 4 valores diferentes.

Rpta.: B

3. Si el profesor de Álvaro tiene 50 años de edad, ¿de cuántas formas diferentes puede representarse los años que tiene como suma de dos números primos, sin importar el orden de los sumandos?

A) 5

B) 6

C) 3

D) 4

Solución:

$50 = 3 + 47 = 7 + 43 = 13 + 37 = 19 + 31$

Por lo tanto, habrá 4 formas diferentes

Rpta.: D

4. Luciano, un comerciante de juguetes, respondiendo a la solicitud de sus 21 clientes, adquiere de un almacén el menor número par de carros en miniatura para entregar a cada cliente el mismo número de carros. Si el encargado del almacén tiene 30 maneras diferentes de entregar el total de carros a Luciano, al colocarlos en bolsas que contengan la misma cantidad de carros, ¿cuántos carros entregará Luciano a cada cliente?
- A) 44 B) 38 C) 42 D) 48

Solución:

Sea N : #(carros en miniatura que compra Luciano en el almacén)

$$N = 2^\alpha \times 3^\beta \times 7^\delta$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1)(\delta + 1) = 5 \times 3 \times 2 \rightarrow \alpha = 4 \quad \beta = 2 \quad \delta = 1$$

$$N = 2^4 \times 3^2 \times 7 \rightarrow N = 1008$$

$$\text{Cada cliente recibe } \frac{1008}{21} = 48 \text{ carros}$$

Rpta.: D

5. Jaime y Lorena le piden propina a su papá. El padre le ofrece a Jaime S/ 5 por cada divisor positivo de dos cifras que encuentre de 180, y de ellos S/ 5 adicionales por cada divisor que sea cuadrado perfecto, y a Lorena solo le ofrece S/ 9 por cada divisor positivo de dos cifras que encuentre de 280. Si ambos hermanos recibieron la máxima cantidad de propina posible, halle la diferencia positiva del número de soles que recibieron.
- A) 7 B) 9 C) 17 D) 15

Solución:

$$\text{Jaime: } 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \rightarrow CD(180) = 18$$

Divisores de 180: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180

$$\text{Propina} = 10(5) + 1(5) = 55$$

$$\text{Lorena: } 280 = 2^3 \times 5 \times 7 \rightarrow CD(280) = 16$$

Divisores de 280: 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 28, 35, 40, 56, 70, 140, 280

$$\text{Propina} = 8 \times 9 = 72$$

$$\text{Diferencia de lo que recibieron} = 72 - 55 = 17 \text{ soles.}$$

Rpta.: C

6. En la bodega de Manuel hay 12 toneles llenos de vino con una capacidad de 72 litros cada uno. Si se envasa todo el vino que contiene cada tonel en envases completamente llenos, con una medida entera en litros diferente de la medida de los envases que utilice en los otros 11 toneles, ¿cuántos envases llenos se obtuvieron?
- A) 195 B) 144 C) 305 D) 234



Solución:

De los datos, la medida del envase que utilizará para cada tonel será un número entero de litros que resulta ser divisor de 72, pues se desea envasar todo el vino que contiene cada tonel.

Además, como la medida del envase que utilizará tiene que ser diferente para cada tonel, la cantidad total de envases será la suma de todos los divisores de 72.

Como $72 = 2^3 \cdot 3^2$, se tiene suma de divisores⁺ $= \frac{2^4 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^3 - 1}{3 - 1} = 195$

Por tanto, se obtendrán 195 envases.

Rpta.: A

7. Mario compró una hectárea de terreno, en la cual plantará tantos árboles como la cantidad de números enteros positivos que son menores, y primos entre sí, con el número que representa su área en metros cuadrados. ¿Cuántos árboles plantará Mario?

A) 4000

B) 5200

C) 3300

D) 4820

Solución:

$$N = 10000 \text{ m}^2 \rightarrow N = 2^4 \times 5^4$$

$$\phi(N) = 2^4 \times 5^4 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = 4000$$

#(números menores que N y PESI con N) = 4000

Mario plantará 4000 árboles

Rpta.: A

8. La edad de Fabiola se representa por un numeral de dos dígitos múltiplo de 5 y la edad de su hermano menor Matías está representado por el numeral de dos cifras que resulta de invertir el orden de las cifras de la edad de Fabiola. Si el número que representa la edad de Matías tiene solo dos divisores positivos, halle la suma de ambas edades.

A) 176

B) 132

C) 154

D) 88

Solución:

$$\text{Edad de Fabiola} = \overline{ab} = 5 \cdot \dot{} \Rightarrow b = 5$$

$$\text{Edad de Matías} = \overline{ba} = \text{primo} \Rightarrow p = 53 \vee p = 59$$

$$\text{Si } p = 53 = \overline{ba} \Rightarrow \overline{ab} = 35 = \text{Edad de Fabiola (absurdo)}$$

$$\text{Si } p = 59 = \overline{ba} \Rightarrow \overline{ab} = 95 = \text{Edad de Fabiola}$$

$$\therefore \text{Suma de edades} = 95 + 59 = 154 \text{ años.}$$

Rpta.: C

9. El número de la casa de Pablo es $(n+1)(n+1)(n+1)$ y se sabe que dicho número tiene 8 divisores positivos; pero, al restarle “ $(n+1)$ ” unidades, la cantidad de sus divisores positivos se duplica. ¿Cuántos divisores positivos tiene $(n+1)(n+2)(n+3)$?

A) 4

B) 9

C) 8

D) 6

Solución:

$$(n+1)(n+1)(n+1) = 111(n+1) = 3 \times 37(n+1)$$

como tiene 8 divisores positivos y hay tres factores primos

$$\Rightarrow n+1 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3^2$$

$$(n+1)(n+1)(n+1) - (n+1) = (n+1)(n+1)0 = 2 \times 5 \times 11(n+1)$$

como tiene 16 divisores y hay 4 factores primos

$$\Rightarrow n+1 = 7 \text{ (Solo cumple para este valor)} \Rightarrow n = 6$$

$$(n+1)(n+2)(n+3) = 789 = 3 \times 263$$

$$\text{cantidad de divisores positivos} = (1+1)(1+1) = 2 \cdot 2 = 4$$

Rpta.: A

10. Si el producto de los divisores positivos de $M = 6^{2n+3}$ es 6^{90} , halle la cantidad de divisores positivos cuadrados perfectos de M .

A) 8

B) 12

C) 9

D) 6

Solución:

$$M = 6^{2n+3}$$

$$M = 2^{2n+3} \cdot 3^{2n+3}$$

$$CD_M = (2n+4)(2n+4)$$

$$= [2(n+2)]^2$$

$$= 4(n+2)^2$$

$$PD_M = \sqrt{[6^{2n+3}]^{4(n+2)^2}}$$

$$= 6^{\frac{4(2n+3)(n+2)^2}{2}}$$

$$= 6^{2(2n+3)(n+2)^2} = 6^{90}$$

$$\rightarrow 2(2n+3)(n+2)^2 = 90$$

$$(2n+3)(n+2)^2 = 45$$

$$5 \cdot 3^2 = 45$$

$$\rightarrow 2n+3 = 5$$

$$n = 1$$

$$M = 2^5 \cdot 3^5 = (2^2)^2 \cdot (3^2)^2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$CD_M \text{ cuadrados perfectos} = 3 \cdot 3 = 9$$

Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Las edades de tres hermanos coinciden con tres números primos diferentes entre sí, donde la suma de estos es 20 y la diferencia de dos de ellos es 8. ¿Cuál es la edad que tiene el mayor de los hermanos?

A) 11 B) 13 C) 17 D) 7

Solución:

Sean las edades: a ; b y c , donde $a + b + c = 20$

Entonces una de las tres edades debe ser par.

Sean $a - c = 8$; entonces ambos serán impares.

Si b es par, como es primo $b = 2$

$$a + c = 18$$

Por tanto: $a - c = 8$

$$\rightarrow a = 13 \wedge c = 5$$

El mayor tiene 13.

Rpta.: B

2. Rosa desea colocar 120, 160 y 200 lapiceros de color azul, rojo y negro respectivamente en cajas que contengan una misma cantidad, sin que sobren lapiceros y sin mezclar lapiceros de colores diferentes. Si en cada caja debe haber entre 8 y 20 lapiceros, ¿cuántos deberá contener exactamente cada caja?

A) 10 B) 15 C) 12 D) 14

Solución:

Si no sobra y no se mezcla, entonces el número de lapiceros en cada caja es un divisor común de ellos.

$D(120) : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 30, 40, 120$

$D(160) : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 32, 40, 80, 160$

$D(200) : 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200$

El único divisor común entre 8 y 20 es 10.

Por lo tanto, cada caja debe contener 10 lapiceros.

Rpta.: A

3. En una fiesta, Martha quiere distribuir los 12 litros de vino que contiene una garrafa en envases que contengan el mismo número entero de litros. ¿Cuántos envases necesita Martha de modo que cada uno tenga la menor capacidad, pero mayor que 4 litros?

A) 2 B) 4 C) 3 D) 1

Solución:

Los divisores positivos de 12 son $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$.

La menor capacidad mayor que 4 litros: es 6 litros ; $12 = 2 \times 6$

Por lo tanto: necesita 2 envases

Rpta.: A



4. Ignacio es un estudiante de la UNMSM y decide ahorrar semanalmente una cantidad en soles equivalente a un número N que tiene tres divisores positivos simples y es divisible por 15. Si la cantidad de divisores positivos del ahorro en 27 semanas duplica el número de los divisores positivos de N y la cantidad de divisores positivos del ahorro en 625 semanas triplica la cantidad de divisores positivos de N , ¿cuántos soles ahorra Ignacio en dos semanas?

A) 150 B) 90 C) 30 D) 60

Solución:

N : ahorro semanal de Ignacio

$$N = 3^\alpha \times 5^\beta$$

$$CD_N = (\alpha + 1)(\beta + 1)$$

$$27N = 2^{\alpha+3} \times 5^\beta \rightarrow$$

$$CD_{27N} = (\alpha + 4)(\beta + 1) = 2(\alpha + 1)(\beta + 1) \rightarrow \alpha = 2$$

$$625N = 3^\alpha \times 5^{\beta+4}$$

$$CD_{625N} = (\alpha + 1)(\beta + 5) = 3(\alpha + 1)(\beta + 1) \rightarrow \beta = 1$$

$$N = 3^2 \times 5 \rightarrow N = 45 \rightarrow 2N = 90$$

Rpta.: B

5. Julio es un trabajador que percibe S/ 930 mensuales. Si él planifica gastar semanalmente una cantidad igual al promedio de todos los gastos, enteros en soles, que dividen exactamente su ingreso mensual. ¿Cuántos soles planifica gastar semanalmente?

A) 384 B) 72 C) 288 D) 144

Solución:

$$930 = 2 \times 3 \times 5 \times 31$$

$$CD_{930} = 16$$

$$\sum \text{divisores positivos de } 930 = \frac{2^3 - 1}{2 - 1} \times \frac{3^2 - 1}{3 - 1} \times \frac{5^2 - 1}{5 - 1} \times \frac{31^2 - 1}{31 - 1} = 2304$$

$$\text{Promedio} = \frac{2304}{16} = 144$$

Rpta.: D



6. Treinta soldados pueden marchar en filas de 1 en 1; de 2 en 2; de 3 en 3; de 5 en 5; de 6 en 6; de 10 en 10; de 15 en 15 y en una fila de 30, es decir, de 8 formas diferentes sin que exista fila alguna con diferente número de soldados. ¿Cuál es el menor número de soldados que debe tener una compañía para poder marchar de 64 formas diferentes?

A) 5890

B) 6950

C) 8470

D) 7560

Solución:

N: menor número de soldados

$$N = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \rightarrow \#(\text{divisores}^+ \text{ de } N) = 4 \times 4 \times 2 \times 2 = 64$$

luego $N = 7560$

Rpta.: D

7. María Elisa, la bibliotecaria, cuenta con 10 mesas para colocar 48 libros de Matemática y 36 libros de Lenguaje. Ella quiere colocarlos de tal manera que, utilizando el mayor número posible de mesas, se tenga en cada una de las mesas la misma cantidad de libros de Matemática y la misma cantidad de libros de Lenguaje. Halle la diferencia entre las cantidades de libros de Matemática y de Lenguaje que hay en cada mesa.

A) 1

B) 5

C) 3

D) 2

Solución:

La cantidad de libros en cada mesa deben ser iguales tanto para Matemática como para Lenguaje; por lo tanto estas cantidades deben ser divisores de 48 y 36.

El mayor número de mesas será 6 (mayor divisor común de 48 y 36; menor que 10).

Por mesa: # Libros Matemática $48/6=8$ y # Libros Lenguaje $36/6=6$.

Por lo tanto: diferencia positiva $= 8 - 6 = 2$

Rpta.: D

8. Juan y Pepe comprueban que desde el número 98 hasta el número \overline{abc} hay 330 números que son PESI con 98. Si además observan que el número \overline{abc} es múltiplo de 14, halle la suma de las cifras del número \overline{abc} .

A) 25

B) 24

C) 22

D) 17

Solución:

Para que un número sea PESI con $98=7^2 \times 2$ basta que sea PESI CON 14

Por Teorema de Euler: $\phi(14) = \phi(2 \times 7) = 6$

Entre dos múltiplos consecutivos de 14, hay 6 números PESI con 14.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 98 & - & 112 & - & 126 & - & 140 & - & 154 & - & \dots & \overline{abc} \\
 \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & \downarrow \\
 14(7) & & 14(8) & & 14(9) & & 14(10) & & 14(11) & \dots & 14(k-1) & \dots & 14(k)
 \end{array}$$



$$\underbrace{\phi(14) + \phi(14) + \phi(14) + \dots + \phi(14)}_{(k-7) \text{ veces}}$$

Por teorema de Euler

$$(k-7)\phi(14)=330$$

$$(k-7)6=330$$

$$k=62$$

$$\overline{abc}=14k=14(62)=868$$

$$\rightarrow a+b+c=22$$

Rpta.: C

9. La ganancia de una empresa en el año 2018 fue de N soles, donde N tiene 108 divisores positivos compuestos y cuya descomposición canónica es de la forma $(a-1)^a \cdot a^{b+1} \cdot b^a$. Si la cantidad de empleados de esa empresa es un número equivalente a la cantidad de divisores positivos impares de N sumado con la cantidad de divisores positivos múltiplos de 60 de N, calcule la suma de los divisores cuadrados perfectos del número de empleados de dicha empresa.

A) 54

B) 48

C) 85

D) 56

Solución:

$$N = (a-1)^a \cdot a^{b+1} \cdot b^a$$

cantidad de divisores compuestos = 108

cantidad de divisores simples = $3 + 1 = 4$

cantidad de divisores = $112 = (a+1)(b+2)(a+1) = (a+1)^2(b+2)$

$$(a+1)^2(b+2) = 16 \times 7 = 4^2 \times 7 \Rightarrow a+1=4 \wedge b+2=7 \Rightarrow a=3 \wedge b=5$$

Luego

$$N = (a-1)^a \cdot a^{(b+1)} \cdot b^a = 2^3 \times 3^6 \times 5^3$$

$$N = 2^3 (3^6 \times 5^3) \Rightarrow CD(N)_{\text{impares}} = (6+1)(3+1) = 7 \times 4 = 28$$

$$N = 60(2 \times 3^5 \times 5^2) \Rightarrow CD(N)_{60} = (1+1)(5+1)(2+1) = 2 \times 6 \times 3 = 36$$

cantidad de empleados = $28 + 36 = 64$

divisores de $64 = 2^6$ son : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64

suma de los divisores cuadrados perfectos = $1 + 4 + 16 + 64 = 85$

Rpta.: C



10. El precio fijado, en soles, de una casaca es un número N de 3 cifras iguales y 8 divisores positivos. Si Lucas compró la casaca con un descuento, en soles, equivalente al dígito de las centenas del precio fijado, con lo cual la cantidad de los divisores positivos del precio de venta resultó el doble de la cantidad de divisores positivos de N , ¿cuántos soles pagó Lucas por la casaca?

A) 220

B) 550

C) 330

D) 770

Solución:

N : precio fijado de la casaca

$$N = \overline{aaa} = 3 \times 37a \text{ pero } \#(\text{divisores}^+ \text{ de } N) = 8$$

luego a es primo

P : Precio de venta

$$P = \overline{aaa} - a \rightarrow P = \overline{aa0} \rightarrow P = 2 \times 5 \times 11a \rightarrow \#(\text{divisores}^+ \text{ de } P) = 16$$

a es primo, $a \neq 2; 3; 5 \rightarrow a = 7$

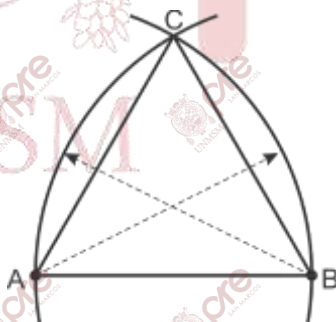
Precio de venta = 770

Rpta.: D

Geometría

EJERCICIOS

1. En la figura, se trazan dos arcos con un compás tomando como radio la longitud del segmento \overline{AB} y como centros los puntos A y B . Halle la $m\widehat{ACB}$.

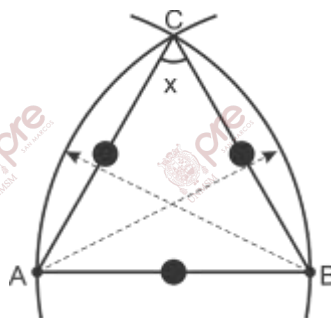
A) 60° B) 20° C) 40° D) 50° **Solución:**

1.- $AC = AB$ y $BC = AB$

$AB = BC = AC$

2.- $\triangle ABC$ es equilátero.

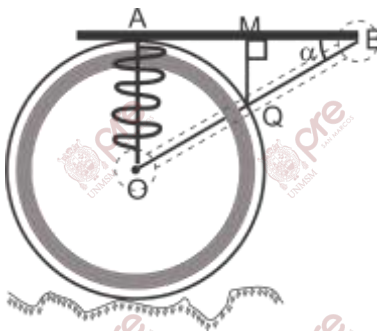
$\therefore x = 60^\circ$



Rpta.: A

2. En la figura, se muestra la vista lateral de una llanta de centro O y es equilibrado por el amortiguador \overline{AO} que fija el chasis \overline{AB} tangente en el punto A . Si $AM = MB$, halle α

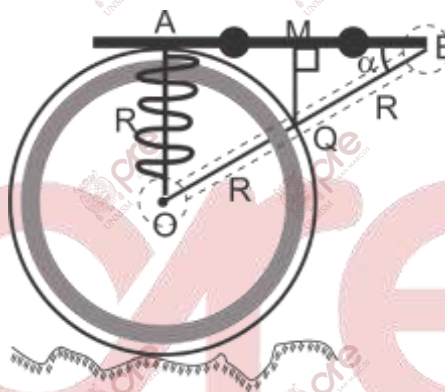
- A) 37°
B) 30°
C) 20°
D) 45°



Solución:

- 1.- $OQ = OA = R$
- 2.- $OQ = BQ$ (Base media)
- 3.- $\triangle OAB$ es notable (30° y 60°)

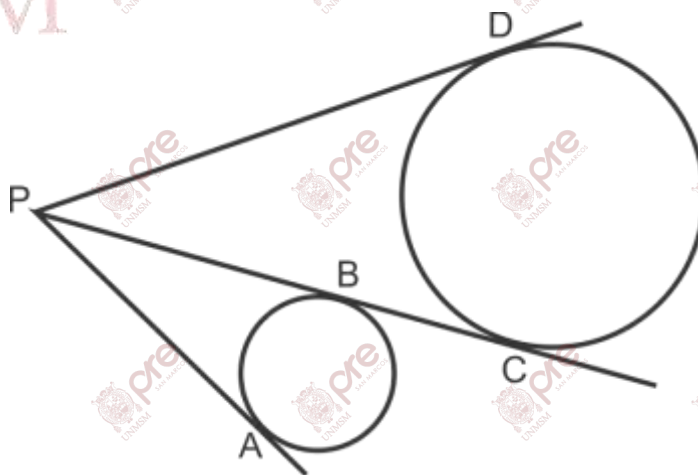
$$\therefore \alpha = 30^\circ$$



Rpta.: B

3. En la figura, se muestra la vista horizontal de unas líneas de tuberías y tanques cilíndricos. Las líneas hacen contacto en los puntos A , B , C y D . Si $PD = 25$ m y $AP = 16$ m, halle la longitud de la tubería BC .

- A) 10 m
B) 9 m
C) 12 m
D) 8 m



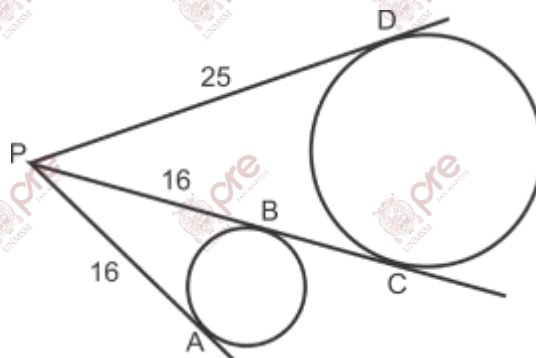
Solución:

1.- $BP = AP$ (Propiedad)

2.- $DP = CP$

$25 = 16 + BC$

$\therefore BC = 9$



Rpta.: B

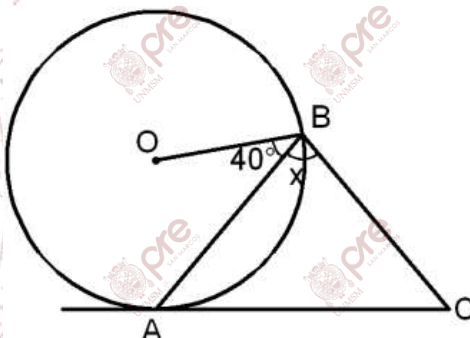
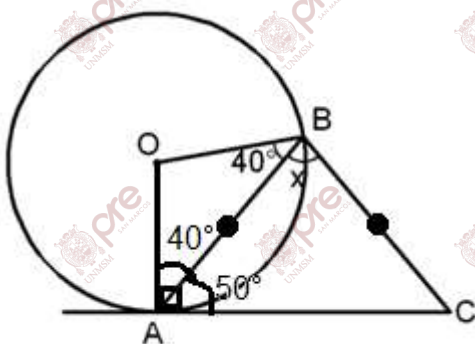
4. En la figura, O es centro y A punto de tangencia. Si $AB=BC$, halle x.

A) 70°

B) 50°

C) 80°

D) 40°

**Solución:**

- 1.- Trazar
- \overline{OA}
- (punto de tangencia)

$m \angle OAB = 40^\circ$ ($\triangle AOB$ isósceles)

2.- $x + 100^\circ = 180^\circ$

$x = 80^\circ$

Rpta.: C

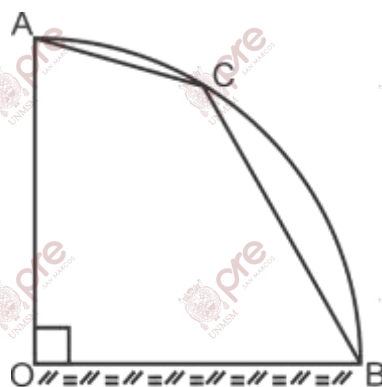
5. En la figura, se muestra la vista frontal de la entrada de una carpa en forma de cuadrante, sostenido por dos barras sujetadas en el punto C. Si $5\widehat{CBO} = 4\widehat{OAC}$ y $OA = 4\text{m}$, halle a que altura del piso se debe colocar el punto de sujeción C.

A) $2\sqrt{3}\text{ m}$

B) $3\sqrt{2}\text{ m}$

C) 2 m

D) $2\sqrt{2}\text{ m}$

**Solución:**

1. En $OACB$: $90^\circ + 135^\circ + 9x = 360^\circ$

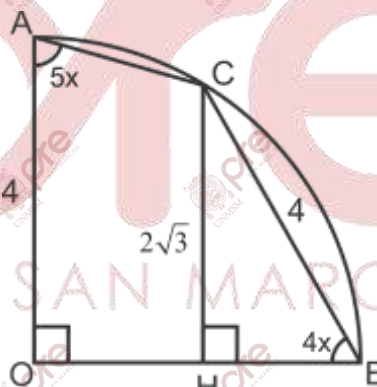
$x = 15^\circ$

2. $\triangle OCB$ es equilátero

$CB = OA = 4$

3. $\triangle CHB$ es notable

$CH = 2\sqrt{3}$



Rpta.: A

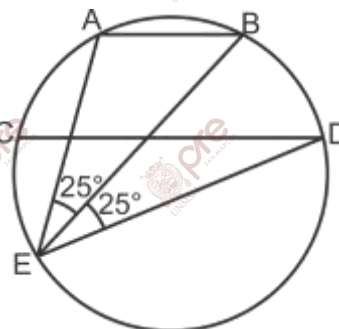
6. En la figura, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Halle $m\widehat{CED}$.

