



Exigimos más!



ESQUEMA FORMULARIO

**LIDERAZGO
TOTAL**

Te preparamos
para alcanzar tus metas

UNI

Créditos

Equipo Editorial

GERENTE GENERAL ADJUNTO:

Ricardo Campodonico Gómez

JEFE DE OPERACIONES

Mario Mendoza Gloria

SUPERVISORA ED. ACADEMIA

Mercedes Nunura Sánchez

DIRECCIÓN GENERAL DE LÍNEA

Elena Trujillo Moreno

COORDINACIÓN DE MATERIALES

Elizabeth Gerónimo Ayala

PRE PRENSA DIGITAL

Erika L. Cuadros Grados

© Derechos Reservados

Ediciones e Impresiones Paz S.A.C.

Prohibido la reproducción total o parcial de este

volumen

Edición 2015

www.pamer.edu.pe



ESQUEMA - FORMULARIO

Índice General

Aritmética

- Razones y proporciones 5
- Magnitudes proporcionales 6
- Regla de tanto por ciento 7
- Regla de mezclas 8
- Regla de interés 10
- Regla de descuento 11
- Teoría de conjuntos 12
- Numeración 13
- Cuatro operaciones 15
- Divisibilidad, ecuaciones diofánticas 16
- Criterios de divisibilidad, restos potenciales 17
- Números primos 18
- MCD - MCM 19
- Números racionales (\mathbb{Q}) 20
- Números avales 21
- Potenciación, radicación 22
- Estadística 23
- Probabilidad, variable aleatoria 25

Álgebra

- Resolución de ecuaciones 26
- Ecuaciones de segundo grado 27
- Números reales y desigualdades 28
- Inecuaciones 29
- Funciones I 30
- Funciones II 31
- Funciones III 32
- Función exponencial - Logarítmica -

- Logaritmos 33
- Límites 34
- Derivadas 35
- Números complejos 36
- Funciones polinomiales 37
- Matrices 38
- Determinantes 39
- Sistemas de ecuaciones 40
- Sucesiones 41
- Series 42

Geometría

- Triángulos 43
- Congruencia de triángulos 44
- Cuadriláteros 45
- Circunferencia I 46
- Circunferencia II 48
- Puntos notables 49
- Proporcionalidad de segmentos - Semejanza de triángulos 51
- Relaciones métricas I 53
- Relaciones métricas II 54
- Áreas de regiones triangulares 55
- Áreas de regiones cuadrangulares 56
- Áreas de regiones circulares 57
- Geometría del espacio I 58
- Geometría del espacio II 59
- Poliedros regulares 60
- Prisma - Cilindro 61

ESQUEMA - FORMULARIO

- Pirámide - Cono 63
- Superficie esférica y esfera 65
- Teorema de Pappus - Guldin 66

Trigonometría

- Razones Trigonométricas de ángulos agudos 67
- Resolución de triángulos rectángulos 68
- Sistema de coordenadas rectangulares .69
- Razones trigonométricas de ángulos en Posición normal 70
- Reducción al primer cuadrante..... 71
- Razones trigonométricas de números reales 72
- Identidades trigonométricas fundamentales 73
- Identidades trigonométricas de arcos compuestos 74
- Identidades trigonométricas de ángulo doble 75
- Transformaciones trigonométricas 76
- Resolución de triángulos oblicuángulos77
- Funciones trigonométricas 78
- Transformaciones Trigonométricas inversas 80
- Ecuaciones e inecuaciones trigonométricas 81
- Geometría analítica I 82
- Geometría analítica II 83

Razonamiento Matemático

- Lógica de clases 84
- Orden de información - Lógica proposicional 85
- Sucesiones 86
- Test psicotécnico 87
- Planteo de ecuaciones 88
- Operaciones matemáticas 89
- Análisis combinatorio 90
- Probabilidades 91
- Estadística 92

Física

- Vectores 93
- Cinemática I 94
- Cinemática II 95
- Estática 96
- Dinámica 97
- Trabajo mecánico - Potencia 98
- Energía mecánica 99
- Cantidad de movimiento 100
- Choques 102
- Hidrostática 103
- Calorimetría 104
- Termodinámica 105
- Electrostática I 106
- Electrostática II 107
- Electrodinámica I 108
- Electrodinámica II 109

ESQUEMA - FORMULARIO

- Electromagnetismo I 110
- Electromagnetismo II 111
- Mezcla de gases y leyes de Gram 117
- Tipos de reacciones químicas 118
- Balance de ecuaciones 119
- Estequiométría y masa equivalente .. 120
- Soluciones 121
- Cinética química y equilibrio químico 122
- Ácido y base 123
- Electroquímica 124
- Química orgánica 126
- Compuesto cíclico 127

Química

- Teoría atómica actual - Números cuánticos - Configuración electrónica..... 112
- Tabla periódica moderna - Enlace químico 114
- Enlace intermolecular - diagrama de fases..... 115
- Estado gaseoso - 3 leyes / $PV = nRT$ 116

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

RAZONES Y PROPORCIONES

Razón (Comparación)

Aritmética

$$a - b = r$$

Geométrica

$$\frac{a}{b} = k$$

Proporción (Igualdad de razones)

Aritmética

Discreta

$$a - b = c - d \\ (b \neq c)$$

Continua

$$a - b = b - c$$

Geométrica

Discreta

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \\ (b \neq c)$$

Continua

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$$

Serie de razones geométricas equivalentes

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{g}{h}$$

$$\Rightarrow a = bk \\ \Rightarrow c = dk$$

$$\Rightarrow e = fk \\ \Rightarrow g = hk$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

MAGNITUDES PROPORCIONALES

DP

A DP B

$$\Rightarrow \frac{\text{Valor de } A}{\text{Valor de } B} = \text{constante}$$

A DP B

Constante
 $f(x) = kx$
↓ Valor de A ↓ Valor de B

IP

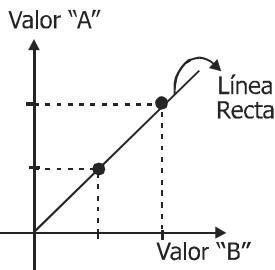
A IP B

$$\Rightarrow (\text{Valor de } A) (\text{valor de } B) = \text{Cte.}$$

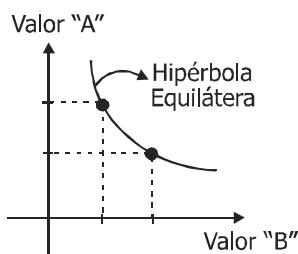
A IP B

Constante
 $f(x) = \frac{k}{x}$
↓ Valor de A ↓ Valor de B

Gráfica



Gráfica



Propiedades

- $A \text{ IP } B \Rightarrow A \text{ DP } \frac{1}{B}$
- $A \text{ DP } B \Rightarrow A^n \text{ DP } B^n$

- $A \text{ DP } B \text{ (c cte)} \wedge A \text{ IP } C \text{ (B cte)}$
 $\Rightarrow \frac{A \times C}{B} = \text{cte}$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

REGLA DEL TANTO POR CIENTO

$$a\% \text{ de } N \Rightarrow \frac{a}{100} \times N$$

¿Qué tanto por ciento es a de b?
⇒ es... $\frac{a}{b} \times 100\%$

Descuentos sucesivos
del a% y b%

Dos aumentos sucesivos
del m% y n%

Descuento único:

$$D_u = \left(a + b - \frac{a \times b}{100} \right) \%$$

Aumento único:

$$A_u = \left(m + n + \frac{m \times n}{100} \right) \%$$

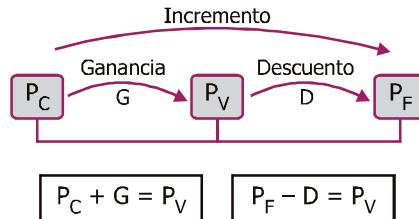
Operaciones con el
tanto por ciento

$$a\%N + b\%N = (a + b)\%N$$

$$a\%N - b\%N = (a - b)\%N$$

$$a(b\%N) = (ab)\%N$$

Aplicaciones comerciales



ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

REGLA DE MEZCLA

Mezcla común

Cantidades

$$\rightarrow C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad \dots \quad C_n$$

Precios unitarios

$$\rightarrow P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad \dots \quad P_n$$

Al mezclarse

$$P_m = \frac{C_1 P_1 + C_2 P_2 + C_3 P_3 \dots + C_n P_n}{C_1 + C_2 + C_3 \dots + C_n}$$

$$P_m = \frac{\text{(Costo total)}}{\text{(Cantidad total)}}$$

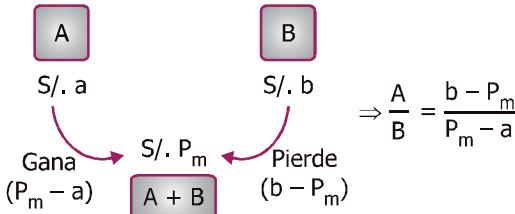
Se cumple

$$\rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{Menor} \\ \text{precio} \end{array} \right) \leq P_m \leq \left(\begin{array}{l} \text{Mayor} \\ \text{precio} \end{array} \right)$$

Además

$$\rightarrow \left(\begin{array}{l} \text{Ganancia} \\ \text{aparente} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Pérdida} \\ \text{aparente} \end{array} \right)$$

Regla práctica para 2 componentes:



ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

Mezcla alcohólica

→ (Solo 2 componentes, alcohol puro y agua)

Se considera → Alcohol puro → 100° < > 100%

Agua → 0° < > 0%

En una mezcla alcohólica: $\left(\frac{\text{Grado}}{\text{alcohólico}} \right) : G^\circ = \frac{\left(\frac{\text{Volumen}}{\text{alcohol puro}} \right)}{\left(\frac{\text{Volumen}}{\text{total}} \right)} \times 100^\circ$

Al unir mezclar alcohólicas:

Volumen → $V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad \dots \quad V_n$

Grados alcohólicos → $G_1 \quad G_2 \quad G_3 \quad \dots \quad G_n$

Al mezclarse → $G_m = \frac{V_1G_1 + V_2G_2 + V_3G_3 \dots + V_nG_n}{V_1 + V_2 + V_3 \dots + V_n}$

Nota: Se cumple además todo lo analizado para el precio medio.

Aleación

→ (Unión de metales)

La pureza se indica con la ley: $L = \frac{\left(\frac{\text{Peso metal}}{\text{fino}} \right)}{\left(\text{Peso total} \right)}$

Al unir aleaciones: Volumen → $W_1 \quad W_2 \quad W_3 \quad \dots \quad W_n$

Ley → $L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad \dots \quad L_n$

Al fundirlos: $L_m = \frac{W_1L_1 + W_2L_2 + W_3L_3 \dots + W_nL_n}{W_1 + W_2 + W_3 \dots + W_n}$

Nota: Se cumple además todo lo analizado para el precio medio.

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



REGLA DE INTERÉS

Interés simple



$$M = C + I$$



$$\frac{I = C \times r\% \times t}{M = C \times (1 + r\% \times t)}$$



r% y t en las mismas unidades

Interés compuesto



$$M = C \times (1 + r\%)^t$$



r% y t en las mismas unidades con respecto al periodo de capitalización.

Interés continuo



$$M = C \times e^{r\% \times t}$$



e: base de los logaritmos neperianos
r% y t en las mismas unidades

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

REGLA DE DESCUENTO

Clases de descuento

Descuento comercial



$$D_C = Vn \cdot r\% \cdot t$$

$$Va_C = Vn (1 - r\% \cdot t)$$

Descuento racional



$$D_R = Va_R \cdot r\% \cdot t$$

$$Va_R = \frac{Vn}{1 + r\% \cdot t}$$

Propiedades (para una misma letra)



$$1. D_C > D_R \wedge Va_C < Va_R$$

Cambio de letra

Al realizar un cambio de letras debe verificarse:

$$\left(\begin{array}{l} \text{Suma de valores} \\ \text{actuales de las} \\ \text{letras a reemplazar} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{Suma de valores} \\ \text{actuales de las} \\ \text{letras a reemplazantes} \end{array} \right)$$

Vencimiento común

$$\begin{matrix} Vn_1 & Vn_2 & Vn_3 & < > & Vn \\ t_1 & t_2 & t_3 & & t_v \end{matrix}$$

Si la tasa es constante, los descuentos se realizan comercialmente y:

$$Vn = Vn_1 + Vn_2 + Vn_3$$

$$\rightarrow t_v = \frac{Vn_1 \cdot t_1 + Vn_2 \cdot t_2 + Vn_3 \cdot t_3}{Vn}$$

$$2. D_C - D_R = D_R \cdot r\% \cdot t$$

$$3. Vn = \frac{D_C \cdot D_R}{D_C - D_R}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



TEORÍA DE CONJUNTOS

Determinación de un conjunto

- **Por extensión**

Ejes:

$$A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36\}$$

- **Por comprensión**

Ejes:

$$A = \{x^2, x \in \mathbb{Z} \wedge 1 \leq x \leq 6\}$$

Relaciones entre conjuntos

- Inclusión

$$(A \subset B) \leftrightarrow (\forall x \in A \rightarrow x \in B)$$

- Igualdad

$$(A = B) \leftrightarrow (A \subset B \wedge B \subset A)$$

- Comparables

A y B son comparables si bien

$A \subset B$ o bien $B \subset A$.

- Disjuntos

Dos conjuntos A y B son disjuntos si no poseen ningún elemento en común.

- Coordinable o equipotentes

Para conjuntos finitos: A y B serán equipotentes si poseen el mismo número de elementos.

Para conjuntos infinitos: A y B serán coordinables si se puede establecer una relación correspondencia uno a uno entre sus elementos.

Conjuntos especiales

- Conjunto vacío
- Conjunto unitario
- Conjunto universal
- Familia de conjuntos
- Potencia de un conjunto
- Par ordenado

Operaciones entre conjuntos

- Unión

$$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$$

- Intersección

$$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

- Diferencia

$$A - B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

- Diferencia simétrica

$$A \Delta B = \{x/x \in (A \cup B) \wedge x \notin (A \cap B)\}$$

- Producto cartesiano

$$A \times B = \{(x; y)/x \in A \wedge y \in B\}$$

$$n(A \times B) = n(A) \times n(B)$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

NUMERACIÓN

Cambio de base

$$m \neq 10$$

Base
m

Base
10

$$n \neq 10$$

Base
n

Descomposición
polinómica

Bases
sucesivas

Descomposición polinómica

$$\overline{abc\dots de}_n = a \cdot n^{k-1} + b \cdot n^{k-2} + \dots + d \cdot n^1 + e$$

k cifras

$$\overline{abcde}_x = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

$$\overline{a00b0000}_n = an^7 + bn^4$$

Descomposición en bloques

$$\overline{abcdefg}_n = \overline{ab}_n \cdot n^5 + \overline{cd}_n \cdot n^3 + \overline{efg}_n$$

$$\overline{ab00142}_7 = \overline{ab}_7 \cdot 7^5 + 142_n$$

$$\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 10^3 + \overline{abc} = 1001 \cdot \overline{abc}$$

$$\overline{ababab}_n = \overline{ab}_n \cdot n^4 + \overline{ab}_n \cdot n^2 + \overline{ab}_n$$

$$\overline{ab}_n(n^4 + n^2 + 1)$$

Numeral capicúa

$$\overline{\begin{array}{c} : \\ abcdcba \\ : \end{array}}_n$$

$$47274_8; \overline{mnnm}; \overline{\text{somos}}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



Cambio de base especial

Intervalo de un numeral

$$\overline{abcdef}_n \left\{ \begin{array}{l} (\overline{ab}_n) (\overline{cd}_n) (\overline{ef}_n)_n^2 \\ (\overline{abc}_n) (\overline{def}_n)_n^3 \end{array} \right.$$

$$n^{k-1} \leq \underbrace{\overline{abc...de}}_k < n^k$$

k cifras

$$7^3 \leq \overline{abcd}_7 < 7^4$$

$$10^2 \leq \overline{abc} < 10^3$$

Numeral de cifras máximas

Bases sucesivas

$$\underbrace{(n-1)(n-1)(n-1)...(n-1)}_{k \text{ cifras}} = n^k - 1$$

$$999 = 10^3 - 1; 666_7 = 7^3 - 1$$

$$9999 = 10^4 - 1; 5555_6 = 6^4 - 1$$

$$\overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d} = n \cdot a \cdot b \cdot c \cdot d$$

$$\overline{1a}\overline{1b}\overline{1c}\overline{1d}_n = n + a + b + c + d$$

$$\overline{1a}\overline{1a}\dots\overline{1a}_n = n + k \cdot a$$

"k" veces

$$\overline{ab}\overline{ab}\overline{ab}\dots\overline{ab}_n = a^k \cdot n + b \cdot \left(\frac{a^k - 1}{a - 1} \right)$$

"k" veces

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

CUATRO OPERACIONES

Adición

$$\underbrace{S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n}_{\text{Sumandos}} = \underbrace{S_T}_{\text{Suma}}$$

Complemento aritmético

$$CA\left(\overbrace{\underline{ab\dots c}_n}^{\text{"k" cifras}}\right) = \underbrace{100\dots 00}_n - \overline{ab\dots c}_n$$

$$\text{o también } CA\left(\overbrace{\underline{ab\dots c}_n}^{\text{"k" cifras}}\right) = n^k - \overline{ab\dots c}_n$$

Regla práctica en base 10 ($d \neq 0$)

$$CA(a b c d) = \overline{(9-a)(9-b)(9-c)(10-d)}$$

División

$$D \quad \begin{array}{|c|} \hline d \\ \hline r_e \\ \hline q+1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Por exceso} \\ \text{Igualando} \\ r_d + r_e = d \end{array} \right.$$

$$D = dq + r_d$$

$$D = d(q+1) - r_e$$

Además:

(residuo) < (divisor)

$$\begin{array}{l} r_{\text{mínimo}} = 1 \\ r_{\text{máximo}} = d - 1 \end{array}$$

Sustracción

$$M - S = D \Rightarrow M = S + D$$

$\left(\text{Suma de términos en una sustracción} \right) = M + S + D = 2M$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{abc}_n \\ \overline{cba}_n \\ \overline{xyz}_n \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Donde: } a > c \\ y = n - 1 \\ x + z = n - 1 \\ a - c = x + 1 \end{array}$$

Multiplicación

$$\underbrace{M + M + M + \dots + M}_{\text{"m" veces}} = M \cdot m = P$$

↓ ↓ ↓
Multiplicando Multiplicador Producto

En un producto de la forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Multiplicando} & \rightarrow \overline{abcd} \times \\ \text{Multiplicador} & \rightarrow \overline{mnp} \\ \text{Productos} & \left\{ \begin{array}{l} \boxed{} \rightarrow \overline{abcd} \times p \\ \boxed{} \rightarrow \overline{abcd} \times n \\ \boxed{} \rightarrow \overline{abcd} \times m \\ \hline \boxed{} \rightarrow \overline{abcd} \times mnp \end{array} \right. \\ \text{parciales} & \end{array}$$

Se cumple:

$$\left(\text{Suma de productos parciales} \right) = abcd \cdot (m + n + p)$$

División exacta

$$D \quad \begin{array}{|c|} \hline d \\ \hline 0 \\ \hline q \end{array} \quad D = dq$$

División inexacta

$$D \quad \begin{array}{|c|} \hline d \\ \hline r_d \\ \hline q \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Por defecto} \\ \text{Igualando} \\ r_d + r_e = d \end{array} \right.$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



DIVISIBILIDAD - ECUACIONES DIOFÁNTICAS

Divisibilidad

$$\begin{array}{c} A \\ \backslash \\ B \\ 0 \quad k \end{array} \quad \text{Donde: } A \in \mathbb{Z} \quad B \in \mathbb{Z}^+ \quad k \in \mathbb{Z}$$

"A es divisible por B"

"A es divisible entre B"

"B es divisor de A"

Multiplicidad

$A = Bk$ Donde: $A \in Z$
 $B \in Z^+$
 $k \in Z$

"A es múltiplo de B" "B es módulo de A"

$$\left(\begin{array}{l} A \text{ es divisible} \\ \text{entre } B \end{array} \right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{l} A \text{ es m\'ultiplo} \\ \text{de } B \end{array} \right)$$

Números no divisibles

Por defecto

$$\overbrace{A \quad n}^{r_d \quad k}$$

Por exceso

$$\overbrace{A \quad | \quad n}^{r_e \quad k+1}$$

$$A = \frac{\overset{\circ}{n} + r_d}{\underline{n}} \quad A = \frac{\overset{\circ}{n} - r_e}{\underline{n}}$$

$r_d + r_e = n$

Principios

$$\stackrel{\circ}{n} + \stackrel{\circ}{n} + \stackrel{\circ}{n} = \stackrel{\circ}{n}$$

$$\overset{\circ}{n} - \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$$

$$a \cdot \overset{\circ}{n} = \overset{\circ}{n}$$

$$(n^{\circ} + a)(n^{\circ} + b)(n^{\circ} + c) = n^{\circ} + a \cdot b \cdot c$$

$$(\overset{\circ}{n} + a)^k = \overset{\circ}{n} + a^k$$

$$(n + a)^k \begin{cases} n^o + a^k; & \text{es par} \\ n^o - a^k; & \text{es impar} \end{cases}$$

$$N = \overline{a} \Rightarrow N = (\overline{\text{divisor de } a})$$

$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{o}{a} \\ N = \overset{o}{b} \\ N = \overset{o}{c} \end{array} \right\} N = \frac{o}{MCM(a, b, c)}$$

$$\left. \begin{array}{l} N = \overset{\circ}{a} + r \\ N = \overset{\circ}{b} + r \\ N = \overset{\circ}{c} + r \end{array} \right\}$$

$$N = \frac{o}{MCM(a, b, c)} + r \quad \overline{abcde}_n \left\{ \begin{array}{l} \overline{(n^0)} + e \\ \overline{(n^2)} + \overline{de}_n \\ \overline{(n^3)} + \overline{cde}_n \end{array} \right.$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD, RESTOS POTENCIALES

Por 2: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} 2 + e.$

$$\text{Si } e = 2 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 2$$

Por 4: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} 4 + \overline{de}.$

$$\text{Si } \overline{de} = 4 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 4$$

Por 8: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} 8 + \overline{cde}.$

$$\text{Si } \overline{cde} = 8 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 8$$

Por 5: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} 5 + e.$

$$\text{Si } e = 5 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 5$$

Por 25: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} 25 + \overline{de}.$

$$\text{Si } \overline{de} = 25 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 25$$

Por 125: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} 125 + \overline{cde}.$

$$\text{Si } \overline{cde} = 125 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 125$$

Por 3: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} \underbrace{3 + a + b + c + d}_{E} + e. \text{ Si } E = 3 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 3$

Por 9: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} \underbrace{9 + a + b + c + d}_{E} + e. \text{ Si } E = 9 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 9$

Por 11: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} \underbrace{11 + e - d + c - b}_{E} + a. \text{ Si } E = 11 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 11$

Por 13: $\overline{abcdefg} \stackrel{o}{=} \underbrace{13 - 3a + b + 4c + 3d - e - 4f - 3g}_{E} + h. \text{ Si } E = 13 \rightarrow \overline{abcdefg} \stackrel{o}{=} 13$

Por 7: $\overline{abcdefg} \stackrel{o}{=} \underbrace{7 + 3a + b - 2c - 3d - e + 2f + 3g}_{E} + h, \text{ Si } E = 7 \rightarrow \overline{abcdefg} \stackrel{o}{=} 7$

Por 33: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} \underbrace{33 + a + \overline{bc} + \overline{de}}_{E}, \text{ Si } E = 33 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 33$

Por 99: $\overline{abcde} \stackrel{o}{=} \underbrace{99 + a + \overline{bc} + \overline{de}}_{E}, \text{ Si } E = 99 \rightarrow \overline{abcde} \stackrel{o}{=} 99$

Por "n-1": $\overline{abcde}_{(n)} = \underbrace{(\overline{n-1})}_{o} + \underbrace{a + b + c + d + e}_{E}. \text{ Si } E = (\overline{n-1}) \rightarrow \overline{abcde}_{(n)} = (\overline{n-1})$
en base "n"

