

实验四 差分方程求解和信号卷积

4.1 实验目的

- (1) 熟练使用 MATLAB 软件，学会使用新函数。
- (2) 掌握 MATLAB 处理离散时间系统的基本方法。

4.2 实验预习

- (1) 复习求解常系数线性差分方程的方法。
- (2) 复习判断离散系统是否为因果系统的方法，判断 $2M+1$ 点滑动平均系统是否为因果系统 ($M \geq 0$)。 $2M+1$ 点滑动平均系统的输入输出关系为：

$$y(n) = \frac{1}{2M+1} \sum_{k=-M}^M x(n-k) \quad (\text{式 4-1})$$

4.3 实验仪器

表 4-1 实验仪器与器件列表

名称	数量	型号（推荐）
电脑	1	CPU i5 以上
MATLAB 软件	1	2012 以上版本

4.4 实验原理

1、差分方程

如果系统的输入、输出都是离散的时间信号，那么离散时间系统可以用差分方程来表示：

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) \quad (\text{式 (4-2)})$$

由常系数线性差分方程描述的 LTI 离散系统可以表示为：

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r) \quad (\text{式 (4-3)})$$

2、差分方程的求解

对式 (4-3) 所描述的差分方程，可使用 filter 函数来计算系统响应。filter 函数的

用法有多种，简要说明最常用的两种方式：

$$(1) y = \text{filter}(b, a, x)$$

由分子系数 b 和分母系数 a 定义的传递函数，对输入数据 x 进行滤波。

$$(2) y = \text{filter}(b, a, x, zi)$$

不同之处在于多了一个初始条件 zi ，用于滤波器延迟。 zi 的长度必须等于 $\max(\text{length}(a), \text{length}(b))-1$ 。

在以上两种 filter 函数的调用中，如果 a 为向量或矩阵，若第一项 $a(1)$ 不等于 1，则需要归一化，方式为 filter 对滤波器所有系数都分别除以 $a(1)$ 。因此， $a(1)$ 必须是非零值。此外，函数输出还可以用 $[y, zf]$ 来表示，其中 zf 为系统的终止状态。

3、卷积

对于信号 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ ，卷积定义为：

$$x(n) = x_1(n) * x_2(n) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x_1(m)x_2(n-m) \quad \text{式 (4-4)}$$

在 matlab 中，使用函数 conv 可以对向量进行卷积运算。比如： $w = \text{conv}(u, v)$ 返回的是向量 u 和 v 的卷积结果， w 的长度为 $\text{length}(u) + \text{length}(v) - 1$ 。如果 u 和 v 分别是两个多项式系数的向量，对这两个向量进行卷积等效于这两个多项式相乘。

例如：求向量 $[1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 2]$ 和 $[1 \ 4 \ 2 \ 3]$ 的卷积。

$u = [1 \ 2 \ 0 \ 3 \ 2];$

$v = [1 \ 4 \ 2 \ 3];$

$w = \text{conv}(u, v)$

输出为

$w =$

1 6 10 10 20 14 13 6

4、降噪

在实际应用中，信号的传输过程会受到噪声的干扰，以叠加的形式存在于信号传输过程中。比如 AWGN ，其均值为 0。滑动平均系统可以对含有噪声干扰的有效

数据进行处理，即降噪。

$2M+1$ 点滑动平均系统的输入输出关系为：

$$y(n) = \frac{1}{2M+1} \sum_{k=-M}^M x(n-k) \quad (M \geq 0) \quad \text{式 (4-5)}$$

4.5 实验内容

1、系统的单位样值响应为 $h(n) = a^n[u(n) - u(n-10)]$ ，其中， $a = 0.5$ ， $u(n)$ 为阶跃信号。激励信号为 $x(n) = u(n) - u(n-6)$ 。系统的输出是由系统响应卷积激励信号。要求：分别用 `conv` 函数和 `filter` 函数求在 $0 \leq n \leq 20$ 之间（步长为 1）系统的输出响应，用 `stem` 函数绘出两种方法求得的响应。

2、假设受噪声干扰的信号为： $x(n) = s(n) + N(n)$ 。其中， $s(n)$ 为原始有用信号， $N(n)$ 为噪声。在 Matlab 仿真中，使用能够生成(0,1)区间随机数的函数 `rand`，产生区间 $(-1, 1)$ 内的噪声 $N(n)$ ，有用信号为 $s(n) = 5n0.85^n$ ， n 的取值在 $0 \leq n \leq 60$ 之间（步长为 1）。

（1）请分别绘出受噪声干扰的信号 $x(n)$ 、有用信号 $s(n)$ 和噪声 $N(n)$ ，画在一个图里并添加图例(legend)。

（2）用 $2M+1$ 点滑动平均系统对受噪声干扰的信号降噪。当 M 的值为 4 时，分别绘出有用信号 $s(n)$ 、经过滑动平均系统滤波的输出，分析系统的滤波效果。

4.6 注意事项

- (1) 所有任务都必须独立完成，或查书，或百度谷歌，但是不允许复制粘贴（请自律），对每个任务都尽可能地详细回答，不能敷衍！！
- (2) 使用计算机和上网请遵守国家法律法规。

附加知识：

在 Matlab 中，使用 `impz (b,a,k)` 函数可对离散系统的单位样值响应进行求解，由常系数线性差分方程描述的 LTI 离散系统可以表示为：

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n - k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n - r) \qquad \text{式 (4-3)}$$

`impz` 函数调用方式有：

(1) `h=impz(b,a,k)`

参数	物理意义
b	差分方程右边多项式系数 $b_r(r=0,1,2,...,M)$ 构成的行向量。
a	差分方程左边多项式系数 $a_k(k=0,1,2,...,N)$ 构成的行向量。
h	系统的单位脉冲响应。
k	如果为整数，则返回冲激响应点的个数为 k 。 如果为矢量，则 k 为对应输出 h 的时间点。

(2) `[h,t]=impz(b,a,k)`

这种调用方式与 (1) 类似，输出参数 **t** 表示系统单位脉冲响应 **h** 对应的抽样时间。另外，绘制离散时间系统阶跃响应的函数是 `stepz`，调用方式与 `impz` 函数类似。

4.7 实验报告要求

- (1) 独立完成实验内容，诚实记录实验结果；
- (2) 实验思考题要写在实验报告中。
- (3) 实验体会、意见和建议写在实验结论之后。
- (4) 实验报告须包括：

- 1、电子版的实验报告；
- 2、程序源文件：*.m

以上内容请按照以下顺序放到一个文件夹内，并将文件夹命名为：学号-姓名-实验*，如：180110888-张三-实验一。