A) 200°

B) 205°

C) 210°

D) 215°



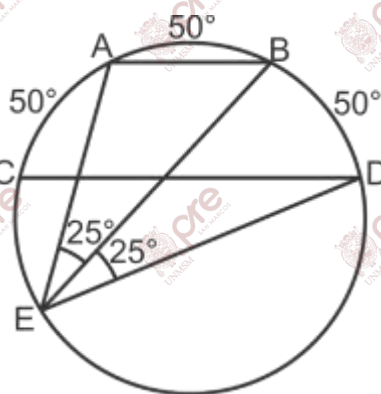
Solución:

1.- $m\widehat{AC} = m\widehat{BD} = 50^\circ$

2.- $m\widehat{AB} = 50^\circ$

3.- $m\widehat{CED} = 360^\circ - 150^\circ$

$\therefore m\widehat{CED} = 210^\circ$



Rpta.: C

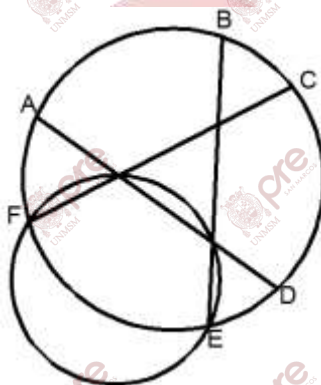
7. En la figura, se muestran dos aros soldados con tres barras de acero \overline{AD} , \overline{FC} y \overline{BE} . Si $m\widehat{AB} = 80^\circ$ y $m\widehat{BD} = 120^\circ$, halle $m\widehat{BC}$.

A) 18°

B) 30°

C) 20°

D) 40°

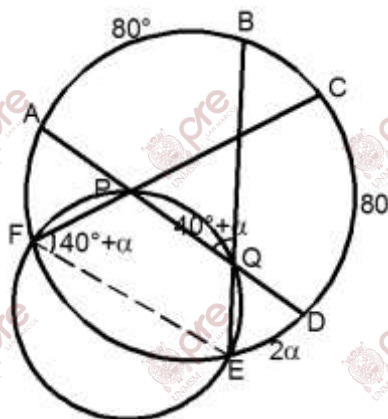
**Solución:**1) Trazar \overline{FE}

2) Por ángulo exinscrito

$m\widehat{CFE} = 40 + \alpha$

3) $m\widehat{CDE} = 80 + 2\alpha$

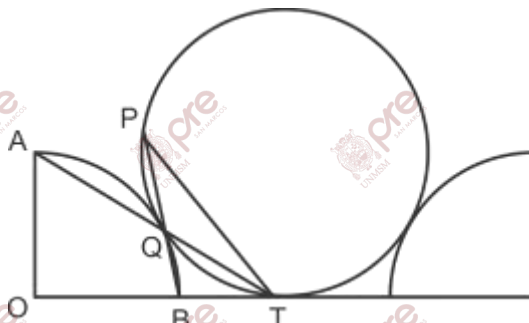
$\therefore m\widehat{BC} = 40^\circ$



Rpta.: D



8. En la figura, se muestra parte de la estructura de una ventana, donde AOB es un cuadrante y se quiere unirlo con el aro circular haciendo contacto en Q, además es reforzado con las varillas \overline{PT} , \overline{AT} y \overline{OT} . Si T es punto de contacto, halle la $m\widehat{PTO}$.

A) 45° B) 75° C) 40° D) 72° **Solución:**

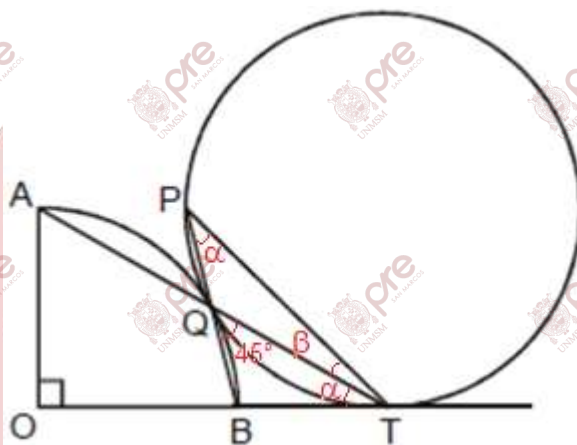
1.- $m\widehat{PTB} = \alpha + \beta$

2.- $m\widehat{QPT} = m\widehat{QTB} = \alpha$

3.- $m\widehat{BQT} = 45^\circ$ (Propiedad)

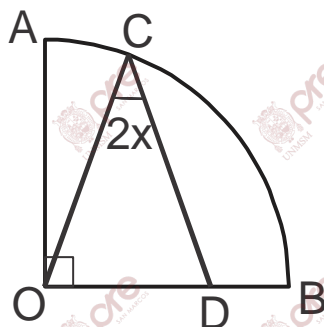
4.- $\alpha + \beta = 45^\circ$ ($\triangle PQT$)

$\therefore m\widehat{PTB} = 45^\circ$



Rpta.: A

9. En la figura, AOB es un cuadrante. Si $AO = CD$ y $m\widehat{BC} = 8x$, halle x.

A) 15° B) 12° C) 8° D) 10° 

Solución:

1) $m\widehat{COB} = 8x$

2) $\triangle OCD$ es isósceles

$m\widehat{ODC} = 8x$

3) $18x = 180^\circ$

$\therefore x = 10^\circ$

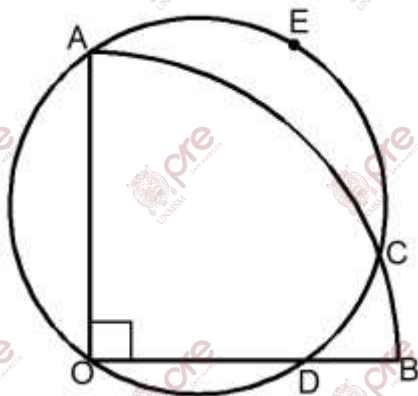
Rpta: D10. En la figura, AOB es un cuadrante. Si $m\widehat{OD} = 70^\circ$, halle $m\widehat{AEC}$.

A) 100°

B) 140°

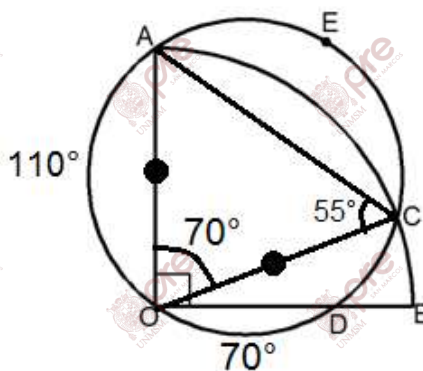
C) 135°

D) 150°

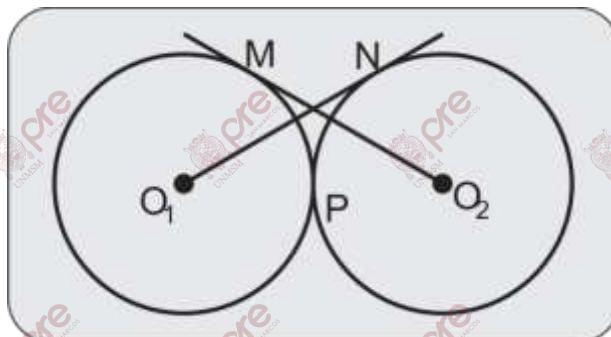
**Solución:**1.- Trazar \overline{OC} y \overline{AC} 2.- $\triangle AOC$ es isósceles

3.- $m\widehat{ACO} = 55^\circ$

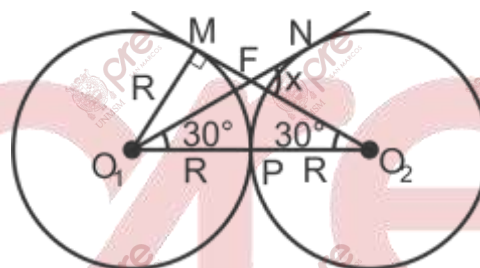
4.- $\therefore m\widehat{AEC} = 140^\circ$

**Rpta.: B**

11. En la figura, se muestra el logo de una nueva marca de autos O_1 y O_2 son centros de las circunferencias congruentes y M, N y P son puntos de tangencia. Halle $\widehat{NFO_2}$.

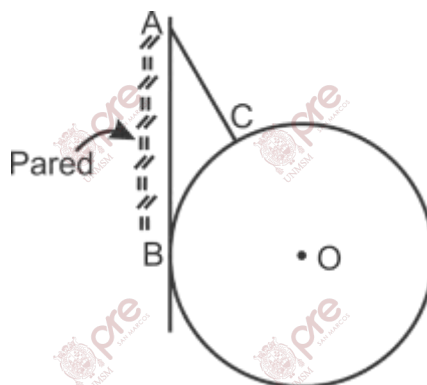
A) 60° B) 34° C) 24° D) 25° **Solución:**1.- Trazar $\overline{O_1M}$ 2.- $\triangle O_1MO_2$ es notable (30° y 60°)

$$\therefore x = 60^\circ$$



Rpta.: A

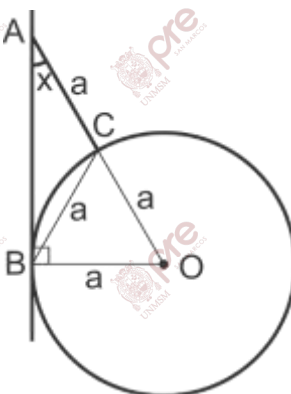
12. En la figura, \overline{AC} es una cuerda que sostiene una polea de centro O y B es punto de contacto. Si el sistema está en equilibrio (A, C y O son colineales) y se requiere que $AC = BC$, halle la medida del ángulo formado por la cuerda y la pared.

A) 25° B) 37° C) 45° D) 30° 

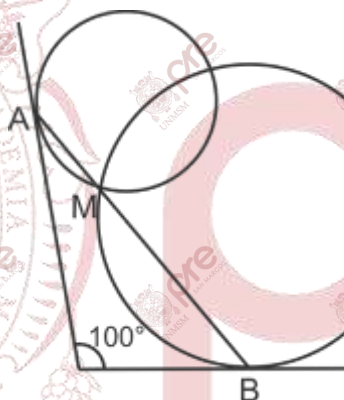
Solución:1.- Prolongar \overline{AC} hasta O2.- Trazar \overline{OB} 3.- Si $BC = AC$

$$\rightarrow AC = OC$$

$$\therefore x = 30^\circ$$



Rpta.: D

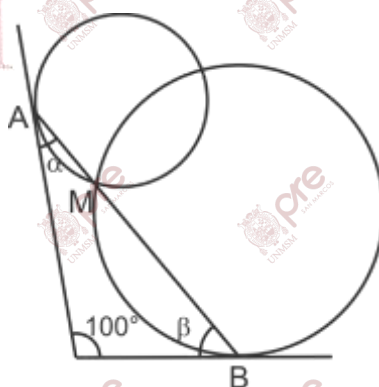
13. En la figura, A y B son puntos de tangencia. Halle $m\widehat{AM} + m\widehat{MB}$.A) 150° B) 145° C) 160° D) 155° **Solución:**

1.- $\alpha + \beta = 80^\circ$

2.- $m\widehat{AM} = 2\alpha$

$m\widehat{BM} = 2\beta$

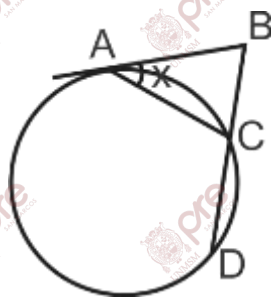
3.- $2\alpha + 2\beta = 160^\circ$



Rpta.: C

14. En la figura, A es punto de tangencia. Si $AB = AC = CD$, halle x .

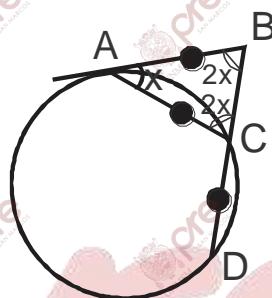
- A) 30°
 B) 40°
 C) 36°
 D) 18°



Solución:

- 1) $m \widehat{AC} = 2x$ (ángulo semi-inscrito)
- 2) $m \widehat{CD} = 2x$ (cuerdas iguales)
- 3) $m \widehat{ACB} = 2x$ (ángulo exinscrito)
- 4) $5x = 180^\circ$

$$\therefore x = 36^\circ$$

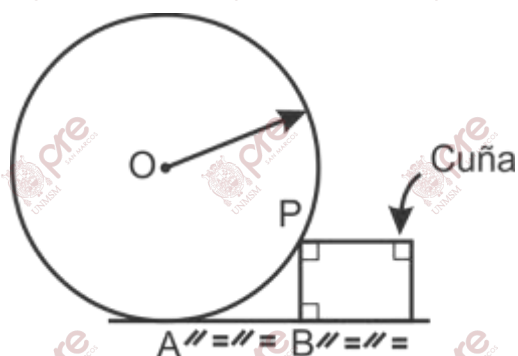


Rpta.: C

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se muestra la vista lateral de una cuña que frena a una rueda en el punto P. Si el radio de la rueda de centro O mide 25 cm y la longitud del punto de contacto A a la cuña en el punto B es 20 cm, halle la altura de la cuña.

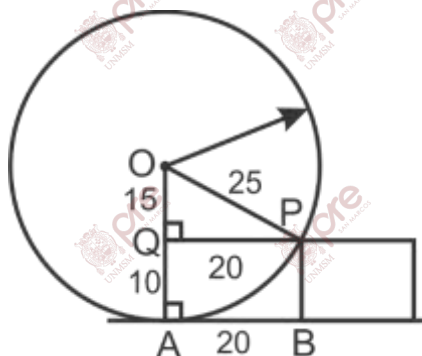
- A) 10 cm
 B) 12 cm
 C) 8 cm
 D) 11 cm



Solución:1.- Trazar \overline{OA} y \overline{OP} 2.- $\overline{PQ} \perp \overline{OA}$ 3.- $\triangle OQP$ es notable (37° y 53°)

$$OQ = 15$$

$$\therefore AQ = 10$$

**Rpta.: A**

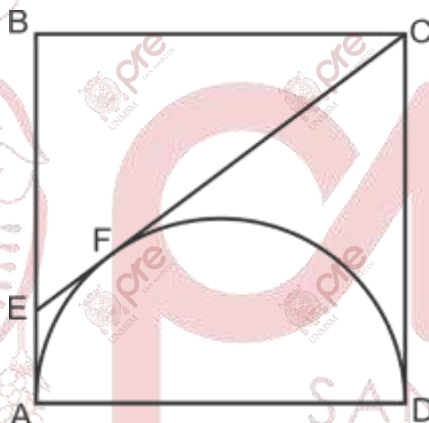
2. En la figura, ABCD es un cuadrado y \overline{AD} es diámetro, F es punto de tangencia. Si $AB = 8\text{ m}$, halle la longitud del radio de la circunferencia inscrita en el triángulo EBC.

A) 3 m

B) 2 m

C) 2,5 m

D) 3,5 m

**Solución:**

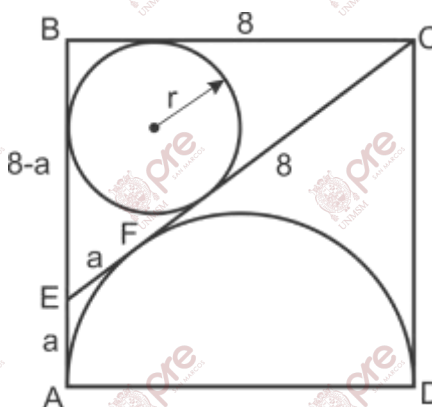
$$1.- 8^2 + (8-a)^2 = (8+a)^2$$

$$a = 2$$

2.- Teorema de Poncelet

$$6 + 8 = 10 + 2r$$

$$r = 2$$

**Rpta.: B**

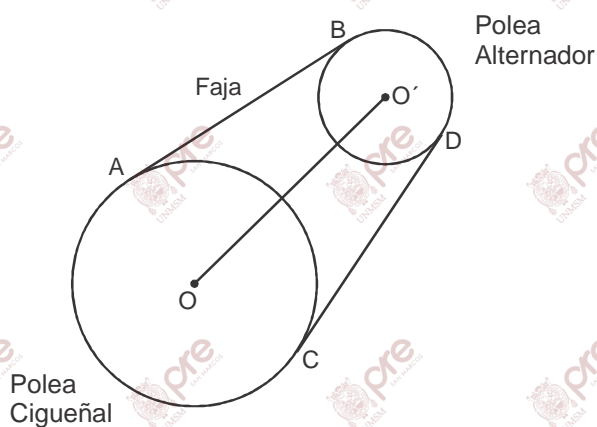
3. La figura muestra la faja de distribución de un motor, A y B son puntos de tangencia. Si $OO' = 25\text{cm}$ y los radios de las poleas miden 9cm y 2cm , halle AB para seleccionar la faja correcta.

A) 26cm

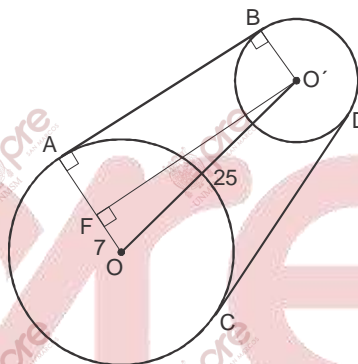
B) 27cm

C) 24cm

D) 30cm

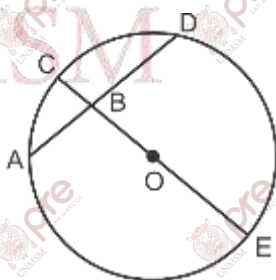
**Solución:**

- 1) Trazar \overline{OA} y $\overline{O'B}$
- 2) y $\overline{O'B}$
- 3) Trazar de O' perpendicular a \overline{OA}
- 4) $\triangle OFO'$: $FO' = 24$
 $\therefore AB = 24\text{cm}$

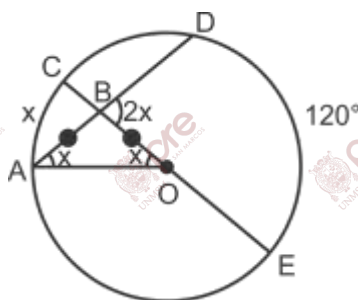


Rpta.: C

4. En la figura, O es centro y $AB = BO$. Si $m \widehat{DE} = 120^\circ$, halle $m \widehat{AC}$.

A) 40° B) 36° C) 50° D) 45° **Solución:**

- 1) Trazar \overline{AO}
- 2) $\triangle ABO$ es isósceles
- 3) $m \widehat{BAO} = m \widehat{AOB} = x$
- 4) $x + 120^\circ = 2(2x)$
 $\therefore x = 40^\circ$

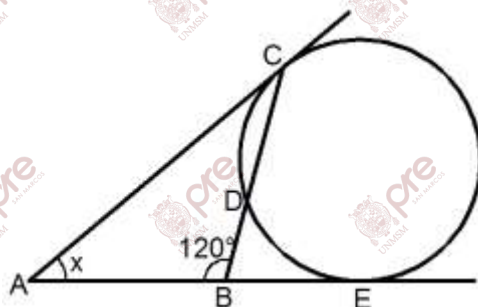


Rpta: A



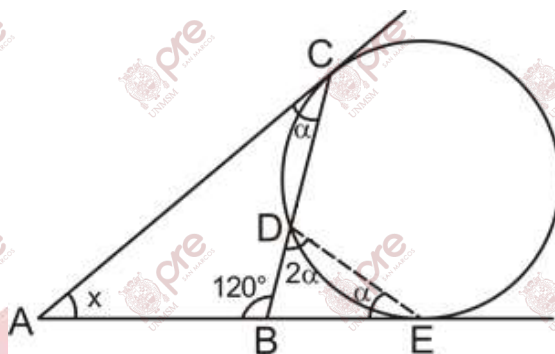
5. En la figura, C y E son puntos de tangencia. Si $m\widehat{CD} = m\widehat{DE}$, halle x .

- A) 10°
B) 20°
C) 30°
D) 40°



Solución:

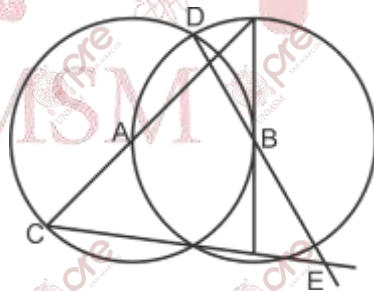
- 1) Trazar \overline{DE}
- 2) $m\widehat{BDE} = 2\alpha$ (\angle exinscrito)
- $3\alpha = 120^\circ$
- $\alpha = 40^\circ$
- 3) $x + \alpha = 60^\circ$
- $\therefore x = 20^\circ$



Rpta.: B

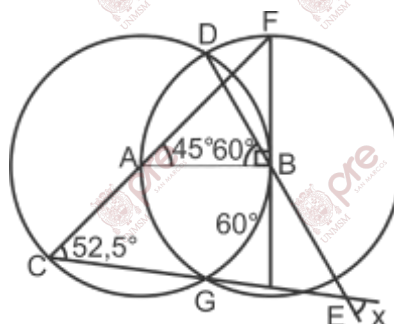
6. En la figura, se muestra una vista de planta de una red de tuberías que se conectan con dos pozos circulares de centros A y B. Si B es punto de tangencia, halle el ángulo entre las tuberías \overline{DE} y \overline{CE} .

- A) 60°
B) $37,5^\circ$
C) 45°
D) $52,5^\circ$



Solución:

- 1.- Trazar \overline{AB}
- 2.- $\triangle ABF$ es notable (45°)
- 3.- $m\widehat{BG} = 60^\circ$ (propiedad)
- 4.- $45^\circ + 60^\circ = 52,5 + x$ (Prop.)
- $X = 52,5$



Rpta.: D



Álgebra

EJERCICIOS

1. La suma de los cuadrados de tres números reales positivos es 494 y uno de esos números es igual a la suma de los otros dos. Si la diferencia entre los dos menores números es 4, ¿cuál es la diferencia de los cubos de estos números?

A) 984

B) 944

C) 988

D) 980

Solución:

Sean a , b y c números reales positivos, de modo que $a < b < c$ y $c = a + b$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 494 \rightarrow a^2 + b^2 + (a+b)^2 = 494$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + a^2 + 2ab + b^2 = 494$$

$$\rightarrow 2(a^2 + ab + b^2) = 494$$

$$\rightarrow a^2 + ab + b^2 = 247$$

Luego,

$$b^3 - a^3 = (b-a)(a^2 + ab + b^2) = (4)(247) = 988.$$

∴ La diferencia de los cubos de los dos menores números es 988.

Rpta.: C

2. Marco desea calcular el área determinada por un cuadrado cuya medida de su lado, en cm, está dada por $(3a + 2b)^2$; sin embargo, al momento de realizar los cálculos, consideró que la medida del lado de dicho cuadrado era igual a $(3a - 2b)^2$ cm, $\{a, b\} \subset \mathbb{R}^+$. Indique la expresión, en cm^2 , que representa el error cometido por Marco al calcular el área determinada por el cuadrado.

A) $4a(27b^2 + 4a^2)$ B) $4(16b^2 + 27a^2)$ C) $4b(27a^2 + 4b^2)$ D) $4ab(b^2 + a^2)$

Solución:

$$\text{Error cometido} = E(a, b) = \left[(3a + 2b)^2 \right]^2 - \left[(3a - 2b)^2 \right]^2$$

$$\rightarrow \text{Error cometido} = (3a + 2b)^3 - (3a - 2b)^3$$

$$\rightarrow \text{Error cometido} = (3a + 2b)^3 - (3a - 2b)^3$$

$$\rightarrow \text{Error cometido} = \cancel{27a^3} + 54a^2b + \cancel{36ab^2} + 8b^3 - (\cancel{27a^3} - 54a^2b + \cancel{36ab^2} - 8b^3)$$

$$\rightarrow \text{Error cometido} = 108a^2b + 16b^3 = 4b(27a^2 + 4b^2)$$



∴ La expresión, en cm^2 , que representa dicho error es $4b(27a^2 + 4b^2)$.

Rpta.: C

3. Si $m = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1$ y $n = \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1$, calcule el valor de $K = \left(1 + \frac{2}{m}\right)^3 - \left(1 - \frac{3}{n}\right)^3$.

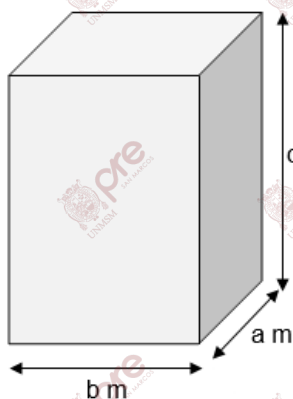
A) 5

B) 1

C) 4

D) 6

Solución:



$$m = \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1 \quad \dots(1)$$

$$n = \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1 \quad \dots(2)$$

i) Multiplicando en

(1) por $(\sqrt[3]{3} - 1)$, se tiene

$$m(\sqrt[3]{3} - 1) = (\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1) \rightarrow \frac{2}{m} + 1 = \sqrt[3]{3}$$

ii) Multiplicando en (2) por $(\sqrt[3]{2} + 1)$, se tiene

$$n(\sqrt[3]{2} + 1) = (\sqrt[3]{2} + 1)(\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1) \rightarrow \frac{3}{n} - 1 = \sqrt[3]{2}$$

$$\rightarrow K = \left(1 + \frac{2}{m}\right)^3 - \left(1 - \frac{3}{n}\right)^3 = (\sqrt[3]{3})^3 - (\sqrt[3]{2})^3 = 3 + 2 = 5$$

∴ El valor de K es 5.