Por "n+1": $\overline{abcde}_{(n)} = \underbrace{(\overline{n+1})}_{o} + \underbrace{e - d + c - b + a}_{E}. \text{ Si } E = (\overline{n+1}) \rightarrow \overline{abcde}_{(n)} = (\overline{n+1})$
en base "n"

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

NÚMEROS PRIMOS



Dada la descomposición canónica del número N:

$$N = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} p_3^{\alpha_3} \dots p_k^{\alpha_k} \quad CD$$

Su cantidad de divisores se calcula como:

$$CD_N = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1)(\alpha_3 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$$

Además:

$$CD_N = CD_{\text{simples}} + CD_{\text{compuestos}}$$



La suma de divisores se calcula como:

$$SD_N = \frac{p_1^{\alpha_1+1} - 1}{p_1 - 1} \times \frac{p_2^{\alpha_2+1} - 1}{p_2 - 1} \times \dots \times \frac{p_k^{\alpha_k+1} - 1}{p_k - 1}$$

La suma de inversas de divisores se calcula como:

$$SD_N = \frac{SD_{(N)}}{N}$$

El producto de los divisores se calcula como:

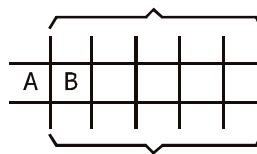
$$PD_{(N)} = \sqrt{N^{CD_{(N)}}}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

MCD – MCM

Completar el esquema del algoritmo de Euclides:



Conociendo el MCD de dos números podemos concluir que:

$$\begin{aligned} \text{MCD}_{(A;B)} &= k \left\{ \begin{array}{l} A = p \times k \\ B = q \times k \end{array} \right\} \text{ donde: } p \text{ y } q \text{ son PESI} \\ \text{MCM}_{(A;B)} &= k \times p \times q \end{aligned}$$

Siempre se cumple que:

$$\text{MCD}(A;B) \times \text{MCM}(A;B) = A \times B$$

$$\text{MCM}\left(\frac{n \times A}{m}, \frac{n \times B}{m}\right) = \frac{n \times k}{m}$$

$$\text{MCD}\left(\frac{n \times A}{m}, \frac{n \times B}{m}\right) = \frac{n \times k}{m}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



NÚMEROS RACIONALES (\mathbb{Q})

Número fraccionario

Fracción

Número enteros \mathbb{Z}

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Clases de fracciones

- Propia
- Impropia
- Reductible
- Común y ordinaria

- Decimal
- Homogénea
- Heterogénea

Propiedades

1. Siendo $n \in \mathbb{Z}^+$

$$f_1 = \frac{A}{B} < 1 \text{ y } f_2 = \frac{A+n}{B+n} \quad \therefore f_1 < f_2$$

$$f_1 = \frac{A}{B} > 1 \text{ y } f_2 = \frac{A+n}{B+n} \quad \therefore f_1 > f_2$$

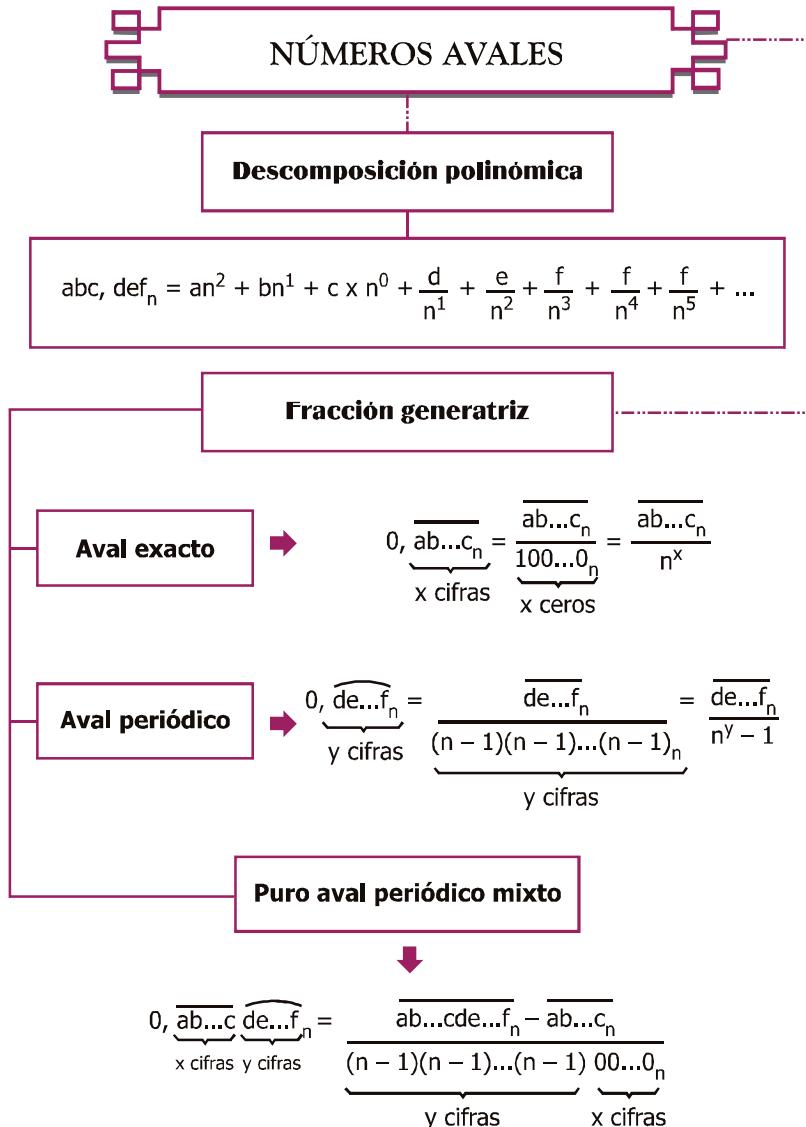
2. Dadas las fracciones irreducibles: $f_1 = \frac{a}{b}$ y $f_2 = \frac{c}{d}$

Se cumple que:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = k \text{ donde } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow b = d$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

POTENCIACIÓN

Potencia perfecta de grado 2 o cuadrado perfecto

$$K^2 = a^{\frac{0}{2}} \times b^{\frac{0}{2}} \times c^{\frac{0}{2}} \dots (\text{D.C.})$$

Potencia perfecta de grado 3 o cubo perfecto

$$K^3 = a^{\frac{0}{3}} \times b^{\frac{0}{3}} \times c^{\frac{0}{3}} \dots (\text{D.C.})$$

RADICACIÓN

Raíz cuadrada

► (De índice 2)

$$\sqrt{N} \Big| K$$

$$\Rightarrow N = K^2$$

Exacta

Inexacta

(De índice 3)

►

$$\sqrt[3]{N} \Big| K$$

$$\Rightarrow N = K^3$$

Raíz cúbica

Exacta

Inexacta

Por defecto	Por exceso
$\sqrt{N} \Big K$ r_d $\Rightarrow N = K^2 + r_d$	$\sqrt{N} \Big K+1$ r_e $\Rightarrow N = (K+1)^2 - r_e$
Además: $r_d + r_e = 2K + 1$ $r_{\text{mínimo}} = 1$ $r_{\text{máximo}} = 2K$	

Por defecto	Por exceso
$\sqrt[3]{N} \Big K$ r_d $\Rightarrow N = K^3 + r_d$	$\sqrt[3]{N} \Big K+1$ r_e $\Rightarrow N = (K+1)^3 - r_e$
Además: $r_d + r_e = 3K(K+1) + 1$ $r_{\text{mínimo}} = 1$ $r_{\text{máximo}} = 3K(K+1)$	

Donde: K: Raíz cuadrada aproximada de N

r_d : Residuo por defecto

r_e : Residuo por exceso

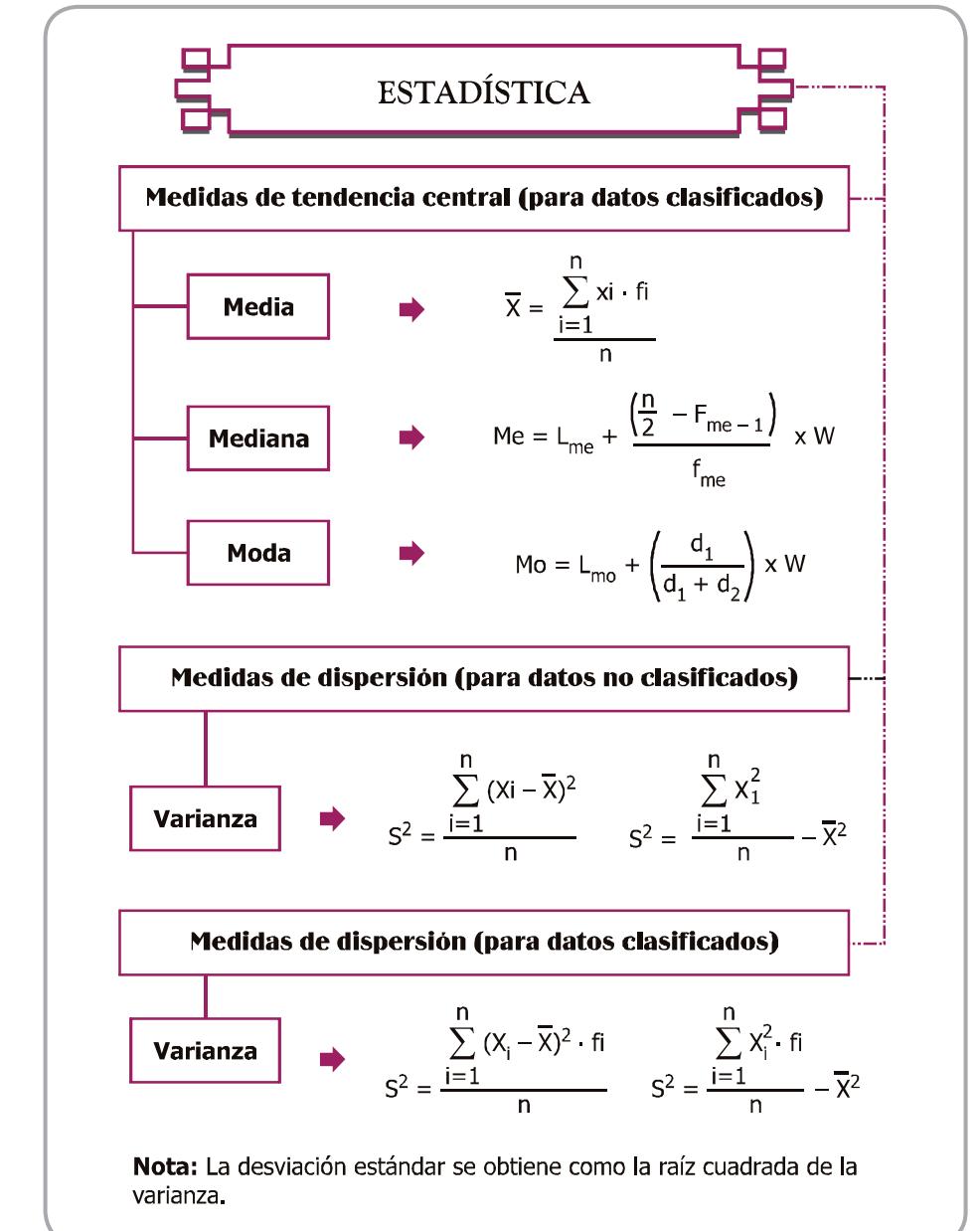
Donde: K: Raíz cúbico aproximada de N

r_d : Residuo por defecto

r_e : Residuo por exceso

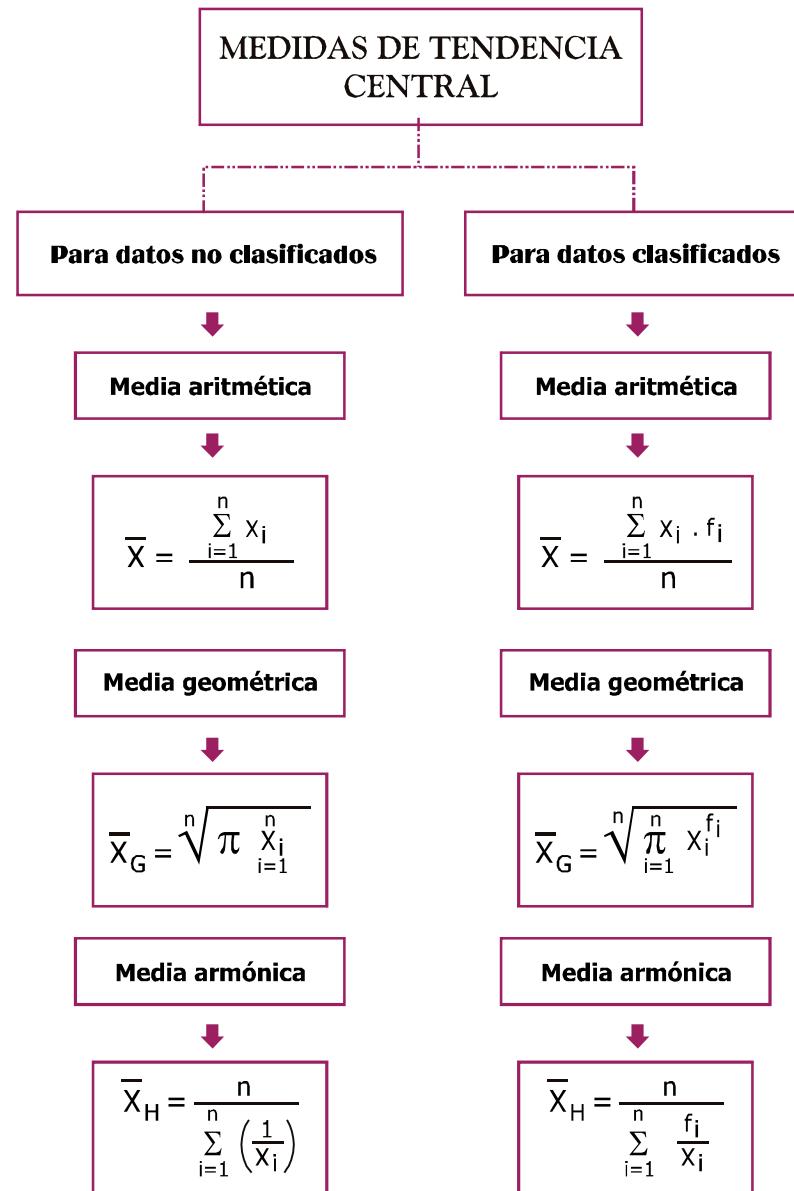
ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA



ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

PROBABILIDAD Y VARIABLE ALEATORIA

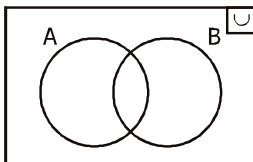
La probabilidad que ocurre A es:

$$P(A) = \frac{\text{Nº casos a favor}}{\text{Nº casos totales}}$$

Observación:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Álgebra de eventos



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Observación:

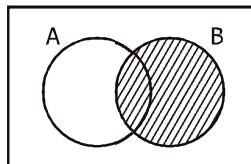
1. Si A y B son independientes.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

2. Si A y B son mutuamente excluyentes

$$P(A \cap B) = 0$$

Probabilidad condicional



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Variable aleatoria discreta

x	x_1	x_2	x_3	...	x_k
P(x)	P_1	P_2	P_3	...	P_k

Se cumple que:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_x = 1$$

Esperanza matemática: E(x)

$$E(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_k p_x$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



RESOLUCIÓN DE ECUACIONES



$$A(x; y; \dots; z) = B(x; y; \dots; z)$$

Ecuación lineal



$$ax + b = 0$$

$$x = -\frac{b}{a}$$

Ecuación con valor absoluto



$$|x| = a; a \geq 0$$

$$x = a \vee x = -a$$

Ecuación de segundo grado

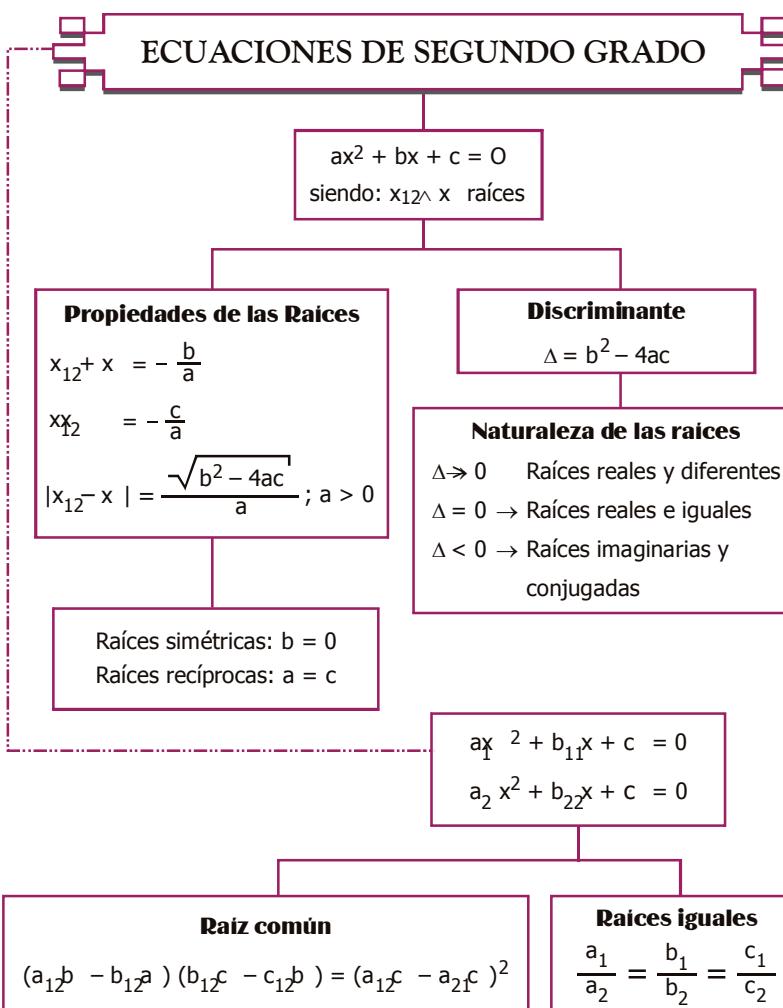


$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



NÚMEROS REALES Y DESIGUALDADES

Números reales

Axiomas de la multiplicación

$$\forall a, b, c \in R$$

$$M1. ab \in R$$

$$M2. ab = ba$$

$$M3. a(bc) = (ab)c$$

$$M4. a(1) = a$$

$$\forall a \in R - \{0\}$$

$$M5. a \cdot a^{-1} = 1$$

Axiomas de la adición

$$\forall a, b, c \in R$$

$$A1. a + b \in R$$

$$A2. a + b = b + a$$

$$A3. a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$A4. a + 0 = 0$$

$$A5. a + (-a) = 0$$

Axiomas distributiva

$$\forall a, b, c \in R$$

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(b + c)a = ba + ca$$

Desigualdades

Axioma de tricotomía

$$\forall a, b, c \in R; a < b \vee a = b \vee a > b$$

Axioma de transitividad

$$\forall a, b, c \in R; a < b \wedge b < c \Rightarrow a < c$$

Teoremas relativos a desigualdades

$$\forall a, b, c \in R$$

$$a < b \rightarrow a + c < b + c$$

$$a < b \wedge c > 0 \rightarrow ac > bc$$

$$a < b \wedge c > 0 \rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

Si a y b tienen el mismo signo:

$$a < b \rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

Teoremas de desigualdades entre medias

$$MP \geq MA \quad MG \geq MH$$

Dado: $a \wedge b \in R^+$

$$\sqrt[k]{\frac{a^{k+1} + b}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \quad \sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ARITMÉTICA

INECUACIONES

Inecuaciones polinomiales

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n > 0$$

Donde: $a_0 > 0$

Aplicamos el método de los puntos de corte:

- Factorizar
- Encontrar los puntos de corte.
- Ubica los puntos de corte en la recta numérica.
- Denotar las zonas o regiones.
- Sombreado

Inecuaciones fraccionarias

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0; Q(x) \neq 0$$

Luego:

$$P(x)Q(x) \geq 0$$

Aplicamos el método de los puntos de corte.

Inecuaciones con radicales

Inecuaciones con valor absoluto

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a \quad x \leq -a$$

$$|x| \geq y \Leftrightarrow (x+y)(x-y) \geq 0$$

$$\sqrt[2n+1]{P(x)} \geq Q(x)$$

$$P(x) \geq Q(x)^{2n+1}$$

$$\sqrt[2n]{P(x)} \geq \sqrt[2n]{Q(x)}$$

$$P(x) \geq 0 \dots S_1$$

$$Q(x) \geq 0 \dots S_2$$

$$P(x) \geq Q(x) \dots S_3$$

$$C.S. = S_{12} \cap S_3$$

$$\sqrt[2n]{P(x)} \geq Q(x)$$

Teoremas:

$$\sqrt{P(x)} < Q(x) \Leftrightarrow P(x) - Q^2(x) > 0$$

$$\sqrt{P(x)} \geq Q(x) \Leftrightarrow P(x) - Q^2(x) \geq 0$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA

FUNCIONES I

$$\forall a \in A \rightarrow \exists ! b \in B / (a; b) \in f \wedge (a; c) \in f \rightarrow a = c$$

Dominio

$$\text{Dom } f = \{x \in A / y \in B \wedge (x; y) \in f\}$$

Calculo del dominio

Se halla ubicando los posibles valores que puede asumir la variable x

Rango

$$\text{Ran } f = \{y \in B / x \in A \wedge (x; y) \in f\}$$

Calculo del rango

Se halla ubicando los posibles valores que puede asumir la variable y

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



FUNCIONES II

Trazado de gráficas especiales

Tenemos $y = f(x)$

Desplazamiento vertical

$$g(x) = f(x) + k$$

Si: $k > 0$
Arriba

Si: $k < 0$
Abajo

Desplazamiento horizontal

$$g(x) = f(x + k)$$

Si: $k > 0$
Izquierda

Si: $k < 0$
Derecha

Reflexiones

$$g(x) = -f(x)$$

Reflexión sobre el eje x

$$g(x) = f(-x)$$

Reflexión sobre el eje y

Álgebra de funciones

Igualdad de funciones

$$f = g \Leftrightarrow \begin{aligned} \text{I. } &\text{Dom}(f) = \text{Dom}(g) \\ \text{II. } &f(x) = g(x) \end{aligned}$$

Operaciones

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x); x \in \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x); x \in \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}; x \in \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g) \wedge g \neq 0$$

$$f^n(x) = \underbrace{f(x) \cdot f(x) \cdot f(x) \dots f(x)}_{\text{"n" veces}}; \text{Dom}(f^n) = \text{Dom}(f)$$



ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



FUNCIONES III

Composición de funciones

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$
$$\text{Dom}(f \circ g) = \{x \in \text{Dom}(g) \mid g(x) \in \text{Dom}(f)\}$$

Función

$$f: A \rightarrow B$$

Función inyectiva

$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
o también con $x_1, x_2 \in \text{Dom} f$
 $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

Función suryectiva

$$\text{Ran}(f) = B$$

Función inversa

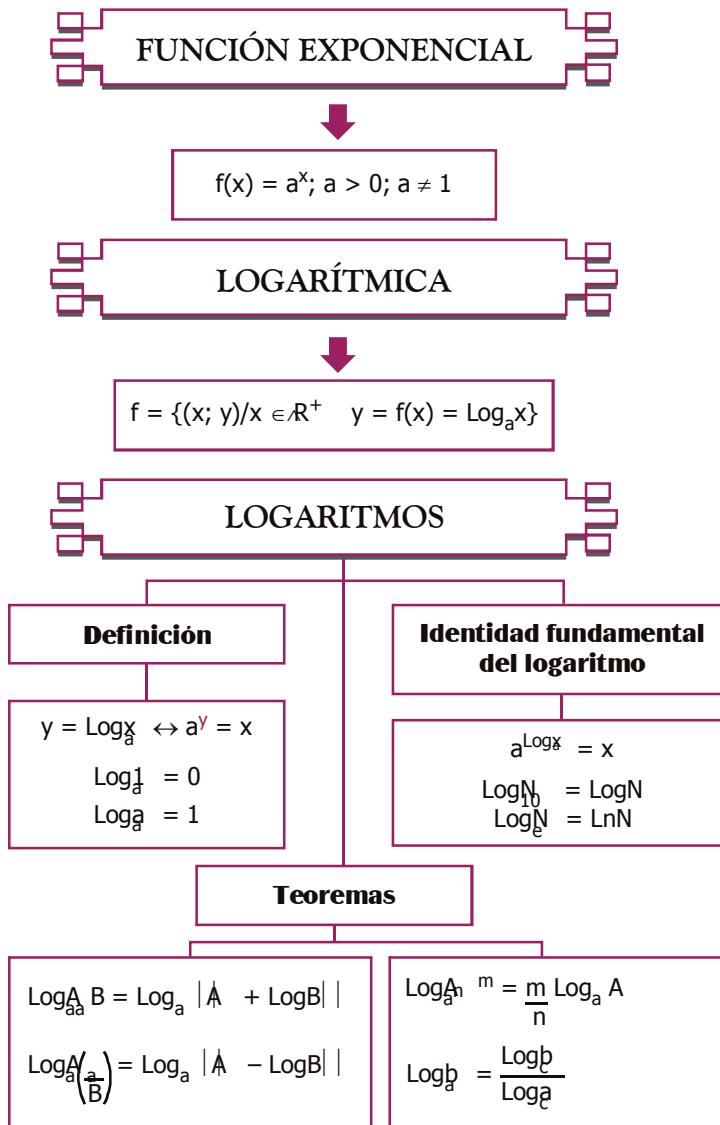
f admite inversa si y solo si es inyectiva, la inversa de f se denota por $f^{-1} = f^*$

Función biyectiva

Si y solo si es inyectiva y suryectiva a la vez.

