

Exercício 1

Seja $(u_n)_n$ uma sucessão definida por: $u_n = \frac{3}{2+5n}$

a)

Estude $(u_n)_n$ quanto à monotonia

$(u_{n+1}) - (u_n) < 0$ é monótona decrescente

$(u_{n+1}) - (u_n) > 0$ é monótona crescente

$$\left[\frac{2+5n}{2+5n} \right] \left[\frac{3}{5n+7} \right] - \left[\frac{3}{2+5n} \right] \left[\frac{5n+7}{5n+7} \right]$$

$$\frac{6+15n-15n-21}{(5n+7)(2+5n)}$$

$$\frac{-15}{(5n+7)(2+5n)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

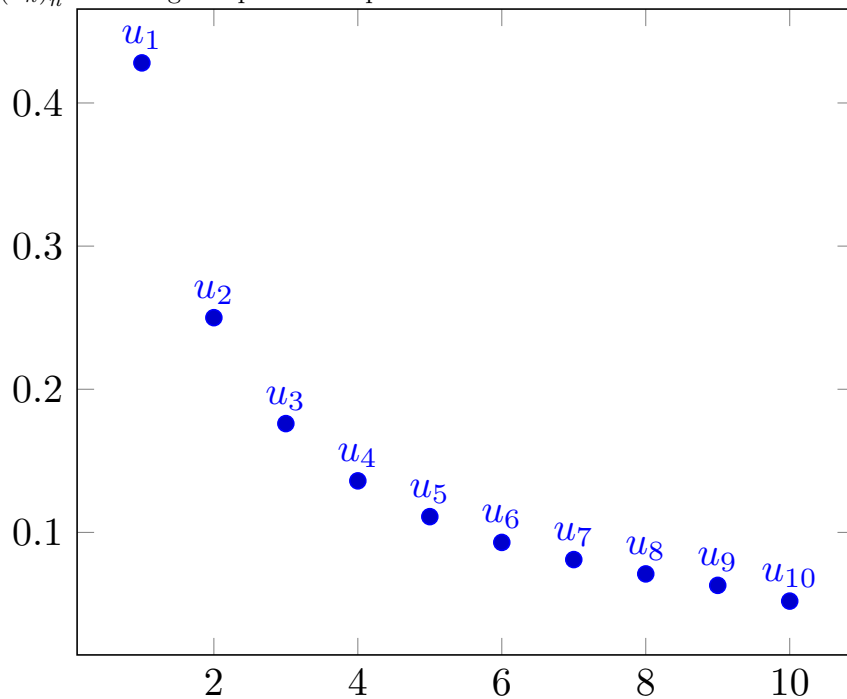
u_n é monótona decrescente

b)

$(u_n)_n$ é uma sucessão convergente? Justifique.

$$\lim_n \frac{3}{2+5n} = \frac{3}{+\infty} = 0$$

$(u_n)_n$ é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada.



