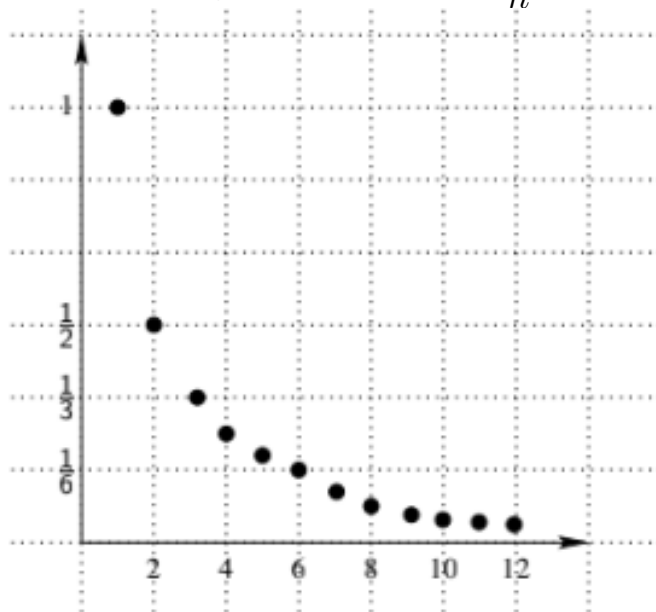


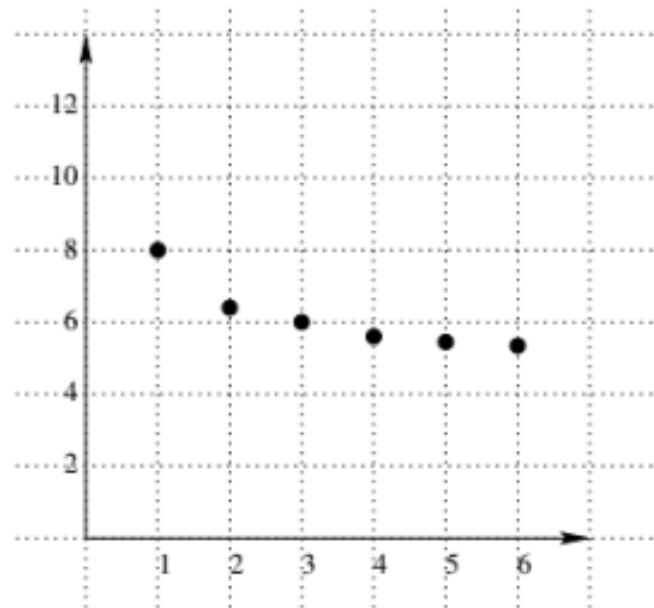
Exercício 1.

Figura 1: $a_n = \frac{1}{n}$



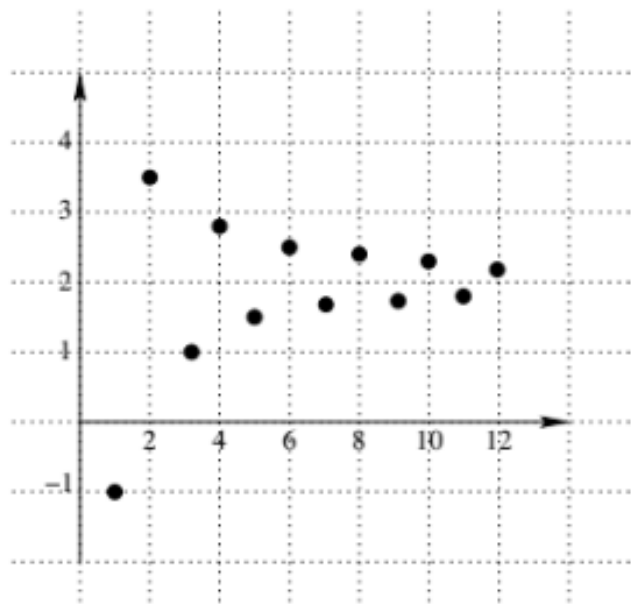
A sucessão a_n é limitada e monótona portanto
convergente

