Helmut-Schmidt-Universität
Universität der Bundeswehr Hamburg
Fakultät für Maschinenbau

**Prof. Dr. Thomas Carraro**
**Dr. Frank Gimbel**
**Janna Puderbach**

# Mathematik II — Übungsblatt 2

WT 2022 — Stetigkeit, Differenzierbarkeit

---

**Einführende Bemerkungen**

- Vermeiden Sie die Verwendung von Taschenrechnern oder Online-Ressourcen.
- Die mit einem Stern *) markierten (Teil-)Aufgaben entfallen in diesem Trimester. Stattdessen werden einzelne Online-Aufgaben im ILIAS-Kurs kenntlich gemacht, zu denen Sie dort Ihre Lösungswege zur Korrektur hochladen können.
- Die mit zwei Sternen **) markierten (Teil-)Aufgaben richten sich an Studierende, die die übrigen Aufgaben bereits gelöst haben und die Inhalte weiter vertiefen möchten.

---

## Aufgabe 2.1: Stetige Fortsetzung

**a)** Untersuchen Sie, ob die folgenden reellen Funktionen im Punkt $x = 0$ stetig sind oder stetig fortgesetzt werden können.

$$f_1(x) = |x|, \qquad f_2(x) = \frac{x}{|x|}, \qquad f_3(x) = \frac{x^3}{|x|}, \qquad f_4(x) = \frac{x^2}{|x|^2}$$

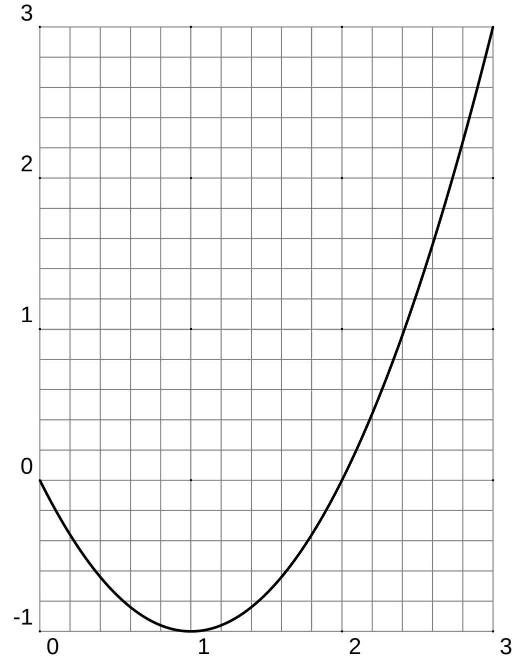
**b)** Bestimmen Sie die Definitionslücken der Funktionen

$$g(x) = \frac{2x^3 - 12x^2 + 18x}{x^3 - 9x}$$

In welchen dieser Lücken ist die Funktion stetig fortsetzbar?

## Aufgabe 2.2: Sekantensteigung

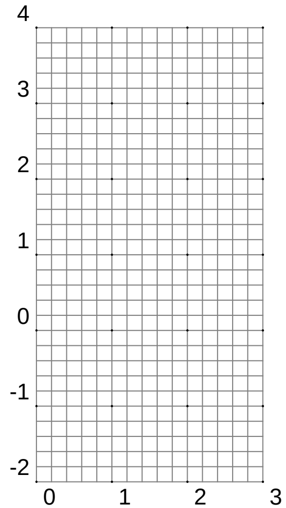
**a)** Gegeben ist der Funktionsgraph der Funktion $f$.




Zeichnen Sie an den Punkten

$$(x_j, y_j) \text{ mit } x_j = j,\ y_j = f(x_j) \text{ für } j = 0, 1, 2, 3$$

Steigungsdreiecke mit $\Delta x = 1$ an den Funktionsgraphen und berechnen Sie aus $x$- und $y$-Achsenabschnitt die Sekantensteigung $s(x_j)$.
Wiederholen Sie dies für $\Delta x = \frac{1}{2}$ und für $\Delta x = \frac{1}{4}$. Skizzieren Sie die so berechneten Steigungswerte im zweiten Graphen.



**b)** Berechnen Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = x^2 - 2x$ anhand der Definition als Grenzwert eines Differenzenquotienten. Skizzieren Sie auch diese im zweiten Graphen.

### Aufgabe 2.3: Differenzieren

Berechnen Sie folgende Aufgaben:

**i)** $f(t) := (2t+1)^4 \cdot \sin(3t)$ gesucht: $f'''(t)$

**ii)** $g(t) := t^4 \cdot \cos(3t) \cdot \mathrm{e}^{-2t}$ gesucht: $g''(t)$

**iii)** $h(t) := \dfrac{2t^2 - 2t + 1}{3t - 2}$ gesucht: $h'''(t)$

**Hinweis:** Vergessen Sie nicht die Ergebnisse (auch die Zwischenergebnisse) sinnvoll zusammenzufassen!

### Aufgabe 2.4: Differenzieren

**a)** Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung. (Eventuell notwendige Beschränkungen des Definitionsgebietes sind nicht angegeben.)

$$\begin{aligned}
f_9(t) &= \sinh(t) - \cosh(2t), & f_{10}(t) &= (t-3)^4 \sinh(t),\\
f_{11}(t) &= t^2\,\mathrm{e}^{-2t}\,\sin(3t), & f_{12}(t) &= \sqrt{t}\,\mathrm{e}^{2t},\\
f_{13}(t) &= \sin^3\left(\mathrm{e}^{2t^2} + t^5\right), & f_{14}(t) &= \sqrt{2\,t^2 + 1},\\
f_{15}(t) &= \ln(t) - \ln(5t), & f_{16}(t) &= \ln(t^2) - \ln(t^5).
\end{aligned}$$

**Hinweis:** Es gilt $\dfrac{d}{dx}(\ln(x)) = \dfrac{1}{x}$.

**b)** Bestimmen Sie die vierte Ableitung folgender Funktionen, wobei Sie das geeignete Zusammenfassen von Termen nicht vergessen sollten.

$$\begin{aligned}
f_{17}(t) &= (t-3)^4 - (2t+1)^5, & f_{18}(t) &= (t+1)\,\sin(2t)\\
f_{19}(t) &= (t^3 - 1)\,\mathrm{e}^{2t}, & f_{20}(t) &= \sin(3t)\,\mathrm{e}^{-t}
\end{aligned}$$

**Hinweis:** Nutzen Sie gegebenen Falls die Leibniz-Regel zur Berechnung höherer Ableitungen. Diese hat dieselbe Gestalt wie der binomische Lehrsatz:

$$(f(t)\cdot g(t))^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)}(t) \cdot g^{(n-k)}(t)$$

Z. B. für $n = 2:\ (f(t)\cdot g(t))'' = f(t)g''(t) + 2f'(t)g'(t) + f''(t)g(t)$

**c)** Bestimmen Sie die $n$–te Ableitung folgender Funktionen.

$$\begin{aligned}
f_{21}(t) &= \sin(3t), & f_{22}(t) &= t\,\mathrm{e}^{2t}\\
f_{23}(t) &= t\cdot\cos(t), & f_{24}(t) &= t\,\ln(2t)
\end{aligned}$$

### Aufgabe 2.5: Online Aufgabe

Bearbeiten Sie die aktuelle Online-Aufgabe im ILIAS-Kurs.
Beachten Sie, dass Sie dort auch die Lösungswege zu einzelnen Aufgaben zur Korrektur hochladen können.