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



LÍMITES

Teorema de unicidad del límite

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

Simplificación de formas indeterminadas

Forma: $\frac{0}{0}$

Si una expresión asume esta forma cuando $x = a$, el factor $(x - a)$ se deberá cancelar del numerador y denominador.

Forma: $\frac{\infty}{\infty}$

Si una expresión asume esta forma se deberá dividir el numerador y denominador por la potencia de mayor exponente que representa dicha expresión.

Forma: $\infty - \infty$ y $0 \cdot \infty$

Si una expresión asume alguna de estas formas, se deberá efectuar la operación indicada o realizar transformaciones convenientes con la finalidad de conseguir las formas antes estudiadas.

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA

DERIVADAS

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right]$$

Extremos de la derivada

Extremos relativos (máximo o mínimos)

Dada la función: $y = f(x)$, se resuelve la ecuación: $f'(x) = 0$.

Sea x_0 la raíz de la ecuación anterior:

- Si $f''(x_0) < 0$; entonces $f(x)$ es máximo en $x = x_0$
- Si $f''(x_0) > 0$; entonces $f(x)$ es mínimo en $x = x_0$

Reglas para derivar funciones

- $y = k \Rightarrow y' = 0; k \in \mathbb{R}$
- $y = x^n \Rightarrow y' = nx^{-1}$
- $y = f(x) + h(x) \Rightarrow y' = f'(x) + h'(x)$
- $y = f(x) - h(x) \Rightarrow y' = f'(x) - h'(x)$
- $y = f(x)g(x) \Rightarrow y' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
- $y = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
- $y = [f(x)]^n \Rightarrow y' = n[f(x)]^{-1}f'(x)$

Hospital - Bernoulli (Forma $\frac{0}{0}$)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \bar{x} \rightarrow a \frac{f'(x)}{g'(x)} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g''(x)} \dots$$

Raíz de multiplicidad

Si x_0 es una raíz de $P(x)$ cuya multiplicidad es k , se cumple:

$$\left. \begin{array}{l} P(x_0) = 0 \\ P'(x_0) = 0 \\ P''(x_0) = 0 \\ \vdots \\ P^{k-1}(x_0) = 0 \end{array} \right\}$$

Se deriva ($k - 1$) veces al polinomio y cada derivada se evalúa en x_0 originando siempre cero.

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA

NÚMEROS COMPLEJOS

Definición

$Z = (x; y); x, y \in \mathbb{R}$
 $\text{Re}(z) = x; \text{ parte real}$
 $\text{Im}(z) = y; \text{ parte imaginaria}$

Forma Cartesiana o binómica

$$Z = x + yi$$

Forma polar o trigonométrica

$$Z = |z|(\cos\theta + i\sin\theta)$$

Unidad imaginaria

$$i = \sqrt{-1}$$

Potencias de i

$$\begin{aligned} i^4 &= 1 & i^{4+1} &= i \\ i^{4+24} &= -1 & i^{\frac{4}{3}} &= -i \end{aligned}$$

Dados

$$\begin{aligned} Z &= |z| \operatorname{Cis}\theta \alpha & w &= |w| \operatorname{Cis}\theta \beta \\ zw &= |z||w| \operatorname{Cis}(\theta + \beta) & \\ \frac{z}{w} &= \frac{|z|}{|w|} \operatorname{Cis}(\theta - \beta) & \\ |z|^n &= |z| \operatorname{Cis}(n\theta) \end{aligned}$$

Tipos de números complejos

- * Real $\Rightarrow \text{Im}(z) = 0$
- * Imaginario puro $\Rightarrow \text{Re}(z) = 0$
- * Nulo $\Rightarrow z = 0 + 0i$

Forma exponencial

$$Z = |z| e^{i\theta}$$

Operaciones

Dado:

$$z = |z| \operatorname{Cis}\theta$$

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{|z|} \operatorname{Cis}\left(\frac{2k\pi + \theta}{n}\right)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Operaciones

Adición

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (x_1 + y_1i) + (x_2 + y_2i) \\ z_1 + z_2 &= (x_1 + x_2) + (y_1 + y_2)i \end{aligned}$$

Multiplicación

$$\begin{aligned} z_1 z_2 &= (x_1 + y_1i)(x_2 + y_2i) \\ z_1 z_2 &= (x_1 x_2 - y_1 y_2) + (x_1 y_2 + x_2 y_1)i \end{aligned}$$

División

$$\frac{x_1 + y_1i}{x_2 + y_2i} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}i$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA

FUNCIONES POLINOMIALES

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Con: $a_n \neq 0$

Donde: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ son raíces

Paridad de raíces

- Si un polinomio $P(x)$ con coeficientes reales tiene como raíz el número imaginario Z , entonces \bar{Z} también es raíz de $P(x)$.
- Si un polinomio $P(x)$ con coeficientes racionales tiene como raíz $a + \sqrt{b}$, donde b es irracional, a y \sqrt{b} son racionales, entonces $a - \sqrt{b}$ también es raíz de $P(x)$.

Regla de signos de Descartes

- El número de raíces positivas de un polinomio entero de coeficientes reales es igual al número de variaciones de signos de los coeficientes de $P(x)$ o menor en un número par.
- El número de raíces negativas de un polinomio de coeficientes reales es igual al número de variaciones de signos de los coeficientes de $P(-x)$ o menor en un número par.
- El número de raíces imaginarias es igual al grado del polinomio menos el número de raíces positivas y negativas.

Teorema de Cardano - Viette

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = -\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

$$x_1 x_2 + \dots + x_{n-1} x_n = \frac{a_{n-2}}{a_n}$$

$$x_1 x_2 \dots x_n = (-1)^n \frac{a_0}{a_n}$$

Teorema de Bolzano

Si $P(x)$ es continua en el intervalo $[a; b]$, tal que $P(a), P(b) < 0$, entonces existe un número real C (o una cantidad impar de estos números) en el intervalo $<a; b>$.

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA

MATRICES

Una matriz es un arreglo rectangular de elementos dispuestos en filas y columnas

Matrices especiales

Igualdad de matrices

Dadas:
 $A = [a_{ij}]_{m \times n}$
 $B = [b_{ij}]_{m \times n}$
 $A = B \Leftrightarrow$

1. A y B son del mismo orden.
2. $a_{ij} = b_{ij}$

Operaciones con matrices

Potenciación de matrices

Sea A una matriz cuadrada y $n \in \mathbb{N}$ definimos:

$$A^n = \begin{cases} A; & \text{si } n = 1 \\ \underbrace{A \cdot A \cdot A \cdots A}_{\text{"n" veces}} & \text{si } n \geq 2 \end{cases}$$

Matriz cuadrada

Es aquella donde el número de filas y columnas son iguales.

Matriz identidad

Es una matriz cuadrada donde todos los elementos de la diagonal principal son iguales a uno, todos los demás son ceros.

Traza de una matriz

Es la suma de los elementos de la diagonal principal.

Matriz triangular

Es aquella matriz donde todos los elementos a un lado de la diagonal principal son ceros y al lado opuesto al menos uno no es cero.

Transpuesta de una matriz

La transpuesta de una matriz A, denotada por A^T se obtiene intercambiando todas sus filas por columnas.

Matriz simétrica

$$A = A^T$$

Matriz antisimétrica

$$A = -A^T$$

Adición de matrices

Dados: $A = [a_{ij}]_{m \times n} \wedge B = [b_{ij}]_{m \times n}$

$$A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n} = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$$

Multiplicación de matrices

Multiplicación de un escalar por una matriz

Si multiplicamos a una matriz por un escalar, cada elemento de la matriz queda multiplicado por dicho escalar.

Multiplicación de dos matrices

Dadas las matrices:
 $A = (a_{ij})_{m \times n}$ y $B = (b_{jk})_{n \times p}$,
definimos:
 $AB = (C_{ik})_{m \times p}$

Donde el elemento C_{ik} se calcula multiplicando la i-ésima fila de A por la k-ésima columna de B.

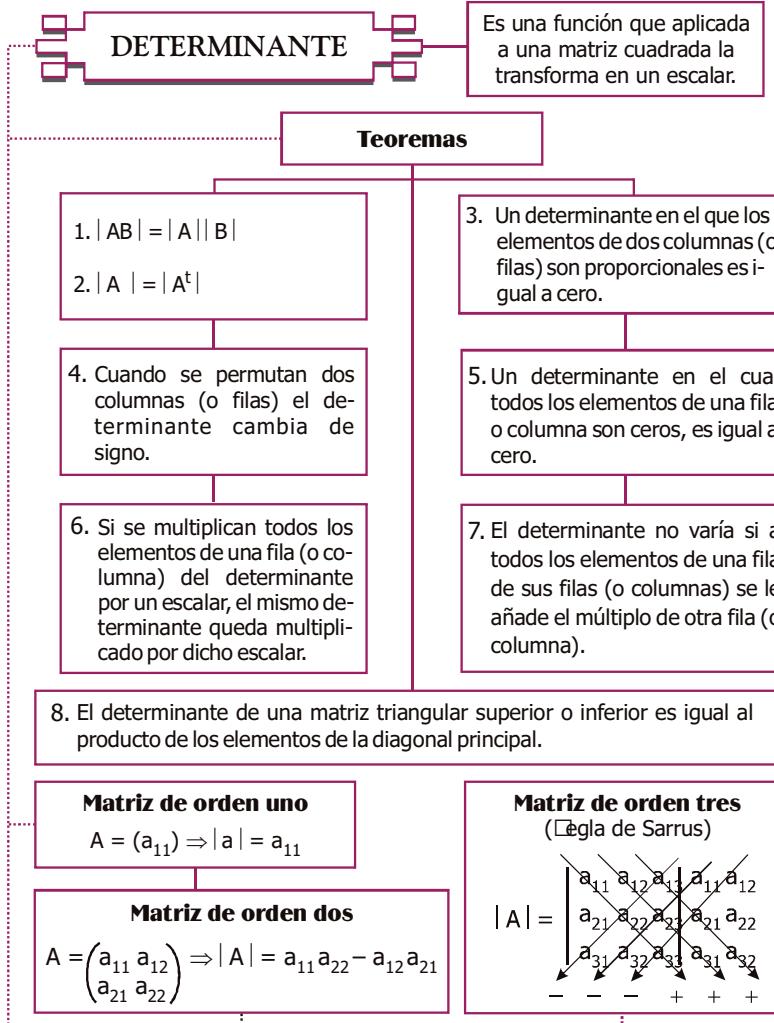
Multiplicación de una matriz fila por una matriz columna

$$A = (a_1 \ a_2 \ a_3 \ \dots \ a_n); B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Definimos:
 $AB = (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)$

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA

SISTEMAS DE ECUACIONES

Forma general

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m+11}x_1 + a_{m+12}x_2 + a_{m+13}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

$$C.S. = \{(x_1; x_2; x_3; \dots; x_n)\}$$

Si: $b_1 = b_2 = b_3 = \dots = b_m = 0$. El sistema recibe el nombre de sistema lineal homogéneo si admite soluciones a parte de la trivial, el determinante del sistema deberá ser nulo.

Resolución

- Método de sustitución
- Método de reducción
- Método de igualación
- Método matricial
- Método de Cramer

Análisis de las soluciones del sistema

I. El sistema tiene solución única si y solo si $\Delta_s \neq 0$

II. El sistema tiene infinitas soluciones si y solo si:

$$\Delta_i = 0 \wedge \Delta_s = 0$$

III. El sistema no tiene solución si siendo $\Delta_s = 0$ existen algún $\Delta_i \neq 0$.

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



SUCESIONES

Definición

Una sucesión es una función cuyo dominio es el conjunto de los números enteros positivos y su rango cualquier subconjunto de los números reales.

Convergencia

Si la sucesión $\{a_n\}$ tiene límite, se dice que es convergente y converge a dicho límite.

Criterios de convergencia

De la razón:

Son $\{x_n\}$ una sucesión real:

$$\lim \left| \frac{x_{n+1}}{x_n} \right| < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \{x_n\} = 0$$

La sucesión converge a cero.

Divergencia

$$\text{Si: } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \text{N.D.}$$

Diremos que la sucesión es divergente.

Del encaje:

Sean las sucesiones $\{a_n\}$, $\{b\}$ y $\{c\}$, tales que: $a_n \geq b_n \geq c_n$

Para todo $n \leq N$ y además:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = L, \text{ además: } \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$$

Sea la sucesión convergente $\{a_n\}_{n \geq 1}$ si:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n\} = a \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \right) = a$$

Sea la sucesión convergente $\{a_n\}_{n \geq 1}$ si:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n\} = a \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \right) = a$$

ESQUEMA - FORMULARIO

ÁLGEBRA



SERIES

Definición

Sea $\{a_n\}_{n \geq 1}$ una sucesión de números reales, entonces a la expresión:
 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \dots$
se le denomina serie infinita de números reales.

Propiedad telescopica

$$\sum_{i=1}^{\infty} [f(i) - f(i-1)] = f(n) - f(0)$$

Criterios

Series especiales

Serie armónica

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$$

Serie - p

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \frac{1}{1^p} + \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3^p} + \dots$$

Si $p > 1$ Converge

Si $p \leq 1$ Diverge

Comparación directa

Si la serie infinita $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ es una serie de términos positivos y es convergente y además:

$$ab \leq n, \forall n > N \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} a_i b_i$$

es convergente

Criterio de la razón

Sea $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ una serie infinita con $a_n \geq 0, n$ (de términos positivos) y convengamos que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = k < 1 \text{ converge.}$$

Serie geométrica

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + ar + ar^2 + \dots$$

si $|r| < 1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = \frac{a}{1-r}$$

si $|r| \geq 1$

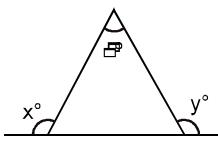
$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} \text{ Diverge}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

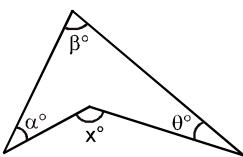
GEOMETRÍA



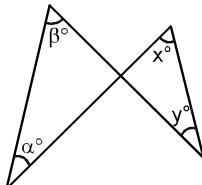
TRIÁNGULOS



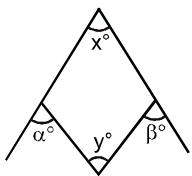
$$x^\circ + y^\circ = 180^\circ + \theta^\circ$$



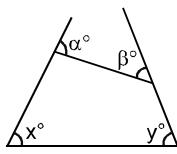
$$x^\circ = \alpha^\circ + \beta^\circ + \theta^\circ$$



$$\alpha^\circ + \beta^\circ = x^\circ + y^\circ$$

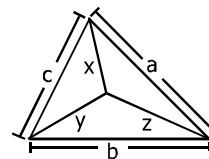


$$\alpha^\circ + \beta^\circ = x^\circ + y^\circ$$

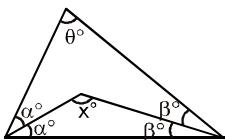


$$\alpha^\circ + \beta^\circ = x^\circ + y^\circ$$

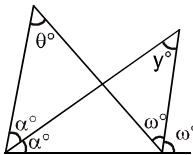
Si: $a > b > c$



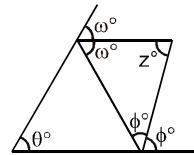
$$x + y + z < a + b$$



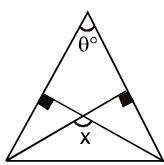
$$x^\circ = 90^\circ + \frac{\theta^\circ}{2}$$



$$y^\circ = \frac{\theta^\circ}{2}$$

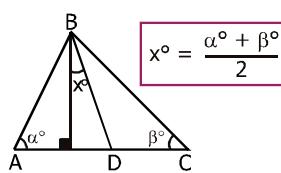


$$z^\circ = 90^\circ - \frac{\theta^\circ}{2}$$



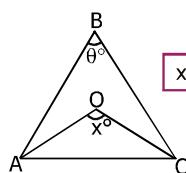
$$x^\circ + \theta^\circ = 180^\circ$$

BD: Bisectriz del $\triangle ABC$



$$x^\circ = \frac{\alpha^\circ + \beta^\circ}{2}$$

Si: oO es circuncentro de $\triangle ABC$



$$x^\circ = 20^\circ$$

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

Congruencia de triángulos

Postulado (L - A - L)
Teorema (A - L - A)
Teorema (L - L - L)

Triángulos rectángulos notables

Notable de (45° y 45°)
Notable de (30° y 60°)

Aproximaciones trigonométricas

(37° y 53°)

($\frac{37^\circ}{2}$ y $\frac{143^\circ}{2}$)

($\frac{53^\circ}{2}$ y $\frac{127^\circ}{2}$)

(16° y 74°)

(14° y 76°)

(8° y 82°)

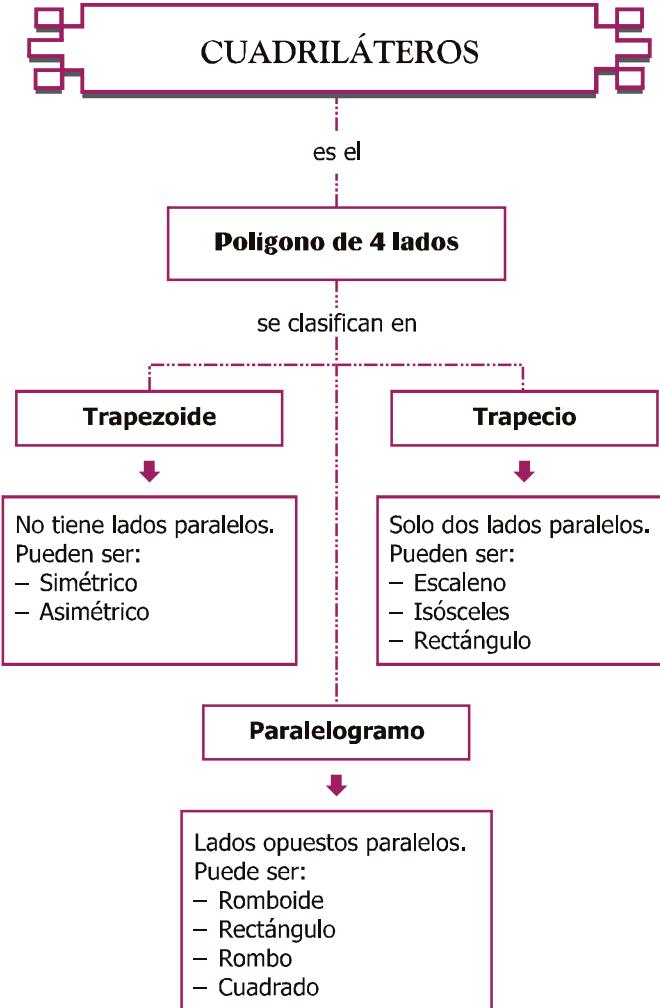
(15° y 75°)

Aplicaciones de la congruencia

- Teorema de la bisectriz.
- Teorema de la mediatrix
- Teorema de los puntos medios
- Teorema de la mediana relativa a la hipotenusa
- Teoremas en los triángulos isósceles

ESQUEMA - FORMULARIO

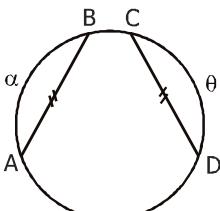
GEOMETRÍA



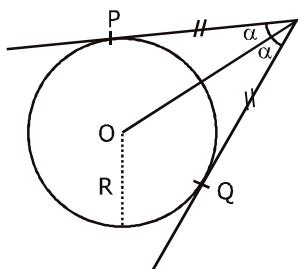
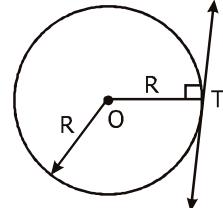
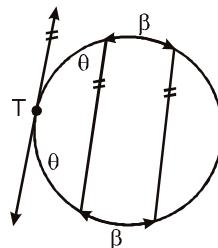
ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

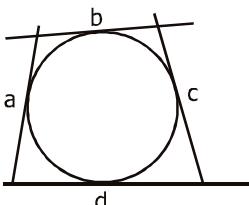
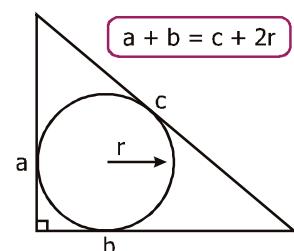
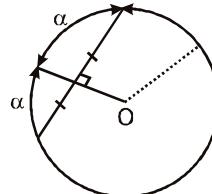
CIRCUNFERENCIA I



$$AB = CD \Leftrightarrow \alpha = \theta$$

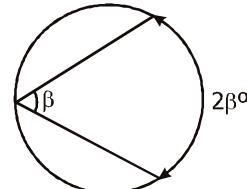
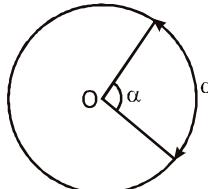