Figura 2: $b_n = \frac{5n+3}{n}$



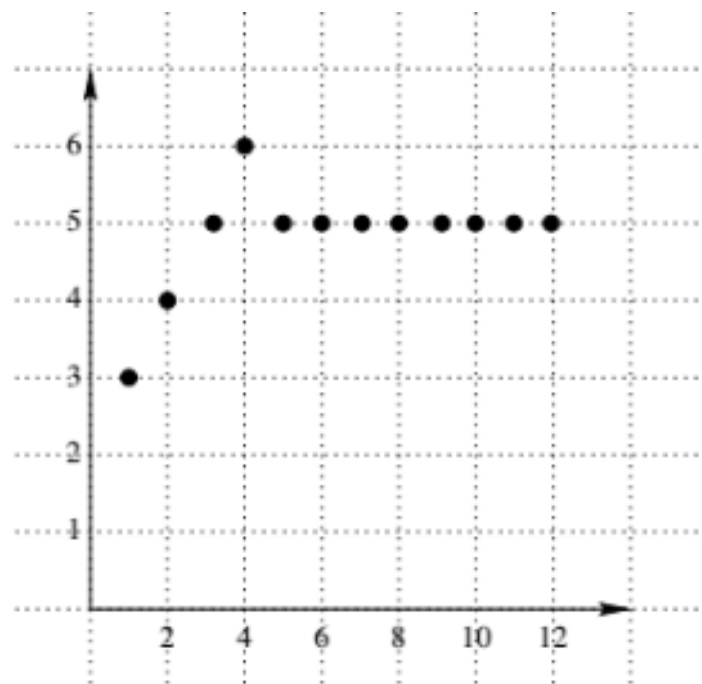
A sucessão b_n é limitada e monótona portanto convergente

Figura 3: $c_n = \frac{3(-1)^n + 2n}{n}$



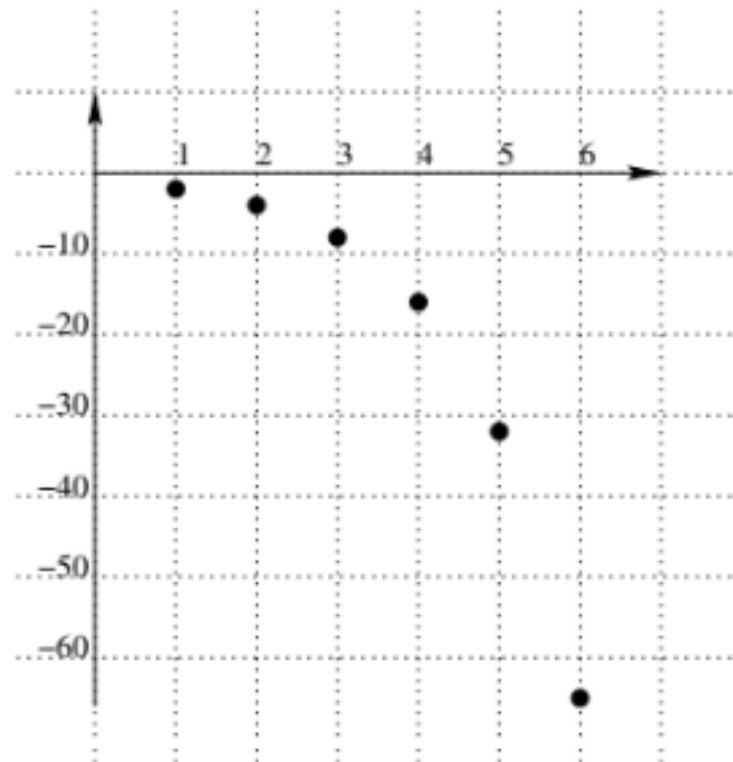
A sucessão c_n é limitada, não monótona mas convergente

Figura 4:
$$d_n = \begin{cases} n + 2, & \text{se } n < 5 \\ 5 & \text{se, } n \geq 5 \end{cases}$$



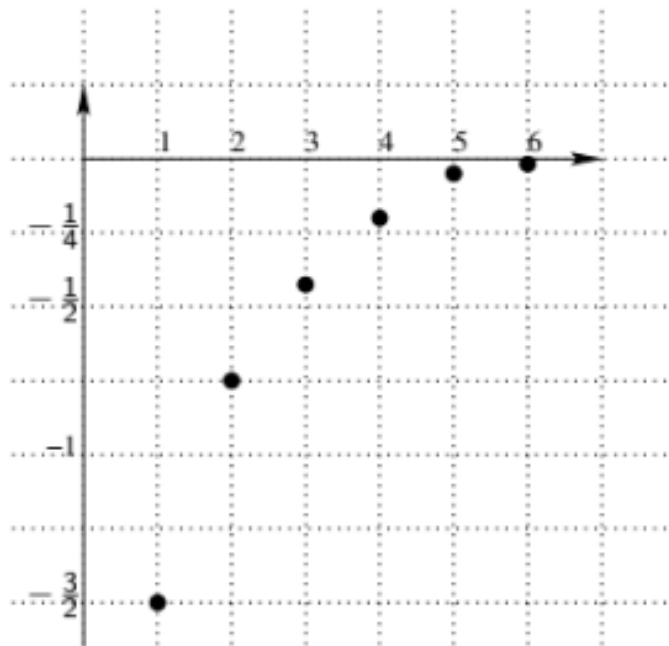
A sucessão d_n é limitada, não monótona mas convergente

