Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turmas G e K

GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO (Revisões)

1. Na figura 1 está representado, em referencial ortonormado $Oxyz$, um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

Sabe-se que:

- a origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice P pertence ao eixo Ox e o vértice R pertence ao eixo Oy
- os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado $[OPQR]$
- o ponto Q tem coordenadas $(2; 2; 0)$
- o volume do sólido é igual a 10

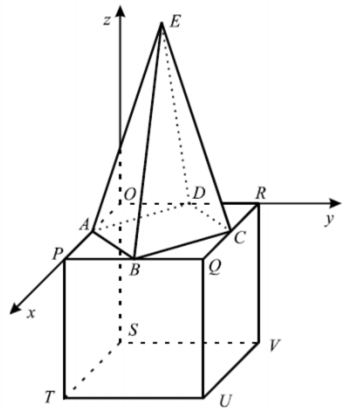

Figura 1

1.1. Determina a cota do ponto E.

1.2. Determina uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto T e que contém o ponto C.

1.3. Escreve a equação do plano mediador do segmento $[BE]$.

1.4. Escreve a equação cartesiana do plano ABE.

2. Na figura 2 está representado um sólido que pode ser decomposto num cubo $[ABCDEFGH]$ e na pirâmide triangular não regular $[GIJK]$.

Sabe-se que:

- o cubo tem aresta 6
- o ponto I é o ponto de interseção do segmento $[BK]$ com a aresta $[GF]$
- o ponto J é o ponto de interseção do segmento $[DK]$ com a aresta $[GH]$
- o ponto G é o ponto médio do segmento $[CK]$

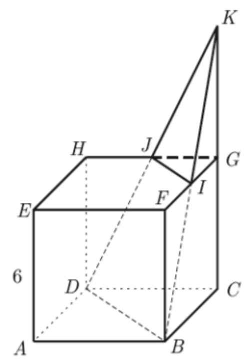

Figura 2

Qual é o valor do volume da pirâmide $[GIJK]$

$(A)36$ $(B)27$ $(C)18$ $(D)9$

3. Na figura 3, está representado um cilindro de altura h e raio da base r.
   Sejam A e B os centros das bases do cilindro.
   Considera que um ponto P se desloca ao longo do segmento $[AB]$, nunca coincidindo com o ponto A, nem com o ponto B.
   Cada posição do ponto P determina dois cones cujos vértices coincidem com o ponto P e cujas bases coincidem com as bases do cilindro.

   Mostra que a soma dos volumes dos dois cones é constante, isto é, não depende da posição do ponto P.

   Sugestão: designa por a a altura de um dos cones.

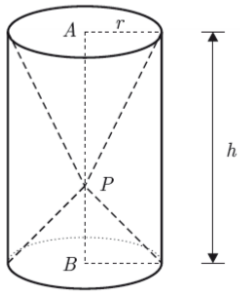

Figura 3

CÁLCULO COMBINATÓRIO

4. Numa caixa existem dez bolas numeradas de 1 a 10. Considera a experiência que consiste em retirar uma bola da caixa, registar o seu número e voltar a colocar a bola na caixa. De seguida, retira-se da caixa uma segunda bola, regista-se o número e volta-se a colocar a bola na caixa. Por fim, retira-se a terceira bola, regista-se o número e coloca-se a bola na caixa.

   4.1. Quantas sequências (sequências de três números) podem ser formadas nestas condições?

   4.2. Se, se fizesse uma quarta extração nas mesmas condições, quantas sequências de quatro números se poderiam formar?

5. O código de um cofre é constituído por uma sequência de cinco números, não havendo nenhum zero na sua constituição.
   Quantos códigos podem ser constituídos?

6. No jogo do totobola o apostador tem de registar o resultado de cada um dos catorze jogos, colocando um 1, $\times$ ou 2, consoante o resultado que pretende.
   Se apostador quiser ter a certeza que acerta no totobola, quantas apostas simples teria de fazer?

7. As matrículas dos automóveis, atribuídas num determinado país, são constituídas por uma sequência de quatro letras, seguidas de três números, não havendo zeros na sua constituição.
   Considera que se utilizam as 23 letras do alfabeto.

   7.1. Quantas são as matrículas que se podem constituir?

   7.2. Quantas são as matrículas que têm as duas primeiras letras iguais?

8. Os números de telefone fixo do concelho de Paredes são constituídos por nove dígitos e começam todos por 255.

   8.1. Se não houver qualquer restrição, quantos números de telefone podem ser constituídos no concelho de Paredes?

   8.2. Quantos números de telefone podem ser constituídos se na sua constituição só entrarem números primos?

   8.3. Quantos números de telefone podem ser constituídos se terminarem num número múltiplo de cinco?