

# P11.弹簧滞后

沈纪中

---

## 试题回顾

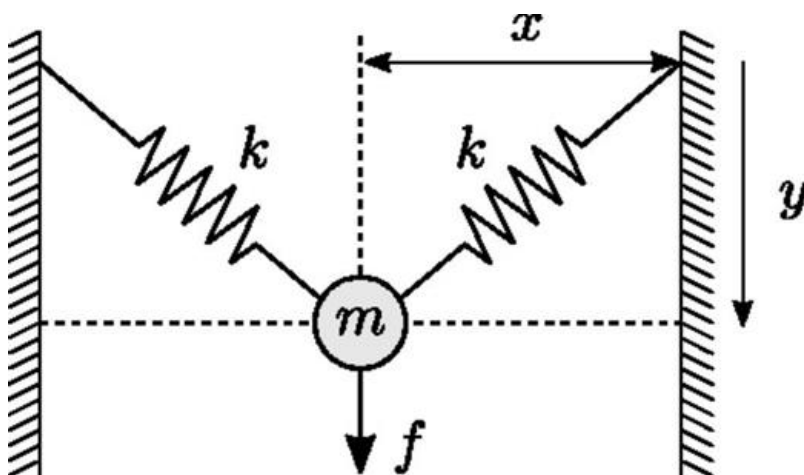
- 题目原文: Connect two identical linear springs symmetrically to a mass in a “V” shape, and apply an adjustable force to the mass. When this force is varied, the resulting motion of the mass depends on the history of changes in the applied force under certain conditions. Investigate this phenomenon.
- 题目翻译: 以“V”形对称地将两个相同的线性弹簧连接到一个质量块上, 并对质量块施加一个可调节的力。在特定条件下, 当这个力变化时, 质量块的运动取决于对这个质量块在之前的时间内施加力的变化。研究这一现象。

---

## 赛题解读

“质量块的运动取决于对这个质量块在之前的时间内施加力的变化”最直观的方式就是记录下质量块运动状态和施加力的大小关于时间的图像，再进行比较。

## 理论分析



根据胡克定律和力的矢量合成可以得到：

```
In[*]:= F[y] = f - 2 k y (1 - l0 / Sqrt[x^2 + y^2])
```

[平方根]

Out[\*]=

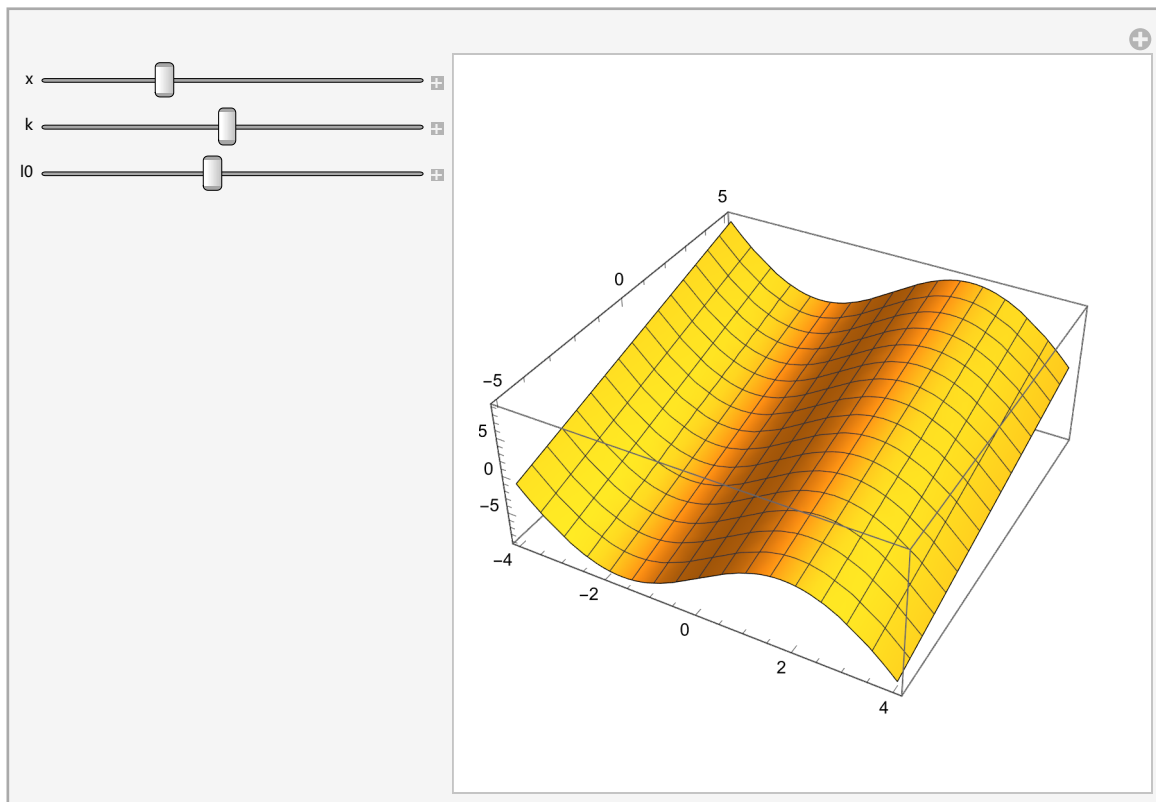
$$f - 2 k y \left( 1 - \frac{l_0}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$$