Figura 5: $e_n = -2^n$



A sucessão e_n não é limitada, é monótona e não convergente

Figura 6: $f_n = \frac{-3}{2^n}$



A sucessão f_n é limitada e monótona portanto convergente

Exercício 2. Considere a sucessão de termo geral $a_n = 3 - 2n$

a) Determine os três primeiros termos da sucessão.

$$a_1 = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

$$a_2 = 3 - 2 \cdot 2 = -1$$

$$a_3 = 3 - 2 \cdot 3 = -3$$

b) Averigue se -17 é termo da sucessão.

$$3 - 2n = -17$$

$$n = 10$$

Confirmação:

$$a_{10} = 3 - 2 \cdot 10 = -17$$

c) Estude a sucessão a_n quanto à monotonia.

$$\begin{aligned} & a_{n+1} - a_n \\ &= 3 - 2(n+1) - (3 - 2n) \\ &= 3 - 2n - 2 - 3 + 2n \\ &= -2 < 0 \end{aligned}$$

a_n é uma sucessão monótona decrescente

d) A sucessão é limitada ?

$$\lim_n (3 - 2n) = -\infty$$

u_n É uma sucessão majorada

$$a_1 = 1$$

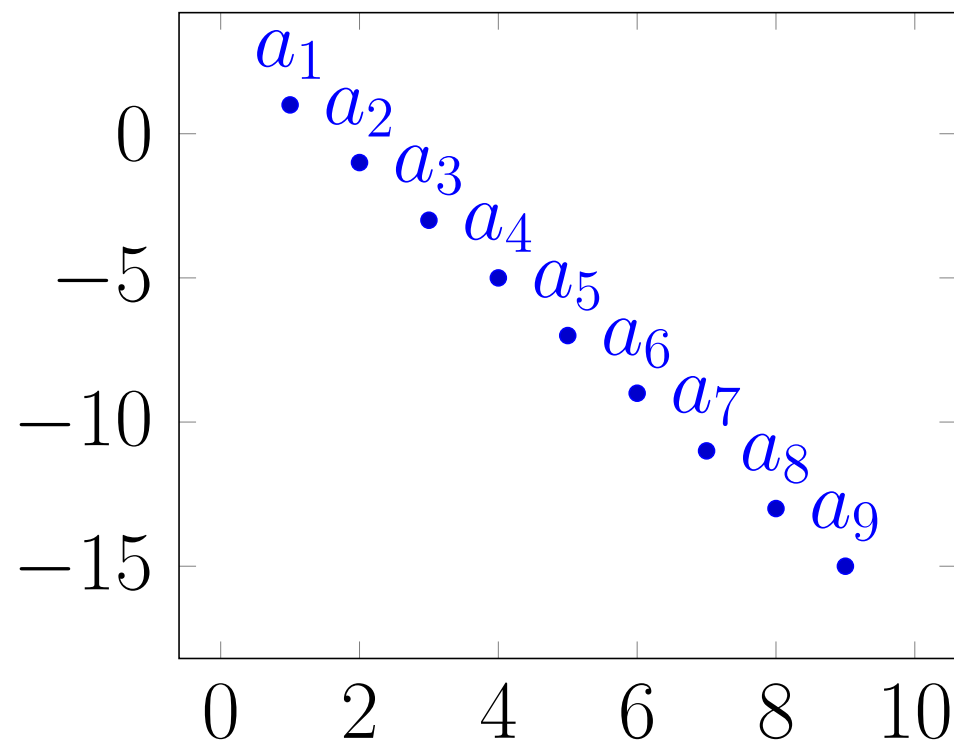
Seja $M \in \mathbb{R}^-$

$$a_n < M$$

$$\Leftrightarrow 3 - 2n < M$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{3 - M}{2}$$

u_n não é uma sucessão limitada



Exercício 3. Considere a sucessão de termo geral $u_n = \frac{3n-2}{n}$

a) Determine os dois primeiros termos da sucessão.

