



EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática A

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 635/1.ª Fase

Critérios de Classificação

11 Páginas

2016

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

A ausência de indicação inequívoca da versão da prova implica a classificação com zero pontos das respostas aos itens de escolha múltipla.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Itens de seleção

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

Itens de construção

Nos itens de resposta restrita e de resposta extensa, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada de vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados, devidamente identificados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelo programa da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplos: «sem recorrer à calculadora gráfica», «recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
Apresentação apenas do resultado final quando é pedida a apresentação de cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivo- camente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:
	 nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista;
	 nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

Situação	Classificação
Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.
	Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivo- camente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:
	 se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;
	 nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

- Nota 1 A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da regra de Cauchy, da regra de L'Hôpital ou de resultados da teoria de matrizes.
- Nota 2 Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. a 8.		 	(8	3 × 5 pont	os)	 	 40 pontos
	Chave:						
		v					

Itens	1	2	3	4	5	6	7	8
Versão 1	С	В	В	D	D	Α	С	В
Versão 2	D	С	D	В	С	D	Α	Α

GRUPO II

1. ________15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Nota – Se for apresentada apenas a condição $\theta+\frac{2\pi}{3}=0$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 1 ponto. Se for apresentada a condição $\theta+\frac{2\pi}{3}=2k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 2 pontos.

Em ambas as situações, a pontuação a atribuir na etapa seguinte é 0 pontos.

2.º Processo

 Escrever $\overline{z_1} \times z_2$ na forma algébrica $\left(-4\cos\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)+i4\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)\right)$ 6 pontos Escrever a condição $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)=0$ 1 ponto Escrever a condição $\frac{\pi}{3}-\theta=k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$ (**ver nota**) 2 pontos Obter o valor de θ pertencente ao intervalo $\left]0,\pi\right[\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 2 pontos Nota – Se for apresentada apenas a condição $\frac{\pi}{3}-\theta=0$ ou apenas a condição $\frac{\pi}{3}-\theta=2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 1 ponto.

2.1. ________ 15 pontos

Apresentar os valores da variável ________ 2 pontos

Nota — No cálculo de cada uma das probabilidades, se o número de casos possíveis estiver correto $\binom{9}{C_2}$ ou $\binom{9}{A_2}$ e o número de casos favoráveis estiver incorreto, a pontuação a atribuir à etapa respetiva é 1 ponto, desde que a fração designe um número pertencente ao intervalo $\begin{bmatrix} 0,1 \end{bmatrix}$

Se uma ou mais de uma das probabilidades não forem apresentadas na forma de fração irredutível, é subtraído 1 ponto à soma das pontuações atribuídas.

2.2. 15 pontos

Apresentar a expressão

(
$$^8C_3\times 5$$
 ou $8\times ^7C_4$ ou $^8C_4\times 4$ ou $^8C_3\times ^5C_4$ ou $8\times ^7C_3$

Notas:

- 1. Por cada fator conceptualmente incorreto ou não apresentado são descontados 7 pontos. Também são descontados 7 pontos caso seja considerada uma operação diferente da multiplicação. Se, por aplicação deste critério, o valor obtido for negativo, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.
- 2. Se a expressão apresentada tiver sido pontuada com 0 pontos, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.

3.1. 5 pontos Concluir que o raio da superfície esférica é 1 Escrever a condição pedida $\left(\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-1\right)^2=1 \text{ ou equivalente}\right) \text{ (ver notas 1, 2 e 3)} 3 \text{ pontos}$ Notas: **1.** Se for apresentada apenas a condição $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ (ou equivalente), a classificação a atribuir à resposta é 5 pontos. 2. A escrita do símbolo ≤, em vez de =, implica uma desvalorização de 1 ponto nesta etapa. 3. A escrita de um dos símbolos < , > ou \ge , em vez de = , implica uma desvalorização de 2 pontos nesta etapa. 3.2. 10 pontos Determinar a abcissa e a ordenada do ponto V (**ver nota**) 4 pontos Escrever a equação 6 + z - 10 = 0 (ou equivalente) 4 pontos Obter o valor de z 1 ponto Apresentar as coordenadas do ponto $V\left((-2,2,4)\right)$ Nota – Na apresentação da abcissa e da ordenada do ponto $\,V\,$ não se exige qualquer justificação ou cálculo. 3.3. 15 pontos Escrever a equação -2x + 2y + d = 0 (ou equivalente) 2 pontos Determinar o valor de d 1 ponto Escrever uma equação do plano $\,lpha\,$ 2 pontos Escrever o sistema $\begin{cases} -2x + 2y + 6 = 0 \\ 3y + z - 10 = 0 \end{cases}$ Escrever uma equação vetorial da reta pedida Escrever $\begin{cases} y = x - 3 \\ y = \frac{-z + 10}{3} \end{cases}$ 2 pontos Escrever $x-3=y=\frac{z-10}{-3}$ 2 pontos Obter uma equação vetorial

