OmegaMat

Resolução do Exame Modelo XII de Matemática A

Duração do Exame: 150 **minutos** + 30 **minutos de tolerância**

12.º Ano de Escolaridade

1. $\lim\left((a_n)^n\right) = \lim\left(\frac{2n+1}{4n-2}\right)^n = \lim\left(\frac{2n\left(1+\frac{1}{2n}\right)}{4n\left(1-\frac{2}{4n}\right)}\right)^n = \lim\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \frac{\lim\left(1+\frac{1}{2n}\right)}{\lim\left(1-\frac{1}{2n}\right)} =$

$= \lim\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \frac{\lim\left(1+\frac{\frac{1}{2}}{n}\right)}{\lim\left(1-\frac{\frac{1}{2}}{n}\right)} = 0 \times \frac{e^{\frac{1}{2}}}{e^{-\frac{1}{2}}} = 0$

Resposta: (B)

2. Comecemos por escolher o lugar que fica vago na cabeceira da mesa

O número de maneiras distintas de fazer essa escolha é igual a ${}^4C_1$

Escolhido o lugar vago na cabeceira da mesa, sobram três lugares para colocar o João e a Joana

O número de maneiras distintas de fazer essa escolha é igual a ${}^3C_2 \times 2!$ ou ${}^3A_2$

Escolhido o lugar vago e os lugares da Joana e do João, coloquemos a Inês e a Beatriz

Colocar a Inês e Beatriz num lado da mesa: $4 \times 2!$

Colocar os restantes amigos nos nove lugares sobrantes: $9!$

Não esquecendo que a Inês e Beatriz podem ficar juntas no outro lado da mesa, tem-se que,

${}^4C_1 \times {}^3C_2 \times 2! \times 4 \times 2! \times 9! \times 2 = 139345920$ é o número de maneiras de sentar todos os amigos na mesa

3. .

$P\left(\overline{B}\right) = \frac{3}{10}$

$P(B) = 1 - P\left(\overline{B}\right) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

$P\left(\overline{A}|B\right) = \frac{6}{7} \Leftrightarrow \frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{P(B)} = \frac{6}{7} \Leftrightarrow \frac{P\left(\overline{A}\cap B\right)}{\frac{7}{10}} = \frac{6}{7} \Leftrightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right) = \frac{6}{7} \times \frac{7}{10} \Leftrightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right) = \frac{6}{10} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P\left(\overline{A}\cap B\right) = \frac{3}{5}$

Elaborando uma tabela de contingência

	A	$\overline{A}$	
B	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{7}{10}$
$\overline{B}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$
	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$	1

$P\left(A \cap B\right) = \frac{7}{10} - \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$

$P\left(\overline{A \cup B}\right) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 1 - P\left(A \cup B\right) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 1 - P(A) - P(B) + P\left(A \cap B\right) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{5} - P(B) + P\left(A \cap B\right) \Leftrightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{5} - \frac{7}{10} + \frac{1}{10} \Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{5}$

$P\left(\overline{B} \cap A\right) = \frac{1}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$

$P\left(\overline{B}|A\right) = \frac{P\left(\overline{B} \cap A\right)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{10} = 50\%$

Resposta: (A)

4. Analisando cada opção

(A) No intervalo $[-1;1]$, a função não é contínua, pelo que não se pode aplicar o teorema de Bolzano

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{x+\sqrt{2}}{x-1} = \frac{\sqrt{2}}{-1} = -\sqrt{2}$

$\lim\limits_{x \to 0^+} (-x^2+2) = 2$

Como $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$, então não existe $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$

Logo, f é descontínua em $x = 0$

(B) No intervalo $[-2;-1]$ a função f é contínua, e,

$f(-2) = \frac{-2+\sqrt{2}}{-2-1} > 0$ e $f(-1) = \frac{-1+\sqrt{2}}{-1-1} < 0$

Logo, o teorema de Bolzano garante pelo menos um zero da função em $]-2;-1[$, e portanto, também em $[-2;-1]$

