

Formales Modell einer hierarchischen Demokratie auf p-adischer Struktur

1. Entscheidungsbaum

Sei T ein geordneter, wurzelbehafteter Baum mit Ebenen

$$L_0, L_1, L_2, \dots$$

die den politischen Hierarchieebenen entsprechen:

$$L_0 = \text{Dorf}, L_1 = \text{Bezirk}, L_2 = \text{Bundesland}, L_3 = \text{Nation}, \dots$$

Jeder Knoten $v \in L_k$ besitzt eine endliche Menge von Kindern $Child(v) \subseteq L_{k+1}$.

Eine *Entscheidungskonfiguration* ist ein unendlicher Pfad

$$x = (x_0, x_1, x_2, \dots)$$

mit $x_k \in L_k$ und $x_{k+1} \in Child(x_k)$.

2. Kodierung als p-adische Expansion

Jedem Knoten x_k wird ein lokaler Entscheidungswert

$$a_k(x) \in \{0, 1, \dots, p-1\}$$

zugeordnet. Damit definieren wir die Abbildung

$$\Phi(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(x) p^k$$

als p-adische Repräsentation der Entscheidung x .

3. Konsenstiefe

Für zwei Entscheidungen x, y sei

$$k(x, y) = \max \{ k \mid x_j = y_j \text{ für alle } j \leq k \}$$

die größte gemeinsame Hierarchieebene (*Tiefe des gemeinsamen politischen Konsenses*).

4. p-adische Entscheidungsmetrik

Die Distanz wird definiert als

$$d(x, y) = p^{-k(x, y)}.$$

Damit gilt:

$d(x, y)$ ist klein \Leftrightarrow tiefer Konsens auf höheren Ebenen.

5. Eigenschaften

- d ist eine Ultrametrik:

$$d(x, z) \leq \max\{d(x, y), d(y, z)\}.$$

- Konflikte auf unteren Ebenen sind strukturell klein, solange höhere Ebenen übereinstimmen.
- Systeminstabilität entsteht, wenn Konsens auf hoher Ebene bricht.

6. Interpretation

Stabilität $(x, y) \sim k(x, y)$ (gemeinsame Entscheidungstiefe).