通过图像可以看出稳定平衡点数目 (1, 2, 3) 会受到力f的影响：

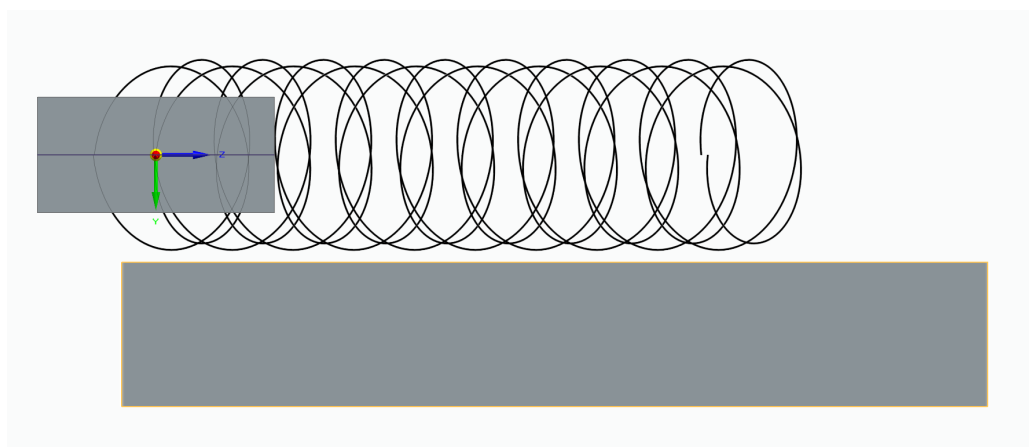
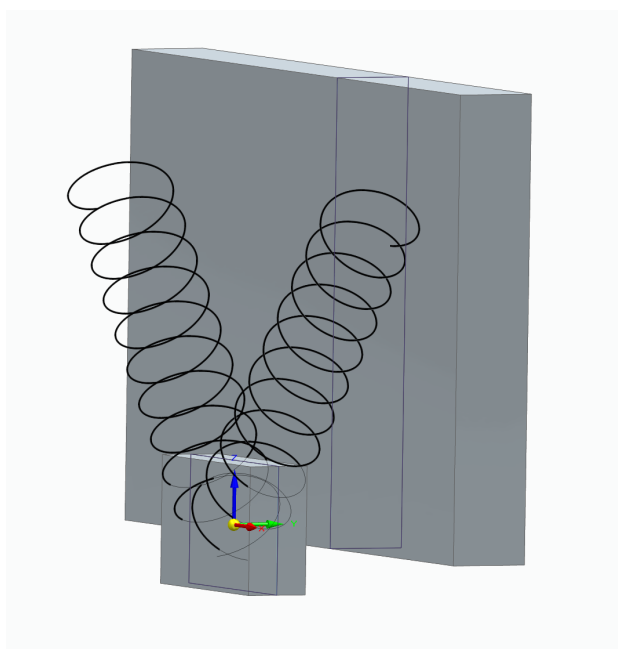
In[ ]:= Manipulate[Plot3D[f - 2 k y  $\left(1 - \frac{10}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$ , {y, -4, 4}, {f, -5, 5}],  
[交互式操作](#) [绘制三维图形](#)

{x, 1, 10}, {k, 1, 10}, {10, 1, 10}]

Out[ ]:=



## 实验设计



要得到质量块运动状态和施加力的大小关于时间的图像，难点在于施加力的大小如何记录下来。

### 实验步骤

- V型弹簧连接在下方的板块上，通过机械装置驱动让V型弹簧下方的板块以某种方式运动。
- 用传感器/手机录像记录质量块（以板块为参考系）和板块（以桌面为参考系）的运动状态。
- 质量块的运动状态即可通过传感器/手机录像利用软件得出 $a$ （质量块的加速度）- $t$ 图像。
- 施加力的大小可以通过（板块的加速度大小） $\times$ （质量块的质量）得到。

## 合理性

若质量块的运动以板块为参考系，则要考虑平移惯性力。让平移惯性力充当施加的外力的作用，解决了施加的外力难以测量的问题。

## 数据处理

因为惯性力 $F=-ma$ ，在数据处理过程中要注意对 $-a$ （板块的加速度大小）的处理，容易造成计算施加的外力方向性错误。