

Test zu Verteilungen

Aufgabe 1. Warum gilt $\text{pnorm}(24, 4, 10) = \text{pnorm}(2, 0, 1)$?

Aufgabe 2. Begründen Sie mit Hilfe einer Skizze, dass für die Standardnormalverteilung Φ gilt:

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$

Aufgabe 3. Begründen Sie mit Hilfe des Verschiebungssatzes, dass für eine standardnormalverteilte Zufallsvariable X gilt:

$$E[X^2] = 1$$

Aufgabe 4. Die Zufallsvariablen X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) seien unabhängig und standardnormalverteilt.

Welchen Erwartungswert und welche Verteilung haben dann

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i \quad \text{bzw.} \quad Z = \sum_{i=1}^n X_i^2$$

Aufgabe 5. Geben Sie die R-Befehle zur Berechnung der folgenden Wahrscheinlichkeiten an:

- Ein Unternehmer bezieht von einer Firma Transistoren. Angenommen, man habe vertraglich vereinbart, dass eine Ausschussquote von 10% akzeptiert wird. Zum Zweck der Überprüfung einer Lieferung von 50 Stück entnimmt der Unternehmer eine Stichprobe von 5 Transistoren in der Absicht, die Lieferung abzulehnen, wenn mehr als 1 defektes Teil in der Stichprobe vorkommt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde eine Lieferung mit 8 defekten Transistoren abgelehnt?
- Die Ausfallrate eines elektronischen Bauteils sei konstant und die mittlere Lebensdauer betrage 500 Stunden.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bauteil zwischen den Zeitpunkten $t_1 = 200$ und $t_2 = 300$ ausfällt?
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bauteil länger als 500 Stunden hält, wenn es schon 300 Stunden gehalten hat?
- Für die Anrufer einer Telefon-Hotline wird eine zugesagte maximale Wartezeit, bis der Kunde mit einem Mitarbeiter verbunden wird, in 60% aller Fälle eingehalten. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die zugesagte maximale Wartezeit bei insgesamt 100 Anrufern 50-mal eingehalten wird?
- Bei den Anschlüssen einer Telefongesellschaft kommt es zu durchschnittlich 3 Störungen am Tag. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens 9 Störungen an einem Tag auftreten?