 $((x, y, z) = (3, 0, 10) + k(1, 1, -3), k \in \mathbb{R}$ ou outra equação

Escrever $\begin{cases} x = y + 3 \\ z = -3y + 10 \end{cases}$	2 pontos		
Escrever as coordenadas de um ponto genérico da reta $\left(\left(y+3,\ y,\ -3y+10\right)\right)$	2 pontos		
Obter uma equação vetorial $\Big(\Big(x,y,z \Big) = \Big(3,0,10 \Big) + k \Big(1,1,-3 \Big), \ k \in \mathbb{R} \text{ou outra equação}$ vetorial equivalente $\Big)$	2 pontos		
OU			
Obter as coordenadas de dois pontos da reta	2 pontos		
Obter as coordenadas de um vetor diretor da reta Obter uma equação vetorial	2 pontos		
$\Big(\Big(x,y,z \Big) = \Big(3,0,10 \Big) + k \Big(1,1,-3 \Big)$, $k \in \mathbb{R}$ ou outra equação			
vetorial equivalente	2 pontos		
OU			
Escrever as coordenadas de um vetor $\stackrel{ ightharpoonup}{u}$ perpendicular ao plano BCV	1 ponto		
Determinar as coordenadas de um vetor perpendicular aos vetores \overrightarrow{u} e \overrightarrow{AC}	2 pontos		
Determinar as coordenadas de um ponto da reta	1 ponto		
Obter uma equação vetorial			
$(x, y, z) = (3, 0, 10) + k(1, 1, -3), k \in \mathbb{R}$ ou outra equação			
vetorial equivalente)	2 pontos		
,			
4.1.			15 pontos
Determinar $h'(t)$ (ver nota)			
Determinar os zeros de h' em $[0,1]$		5 pontos	
Escrever $h'(t) = 0$			
Obter os zeros de h^\prime em $[0,1]$	4 pontos		
(ou equivalente)		2 pontos	
Determinar $h(0)$, $h\left(\frac{1}{4}\right)$, $h\left(\frac{3}{4}\right)$ e $h(1)$ (1 + 1 + 1 +	1)	4 pontos	
Obter o valor de A (1)		1 ponto	
Nota – Se for evidente a intenção de determinar a derivada da função, a mínima a atribuir nesta etapa é 1 ponto.	a pontuação		

