

Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turma G-K

FUNÇÃO EXPONENCIAL/FUNÇÃO LOGARÍTMICA

1. Considera as funções f e g , reais de variável real, definidas, respetivamente, por $f(x) = e^{-2x+1} + e$ e $g(x) = \frac{1 - \ln(x - e)}{2}$.
 - 1.1. Calcula $f(1) + g(1 + e)$.
 - 1.2. Calcula $f^{-1}\left(\frac{1}{e^3} + e\right)$.
 - 1.3. Mostra que $D'_f =]e; +\infty[$.
 - 1.4. Mostra que $f^{-1}(x) = g(x)$.
 - 1.5. Mostra que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = e$ e escreve a equação da assíntota não vertical ao gráfico da função quando $x \rightarrow +\infty$.
 - 1.6. Calcula $\lim_{x \rightarrow e^+} g(x)$ e escreve a equação da assíntota vertical ao gráfico da função g .
2. Considera as funções g e h , reais de variável real, definidas, respetivamente, por $g(x) = -2 \times 3^x$ e $h(x) = -1 - \frac{1}{3^x}$.
Determina, analiticamente, as coordenadas do ponto de interseção dos gráficos das duas funções dadas.
3. Considera as funções f , g e h , reais de variável real, definidas, respetivamente, por $f(x) = -e^{x+e} - e$, $g(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^{3x-2e} + e$ e $h(x) = e^{-x-1} - e$.
 - 3.1. Resolve a condição $g(x) \geq -f(x)$.
 - 3.2. Mostra que g é uma função injetiva.
 - 3.3. Mostra que f é estritamente decrescente.
 - 3.4. Mostra que $C.S. = \left\{\frac{e}{4}\right\}$ é o conjunto solução da equação $f'(x) = \frac{1}{3}g'(x)$.
 - 3.5. Mostra que o gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo em todo o seu domínio.
 - 3.6. Calcula $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3 + 3x}{h(x) - h(-1)}$.
 - 3.7. Na figura 1 estão representados, parte do gráfico da função h , a sua assíntota horizontal e o triângulo $[ABO]$.

Sabe-se que:

- o ponto A é o ponto de interseção do gráfico da função h com o eixo Ox ;
- o ponto B é o ponto de interseção do gráfico da função h com o eixo Oy ;

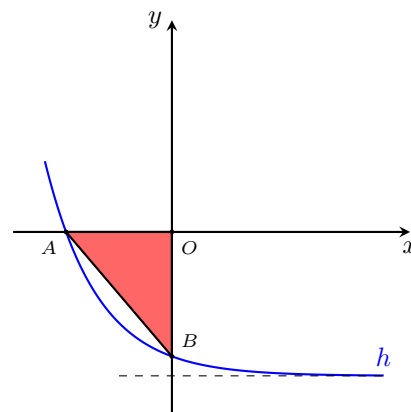
Mostra que o valor exato da área do triângulo $[ABO]$ é $\frac{e^2 - 1}{e}$ u.a.


Figura 1