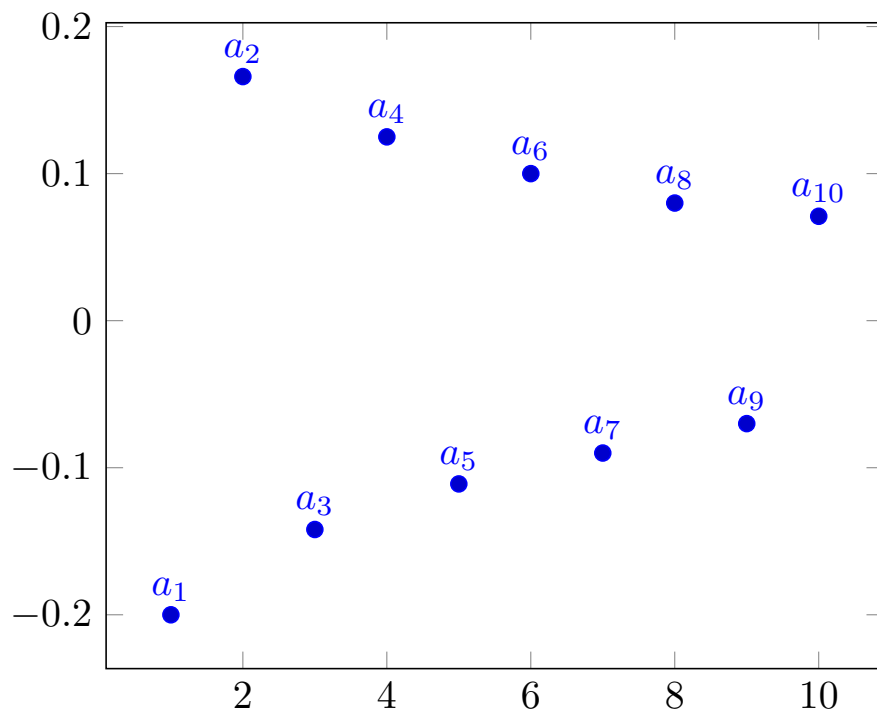
Exercício 2

Considere a uma sucessão $(a_n)_n$ de termo geral $a_n = \frac{(-1)^n}{n+4}$. Verifique se $(a_n)_n$ é limitada. Justifique a sua resposta.

$$a_n = \begin{cases} \text{Para } n \text{ par: } \lim_n \frac{1}{n+4} = \frac{1}{+\infty} = 0 \\ \text{Para } n \text{ ímpar: } \lim_n \frac{-1}{n+4} = \frac{-1}{+\infty} = 0 \end{cases}$$

$(a_n)_n$ é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada.

$$-\frac{1}{5} \leq a_n \leq \frac{1}{6}$$



Exercício 3

Determine, caso existam, os seguintes limites:

a)

$$\lim_n \left(\frac{\sqrt{n^2 + 1}}{3n - 2} \right)_{||8||}$$

$$\lim_n \left(\frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}}}{3 - \frac{2}{n}} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{1}}{3} = \frac{1}{3}$$

b)

$$\lim_n \left(2n - \sqrt{2 + 4n^2} \right) \stackrel{\infty-\infty}{=}$$

$$\lim_n \left(\frac{(2n - \sqrt{2 + 4n^2})(2n + \sqrt{2 + 4n^2})}{(2n + \sqrt{2 + 4n^2})} \right)$$

$$\lim_n \frac{-2}{2n + \sqrt{2 + 4n^2}} = \frac{-2}{+\infty} = 0$$

c)

$$\lim_n \left(\frac{n+3}{n} \right)^{2n} \stackrel{1^\infty}{=}$$

$$\lim_n \left[\left(1 + \frac{3}{n} \right)^n \right]^2$$

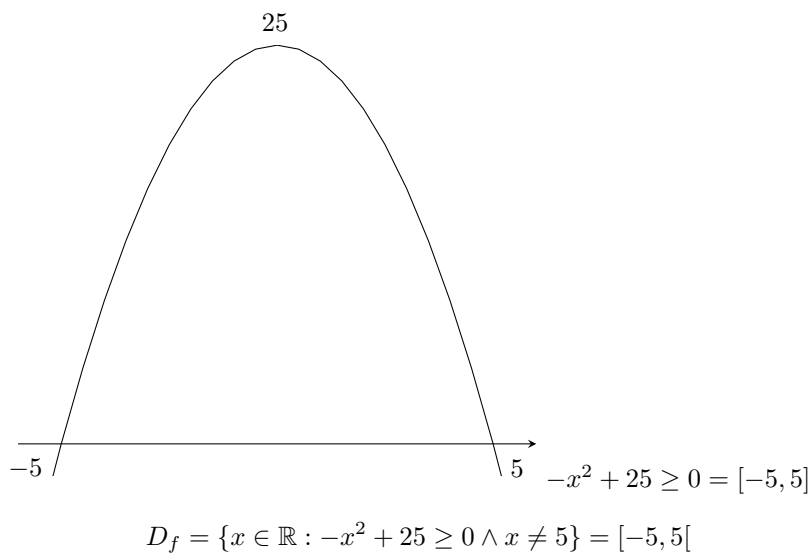
$$= e^6$$

Exercício 4

Determine o domínio da função real de variável real definida por

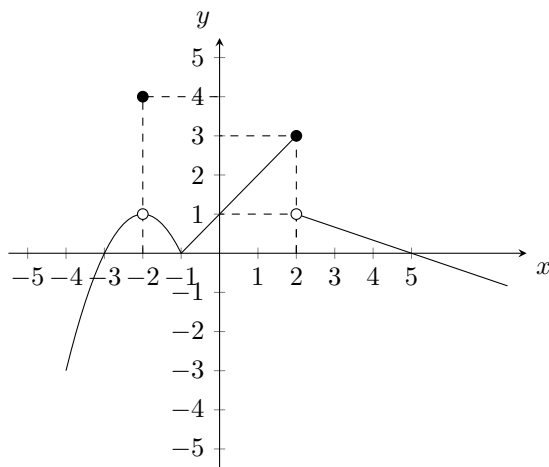
$$f(x) = \frac{\sqrt{-x^2+25}}{x-5}$$

C.A.