Rpta.: A

4. En la figura, se muestra una caja en forma de paralelepípedo rectangular. Si la medida de su diagonal, en metros, está representada por

$$d = \sqrt{2a^2 - 22c + 2b^2 - 10a + 2c^2 - 18b + 227},$$

calcule el valor de $K = \frac{S_T}{p}$, donde $\begin{cases} S_T : \text{Valor numérico del área total de la caja.} \\ p : \text{Valor numérico del perímetro de la base de la caja.} \end{cases}$

A) $\frac{199}{21}$

B) $\frac{199}{7}$

C) $\frac{189}{8}$

D) $\frac{199}{14}$



Solución:

Se sabe que la longitud de la diagonal del paralelepípedo está dada por

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Pero

$$d = \sqrt{2a^2 - 22c + 2b^2 - 10a + 2c^2 - 18b + 227}$$

$$\rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{2a^2 - 22c + 2b^2 - 10a + 2c^2 - 18b + 227}$$

Ordenando y agrupando convenientemente

$$\rightarrow (a^2 - 10a + 25) + (b^2 - 18b + 81) + (c^2 - 22c + 121) = 0$$

$$\rightarrow (a - 5)^2 + (b - 9)^2 + (c - 11)^2 = 0$$

$$\rightarrow a = 5 \wedge b = 9 \wedge c = 11$$

Luego,

$$\text{Área de la caja} = 2(ab + bc + ac) = 2(5 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 5 \cdot 11) = 398 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 2(a + b) = 2(5 + 9) = 28 \text{ m}$$

$$K = \frac{S_T}{p} = \frac{398}{28} = \frac{199}{14}$$

$$\therefore \text{El valor de K es } \frac{199}{14}$$

Rpta.: D

5. La empresa DLima fabrica cierto artículo exclusivo. El gerente de ventas de dicha empresa estima que el costo total, en dólares, de producir a artículos al mes está modelado por $C(a) = 245a$. Si el ingreso mensual, en dólares, por vender todos los artículos producidos mensualmente está dado por $I(a) = 75a^2 + 120a + a^4 - 15a^3$, ¿cuántos artículos se deben producir y vender para que DLima no gane ni pierda?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 5

Solución:

Se sabe que

$$\text{Utilidad} = \text{Ingreso} - \text{Costo total}$$

$$\rightarrow U(a) = a^4 - 15a^3 + 75a^2 + 120a - 245a$$

$$\rightarrow U(a) = a^4 - 15a^3 + 75a^2 - 125a, \quad a \in \mathbb{Z}^+$$

Si $U(a) = 0$, entonces la fábrica no gana ni pierde



$$\rightarrow 0 = a(a^3 - 15a^2 + 75a - 125) \rightarrow (a-5)^3 = 0$$

$$\rightarrow a = 5$$

\therefore Para que la empresa no gane ni pierda debe producir y vender 5 artículos.

Rpta.: D

6. Sean a , b y c números reales, de modo que $a + b + c = 1$ y $ab + bc + ac = \frac{1}{3}$. Halle el

valor de $T = \frac{6a + 6b + 6c - 27abc(9a^2 + 9b^2 + 9c^2)}{\left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{3b} + \frac{1}{3c}\right)^3}$.

A) $\frac{1}{3}$

B) 1

C) $\frac{1}{9}$

D) $\frac{1}{27}$

Solución:

Sean $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}^+$

$$a + b + c = 1 \rightarrow (a + b + c)^2 = 1$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = 1$$

Pero

$$3(ab + bc + ac) = 1 \rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = 3(ab + bc + ac)$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac \rightarrow a = b = c$$

$$\rightarrow T = \frac{6a + 6b + 6c - 27abc(9a^2 + 9b^2 + 9c^2)}{\left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{3b} + \frac{1}{3c}\right)^3} = \frac{1}{9}$$

\therefore El valor de T es $\frac{1}{9}$.

Rpta.: C

7. Kittzay, con una cuerda, delimita una región rectangular, cuyas medidas, en centímetros, están dadas por a y b ($a < b$). Luego, con un pedazo de alambre ella construye un paralelepípedo rectangular de 5 cm de altura, cuyas longitudes de sus aristas básicas miden dos y tres centímetros menos, respectivamente, de las dimensiones a y b de la región rectangular. Si el volumen de dicho paralelepípedo es 25 cm^3 y el perímetro de la región rectangular es 20 cm, ¿cuál es el valor numérico de $(a-2)^2 + (b-3)^2$?

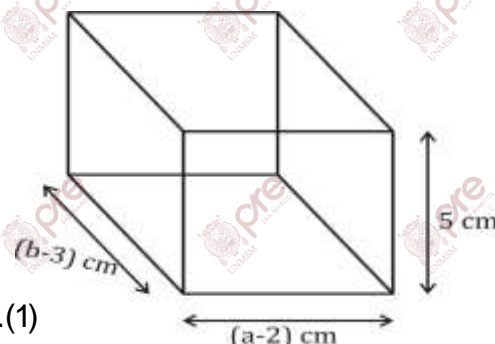
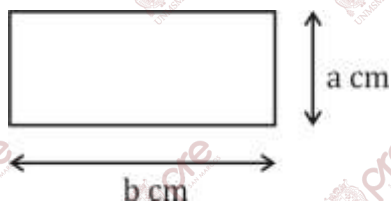
A) 20

B) 15

C) 25

D) 35



Solución:

$$\text{Perímetro}_{\square} = 2a + 2b = 20 \rightarrow a + b = 10 \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} \text{Volumen}_{\text{Paralelepípedo}} &= (a-2)(b-3)(5) = 25 \\ &\rightarrow (a-2)(b-3) = 5 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

De (1):

$$\begin{aligned} (a-2) + (b-3) + (-5) &= 0 \\ \rightarrow (a-2)^2 + (b-3)^2 + (-5)^2 &= -2[(a-2)(b-3) + (a-2)(-5) + (b-3)(-5)] \\ \rightarrow (a-2)^2 + (b-3)^2 + (-5)^2 &= -2[(5) + (-5)(a-2+b-3)] \\ \rightarrow (a-2)^2 + (b-3)^2 + (-5)^2 &= -2[(5) + (-5)(5)] \\ \rightarrow (a-2)^2 + (b-3)^2 &= 15. \\ \therefore \text{El valor numérico de } (a-2)^2 + (b-3)^2 &\text{ es } 15. \end{aligned}$$

Rpta.: B

8. Si $x - y = z$, calcule el valor de $T = \frac{75(x^2 + y^2 + z^2)(y+z)y(x-y)}{(x^2 - yz)(x^3 - y^3 - z^3)}$, $xyz \neq 0$.

A) 20

B) 50

C) 25

D) 40

Solución:

$$\text{De } x - y = z \rightarrow x + (-y) + (-z) = 0 \rightarrow x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz$$

$$\text{También } x^2 + y^2 + z^2 = -2(-xy - xz + yz)$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = -2[-x(y+z) + yz], \text{ Pero } x = y + z$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = -2[-x(x) + yz] = -2(-x^2 + yz)$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 2(x^2 - yz)$$

Luego,



$$T = \frac{75.2 \cancel{(x^2 - yz)} (y+z)y(x-y)}{\cancel{(x^2 - yz)} (x^3 - y^3 - z^3)} = \frac{50xyz}{xyz} = 50$$

∴ El valor de T es 50.

Rpta.: B

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si $\frac{[(a+1)^2 - (a-1)^2][(a+1)^4 - (a-1)^4]}{a(a+2)(a-2)(a^2+1)} = 8$, calcule el valor de $W = a^4 + 256a^{-4} - 32$.

- A) 2^5 B) 2^7 C) 2^8 D) 2^9

Solución:

$$\text{Como } (a+1)^4 - (a-1)^4 = 8a(a^2+1) \rightarrow \frac{[(a+1)^2 - (a-1)^2][(a+1)^4 - (a-1)^4]}{(a+2)(a-2)8a(a^2+1)} = 1$$

$$\rightarrow \frac{(a+1)^2 - (a-1)^2}{(a+2)(a-2)} = 1 \rightarrow \frac{4a}{a^2 - 4} = 1 \rightarrow a^2 - 4 = 4a \rightarrow a \in \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(\div a) \rightarrow a - \frac{4}{a} = 4$$

$$\text{Al cuadrado } \rightarrow \left(a - \frac{4}{a}\right)^2 = (4)^2 \rightarrow a^2 - 2\left(\frac{4}{a}\right)a + \frac{16}{a^2} = 16 \rightarrow a^2 + \frac{16}{a^2} = 24$$

$$\text{Al cuadrado } \rightarrow \left(a^2 + \frac{16}{a^2}\right)^2 = (24)^2 \rightarrow a^4 + \frac{16}{a^4} = 544$$

∴ El valor de W es 2^9 .

Rpta.: D

2. Si $a + \sqrt[3]{3} = 1 + \frac{3}{\sqrt[3]{3}}$, entonces el valor de $L = a^3 - 3a^2 + 12a - 16$ es

- A) $\sqrt[3]{3}$ B) 1. C) 2. D) 0.

Solución:

$$\text{De } a + \sqrt[3]{3} = 1 + \frac{3}{\sqrt[3]{3}} \rightarrow a - 1 = \frac{3}{\sqrt[3]{3}} - \sqrt[3]{3}$$

Elevando al cubo, se tiene

$$\begin{aligned} \rightarrow (a-1)^3 &= \left(\frac{3}{\sqrt[3]{3}} - \sqrt[3]{3}\right)^3 \\ \rightarrow a^3 - 3a^2 + 3a - 1 &= 9 - 3 - 3(3)(a-1) \\ \rightarrow a^3 - 3a^2 + 12a - 16 &= 0 \end{aligned}$$

\therefore El valor de L es 0.

Rpta.: D

3. Para todo número entero positivo w se define la expresión

$$p(w) = \frac{4w + \sqrt{4w^2 - 1}}{\sqrt{2w+1} + \sqrt{2w-1}}.$$

Calcule el valor de $K = p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(12)$.

A) 124

B) 68

C) 62

D) 72

Solución:

$$p(w) = \frac{4w + \sqrt{4w^2 - 1}}{\sqrt{2w+1} + \sqrt{2w-1}}$$

Racionalizando el denominador

$$\begin{aligned} p(w) &= \left(\frac{4w + \sqrt{4w^2 - 1}}{\sqrt{2w+1} + \sqrt{2w-1}} \right) \left(\frac{\sqrt{2w+1} - \sqrt{2w-1}}{\sqrt{2w+1} - \sqrt{2w-1}} \right) \\ p(w) &= \frac{\left[(\sqrt{2w+1})^2 + (\sqrt{2w-1})^2 + \sqrt{(2w+1)(2w-1)} \right] (\sqrt{2w+1} - \sqrt{2w-1})}{(2w+1) - (2w-1)} \end{aligned}$$

Sean $a = \sqrt{2w+1}$, $b = \sqrt{2w-1}$

$$\rightarrow p(w) = \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{a^2 - b^2} = \frac{a^3 - b^3}{2}$$

$$\rightarrow p(w) = \frac{(\sqrt{2w+1})^3 - (\sqrt{2w-1})^3}{2}$$

Luego, $K = p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(12)$

$$\rightarrow K = \frac{(\sqrt{3^3} - \sqrt{1^3}) + (\sqrt{5^3} - \sqrt{3^3}) + \dots + (\sqrt{25^3} - \sqrt{23^3})}{2} = \frac{125 - 1}{2} = 62$$

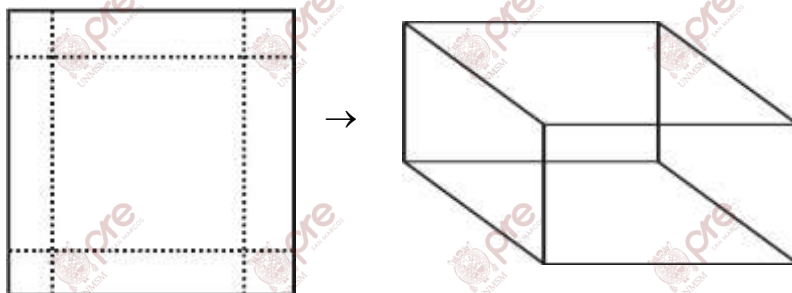
\therefore El valor de K es 62.

Rpta.: C



4. Con una pieza cuadrada de metal de x cm de lado, se requiere construir una caja de base cuadrada sin tapa, cortando en cada esquina un cuadrado de 4 cm de lado y doblando por las líneas puntuadas hacia arriba. Si el volumen de la caja, en cm^3 , está representado por $(x^3 - 23x^2 + 179x - 473)$, calcule la medida del lado de la pieza cuadrada de metal original.

- A) 8 cm
B) 9,6 cm
C) 8,2 cm
D) 9 cm



Solución:

De la figura

$$V_{\text{caja}} = 4(x-8)^2$$

Pero

$$V_{\text{caja}} = x^3 - 23x^2 + 179x - 473$$

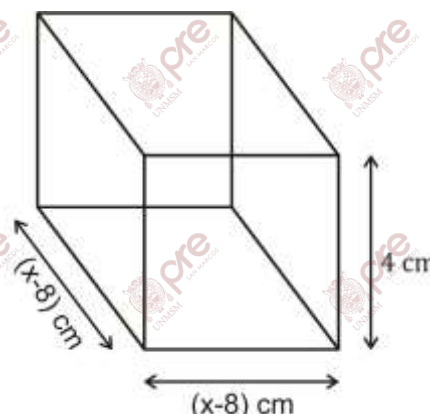
Luego,

$$4(x-8)^2 = x^3 - 23x^2 + 179x - 473$$

$$\rightarrow 4x^2 - 64x + 256 = x^3 - 23x^2 + 179x - 473$$

$$\rightarrow 0 = x^3 - 27x^2 + 243x - 729 \rightarrow 0 = (x-9)^3 \rightarrow x = 9$$

\therefore El lado de la pieza cuadrada de metal original es 9 cm.



Rpta. D

5. Sean a , b y c números reales no nulos, de modo que $(ab)^{-1} + (bc)^{-1} + (ac)^{-1} = 1$.

Determine el valor de $K = \frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{a(bc)^{-1} + b(ac)^{-1} + c(ab)^{-1} - abc}$.

- A) 0,25 B) -0,5 C) 1 D) -0,25

Solución:

$$\text{De } (ab)^{-1} + (bc)^{-1} + (ac)^{-1} = 1 \rightarrow \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = 1 \rightarrow a + b + c = abc \quad \dots(1)$$

Elevando al cuadrado en (1), se tiene

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ac) = a^2b^2c^2$$



$$a^2 + b^2 + c^2 - a^2b^2c^2 = -2(ab + bc + ac) \quad \dots(2)$$

Luego,

$$K = \frac{a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}}{a(bc)^{-1} + b(ac)^{-1} + c(ab)^{-1} - abc} = \frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}}{\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} - abc} = \frac{ab + bc + ac}{a^2 + b^2 + c^2 - a^2b^2c^2}$$

Reemplazando (2) en K, se tiene

$$K = \frac{ab + bc + ac}{a^2 + b^2 + c^2 - a^2b^2c^2} = \frac{\cancel{ab + bc + ac}}{-2(\cancel{ab + bc + ac})} = -0,5.$$

\therefore El valor de K es $-0,5$.

Rpta.: B

6. La cantidad de aulas que se disponía para una olimpiada de matemática estaba representada por $(x + y)$, de modo que por cada aula había y filas de x asientos individuales. Además, se sabe que la cantidad total de estudiantes que participaron en dicha olimpiada estaba representada por $(x^3 + y^3)$, ocupando el total de asientos disponibles por cada aula. Si, en total, se ocuparon todas las $(x + y)$ aulas y hubo 25 asientos individuales por aula, ¿cuántos estudiantes participaron en dicha olimpiada?

- A) 450 B) 325 C) 500 D) 250

Solución:

Nº de asientos por aula = $xy = 25$

Nº de aula = $x + y$

Luego, el total de asientos de las $(x + y)$ aulas es $(x^3 + y^3) = xy(x + y)$

$$\text{De } (x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \rightarrow (x + y)^3 = xy(x + y) + 3xy(x + y) = 4xy(x + y)$$

$$\rightarrow (x + y)^2 = 4(25) \rightarrow x + y = 10$$

\therefore Participaron 250 estudiantes en dicha olimpiada.

Rpta.: D

7. Si $a + b^2 + c = 8(b - 2) + 5$, determine el valor de

$$T = \left(\frac{(a - 5)^3 + (b - 4)^6 + c^3}{(ac - 5c)(b - 4)} \right) - 3b, \quad a \neq 5, b \neq 4, c \neq 0.$$

- A) -12 B) 7 C) 5 D) -9



Solución:

$$\begin{aligned}
 \text{De } a + b^2 + c &= 8(b-2) + 5 \rightarrow (a-5) + (b^2 - 8b + 16) + (c) = 0 \\
 &\rightarrow (a-5) + (b-4)^2 + (c) = 0 \\
 &\rightarrow (a-5)^3 + (b-4)^6 + (c)^3 = 3(a-5)(b-4)^2(c)
 \end{aligned}$$

Luego,

$$T = \left(\frac{3(a-5)(b-4)^2(c)}{(c)(a-5)(b-4)} \right) - 3b$$

$$T = 3(b-4) - 3b = -12.$$

∴ El valor de T es -12.

Rpta.: A

8. Sean a, b y c números reales, de modo que $a^3 = 1 - 4b - 4c$, $b^3 = 1 - 4c - 4a$ y $c^3 = 1 - 4a - 4b$, con $a \neq b \neq c$. Halle el valor de $(a^5 + b^5 + c^5)$.

A) 20

B) 15

C) 10

D) 25

Solución:

$$\text{De } a^3 = 1 - 4b - 4c \text{ y } b^3 = 1 - 4c - 4a \rightarrow a^3 - b^3 = 4(a - b), a \neq b$$

$$\rightarrow a^2 + ab + b^2 = 4 \quad \dots(1)$$

Análogamente

$$\rightarrow b^2 + bc + c^2 = 4 \quad \dots(2)$$

$$\rightarrow c^2 + ac + a^2 = 4 \quad \dots(3)$$

De (1) - (2):

$$\rightarrow (a-c)(a+b+c) = 0 \rightarrow a+b+c = 0$$

$$\text{Haciendo } (1) + (2) + (3): 2(a^2 + b^2 + c^2) + (ab + bc + ac) = 12 \rightarrow ab + bc + ac = -4$$

$$\text{También } a^3 + b^3 + c^3 = 3 - 8(a+b+c) = 3 = 3abc \rightarrow abc = 1$$

$$\text{Luego, como } a+b+c=0 \text{ entonces } a^5 + b^5 + c^5 = -5abc(ab+bc+ac)$$

$$\rightarrow a^5 + b^5 + c^5 = -5abc(ab+bc+ac) = -5(1)(-4) = 20.$$

∴ El valor de $(a^5 + b^5 + c^5)$ es 20.**Rpta.: A**

Trigonometría

EJERCICIOS

1. El seno del ángulo de giro de una rueda al dar una cantidad de vueltas menor a 10 vueltas y media, pero mayor a las 10 vueltas es igual a $\frac{1}{2}$. Determine el mayor ángulo de giro de la rueda.

A) $\frac{123\pi}{2}$ rad B) $\frac{125\pi}{3}$ rad C) $\frac{125\pi}{6}$ rad D) $\frac{121\pi}{5}$ rad

Solución:

Sea θ el ángulo de giro, tal que $20\pi < \theta < 21\pi$, y $\sin\theta = \frac{1}{2}$

$$20\pi < \theta < 20\pi + \pi \rightarrow 0 < \theta - 20\pi < \pi$$

Se sabe que

$$\frac{1}{2} = \sin\theta = \sin(\theta - 20\pi) \rightarrow \theta - 20\pi = \frac{\pi}{6} \vee \theta - 20\pi = \frac{5\pi}{6} \rightarrow \theta = \frac{121\pi}{6} \vee \theta = \frac{125\pi}{6}$$

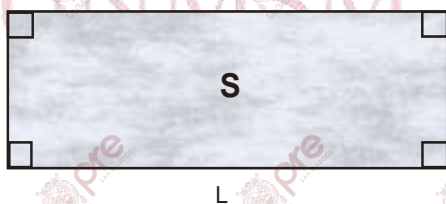
Rpta.: C

2. Un terreno de forma rectangular tiene $(3\sqrt{6} \sec 225^\circ \cot 150^\circ)$ m de ancho y $(80 \sin 210^\circ \tan 315^\circ)$ m de largo. Calcule el área de dicho terreno.

A) 500 m² B) 560 m² C) 620 m² D) 720 m²

Solución:

Sea A el ancho y L el largo:



$$A = 3\sqrt{6} \sec 225^\circ \cot 150^\circ$$

$$A = 3\sqrt{6} \sec(180^\circ + 45^\circ) \cot(180^\circ - 30^\circ)$$

$$A = (-\sec 45^\circ)(-\cot 30^\circ)$$

$$A = 3\sqrt{6}(-\sqrt{2})(-\sqrt{3})$$

$$A = 18 \quad \dots(1)$$

$$L = 80 \sin 210^\circ \tan 315^\circ$$

$$L = 80 \sin(180^\circ + 30^\circ) \tan(360^\circ - 45^\circ)$$

$$L = 80(-\sin 30^\circ)(-\tan 45^\circ)$$

$$L = 80\left(-\frac{1}{2}\right)(-1)$$

$$L = 40 \quad \dots(2)$$

Si S es el área del terreno, entonces : $S = L \cdot A$



$$S = (18)(40)$$

$$S = 720 \text{ m}^2.$$

Rpta.: D

3. Roy tiene 320 soles, gasta cierta cantidad de dinero y le queda $(\sin 5^\circ + \sin 10^\circ + \sin 15^\circ + \dots + \sin 345^\circ + \sin 350^\circ + \sin 355^\circ)$ soles. ¿Cuánto gastó Roy?

A) 130 soles B) 320 soles C) 325 soles D) 300 soles

Solución:

$$M = \sin 5^\circ + \sin 10^\circ + \sin 15^\circ + \dots + \sin(360^\circ - 15^\circ) + \sin(360^\circ - 10^\circ) + \sin(360^\circ - 5^\circ)$$

$$M = \sin 5^\circ + \sin 10^\circ + \sin 15^\circ + \dots - \sin 15^\circ - \sin 10^\circ - \sin 5^\circ$$

La cantidad de sumandos:

$$\sin 5.1^\circ + \sin 5.2^\circ + \sin 5.3^\circ + \sin 5.4^\circ + \dots + \sin 5.71^\circ$$

$$\text{El término central: } \sin\left(\frac{355^\circ + 5^\circ}{2}\right) = \sin 180^\circ = 0$$

Por tanto Roy gastó los 320 soles.

Rpta.: B

4. Si A, B y C, representan los vértices de un triángulo, simplifique

$$\frac{\sec\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos(2A+3B+2C) + \csc\frac{B}{2}\cot(A+B)}{\csc\frac{B}{2}[\cos(A+2B+C) + \cot(A+B+2C)]}$$

A) -1 B) $\csc\left(\frac{B}{2}\right)$ C) $\tan\left(\frac{B}{2}\right)$ D) 1

Solución:

$$\text{Sea } A+B+C=180^\circ \rightarrow 2A+2B+2C=360^\circ \wedge \frac{A+C}{2}=90^\circ - \frac{B}{2}$$

$$\frac{\sec\left(\frac{A+C}{2}\right)\cos(2(A+B+C)+B) + \csc\frac{B}{2}\cot(A+B)}{\csc\frac{B}{2}[\cos((A+B+C)+B) + \cot((A+B+C)+C)]}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sec\left(90^\circ - \frac{B}{2}\right) \cos(360^\circ + B) + \csc \frac{B}{2} \cot(180^\circ - C)}{\csc \frac{B}{2} [\cos(180^\circ + B) + \cot(180^\circ + C)]} \\
 &= \frac{\csc \frac{B}{2} (\cos B - \cot C)}{\csc \frac{B}{2} [-\cos B + \cot C]} = -1
 \end{aligned}$$

Rpta.: A

5. De las siguientes proposiciones, indique el valor de verdad, en el orden indicado.

I. $\sin(\pi - x) = \sin x$

II. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x$

III. $\tan(\pi + x) = \tan x$

IV. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$

V. $\sec(\pi + x) = \sec x$

A) VVVVF

B) VFVVF

C) FFFVF

D) FVFVF

Solución:

$\sin(\pi - x) = \sin x$ (V)

IIQ; $\sin x$

$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = -\sin x$ (V)

IIIQ; $-\sin x$

$\tan(\pi + x) = \tan x$ (V)

IIQ; $+\tan x$

$\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cot x$ (V)

IIIQ; $+\cot x$

$\sec(\pi + x) = \sec x$ (F)

IIIQ; $-\sec x$

Rpta.: A



6. La tasa de crecimiento anual de la población de una ciudad (en miles) está dada por $\frac{\sin(3x+y) + \cos(5x+2y)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}$, donde $4x+2y=3\pi$. ¿En cuánto aumentará la población en 10 años?

A) 20 mil B) 30 mil C) 15 mil D) 18 mil E) 12 mil

Solución:

Si $4x+2y=3\pi \Rightarrow y = \frac{3\pi}{2} - 2x$, luego:

$$P = \frac{\sin(3x+y) + \cos(5x+2y)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)} = \frac{\sin\left(3x + 3\frac{\pi}{2} - 2x\right) + \cos(5x + 3\pi - 4x)}{-\cos x}$$

$$P = \frac{\sin\left(3\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(3\pi + x)}{-\cos x} = \frac{-\cos x - \cos x}{-\cos x} = 2$$

Entonces:

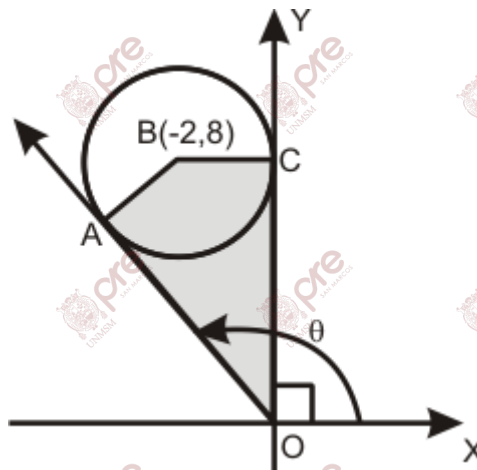
El crecimiento anual es: 2 mil personas.

El crecimiento en 10 años será de 20 mil personas.