T. Poncelet



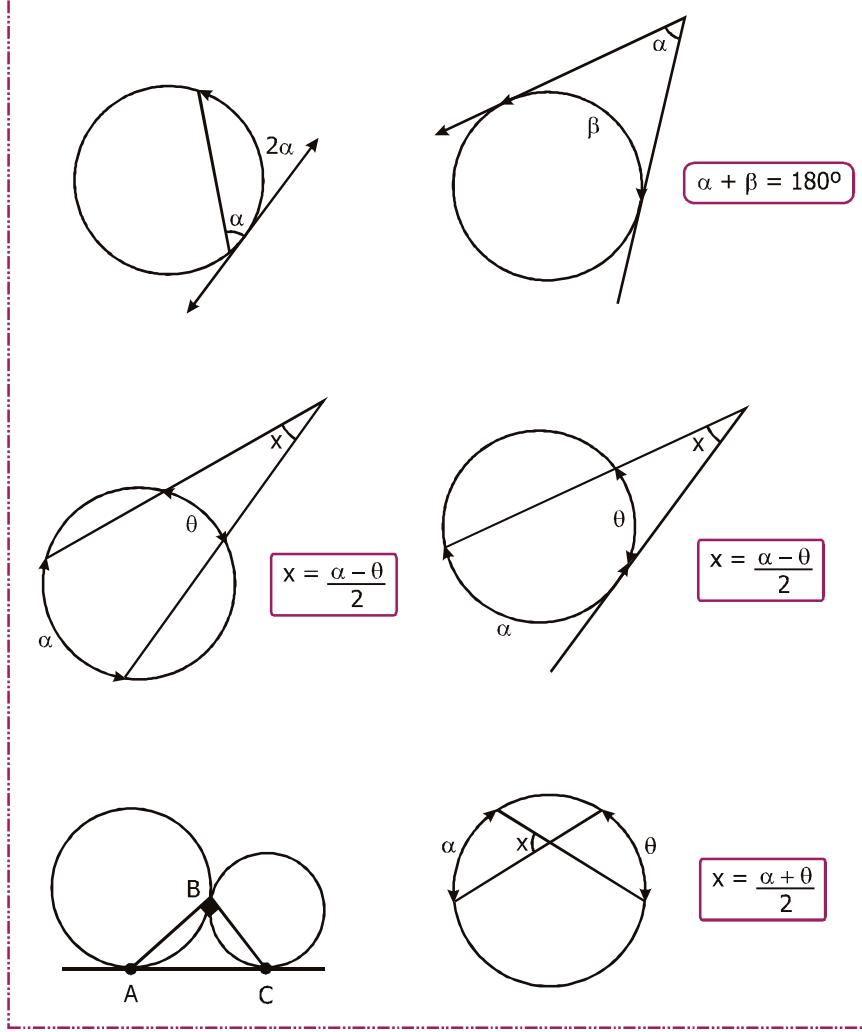
T. Pitot

$$a + c = d + b$$



ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

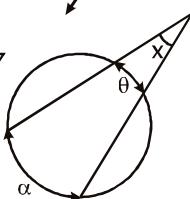
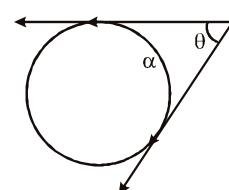
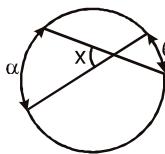
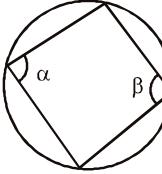
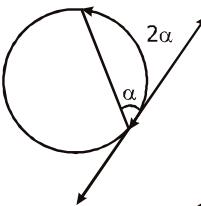
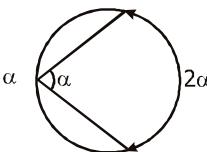
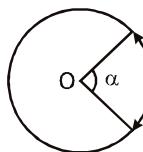


ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

CIRCUNFERENCIA II

Ángulos asociados



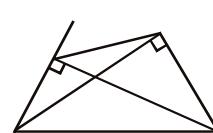
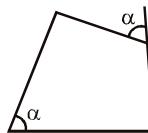
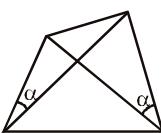
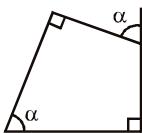
$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$x = \frac{\alpha + \theta}{2}$$

$$\alpha + \theta = 180^\circ$$

$$x = \frac{\alpha - \theta}{2}$$

Cuadrilátero inscriptible



ESQUEMA - FORMULARIO

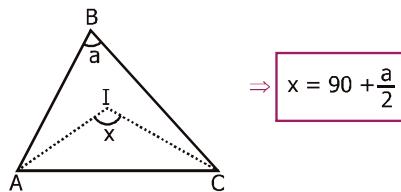
GEOMETRÍA



PUNTOS NOTABLES

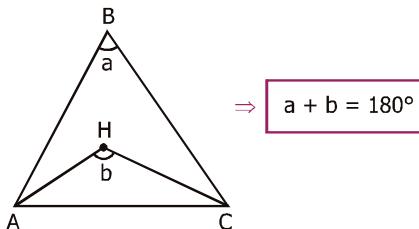
Incentro (I)

Si I: incentro del $\triangle ABC$

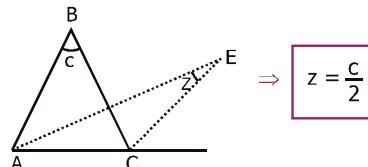
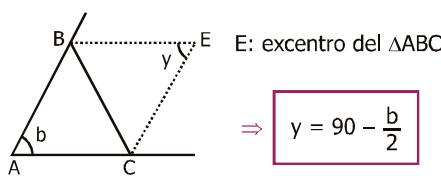


Ortocentro (H)

Si H: otrocentro del $\triangle ABC$



Excentro (E)



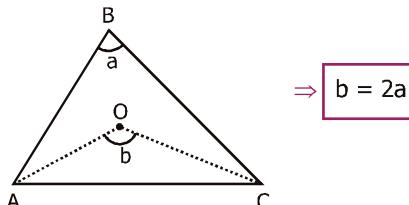
ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



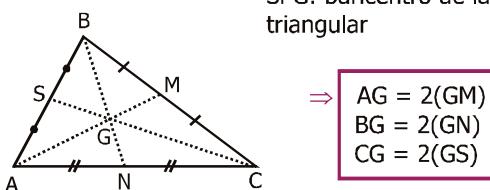
Circuncentro

Si O : circuncentro del $\triangle ABC$

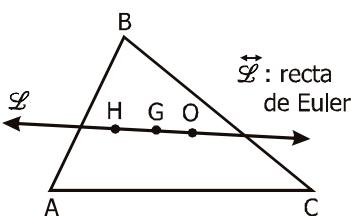


Baricentro (G)

Si G : baricentro de la región triangular



Aplicación de puntos notables Recta de Euler

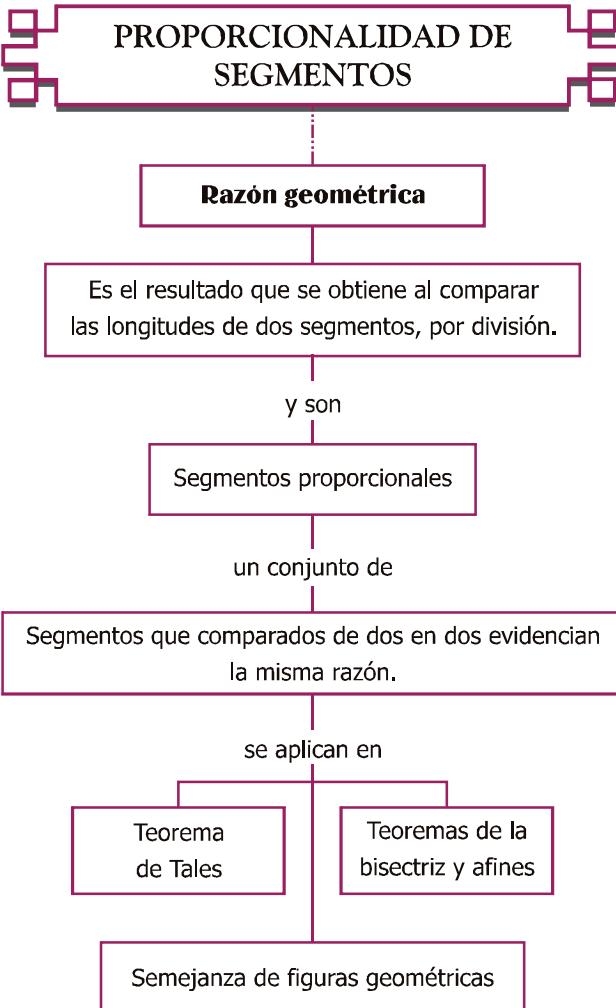


Recta definida para todo triángulo no equilátero y que contiene a los siguientes puntos notables.
Ortocentro (H), Baricentro (G) y Circuncentro (O)
Se cumple:

$$HG = 2(GO)$$

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Tienen

La misma forma

No necesariamente el mismo tamaño

es decir

Sus ángulos son congruentes

Las medidas de sus lados correspondientes son proporcionales.

los criterios de semejanza son:

Dos parejas de ángulos de igual medida

Dos pares de lados de medidas proporcionales y el ángulo comprendido de igual medida.

Sus tres pares de lados de medidas proporcionales

ESQUEMA - FORMULARIO

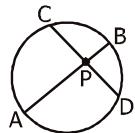
GEOMETRÍA

RELACIONES MÉTRICAS I

Circunferencia

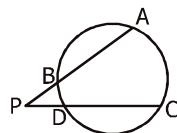
Son fórmulas

Entre las medidas de los segmentos determinados en dos cuerdas que se intersectan.



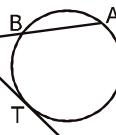
$$AP \cdot PB = CP \cdot PD$$

Entre las medidas de los segmentos determinados en dos secantes trazadas desde un punto exterior.



$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

Entre las medidas de los segmentos determinados en una secante y una tangente trazadas desde un punto exterior.



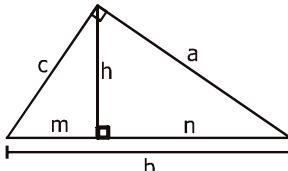
$$PT^2 = PA \cdot PB$$

Triángulo rectángulo

Son fórmulas que se verifican con las medidas de los catetos, de la hipotenusa, de la altura y de los segmentos que determina la altura sobre la hipotenusa.

Estas son: $c^2 = mb$; $c^2 + a^2 = b^2$; $a^2 = nb$

$$c \cdot a = h \cdot b ; h^2 = mn ; \frac{1}{h^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}$$



ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



RELACIONES MÉTRICAS II

Triángulos oblicuángulos

Teorema de proyecciones

Teorema de Euclides

Teorema de cosenos

Teorema de Herón

Teorema de Stewart

Teorema de la mediana

Cálculo de la bisectriz

Cuadriláteros

Teorema de Euler

Teorema de Viette

Teorema de Ptolomeo

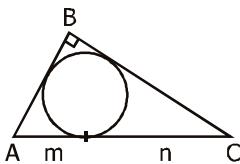
Teorema de Arquímedes

ESQUEMA - FORMULARIO

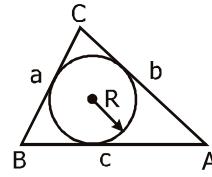
GEOMETRÍA



ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES

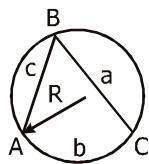


$$A_{\Delta ABC} = mn$$

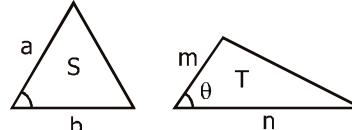


$$A_{\Delta ABC} = pR$$

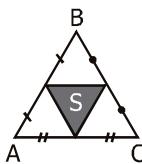
$$p = \frac{a + b + c}{2}$$



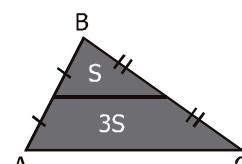
$$A_{\Delta ABC} = \frac{abc}{4R}$$



$$\frac{S}{T} = \frac{ab}{mn}$$



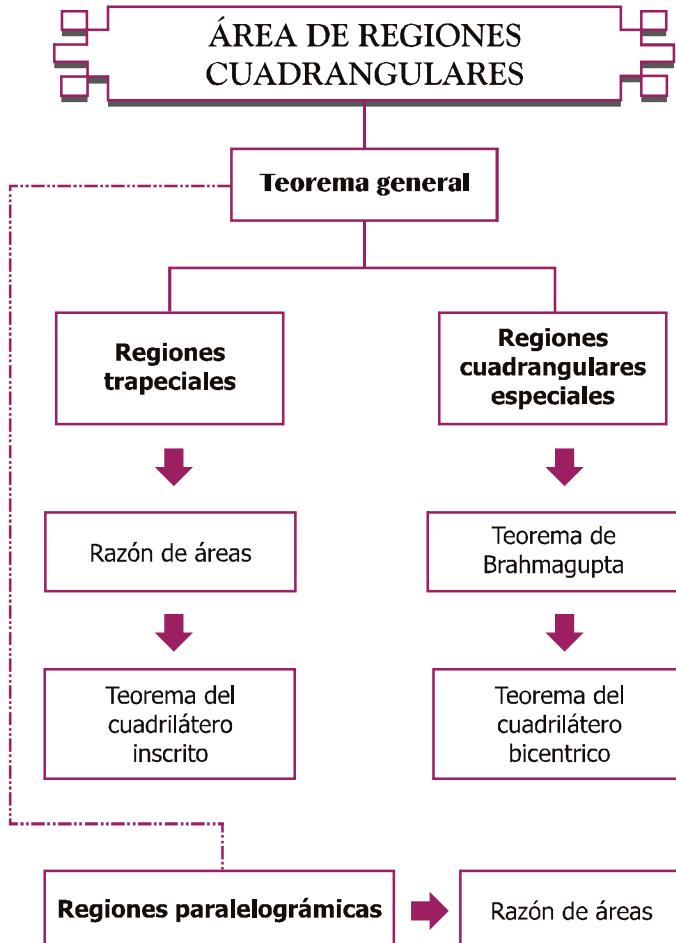
$$S = \frac{A_{\Delta ABC}}{4}$$



$$S = \frac{A_{\Delta ABC}}{4}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



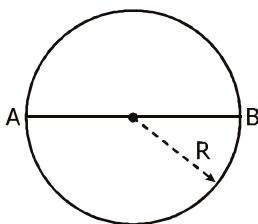
ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



ÁREA DE REGIONES CIRCULARES

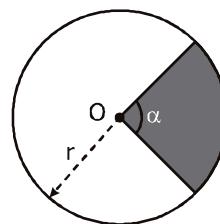
Círculo



$$S_O = \pi R^2$$

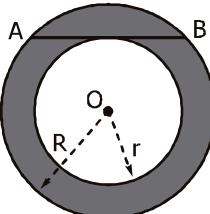
$$S_O = \frac{\pi R^2}{4}$$

Sector circular



$$S = \frac{\alpha \pi R^2}{360}$$

Corona circular



$$S_{\odot} = \pi(R^2 - r^2)$$

$$S_{\odot} = \frac{\pi(AB)^2}{4}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



GEOMETRÍA DEL ESPACIO I



Determinación del plano

Postulado

- Teorema
- Teorema
- Definición

Posiciones relativa en el espacio

- Entre planos
- Entre planos y rectas

Ángulo entre rectas alabeadas

Recta perpendicular al plano

- Definición
- Teorema

Planos perpendiculares

→ Distancia entre rectas alabeadas

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

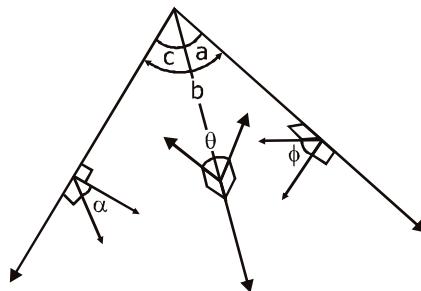


GEOMETRÍA DEL ESPACIO II

a; b y c → caras

triedro escaleno $a \neq b \neq c$

$\alpha \neq \beta \neq \phi \rightarrow$ diedros



Triedro isósceles

$a = b \neq c; \alpha = \theta \neq \phi$

Triedro equilátero

$a = b = c; \alpha = \theta = \phi$

Triedro rectángulo

$a = 90^\circ$

Triedro birectángulo

$a = b = 90^\circ$

Triedro trirectángulo

$a = b = c = 90^\circ$

Propiedades

- $a - c < b < a + c$
- $0 < a + b + c < 360^\circ$

- $180^\circ < \alpha + \phi + \theta < 540^\circ$
- $\alpha + \phi < \theta + 180^\circ$

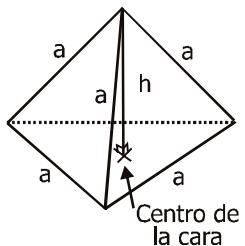
ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

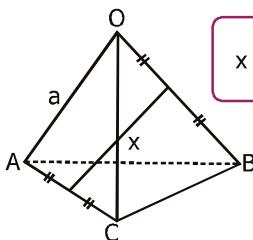


POLIEDROS REGULARES

Tetraedro regular



$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$
$$A_T = a^2 \sqrt{3}$$
$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$



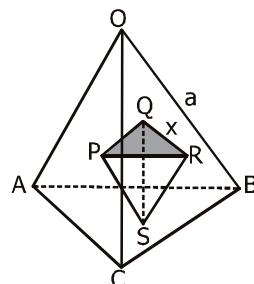
$$x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

O – ABC → Tetraedro

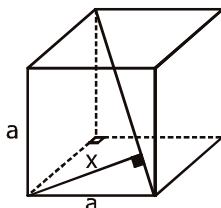
$$x = \frac{a}{3}$$

S – PQR → Poliedro Conjugado de O – ABC

P, Q, R y S son centros de las caras



Hexaedro regular



$$x = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

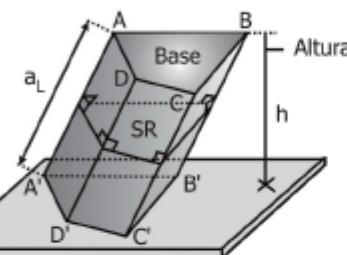
GEOMETRÍA



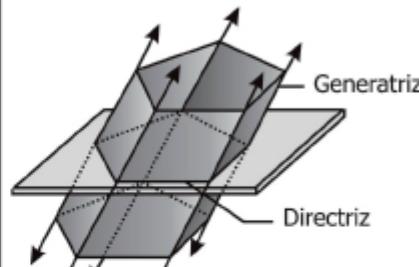
PRISMA Y CILINDRO

Prisma

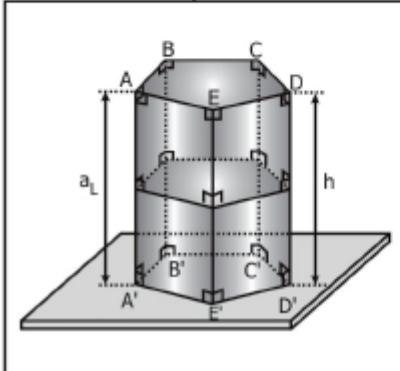
Prisma oblicuo



Superficie prismática cerrada



Prisma recto



Prisma regular



V: Volumen

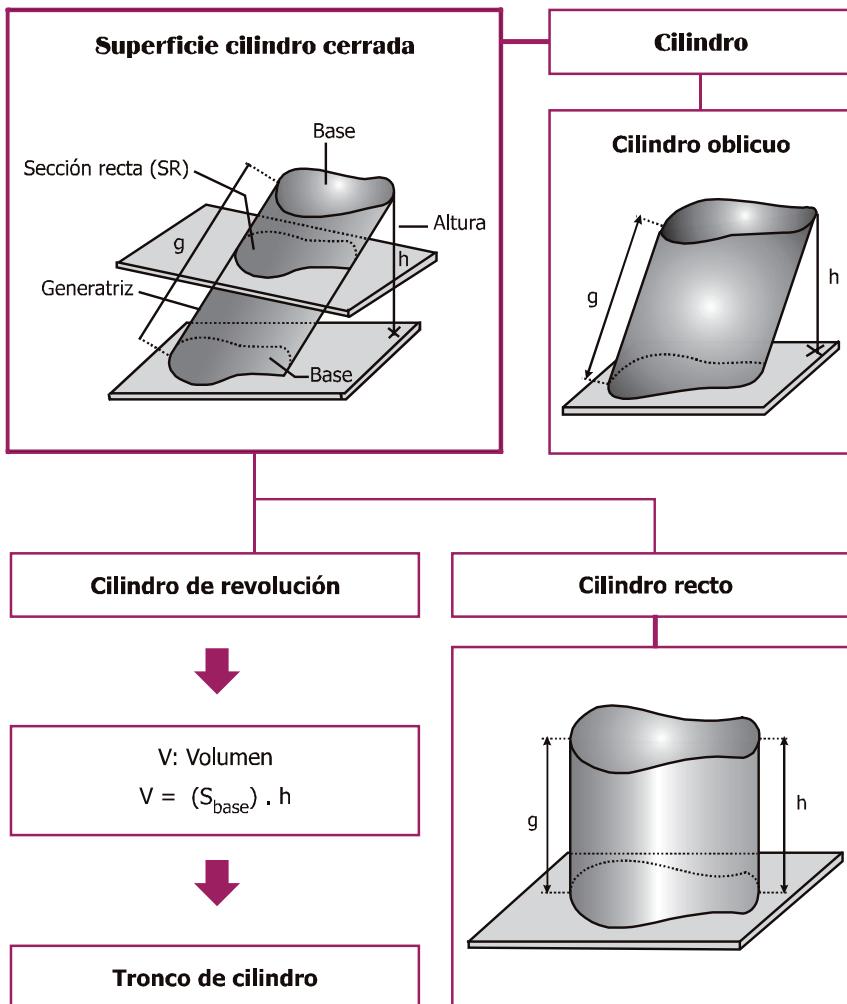
$$V = (S_{\text{base}}) \cdot h$$



Tronco de Prisma

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA



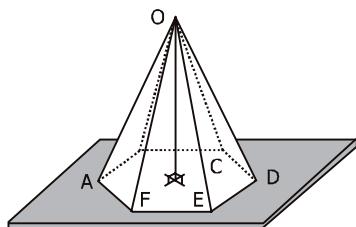
ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

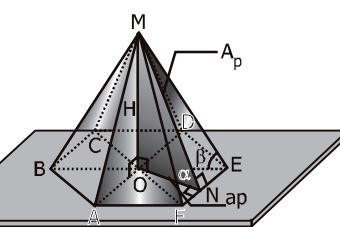
PIRÁMIDE Y CONO

Superficie piramidal

Pirámide

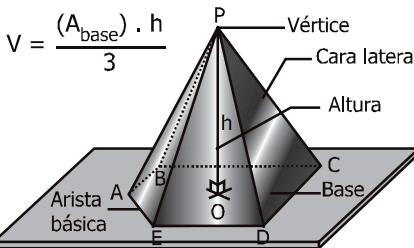


Pirámide regular

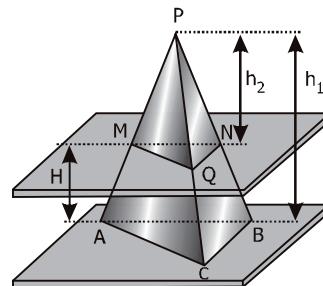


Pirámide irregular

V: volumen



Tronco de Pirámide



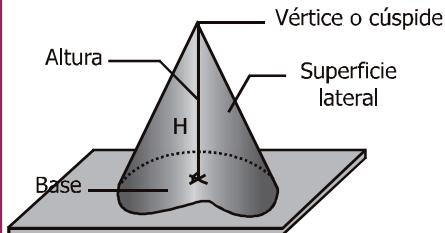
Pirámides semejantes

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

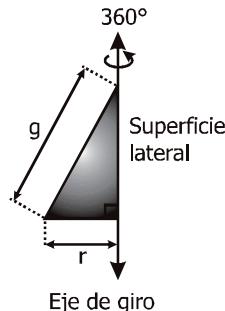
Superficie cónica

Cono

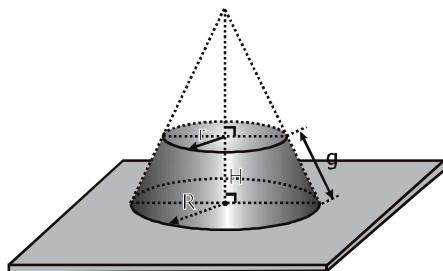


Cono oblicuo

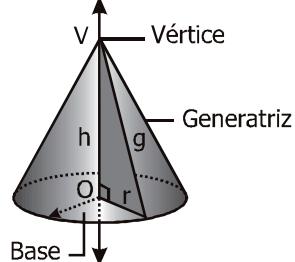
Cono de revolución



Tronco de Pirámide



Conos semejantes

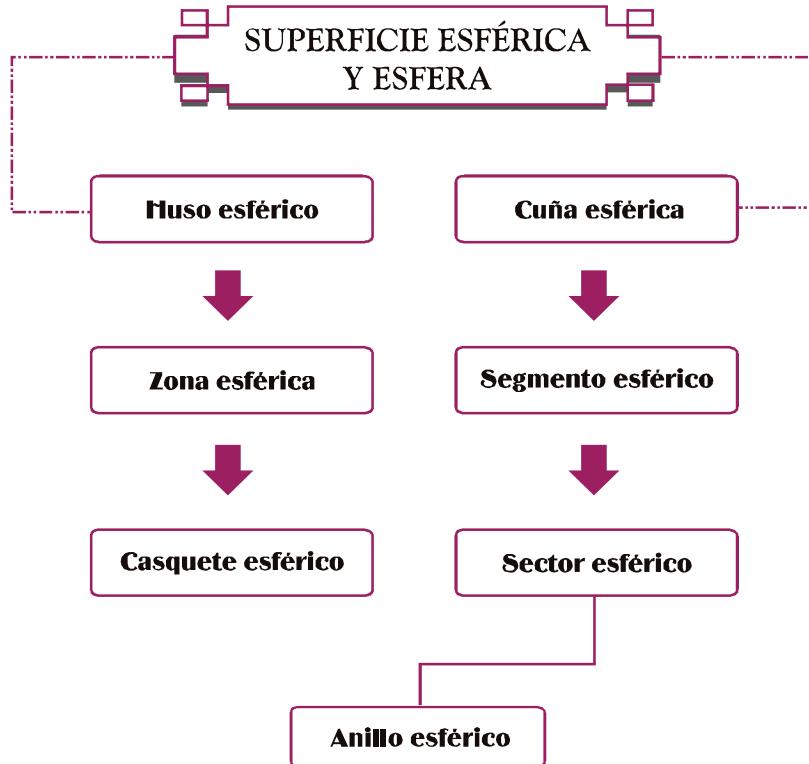


V: volumen

$$V = \frac{(A_{\text{base}}) \cdot h}{3}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