$$u_1 = \frac{3(1) - 2}{1} = 1$$

$$u_2 = \frac{3(2) - 2}{2} = 2$$

b) Verifique se $\frac{5}{2}$ é termo da sucessão.

$$3 - \frac{2}{n} = \frac{5}{2}$$

$$n = 4$$

Como $n \in \mathbb{N}$, então é termo da sucessão

c) Estude a sucessão u_n quanto à monotonia.

$$\begin{aligned} & u_{n+1} - u_n \\ &= \frac{3(n+1) - 2}{n+1} - \left(\frac{3n - 2}{n} \right) \\ &= \left[\frac{3n+1}{n+1} \right] \cdot \left[\frac{n}{n} \right] - \left[\frac{3n-2}{n} \right] \cdot \left[\frac{n+1}{n+1} \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{(n+1)(n)} > 0$$

u_n é uma sucessão crescente

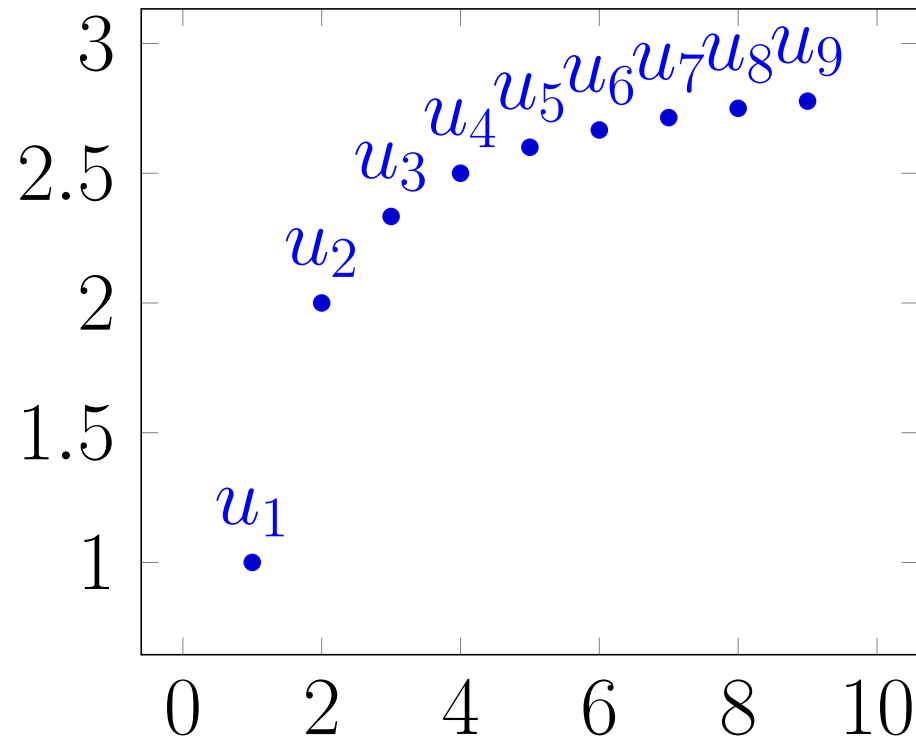
d) A sucessão é limitada ?

$$3 - \frac{2}{n}$$

$$-\frac{2}{n} < 0$$

$$1 < 3 - \frac{2}{n} < 3$$

u_n é uma sucessão monótona, limitada



Exercício 4. Considere a sucessão de termo geral $b_n = n^2 - 8n$

a) Determine os quatro primeiros termos da sucessão.

$$b_1 = (1)^2 - 8 = -7$$

$$b_2 = (2)^2 - 16 = -12$$

$$b_3 = (3)^2 - 24 = -15$$

$$b_4 = (4)^2 - 32 = -16$$

b) Calcule o vigésimo termo da sucessão e diga se a sucessão é monótona.