Rpta.: A

7. En la figura, en el punto O está ubicado un teodolito con el cual se registran los puntos A, B y C, donde B es el centro de la circunferencia; A y C son punto de tangencia. El topógrafo determinó que cercar la región limitado por el cuadrilátero OABC cuesta $(4\cos\theta + \sin\theta + 3)$ miles de soles. Si dicho monto se pagará en dos partes iguales, ¿a cuánto corresponde el primer pago?

A) S/. 2000
B) S/. 1500
C) S/. 1000
D) S/. 800



Solución:

Del gráfico:

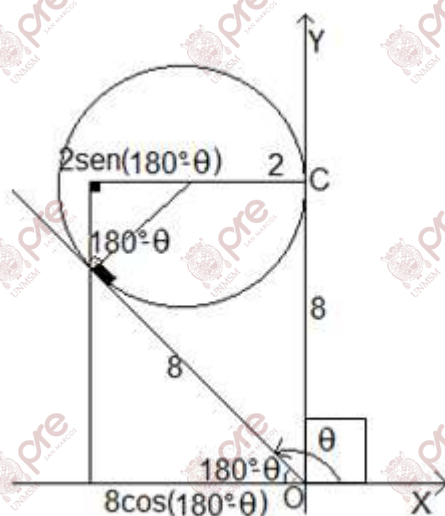
$$8\cos(180^\circ - \theta) = 2 + 2\sin(180^\circ - \theta)$$

$$-8\cos\theta = 2 + 2\sin\theta$$

$$0 = 1 + \sin\theta + 4\cos\theta$$

$$2 = 3 + \sin\theta + 4\cos\theta$$

∴ La primera cuota es S/.1000.00

**Rpta.: C**

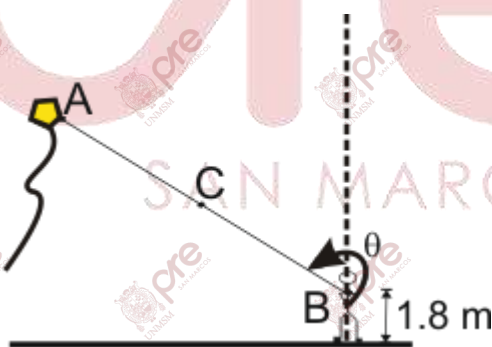
8. Juan vuela su cometa tal como se muestra en la figura, donde C es el punto medio de \overline{AB} . El hermano de Juan está ubicado en la proyección ortogonal del punto C con respecto al suelo. Si $\csc\theta = -\sqrt{5}$ y la altura alcanzada por el cometa respecto al piso en el punto A es 4,2 m, halle la distancia entre Juan y su hermano.

A) 1,2 m

B) 0,8 m

C) 1m

D) 0,6 m

**Solución:**

En la figura tenemos que

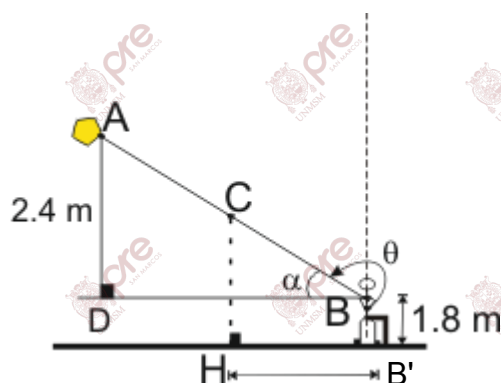
$$\theta + \alpha = \frac{3\pi}{2}$$

$$\csc\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sqrt{5}$$

$$\sec\alpha = \sqrt{5}$$

Luego

$DB = 1.2$ m, Como C es punto medio ∴ $HB' = 0.6$ m

Rpta.: D

9. Si α pertenece al tercer cuadrante y $\sec \alpha = -\frac{3}{5}$, calcule el valor de
- $$\frac{\tan(\alpha + 180^\circ) + \sec(\alpha - 180^\circ)}{\csc(90^\circ + \alpha) + \cot(270^\circ - \alpha)}.$$

A) -4

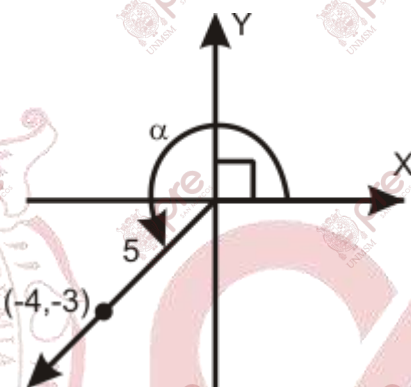
B) 4

C) 8

D) 6

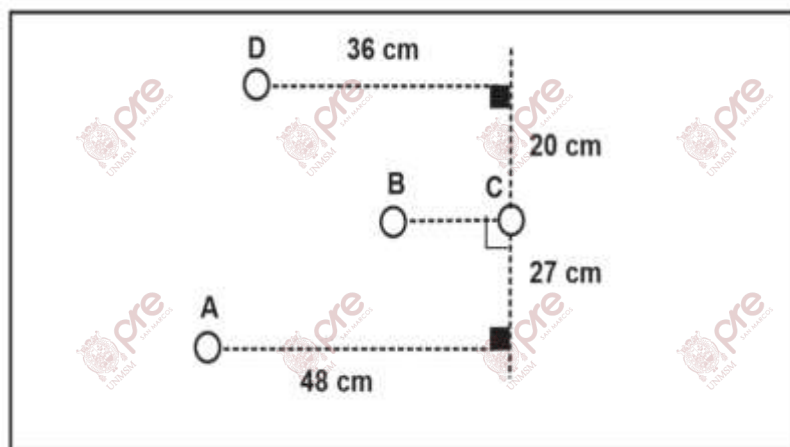
Solución:

$$\frac{\tan(\alpha + 180^\circ) + \sec(\alpha - 180^\circ)}{\csc(90^\circ + \alpha) + \cot(270^\circ - \alpha)} = \frac{\tan \alpha - \sec \alpha}{\sec \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{3}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right)}{\left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{3}{4}} = -4$$

**Rpta.: A**

10. En un juego de billar (las trayectorias seguidas por las bolas son rectilíneas) se lanza la bola A en dirección a la bola B, luego del impacto la bola A y B se dirigen hacia las bolas D y C respectivamente. Si la distancia entre las bolas B y C es 12 cm, calcule la suma del seno del ángulo obtuso formado por la dirección inicial de la bola A con la dirección que toma B después del choque y la tangente del ángulo obtuso formado por las direcciones de las bolas A y B después del choque.

- A) $-\frac{7}{30}$
 B) $-\frac{7}{36}$
 C) $\frac{5}{24}$
 D) $-\frac{1}{7}$



Solución:

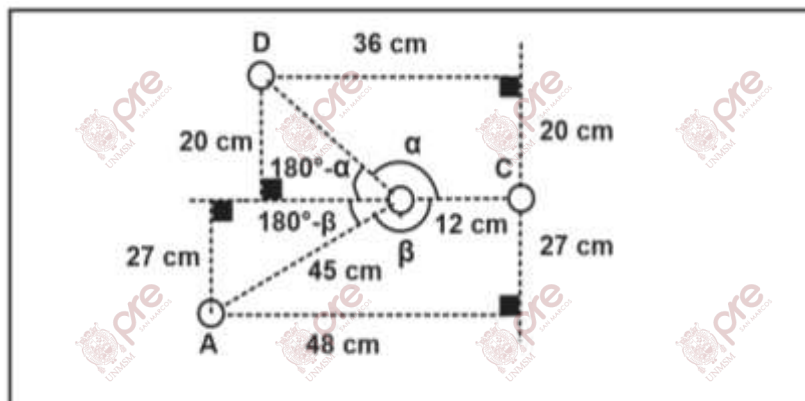
Del gráfico:

$$\sin(180^\circ - \beta) = \frac{27}{45}$$

$$\rightarrow \sin \beta = \frac{3}{5}$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = \frac{20}{24}$$

$$\rightarrow \tan \alpha = -\frac{5}{6}$$



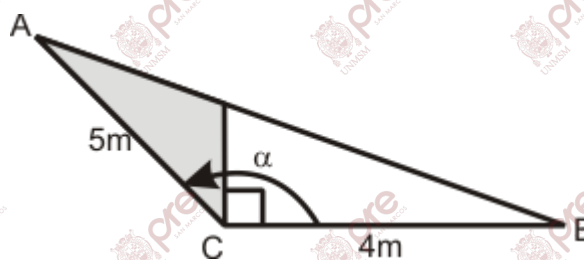
$$\therefore \sin \beta + \tan \alpha = -\frac{7}{30}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En la figura se representa un terreno triangular ABC, donde la parte sombreada, corresponde al área de construcción de un jardín. Calcule el costo del terreno que corresponde al jardín si el costo por metro cuadrado es de $(4 - 5\cos \alpha)$ soles.

- A) $-50.\sin \alpha.\cot \alpha$ soles
 B) $-50.\sin \alpha.\cos \alpha$ soles
 C) $-20.\sin \alpha.\cos \alpha$ soles
 D) $-30.\sec \alpha.\csc \alpha$ soles



Solución:

Por la semejanza, de los triángulos tenemos:

$$\frac{5\sin\theta}{5\cos\theta + 4} = \frac{x}{4} \rightarrow x = \frac{20\sin\theta}{5\cos\theta + 4}$$

El área de la región sombreada es:

$$S = \frac{1}{2}(5\cos\theta) \frac{20\sin\theta}{5\cos\theta + 4} = \frac{50\sin\theta\cos\theta}{5\cos\theta + 4}$$

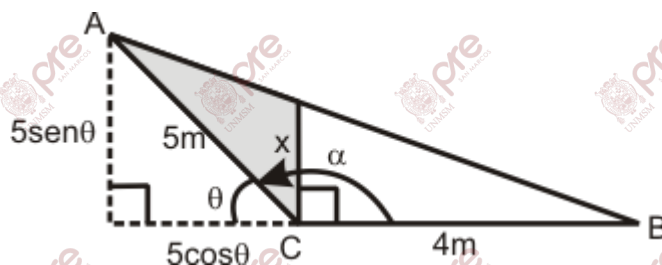
Además

$$\alpha + \theta = 180^\circ \rightarrow \sin\alpha = \sin\theta \wedge -\cos\alpha = \cos\theta$$

$$\text{Luego el área } S = \frac{50\sin\alpha\cos\alpha}{5\cos\alpha - 4}$$

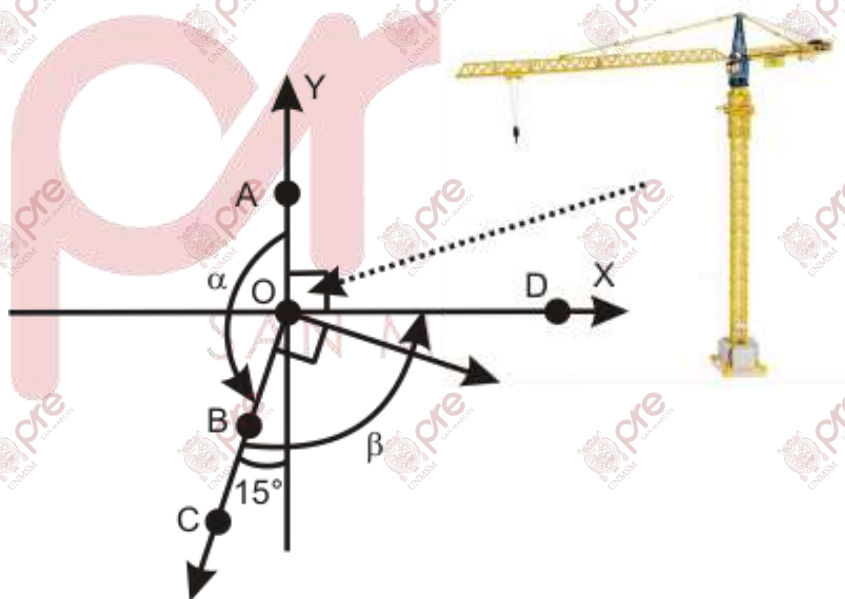
Si por cada metro cuadrado de terreno cuesta $4 - 5\cos\alpha$ soles.

El terreno que corresponde al jardín cuesta $-50\sin\alpha\cos\alpha$ soles.



Rpta.: B

2. En la figura se representa la vista desde lo alto de un drone cuando vuela por encima de una torre grúa ubicado en el punto O, éste gira su brazo en sentido antihorario formando un ángulo llevando una carga del punto A al punto B, luego estira su brazo recogiendo otra carga en el punto C llevándola hasta el punto D. Si la cantidad de gasolina en galones que la grúa consume es igual a la suma de los senos de los ángulos de giro que realiza la grúa, ¿Cuántos galones de gasolina consumió la grúa?



- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ galones B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ galones C) $3\sqrt{2}$ galones D) $4\sqrt{3}$ galones

Solución:

De la figura, tenemos que:

$$\alpha + 15^\circ = 180^\circ \rightarrow \alpha = 180^\circ - 15^\circ$$

$$\sin\alpha = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$



$$\beta - 15^\circ = 90^\circ \rightarrow \beta = 90^\circ + 15^\circ$$

$$\operatorname{sen} \beta = \operatorname{sen}(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\text{Luego: La Grúa consume } \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \beta = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ galones.}$$

Rpta.: B

3. Indique el valor de verdad en el orden indicado de las siguientes proposiciones:

i. Se cumple que $\tan\left(2020\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(3015\pi + \frac{\pi}{4}\right)$

ii. Si $\alpha + \beta = 3\pi$ entonces $\operatorname{sen} \alpha + \cos \beta = \operatorname{sen} \beta - \cos \alpha$.

iii. Si α es coterminal a β entonces

$$\sec\left(\alpha - \beta + \frac{5\pi}{12}\right) + \tan \alpha \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right) = \sqrt{6}.$$

A) VVV

B) VFV

C) FFV

D) FVF

Solución:

i.

$$\tan\left(2020\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(3015\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)$$

(Verdad).

$$\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

ii.

$$\alpha + \beta = 3\pi$$

$$\rightarrow \alpha = 3\pi - \beta \rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen}(3\pi - \beta) = \operatorname{sen}(\pi - \beta) = \operatorname{sen} \beta$$

$$\rightarrow \alpha = 3\pi - \beta \rightarrow \cos \alpha = \cos(3\pi - \beta) = \cos(\pi - \beta) = -\cos \beta$$

$$\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha = \operatorname{sen} \beta - \cos \beta$$

$$\operatorname{sen} \alpha + \cos \beta = \operatorname{sen} \beta - \cos \alpha$$

(Verdad)

$$\sec\left(\alpha - \beta + \frac{5\pi}{12}\right) + \tan \alpha \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$$

iii. $\alpha - \beta = 360^\circ$ entonces $\sec\left(2n\pi + \frac{5\pi}{12}\right) - \sqrt{2} \tan \alpha (-\cot \beta)$

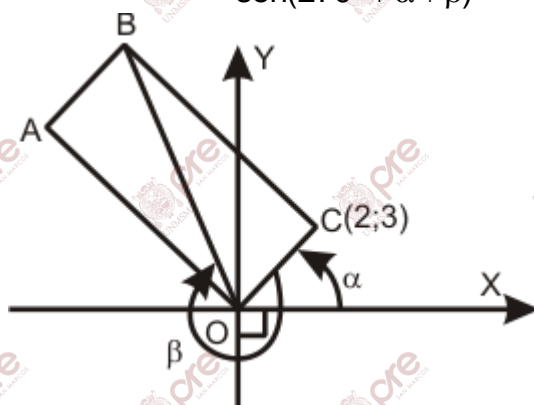
$$\sec \frac{5\pi}{12} + \sqrt{2} \tan \alpha \cot \alpha = \sec 75^\circ + \sqrt{2} = \sqrt{6} - \sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{6}$$

(Verdad)

Rpta.: A



4. En la figura se representa un rectángulo ABCO, cuyo largo es el doble de su ancho, determine el valor de $\tan(270^\circ - \alpha) + \frac{\sin(540^\circ + \alpha + \beta)}{\sin(270^\circ + \alpha + \beta)}$



A) $\frac{13}{12}$

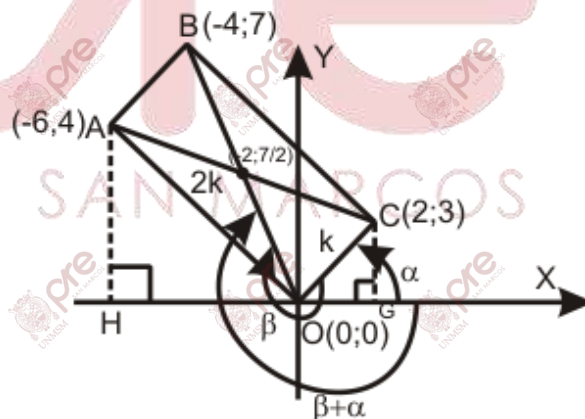
B) $-\frac{13}{5}$

C) $\frac{7}{12}$

D) $-\frac{13}{12}$

Solución:

$$\begin{aligned} & \tan(270^\circ - \alpha) + \frac{\sin(540^\circ + \alpha + \beta)}{\sin(270^\circ + \alpha + \beta)} \\ &= \cot \alpha + \frac{\sin(180^\circ + \alpha + \beta)}{\sin(270^\circ + \alpha + \beta)} \\ &= \cot \alpha + \frac{-\sin(\alpha + \beta)}{-\cos(\alpha + \beta)} \\ &= \cot \alpha + \tan(\alpha + \beta) = \frac{2}{3} + \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{13}{12} \end{aligned}$$



Rpta.:D



5. En la figura A y B, representan los puntos de contacto de las ruedas de una bicicleta con el suelo. Un día Thiago va manejando su bicicleta hasta que la rueda trasera pasa por el punto C, recorriendo 33π metros. Si las calorías perdidas por Thiago al manejar por dicho tramo son $(2000+7\cos\theta)$ calorías, donde θ es el ángulo de giro de la rueda, y los radios de las ruedas miden 20 centímetros cada una, ¿cuántas calorías perdió Thiago en el trayecto?

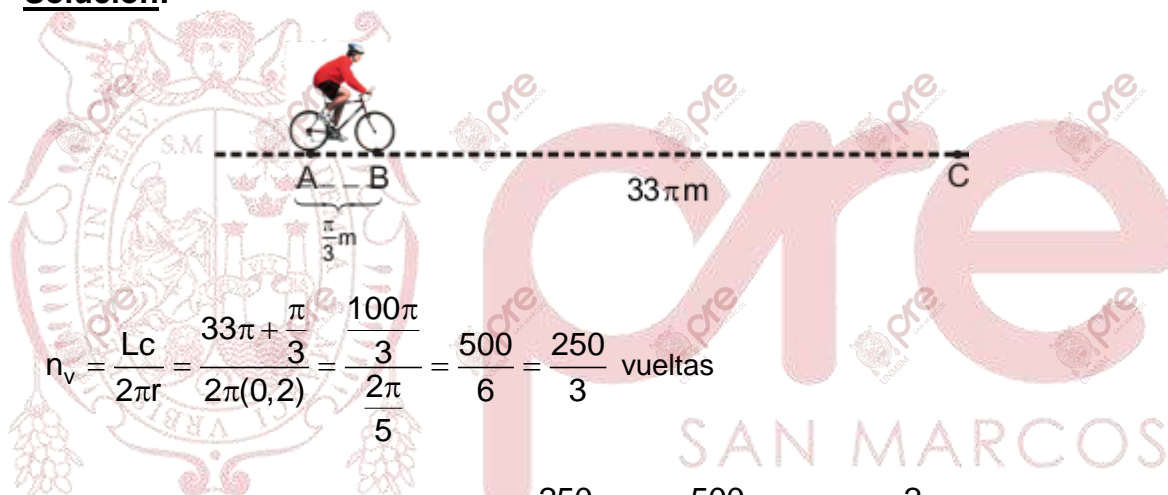


A) 166 cal

B) 165 cal

C) 170 cal

D) 180 cal

Solución:

$$n_v = \frac{L_c}{2\pi r} = \frac{33\pi + \frac{\pi}{3}}{2\pi(0,2)} = \frac{100\pi}{\frac{2\pi}{5}} = \frac{500}{6} = \frac{250}{3} \text{ vueltas}$$

$$\text{El ángulo de giro es entonces: } \theta = \frac{250}{3} (2\pi) = \frac{500}{3} \pi = 166\pi + \frac{2\pi}{3}$$

Las calorías que se quemaron son:

$$200 + 70 \cos\left(166\pi + \frac{2\pi}{3}\right) = 200 + 70 \cos\frac{2\pi}{3} = 200 - 35 = 165$$

Thiago quemó 165 calorías.

Rpta.: B

Lenguaje

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Luego de aplicar las reglas de acentuación escrita al siguiente texto, determine la cantidad de tildes que se han omitido.

«Rehusó por ello decir sobre el nada elogioso, pese a la forma sorprendente como desentraña el misterio. En sí mismo el asunto era complejo y se ve que hubo alguien que con razón, dijo: “Quien de con una pista será no detective sino brujo”. Mas es tiempo ya de exponer las causas por las cuales nunca me fíe de ese extraño sujeto y por las que considero más bien ruin su modo de actuar. Oigase, pues, lo que voy a exponer».

A) Ocho

B) Nueve

C) Diez

D) Once

Solución:

Las palabras *desentrañó*, *razón*, *será* se tildan por ser agudas terminadas en *-n*, *-s* o vocal. Se tildan por hiato acentual *rehúsó*. Va con tilde *óigase* por ser esdrújula. Se tildan los monosílabos *él* (nada), *sí*, *sé*, *dé* (con una pista), *más* (bien) por tildación diacrítica.

Rpta.: C

2. Considerando la regla general de tildación establecida por la Real Academia Española, elija el enunciado que requiere más acentos ortográficos.

A) El acto cerro con un requiem en honor de las víctimas.

B) Alvaro solo desea ketchup en su sandwich de lechón.

C) El depósito ciento veinte dólares. Aquí está el voucher.

D) Batio records de taquilla el western *Los 7 magníficos*.

Solución:

Las palabras agudas terminadas en *-n*, *-s* o vocal se tildan (*cerró*, *lechón*, *depósito*, *batió*, *aquí*, *está*); mientras que las graves llevan tilde si terminan en cualquier letra menos en *-n*, *-s* o vocal, o si terminan en grupo consonántico (*réquiem*, *kéetchup*, *váucher*, *sándwich*, *récorás*, *wéstern*). Las palabras esdrújulas (*Álvaro*, *magníficos*, *dólares*) llevan acento ortográfico sin excepción. El monosílabo *Él* lleva tilde diacrítica.

Rpta.: C

3. La tilde diacrítica se emplea para distinguir los significados de palabras que afectan a algunos monosílabos y a los interrogativos. En ese sentido, señale qué enunciado presenta uso adecuado del acento escrito.

A) A él le dijeron que si lo harían; mas él no se lo creyó.

B) Sabía que estudiaba, mas no recuerdo qué carrera.

C) Ya sabes quién es el adversario con quién debatirás.

D) Con esa flauta, si entonas bien el sí, te admitiremos.



Solución:

El enunciado *Sabía que estudiaba, mas no recuerdo qué carrera* presenta, respectivamente, dos oraciones subordinadas: una enunciativa (o informativa) y otra interrogativa. El primer *que* es una conjunción y el segundo *qué*, un pronombre interrogativo.

Rpta.: B

4. Señale la alternativa en cuyo enunciado se ha empleado adecuadamente las normas de acentuación escrita.

- A) El batallón de infantería luchó heroicamente contra el invasor.
- B) Cuando el río aumentó su caudal, huímos hacia los montes.
- C) Varios vesánicos huían de la clínica dando gritos estentóreos.
- D) Los últimos mamúts lanudos tenían raíces norteamericanas.

Solución:

Las palabras esdrújulas *vesánicos*, *clínica*, *estentóreos* se escriben con tilde sin excepción. En la palabra *huían*, se ha aplicado correctamente la tilde por hiato acentual. El hiato acentual es la secuencia de dos vocales: una vocal cerrada tónica y una vocal abierta átona o viceversa (*mí-o*, *ma-íz*) que se pronuncian en sílabas distintas.

Rpta.: C

5. Los pronombres tónicos interrogativos llevan tilde diacrítica para diferenciarlos de sus homónimos átonos *que*, *quien*, *como*, *cual*, *cuando*, *cuanto*, *donde* y *adonde*. Según esta caracterización, ¿cuáles de los siguientes enunciados deben llevar tilde por contener pronombres interrogativos?

- I. Estimada Roxana, lo supe cuando te conocí.
- II. Le costó confesarme por que no hizo la tarea.
- III. Carla fue quien les informó sobre esa noticia.
- IV. Le pedí que me indicara hacia donde debo ir.

- A) I y II B) II y IV C) III y IV D) I y III

Solución:

Los verbos *confesar* e *indicar*, con el sentido de buscar información, contienen subordinadas interrogativas con pronombres interrogativos, respectivamente, *Le costó confesarme por qué no hizo la tarea* y *Le pedí que me indicara hacia dónde debo ir*.

Rpta.: B

6. Ortográficamente, los latinismos no adaptados se escriben en letra cursiva y sin tildes; en cambio, algunas voces latinas adaptadas al español se escriben en letra redonda y con tildes. De acuerdo con ello, ¿qué enunciado exhibe locución latina con adecuada escritura?

A) Su recurso de hábeas corpus ya ha sido rechazada.
B) Todo postulante debe presentar su currículum vitae.
C) *Magallanes* es la ópera prima de Salvador del Solar.
D) Es vox pópuli la corrupción en ese poder del Estado.

Solución:

En el *Diccionario de la lengua española*, la locución latina «ópera prima», que significa «primera obra de un autor», aparece en letra redonda; es decir, que dicha locución presenta rasgos gráfico-fonológicos de la lengua española.