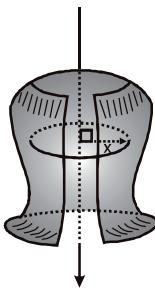
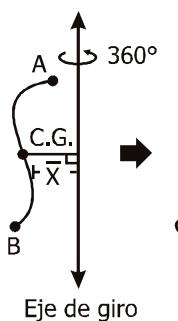


ESQUEMA - FORMULARIO

GEOMETRÍA

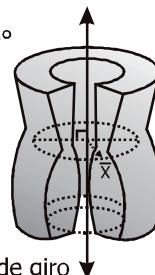
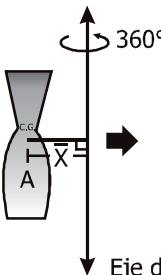
TEOREMA DE PAPPUS - GULDING

Área de la superficie generada por la rotación de una figura alrededor de un eje coplanar.



$$A_{S.G.} = (2\pi \bar{x}) \cdot L$$

Área de la superficie generada por la rotación de una figura alrededor de un eje coplanar.



$$A_{S.G.} = (2\pi \bar{x}) \cdot A$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

Teorema de Pitágoras

$$\Delta ABC \text{ (recto en } B) \\ a^2 + c^2 = b^2$$

Razones reciprocas

$$\begin{aligned} \operatorname{Sec} A \operatorname{Csc} A &= 1 \\ \operatorname{Cos} A \operatorname{Sec} A &= 1 \\ \operatorname{Tan} A \operatorname{Cot} A &= 1 \end{aligned}$$

$$\operatorname{Sen} A = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\operatorname{Cos} A = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\operatorname{Tan} A = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}}$$

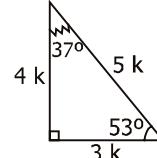
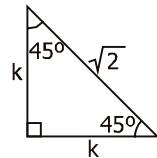
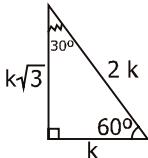
$$\operatorname{Cot} A = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Cateto opuesto}}$$

$$\operatorname{Sec} A = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente}}$$

$$\operatorname{Csc} A = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto}}$$

Razones complementarias

$$\begin{aligned} \operatorname{Sen} A &= \operatorname{Cos} C \\ \operatorname{Tan} A &= \operatorname{Cot} C \\ \operatorname{Sec} A &= \operatorname{Csc} C \\ m\angle A + m\angle C &= 90^\circ \end{aligned}$$



ESQUEMA - FORMULARIO

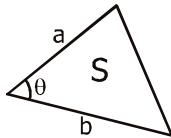
TRIGONOMETRÍA

RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Datos generales

- Lado (a)
- Ángulo (θ)

Área de región triangular

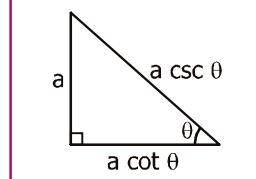
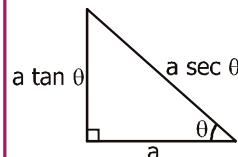
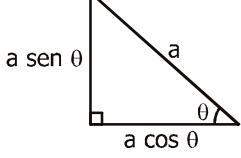
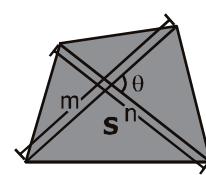


Forma de plantear

$$\frac{\text{Lado incógnita}}{\text{Lado bajo}} = \text{R.T.}(\theta)$$

$$\frac{\text{Lado incógnita}}{\text{dato}} = \frac{\text{Lado}}{\text{dato}} \times \text{R.T.}(\theta)$$

Área de región cuadrangular

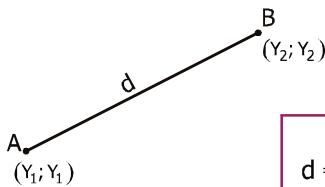


ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

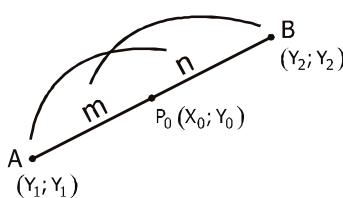
SISTEMA DE COORDENADAS RECTANGULARES

Distancia entre 2 puntos



$$d = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

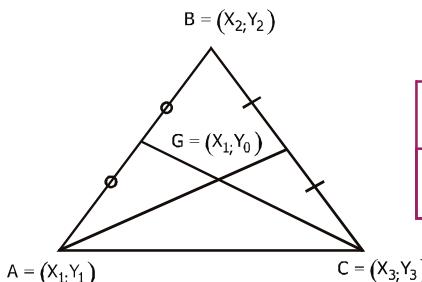
División de un segmento



$$X_0 = \frac{X_1n + X_2m}{m+n}$$

$$Y_0 = \frac{Y_1n + Y_2m}{m+n}$$

Coordenadas del baricentro



$$X_0 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

$$Y_0 = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

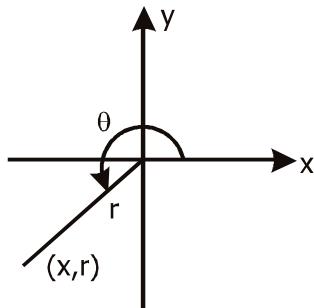
TRIGONOMETRÍA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS EN POSICIÓN NORMAL

Valor absoluto

$$|a| = \begin{cases} -a, & a < 0 \\ a, & a \geq 0 \end{cases}$$

- $|a| = 0 \Rightarrow a = 0$
- $|-a| = |a|$
- $|a - b| = |b - a|$
- $|a^2| = |a|^2 = a^2$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $|a| = b \Rightarrow a = b \vee a = -b$



Ángulos cuadrantales

$$\theta = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

Ángulos coterminales

- $RT(\alpha) = RT(\theta)$
- $\alpha - \theta = 360^\circ K, K \in \mathbb{Z}$

$$\sin \theta = \frac{Y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{X}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{Y}{X}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

REDUCCIÓN AL PRIMER CUADRANTE

$$\begin{aligned} R.T. (90 \pm \theta) &= \pm \text{CoR.T.} (\theta) \\ R.T. (270 \pm \theta) &= \pm \text{CoR.T.} (\theta) \end{aligned}$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ$$

$$\begin{aligned} R.T. (180^\circ \pm \theta) &= \pm R.T. (0) \\ R.T. (180^\circ \pm \theta) &= \pm R.T. (\theta) \end{aligned}$$

$$0^\circ < \theta < 90^\circ$$

$$\begin{aligned} R.T. (360^\circ K + \alpha) &= R.T. (\alpha) \\ R.T. (2K\pi + \alpha) &= R.T. (\alpha) \end{aligned}$$

$$K \in \mathbb{Z} \quad 0^\circ < \alpha < 360^\circ$$

$$\text{Sen} (-\theta) = -\text{Sen}\theta$$

$$\text{Cos} (-\theta) = \text{Cos}\theta$$

$$\text{Tan}(-\theta) = -\text{Tan}\theta$$

$$\begin{aligned} \text{Cot} (-\theta) &= -\text{Cot}\theta \\ \text{Sec} (-\theta) &= \text{Sec}\theta \\ \csc (-\theta) &= -\text{Csc}\theta \end{aligned}$$

$$\text{Si: } \alpha + \beta = \pi$$

$$\text{Cos}\alpha + \text{Cos}\beta = 0$$

$$\text{Tan}\alpha + \text{Tan}\beta = 0$$

$$\text{Cot}\alpha + \text{Cot}\beta = 0$$

$$\text{Sec}\alpha + \text{Sec}\beta = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Si: } \alpha + \beta &= 2\pi \\ \text{Sen}\alpha + \text{Sen}\beta &= 0 \\ \text{Tan}\alpha + \text{Tan}\beta &= 0 \\ \text{Cot}\alpha + \text{Cot}\beta &= 0 \\ \text{Csc}\alpha + \text{Csc}\beta &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R.T. (2n)\pi &= R.T. (0) \\ R.T.(2n-1)\pi &= R.T.(\pi) \\ R.T.(4n+1)\pi/2 &= R.T. (\pi/2) \\ R.T. (4n+3)\pi/2 &= R.T. (3\pi/2) \end{aligned}$$

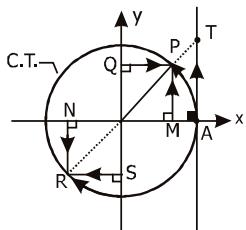
ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE NÚMEROS REALES

Líneas trigonométricas

$$\begin{aligned} MP &= \operatorname{sen}\theta \\ QP &= \cos\theta \\ AT &= \tan\theta \\ NR &= \operatorname{sen}\alpha \\ SR &= \cos\alpha \\ AT &= \tan\alpha \end{aligned}$$



Intervalos de variación

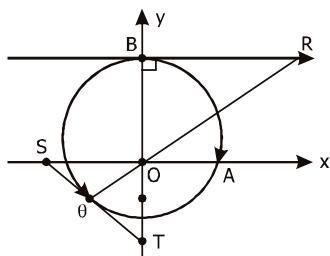
$$\begin{aligned} -1 \leq \operatorname{sen}\theta \leq 1 \\ -1 \leq \cos\theta \leq 1 \\ -\infty \leq \tan\theta < +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -1 \leq \operatorname{sen}^{2n}\theta \leq 1 \\ -1 \leq \cos^{2n}\theta \leq 1 \\ 0 \leq \tan^{2n}\theta < +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \leq |\operatorname{sen}\theta| \leq 1 \\ 0 \leq |\cos\theta| \leq 1 \\ 0 \leq |\tan\theta| < +\infty \end{aligned}$$

Circunferencia trigonométrica

$$\begin{aligned} BR &= \cos\theta \\ OS &= \sec\theta \\ OT &= \csc\theta \end{aligned}$$



Intervalos de variación

$$\begin{aligned} -\infty < \cot\theta < +\infty \\ \sec\theta \leq -1 \vee \sec\theta \geq 1 \\ \csc\theta \leq -1 \vee \csc\theta \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \leq \cot^{2n}\theta < +\infty \\ 1 \leq \sec^{2n}\theta < +\infty \\ 1 \leq \csc^{2n}\theta < +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \leq |\cot\theta| < +\infty \\ 1 \leq |\sec\theta| < +\infty \\ 1 \leq |\csc\theta| < +\infty \end{aligned}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Pitagóricas

$$\operatorname{Sen}^2 x + \operatorname{Cos}^2 x = 1$$

$$\operatorname{Sen}^2 x = 1 - \operatorname{Cos}^2 x$$

$$\operatorname{Cos}^2 x = 1 - \operatorname{Sen}^2 x$$

$$1 + \operatorname{Tan}^2 x = \operatorname{Sec}^2 x$$

$$\operatorname{Tan}^2 x = \operatorname{Sec}^2 x - 1$$

$$1 = \operatorname{Sec}^2 x - \operatorname{Tan}^2 x$$

$$1 + \operatorname{Cot}^2 x = \operatorname{Csc}^2 x$$

$$\operatorname{Cot}^2 x = \operatorname{Csc}^2 x - 1$$

$$1 = \operatorname{Csc}^2 x - \operatorname{Cot}^2 x$$

Recíprocas

$$\operatorname{Sen} x + \operatorname{Csc} x = 1$$

$$\operatorname{Sen} x = \frac{1}{\operatorname{Csc} x}$$

$$\operatorname{Csc} x = \frac{1}{\operatorname{Sen} x}$$

$$\operatorname{Cos} x \operatorname{Sec} x = 1$$

$$\operatorname{Cos} x = \frac{1}{\operatorname{Sec} x}$$

$$\operatorname{Sec} x = \frac{1}{\operatorname{Cos} x}$$

$$\operatorname{Tan} x \operatorname{Cot} x = 1$$

$$\operatorname{Tan} x = \frac{1}{\operatorname{Cot} x}$$

$$\operatorname{Cot} x = \frac{1}{\operatorname{Tan} x}$$

Por división

$$\operatorname{Tan} x = \frac{\operatorname{Sen} x}{\operatorname{Cos} x}$$

$$\operatorname{Sen} x = \operatorname{Tan} x \operatorname{Cos} x$$

$$\operatorname{Cos} x = \frac{\operatorname{Sen} x}{\operatorname{Tan} x}$$

$$\operatorname{Cot} x = \frac{\operatorname{Cos} x}{\operatorname{Sen} x}$$

$$\operatorname{Cos} x = \operatorname{Cot} x \operatorname{Sen} x$$

$$\operatorname{Sen} x = \frac{\operatorname{Cos} x}{\operatorname{Cot} x}$$

Identidades auxiliares

$$\operatorname{Sen}^4 x + \operatorname{Cos}^4 x = 1 - 2\operatorname{Sen}^2 x \operatorname{Cos}^2 x$$

$$\operatorname{Tan} x + \operatorname{Cot} x = \operatorname{Sec} x \operatorname{Csc} x$$

$$(\operatorname{Sen} x \pm \operatorname{Cos} x)^2 = 1 \pm 2\operatorname{Sen} x \operatorname{Cos} x$$

$$\frac{\operatorname{Sen} x}{1 \pm \operatorname{Cos} x} = \frac{1 \mp \operatorname{Cos} x}{1 \pm \operatorname{Cos} x}$$

$$\frac{1}{\operatorname{Sec} x \pm \operatorname{Tan} x} - \operatorname{Sec} x \mp \operatorname{Tan} x$$

$$\operatorname{Sen}^6 x + \operatorname{Cos}^6 x - 1 - 3\operatorname{Sen}^2 x \operatorname{Cos}^2 x$$

$$\operatorname{Sec}^2 x + \operatorname{Csc}^2 x = \operatorname{Sec}^2 x \operatorname{Csc}^2 x$$

$$(1 \pm \operatorname{Sen} x \pm \operatorname{Cos} x)^2 = 2(1 \pm \operatorname{Sen} x)(1 \pm \operatorname{Cos} x)$$

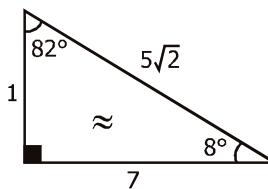
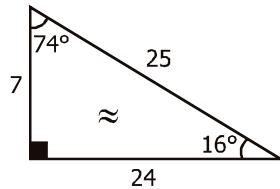
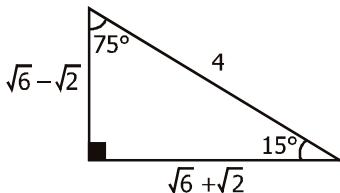
$$\frac{\operatorname{Cos} x}{1 \pm \operatorname{Sen} x} = \frac{1 \mp \operatorname{Sen} x}{\operatorname{Cos} x}$$

$$\frac{1}{\operatorname{Csc} x \pm \operatorname{Cot} x} - \operatorname{Csc} x \mp \operatorname{Cot} x$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE ARCOS COMPUUESTOS



$$\operatorname{Sen}(x \pm y) = \operatorname{Sen}x \operatorname{Cos}y \pm \operatorname{Cos}x \operatorname{Sen}y$$

$$\operatorname{Cos}(x \pm y) = \operatorname{Cos}x \operatorname{Cos}y \mp \operatorname{Sen}x \operatorname{Sen}y$$

$$\operatorname{Tan}(x \pm y) = \frac{\operatorname{Tan}x \pm \operatorname{Tan}y}{1 \mp \operatorname{Tan}x \operatorname{Tan}y}$$

$$\text{Si } x + y + z = (2n - 1) \frac{\pi}{2}; n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{Tan}x \operatorname{Tan}y + \operatorname{Tan}x \operatorname{Tan}z + \operatorname{Tan}y \operatorname{Tan}z = 1$$

$$\operatorname{Cot}x + \operatorname{Cot}y + \operatorname{Cot}z = \operatorname{Cot}x \operatorname{Cot}y \operatorname{Cot}z$$

$$\text{Si } x + y + z = n\pi; n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{Cot}x \operatorname{Cot}y + \operatorname{Cot}x \operatorname{Cot}z + \operatorname{Cot}y \operatorname{Cot}z = 1$$

$$\operatorname{Tan}x + \operatorname{Tan}y + \operatorname{Tan}z = \operatorname{Tan}x \operatorname{Tan}y \operatorname{Tan}z$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA



IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULO DOBLE

Identidades básicas

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

$$\sin 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

Expresiones lineales para $\sin^2 x$ ^ $\cos^2 x$

$$2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x$$

$$2 \cos^2 x = 1 + \cos 2x$$

Expresiones lineales para $\sin^4 x$ ^ $\cos^4 x$

$$8 \sin^4 x = 3 - 4 \cos 2x + \cos 4x$$

$$8 \cos^4 x = 3 + 4 \cos 2x + \cos 4x$$

Identidades auxiliares

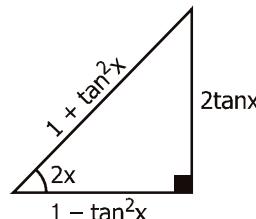
$$\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$$

$$\cot x + \tan x = 2 \csc 2x$$

$$\sec 2x - 1 = \tan 2x \tan x$$

$$\sec 2x + 1 = \tan 2x \cot x$$

Triángulo rectángulo de las tangentes



$$(\sec x \pm \cos x)^2 = 1 \pm \sin 2x$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

TRANSFORMACIONES TRIGONOMÉTRICAS

$$\operatorname{Sen}x + \operatorname{Sen}y = 2\operatorname{Sen}\left(\frac{x+y}{2}\right)\operatorname{Cos}\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

Si: $A + B + C = 180^\circ$

$$\operatorname{Sen}A + \operatorname{Sen}B + \operatorname{Sen}C = 4\operatorname{Cos}\frac{A}{2}\operatorname{Cos}\frac{B}{2}\operatorname{Cos}\frac{C}{2}$$

$$\operatorname{Cos}A + \operatorname{Cos}B + \operatorname{Cos}C = 4\operatorname{Sen}\frac{A}{2}\operatorname{Sen}\frac{B}{2}\operatorname{Sen}\frac{C}{2} + 1$$

$$\operatorname{Sen}2A + \operatorname{Sen}2B + \operatorname{Sen}2C = 4\operatorname{Sen}A\operatorname{Sen}B\operatorname{Sen}C$$

$$\operatorname{Cos}2A + \operatorname{Cos}2B + \operatorname{Cos}2C = -4\operatorname{Cos}A\operatorname{Cos}B\operatorname{Cos}C - 1$$

$$2\operatorname{Sen}x\operatorname{Cos}y = \operatorname{Sen}(x+y) + \operatorname{Sen}(x-y)$$

$$\operatorname{Cos}\frac{\pi}{7} + \operatorname{Cos}\frac{3\pi}{7} + \operatorname{Cos}\frac{5\pi}{7} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{Cos}\frac{2\pi}{7} + \operatorname{Cos}\frac{4\pi}{7} + \operatorname{Cos}\frac{6\pi}{7} = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{Sen}x + \operatorname{Sen}(x+r) + \operatorname{Sen}(x+2r) + \dots + \operatorname{Sen}(x+(n-1)r) = \frac{\operatorname{Sen}\left(\frac{nr}{2}\right)}{\operatorname{Sen}\left(\frac{r}{2}\right)} \operatorname{Sen}\left(\frac{P+U}{2}\right)$$

U: último arco \wedge P: primer arco

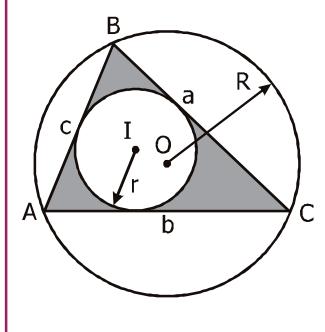
ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Teoremas fundamentales



$$\frac{a}{\operatorname{Sen} A} = \frac{b}{\operatorname{Sen} B} = \frac{c}{\operatorname{Sen} C} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \operatorname{Cos} A$$

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{Tan}\left(\frac{A-B}{2}\right)}{\operatorname{Tan}\left(\frac{A+B}{2}\right)}$$

$$a = b\operatorname{Cos} C + c\operatorname{Cos} B$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

$$\text{F.T.} = \{(x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} / y = \text{rt}(x); \forall x \in \text{DFT}\}$$

Dominio de la F.T. (D_{FT})

$$\text{D}_{\text{FT}} = \{x \in \mathbb{R} / y = \text{rt}(x) \in \mathbb{R}\}$$

Rango de la F.T. (D_{FT})

$$\text{D}_{\text{FT}} = \{y \in \mathbb{R} / y = \text{rt}(x); \forall x \in \text{D}_{\text{FT}}\}$$

Función trigonométrica	Ecuación $y = \text{rt}(x)$	Pares ordenados $(x; \text{rt}(x))$	Dominio	Rango
Seno	$y = \text{Sen}x$	$(x; \text{Sen}x)$	\mathbb{R}	$[-1; 1]$
Coseno	$y = \text{Cos}x$	$(x; \text{Cos}x)$	\mathbb{R}	$[-1; 1]$
Tangente	$y = \text{Tan}x$	$(x; \text{Tan}x)$	$\mathbb{R} - \left\{(2k + 1)\frac{\pi}{2}\right\}$	\mathbb{R}
Cotangente	$y = \text{Cot}x$	$(x; \text{Cot}x)$	$\mathbb{R} - \{k\pi\}$	\mathbb{R}
Secante	$y = \text{Sec}x$	$(x; \text{Sec}x)$	$\mathbb{R} - \left\{(2k + 1)\frac{\pi}{2}\right\}$	$\mathbb{R} - \{-1; 1\}$
Cosecante	$y = \text{Csc}x$	$(x; \text{Csc}x)$	$\mathbb{R} - \{k\pi\}$	$\mathbb{R} - \{-1; 1\}$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