4.2.				15 pontos
	Reproduzir o gráfico da função h no intervalo $[0,1]$ (${\bf ver\;nota})$		3 pontos	
	Apresentar o valor de a		3 pontos	
	Apresentar o valor de b		3 pontos	
	Obter o valor de $b-a$ $(0,27)$		1 ponto	
	Interpretar o valor obtido no contexto da situação descrita (No da medição, a distância do ponto P ao ponto fixo do vale foi $19,5$ metros durante $0,27$ minutos)	inferior a	5 pontos	
	${f Nota}$ — Se for apresentado um gráfico que não respeite a condição $t\in$ pontuação a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 2 pontos.	[0,1], a		
5.1.				15 pontos
	Identificar p com $f'(-1)$			
	Determinar o valor de p			
	Obter o valor de $\ q\ (-e)$		1 ponto	
	Interpretar geometricamente o valor de q (o valor de q é o declive de reta perpendicular à reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcis (ver notas 1 e 2)	ssa -1)	E pontos	
			5 pontos	
	Notas:			
	1. Se a interpretação geométrica do valor de q for incorreta, mas for evider corretamente interpretado, do ponto de vista geométrico, o valor de p , a a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 3 pontos.			
	2. Se for referido que q é o declive da reta perpendicular à reta tangente da função f no ponto de abcissa -1 , ou de qualquer outro caso particu perpendicular à referida tangente, esta etapa é considerada como cumprid	lar de reta		
5.2.				15 pontos
	Determinar $f''(x)$ (ver nota 1)		4 pontos	
	Aplicar a regra de derivação do produto	1 ponto		
	Obter $f''(x)$	3 pontos		
	Determinar os zeros de $\ f''$		5 pontos	
	Escrever $f''(x) = 0$	1 ponto		
	Obter os zeros de f''	4 pontos		
	Estudar a função f quanto ao sentido das concavidades do seu			
	gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão		6 pontos	
	Apresentar um quadro de sinal de f'' e de sentido da	0		
	concavidade do gráfico de f (ou equivalente)	2 pontos		
	Referir que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima em $]-\infty, -2[$ e em $]-1, +\infty[$ (ver nota 2)	1 ponto		
	5] 50, 2[5 5] 1, 1 50[(101 110ta 2)	Polito		

4.2. ______ 15 pontos

em]-2,-1[(ver nota 3) 1 ponto Indicar as abissas dos pontos de inflexão do gráfico da função f(-2 e - 1) 2 pontos Notas: 1. Se for evidente a intenção de determinar a segunda derivada da função, a pontuação mínima a atribuir nesta etapa é 1 ponto. **2.** Se for referido que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima em $]-\infty, -2]$ e em $[-1, +\infty[$, em vez de em $]-\infty, -2[$ e em $]-1, +\infty[$, esta etapa é considerada como cumprida. **3.** Se for referido que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo em [-2, -1], em vez de em]-2, -1[, esta etapa é considerada como cumprida. Justificar que apenas a reta de equação x = -1 e a reta de equação x = 1podem ser assíntotas verticais do gráfico da função f Concluir que $\lim_{x \to -1^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$ 3 pontos Concluir que a reta de equação x = -1 é assíntota vertical do gráfico da função f 1 ponto Determinar $\lim_{x \to \infty} f(x)$ 6 pontos Concluir que, quando x tende para 1, por valores superiores a 1, Concluir que a reta de equação x = 1 é assíntota vertical do 6.2. 10 pontos Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos. 1.º Processo Seja A o ponto da reta de abcissa a, e seja B o ponto da reta de abcissa -aEscrever as coordenadas de A e as coordenadas de B, em função de a 1 ponto

Referir que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo

Escrever a condição $y = mx + b$, com m em função de a	1 ponto
Obter o valor de $b(0)$	5 pontos
Concluir o pretendido	1 ponto
2.º Processo	
Seja A o ponto da reta de abcissa a , seja B o ponto da reta de abcissa $-a$, e seja M o ponto médio do segmento de reta $\begin{bmatrix} AB \end{bmatrix}$	
Escrever as coordenadas de A e as coordenadas de B , em função de a	1 ponto
Mostrar que o ponto M é a origem do referencial	8 pontos
Obter o valor da abcissa $\ (0)$	
Escrever a ordenada, em função de a	
$\left(\frac{\ln\left(\frac{a-1}{a+1}\right) + \ln\left(\frac{-a-1}{-a+1}\right)}{2}\right) $ 2 pontos	
Obter o valor da ordenada $\ (0)$	
Concluir o pretendido	1 ponto
3.º Processo	
Provar que a função f é ímpar	4 pontos
Referir que os pontos do gráfico de f de abcissas a e $-a$ são simétricos	
relativamente à origem do referencial	5 pontos
Concluir o pretendido	1 ponto

COTAÇÕES

Grupo						lte	em						
Grupo		Cotação (em pontos)											
I						1. a	a 8.						
1	8 × 5 pontos										40		
11	1.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	3.3.	4.1.	4.2.	5.1.	5.2.	6.1.	6.2.	
11	11								160				
TOTAL													200