Rpta.: C

7. En algunos enunciados, se debe escribir *con qué* (con sentido interrogativo) y en otros, *conque* (conjunción ilativa). Analice los siguientes enunciados y determine cuál de ellos presenta escritura correcta.

A) Te ha ayudado mucho, con qué debes estarle agradecido.
B) Estos son los libros conque se va a estudiar este semestre.
C) Explícale con sinceridad con qué recursos se va a trabajar.
D) No basta conque reconozcas tus errores, estimado amigo.

Solución:

El enunciado *explícale con sinceridad con qué recursos se va a trabajar* contiene oración subordinada interrogativa encabezada por el pronombre interrogativo *qué* precedida de la preposición *con*.

Rpta.: C

8. En el enunciado «si Cristo no resucito, no confíes en el, pues vana sería tal fe; pero, si tu crees que en verdad murio por ti y resucito por ti, entonces cree en el», ¿cuántas tildes se han omitido?

A) Siete B) Ocho C) Nueve D) Diez

Solución:

Resucitó, *murió*, *resucitó* se escriben con tilde por ser palabras agudas terminadas en vocal; *confíes*, *sería*, por el hiato acentual; *él*, *tú*, *él*, por la tilde diacrítica.

Rpta.: B

9. Según la acentuación gráfica de expresiones complejas, elija la alternativa en la que se requiere mayor número de tildes en dichas expresiones.

A) La voz *bypass* exhibe rasgos grafico-fonológicos del inglés.
B) El biólogo dice que los ciempies son típicamente carnívoros.
C) Un donjuan las saludo cortesmente quitándose el sombrero.
D) Luis, de veintin años, posee inteligencia lógico-matemática.



Solución:

Según la *Ortografía de la lengua española* (2010), son expresiones complejas las palabras compuestas con guion (*gráfico-fonológicos*) o sin guion (*donjuán*), formas verbales con enclíticos (*quitándose*), adverbios terminados en *–mente* (*cortésmente*). En la alternativa C, hay tres expresiones complejas que requieren de acentos ortográficos.

Rpta.: C

10. Lea las siguientes oraciones, coloque las tildes necesarias e identifique la alternativa que requiere más acentos ortográficos.

- A) Al fin entendí que los superheroes solo existen en los comics.
- B) Al joven frances, Liz lo guio hasta la estacion del tren electrico.
- C) El rio Santa cruza el area del callejon de Huaylas, en Ancash.
- D) Aun tiene posters del futbolista Ronaldinho en su habitacion.

Solución:

La voz *rio* se tilda por hiato acentual; *área*, por ser esdrújula; *callejón*, por ser aguda terminada en vocal; *Áncash*, por ser grave terminada en grupo consonántico.

Rpta.: C

11. Ciertas palabras de la lengua española pueden presentar grupos vocálicos. Si las vocales forman por separado sílabas diferentes, se tendrá un hiato. Se conocen dos clases de hiato: simple y acentual. En ese sentido, determine en qué serie de palabras se debe aplicar el acento ortográfico por hiato acentual.

- A) Heroína – camaleon – guion – tedeum
- B) Tahur – retahila – chiismo – sonriamos
- C) Mohino – hematie – rehuido – pendian
- D) Maulla – envaselo – egoismo – preinca

Solución:

Presentan casos de hiato acentual las palabras *ma-ú-lla*, *en-ví-a-se-lo*, *e-go-ís-mo*, *pre-ín-ca*.

Rpta.: D

12. Para que los enunciados tengan correcta escritura y sentido cabal, escriba las formas «porque», «porqué», «por que», «por qué» donde corresponda.

- A) Aquel expresidente no entendía el _____ de su detención.
- B) Abogamos _____ se tenga en cuenta la paridad de género.
- C) Ustedes no aprueban esas leyes _____ no les conviene.
- D) Luis no entendía _____ su familia se había vuelto católica.

Solución:

Porque (ya *que*) es una conjunción causal. **Por que** equivale a **para que** (finalidad); **por** es una preposición y **que** es una conjunción subordinante. **Por qué** tiene función interrogativa. **Porqué** es un sustantivo que significa *causa*, *razón* o *motivo*.

Rpta.: A) Porqué, B) por que, C) porque, D) por qué.



TILDE DIACRÍTICA			
Tu	Determinante posesivo	tú	Pronombre personal
Tú no entregaste tu recibo.			
El	Artículo	él	Pronombre personal
Él será el elegido.			
Mi	Determinante posesivo Sustantivo ('nota musical')	mí	Pronombre personal
Mi amigo tocó para mí en mi bemol.			
Si	Conjunción condicional o completiva Sustantivo ('nota musical')	sí	Adverbio de afirmación Pronombre personal reflexivo
Si deja de pensar solo en sí , sí tocaré en si .			
Se	Pronombre	sé	Forma del verbo <i>ser</i> o <i>saber</i>
Sé positivo y sé que se te abrirán varias puertas.			
Mas	Conjunción adversativa	más	Adverbio cuantificador Sustantivo ('signo matemático')
Solicitó más plazo, mas se lo negaron.			
Te	Pronombre personal	té	Sustantivo (planta, infusión)
Te serviré té con limón.			
De	Preposición Sustantivo ('letra')	dé	Forma del verbo <i>dar</i>
Ojalá le dé un poco de tranquilidad.			

TILDE DIACRÍTICA EN PRONOMBRES INTERROGATIVOS Y EXCLAMATIVOS	
<u>Los pronombres interrogativos y exclamativos</u> adónde, cómo, cuál, cuándo, cuánto, dónde, qué, quién, se escriben con tilde.	<u>Los pronombres relativos y conjunciones</u> adonde, como, cual, cuando, cuanto, donde, que, quien, se escriben sin tilde.
<ul style="list-style-type: none"> - ¿En dónde estudias? - Dime en dónde estudias. - ¿Cómo lo hiciste? - Cuéntame cómo lo hiciste. - ¿Cuándo volviste? - No sabe cuándo volviste. 	<ul style="list-style-type: none"> - El hombre que está allí es José - Quien no trabaja no come. - Pidió una gaseosa helada, la cual fue bebida de un solo trago. - El pueblo donde yo crecí es ahora una ciudad. - Todo cuanto pasó quedó en un susto. - ¿Recuerdas el año pasado cuando



<ul style="list-style-type: none"> - ¡Cómo llueve! - No sabes cómo me alegro. - No te imaginas qué frío hace. - ¡Cuándo aprenderás! - ¡Cuántas veces te lo dije! - ¡Qué buena idea has tenido! Etcétera. 	<p>fuiste a Ica?</p> <ul style="list-style-type: none"> - Me gusta la manera como actúa. - Pinta la pared como te lo indicaron. - Cuando vuelvas a Lima, llámame. <p>Etcétera.</p>
--	--

ACENTUACIÓN DE FORMAS O EXPRESIONES COMPLEJAS

Compuestas sin guion	La tilde recae sobre la última palabra del compuesto según las reglas de acentuación escrita.	<i>balompié</i> (balón + pie): aguda <i>cortaúñas</i> (corta + uñas): hiato acentual
Compuestas con guion	Cada palabra del compuesto conserva la tilde si la lleva.	<i>empresario peruano-holandés</i> <i>razonamiento lógico-matemático</i>
Verbos con pronombres enclíticos	Se tildan según las reglas de acentuación escrita.	<i>dime</i> (grave) <i>cómpralo</i> (esdrújula) <i>llévatelo</i> (sobresdrújula)
Adverbios terminados en -mente	Mantienen la escritura del adjetivo que los compone.	<i>fácilmente</i> (fácil + -mente) <i>audazmente</i> (audaz + -mente)

LOS LATINISMOS Y EXTRANJERISMOS CRUDOS O NO ADAPTADOS

Los latinismos y extranjerismos crudos o no adaptados, que se utilizan con su grafía y pronunciación originarias ajenas a la ortografía del español, se escribirán en letra cursiva, o bien entre comillas, y sin acentuación gráfica.

vox populi, alma mater, a priori, a posteriori, ad honorem, coitus interruptus, curriculum vitae, alter ego, reality show, happy end, etc.

ACENTUACIÓN DE aún / aun

Aún se escribe con tilde si equivale a todavía .	Aun se escribe sin tilde si significa hasta, también, incluso (o ni siquiera) .
<ul style="list-style-type: none"> - El paquete no ha llegado aún / todavía. - Aún / todavía no llega el director. - Paola aún no cumple dos años. 	<ul style="list-style-type: none"> - Ni aun (ni siquiera) mis amigos lo sabían. - Aun cuando (aunque) no lo pidas, te lo darán. - Aun (incluso) sus enemigos lo admiran.



Literatura

EJERCICIOS

1. «Yo, señora, soy de Segovia; mi padre se llamó Clemente Pablo, natural del mismo pueblo (Dios le tenga en el cielo). Fue, tal como todos dicen, de oficio barbero [...] Dicen que era de muy buena cepa y, según él bebía, es cosa para creer. Estuvo casado con Aldonza de San Pedro, hija de Diego de San Juan y nieta de Andrés de San Cristóbal. Sospechábase en el pueblo que no era cristiana vieja (aun viéndola con canas y rota) [...] Padeció grandes trabajos recién casada, y aun después, porque malas lenguas daban en decir que mi padre metía el dos de bastos para sacar el as de oros. Probósele que a todos los que hacía la barba a navaja, mientras les daba con el agua, levantándoles la cara para el lavatorio, un mi hermanico de siete años les sacaba muy a su salvo los tuétanos de las faldriqueras. Murió el angelico de unos azotes que le dieron en la cárcel».

Respecto al fragmento citado de *La vida del buscón llamado don Pablos, ejemplo de vagabundos y espejo de tacaños*, de Francisco de Quevedo, indique la alternativa que contiene la aseveración correcta respecto de los rasgos formales de la novela picaresca.

- A) Presenta un lenguaje elevado y depurado propio del barroco.
- B) El estilo renacentista se apoya en el empleo de la tercera persona.
- C) La narración está articulada desde la estrategia autobiográfica.
- D) Destaca la descripción de los estratos medios de la sociedad.

Solución:

De acuerdo al fragmento de *La vida del buscón llamado don Pablos, ejemplo de vagabundos y espejo de tacaños*, de Francisco de Quevedo, se aprecia la narración autobiográfica, propio de la novela picaresca, y que se manifiesta mediante estas palabras: «Yo, señora, soy de Segovia».

Rpta.: C

2. En relación con el fragmento citado en la pregunta anterior, indique la verdad (V) o falsedad (F) de los enunciados respecto a las características de la novela picaresca y marque la secuencia correcta.

- I. El estilo evidencia el uso de una lengua popular y coloquial.
- II. El narrador personaje pertenece a un entorno social marginal.
- III. En la cita se describe la conversión del protagonista en pícaro.
- IV. Se impone la realidad como tendencia narrativa y no la fantasía.

A) VVFF

B) VFVF

C) VVFF

D) FVVF

Solución:

I. En el fragmento citado, se emplean palabras como «hermanico», «angelico», las cuales demuestran el uso de un estilo coloquial y sin mayor ornamentación. (V) II. Por los acontecimientos narrados, como la acusación al padre del narrador de usar a



su hijo pequeño para robar, así también a la madre de no ser cristiana vieja, denota que el personaje central pertenece a un estrato marginal. (V) En la cita no se narra la conversión del protagonista en pícaro. (F) IV. La narrativa picaresca se caracteriza por su tendencia realista, ello se evidencia en el párrafo citado. (V)

Rpta.: A

3. Marque la alternativa que contiene los enunciados correctos respecto a las referencias socioculturales presentes en la novela *Lazarillo de Tormes*.

- I. Se describen conflictos económicos que agobian a Tormes y Toledo.
- II. En el contexto descrito, se alude al hambre, la miseria y la pobreza.
- III. Aparecen personajes de baja condición social carentes de instrucción.
- IV. La necesidad de robar del antihéroe se debe al deseo de tener fama.

A) I y IV

B) II y III

C) I, II y III

D) I, III y IV

Solución:

- I. Hay descripciones de conflictos económicos que tienen como escenarios principales las ciudades de Salamanca y Toledo. Tormes es el río que cruza Salamanca. (F)
- II. En el texto se aluden a un contexto que atraviesa hambre, miseria y pobreza. (V)
- III. La novela muestra personajes de clase social baja y carente de instrucción. (V)
- IV. El antihéroe, Lázaro, tiene necesidad de engañar o robar para sobrevivir. (F)

Rpta.: B

4.

«Y es que tengo cargo de pregonar los vinos que en esta ciudad se venden, y en almonedas y cosas perdidas, acompañar los que padecen persecuciones por justicia y declarar a voces sus delitos: pregonero, hablando en buen romance».

En relación con el fragmento anterior de la novela *Lazarillo de Tormes*, es correcto afirmar que los hechos relatados corresponden al

- A) oficio que Lázaro aprende de su primer amo, el ciego.
- B) trabajo que realiza Lázaro para alimentar al escudero.
- C) último tratado cuando el narrador ya no es un pícaro.
- D) inicio de la obra en el que Lázaro nos cuenta su vida.

Solución:

El fragmento de la novela *Lazarillo de Tormes* corresponde al último tratado; lo podemos inferir porque Lázaro habla del trabajo que realiza, ser pregonero. Para este momento, Lázaro ha dejado de ser un pícaro.

Rpta.: C



5. Marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado sobre la novela picaresca *El Lazarillo de Tormes*: «Se afirma que el personaje principal atraviesa un proceso de aprendizaje pervertido porque se _____ a medida que _____».

- A) aleja de la sociedad – reconoce su naturaleza de antihéroe
- B) avergüenza de su pobreza – acepta convertirse en pícaro
- C) nutre de antivalores – asciende en la sociedad del s. XV
- D) envilece – se torna pícaro y recurre al engaño para sobrevivir

Solución:

El proceso de aprendizaje de Lázaro consiste en asimilar los vicios y costumbres perversas que van degradando y envileciendo al personaje dentro de su entorno social. Por ello, recurre al engaño para sobrevivir.

Rpta.: D

6. *Bajaba entre sí el joven admirando
armado a Pan, o semicapro a Marte,
en el pastor mentidos, que con arte
culto principio dio al discurso, cuando
rémora de sus pasos fue su oído,
dulcemente impedido,
de canoro instrumento, que pulsado
era de una serrana junto a un tronco,
sobre un arroyo de quejarse ronco,
mudo sus ondas, cuando lo enfrenado.*

De acuerdo con los anteriores versos pertenecientes a la «Soledad I», de Luis de Góngora y Argote, marque la alternativa que contiene el enunciado correcto respecto a las características del Barroco.

- A) Manifiesta el uso de contrastes y la recreación de ambiente urbano.
- B) Predomina un estilo recargado debido al uso de anáforas complejas.
- C) Recurre al empleo del hipérbaton e incorpora referencias mitológicas.
- D) Expresa la inconstancia del hombre a partir de las ideas del Barroco.

Solución:

En los versos citados de la «Soledad I», de Luis de Góngora, el poeta ha recurrido al uso del hipérbaton (en un verso se lee: *culto principio dio al discurso*, su orden correcto sería: *dio principio al discurso culto*), y ha incorporado referencias mitológicas como la alusión a Pan o a Marte.

Rpta.: C

7. En relación con el ambiente sociocultural que propone la obra *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, marque la alternativa que contiene los enunciados correctos.

- I. La obra está ambientada en la corte del rey Basilio.
- II. Basilio es el rey de los territorios de Castilla y León.
- III. Los personajes de la obra pertenecen a la nobleza.
- IV. Segismundo se apropia del trono al morir su padre.

A) I y III

B) II y IV

C) II y III

D) I y IV

Solución:

La obra *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, está ambientada en Polonia, reino de Basilio. Es en la corte de este personaje donde suceden los eventos de la obra. Todos los personajes son nobles cortesanos. Basilio no muere; sin embargo, Segismundo hereda el trono por ser hijo del rey y porque muda su actitud violenta, contrariando así el vaticinio. Son correctos los enunciados: I y III.

Rpta.: A

8.

Basilio:

*Esto quiero examinar,
trayéndole donde sepa
que es mi hijo, y donde haga
de su talento la prueba.
si magnánimo se vence,
reinará; pero si muestra
el ser cruel y tirano,
le volveré a su cadena.*

Respecto al fragmento citado, que corresponde a *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, marque la alternativa que completa correctamente el siguiente enunciado:
«Se deduce que el rey Basilio

- A) se siente satisfecho de liberar a Polonia de la crueldad de Astolfo».
- B) duda del augurio, por eso decide poner a prueba a Segismundo».
- C) traerá a Segismundo de Moscovia para mostrar que es un tirano».
- D) debe probar a los cortesanos lo magnánimo que es el ayo Clotaldo».

Solución:

En este fragmento se muestra cómo el rey Basilio, con algo de remordimiento, duda de la veracidad del augurio sobre Segismundo, por eso lo libera de la torre para llevarlo a la corte, lugar donde lo pondrá a prueba para saber si es magnánimo o cruel.

Rpta.: B



9.

*¡Guardas de esta torre
que, dormidas o cobardes,
disteis paso a dos personas
que han quebrantado la cárcel!*

[...]

*contra el decreto del rey
que manda que no ose nadie
examinar el prodigio
que entre estos peñascos yace.*

Del anterior fragmento, extraído del inicio de la obra *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.

- A) El rey Basilio reflexiona en su monólogo sobre la idea de libertad.
- B) Astolfo ordena encerrar al príncipe para obtener el reino de Polonia.
- C) El parlamento pertenece a Clotaldo que cuida al príncipe en la torre.
- D) El pueblo mediante estas palabras se subleva contra Segismundo.

Solución:

En relación a la cita de *La vida es sueño*, de Calderón de la Barca, el parlamento corresponde a Clotaldo, quien cuida y visita frecuentemente al príncipe Segismundo que se encuentra encerrado en la torre por orden de su padre.

Rpta.: C

10.

*Pues dando crédito yo
a los hados, que adivinos
me pronosticaban daños
en fatales vaticinios,
determiné de encerrar
la fiera que había nacido,
por ver si el sabio tenía
en las estrellas dominio.*

Con respecto a los versos citados de *La vida es sueño*, de Pedro Calderón de la Barca, marque la alternativa que contiene la afirmación correcta.

- A) Segismundo reconoce su falta y decide aplacar su ira.
- B) El rey de Polonia asume que puede controlar el destino.
- C) Basilio le ordena a Astolfo encerrar a su hijo en la torre.
- D) El príncipe de Polonia rechaza los vaticinios de los sabios.

Solución:

En los versos citados *La vida es sueño*, el rey Basilio señala que, al encerrar a su hijo en la torre ("fiera que había nacido"), buscaba rechazar los fatales vaticinios.

Rpta.: B



Psicología

EJERCICIOS

Instrucciones:

Lee atentamente las preguntas y contesta eligiendo la alternativa correcta.

1. Facundo y Camila son una pareja que este fin de mes cumplirá 50 años de casados, sin embargo confiesan que no se sienten satisfechos de su relación, inclusive hace mucho tiempo que no sostienen una conversación trascendente; sin embargo, han continuado y continuarán juntos porque hay una promesa hecha a Dios y a sus hijos. Acorde a la Teoría Triárquica del amor, estaríamos ante una relación denominada amor

A) sociable. B) consumado. C) vacío. D) fatuo.

Solución:

El amor vacío es propio de aquellas relaciones donde no existe intimidad ni pasión; toda la relación se sostiene en el compromiso adquirido.

Rpta.: C

2. Relacione Ud. las dimensiones de la sexualidad con las manifestaciones que lo representan.

- | | |
|------------------------|--|
| I. Identidad de género | a) Marietta tiene 10 años y ya tuvo su primera menstruación. |
| II. Sexo | b) Los padres de Rómulo han prohibido a su hijo que estudie gastronomía, por no ser propia de varones. |
| III. Rol de género | c) Penélope se siente a gusto consigo misma estudiando la carrera de Física a pesar de ser la única mujer en su promoción. |

A) Ia, IIc y IIIb
C) Ic, IIb y IIIa

B) Ic, IIa y IIIb
D) Ib, IIa y IIIc

Solución:

- I. Identidad de género: es la manera de vernos y entendernos psicológicamente en relación a nuestra sexualidad (Ic)
II. Dimensión biológica: todas las mujeres y hombres de todos los tiempos tienen el mismo sustrato anatómico que propiciará las mismas respuestas sexuales (IIa).
III. Rol de género: la influencia de la socialización, moldea la forma de expresar emociones y relacionarse afectivamente (IIIb).

Rpta.: B



3. Un adolescente demuestra un ejercicio responsable de su sexualidad cuando
- A) consigue una pareja que satisfaga plenamente su deseo sexual.
 - B) se abstiene de tener relaciones coitales porque eso es pecado.
 - C) visita a especialistas para informarse sobre prevención de ITS.
 - D) investiga entre sus amigos, sobre la forma de evitar un embarazo.

Solución:

Para un ejercicio responsable de su sexualidad, es importante prevenir aquellas consecuencias que serían una amenaza para el proyecto de vida del adolescente. La información correcta y oportuna es una forma de ejercer responsablemente su sexualidad.

Rpta.: C**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Aún existe mucha gente que está convencida que «todos los problemas de pareja se arreglan en la cama» creen fehacientemente que «si funciona el sexo, la pareja funciona». La expresión citada muestra

- A) una conducta sexual responsable.
- B) la práctica de un valor afectivo.
- C) un mito que sobrevalora la pasión.
- D) una tradición que debe respetarse.

Solución:

Los mitos sobre la sexualidad son creencias erróneas que pueden conllevar a un ejercicio inadecuado de la sexualidad.

Rpta.: C

2. Carmela tiene un enamorado que ella considera «caído del cielo»: es alegre, amigable, atlético, culto y próspero en su trabajo: sin embargo él suele bromear delante de sus amigos y amigas sobre los errores que ella comete en la universidad. Sus amigas le dicen que él es agresivo, pero ella considera que no es así, sino que él tiene razón, porque ella es un poco torpe. Según García, es probable que Carmela se encuentre en la etapa de la relación de pareja denominada

- A) enamoramiento.
- B) noviazgo.
- C) idealización.
- D) amistad.

Solución:

Durante la etapa del enamoramiento, suele ser normal que se sobrevalore a la pareja exagerando en positivo las virtudes de esa persona y restándose a sí mismo(a) valor para otorgar el poder de la “perfección” al otro.

Rpta.: A

3. La Sra. Soto y su vecina, tienen hijos únicos, varones, de 14 años. El primero es un adolescente de inteligencia normal, y el hijo de la segunda, tiene síndrome de Down. La Sra. Soto manifiesta que está muy preocupada porque no sabe cómo hablarle a su hijo sobre su comportamiento sexual y relaciones de pareja; «por suerte, tú no tienes ese problema – le dice a la vecina- porque tu hijito es un angelito, él no tiene deseos sexuales». En relación al caso señale lo correcto.

- A) La Sra. Soto presenta información correcta respecto a la sexualidad.
B) Los niños con síndrome de Down no desarrollan su sexualidad.
C) Las creencias de la Sra. Soto constituyen un mito sexual.
D) La vecina de la Sra. Soto presenta prejuicios machistas.

Solución:

Los mitos son creencias erróneas respecto a la sexualidad que pueden conllevar a una práctica inadecuada acerca de esta dimensión humana.

Rpta.: C

4. Los noticieros informan que en lo que va del año ya son 118 las mujeres asesinadas en distintos puntos del país. Este grave problema llamado feminicidio, nos evidencia que es una crisis de la dimensión _____

- A) biológica. B) individual. C) psicológica. D) sociocultural.

Solución:

La dimensión sociocultural de la sexualidad es la que incluye los roles adecuados e inadecuados que se aprenden como válidos en el ejercicio de su sexualidad.

Rpta.: D

5. Carlota y Camilo son enamorados, han estudiado toda la carrera profesional juntos, siempre ayudándose, compartiendo secretos y proyectos, penas y temores. Los compañeros los ven como una pareja ideal. La familia de ambos también. Acorde a la teoría triárquica del amor, podemos afirmar que se trata de una relación donde predomina

- A) la pasión. B) el compromiso.
C) la intimidad. D) el romanticismo.

Solución:

Acorde a la teoría triárquica del amor, en esa relación predomina la Intimidad, referida al afecto que se experimenta por la pareja y que surge de la cercanía y frecuencia; implica el deseo de dar, compartir, recibir.

Rpta.: C



6. Es considerada una conducta de riesgo en el ejercicio de la sexualidad el

- A) inicio de relaciones sexuales prematuras.
- B) tener fantasías sexuales y sueños eróticos.
- C) abstenerse de tener relaciones sexuales.
- D) recibir información sexual en la familia.

Solución:

El inicio de relaciones sexuales prematuras es una conducta de riesgo debido a que los adolescentes no se encuentran preparados física ni emocionalmente para asumir las consecuencias de dichas conductas que pueden afectar su salud o proyecto de vida.

Rpta.: A

7. El pequeño Renzo, de once años, se siente secretamente enamorado de la amiga de su hermana mayor, ha notado que la joven siempre le sonríe y no sabe qué hacer, está convencido que es la mujer de su vida, nunca había visto una chica tan linda, amable e inteligente. Teniendo en cuenta los hallazgos de García sobre las relaciones de pareja, podemos afirmar que Renzo está atravesando por la etapa denominada

- A) heterosexualidad.
- B) idealización.
- C) enamoramiento.
- D) noviazgo.

Solución:

Es en la etapa llamada idealización, cuando se producen los amores platónicos: amor que no se concretiza por ser producto de la fantasía adolescente.