Para las funciones de la forma:

$$F(x) = A \operatorname{rt}^n (\omega x + \theta) + B$$

rt: Sen, Cos, Sec, Csc

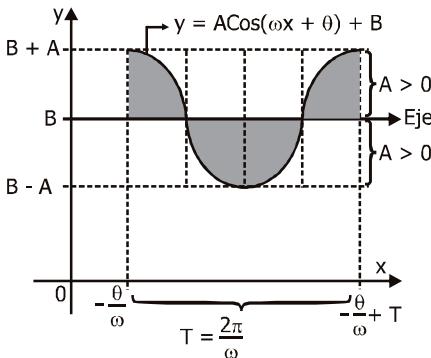
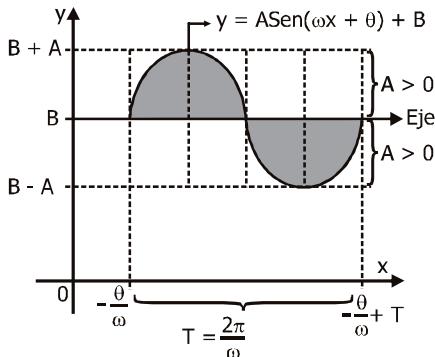
rt: Tan, Cot

n par	n impar
$T_F = \frac{\pi}{ \omega }$	$T_F = \frac{2\pi}{ \omega }$

n par o impar

$$T_F = \frac{\pi}{|\omega|}$$

Gráficas generalizadas



ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

TRANSFORMACIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS

Propiedades

$$\begin{aligned} \text{Sen}(\text{ArcSen}x) &= x \\ \text{Cos}(\text{ArcCos}x) &= x \\ \text{Tan}(\text{ArcTan}x) &= x \\ \text{Cot}(\text{ArcCot}x) &= x \\ \text{Sec}(\text{ArcSec}x) &= x \\ \text{Csc}(\text{ArcCsc}x) &= x \end{aligned} \quad \forall x \in D_f$$

$$\begin{aligned} \text{ArcSen}(\text{Sen}y) &= y \\ \text{ArcCos}(\text{Cos}y) &= y \\ \text{ArcTan}(\text{Tan}y) &= y \\ \text{ArcCot}(\text{Cot}y) &= y \\ \text{ArcSec}(\text{Sec}y) &= y \\ \text{ArcCsc}(\text{Csc}y) &= y \end{aligned} \quad \forall y \in D_f$$

$$\begin{aligned} \text{ArcSen}(-x) &= -\text{ArcSen}x \\ \text{ArcCos}(-x) &= \pi - \text{ArcCos}x \\ \text{ArcTan}(-x) &= -\text{ArcTan}x \\ \text{ArcCot}(-x) &= \pi - \text{ArcCot}x \\ \text{ArcSec}(-x) &= \pi - \text{ArcSec}x \\ \text{ArcCsc}(-x) &= -\text{ArcCsc}x \end{aligned} \quad \forall x \in D_f$$

Función inversa

$$\begin{aligned} \text{ArcSen}x &= y \\ \text{ArcCos}x &= y \\ \text{ArcTan}x &= y \\ \text{ArcCot}x &= y \\ \text{ArcSec}x &= y \\ \text{ArcCsc}x &= y \end{aligned}$$

Función directa

$$\begin{aligned} \text{Sen}y &= x \\ \text{Cos}y &= x \\ \text{Tan}y &= x \\ \text{Cot}y &= x \\ \text{Sec}y &= x \\ \text{Csc}y &= x \end{aligned}$$

Dominio (x)

$$\begin{aligned} &[-1; 1] \\ &[-1; 1] \\ &\mathbb{R} \\ &\mathbb{R} \\ &\mathbb{R} - \{-1; 1\} \\ &\mathbb{R} - \{-1; 1\} \end{aligned}$$

Rango (y)

$$\begin{aligned} &\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ &[0; \pi] \\ &\left<-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right> \\ &\left<0; \pi\right> \\ &[0; \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \\ &\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] - \{0\} \end{aligned}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

ECUACIONES E INEQUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Ecuación trigonométrica

$$\sin \theta = q$$



$$\theta = K\pi + (-1)^K \cdot \text{arc} \sin(q)$$

$$\cos \theta = q$$



$$\theta = 2K\pi \pm \text{arc} \cos(q)$$

$$\tan \theta = q$$



$$\theta = K\pi + \text{arc} \tan(q)$$

$$\cot \theta = q$$



$$\theta = K\pi + \text{arc} \cot(q)$$

$$\sec \theta = q$$



$$\theta = 2K\pi \pm \text{arc} \cos(q)$$

$$\csc \theta = q$$



$$\theta = K\pi + (-1)^K \cdot \text{arc} \csc(q)$$

$$(\forall K \in \mathbb{Z})$$

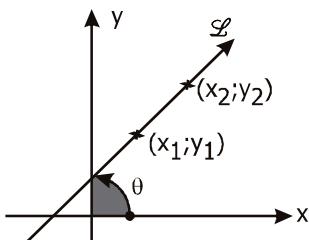
ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA



GEOMETRÍA ANALÍTICA I

La recta



$$\Rightarrow m = \tan \theta = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (x_1 \neq x_2)$$

θ = ángulo de inclinación de " L "

Ecuaciones

Punto-pendiente

$$\Rightarrow y = y_0 = m(x - x_0)$$

m: pendiente

$(x_0; y_0)$: punto de paso

Pendiente ordenada al origen

$$\Rightarrow y = mx + b$$

m: pendiente

b: ordenada al origen

Ecuación general

$$\Rightarrow Ax + By + C = 0$$

A, B y C: coeficientes

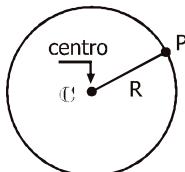
$m = -\frac{A}{B}$: pendiente

ESQUEMA - FORMULARIO

TRIGONOMETRÍA

GEOMETRÍA ANALÍTICA II

La circunferencia



$$\Rightarrow d(PC) = R$$

$$R > 0$$

Ecuaciones

Ecuación canónica

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = R^2$$

Centro: $(O; O)$

Radio: R

Ecuación ordinaria

$$\Rightarrow (x - h)^2 + (y - K)^2 = R^2$$

Centro: $(h; K)$

Radio: R

Ecuación general

$$\Rightarrow Ax^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

como: $\left(-\frac{D}{2}; \frac{E}{2}\right)$

$$\text{radio: } \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$$

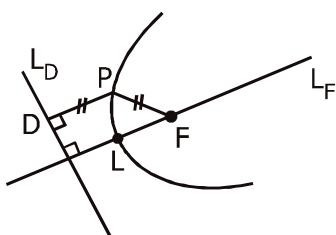
La parábola

Eje focal paralelo al eje x

$$(y - k)^2 = 4p(x - h) \dots\dots\dots \text{(ordinaria)}$$

$$y^2 = 4px \dots\dots\dots \text{(canónica)}$$

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0 \dots\dots\dots \text{(general)}$$



$$PF = PD$$

Eje focal paralelo al eje y

$$(x - h)^2 = 4p(y - k) \dots\dots\dots \text{(ordinaria)}$$

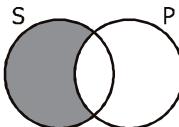
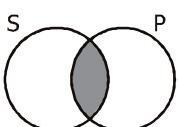
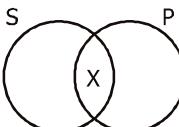
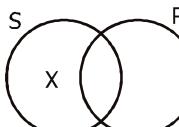
$$x^2 = 4py \dots\dots\dots \text{(canónica)}$$

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0 \dots\dots\dots \text{(general)}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO

LÓGICA DE CLASES

	Afirmativo	Negativo
Universal	<p>- Todos los S son P.</p>  $\widehat{SP} = \emptyset$ (Se pinta S – P)	<p>- Ningún S es P</p>  $SP = \emptyset$ (Se pinta S ∩ P)
	<p>- Algunos S son P</p>  $SP \neq \emptyset$ (Se coloca x en S ∩ P)	<p>- Algunos S no son P.</p>  $\widehat{SP} \neq \emptyset$ (Se coloca x en S – P)

Caso especial

Cuantificador universal y negación que afecta al verbo copulativo.

1. Todos los A no son B, no todos los A son B Algunos A no son B.
2. Ningún A no es B. Ningún A es B. Algunos A son B.

ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO



ORDEN DE INFORMACIÓN

Ordenamiento lineal

Ordenamiento vertical

Ordenamiento horizontal

Ordenamiento circular

Cuadro de doble entrada

LÓGICA PROPOSICIONAL

Proposición

Simple

Compuesta

Conjunción
 (\wedge)

Condicional
 (\rightarrow)

Bicondicional
 (\leftrightarrow)

Disyunción

Débil
 (\vee)

Débil
 (Δ)

Esquemas

Contingente
 $(V \wedge F)$

Tautológico
 (V)

Contradicción
 (F)

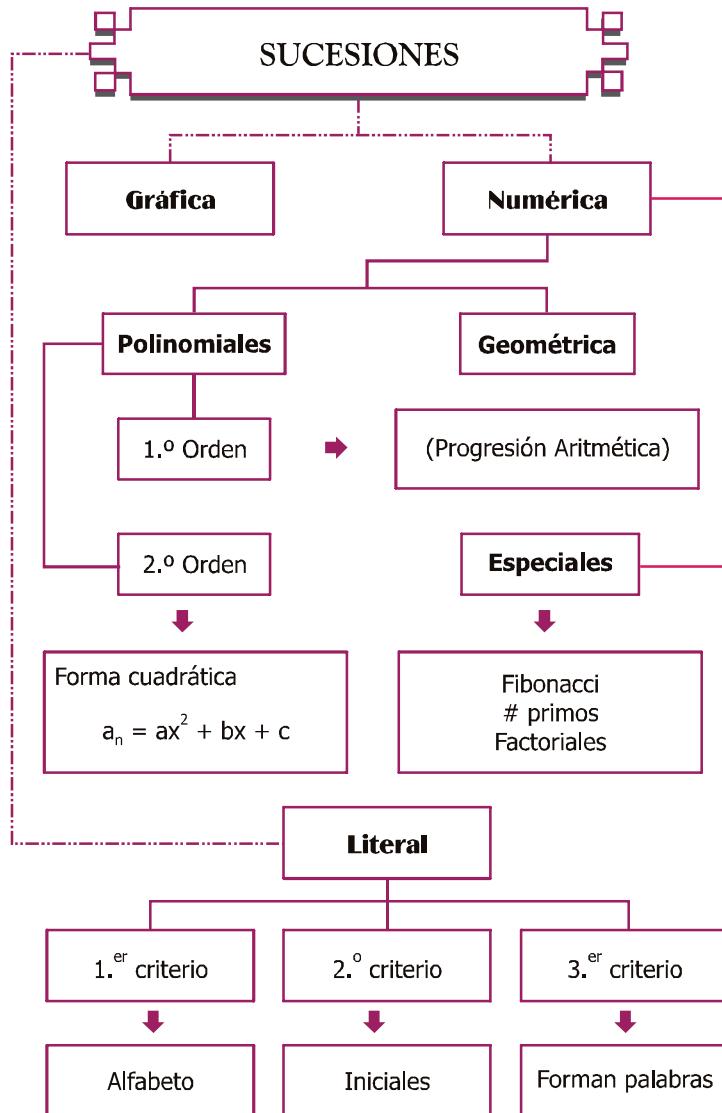
Proposición

Leyes lógicas

Equivalente

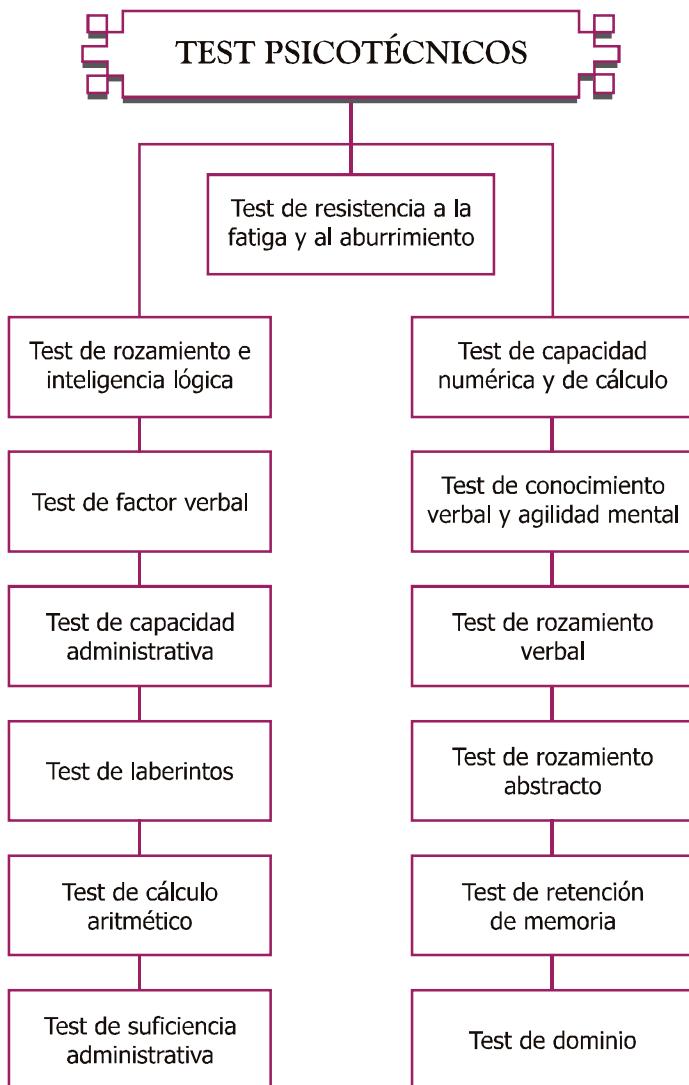
ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO



ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO



ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO

PLANTEO DE ECUACIONES

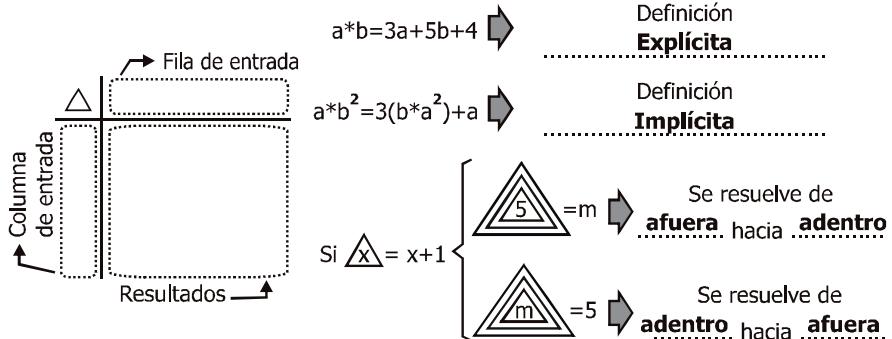
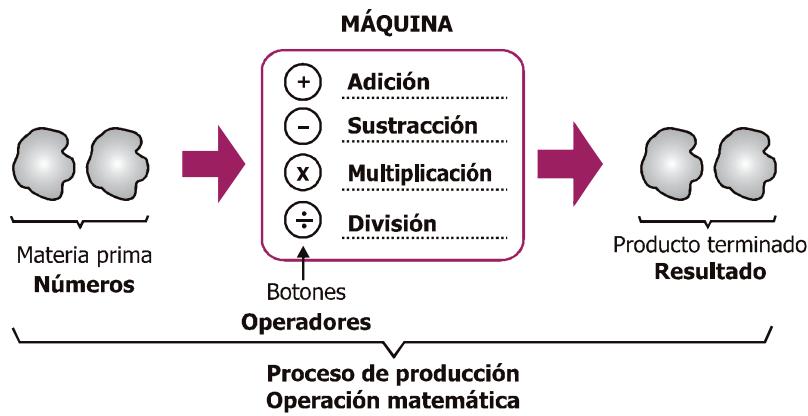


ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO

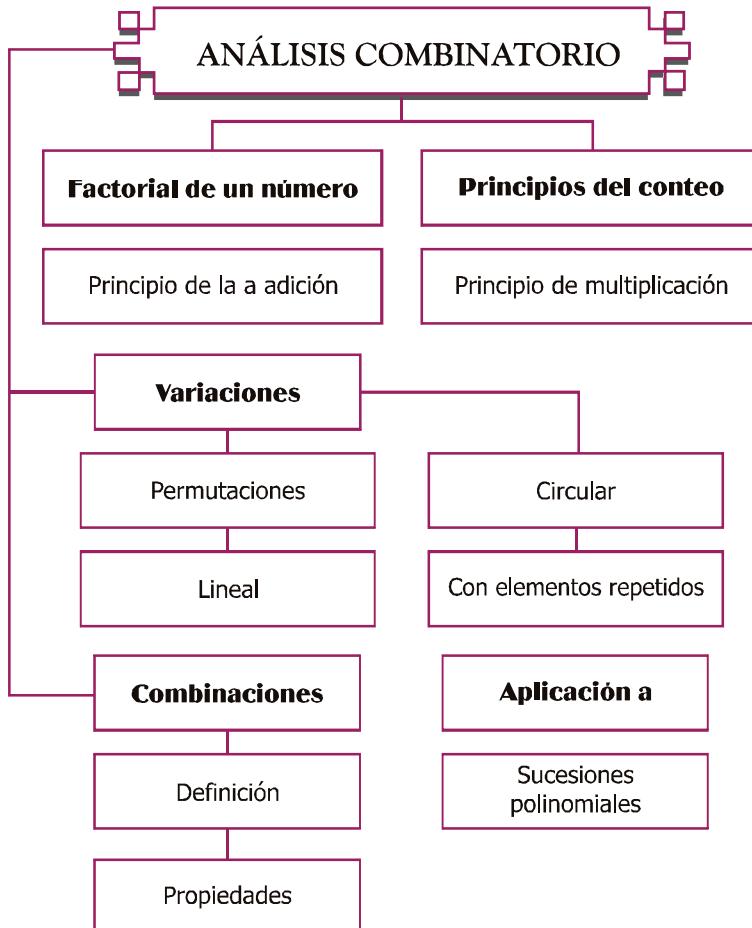


OPERACIONES MATEMÁTICAS



ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO



ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO



PROBABILIDADES

La probabilidad de que ocurra un determinado suceso (A) se define como la relación entre el número de casos favorables para ese suceso y el número de casos posibles en total (C).

$$P(A) = \frac{\text{Nº casos favorables para } A}{\text{Nº casos posibles o totales}} = \frac{N_{(A)}}{N_{(\Omega)}} \rightarrow \begin{array}{l} \text{Cardinal del conjunto } A \\ \text{Cardinal del conjunto } \Omega \end{array}$$

Propiedades fundamentales

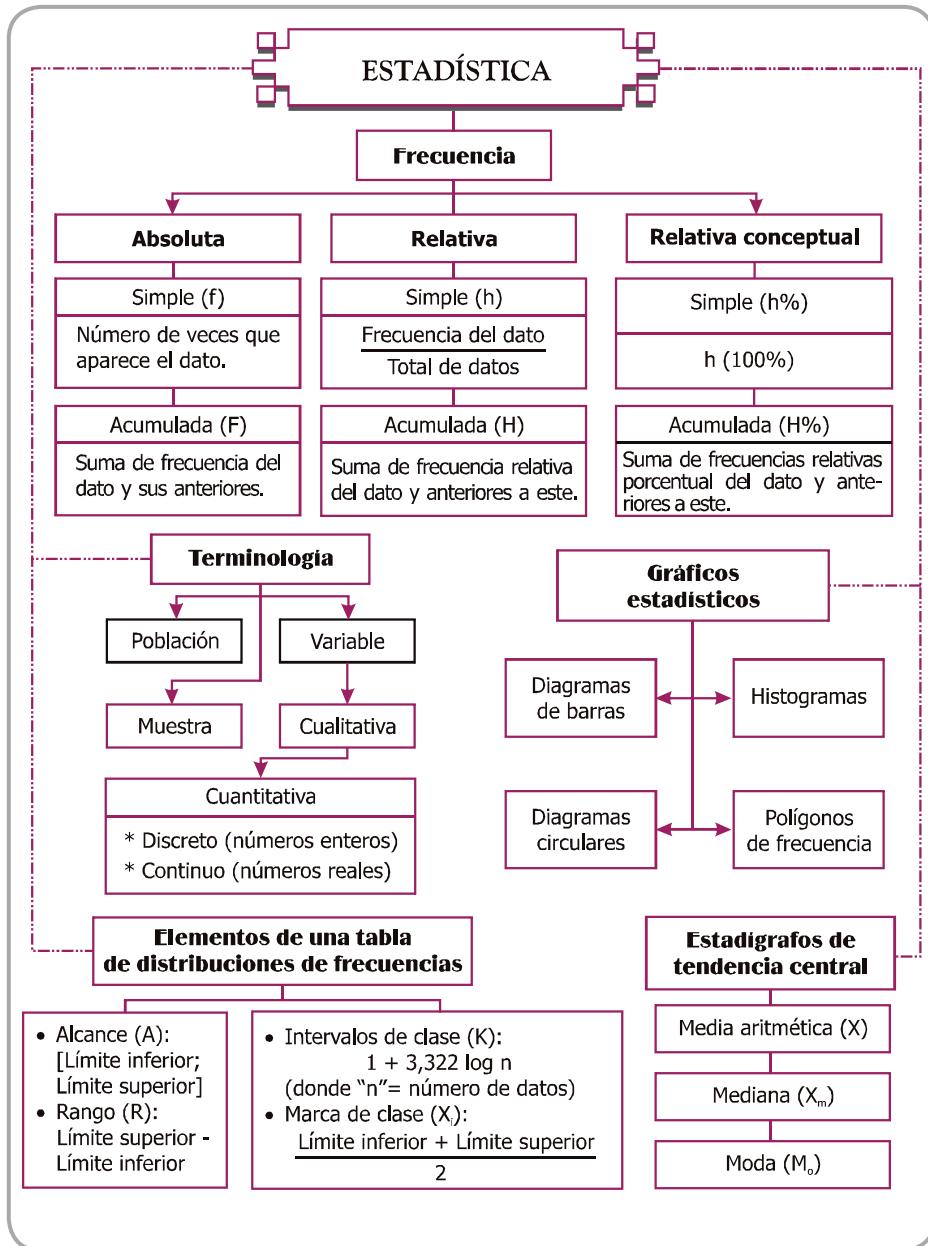
Si $P(A)$ es la probabilidad de que ocurra un suceso A, entonces:

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. La probabilidad de que no ocurra A (suceso contrario A') es: $P(A') = 1 - P(A)$
3. Si U es un suceso que siempre será cierto lógicamente, entonces $P(U) = 1$.
(Siempre ocurrirá)
4. Si \emptyset es un suceso que nunca ocurrirá (lógicamente imposible), entonces:
$$P(\emptyset) = 0$$
5. Eventos mutuamente excluyentes:
$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \text{ y } B) = 0$$
6. Eventos independientes:
$$P(A \text{ y } B) = P(A) \times P(B)$$
7. Eventos no mutuamente excluyentes: $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$
8. Eventos dependientes:
$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B/A)$$

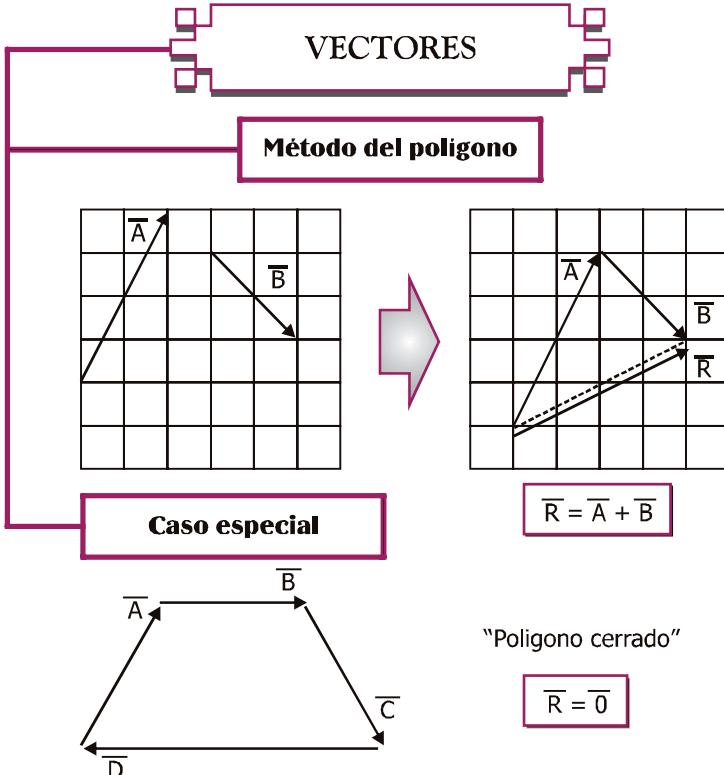
ESQUEMA - FORMULARIO

RAZ. MATEMÁTICO



ESQUEMA - FORMULARIO

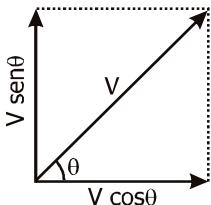
FÍSICA



Para determinar los módulos de los componentes rectangulares.
Existen dos criterios:

Primero: Aprovechar los triángulos notables

Segundo: Aprovechar las razones trigonométricas



$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

Módulo de la resultante

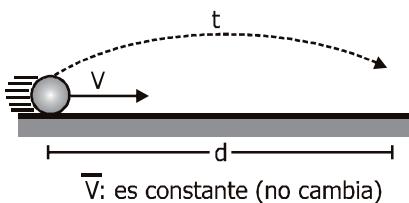
ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA

CINEMÁTICA I

MIRU

Movimiento rectilíneo uniforme



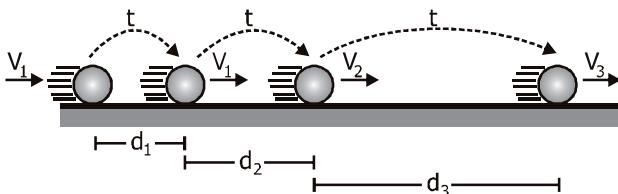
$$d = v \cdot t$$

$$v = \frac{d}{t}$$

$$t = \frac{d}{v}$$

MIRUV

Movimiento rectilíneo uniformemente variado



$$a = \frac{\text{Cambio de velocidad}}{\text{Tiempo}}$$

$$a = \frac{V_f - V}{t}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA

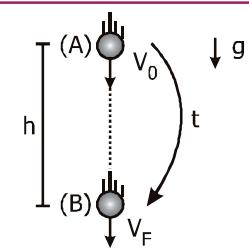


CINEMÁTICA II

MVCL

- El movimiento de caída libre ocurre en las proximidades de la superficie terrestre.
- No se considera la resistencia del aire.
- El valor de la gravedad depende de la altitud y la latitud.

