Escola Secundária de Penafiel

Ficha de Trabalho nº 22

Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turma G-K

Números Complexos

Na resolução dos itens não é permitido a utilização de calculadora gráfica

1. Seja $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos

   Mostra que $\dfrac{(-1-i)(2-2i)+i^5-2i^3}{3-4i}$ é um imaginário puro e representa o seu afixo no plano complexo

2. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considera os números complexos, $z_1 = 2+3i$ e $z_2 = 1-2i$

   Determina, na forma algébrica, $\dfrac{z_1 - 3i^{41}}{\overline{-z_2}}$

3. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considera $w = 2-2i$

   3.1. Calcula $\dfrac{(w-1)^2}{2+i}+1$ e apresenta o resultado na forma $a+bi$, com $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$ e constata que o seu afixo pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares

   3.2. Resolve, em $\mathbb{C}$, as equações seguintes:

   3.2.1. $zw = i\overline{w}$

   3.2.2. $z^3 + |\overline{w}|^2 z = 0$

   3.2.3. $z^3 - 2z^2 + z - |w|^2 + 6 = 0$, sabendo que 2 é raiz de $z^3 - 2z^2 + z - 2$

4. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considera $z_1 = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ e $z_2 = 2+3i$

   Determina, na forma algébrica, $z_1 + z_2^2$

5. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considera os números complexos $w_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}i$, $w_2 = e^{i\frac{\pi}{4}}$ e $w_3 = 3i$

   5.1. Escreve na forma $a+bi$, com $a \in \mathbb{R}$ e $b \in \mathbb{R}$, o complexo $w_1 + w_2$

   5.2. Calcula $x, y \in \mathbb{R}$, tais que $\dfrac{\overline{x+yi}}{i^{29}} = \sqrt{2}w_1 - \overline{w_3}$

   5.3. Escreve, na forma trigonométrica:

   5.3.1. w_1

   5.3.2. $w_1 \times \overline{w_2} - iw_3^2$

   5.3.3. $\dfrac{-w_2}{w_3}$

6. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considera os complexos unitários $z_1 = e^{i(-\alpha)}$ e $z_2 = e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$, com $\alpha \in \mathbb{R}$

   Mostra que o afixo, no plano complexo, de $z_1 - z_2$ pertence à bissetriz dos quadrantes pares

7. Seja $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos e $z = \cos(2\theta) + i\sin(2\theta)$, com $\theta \in \mathbb{R}$, um complexo

   Mostra que $|z+1| = 2|\cos(\theta)|$

   Sugestão de resolução:
   Começa por provar que $1+\cos(2\theta) = 2\cos^2(\theta)$