Rpta.: B



Educación Cívica

EJERCICIOS

1. Los trabajos de construcción de un inmueble afectan la pared de la propiedad vecina generando una caída parcial del muro del patio trasero. Ante este hecho, el propietario agraviado amenaza con denunciar el hecho ante la comisaría y la municipalidad del distrito. Sin embargo, el propietario de la casa en construcción solicita en buenos términos, hablar con el vecino afectado. Esta situación nos lleva a pensar que el conflicto será tratado inicialmente desde la voluntad de

- I. establecer el mecanismo de denuncia e indemnización vía proceso judicial.
- II. negociar alternativas de solución y compensación por el inmueble afectado.
- III. conciliar las formas de reparación del inmueble mediante un acta firmada por un mediador judicial.
- IV. exigir montos de dinero directamente en la corte superior jurisdiccional

A) Solo I y II

B) I, II y III

C) II y III

D) solo II

Solución:

La negociación es el proceso de solución de conflictos entre las personas implicadas, sin la intervención de terceros ajenos al problema. El éxito de toda negociación es lograr que ambas partes del conflicto salgan beneficiadas, exponiendo sus puntos de vista, el de la otra parte, estar dispuestos a ceder en algunos puntos, efectuando transacciones hasta encontrar el equilibrio, para lograr el acuerdo que cubra sus expectativas y permitir una solución pacífica.

Rpta.: D

2. Juan le debe dinero a Jorge y han pasado varios meses de incumplimiento del contrato que fijaba fecha de pago propuesta por Juan. Después de varios intentos por cobrar la deuda, Jorge decide acudir a un conciliador a pesar de recibir comentarios de los vecinos, que Juan ha viajado a radicar al extranjero. De lo antes descrito, ¿podemos asegurar que Jorge tendría éxito en iniciar el trámite de conciliación para convocar a Juan?

- A) Sí, porque el acta de conciliación crea una obligación judicial internacional.
- B) No, porque el conciliador no puede proponer alternativas de pago fraccionado.
- C) Sí, porque el trámite de conciliación es posible realizarlo desde el extranjero.
- D) No, porque hay desconocimiento del domicilio de la parte invitada.

Solución:

Son materias no conciliables:

- Desconocimiento del domicilio de la parte invitada.
- Parte invitada domicilia en el extranjero.
- Procesos cautelares.
- Procesos de garantías constitucionales.
- Nulidad, ineficacia y anulabilidad de acto jurídico.
- Petición de herencia cuando a la demanda se acumule con sucesión intestada.
- Violencia familiar.



- División y partición de bienes.
- Incumplimiento de contrato.
- Ofrecimiento de pago.
- Modificación de contratos.

Rpta.: D

3. Se pueden acceder a los mecanismos de resolución de conflictos ante una situación de pugna entre dos o más protagonistas, en los cuales existe incompatibilidad, motivada por una confrontación de intereses. De lo descrito, identifique los enunciados

- I. Una forma de resolver un conflicto entre dos partes es a través de la mediación.
- II. Las diferencias de dos grupos se pueden llegar a solucionar en una negociación.
- III. Las personas naturales solo deben asistir al Poder Judicial para poder resolver sus conflictos.
- IV. La conciliación es un mecanismo reconocido y reglamentado por el Estado.

A) I y III

B) I, II y IV

C) I, II y III

D) III y IV

Solución:

Los mecanismos para resolución de conflictos son: negociación, mediación y conciliación.

Negociación. Es el proceso de solución de conflictos entre las personas implicadas, sin la intervención de terceros ajenos al problema. El éxito de toda negociación es lograr que ambas partes del conflicto salgan beneficiadas, exponiendo sus puntos de vista.

Mediación. Es un procedimiento que intenta, en forma pacífica, dar solución al problema cuando las partes en conflicto no logran ponerse de acuerdo. Estas recurren a una tercera persona neutral que hace de mediador, quien cumple un rol orientador, guiando y brindando a las partes consejos y sugerencias, pero no proponiéndoles fórmulas de solución.

Conciliación. Es un mecanismo alternativo en la resolución de conflictos y está a cargo del conciliador elegido por las partes, quien debe proponer alternativas de solución. Esta modalidad es reconocida y reglamentada por el Estado.

Rpta.: B

4. Entre las recomendaciones expuestas por el informe de la Comisión de la Verdad y Reconciliación, se encuentra el reconocimiento de la necesidad de un Estado peruano más representativo e inclusivo, que tenga entre sus tareas, mejorar la atención a las necesidades y reclamos históricos de pobladores de diferentes regiones del país. A partir del texto, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones que contengan propuestas vinculadas directamente con esta recomendación general al Estado.

- I. Mayor presencia de servicio de instituciones estatales a la población.
- II. Promover el desarrollo de fronteras vivas para fortalecer la relación bilateral.
- III. Creación de organismos no gubernamentales en todas las provincias.
- IV. Promoción de derechos ciudadanos a través de una educación con igualdad.

A) VFFV

B) VVFF

C) FFVV

D) FVfV



Solución:

Algunas recomendaciones de la CVR para implementar reformas institucionales para contrarrestar el discurso violentista terrorista son:

- Presencia de la autoridad democrática y de los servicios del Estado en todo el territorio, recogiendo y respetando la organización popular, las identidades locales y la diversidad cultural, y promoviendo la participación ciudadana.
- Afianzar una institucionalidad democrática, basada en el liderazgo del poder político, para la defensa nacional y el mantenimiento del orden interno.
- Reformar el sistema de administración de justicia, para que cumpla efectivamente su papel de defensor de los derechos ciudadanos y el orden constitucional.
- Elaboración de una reforma que asegure una educación de calidad, que promueva valores democráticos.
- Generar confianza cívica, restableciendo las relaciones dañadas entre los ciudadanos y el Estado, de modo que se consolide la transición y gobernabilidad democráticas y se prevengan nuevos escenarios

Rpta.: A

Historia

EJERCICIOS

1. En el cuadro que presentamos a continuación, establezca la relación correcta entre la cultura y su característica del período intermedio tardío.

I. Lambayeque	a. Economía basada en el comercio
II. Chincha	b. Alto desarrollo en orfebrería.
III. Reinos aymaras	c. Destaca por su arquitectura funeraria

A) Ib, IIa, IIIc

C) Ic, IIa, IIIb

B) Ia, IIb, IIIc

D) Ib, IIc, IIIa

Solución:

En relación a las culturas del Segundo Intermedio, la cultura lambayeque tuvo un alto desarrollo de orfebrería, siendo el Tumi (cuchillo ceremonial) una de sus piezas más importantes, en el caso de la cultura Chincha, tuvieron protagonismo en el periodo gracias a su economía basada en el comercio que a través de sus rutas le permitió llegar hasta el Ecuador, finalmente acerca de los reinos aymaras, el uso exclusivo de las chullpas para el entierro de los gobernantes marca un sistema social altamente jerarquizado.

Rpta.: A

2. “Inga Yupanqui mandó juntar los caciques y señores que...le habían hecho servicio y les hizo numerosas mercedes, dándoles ropa, mujeres de su linaje y les permitió descansar un año en sus señoríos”.

El texto que presentamos es parte de la obra de Juan de Betanzos, de este podemos afirmar que la reciprocidad consistía en el sistema

- A) organizativo socioeconómico que regulaba las prestaciones a diversos niveles.
- B) económico que se realizaba entre agentes de igual poder dentro de los ayllus.
- C) equilibrado dentro de las panacas para el mantenimiento del poder central.
- D) autoritario de reproducción del poder de los aliados de las panacas reales.

Solución:

La reciprocidad comprendía uno de los principios económicos dentro del Tahuantinsuyo, este consistió en un sistema organizativo socioeconómico que regulaba las prestaciones de servicios a diversos niveles y servía además como engranaje en la producción y distribución de bienes. Básicamente fue un ordenamiento de las relaciones entre los miembros de una sociedad cuya economía desconocía el uso del dinero.

Rpta.: A

3. Dentro de la organización social del Tahuantinsuyo la _____ conformaba el grupo social de la más alta jerarquía, este que tenía entre sus ocupaciones ser el _____ del poder del inca, para establecer la llamada _____, forma con la cual se organizaba el Tahuantinsuyo para mantener el equilibrio político.

- A) panaca-cacique-diarquía
- B) nobleza de sangre-complemento- dualidad
- C) nobleza de privilegio- auqui-minka
- D) nobleza provincial-centro-diarquía

Solución:

La organización social del Tahuantinsuyo era sin duda altamente jerarquizada, poniendo en cúspide de la pirámide social a la elite incaica, esta tenía entre sus ocupaciones organizar el sistema de poder a través del nombramiento del auqui heredero, posterior Sapa inca, y a un sacerdote, esta dualidad de poderes mantendría el equilibrio de la sociedad incaica.

Rpta.: B

4. Durante el Imperio del Tahuantinsuyo, se determinó la necesidad de extender la red de caminos para fines exclusivamente de gobierno, así la red logró cubrir hasta unos 30 000 km, esta cifra pudo ser alcanzada gracias a

- A) el impulso de la mano de obra de las elites provinciales
- B) el intenso y organizado trabajo de los piñas de la selva.
- C) la planificación de la fuerza de trabajo disponible.
- D) el buen funcionamiento del sistema de minka en la costa.



Solución:

Durante el imperio del Tahuantinsuyo, el sistema de conexión o redes de caminos era muy importante para el mantenimiento de la comunicación con fines exclusivos de dominación del gobierno central y no de etnias o de los particulares, convirtiéndose así en el argumento para afirmar que las redes de caminos del Imperio eran totalmente diferentes a las modernas, pues hablamos de un instrumento para el mantenimiento del poder. Estas redes de caminos estaban articuladas gracias a la minuciosa planificación de la fuerza de trabajo disponible proveniente de los hatunrunas, quienes a través de la mita lograron construir grandes obras para el Estado.

Rpta.: C

Geografía

EJERCICIOS

1. En la ciudad de Lima son frecuentes los casos de enfermedades respiratorias y alergias. Cuando los síntomas y malestares son muy pronunciados, algunas personas consideran conveniente viajar y establecerse un tiempo en alguna ciudad de los valles interandinos. La mejora de salud de los capitalinos, se apoya en que en estos valles.

- A) las condiciones atmosféricas son permanentes.
- B) el clima predominante es árido subtropical.
- C) el clima es templado y presenta baja humedad.
- D) las precipitaciones son escasas durante todo el año.

Solución:

El clima en los valles interandinos es templado, de baja humedad o seco por lo cual favorece la mejoría de la salud de las personas con enfermedades respiratorias asociadas a la alta humedad de Lima.

Rpta.: C

2. La cordillera de los Andes es uno de los factores que genera que nuestro territorio presente una mayor variedad climática asociada a los pisos altitudinales. Determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes afirmaciones relacionadas con el texto anterior.

- I. En las cumbres de la cordillera Blanca se registra un mayor grado de insolación.
- II. La mayor presión atmosférica se presenta a mayores altitudes.
- III. En las inmediaciones del nevado Huascarán se percibe mayor sequedad.
- IV. Las nubes estratos generan mayor humedad en los valles interandinos

A) VVFF

B) VFVF

C) VVVF

D) FFFV

Solución:

La cordillera de Los Andes origina una variedad climática según los pisos altitudinales, modifica las condiciones de la temperatura, humedad, precipitación,



vientos y demás elementos del clima. A mayor altitud se registra menor temperatura, humedad, presión atmosférica.

Rpta.: B

3. En la siguiente imagen, podemos visualizar diversos factores regionales que influyen en la diversidad climática del Perú.



Sobre lo observado podemos afirmar que los

- I. factores demuestran la complejidad sistémica del clima.
- II. elementos del clima solo pertenecen a la región mostrada.
- III. los anticiclones describen un sentido antihorario.
- IV. fenómenos atmosféricos son manifestaciones aisladas.

A) II y III

B) I y III

C) I, II y III

D) II y IV

Solución:

Los factores geográficos son evidencia de la complejidad de factores de la naturaleza multifactorial en una dinámica sistémica.

Rpta.: B

4. Establezca la relación correcta entre los fenómenos de origen climático que se indican con una de sus causales.

- | | |
|--------------|---|
| I. El Niño | a. Los vientos alisios que vienen del este son más fuertes |
| II. La Niña | b. Las aguas cálidas se trasladan desde Australia a Sudamérica. |
| III. Friaaje | c. Los vientos del Atlántico sur ingresan a territorio peruano. |

A) Ib, IIa, IIIc

B) Ib, IIc, IIIa

C) Ic, IIa, IIIb

D) Ia, IIc, IIIb

Solución:

- El Niño, es un fenómeno climático cíclico a nivel mundial, se inicia en el océano Pacífico tropical, cerca de Australia e Indonesia, alterando con ello la presión atmosférica y cambios en la dirección y velocidad de los vientos. Los vientos alisios se debilitan y la máxima temperatura marina se desplaza hacia Sudamérica.
- La Niña, ocurre cuando los vientos alisios que vienen del este son más fuertes y desplazan las aguas cálidas hacia el oeste del océano Pacífico, lo cual permite que el agua fría debajo de la superficie del mar ascienda, cerca de la costa de América del Sur.
- Friaaje, Las masas de aire frías de la Antártida (zona de convergencia del Atlántico Sur), penetran al continente por la cuenca del río de La Plata para desplazarse hacia el Norte. En Perú ingresa por Madre de Dios y Puno, sigue hacia Ucayali y Loreto; selva de Cusco, Huánuco, Junín, Pasco

Rpta.: A

Economía

EJERCICIOS

1. El arroz es un producto de primera necesidad y uno de los más consumidos por las familias peruanas. No solo se consume arroz de producción nacional sino también el importado. Esto último ha generado bastante molestia a los productores nacionales. Lo anterior se refiere al mercado de

A) bienes.

B) servicios.

C) insumos.

D) capitales.

Solución:

El mercado donde las familias son demandantes es el de bienes y servicios, si se refiere específicamente a un producto tangible como el arroz es un bien.

Rpta.: A

2. En el Perú el 85% de las unidades_____ tienen ventas anuales que no superan las 1700 uits (unidades impositivas tributarias). Estas reciben apoyo del _____ para lograr ser más competitivas. Este apoyo se plasma en subsidios y reducción de impuestos.

A) productoras – empresario

B) de consumo – gobierno

C) productoras – gobierno

D) de consumo – comerciante



Solución:

Las unidades encargadas de las ventas son las productoras o empresas. Las que reciben ayuda del gobierno son las Pymes.

Rpta.: C

3. La minería en el Perú sigue siendo la principal generadora de divisas por exportaciones. El principal destino de estos productos son las fábricas chinas. China en los últimos años se ha convertido en nuestro principal socio comercial. El mercado relacionado con estos productos es de

A) factores. B) servicios. C) bienes. D) capitales.

Solución:

Los minerales son materias primas que son adquiridos por las empresas en el mercado de factores.

Rpta.: A

4. Durante las fiestas de fin de año las familias acuden masivamente a los mercados. Las tiendas de ropa, regalos y alimentos se ven inúndados de consumidores.

En relación con lo mencionado, los flujos _____ se dan dentro de un mercado de _____.

- A) reales y monetarios – bienes y servicios
B) económicos – factores
C) nominales – bienes y servicios
D) tangibles – factores

Solución:

Del texto podemos concluir que los flujos reales (productos) y monetarios (dinero) se dan dentro de un mercado de bienes y servicios.

Rpta.: A

5. Los juegos panamericanos realizados en nuestro país el ultimo julio, tuvo mucho éxito a nivel deportivo y económico. Las grandes inversiones que realizo el gobierno tuvo su recompensa, se le considera la competencia mejor organizada de los últimos tiempos. Con respecto a esto señalar verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- I. Debido a las competencias aumentaron solo los flujos monetarios.
II. La construcción de los auditorios dinamizo el mercado de factores.
III. El mercado de servicios no se vio afectado, pero si el de bienes.
IV. Aumentaron los flujos monetarios hacia el Estado.

A) FFFF B) FVVF C) VFVF D) VVVV

Solución:

Al aumentar los flujos monetarios también incrementa su contraparte que son los flujos reales. La construcción de las obras aumento el empleo que es parte del mercado de factores. Aumento el turismo (servicios) y el consumo de golosinas, y refrescos (bienes) en las competencias. El Estado recaudo más dinero debido al cobro de impuestos.

Rpta.: B

6. La mayor parte de los venezolanos que llegan al país, por no tener sus documentos en regla, se dedican a actividades informales, principalmente el comercio ambulatorio. En dichos negocios hay periodos de altas ventas y periodos de bajas ventas, Por dicha razón el principal determinante de su consumo es la_____. Además priorizan la compra de alimentos y servicios básicos, estos se consideran como gastos_____.
- A) renta absoluta – discrecionales
B) recaudación– mensual
C) ganancia absoluta – fijos
D) renta permanente – fijos

Solución:

Los comerciantes informales no tienen un ingreso estable, toman en cuenta lo que recibirán en el periodo actual y futuro (renta permanente). Los gastos destinados a productos básicos se conocen como fijos.

Rpta.: D

7. En el Perú se está viviendo el fenómeno del emprendedurismo, cada vez son más la aparición de organizaciones dedicadas a la producción de bienes y servicios novedosos y que satisfacen nuevas necesidades, Estas se están concentrando en productos tecnológica y de servicios para venderlos y tratar de lograr un lucro, nos estamos refiriendo a
- A) los mercados.
B) las familias.
C) las empresas.
D) organismos estatales.

Solución:

Las empresas son organizaciones especializadas en la producción de bienes y servicios para luego intercambiarlos por dinero, obteniendo una ganancia o beneficio.

Rpta.: C

8. Constantemente recibimos llamadas telefónicas y mensajes de texto de personas que nos quieren vender algún producto financiero, como tarjetas de crédito, seguros o afiliación a una AFP. Estas personas son muy insistentes, debido a que por cada venta de dichos productos, reciben un porcentaje del dinero obtenido. Dentro de las actividades de comercio, ambos agentes asumen la modalidad de
- A) especuladores.
B) mayorista.
C) informales.
D) comisionistas.

Solución:

La venta de productos financieros como seguros y tarjetas de crédito representa una actividad comercial donde los vendedores asumen la modalidad de comisionistas.

Rpta.: D

9. _____ es la unidad económica que origina el flujo monetario hacia _____ por la adquisición de insumos y fuerza laboral. Estas transacciones se dan en el mercado de _____.

- A) La empresa – las familias – factores
- B) El gobierno – las familias – servicios
- C) La familia – el gobierno – factores
- D) La empresa – las familias – bienes

Solución:

Las empresas son las unidades que intercambian flujos monetarios por factores como insumos y fuerza laboral. Que son proporcionados por las familias. Este intercambio se realiza en el mercado de factores.

Rpta.: A

Filosofía

EJERCICIOS

Del texto citado se puede colegir que para San Agustín

- A) la causa eficiente de la mala voluntad posee una esencia suprema.
- B) la voluntad es deficiente cuando solo se guía por la voluntad divina.
- C) la mala voluntad es causada por un ser con esencia en grado sumo.
- D) el mal no posee ninguna esencia y, por tanto, no existe como ser.

Solución:

En el texto se afirma que Dios creó las cosas según una gradación de ser, es decir, algunas criaturas poseen más ser que otras. Y ya que Dios es el ser supremo y es aquel que existe en grado sumo, su contrario solo puede ser la ausencia absoluta de ser, es decir, el no-ser. Por tanto, el mal no posee esencia ni existencia.

Rpta.: D

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En una discusión filosófica, un estudiante manifiesta lo siguiente: “El hecho de que tengamos la posibilidad de emplear conceptos como ‘humano’ y ‘libertad’ no supone que estos tengan existencia como esencias en otro mundo. Simplemente, hay que concebirlos como meros términos o palabras que resultan útiles para referirnos a las cosas”.

La perspectiva defendida por el estudiante guarda semejanzas importantes con el

- A) realismo moderado de Santo Tomás.
- B) fideísmo de Quinto S. F. Tertuliano.
- C) nominalismo de Guillermo de Ockham.
- D) realismo exagerado de Guillermo de Champeaux.



Solución:

Guillermo de Ockham estableció que los universales no tienen existencia como esencias de las cosas, ya que simplemente son voces o nombres que hacen referencia a las semejanzas que guardan los objetos de la realidad.

Rpta.: C

2. Muchas personas que profesan la religión cristiana manifiestan que el único camino para alcanzar una comprensión de la existencia de Dios es la fe. Por eso, suelen sostener que para entender la realidad del ser supremo basta con confiar en el conjunto de verdades reveladas que nos brinda la Biblia.

Al respecto, Santo Tomás de Aquino afirmarí que

- A) la comprensión de los misterios de la fe solo es posible para unos pocos.
- B) otra forma de alcanzar la verdad de la existencia de Dios es a través la razón.
- C) en efecto, la fe debe ser el único camino de todo conocimiento posible.
- D) existen cinco vías para captar al ser supremo a partir de la creencia.

Solución:

Para Santo Tomás de Aquino, no solamente por medio de la fe podemos estar convencidos de que Dios existe; también es posible alcanzar este objetivo a través de la razón o entendimiento humano.

Rpta.: B

3. Según José, incluso los científicos requieren de la fe para lograr una gran profundidad en lo que respecta al descubrimiento de las verdades más importantes del universo. Partiendo de este punto de vista, él expresa lo siguiente: "El entendimiento humano, aunque tenga como base los principios, métodos e instrumentos de la ciencia, es ciego si es que no se apoya desde el comienzo en la confianza en que existe un Dios amoroso, justo, omnipotente, omnisciente y eterno".

¿Cuál de los filósofos estudiados coincidiría con la opinión de José?

- A) San Agustín de Hipona
- B) Santo Tomás de Aquino
- C) Dante Alighieri
- D) Guillermo de Ockham

Solución:

Para San Agustín de Hipona la fe es la base y fundamento de todo conocimiento posible, motivo por el cual es necesario creer en Dios para alcanzar el conocimiento de la verdad.

Rpta.: A

4. El problema de los universales fue uno de los debates más importantes de la historia de la filosofía y tuvo dos posturas marcadamente opuestas. Algunos sostuvieron que los universales existían y que eran independientes de los objetos concretos; es decir, que eran _____ de las cosas. Otros refutaron este planteamiento y consideraron que los universales no existían y que eran meros _____, etiquetas que el ser humano pone a las cosas para agruparlas por su semejanza.

A) la materia - denominadores
C) los conceptos - pensamientos

B) las esencias - nombres
D) los atributos - caracteres

Solución:

Los realistas creían que los universales eran las esencias de las cosas y que eran independientes de los individuos; en cambio, los nominalistas, que era imposible pensar una cosa universalmente sin el apoyo de la observación de las cualidades materiales de los individuos, por lo tanto, los universales no podían ser independientes de estos y no eran más que nombres.

Rpta.: B

5. A lo largo de la historia han existido teólogos cristianos según los cuales resulta equivocado sostener que la fe y la razón mantienen una estrecha relación a propósito de la búsqueda de ciertas verdades o principios fundamentales acerca de Dios, el alma y la vida en el otro mundo. Por tal motivo, establecieron que una es la vía de las creencias religiosas y otra es la de la investigación de carácter racional.

De manera semejante, el filósofo medieval _____ establece una independencia absoluta entre la fe y la razón.

A) San Agustín de Hipona
C) Guillermo de Ockham

B) Santo Tomás de Aquino
D) Alberto Magno

Solución:

Para Ockham no existe ninguna coincidencia entre la fe y la razón. Por eso, sostuvo que por un lado hay que concebir el camino de la reflexión filosófica basada en el entendimiento y por otro el de las convicciones religiosas que nos proporcionan las verdades sobrenaturales que transmite la Biblia.

Rpta.: C

6. “Agustín se encuentra muy lejos del fideísmo, que siempre representa una forma de irracionalismo. La fe no substituye a la inteligencia y tampoco la elimina; al contrario, como ya hemos dicho previamente, la fe estimula y promueve la inteligencia. La fe es un *cogitare cum assensione*, un modo de pensar asintiendo; por esto, si no hubiese pensamiento, no existiría la fe. Y de manera análoga, por su parte la inteligencia no elimina la fe, sino que la refuerza y, en cierto modo, la aclara.”

[Reale, G. y Antiseri, D. (1995). *Historia del pensamiento filosófico y científico*. Barcelona: Herder, p.380]

El fragmento anterior hace referencia al postulado agustiniano que afirma que

A) solo la razón puede superar a la fe.
B) tenemos fe en lo que es imposible.
C) la fe es el fundamento de la verdad.
D) la fe y la razón no se complementan.



Solución:

El texto menciona la íntima relación que Agustín establece entre fe y razón. Ninguna de las dos se niega o excluye. Mientras la inteligencia refuerza y profundiza la fe, esta “estimula y promueve la inteligencia”. Por tanto, el fundamento de la verdad se encuentra en la fe, porque solo esta puede dirigir a la razón por el camino correcto.

Rpta.: C

7. Con el objetivo de absolver una serie de interrogantes de su hijo sobre la condición humana en general, un padre de familia expresa lo siguiente: “Hijo, no cabe duda de que cada uno de nuestros actos tienen su origen en la voluntad de Dios. Esto significa que todo lo que hacemos, de una u otra manera, depende de Él que es omnipotente y omnisciente”.

Con respecto a este planteamiento, San Agustín de Hipona sostendría que

- A) el hecho de que Dios tenga un carácter trascendente implica que no mantiene ningún tipo de relación con los seres humanos.
- B) es correcto asumir la idea de que los hombres estamos completamente determinados en lo que concierne a nuestras acciones.
- C) no es cierto que todos nuestros actos dependan de la voluntad de Dios, pues poseemos libertad para elegir entre el bien y el mal.
- D) Dios no puede ser omnipotente y omnisciente, ya que esto negaría el libre albedrío que poseen los seres humanos por naturaleza.

Solución:

Si bien San Agustín plantea que la gracia divina es absolutamente necesaria para que nos salvemos, al mismo tiempo afirma que depende de nosotros mismos el hecho de aceptar o no esta posibilidad que nos brinda Dios para salvarnos.