Elementos y ecuaciones del MVCL



$$1. h = v_0 t \pm \frac{1}{2} g t^2$$

$$2. h = \left(\frac{v_0 + v_F}{2} \right) t$$

$$3. v_F = v_0 \pm g t$$

$$4. v_F^2 = v_0^2 \pm 2 g h$$

Donde:

- v_0 : velocidad inicial (m/s)
- v_F : velocidad final (m/s).
- g : aceleración de la gravedad (m/s^2)
- h : altura (m)
- t : tiempo (s)

ESQUEMA - FORMULARIO

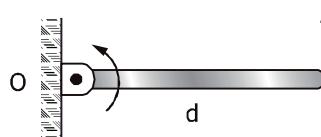
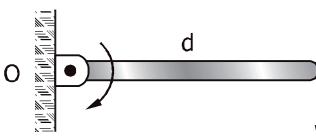


ESTÁTICA

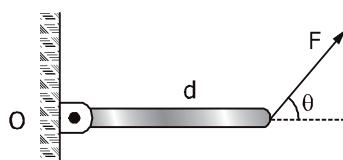
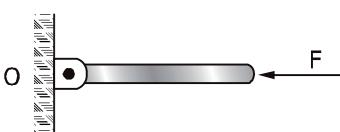
- $F_g = mg$ Donde: m: masa del cuerpo
g: aceleración de la gravedad
- $F_e = kx$ Donde: k: constante de rigidez
x: deformación del resorte

- $\vec{F}_r = \vec{0}$
 $\Sigma F(\uparrow) = \Sigma F(\downarrow)$
 $\Sigma F(\rightarrow) = \Sigma F(\leftarrow)$

- $\sum \vec{M} = \vec{0}$



- $\sum M_O = \sum M_G$



ESQUEMA - FORMULARIO



DINÁMICA

La acción de un cuerpo sobre otro no es unilateral.

Los cuerpos actúan mutuamente, ellos están en interacción de una propiedad singular de este, de su inertidad, expresada por la magnitud llamada masa.

La segunda ley de Newton establece la ligazón entre la fuerza y la aceleración que esta provoca.

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

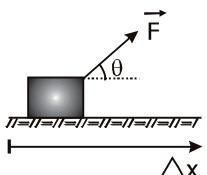
ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA

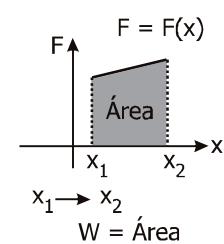


TRABAJO MECÁNICO

- Cantidad escalar
- Unidad: Joule



$$W = F \cdot |\Delta x| \cos \theta$$



$$W = \text{Área}$$

POTENCIA

- Rapidez con la que se realiza el trabajo.
- Unidad: Watt (W)

$$P = \frac{W}{t}$$

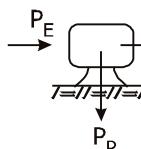
Potencia media: $P = W/t$

"El cuerpo no está en equilibrio"

Potencia uniforme: $P = F \cdot V$

"El cuerpo tiene MRU"

Máquina



$$P_E = P_U + P_P$$

$$n = \frac{P_U}{P_E} \cdot 100\%$$

n = eficiencia

ESQUEMA - FORMULARIO



ENERGÍA MECÁNICA

Todo cuerpo o sistema de cuerpos que tengan cierta rapidez respecto a un sistema de referencia; tendrá energía cinética:

$$E_C = \frac{1}{2} mV^2$$

La energía potencial es una energía de interacción mutua entre dos o más cuerpos y esta se divide en energía potencial gravitatoria y elástica.

$$E_{pg} = mgh$$

$$\text{y } E_{pe} = \frac{1}{2} K \times 2$$

Si solo actúan fuerzas conservativas la energía mecánica se conserva:

$$E_{MO} = E_{MF}$$

Si actúan fuerzas no conservativas la energía mecánica no se conserva debido al trabajo W desarrollado por esta(s):

$$W = \Delta E_M = E_{MF} - E_{MO}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA



CANTIDAD DE MOVIMIENTO

Impulso

Un impulso que actúa sobre una partícula es definido por:

$$I = F \cdot \Delta t$$

Graficamente esto representa el área bajo el diagrama $F - t$. Si la fuerza es constante, entonces el impulso es:

$$I = F(t_2 - t_1)$$

Principio del Impulso y momentum

Cuando la ecuación de movimiento $\Sigma F = ma$ y la ecuación cinemática:

$$a = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

son combinadas, obtenemos el principio del impulso y el momentum.

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \vec{\Delta P} = m \cdot \vec{\Delta V}$$

Esta es una ecuación vectorial que puede ser resuelta en componentes y es usada para resolver problemas que implican fuerza, velocidad y tiempo. En su aplicación, el diagrama de cuerpo libre debe ser dibujado para tomar en cuenta todos los impulsos que actúan sobre la partícula.

ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA



Conservación del momentum

Si el principio del impulso y momentum es aplicado a un sistema de partículas, entonces las colisiones entre las partículas producen impulsos internos que son iguales, opuestos y colineales, y por tanto se cancelan en la ecuación. Además, si un impulso externo es pequeño es decir, la fuerza es pequeña y el tiempo corto, entonces el impulso se clasifica como no impulsivo y puede ser despreciado. En consecuencia, el momentum para el sistema de partículas se conserva, y entonces:

$$\vec{P}_{\text{sistema inicial}} = \vec{P}_{\text{sistema final}}$$

Esta ecuación es útil para encontrar la velocidad final de una partícula cuando son ejercidos impulsos internos entre dos partículas.

Choques

Cuando entran en colisión dos partículas (A y B), el impulso interno entre ellas es igual, opuesto y colineal. En consecuencia, la conservación del momentum para este sistema se aplica a lo largo de la línea de impacto. Si las velocidades finales son desconocidas, se necesita una segunda ecuación para encontrar la solución. Aquí, usamos el coeficiente de restitución e . Este coeficiente, determinado experimentalmente, depende de las propiedades físicas de las partículas en colisión. Puede ser expresado como la razón de la velocidad relativa de la colisión a la velocidad relativa antes de la colisión.

$$e = \frac{V_{\text{relativa después del choque}}}{V_{\text{relativa antes del choque}}}$$

Si la colisión es elástica, no hay pérdida de energía y $e = 1$. Para una colisión plástica $e = 0$. Si el impacto es oblicuo, entonces la conservación del momentum para el sistema y la ecuación del coeficiente de restitución se aplican a lo largo de la línea de impacto.

ESQUEMA - FORMULARIO



CHOQUES

Fórmula:

En un choque:

$$V = eV'$$

v' : velocidad antes del choque

v : velocidad después del choque

e : coeficiente de sustitución

$$0 \leq e \leq 1$$

$$e = \frac{V_{D.C.H.}}{V_{A.C.H.}}$$

→ Velocidad relativa después del choque.
→ Velocidad relativa antes del choque.

Choque elástico ($e = 1$)

$$\vec{P}_0 = \vec{P}_F$$

$$E_{M_0} = E_{M_f}$$

Choque inelástico ($0 < e < 1$)

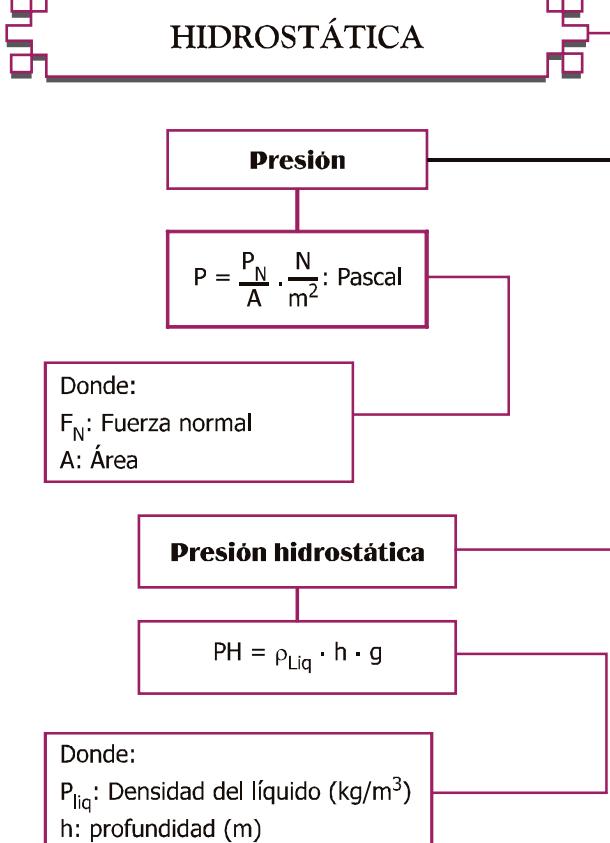
$$\vec{P}_0 = \vec{P}_F$$

$$E_{M_0} > E_{M_f}$$

Choque completamente inelástico ($e = 0$)

$$\vec{P}_0 = \vec{P}_F$$

ESQUEMA - FORMULARIO



ESQUEMA - FORMULARIO



CALORIMETRÍA

Calor transferido

$$Q = mCe \Delta T$$

Recordar: $\frac{1 \text{ Cal}}{\text{g} \cdot \text{c}} = \frac{1 \text{ KCal}}{\text{Kg} \cdot ^\circ \text{C}}$

Conservación de energía

$$Q_{\text{ganado}} = Q_{\text{perdido}}$$

Capacidad calorífica (C)

$$C = mCe$$

Cambio de fase

Calor latente

$$L = \frac{Q}{m}$$

Fusión – solidificación $\rightarrow T = 0^\circ \text{ C}$

$$L_F/S = 80 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$

Vaporización – Condensación

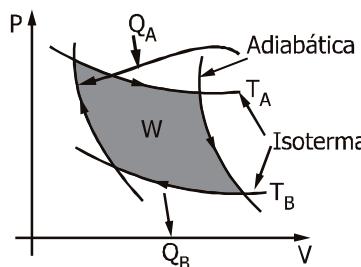
$$L_V/C = 540 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$$



TERMODINÁMICA

- $Q_p > Q_v$ $Q = W + \Delta U$
 - $C_p > C_v$ (1º Ley de la termodinámica)
 - $C_p - C_v = R$ $W(-)$: sobre el sistema
 - $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$ $W(+)$: por el sistema
 - $\gamma = 5/3$ (monoatómico) $Q(-)$: calor perdido
 - $\gamma = 7/5$ (diatómicos) $Q(+)$: calor ganado

Ciclo de Carnot

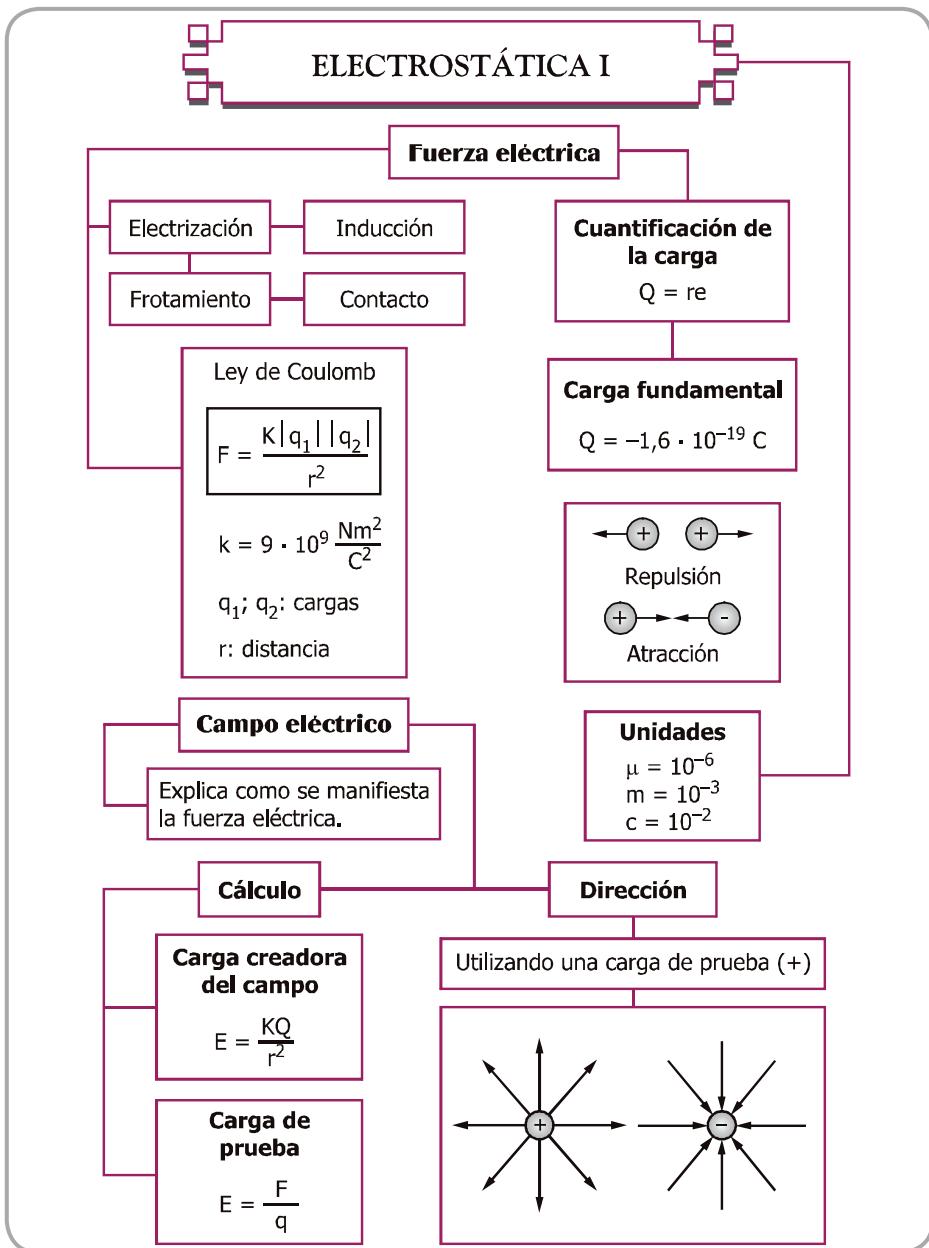


$$Q_A = W + Q_B$$

$$\eta = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA



ESQUEMA - FORMULARIO



ELECTROSTÁTICA II

Capacidad eléctrica

La aptitud de los conductores para almacenar carga eléctrica se caracteriza por medio de la capacidad eléctrica. La capacidad C de dos conductores es:

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2}$$

Donde q es la carga de uno de los conductores (en el otro conductor la carga tiene signo contrario), y $V_1 - V_2$ es la diferencia de potencial entre ellos. La capacidad eléctrica no depende de la carga de los conductores y viene determinada solamente por sus dimensiones geométricas, forma y disposición mutua, y por las propiedades eléctricas del medio que los rodea (es decir, por su permitividad ϵ). La capacidad eléctrica se mide en faradios:

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

La carga mayor se almacena en los condensadores, que son sistemas de dos conductores cuyas dimensiones son mucho mayores que la distancia que hay entre ellos. La capacidad de un condensador plano es:

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}$$

En la que S es el área de las placas; d , la distancia entre ellas; y

$\epsilon_0 = \frac{1}{4} \pi K$, la constante eléctrica. La energía de un condensador

$$\text{cargado } U = \frac{q(V_1 - V_2)}{2}.$$

ESQUEMA - FORMULARIO



ELECTRODINÁMICA I

$$I = \frac{q}{t}$$

$$R = \frac{V}{I}$$

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

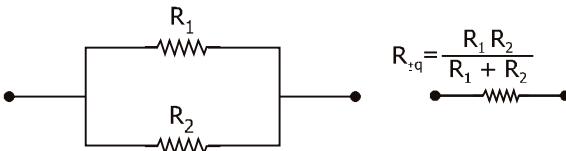
Si encuentras resistencia en serie.

Estos se suman:



Si encuentras resistencia en paralelo.

Como por ejemplo:



ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA

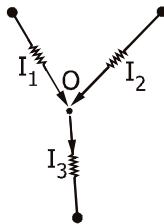


ELECTRODINÁMICA II

Primera ley de Kirchhoff

$$I_1 + I_2 = I_3$$

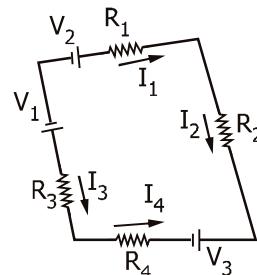
En cualquier conexión o nudo la suma de todas las corrientes que entran debe ser igual a la suma de todas las corrientes que salen.



Segunda ley de Kirchhoff

$$\Sigma V = \Sigma IR$$

En cualquier circuito; la suma de las caídas de potencial (IR) de cada resistencia del circuito:



Potencia disipada en una resistencia

$$P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}$$

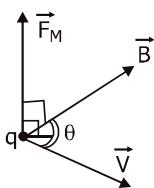
ESQUEMA - FORMULARIO

FÍSICA

ELECTROMAGNETISMO I

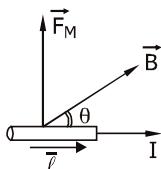
1. Las fuerzas magnéticas actúan exclusivamente sobre cargas eléctricas en movimiento.

a) Para una carga puntual

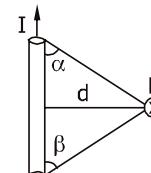


$$\vec{F}_M = q \cdot (\vec{V} \cdot \vec{B})$$

b) Para un conductor rectilíneo que transporta corriente.

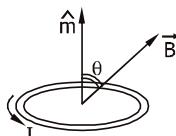


$$\vec{F}_M = I \cdot (\vec{l} \cdot \vec{B})$$

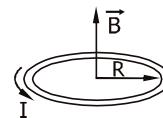


$$B_p = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\cos\alpha + \cos\beta)$$

c) Torque sobre una espira por la que circula corriente.



$$\vec{t} = \vec{m} \cdot \vec{B}$$



$$B_{\text{Centro}} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

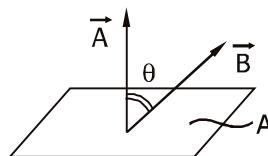
Donde $\vec{m} = I\vec{A}$; siendo \vec{A} : vector superficie.

ESQUEMA - FORMULARIO



ELECTROMAGNETISMO II

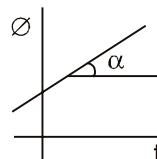
1. El flujo magnético a través de una superficie plana de área debido a un campo magnético constante B , es:



$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

2. Cuando el Φ varía a través de una espira se induce en esta una fem cuya magnitud viene dada por:

$$E_{\text{ind}} = \frac{|\Delta \Phi|}{\Delta t}$$



$$E_{\text{ind}} = \frac{l^2}{4} \sin \alpha$$

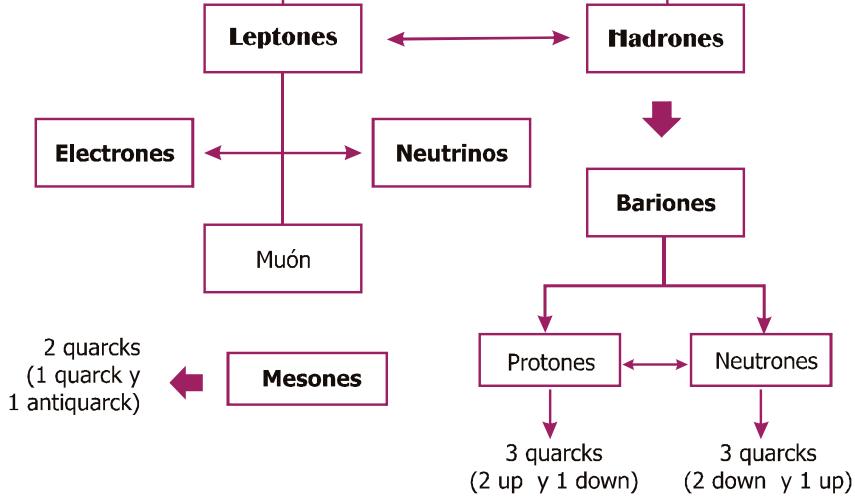
3. La Ley de Lenz establece que la corriente inducida en una espira crea efectos que se oponen a las causas que generan la variación de flujo.