Exercício 5

Na figura está representada graficamente a função g de domínio $] -4, \frac{15}{2}]$.



Indique:

i) os zeros de g , se existirem;

Os zeros são $-3, -1, 5$.

ii) um intervalo em que g seja simultaneamente negativa e crescente;

$] -4, -3[$

iii) um intervalo em que g seja injetiva;

$] -4, -3[$ e $] -1, 2[$

iv) o valor de $g(-2)$;

O valor é 4.

v) os valores de x para os quais $g(x) > 1$.

$$\{-2\} \cup]0, 2]$$

Exercício 6

Considere a função quadrática f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = -2x^2 + 4x - 4$.

a)

Determine as coordenadas do vértice da parábola representativa do gráfico da função f escreva uma equação do eixo de simetria da parábola.

O vértice da parábola é $V(1, -2)$ e a sua equação do eixo de simetria é $x = 1$

b)

Indique, justificando, o contradomínio de f .

$$D'_f =]-\infty, -2]$$

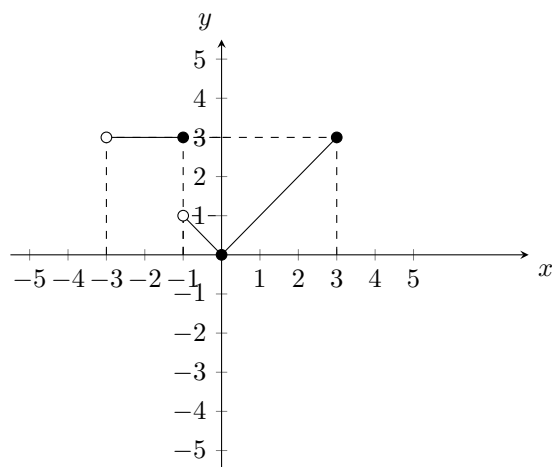
Conclui-se esse contradomínio porque é uma parábola com concavidade para baixo e -2 é a coordenada do

Exercício 7

Considere a função h real de domínio $] - 3, 3]$ definida por:

$$h(x) = \begin{cases} -3, & \text{se } -3 < x \leq -1 \\ x, & \text{se } -1 < x \leq 3 \end{cases}$$

Represente graficamente a função $|h(x)|$. (Nota: não é necessário apresentar os cálculos.)



$$h_g =] - 3, 3]$$

$$h'_g = [0, 3]$$

Exercício 8

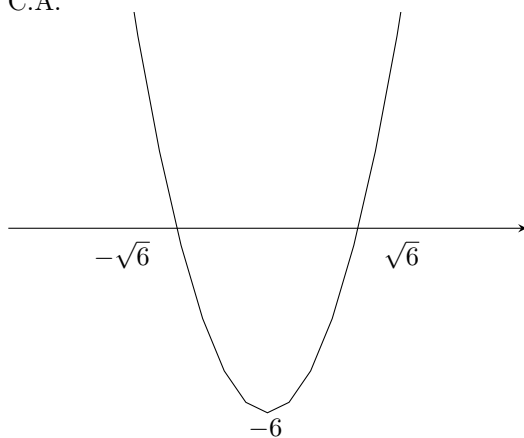
Resolva, em \mathbb{R} , a seguinte inequação: $x^3 - 6x \leq 0$. C.A.

$$x^3 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x^2 - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\sqrt{6} \vee x = \sqrt{6}$$

C.A.



x	$-\infty$	$-\sqrt{6}$		0		$\sqrt{6}$	$+\infty$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x^2 - 6$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x)(x^2 - 6)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
Decrescente				Decrescente			

$$CS] - \infty, -\sqrt{6}] \cup [0, \sqrt{6}]$$

Exercício 9

Considere a função real de variável real definida pela expressão $f(x) = -2x^2 + 4x$. Determine analiticamente para que valores de $k \in \mathbb{R}$ a equação $f(x) = k$ tem duas soluções distintas.

Para ter duas soluções distintas então $\Delta > 0$.

$$-2x^2 + 4x = k$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 4x - k = 0$$

C.A.

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 16 - 8k > 0$$

$$\Leftrightarrow k < 2 \Leftrightarrow k \in] - \infty, 2[$$