

MODELOS MATEMÁTICOS com FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

1. Um navio encontra-se atracado num porto.

A distância h de um dado ponto do casco do navio ao fundo do mar varia com a maré.

Admita que h é dada, em função do tempo t , por $h(t) = 12 - 4 \cos(2t)$.

1.1. Prove que h é uma função periódica de período π .

1.2. Determine a distância do ponto do casco do navio ao fundo do mar no momento da maré baixa.

1.3. Determine uma expressão geral do tempo t para quando a distância do ponto do casco do navio é:

1.3.1. 12;

1.3.2. 14.



Adaptado do Caderno de Fichas (Máximo 11)

2. Num certo dia de verão, a temperatura, em graus Celsius, dentro de uma determinada habitação, é dada, por:

$$f(t) = 24,5 + 2,5 \cos \left[\frac{\pi(t+9)}{12} \right]$$

onde t designa o tempo, em horas, contado a partir das zero horas desse dia.

2.1. Determine a temperatura, dentro dessa habitação, às 13 horas desse dia.

Apresente o resultado em graus Celsius, arredondado às décimas.

2.2. Indique as temperaturas mínima e máxima registadas dentro dessa habitação nesse dia.

2.3. Sem usar a calculadora, determine a que horas desse dia de verão nessa habitação a temperatura foi igual a:

2.3.1. $25,75^\circ \text{C}$;

2.3.2. $(24,5 + 1,25\sqrt{2})^\circ \text{C}$.

2.4. Recorrendo à calculadora gráfica, determine a que horas desse dia de verão a temperatura foi, depois de atingir o seu máximo, igual a 25°Celsius .

Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondado às unidades).



Adaptado do Caderno de Fichas (Máximo 11)

3. A temperatura T , em graus Celsius, numa certa localidade, num dia de outono, é dada por:

$$T(t) = 10 + 4 \sin \left[\frac{\pi(t-8)}{12} \right]$$

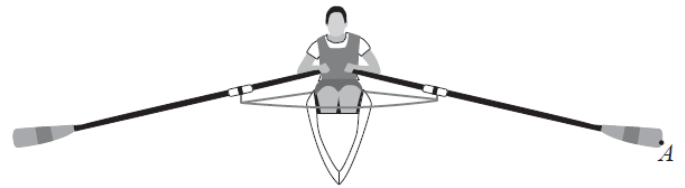
onde t é o tempo, em horas, a partir das zero horas desse dia de outono.



- 3.1. Qual foi a temperatura registada às 11 horas e meia desse dia de outono, nessa localidade? E às 6 horas e 45 minutos da tarde? Apresente os resultados em graus Celsius arredondado às décimas.
- 3.2. Sem usar a calculadora, determine a que horas desse dia de outono, nessa localidade, a temperatura foi igual a:
- 3.2.1. 8°C ;
- 3.2.2. $(10 + 2\sqrt{3})^\circ \text{C}$.
- 3.3. Recorrendo à calculadora gráfica, determine durante quanto tempo desse dia de outono, nessa localidade, a temperatura foi superior a 13°Celsius . Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondado às unidades).

Adaptado do Caderno de Fichas (Máximo 11)

4. Numa das variantes do Remo, cada barco tem um único remador que utiliza dois remos iguais. Considere um ponto A situado na extremidade de um dos remos, como se ilustra na figura ao lado. Seja h a função que dá a cota, em centímetros, do ponto A , relativamente à superfície da água, durante aquele percurso, t segundos após o seu início.



Admita que a função h é definida por $h(t) = 5 + 20 \cos(0,625\pi t)$, com $0 \leq t \leq 5$.

O argumento da função cosseno está em radianos.

- 4.1. Qual foi a cota do ponto A , em milímetros e arredondado às unidades, a meio da contagem?
- 4.2. Quantos segundos se passaram (com arredondamentos às centésimas), logo após o início da contagem, até o ponto A ter uma cota igual a 1 dm?
- (A) 0,67 (B) 0,90 (C) 0,13 (D) 1,55
- 4.3. Sem usar a calculadora, determine quantos segundos (arredondado às décimas) se passaram quando a cota do ponto A foi igual a:
- 4.3.1. 15 cm;
- 4.3.2. $(5 - 10\sqrt{3})$ cm.
- 4.4. Entre os três e os cinco segundos após o início da contagem, a cota do ponto A atingiu o seu máximo. Passado algum tempo, essa cota foi nula. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, quantos segundos se passaram (arredondado às centésimas).

Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, 1.ª fase de 2020

Soluções

1.2. 8 1.3. $\pi/4 + \pi k/2$; $\pm \pi/3 + \pi k$
2.1. 26,7 2.2. 22°C e 27°C ; 2.3. 11h e 19h; 12h e 18h 2.4. 20h14'
3.1. $13,2^\circ \text{C}$ e $11,3^\circ \text{C}$ 3.2. 6h e 22h; 12h e 16h 3.3. 5h31'
4.1. 89 4.2. A 4.3. 0,5, 2,7 e 3,7; 1,3, 1,9 e 4,5 4.4. 0,93