Rpta.: C

8. Para María, el hecho de que alguien sea cristiano no debe llevarlo a pensar que todo puede hallar respuesta en la Biblia: “Creo que existen un conjunto de preguntas que solo pueden ser absueltas sobre los fundamentos de la investigación científica cuyo punto de partida es el entendimiento. Por ello, si queremos saber cuándo se acercará un cometa, necesariamente debemos recurrir a la astronomía; nada encontraremos al respecto en la Biblia. Sin embargo, esto no significa que fe y razón siempre vayan por vías separadas, ya que a propósito de ciertas cuestiones pueden llegar a las mismas conclusiones”.

La perspectiva de María es coherente con el planteamiento defendido por

- A) Santo Tomás de Aquino
- B) San Agustín de Hipona
- C) Guillermo de Ockham
- D) Orígenes de Alejandría

Solución:

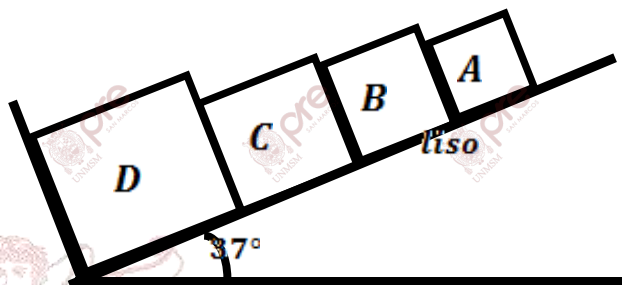
De manera similar a María, Santo Tomás defendía una independencia parcial, pero no total, entre la fe y la razón; ya que creía que ambas podían alcanzar en algunos casos, por distintos caminos, las mismas verdades.

Rpta.: A

Física

EJERCICIOS

1. La tercera ley de Newton nos indica que, si tenemos dos cuerpos, y el primero de estos le ejerce una fuerza de acción al segundo, el segundo le ejercerá una fuerza de reacción al primero de igual magnitud pero en dirección opuesta. En este contexto, determinar la fuerza de contacto entre los bloques C y D, si se sabe que los pesos de los bloques cúbicos son: $P_A = 4\text{ N}$, $P_B = 6\text{ N}$, $P_C = 10\text{ N}$ y $P_D = 20\text{ N}$.



A) 8N

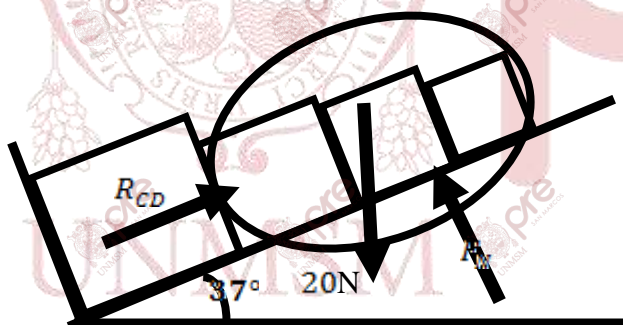
B) 10N

C) 12N

D) 14N

Solución:

Tomando los bloques A, B y C como un sistema:

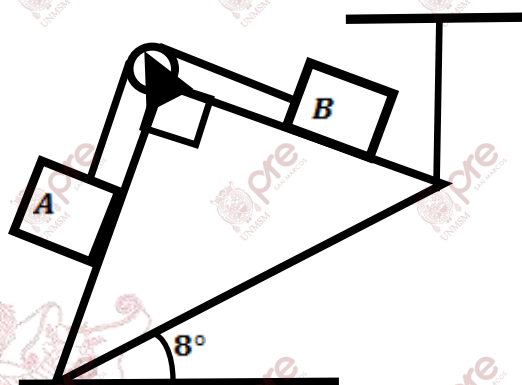


Por tanto:

$$R_{CD} = 12\text{ N}$$

Rpta.: C

2. Una polea ideal es una máquina simple que no posee masa ni rozamiento, y cuya cualidad principal es la de cambiar la dirección de una determinada fuerza de tensión sin alterar su magnitud. En este contexto, se tiene un prisma rectangular isósceles, sobre el cual se encuentran dos bloques A y B que están atados por una cuerda ideal. Dicha cuerda pasa por una polea ideal, tal como se muestra en la figura. Si los pesos de dichos bloques suman 28 N. Determinar la magnitud de los pesos (en Newton) de A y B, para que el sistema se encuentre en equilibrio. No existe rozamiento.



A) 14N y 14N

B) 10N y 18N

C) 12N y 16N

D) 13N y 15N

Solución:

Del gráfico:

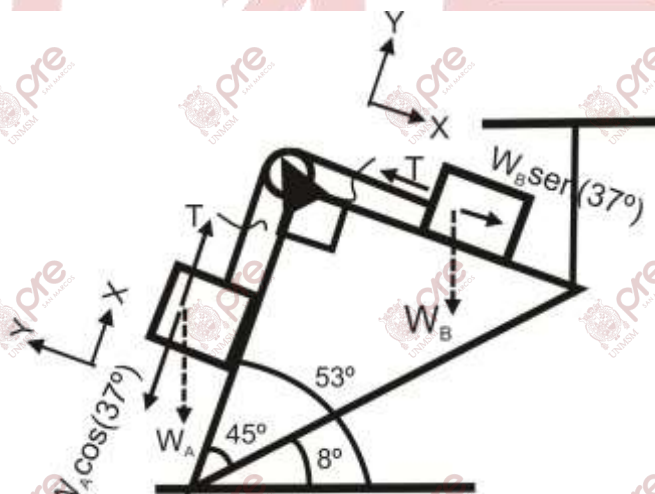
$$W_A \cos(37^\circ) = W_B \sin(37^\circ)$$

$$\rightarrow \frac{W_A}{W_B} = \frac{3K}{4K}$$

Del dato: $W_A + W_B = 28$ $\rightarrow k = 4$

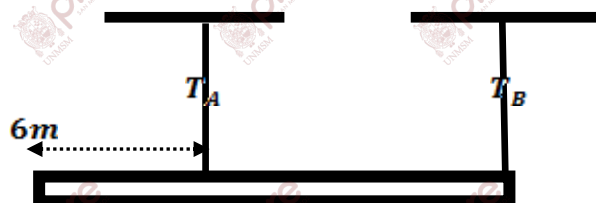
Por lo tanto:

$$W_A = 12N ; W_B = 16N$$



Rpta.: C

3. Unos hábiles estudiantes en el laboratorio se proponen calcular la longitud total de una barra homogénea de una manera poco convencional. Para lograrlo, con la ayuda de un dinamómetro, midieron las tensiones de las cuerdas A y B. También, les fue necesario medir solo una pequeña porción de dicha barra, tal como se muestra en la figura. Si las tensiones de las cuerdas A y B que lograron medir están en la relación de 4 a 3. ¿Cuál fue la longitud total de la barra que dichos estudiantes lograron determinar?

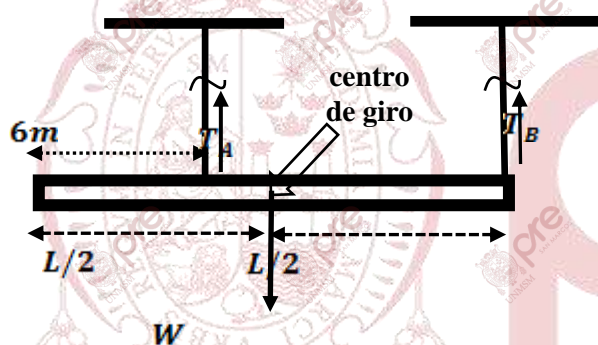


A) 48m

B) 50m

C) 52m

D) 56m

Solución:Aplicando la 2^{da} Condición de Equilibrio:

$$T_A \left(\frac{L}{2} - 6 \right) = T_B \frac{L}{2}$$

$$T_A (L - 12) = T_B L$$

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{L}{L - 12}$$

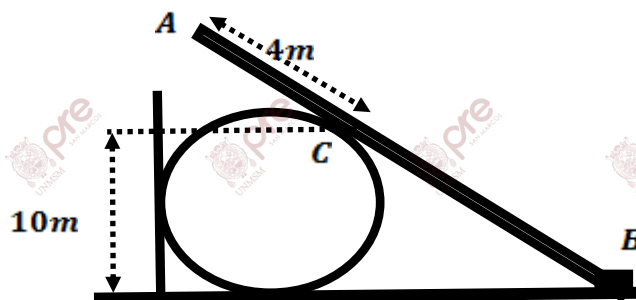
$$\frac{4}{3} = \frac{L}{L - 12}$$

$$\rightarrow 4L - 48 = 3L$$

$$\rightarrow L = 48 \text{ m}$$

Rpta.: A

4. Un cuerpo rígido extenso se encontrará en equilibrio total, si y solo si, dicho cuerpo cumple la primera condición de equilibrio (equilibrio de traslación) y la segunda condición de equilibrio (equilibrio de rotación). En este contexto, se sabe que la barra homogénea AB, mostrada en la figura, se encuentra en equilibrio total. Además, la fuerza de reacción en el punto C es $48\sqrt{3} \text{ N}$, siendo C punto de tangencia entre la barra y la esfera. Determinar el peso de dicha barra, si esta posee una longitud total de 24 m. No existe rozamiento.

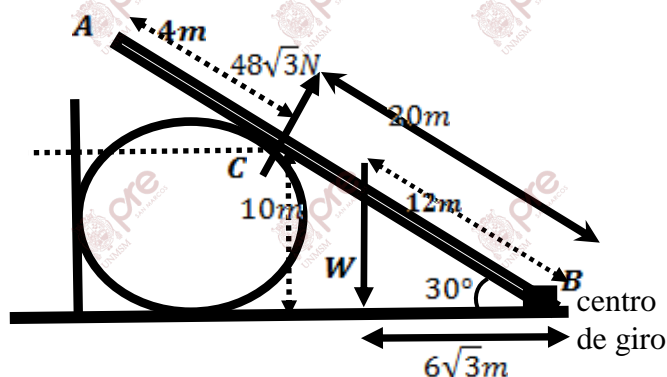


A) 160N

B) 180N

C) 200N

D) 220N

Solución:

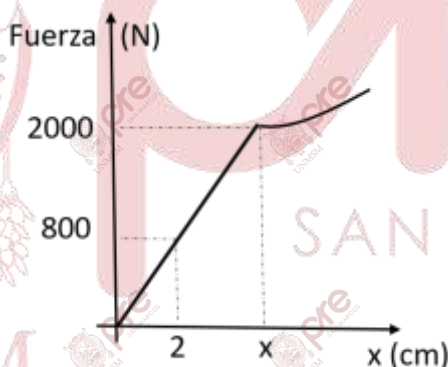
Aplicando la 2^{da} condición de equilibrio a la barra: $48\sqrt{3} \times 20 = W \times 6\sqrt{3}$
 $W = 160 \text{ N}$

Rpta.: A

5. Una fábrica de suspensiones helicoidales de resorte para bicicleta hace un test de compresión. Cuando se coloca un bloque de 80 kg de masa el resorte se comprime 2 cm, tal como se muestra en la figura. Determine la máxima compresión del resorte antes que pierda su propiedad elástica.

 $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- A) 5 cm
 B) 6 cm
 C) 2 cm
 D) 8 cm

**Solución:**

De la ley de Hooke:

$$*F_k = kx$$

$$800 = k(2) \Rightarrow k = 400 \text{ N/cm}$$

De la figura, $x_{\max} = ?$, $F = 2000 \text{ N}$

$$*F_k = kx$$

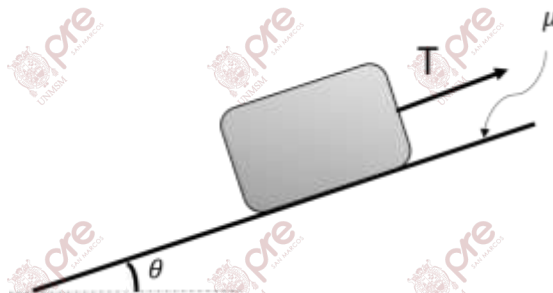
$$2000 = 400x_{\max} \Rightarrow x_{\max} = 5 \text{ cm}$$

Rpta.: A

6. Por la primera condición de equilibrio, si la fuerza resultante que actúa en un cuerpo es nula, el cuerpo se mantiene en reposo o se desplaza con velocidad constante. En este contexto, determine la magnitud de la tensión T que actúa sobre un bloque de masa 5 kg que se encuentra en reposo sobre un plano rugoso inclinado 53° con la horizontal y coeficiente rozamiento estático 0,4.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 28 N
B) 24 N
C) 32 N
D) 44 N



Solución:

Analizando las fuerzas:

$$* N = F_g \cos(53^\circ) = mg \cos 53^\circ = (5)(10) \left(\frac{3}{5} \right) = 30 \text{ N}$$

$$N = (50) \left(\frac{3}{5} \right) \Rightarrow N = 30 \text{ N}$$

$$* T + f_{\text{roz.}} = F_g \sin(53^\circ) \rightarrow T + \mu mg \cos 53^\circ = mg \sin 53^\circ$$

$$T + (0,4)(30) = (50) \left(\frac{4}{5} \right) \Rightarrow T = 28 \text{ N} \quad T + \mu N = mg \sin 53^\circ$$

$$T + (0,4)(30) = (5)(10) \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$T + 12 \text{ N} = 40 \text{ N}$$

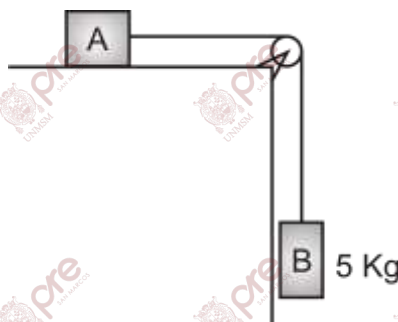
$$T = 40 \text{ N} - 12 \text{ N} = 28 \text{ N}$$

Rpta.: A

7. La figura muestra la unión de dos bloques mediante una cuerda que pasa a través de una polea ideal fija. Si el bloque A está a punto de deslizar sobre una superficie horizontal áspera con coeficiente estático $1/3$; determine la masa del bloque A para mantener el equilibrio.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

- A) 15 kg
B) 30 kg
C) 25 kg
D) 1,5 kg



Solución:

Por la primera Ley de Newton:

* Bloque B:

$$T = 50 \text{ N}$$

* Bloque A:

$$T = f_{roz} \wedge N = Fg$$

$$50 = (1/3)(10m) \Rightarrow m = 15 \text{ kg}$$

Rpta.: A

8. Una esfera de masa $m = 100 \text{ g}$ gira en una trayectoria circular en el plano vertical como se muestra en la figura. Si la rapidez en el punto A es 10 m/s . Determine la magnitud de la tensión de la cuerda en el punto A, radio $R = 1 \text{ m}$.

A) 10 N

B) 20 N

C) 40 N

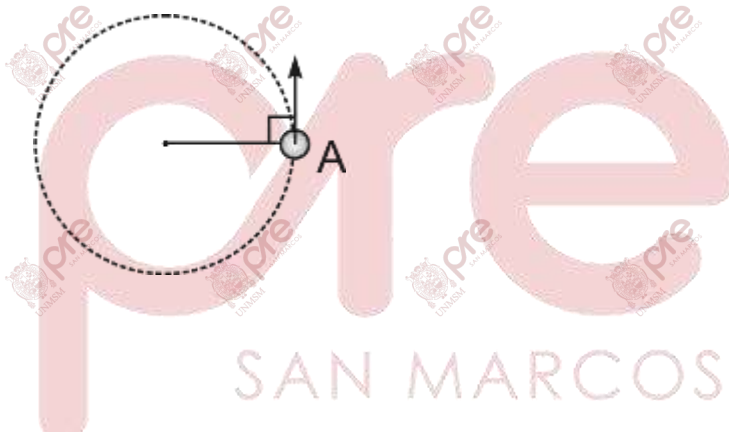
D) 50 N

Solución:

$$T = m \cdot a_c$$

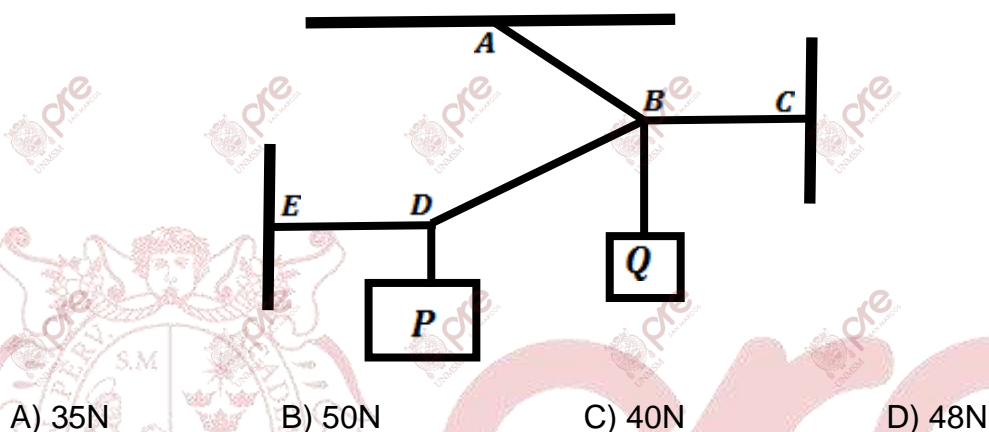
$$a_{cp} = v^2 / R = 100 / 1 = 100 \text{ m/s}^2$$

$$T = (0,1) \times (100) = 10 \text{ N}$$

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. En un laboratorio de física unos estudiantes se proponen analizar la primera condición de equilibrio mediante experimentos. Para ello usan las pesas P y Q, de pesos de 36N y 12N, respectivamente. Además disponen de un dinamómetro digital, que permite la medida de la tensión de cada cuerda en un intervalo de tiempo de 5 segundos. Si el dinamómetro calculó una diferencia de tensión entre los cables BC y ED de 14N. Y además, se observó que las cuerdas ED y BC están perfectamente paralelas al plano horizontal. ¿Cuál fue la magnitud de la tensión que el dinamómetro calculó en la cuerda AB?

**Solución:**

Para el punto D:

$$X: T_{ED} = T_{DB} \cos(\alpha)$$

$$Y: P = 36 = T_{DB} \sin(\alpha)$$

Para el punto B:

$$X: T_{BC} = T_{AB} \cos(\beta) + T_{DB} \cos(\alpha)$$

$$T_{BC} = T_{AB} \cos(\beta) + T_{ED}$$

$$T_{BC} - T_{ED} = T_{AB} \cos(\beta)$$

$$14 = T_{AB} \cos(\beta) \dots (1)$$

$$Y: T_{AB} \sin(\beta) = Q + T_{DB} \sin(\alpha)$$

$$T_{AB} \sin(\beta) = 12 + 36$$

$$T_{AB} \sin(\beta) = 48 \dots (2)$$

Elevando (1) y (2) al cuadrado y sumando:

$$T_{AB}^2 \cos^2(\beta) + T_{AB}^2 \sin^2(\beta) = 14^2 + 48^2 = 7^2 \times 2^2 + 24^2 \times 2^2$$

$$T_{AB}^2 = 25^2 \times 2^2 \rightarrow T_{AB} = 50 \text{ N}$$

Rpta.: B



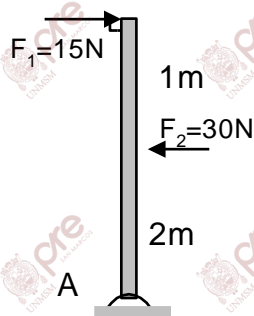
2. Cuando el torque resultante es nulo, la aceleración angular es nula y por tanto el sistema presenta rapidez angular constante o nula. En ese contexto, la figura muestra la acción de dos fuerzas sobre una barra de peso despreciable en posición vertical articulada en el punto A. determine el torque resultante respecto del punto A. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) +15 N.m

B) -1,5 N.m

C) +10 N.m

D) -15 N.m

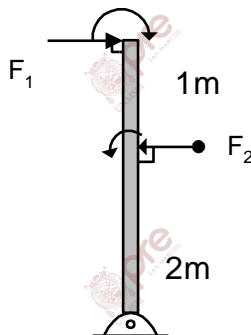
**Solución:**

$$M_A = M_1 + M_2$$

$$M_A^R = -45 + 60$$

$$M_A^R = 15$$

$$\therefore M_A = +15 \text{ N.m}$$

**Rpta.: A**

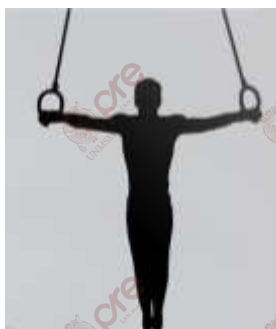
3. Un atleta de peso 672 N y 1.70 m de estatura realiza el ejercicio de anillos denominado "el Cristo", en el que mantiene su cuerpo inmóvil con los brazos extendidos horizontalmente tal como se muestra en la figura. Determine la tensión de la cuerda cuando forma 74° con la horizontal. ($g=10\text{m/s}^2$)

A) 350 N

B) 250 N

C) 450 N

D) 550 N



Solución:

En el equilibrio:

$$*F_g = 2T \cdot \text{Sen}(74^\circ)$$

$$672 = 2T \left(\frac{24}{25} \right) \Rightarrow T = 350 \text{ N}$$

Rpta.: A

4. Un bloque de masa 8 kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Debido a la fuerza horizontal de magnitud 32 N, el bloque tiende a moverse, determine el coeficiente de fricción estática entre el bloque y el piso.

($g = 10 \text{ m/s}^2$)

A) 0,4

B) 0,1

C) 0,2

D) 0,5

Solución:

De la segunda ley de Newton:

$$F - \mu N = 0 \quad (1)$$

Si $F = 32 \text{ N}$,

$$N = mg = 80 \text{ N} \quad (2)$$

(2) en (1):

$$32 - \mu(80) = 0$$

$$\mu = \frac{32}{80} = 0,4$$

Rpta.: A

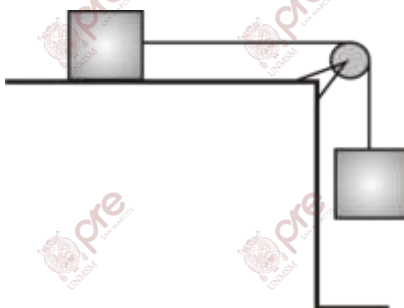
5. El bloque que cuelga de masa M, se conecta por medio de una cuerda que pasa por una polea sin fricción a un bloque de 5 kg de masa en reposo, sobre una mesa plana. Si el coeficiente de fricción estático es 0,50, determine la masa M.

A) 2,5 kg

B) 3,0 kg

C) 7,0 kg

D) 8,0 kg



Solución:

$$T = \mu mg \quad (1)$$

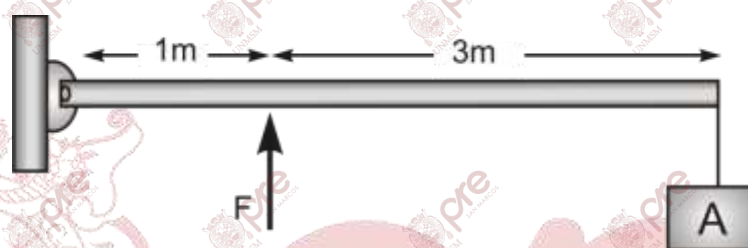
$$T = Mg \quad (2)$$

De (1) y (2) $M = 2,5 \text{ kg}$

Rpta.: A

6. La barra uniforme y homogénea, mostrada en la figura, pesa 40N. Cuando la magnitud de la fuerza F es de 200 N permanece horizontal. Determinar la masa del bloque A.

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



A) 3 kg

B) 4 kg

C) 5 kg

D) 6 kg

Solución:

Tomando momento en el extremo inferior izquierdo de la barra:

$$\sum M = 0$$

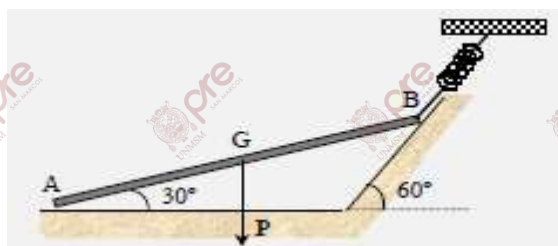
$$200 \times 1 - 40 \times 2 - T \times 4 = 0$$

$$T = 30 \text{ N}$$

$$M = 3 \text{ Kg}$$

Rpta.: A

7. Una barra homogénea de 300 N de peso y longitud l se apoya sobre dos superficies lisas tal como se muestra en la figura adjunta. Se mantiene en equilibrio bajo la acción que le ejerce un muelle unido a su extremo B de constante $k = 500 \text{ N/m}$. Determinar el alargamiento del muelle.



A) 26 cm

B) 23 cm

C) 25 cm

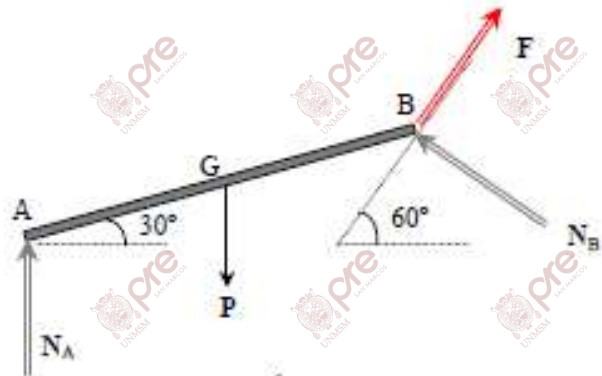
D) 28 cm



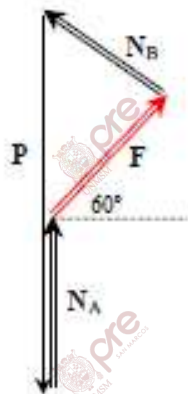
Solución:

⇒ Sobre la barra actúan cuatro fuerzas : El peso P , las normales en los apoyos N_A , N_B y la fuerza aplicada en el extremo A .

