Ficha de Trabalho 7

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

1. Seja f, a função real de variável real, de domínio $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$, definida por $f(x)=\ln(x^2-1)$

   Na figura 1 estão representados, em referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função f e o trapézio $[ABCD]$

   Sabe-se que:

   - A e B são pontos do gráfico da função f e têm ordenada $\ln(3)$
   - C e D são os pontos de interseção do gráfico da função f com o eixo Ox

   Mostra que o valor exato da área do trapézio $[ABCD]$ é

   $(2+\sqrt{2})\ln(3)$ $u.a.$

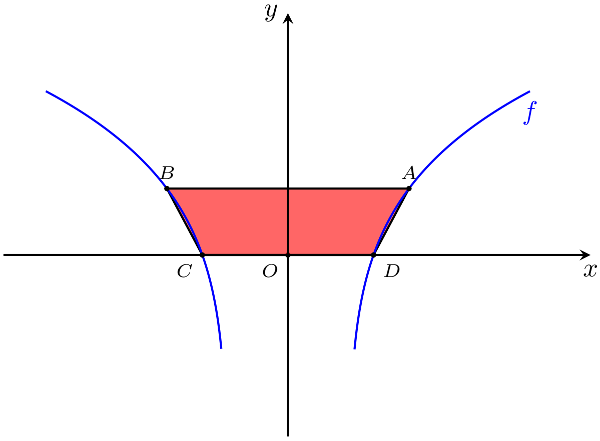

Figura 1

2. Sabe-se que $\log_a b = m$, com $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, $b>0$ e $m \in \mathbb{R}$

   Mostra que $\log_{\frac{1}{a}}\left(\sqrt[3]{ab^2}\right) > 0$, se $m < -\dfrac{1}{2}$

3. Sejam f e g, as funções reais de variável real, definidas por $f(x)=2e^x-1$ e $g(x)=4e^{-x}+1$, respetivamente

   Na figura 2 estão representados, em referencial o.n. xOy, partes dos gráficos das duas funções e um triângulo $[ABO]$

   Sabe-se que:

   - A é o ponto de interseção dos dois gráficos
   - B é o ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo Ox

   Determina o valor exato da área do triângulo $[ABO]$

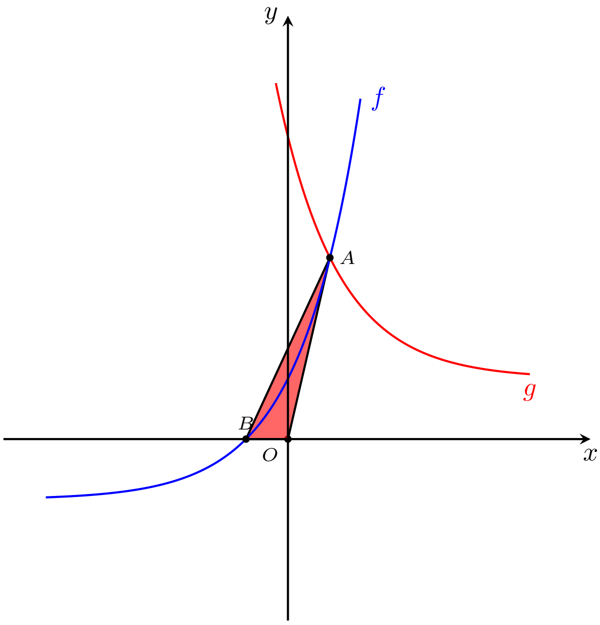

Figura 2

4. Seja f, a função real de variável real, definida por $f(x) = \dfrac{1+\ln(x+2)}{1-|\ln(x-e)|}$

   Determina, sob a forma de reunião de intervalos, o domínio da função f

5. Determina $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+4x}{e^{x+4}-e^4}$

6. Sejam f e g, duas funções reais de variável real, definidas nos respetivos domínios por $f(x) = \ln(x^2-1)$ e $g(x) = 2\ln(x)$, respetivamente

   6.1. Estuda a função f quanto ao sentido das concavidades e pontos de inflexão do seu gráfico

   6.2. Determina $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^2 f(x) - x^2 g(x)}{x}$

7. Seja g, a função real de variável real, definida por $g(x) = 1 + \ln^2\left(\dfrac{1}{x}\right)$

   7.1. Escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa $\dfrac{1}{e}$

   7.2. Estuda a função g quanto a monotonia e extremos

8. Seja f, a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{5e^5 - xe^x}{x-5} & se \quad x<5 \\ -6e^{1-3k} & se \quad x=5 \\ \dfrac{6e^5-6e^{x^2-20}}{2x^2-10x} & se \quad x>5 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$

   Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = 5$