(C) No intervalo $[-3;-2]$ a função f é contínua, mas,

$f(-2) = \frac{-2+\sqrt{2}}{-2-1} > 0$ e $f(-3) = \frac{-3+\sqrt{2}}{-1-1} > 0$

Logo, o teorema de Bolzano não garante pelo menos um zero da função em $]-3;-2[$

(D) No intervalo $[2;3]$ a função f é contínua, mas,

$f(2) = -2^2 + 2 = -2 < 0$ e $f(3) = -3^2 + 2 = -7 < 0$

Logo, o teorema de Bolzano não garante pelo menos um zero da função em $]2;3[$

Resposta: (B)

5. $0 \in D_f$

A função f é contínua em $x=0$, se existir $\lim_{x\to 0} f(x)$, ou seja,

se $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{ex^2+ex}{e^{x+1}-e} =^{\left(\frac{0}{0}\right)} \lim_{x\to 0^+} \frac{ex(x+1)}{e\left(e^x-1\right)} = \lim_{x\to 0^+} \frac{x}{e^x-1} \times \lim_{x\to 0^+}(x+1)$$

$$= \frac{1}{\lim_{x\to 0^+} \frac{e^x-1}{x}} \times 1 = \frac{1}{1} = 1$$

Aplicou-se o limite notável: $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} \frac{\sin(2x)\cos(2x)}{2x^2-x} =^{\left(\frac{0}{0}\right)} \lim_{x\to 0^-} \frac{\frac{1}{2}\sin(4x)}{x(2x-1)} = \frac{1}{2} \lim_{4x\to 0^-} \frac{\sin(4x)}{4x} \times 4 \times \lim_{x\to 0^-} \frac{1}{2x-1} =$$

$$= \frac{4}{2} \times 1 \times (-1) = -2$$

Aplicou-se o limite notável: $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

Como $\lim_{x\to 0^-} f(x) \neq \lim_{x\to 0^+} f(x)$, então não existe $\lim_{x\to 0} f(x)$

Logo, não existe k para o qual f é contínua em $x=0$

6. .

6.1. Sabe-se que $A(\cos(x);\sin(x))$, com $\cos(x)>0$ e $\sin(x)>0$

$C(1;\tan(x))$, com $\tan(x)>0$

$\overline{BC} = 2\tan(x)$

$\overline{OE} = 1$

Área do setor circular: $A_1 = \frac{2x \times 1^2}{2} = x$

Área do triângulo $[BCO]$: $A_{[BCO]} = \frac{\overline{BC} \times \overline{OE}}{2} = \frac{2\tan(x) \times 1}{2} = \tan(x)$

Logo, a área da região colorida, é dada, em função de x, por

$A(x) = A_{[BCO]} - A_1 = \tan(x) - x$, com $x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$

6.2. .

$$\cos^2(x) - \sin^2(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(2x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \vee x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Atribuindo valores a k, tem-se,

$k = 0 \mapsto x = -\frac{\pi}{6} \vee x = \frac{\pi}{6}$

$k=1 \mapsto x=\frac{5\pi}{6} \vee x=\frac{7\pi}{6}$

$k=-1 \mapsto x=-\frac{7\pi}{6} \vee x=-\frac{5\pi}{6}$

Portanto, $x=\frac{\pi}{6}$

Logo, a área da região colorida, é igual a

$$A\left(\frac{\pi}{6}\right)=\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{2\sqrt{3}-\pi}{6}$$

Resposta: (A)

7. Sabe-se que $\log_a \sqrt{b}=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_a b=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow \log_a b=-3$

Assim,

$$\log_b\left(\sqrt[4]{\frac{a^3}{b^2}}\right)=\frac{1}{4}\log_b\left(\frac{a^3}{b^2}\right)=\frac{1}{4}\left(\log_b a^3-\log_b b^2\right)=\frac{1}{4}\left(3\log_b a-2\right)=\frac{1}{4}\left(3\times\frac{\log_a a}{\log_a b}-2\right)=$$
$$=\frac{1}{4}\left(3\times\frac{1}{-3}-2\right)=\frac{1}{4}(-1-2)=-\frac{3}{4}$$

8. .

