Helmut-Schmidt-Universität Universität der Bundeswehr Hamburg Fakultät für Maschinenbau und Bauingenieurwesen



Prof. Dr. Thomas Carraro Dr. Ulrike Kochan-Eilers

Mathematik III/B (WI/ET)

Zusatzblatt

FT 2025

Integrationsgrenzen

Geben Sie die Integrationsgrenzen für die folgenden Körper K in geeigneten Koordinaten an.

a)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : 4 \le x^2 + y^2 \le 9 \}$$

b)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : 4 \le x^2 + y^2 \le 9, y \le 0 \}$$

c)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 9, z \ge 0 \}$$

d)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 9, y \ge 0, z \ge 0 \}$$

e)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le 9, \ 0 \le z \le 24 - 2x - 8y \}$$

f)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 < 9, x < 0, y < 0, z > 0 \}$$

g)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le 9 \}$$

h)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, z \ge 0 \}$$

i)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 4 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 9, z \ge 0, y \ge 0 \}$$

j)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le 9, x \le 0, y \ge 0 \}$$

k)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le 4, x \ge 0, y \le 0, z \le 0 \}$$

Lösung:

a)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : 0 < \varphi < 2\pi, 2 < r < 3 \}$$

b)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : \pi \le \varphi \le 2\pi, 2 \le r \le 3 \}$$

c)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \le \varphi \le 2\pi, 0 \le r \le 3, 0 \le z \le \infty \}$$

d)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 < \varphi < \pi, 0 < r < 3, 0 < z < \infty \}$$

e)
$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \le \varphi \le 2\pi, \ 0 \le r \le 3, 0 \le z \le 24 - 2r\cos\varphi - 8r\sin\varphi \right\}$$

f)
$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \pi \le \varphi \le \frac{3}{2}\pi, \ 0 \le r \le 3, 0 \le z \le \infty \right\}$$

g)
$$K = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \le \varphi \le 2\pi, \ 0 \le r \le 3, 0 \le \theta \le \pi \}$$

h)
$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \le \varphi \le 2\pi, 2 \le r \le 3, 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2} \right\}$$

i)
$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3: \ 0 \le \varphi \le \pi, \ 2 \le r \le 3, 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2} \right\}$$

j)
$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \frac{\pi}{2} \le \varphi \le \pi, \ 0 \le r \le 3, 0 \le \theta \le \pi \right\}$$

k)
$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \frac{3}{2}\pi \le \varphi \le 2\pi, \ 0 \le r \le 2, \frac{\pi}{2} \le \theta \le \pi \right\}$$