⇒ Diagrama del sólido libre



⇒ Condición de equilibrio



⇒ Tomando momentos respecto de B



$$N_A + F \sin 60^\circ + N_B \sin 30^\circ = P$$

$$F \cos 60^\circ = N_B \cos 30^\circ$$

Sistema de dos ecuaciones con tres incógnitas



$$-N_A l \cos 30^\circ + P \frac{1}{2} l \cos 30^\circ = 0$$

⇒ Operando queda $N_A = \frac{1}{2} P$; $F = \frac{1}{2} P \sin 60^\circ$; $\Delta l = \frac{F}{k} = 2.6 \text{ cm}$

Rpta.:A



Química

EJERCICIOS

1. La leche de magnesia contiene $\text{Mg}(\text{OH})_2$, que es un compuesto utilizado para controlar la acidez estomacal que se produce al secretar el jugo gástrico que a su vez contiene HCl los cuales al combinarse forman el MgCl_2 . Con respecto a los estados de oxidación (E.O.) de las sustancias mencionadas determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. En el MgCl_2 , la suma de sus E.O. es cero.
II. En el $\text{Mg}(\text{OH})_2$ el metal presenta E.O. igual a +2.
III. El E.O. del cloro en el HCl es +1.

- A) VVF B) VFV C) FVF D) VVV

Solución:

- I. **VERDADERO.** En el MgCl_2 , la suma de sus E.O. es cero. $\text{Mg}^{2+} 2\text{Cl}^{1-}$
II. **VERDADERO.** En el $\text{Mg}(\text{OH})_2$ el metal es el magnesio, pertenece al grupo II A, por lo tanto presenta E.O. igual a +2.
III. **FALSO.** El E.O. del cloro en el HCl es -1 ya que es más electronegativo que el hidrógeno.

Rpta.: A

2. El perclorato de amonio (NH_4ClO_4) se emplea en explosivos. Dicho compuesto está formado por los iones ClO_4^- y NH_4^+ , determine los estados de oxidación de los elementos resaltados en negrita respectivamente.

- A) +4, -3 B) +7, +3 C) +4, +3 D) +7, -3

Solución:

La sumatoria de los estados de oxidación de un compuesto es igual a cero y de los iones igual a su carga.

$$\begin{array}{lcl} \text{X}^{-2} & & \\ (\text{ClO}_4)^{1-} & x-8 = -1 & x=+7 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{X}^{+1} & & \\ (\text{NH}_4)^{1+} & x+4=+1 & x=-3 \end{array}$$

Rpta.: D



3. Los óxidos tienen diferentes aplicaciones, por ejemplo encontramos en los extintores el CO_2 , en la fabricación del vidrio el SiO_2 y en materiales refractarios el MgO . Indique la alternativa que muestra el nombre de los compuestos en la nomenclatura tradicional del CO_2 , sistemática del SiO_2 y stock del MgO , respectivamente.

- A) Óxido carbónico, dióxido de silicio y óxido de magnesio
B) Anhídrido carbónico, dióxido de silicio y óxido de magnesio (I)
C) Óxido carbonoso, dióxido de silicio y óxido de magnesio
D) Anhídrido carbónico, dióxido de silicio y óxido de magnesio

Solución:

Compuesto	tradicional	sistemática	stock
CO_2	Anhídrido carbónico	Dióxido de carbono	Óxido de carbono (IV)
SiO_2	Anhídrido silícico	Dióxido de silicio	Óxido de silicio (IV)
MgO	Óxido de magnesio	Óxido de magnesio	Óxido de magnesio

Rpta.: D

4. Los hidróxidos son compuestos que se forman a partir de la combinación de un óxido básico y el agua, por ejemplo el $\text{Al}(\text{OH})_3$ muy utilizado en antiácidos y el NaOH en la elaboración de jabones. Respecto a los hidróxidos mencionados, determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. En ambos el metal tiene E.O. +1
II. El nombre sistemático del $\text{Al}(\text{OH})_3$ es hidróxido de aluminio (III)
III. El nombre tradicional del NaOH es hidróxido de sodio

- A) FFV B) VVV C) VFV D) VVF

Solución:

- I.- **FALSO**. El aluminio presenta E.O. +3 en el $\text{Al}(\text{OH})_3$ y del sodio su E.O. en el NaOH . es +1.
II.- **FALSO**. El nombre en sistemático del $\text{Al}(\text{OH})_3$ es trihidróxido de aluminio
III.- **VERDADERO**. El nombre tradicional del NaOH es hidróxido de sodio.

Rpta.: A



5. El hidruro de calcio es un compuesto químico utilizado comúnmente como agente reductor fuerte y también para producir hidrógeno. Respecto al hidruro de calcio, seleccione la secuencia de verdad (V o F).

- I. Su fórmula química es CaH_2 .
- II. Su nombre sistemático es dihidruro de calcio.
- III. El estado de oxidación del hidrógeno es -1.

- A) VVV B) VFV C) FVV D) VVF

Solución:

- I. **VERDADERO.** Su fórmula química del hidruro de calcio es CaH_2
- II. **VERDADERO.** Su nomenclatura sistemática del CaH_2 es dihidruro de calcio.
- III. **VERDADERO.** El estado de oxidación del hidrógeno es -1, en los hidruros metálicos como el hidruro de calcio, $\text{CaH}_2^{+2 -1}$.

Rpta.: A

6. Los hidrácidos son compuestos binarios solubles en agua. Son fumantes, es decir desprenden vapores densos, corrosivos e irritantes, por ejemplo el $\text{HBr}_{(g)}$ y $\text{H}_2\text{S}_{(g)}$. Al respecto determine el valor de verdad (V o F) de las siguientes proposiciones.

- I. El nombre del $\text{HBr}_{(g)}$ es bromuro de hidrógeno y del $\text{H}_2\text{S}_{(g)}$ es ácido sulfhídrico.
- II. El $\text{HBr}_{(g)}$ al mezclarse con agua forma el ácido bromhídrico $\text{HBr}_{(ac)}$.
- III. El $\text{H}_2\text{S}_{(ac)}$ es un ácido hidrácido y el E.O. del azufre es -2.

- A) FVV B) VVV C) VFV D) FFV

Solución:

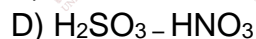
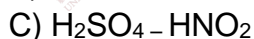
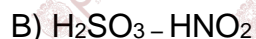
- I. **FALSO.** Su nombre del $\text{HBr}_{(g)}$ es bromuro de hidrógeno y del $\text{H}_2\text{S}_{(g)}$ sulfuro de hidrógeno.
- II. **VERDADERO.** El $\text{HBr}_{(g)}$ al mezclarse con agua forma el ácido bromhídrico $\text{HBr}_{(ac)}$.
- III. **VERDADERO.** El $\text{H}_2\text{S}_{(ac)}^{+1 -2}$ es un ácido hidrácido y el E.O. del azufre es -2.

Rpta.: A



7. Los ácidos oxácidos pueden tener diferentes usos, por ejemplo: el **ácido sulfúrico** es utilizado en la fabricación de explosivos y plásticos, mientras que el **ácido nítrico** se emplea para producir colorantes. Determine la alternativa que muestra la fórmula de los ácidos mencionados respectivamente.

Elemento	Azufre (S)	Nitrógeno (N)
Estados de oxidación	+2,+4,+6	+3, +5

**Solución:**

Para el **Azufre** de acuerdo al estado de oxidación su nomenclatura tradicional es:

Hiposulfuroso (+2)

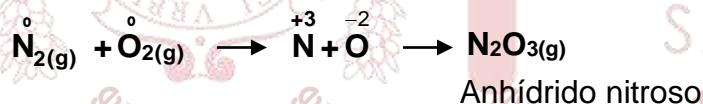
Sulfuroso (+4)

Sulfúrico (+6)

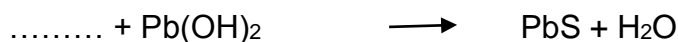


Para el **Nitrógeno** de acuerdo al estado de oxidación su nomenclatura tradicional es:

(+3) Nitroso (+5) Nítrico

**Rpta.: C**

8. El PbS es una sal cristalina que se utiliza para darle coloración a los cerámicos, esta sal se obtiene a partir de un ácido y un hidróxido. Seleccione la alternativa que completa la ecuación respectivamente y el nombre de la sal.



Solución:

Una sal haloidea se forma a partir de un ácido hidrácido más una base como se muestra en la siguiente reacción.

**Rpta.: A**

9. La palabra vitriolo deriva del latín “vitreus”, que significa cristal y se refiere a la apariencia de las sales de sulfato, que también reciben el nombre de vitriolo. Las sales denominadas así incluyen el **sulfato de cobre (II)** (vitriolo azul), **sulfato de zinc** (vitriolo blanco) y **sulfato de hierro (III)** (vitriolo de marte). Seleccione la alternativa que contiene la fórmula de cada compuesto mencionado

- A) $\text{Cu}_2\text{SO}_4 - \text{ZnSO}_4 - \text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$
B) $\text{CuSO}_4 - \text{ZnSO}_4 - \text{Fe}_3\text{SO}_4$
C) $\text{CuSO}_4 - \text{ZnSO}_4 - \text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$
D) $\text{Cu}_2\text{SO}_4 - \text{ZnSO}_4 - \text{FeSO}_4$

Solución:

Sulfato de cobre (II)

- CuSO_4

Sulfato de zinc

- ZnSO_4

Sulfato de hierro (III)

- $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$ **Rpta.: C**

10. El cloro es un elemento que se encuentra en diferentes materiales por ejemplo en la sal común (NaCl), en la lejía (NaClO), en el agua potable (Cl_2) y en el ácido muriático ($\text{HCl}_{(\text{ac})}$) el cual se obtiene al disolver $\text{HCl}_{(\text{g})}$ en el agua. Determine la alternativa correcta que contenga la relación entre fórmula y función química.

- a) NaCl () Ácido Hidrácido
b) NaClO () Sal Haloidea
c) $\text{HCl}_{(\text{ac})}$ () Hidrácido
d) $\text{HCl}_{(\text{g})}$ () Sal oxisal

A) cadb

B) abdc

C) bacd

D) cabd

Solución:

- a) NaCl (c) Ácido hidrácido
b) NaClO (a) Sal haloidea
c) $\text{HCl}_{(\text{ac})}$ (d) Hidrácido
d) $\text{HCl}_{(\text{g})}$ (b) Sal oxisal

Rpta.: A

EJERCICIOS PROPUESTOS

1. El número de oxidación también llamado estado de oxidación de un átomo es la carga que tendría un átomo en un compuesto covalente si los electrones fueran transferidos completamente o la carga real en un compuesto iónico. Respecto a la siguiente ecuación, determine los estados de oxidación del nitrógeno en el ácido oxácido y en el óxido respectivamente.



A) +3 y +2

B) +5 y -2

C) +5 y +2

D) +3 y -2

Solución:

En la siguiente reacción el ácido oxácido es: HNO_3 y el óxido es: NO



+1 x -2

 HNO_3

$$+1 + x - 6 = 0 \quad x = +5$$

x -2

 NO

$$x - 2 = 0 \quad x = +2$$

Rpta.: C

2. El hierro (Fe) es un metal de transición que posee dos estados de oxidación +2 y +3, este metal al reaccionar con el oxígeno podría formar respectivamente el FeO o el Fe_2O_3 . Respecto a los compuestos, seleccione la alternativa que contiene el nombre del (FeO) en la nomenclatura tradicional y del (Fe_2O_3) en la nomenclatura sistemática respectivamente.

A) Anhídrido ferroso – Trióxido de Hierro

B) Óxido ferroso – Anhídrido férrico

C) Anhídrido ferroso - óxido de Hierro (III)

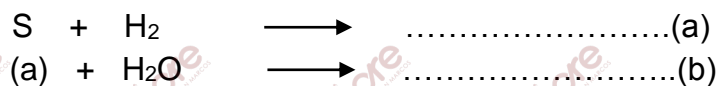
D) Óxido ferroso – Trióxido de dihierro

Solución:

Estados de Oxidación Fe	Compuesto	tradicional	sistemática
+2	FeO	Óxido ferroso	Monóxido de hierro
+3	Fe_2O_3	Óxido Férrico	Trióxido de dihierro

Rpta.: D

3. Un hidrácido es un compuesto binario que se forma cuando el hidrógeno reacciona con un no metal del grupo VIIA (halógeno) o del grupo VIA (anfígeno), este producto al disolverse en agua forma una mezcla. Complete las siguientes reacciones y determine el valor de verdad (V o F).



- I.- (a) es el sulfuro de hidrógeno.
II.- (b) es el $\text{H}_2\text{S}_{(\text{ac})}$ y es un hidrácido.
III.- El nombre del ácido hidrácido es ácido sulfhídrico

A) VFV B) VVV C) FVV D) FVF

Solución:

- I.- **VERDADERO.** (a) es el $\text{H}_2\text{S}_{(\text{g})}$ y es un hidrácido (sulfuro de hidrógeno)
II.- **FALSO.** (b) es el $\text{H}_2\text{S}_{(\text{ac})}$ y es un ácido hidrácido (ácido sulfhídrico)
III.- **VERDADERO.** El nombre del ácido hidrácido $\text{H}_2\text{S}_{(\text{ac})}$ es ácido sulfhídrico

Rpta.: A

4. Se llama oxoanión a un ion negativo que proviene de un oxoácido cuando pierde uno o más hidrógenos. Al respecto, indique la alternativa que contenga a la relación correcta nombre – fórmula

A) $(\text{NO}_3)^{-1}$ – Nitrito B) $(\text{SO}_4)^{-2}$ – Sulfito
C) $(\text{ClO}_4)^{-1}$ – Clorato D) $(\text{ClO}_2)^{-1}$ – Clorito

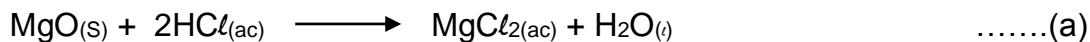
Solución:

+5 -2
A) $(\text{NO}_3)^{-1}$ – Nitrato
+6 -2
B) $(\text{SO}_4)^{-2}$ – Sulfato
+7 -2
C) $(\text{ClO}_4)^{-1}$ – Perclorato
+3 -2
D) $(\text{ClO}_2)^{-1}$ – Clorito

Rpta.: D



5. Una reacción de neutralización es aquella en la cual reacciona un ácido con una base, obteniendo como producto una sal y agua. Con respecto a las reacciones determine el valor de verdad (V o F).



- I. En (a), el MgO es un óxido básico y el MgCl_2 es una sal haloidea
II. En (b), el MgSO_4 es una sal oxisal y su nombre es sulfato de magnesio
III. En (b), el ácido oxácido es el ácido sulfúrico.

A) VFF

B) VFV

C) VVV

D) VVF

Solución:

- I. **VERDADERO.** En la ecuación (a), el MgO es un óxido básico y el MgCl_2 es una sal haloidea.
II. **FALSO.** El MgSO_4 es una sal oxisal y su nombre es sulfato de magnesio.
III. **VERDADERO.** La reacción (b), el ácido oxácido es el ácido sulfúrico (H_2SO_4).

Rpta.: B

Biología

EJERCICIOS

1. Ivan lee por primera vez el término de sistema digestivo "celenterónico", al indagar sobre ello, reconoce que este sistema es propio de animales como hidras, medusas y también es asignado a algunos platelmintos. Al buscar más descubre que es un tipo de sistema digestivo incompleto. Ante ello, él puede deducir que el sistema digestivo celenterónico consiste en

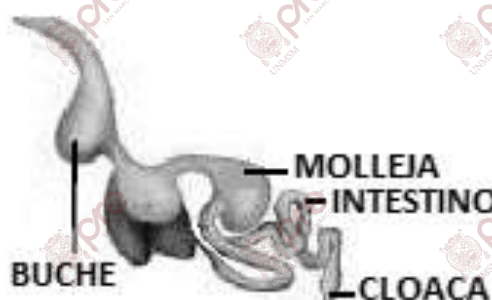
- A) tener boca y ano por separado.
B) presentar boca y estómago.
C) no tener glándulas anexas.
D) tener un solo orificio que es boca y ano.

Solución:

En los cnidarios (hidras, medusas y anémonas) y los platelmintos (planaria) el sistema digestivo es incompleto, ya que presentan solo una abertura por donde ingresa el alimento y también se eliminan los desechos. Al sistema digestivo incompleto también se le conoce como celenterónico.

Rpta.: D

2. Observe el esquema a continuación referido al sistema digestivo de un ave



Al respecto determine el valor de verdad (V o F) de los siguientes enunciados y marque la alternativa correspondiente.

- Entre el buche y la molleja se encuentra el proventrículo. ()
- Corresponde a un sistema digestivo incompleto. ()
- Adyacente y antes del buche se ubica la faringe. ()

A) FVF

B) VFF

C) VFV

D) FFF

Solución:

VERDADERO: Entre el buche y la molleja (estómago muscular) se encuentra el proventrículo (estómago glandular).

FALSO: Corresponde a un sistema digestivo **completo** (boca y ano independiente).

FALSO: Adyacente y antes del buche se ubica el **esófago**.

Rpta.: B

3. El proventrículo de las aves tiene la función de liberar el jugo gástrico para que así se realice la digestión química. En los rumiantes esta acción está a cargo de la cavidad denominada

A) panza o rumen.

B) cuajar o abomaso.

C) bonete o reddecilla.

D) libro u omaso.

Solución:

En los mamíferos, el aparato digestivo se modifica según el tipo de alimentación; en los rumiantes el estómago es compuesto, tiene 4 cavidades: panza o rumen, bonete o reddecilla, libro u omaso y cuajar o abomaso en este último se libera el jugo gástrico.

Rpta.: B

4. La bilis se forma en el hígado y luego es llevada por los conductos hepático y cístico hacia la vesícula biliar donde es almacenada. Los conductos en mención se ubican en el cuadrante abdominal denominado

A) fosa iliaca izquierda.

B) epigastrio.

C) hipocondrio derecho.

D) fosa iliaca derecha.

Solución:

La cavidad abdominal de una persona se divide en 9 cuadrantes anatómicos: 2 hipocondrios (izquierdo y derecho), 2 flancos (izquierdo y derecho), 2 fosas iliacas (izquierdo y derecho) y 1 epigastrio, 1 mesogastrio y 1 hipogastrio. En el hipocondrio derecho se ubican el hígado, los conductos biliares y la vesícula biliar.

Rpta.: C

5. En un análisis sobre las glándulas anexas al tubo digestivo de un paciente, se detecta que el conducto de Warton está bloqueado. ¿Qué glándula anexa está interrumpida en su función?

A) Submaxilar
C) Parótida

B) Páncreas
D) Hígado

Solución:

Las glándulas anexas al tubo digestivo son: las salivales, el hígado y el páncreas. Las principales glándulas salivales son: Parótida (con conducto de Stenon), Submaxilar (con conducto de Warton) y Sublingual (con conducto de Rivinus).

Rpta.: A

6. A nivel de la boca, el alimento se mastica y se mezcla con la saliva para formar el bolo alimenticio. Si una persona ingiere una papa sancochada y se analiza al bolo alimenticio antes de llegar al estómago, químicamente contendrá

A) monosacáridos de glucosa.
C) almidón y bastante glucosa.

B) almidón y maltosa.
D) solo maltosa.

Solución:

En la boca el alimento es masticado y combinado con saliva para formar el bolo alimenticio. La saliva contiene la enzima llamada amilasa salival o ptialina, la cual degrada de un 5-10% del almidón presente en el alimento. La papa contiene básicamente almidón; por lo tanto, luego de la formación del bolo alimenticio, una pequeña porción del almidón será degradado hasta maltosa.

Rpta.: B

7. La endodoncia es una técnica que consiste en inactivar a los nervios que están a nivel del diente y así se evita el dolor. Para lograr este objetivo se debe llegar a nivel

A) del esmalte.
C) de la pulpa.

B) de la dentina.
D) del cemento.

Solución:

Tanto la corona como la raíz del diente están conformadas por material óseo denominado dentina, en cuyo interior se encuentra la pulpa, conformada por vasos sanguíneos, nervios y las células que producen la dentina, los odontoblastos.

Rpta.: C

8. El estómago es la porción más dilatada del sistema digestivo, en él se desarrolla la digestión tanto mecánica como química. Uno de los siguientes enunciados no está asociado directamente a lo que ocurre en el estómago.

A) La gastrina es producida por las células G.
B) El pepsinógeno es liberado por las células principales.
C) Recibe la bilis y el jugo pancreático con enzimas.
D) Las células oxínticas liberan ácido clorhídrico.

Solución:

El estómago no recibe ni la bilis ni el jugo pancreático, estos dos fluidos son vertidos a en el intestino delgado.

Rpta.: C

9. En una clase de laboratorio se realizó un experimento en el cual se colocó aceite en un tubo de ensayo, luego se le adicionó bilis y se agitó por un tiempo. ¿Qué resultado se esperaría de este experimento?

A) Los lípidos son degradados por las lipasas.
B) Las sales biliares emulsificarán la grasa.
C) No habría ningún efecto sobre el aceite.
D) Se obtendrían ácidos grasos y glicerol.

Solución:

La bilis contiene sales biliares, los cuales se encargan de emulsificar las grasas contenidas en el quimo, haciendo que se dispersen en partículas microscópicas. La bilis no contiene enzimas lipasas.

Rpta.: B

10. El duodeno elabora las hormonas colecistoquinina, secretina y péptido inhibidor gástrico. ¿Cuál es una consecuencia si disminuye la elaboración de la segunda hormona?

A) Disminución de la amilasa pancreática.
B) No conversión de pepsinógeno en pepsina.
C) Aumento de bilis en el duodeno.
D) El quimo ácido mantendría su pH.

Solución:

A nivel intestinal se producen la secretina que induce al páncreas a secretar bicarbonato para neutralizar la acidez del quimo ácido; la colecistoquinina que estimula la secreción de enzimas pancreáticas y la contracción de la vesícula biliar; y el péptido inhibidor gástrico (GIP) que ante la presencia de ácidos grasos y azúcares en el intestino delgado provoca la inhibición de los movimientos peristálticos del estómago y la liberación de ácido gástrico.

Rpta.: D



11. La intolerancia a la lactosa consiste en una condición en que el individuo no puede degradar a este disacárido en el tracto digestivo, causando síntomas como diarrea, malestar y flatulencia. Indique el enunciado correcto con respecto a este tipo de intolerancia.

A) Las glándulas de Lieberkühn no producen la enzima lactasa.
B) Hay carencia de la enzima lactasa en el jugo pancreático.
C) La acumulación de lactosa es degradada por la sacarasa.
D) Hay una deficiencia enzimática en las glándulas salivales.

Solución:

La enzima lactasa es producida en el duodeno por las glándulas de Lieberkühn y forma parte del jugo intestinal. Las personas con intolerancia a la lactosa no producen dicha enzima por lo que son incapaces de degradarla en galactosa y glucosa.

Rpta.: A

12. El jugo pancreático conteniendo enzimas y bicarbonato llega al duodeno gracias al conducto de Wirsung. Una de las siguientes alternativas no corresponde a la función de las enzimas pancreáticas.

A) Hidrolizar celulosa.
B) Degradar almidón.
C) Hidrolizar polipéptidos.
D) Obtener glicerol y ácidos grasos.

Solución:

El jugo pancreático presenta enzimas como: amilasa (degrada almidón), tripsina (degrada proteínas), carboxipeptidasa (hidroliza polipéptidos a aminoácidos), nucleasa (convierte ácidos nucleicos en nucleótidos), lipasa (degrada lípidos obteniendo glicerol y ácidos grasos). Sin embargo, ninguna enzima pancreática tiene la capacidad de degradar celulosa.

Rpta.: A

13. El ser humano y la bacteria del colon *Escherichia coli* se encuentran en una relación interespecífica de mutualismo, donde el ser humano le brinda hospedaje y alimento a la bacteria, a cambio esta le proporciona al humano las vitaminas

A) E y B₁.
B) B₁₂ y K.
C) A y B₂.
D) K y B₉.

Solución:

La bacteria *Escherichia coli* del colon sintetiza a las vitaminas B₁ (Tiamina), B₂ (Riboflavina), B₁₂ (Cobalamina) y K (Menadiona).

Rpta.: B

14. La deficiencia congénita del factor intrínseco de Castle es un trastorno raro en el que las células parietales del estómago no producen dicho factor, causando la malabsorción de una vitamina importante. ¿Qué enfermedad se produciría en personas con esta deficiencia?

A) Escorbuto
B) Beri beri
C) Anemia
D) Raquitismo

Solución:

El factor intrínseco de Castle es una glucoproteína producida por las células parietales que permite la absorción de la vitamina B₁₂ (cobalamina) a nivel del intestino. La falta de este factor causa una deficiencia en cobalamina, produciéndose anemia perniciosa.

Rpta.: C

15. La producción del colágeno está relacionada a la acción enzimática que depende de la vitamina denominada

- A) colecalfiferol.
- B) ácido ascórbico.
- C) menadiona.
- D) ácido fólico.

Solución:

La vitamina C (ácido ascórbico) interviene en la síntesis de colágeno, absorción de hierro y refuerza el sistema inmunitario. La vitamina B₉ (ácido fólico) permite la eritropoyesis en la médula ósea roja de los huesos. La vitamina K (menadiona) participa en la coagulación de la sangre. La vitamina D (colecalfiferol) participa en la absorción de calcio en el intestino delgado.

Rpta.: B