

Mathematik III/B (WI/ET)

FT 2025

Zusatzblatt

Integrationsgrenzen

Geben Sie die Integrationsgrenzen für die folgenden Körper  $K$  in geeigneten Koordinaten an.

a)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$

b)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq 0\}$

c)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9, z \geq 0\}$

d)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0, z \geq 0\}$

e)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq z \leq 24 - 2x - 8y\}$

f)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 9, x \leq 0, y \leq 0, z \geq 0\}$

g)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}$

h)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0\}$

i)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, z \geq 0, y \geq 0\}$

j)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x \leq 0, y \geq 0\}$

k)  $K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0, z \leq 0\}$

Lösung:

a)

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 2 \leq r \leq 3\}$$

b)

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 : \pi \leq \varphi \leq 2\pi, 2 \leq r \leq 3\}$$

c)

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq \infty\}$$

d)

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \varphi \leq \pi, 0 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq \infty\}$$

e)

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq 24 - 2r \cos \varphi - 8r \sin \varphi\}$$

f)

$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \pi \leq \varphi \leq \frac{3}{2}\pi, 0 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq \infty \right\}$$

g)

$$K = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 3, 0 \leq \theta \leq \pi\}$$

h)

$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 2 \leq r \leq 3, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

i)

$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq \varphi \leq \pi, 2 \leq r \leq 3, 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

j)

$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \pi, 0 \leq r \leq 3, 0 \leq \theta \leq \pi \right\}$$

k)

$$K = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \frac{3}{2}\pi \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 2, \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \right\}$$