

Mathematik II/B (WI/ET)

Blatt 3

WT 2025

Grenzwerte, Stetigkeit, Ableitungen

Einführende Bemerkungen

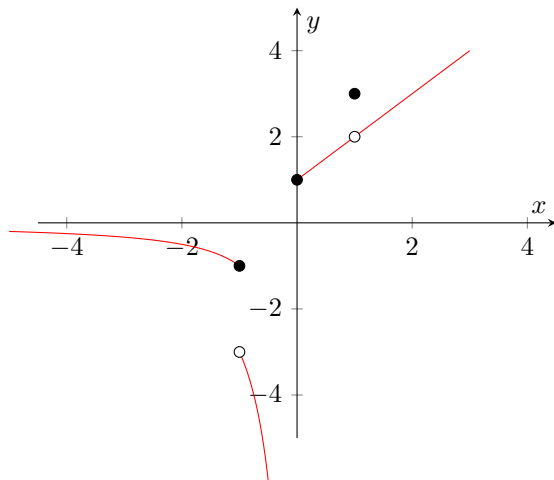
- Vermeiden Sie die Verwendung von Taschenrechnern oder Online-Ressourcen.
-

Aufgabe 3.1: Stetigkeit

Betrachten Sie die Funktion $y = f(x)$ mit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{für } x \in (-\infty, -1], \\ \frac{3}{x} & \text{für } x \in (-1, 0), \\ \frac{x^2-1}{x-1} & \text{für } x \in [0, 1) \cup (1, \infty), \\ 3 & \text{für } x = 1. \end{cases}$$

und deren Graphen



- Finden Sie alle Werte an denen die Funktion unstetig ist.
- Begründen Sie für jeden dieser Werte, weshalb die formale Definition der Stetigkeit verletzt ist.
- Klassifizieren Sie jede der Unstetigkeitsstellen als **Sprungstelle**, **hebbare Unstetigkeit** oder **Polstelle**.

Aufgabe 3.2: Stetige Fortsetzung

- Untersuchen Sie, ob die folgenden reellen Funktionen im Punkt $x = 0$ stetig sind oder stetig fortgesetzt werden können.

$$f_1(x) = |x|, \quad f_2(x) = \frac{x}{|x|}, \quad f_3(x) = \frac{x^3}{|x|}, \quad f_4(x) = \frac{x^2}{|x|^2}$$

- Bestimmen Sie die Definitionslücken der Funktion

$$g(x) = \frac{2x^3 - 12x^2 + 18x}{x^3 - 9x}$$

In welchen dieser Lücken ist die Funktion stetig fortsetzbar?

Aufgabe 3.3: Kurven im \mathbb{R}^n

Ein Satellit bewege sich auf der Bahn

$$\mathbf{r}(t) = (\sqrt{1+t^2}, 3t)^\top$$

.

- a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{r}}(t)$ des Satelliten.
- b) Geben Sie die Grenzwerte (für $t \rightarrow +\infty$ und für $t \rightarrow -\infty$) der Bahnrichtung r_2/r_1 und Geschwindigkeit $\dot{\mathbf{r}}$ des Satelliten an.

Ergebnisse zu Aufgabe 3.2:

- a) stetig, nicht stetig fortsetzbar, stetig fortsetzbar, stetig fortsetzbar
- b) g ist stetig fortsetzbar in 0 und +3 und nicht stetig fortsetzbar in -3.

Ergebnisse zu Aufgabe 3.3:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r_2(t)}{r_1(t)} = 3, \quad \lim_{t \rightarrow \pm\infty} \dot{\mathbf{r}}(t) = (\pm 1, 3)^\top$$

Temporary page!

L^AT_EX was unable to guess the total number of pages correctly. As there was some unprocessed data that should have been added to the final page this extra page has been added to receive it.

If you rerun the document (without altering it) this surplus page will go away, because L^AT_EX now knows how many pages to expect for this document.