Exercicio 1

Seja $(u_n)_n$ uma sucessão definida por: $u_n = \frac{1-3n}{n+1}$

a)

Verifique se $-\frac{14}{5}$ é um dos termos de $(u_n)_n$

$$\frac{1-3n}{n+1} = -\frac{14}{5}$$

$$n = 19$$

$$u_{19} = -\frac{14}{5}$$

b)

Estude $(u_n)_n$ quanto à monotonia

$(u_{n+1}) - (u_n) < 0$ é monótona decrescente
$(u_{n+1}) - (u_n) > 0$ é monótona crescente

$$\left[\frac{n+1}{n+1}\right]\left[\frac{-3n-2}{n+2}\right] - \left[\frac{1-3n}{n+1}\right]\left[\frac{n+2}{n+2}\right]$$

$$\frac{-3n^2-3n-2n-2}{(n+1)(n+2)} - \frac{n+2-3n^2-6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-3n^2-3n-2n-2-n-2+3n^2+6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-4}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

u_n é monótona decrescente

c)

$(u_n)_n$ é uma sucessão convergente? E limitada? Justifique.

$$\lim_n \frac{1-3n}{n+1} = \lim_n \frac{\cancel{n}\left(\frac{1}{n}-3\right)}{\cancel{n}\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \frac{\overset{0}{\cancel{\frac{1}{n}}} - 3}{1+\underset{0}{\cancel{\frac{1}{n}}}} = -3$$

$(u_n)_n$ é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada. Como $(u_n)_n$ é decrescente sabemos que:

$$\frac{1-3n}{n+1} = -3 + \frac{4}{n+1}$$

$$\frac{4}{n+1} > 0, \text{então qualquer termo será sempre inferior a -3}$$

$$-1 < u_n < -3, \forall n \in \mathbb{N}$$