

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º de identificação civil:

Turma:

Cotação:

1. a) 8 b) 10 c) 8 2. 8 3. a) 8 b) 8 c) 8 d) 8 4. a) 10 b) 8
5. a) i) 12 ii) 6 iii) 6 iv) 6 5. b) 6 6. a) 10 b) 6 c) 8 d) 10 7. 16 8. a) 10 b) 10 c) 10

Justifique convenientemente todas as suas respostas.Exercício 1 Seja $(u_n)_n$ a sucessão definida por: $u_n = \frac{1-3n}{n+1}$.a) Verifique se $-\frac{14}{5}$ é um dos termos de $(u_n)_n$.b) Estude $(u_n)_n$ quanto à monotonia.c) $(u_n)_n$ é uma sucessão convergente? E limitada? Justifique.Exercício 2 Dê um exemplo concreto de uma sucessão $(a_n)_n$, que verifique em simultâneo as seguintes afirmações:

- $(a_n)_n$ é uma sucessão limitada e não monótona
- $\lim_n (3a_n) = 0$

Justifique a sua resposta.

Exercício 3 Determine, caso existam, os seguintes limites:

a) $\lim_n \frac{-7n^3 - 5n^2 + n}{3\sqrt{n^2 + 1}}$

b) $\lim_n \left(\sqrt{2n - 3} - \sqrt{2n + 5} \right)$

c) $\lim_n \left(\frac{n - 2}{n + 1} \right)^{n+3}$

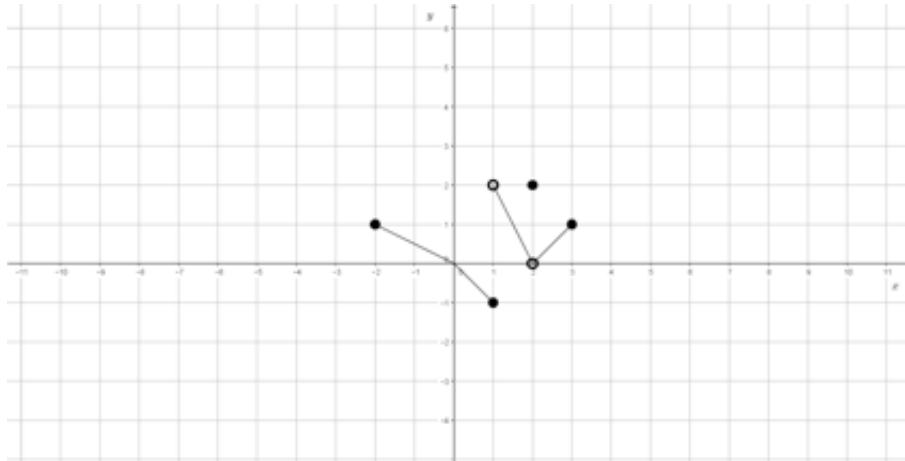
d) $\lim_n (n^2 - (-1)^n n)$

Exercício 4 Considere a função real de variável real definida por $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+4}}$.

a) Determine o domínio de f .

b) Averigue se o ponto de coordenadas $(16, \frac{1}{6})$ pertence ao gráfico de f .

Exercício 5 Na figura está representada graficamente a função g .



- a) Indique:
- i) o domínio e o contradomínio de g ;
 - ii) os zeros de g , se existirem;
 - iii) um intervalo em que g seja simultaneamente positiva e decrescente;
 - iv) os extremos (máximo e mínimo) absolutos de g , se existirem.
- b) Indique o número de soluções da condição $|g(x)| = 1$.

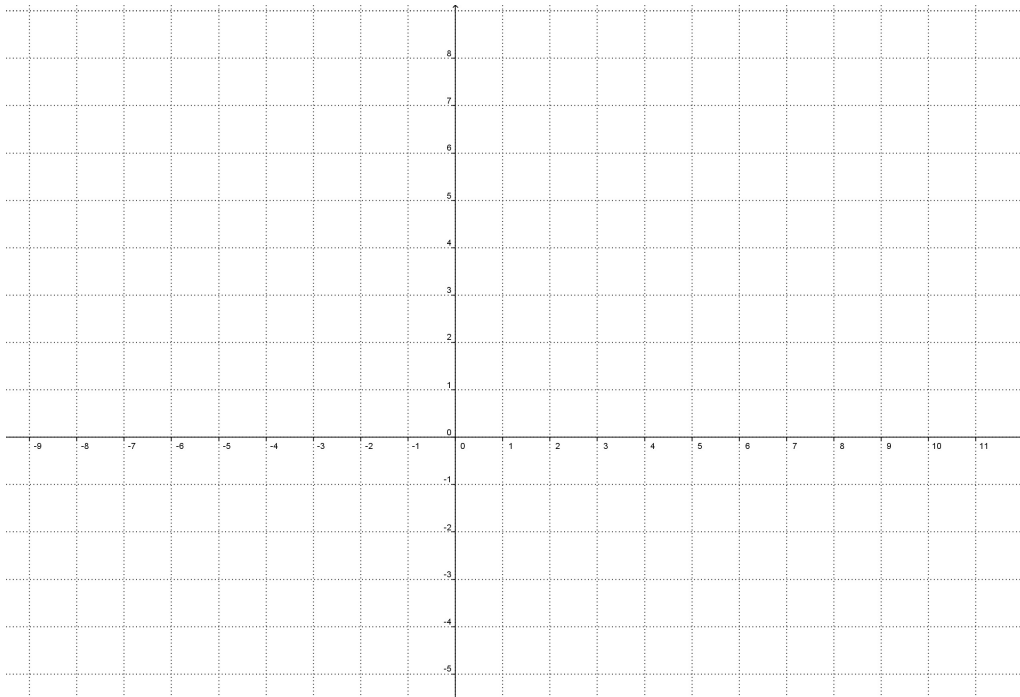
Exercício 6 Considere a função quadrática f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = -x^2 + 4x + 5$.

- a) Escreva a expressão $-x^2 + 4x + 5$ na forma $a(x - h)^2 + k$.
- b) Escreva uma equação do eixo de simetria da parábola representativa do gráfico da função.
- c) Indique dois objetos diferentes que tenham a mesma imagem por f .
- d) Indique, justificando, o contradomínio de f .

Exercício 7 Considere a função h real de domínio $] - 1, 3]$ definida por

$$h(x) = \begin{cases} -2x^2 + 2 & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ 2x - 3 & \text{se } 1 < x \leq 3 \end{cases}.$$

Represente graficamente a função h . (Nota: apresente todos os cálculos que efetuar.)



Exercício 8 Resolva, em \mathbb{R} , cada uma das seguintes inequações:

a) $2x - x^2 \geq 0$.

b) $2x^3 + 3x^2 \leq 2x$.

c) $(x - 2)(x^2 + 3)(4 - x) > 0$.