

1 静电学

1.1 Laplace 方程

定理 1.1 (平均值定理). 设 φ 是一调和函数, 则

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi R^2} \oint_S \varphi(\mathbf{r}') dS,$$

其中 S 是半径为 R 的球面.

证明. 记 $\psi = \frac{1}{r}$, 则由 Green 第二恒等式,

$$\oint_{S+S'} \varphi \nabla \psi \cdot d\mathbf{S} = \iiint_{V \cap V'} \left(\varphi \nabla^2 \psi + \nabla \psi \cdot \nabla \varphi \right) dV.$$

□