



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: B + C + H

Aula de Apoio

fevereiro de 2023

Funções trigonométricas

1. Seja f , a função real, de variável real, definida por $f(x) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

1.1. Mostra que o contradomínio da função f é $D'_f = \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right]$

1.2. Determina a expressão algébrica dos minimizantes da função f

1.3. Determina a expressão geral dos zeros da função f

2. Seja g , a função real, de variável real, definida por $g(x) = 2\sqrt{3} - 4 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

2.1. Determina o valor exato de $g\left(\frac{\pi}{3}\right) + g(0)$

2.2. Determina a expressão algébrica dos maximizantes da função g

2.3. Determina o período positivo mínimo da função g

3. Seja h , a função real, de variável real, definida por $h(x) = 3 - \tan^2(3x)$

3.1. Determina o domínio da função h

3.2. Determina a expressão algébrica dos zeros da função h

3.3. Determina o período positivo mínimo da função h

3.4. Estuda a função h quanto à paridade

4. Sejam i e j , as funções reais, de variável real, definidas por

$$i(x) = \frac{x+1}{2 \sin(2x) - \sqrt{2}} \text{ e } j(x) = \frac{2 \cos x}{\sqrt{3} + 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)}, \text{ respetivamente}$$

Determina o domínio de cada uma das funções

5. Sabendo que $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$, mostra que:

5.1. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

5.2. $\sin(4x) = 2 \sin(2x) \cos(2x)$

6. Sabendo que $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, mostra que:

6.1. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

6.2. $\cos(6x) = \cos^2(3x) - \sin^2(3x)$

7. Relativamente a um ângulo α pertencente ao intervalo $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$, sabe-se que $\sin(\pi - \alpha) = \frac{2}{3}$

7.1. Determina $\tan \alpha$

7.2. Determina $\sin(2\alpha)$

7.3. Determina $\cos(2\alpha)$