8.1. Função derivada de f

$$f'(x)=\left(e^{x^2-4}-x^2\right)'=(x^2-4)'e^{x^2-4}-2x=2xe^{x^2-4}-2x=2x\left(e^{x^2-4}-1\right)$$

Zeros de $f'(x)$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x\left(e^{x^2-4}-1\right)=0 \Leftrightarrow 2x=0 \vee e^{x^2-4}-1=0 \Leftrightarrow x=0 \vee e^{x^2-4}=1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=0 \vee x^2-4=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x^2=4 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-2 \vee x=2$$

Sinal de $f'(x)$

$$e^{x^2-4}-1>0 \Leftrightarrow e^{x^2-4}>1 \Leftrightarrow x^2-4>0 \Leftrightarrow x<-2 \vee x>2$$

Quadro de sinal de $f'(x)$

x	$-\infty$	-2		0		2	$+\infty$
$2x$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$e^{x^2-4}-1$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$\frac{1}{e^4}$	$\searrow$	-3	$\nearrow$

$f(0)=e^{-4}-0^2=\frac{1}{e^4}$

$f(-2)=e^{(-2)^2-4}-(-2)^2=e^0-4=-3$

$f(2)=e^{2^2-4}-2^2=e^0-4=-3$

A função f é crescente em $]-2;0[$ e em $]2;+\infty[$

A função f é decrescente em $]-\infty;-2[$ e em $]0;2[$

A função atinge o mínimo absoluto -3 para $x=-2$ e para $x=2$

A função atinge o máximo relativo $\dfrac{1}{e^4}$ para $x=0$

8.2. Função segunda derivada de f

$f''(x)=\left[2x\left(e^{x^2-4}-1\right)\right]'=(2x)'\times\left(e^{x^2-4}-1\right)+2x\times\left(e^{x^2-4}-1\right)'=$

$=2\times\left(e^{x^2-4}-1\right)+2x\times\left((x^2-4)'e^{x^2-4}\right)=2\left(e^{x^2-4}-1\right)+2x\times\left(2xe^{x^2-4}\right)=2e^{x^2-4}-2+4x^2e^{x^2-4}=$

$=e^{x^2-4}(4x^2+2)-2$

Declive da reta

$m_t=f''(2)=e^{2^2-4}(4\times 2^2+2)-2=e^0(16+2)-2=16$

Ponto de tangência

$T(2;f'(2))$

$f'(2)=2\times 2\left(e^{2^2-4}-1\right)=4\left(e^0-1\right)=0$

Logo, $T(2;0)$

Reta tangente t

$t:y=16x+b, b\in\mathbb{R}$

Como T é ponto da reta, vem,

$0=16\times 2+b\Leftrightarrow b=-32$

Portanto, $t:y=16x-32$

9. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{h(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\ln\left(e^{x+1}-1\right)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\ln\left(e^{x+1}\left(1-\frac{1}{e^{x+1}}\right)\right)}{x}=$

$\displaystyle=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\ln\left(e^{x+1}\right)+\ln\left(1-\frac{1}{e^{x+1}}\right)}{x}=$

$\displaystyle=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+x+1+\ln\left(1-\frac{1}{e^{x+1}}\right)}{x}=$

$\displaystyle=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+1}{x}+\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln\left(1-\frac{1}{e^{x+1}}\right)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(2+\frac{1}{x}\right)+\frac{0}{+\infty}=2$

10. Seja $z_A=|z_A|e^{i\theta}$, cujo afixo é o ponto A

Seja $z_C=|z_C|e^{i\theta}=|z_A|e^{i\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}$, cujo afixo é o ponto C

Ora, deverá ter-se $z_C^n=z_A^n$

Assim,

$z_C^n = z_A^n \Leftrightarrow |z_A|^n e^{i\left(n\theta+\frac{n\pi}{2}\right)} = |z_A|^n e^{i(n\theta)}$

$\Leftrightarrow n\theta + \dfrac{n\pi}{2} = n\theta = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{n\pi}{2} = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n = 4k, k \in \mathbb{Z}$

Atribuindo valores a k

$k = 0 \mapsto n = 0 \notin \mathbb{N}$

$k = 1 \mapsto n = 4 \in \mathbb{N}$

$k = 2 \mapsto n = 8 \in \mathbb{N}$

$k = -1 \mapsto n = -4 \notin \mathbb{N}$

Resposta: o menor valor de n é 4

11. .