$$b_{20} = (20)^2 - 160 = 240$$

b_n não é uma sucessão monótona

Exercício 5. a)

$$\lim_n \left(\frac{2 + 3n}{5n} \right) \stackrel{0}{=} \lim_n \left(\frac{\kappa \left(\frac{2}{n} + 3 \right)}{\kappa(5)} \right) = \frac{3}{5}$$

b)

$$\lim_n \left(\frac{3n^2 + 4n - 2}{4n^2 - 3n + 5} \right) \stackrel{\infty}{=} \lim_n \left(\frac{n^{\cancel{2}} \left(3 + \frac{4}{\cancel{n}} - \frac{2}{\cancel{n^2}} \right)}{n^{\cancel{2}} \left(4 - \frac{3}{\cancel{n}} + \frac{5}{\cancel{n^2}} \right)} \right) = \frac{3}{4}$$

c)

$$\lim_n \left(\frac{3n^2 + 1}{4n^3 + 5} \right) \stackrel{\infty}{=} \lim_n \left(\frac{n^{\cancel{2}} \left(3 + \frac{1}{\cancel{n^2}} \right)}{n^{\cancel{3}} \left(4 + \frac{5}{\cancel{n^3}} \right)} \right)$$

$$\lim_n \left(\frac{3}{4n} \right) = \frac{3}{+\infty} = 0$$

d)

$$\begin{aligned} \lim_n \left(\frac{3n^3 + 4n^2 - 3n + 2}{4n^2 + 3n + 2} \right) &\stackrel{\infty}{=} \lim_n \left(\frac{n^{\cancel{3}} \left(3 + \frac{\cancel{4}^0}{n} - \frac{\cancel{3}^0}{n^2} + \frac{\cancel{2}^0}{n^3} \right)}{n^{\cancel{2}} \left(4 + \frac{\cancel{3}^0}{n} + \frac{\cancel{2}^0}{n^2} \right)} \right) \\ &= \lim_n \left(\frac{3n}{4} \right) = \frac{+\infty}{4} = +\infty \end{aligned}$$

e)

$$\lim_n (5(-1)^n) \begin{cases} -5 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 5 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases} \quad \text{Limite não existe}$$

f)

$$\lim_n \left(\sqrt{n^3 + 3} \right) = \sqrt{(\infty)^3 + 3} = +\infty$$

g)

$$\lim_n \frac{\sqrt{4n^2 + 1}}{n + 3} = \lim_n \frac{\sqrt{n^2 \left(4 + \frac{1}{n^2}\right)}}{n \left(1 + \frac{3}{n}\right)} = \lim_n \frac{|n| \sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}}{n \left(1 + \frac{3}{n}\right)} = \lim_n \frac{\Re \sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}}{\Re \left(1 + \frac{3}{n}\right)} =$$

h)

$$\begin{aligned} & \lim_n \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} \right) \\ &= \lim_n \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} \right) - \lim_n \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} \right) \\ & \quad 0 - 0 = 0 \end{aligned}$$

i)

$$\lim_n \left(\frac{1}{\sqrt{n^4 + 2} - \sqrt{n^4 + 3}} \right) = \lim_n \left(\frac{\sqrt{n^4 + 2} + \sqrt{n^4 + 3}}{\left(\sqrt{n^4 + 2} - \sqrt{n^4 + 3}\right) \left(\sqrt{n^4 + 2} + \sqrt{n^4 + 3}\right)} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_n \left(\frac{\sqrt{n^4 + 2} + \sqrt{n^4 + 3}}{-1} \right) \\
&= - \lim_n \left(\sqrt{n^4 + 2} + \sqrt{n^4 + 3} \right) \\
&= - \lim_n \left(\sqrt{n^4 \left(1 + \frac{2}{n^4} \right)} + \sqrt{n^4 \left(1 + \frac{3}{n^4} \right)} \right) = - \lim_n \left(|n| \sqrt{1 + \frac{2}{n^4}} + |n| \sqrt{1 + \frac{3}{n^4}} \right)
\end{aligned}$$

j)

$$\begin{aligned}
&\lim_n \left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - n} \right) \\
&= \lim_n \left(\frac{\left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - n} \right) \left(\sqrt{n^2 + 2} + \sqrt{n^2 - n} \right)}{\left(\sqrt{n^2 + 2} + \sqrt{n^2 - n} \right)} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_n \left(\frac{2+n}{\left(\sqrt{n^2+2} + \sqrt{n^2-n} \right)} \right) \\
&= \lim_n \left(\frac{n \left(\frac{2}{n} + 1 \right)}{\sqrt{n^2 \left(1 + \frac{2}{n^2} \right)} + \sqrt{n^2 \left(1 - \frac{1}{n} \right)}} \right) \\
&= \lim_n \left(\frac{n \left(\frac{2}{n} + 1 \right)}{|n| \left(\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \right)} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_n \left(\frac{\mathfrak{N}\left(\frac{2}{n} + 1\right)}{\mathfrak{N}\left(\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n}}\right)} \right) \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$