ESQUEMA - FORMULARIO

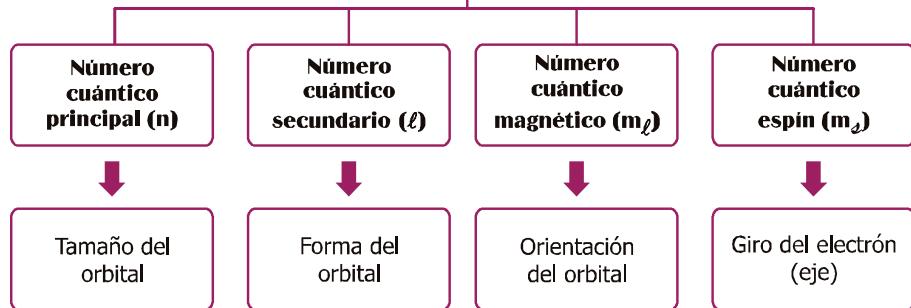
QUÍMICA



TEORÍA ATÓMICA ACTUAL



NÚMEROS CUÁNTICOS



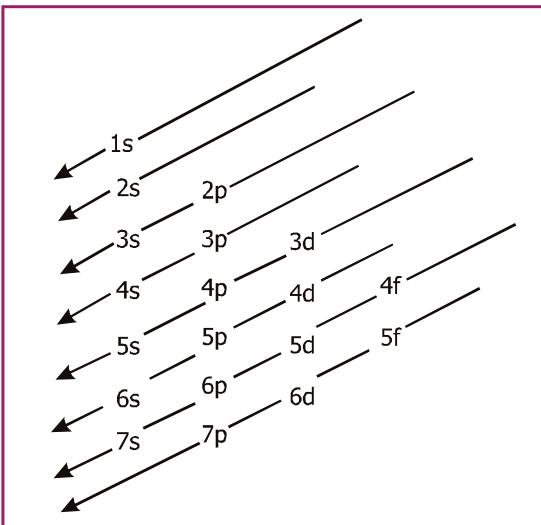
ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA ABREVIADA

Orden	C.E.	Abreviación	Continúa la capa (n)
1 ^{ro}	1s ²	[H e]	2
2 ^{do}	1s ² 2s ² 2p	[He] 2s ² 2p	3
3 ^{ro}	1s ²2p ⁶	[Ne] 2s ² 2p ⁶	4
4 ^{to}	1s ²4p ⁶	[Ar] 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ² 4p ⁶	5
5 ^{to}	1s ²5p ⁶	[Kr] 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ² 4p ⁶ 5s ² 4d ² 5p ⁶	6
6 ^{to}	1s ²6p ⁶	[Xe] 3s ² 3p ⁶ 4s ² 3d ² 4p ⁶ 5s ² 4d ² 5p ⁶ 6s ² 4f ² 5d ² 6p ⁶	7

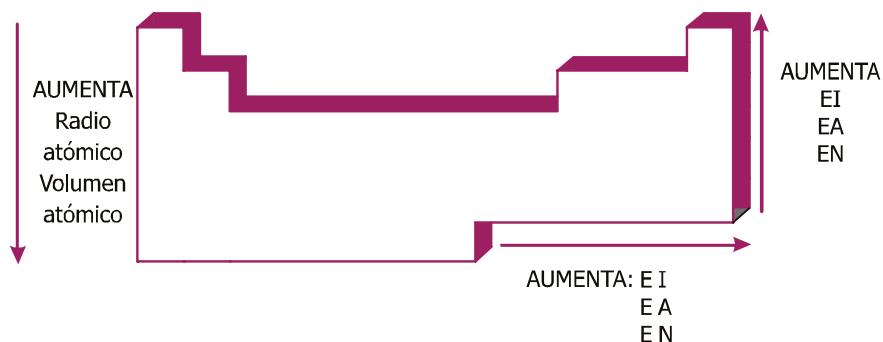


ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA

TABLA PERIÓDICA MODERNA

AUMENTA: Radio atómico
volumen atómico



ENLACE QUÍMICO

Enlace iónico

Metal
IA - IIA

$$\Delta EN = 1,7$$

No metal
VIA-VIIA

Enlace covalente

Normal

Polar

Coordinado

Apolar

$$0 < \Delta EN < 1,7$$

(átomos diferentes)

$$\Delta EN = 0$$

(átomos iguales)

ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



ENLACE INTERMOLECULAR

Moléculas polares

Moléculas polares - apolares

Moléculas apolares

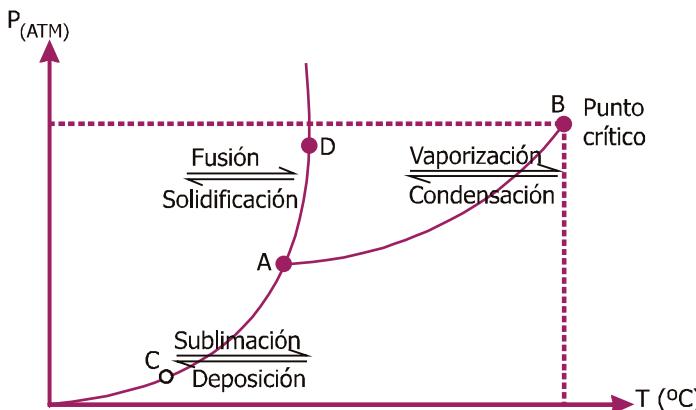


Enlace dipolo -dipolo
Enlace puente hidrógeno

Enlace dipolo-dipolo inducido
Fuerza de Debye

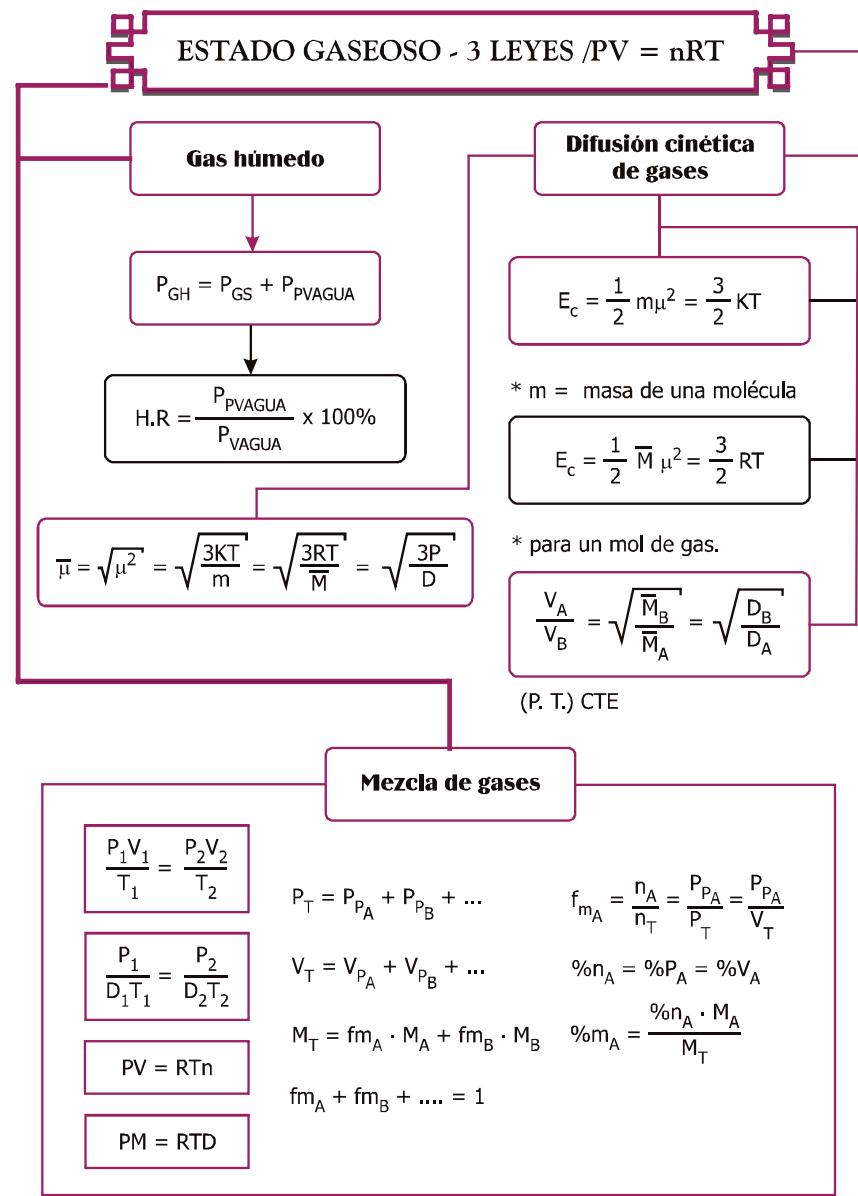
Enlace dipolo-instantáneo - dipolo instantáneo

Fuerza general de un diagrama de fases de un sistema de 3 fases: gas, líquido y sólido



ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



MEZCLA DE GASES Y LEYES DE GRAHAM

Presión total de mezcla de gases

$$P_T = P_{P_A} + P_{P_B} + \dots + P_{P_n}$$

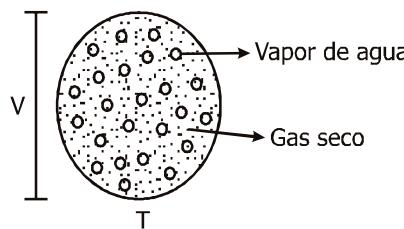
Si V y T son constantes

$$fm_A = \frac{n_A}{n_T} = \frac{P_{P_A}}{P_T} = \frac{V_{P_A}}{V_T}$$

$$fm_A + fm_B = 1$$

$$\%n_A = \%P_{P_A} = \%V_{P_A}$$

Gases húmedos



Aplicando la Ley de Dalton de presiones parciales

$$P_{GH} = P_{\text{Gas seco}} + P_{\text{Vapor de agua}}$$

Si V y T es constante



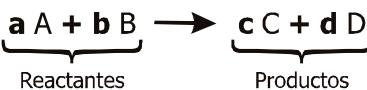
TIPO DE REACCIONES QUÍMICAS

Clasificación

- I. Por su naturaleza
 - { - Reacción de composición { - Combinación
- Reacción de descomposición - Adición
 - II. Por el grado de sustitución
 - { - Desplazamiento simple
- Doble desplazamiento (Metátesis)
 - III. Por el número de fases
 - { - Homogéneo
- Heterogéneo
 - IV. Por el sentido de la reacción
 - { - Reversible
- Irreversible
 - V. Por el tipo de Combustión
 - { - Completa
- Incompleta

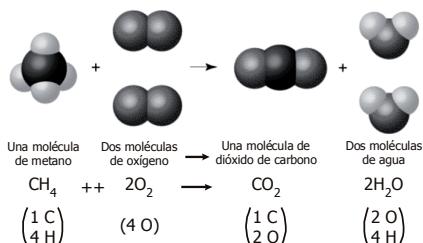
Ecuación química

Representación



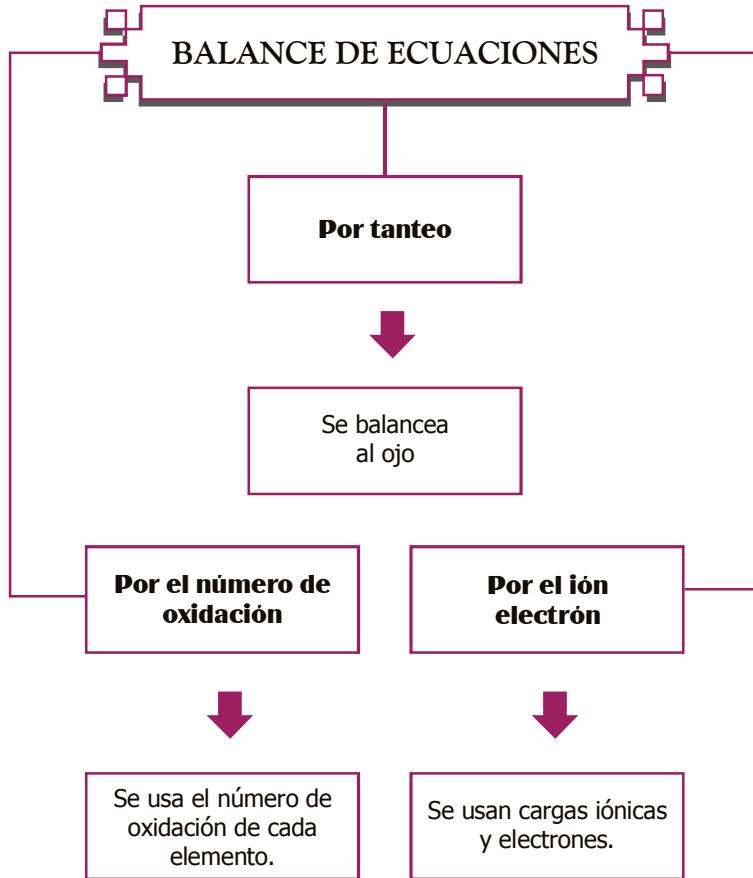
a, b coeficientes de los reactantes

c, d coeficientes de los productos



ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



ESTEQUIOMETRÍA Y MASA EQUIVALENTE

Ponderables o gavimétricas

Ley de observación de la materia

Ley de proporciones definidas

Ley de proporciones múltiples

Ley de proporciones recíprocas

Volumétricas

A presión y temperatura constante

A condiciones naturales

Rendimiento de la reacción (%r)

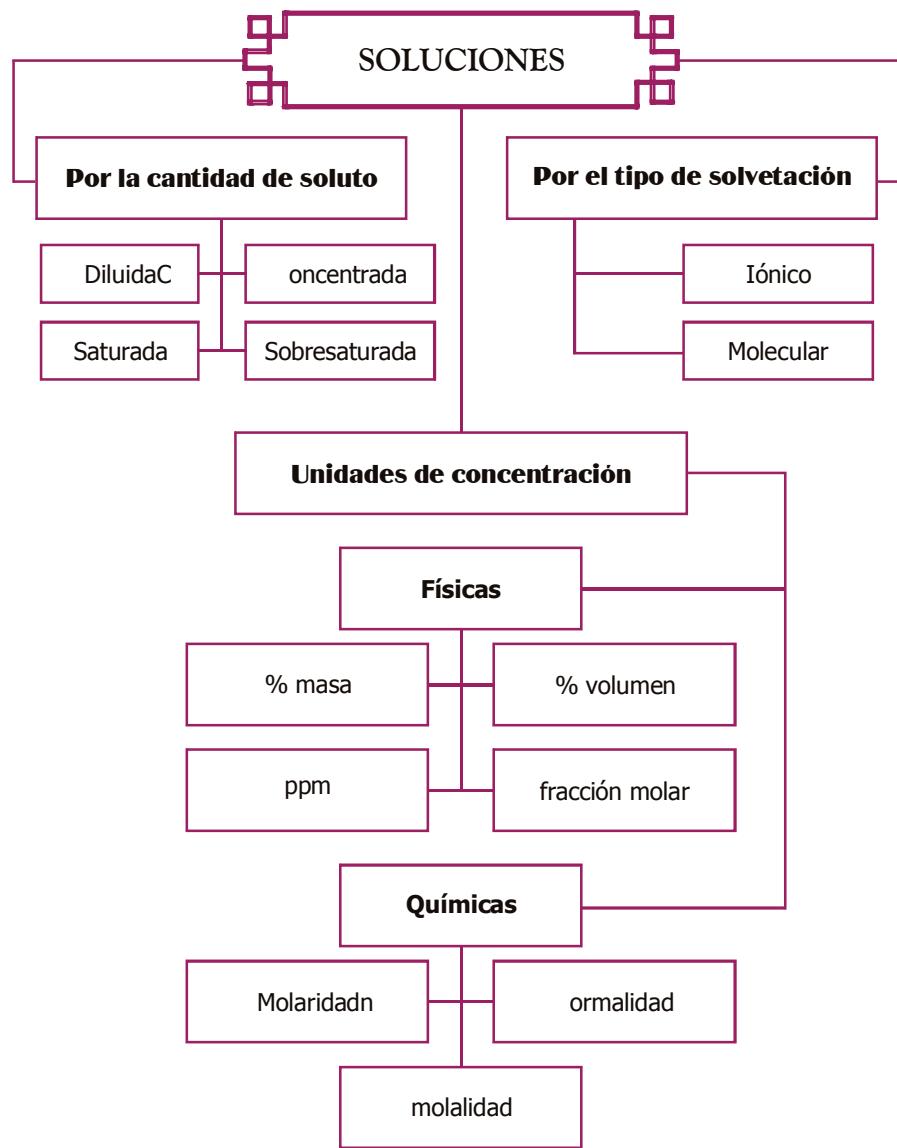
$$\%r = \frac{\text{Rendimiento real}}{\text{Rendimiento teórico}} \times 100\%$$

Contracción volumétrica (Cv)

$$Cv = \frac{\sum V_{\text{react}} - \sum V_{\text{prod}}}{\sum V_{\text{react}}}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA

CINÉTICA QUÍMICA Y EQUILIBRIO QUÍMICO

La velocidad de reacción



Factores que influyen en la velocidad de reacción

Naturaleza de los reactantes

Concentración de los reactantes

Grado de división de los reactantes

Temperatura

Catalizador

ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



ÁCIDO Y BASE

Definición ácido - base

Definición	Ácido	Base
Arrhenius (medio acuoso)	- Libera iones H ⁺ . - Incrementa [H ⁺].	- Libera iones OH ⁻ . - Incrementa [OH ⁻].
Brönsted- Lowry	- Dona protón H ⁺ . - Par conjugado ácido-base	- Acepta protón H ⁺ . - Par conjugado base-ácido
Lewis	- Acepta uno o más pares de electrones.	- Aporta un par de electrones (nucleofílico).

Escala de pH

$$pH = - \log [H^+]$$

$$pOH = - \log [OH^-]$$

$$pH + pOH = 14 \quad (25^\circ C, 1 \text{ ATM})$$

MUESTRA	pH
HCl 1 M	0,0
Jugo gástrico	1,0
Jugo de limón	2,3
Vinagre	2,9
Vino	3,5
Café	5,0
Orina	6,0
Agua pura	7,0

MUESTRA	pH
Sangre	7,4
Levadura	8,4
Disolución de bórax	9,2
Pasta de dientes	9,9
Leche de magnesia	10,5
Amoniaco	11,9
NaOH 1,0 M	14,0

ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA

ELECTROQUÍMICA

Celda electrolítica

- Transforma la energía eléctrica continua externa en energía química.
- Sus reacciones de redox son no espontáneas.
- Los e⁻ circulan del ánodo (+) hacia el cátodo (-).
- La sustancia que reacciona en el cátodo gana e⁻, es decir, se reduce; es agente oxidante.
- La sustancia que reacciona en el ánodo pierde e⁻, es decir, se oxida; es agente reductor.
- $1F = 1Eq_{(sust)} = 96\ 500\ C = 1\ mol\ e^-$

$$\bullet\ W_{(sust)} = \frac{P - E_q \cdot q}{96\ 500}$$

$$\bullet\ \#Eq_{(sust)} = \frac{W}{P - E_q} = n \cdot \theta$$

$$= N \cdot V_{(\gamma)} = \frac{q}{96\ 500}$$

ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



Celda galvánica

- Transforma la energía química interna en energía eléctrica continua.
- Sus reacciones de redox son espontáneas.
- Los e^- circulan del ánodo ($-$) hacia el cátodo ($+$) externamente.
- El ánodo se consume, y el cátodo aumenta su masa.
- Ánodo: $M_{(s)} - ne^- \rightarrow N^{n+}$
- Cátodo: $E_{(ac)}^{n+} + ne^- \rightarrow E_{(s)}$
- Reacción global:

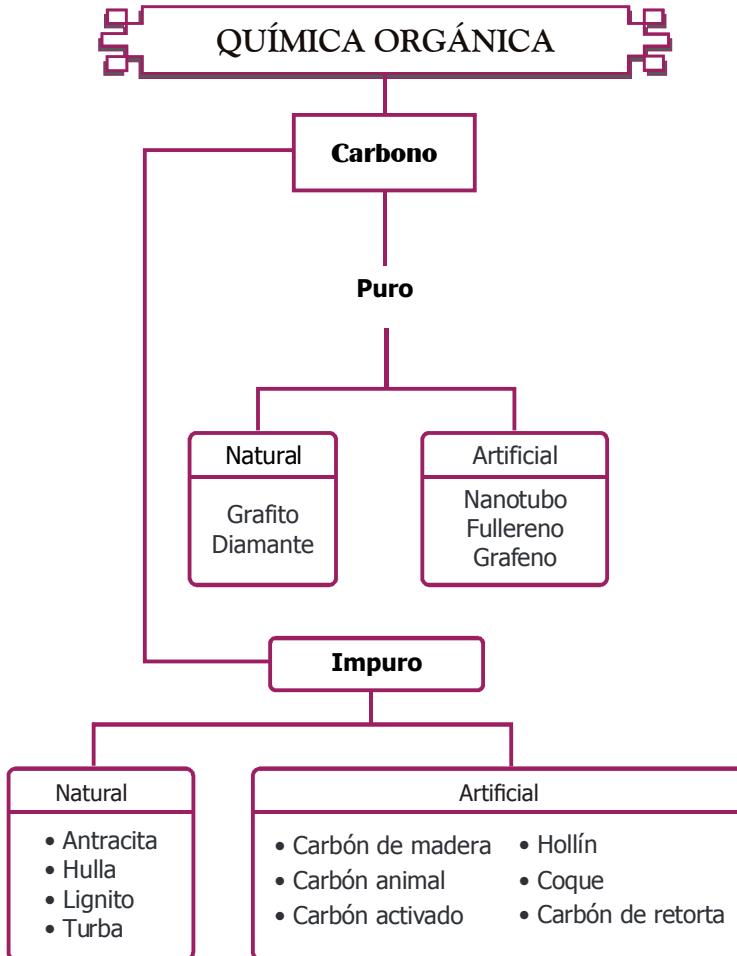


$$\Rightarrow Q = \frac{[M^{n+}]}{[E^{n+}]} = \frac{[\text{Ánodo}]}{[\text{Cátodo}]}$$

- $E^\circ_{\text{celda}} = E^\circ_{\text{cátodo}} - E^\circ_{\text{ánodo}}$
donde E° es de M^{n+}/M
- $E_{\text{celda}} = E^\circ_{\text{celda}} - \frac{0,059}{n} \lg Q \text{ ac . s}$

ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA

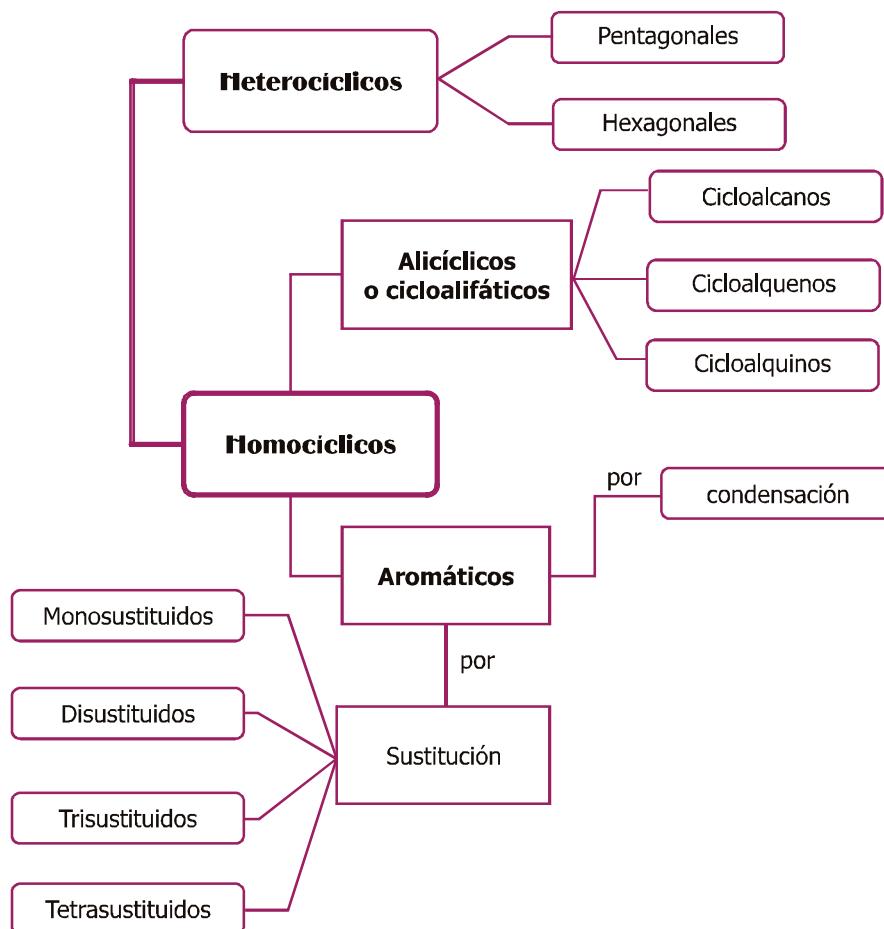


ESQUEMA - FORMULARIO

QUÍMICA



COMPUESTO CÍCLICO



Te preparamos para alcanzar tus metas

* Academias Pamer Año 2012.

más de
2000
ingresantes
al año*

A las mejores
universidades
del país



Exigimos más!

Nuestras Sedes:

San Martín de Porres: Av. Universitaria 3181. Teléfonos: 715-0206 / 715-0207

Santa Beatriz: Jr. Emilio Fernández 490. Teléfonos: 719-7345 / 719-7344

Santa Anita: Av. Nicolás Ayllón 2929. Teléfonos: 719-5570 / 719-5626



www.pamer.edu.pe

719-7777