$\overline{w_1} = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

$\overline{w_1} + 1 = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i + 1 = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

$|\overline{w_1} + 1| = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{4}} = 1$

Seja $\alpha = Arg(\overline{w_1} + 1)$

$\tan(\alpha) = \dfrac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$, e $\alpha \in 4Q$

$\tan(\alpha) = -\sqrt{3}$, e $\alpha \in 4Q$

Logo, $\alpha = -\dfrac{\pi}{3}$

Assim, $\overline{w_1} + 1 = e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

$z_0 = \dfrac{\overline{w_1} + 1}{w_2} = \dfrac{e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}}{2e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}} = \dfrac{1}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)} = \dfrac{1}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$

Seja z um número complexo

$z^3 = z_0 \Leftrightarrow z = \sqrt[3]{z_0} \Leftrightarrow z = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2}e^{i\left(-\frac{\pi}{6}\right)}} \Leftrightarrow$

$z = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}e^{i\left(\frac{-\frac{\pi}{6}+k2\pi}{3}\right)}$, com $k \in \{0; 1; 2\}$

$z = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(-\frac{\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3}\right)}$, com $k \in \{0;1;2\}$

Atribuindo valores a k, tem-se,

$k = 0 \mapsto z_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(-\frac{\pi}{18}\right)}$

$k = 1 \mapsto z_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(\frac{11\pi}{18}\right)}$

$k = 2 \mapsto z_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(\frac{23\pi}{18}\right)} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(-\frac{13\pi}{18}\right)}$

Portanto, $C.S. = \left\{ \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(-\frac{\pi}{18}\right)}; \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(\frac{11\pi}{18}\right)}; \sqrt[3]{\frac{1}{2}} e^{i\left(-\frac{13\pi}{18}\right)} \right\}$

12. $f(x) = \ln(4) - x \Leftrightarrow \ln(2e^x + 2) = \ln(4) - x \Leftrightarrow \ln(2e^x + 2) = \ln(4) - \ln(e^x) \Leftrightarrow \ln(2e^x + 2) = \ln\left(\frac{4}{e^x}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2e^x + 2 = \frac{4}{e^x} \Leftrightarrow 2e^x + 2 - \frac{4}{e^x} = 0 \Leftrightarrow \frac{2\left(e^x\right)^2 + 2e^x - 4}{e^x} = 0 \Leftrightarrow 2\left(e^x\right)^2 + 2e^x - 4 = 0 \wedge e^x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\left(e^x\right)^2 + 2e^x - 4 = 0 \wedge$ Condição universal $\Leftrightarrow 2\left(e^x\right)^2 + 2e^x - 4 = 0$

Fazendo a mudança de variável $y = e^x$, vem

$2y^2 + 2y - 4 = 0 \Leftrightarrow y^2 + y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow y = 1 \vee y = -2$

Assim, como $y = e^x$, resulta

$e^x = 1 \vee e^x = -2 \Leftrightarrow x = 0 \vee$ Equação impossível $\Leftrightarrow x = 0$

$C.S. = \{0\}$

13. .

13.1. Ora,

$\overrightarrow{AB} = (0; -2; -2)$

$\overrightarrow{AD} = D - A = (3 - 2\sqrt{2}; -1; 1) - (3; -1; 1) = (-2\sqrt{2}; 0; 0)$

Seja $\overrightarrow{\alpha}(a; b; c)$ um vetor normal ao plano ABC

Então,

$\overrightarrow{\alpha} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \wedge \overrightarrow{\alpha} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

$\Leftrightarrow (a; b; c) \cdot (0; -2; -2) = 0 \wedge (a; b; c) \cdot (-2\sqrt{2}; 0; 0) = 0$

$\Leftrightarrow -2b - 2c = 0 \wedge -2\sqrt{2}a = 0$

$\Leftrightarrow b = -c \wedge a = 0$

Logo, $\overrightarrow{\alpha}(0; -c; c)$, com $c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Considerando, $c = 1$, vem, $\overrightarrow{\alpha}(0; -1; 1)$

Assim,
A equação cartesiana do plano $[ABC]$ é da forma $-y+z+d=0$, com $d \in \mathbb{R}$

Como $A(3;-1;1)$ é ponto do plano, tem-se,

$-(-1)+1+d=0 \Leftrightarrow d=-2$

Portanto,

$ABC: -y+z-2=0$

13.2. Seja T o ponto médio do semento $[BD]$

$T\left(\frac{3+3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{-3-1}{2}; \frac{-1+1}{0}\right)$, ou seja, $T\left(3-\sqrt{2}; -2; 0\right)$

$\overline{TE} = \sqrt{\left(3-\sqrt{2}-3+\sqrt{2}\right)^2 + (-2-2)^2 + (0+4)^2} = \sqrt{0+16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$\overline{AB} = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{0+4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

Volume da pirâmide: $V_{pirâmide} = \frac{\overline{AB}^2 \times \overline{TE}}{3} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{3} = \frac{32\sqrt{2}}{3}$

Resposta: (D)

14. Sabe-se que

- $u_1 = \ln(e^a)$
- $u_2 = \frac{a}{2}$
- $u_3 = \log_2(4)$

são os três primeiros termos da progressão geométrica (u_n)

Então, tem-se,

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} \Leftrightarrow \frac{\frac{a}{2}}{\ln(e^a)} = \frac{\log_2(4)}{\frac{a}{2}} \Leftrightarrow \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{\log_2(4)}{\frac{a}{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{2\log_2(4)}{a} \Leftrightarrow a = 4\log_2(4) \Leftrightarrow a = 4\log_2(2^2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = 4 \times 2 \Leftrightarrow a = 8$$

Assim,

$u_1 = \ln(e^a) = a = 8$

$u_2 = \frac{a}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$r = \frac{u_2}{u_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Termo geral de (u_n)

$$u_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^3 \times 2^{1-n} = 2^{4-n}$$

Procuremos $n \in \mathbb{N}$, tal que $u_n = \frac{1}{1024}$

$$u_n = \frac{1}{1024} \Leftrightarrow 2^{4-n} = \frac{1}{2^{10}} \Leftrightarrow 2^{4-n} = 2^{-10} \Leftrightarrow 4-n = -10 \Leftrightarrow n = 14 \in \mathbb{N}$$

Portanto, $\frac{1}{1024}$ é um termo da sucessão (u_n), é o termode ordem catorze

15. Desenvolvendo $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right)^8$, vem,

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\right)^8 =$$
$$= \sum_{p=0}^{8}\left[{}^8C_p \times \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{8-p} \times \left(\frac{1}{\sqrt{y}}\right)^{p}\right] =$$
$$= \sum_{p=0}^{8}\left[{}^8C_p \times \left(x^{-\frac{1}{2}}\right)^{8-p} \times \left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^{p}\right] =$$
$$= \sum_{p=0}^{8}\left[{}^8C_p \times x^{\frac{p-8}{2}} \times y^{-\frac{p}{2}}\right]$$

Como um dos termos deste desenvolvimento da forma $ax^{-3}y^{-1}$, com $a \in \mathbb{R}$

Procuremos p de modo que $\frac{p-8}{2} = -3 \wedge -\frac{p}{2} = -1 \wedge 0 \leq p \leq 8$

$\frac{p-8}{2} = -3 \wedge -\frac{p}{2} = -1 \wedge 0 \leq p \leq 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p-8=-6 \wedge p=2 \wedge 0 \leq p \leq n \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p=2 \wedge p=2 \wedge 0 \leq p \leq n$

$\Leftrightarrow p=2$

Logo, $a =^8 C_2 = 28$