Escola Secundária de Paredes

Ficha de Trabalho 9

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: $B + C + H$

Aula de Apoio

março de 2023

Funções trigonométricas - Função exponencial - Função logaritmo -

Funções Reais de Variável Real

1. Determina, caso existam, cada um dos seguintes limites:

   1.1. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\tan(x+1)}{x^2+3x+2}$

   1.2. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{e^{2x-2}-1}{\sin(x-1)}$

2. Considera a circunferência trigonométrica representada num plano munido de um referencial ortonormado xOy, como se observa na figura 1

Sabe-se que:

- $B(0;1)$ e $D(1;0)$
- os pontos A, B e D pertencem à circunferência
- o ponto C pertence ao eixo Ox
- os pontos A e C, têm a mesma abcissa
- o ponto A move-se no primeiro quadrante, e o ponto C, acompanha esse movimento
- $D\hat{O}A = x$, com $x \in \left]0; \dfrac{\pi}{2}\right[$

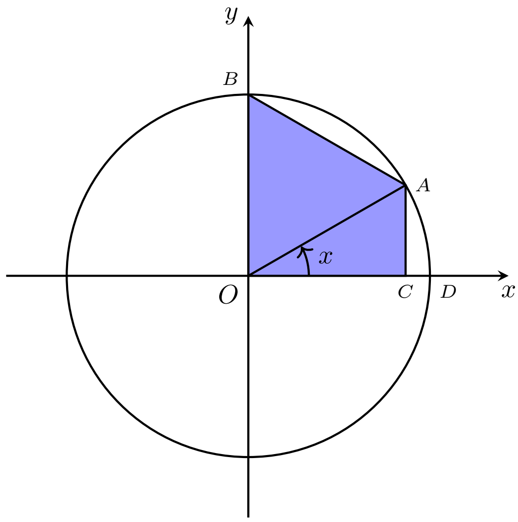

Figura 1

   2.1. Mostra que a área do trapézio $[ABOC]$, é dada, em função de x, por

   $$A(x) = \frac{1}{2}\cos(x) + \frac{1}{4}\sin(2x), \text{ com } x \in \left]0; \frac{\pi}{2}\right[$$

   2.2. Para certo $\alpha \in \left]0; \dfrac{\pi}{2}\right[$, sabe-se que $\sin(\pi + \alpha) = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

   Determina a área do trapézio $[ABOC]$, para esse valor de α

   2.3. Para certo $x \in \left]0; \dfrac{\pi}{2}\right[$, a área do trapézio $[ABOC]$ é máxima

   Determina esse valor de x

3. Seja f, a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos^2\left(\frac{x}{4}\right)+\sin^2\left(\frac{x}{4}\right)}{\frac{x^2}{4}} & se \quad x<0 \\ e^{1-k} & se \quad x=0 \\ \dfrac{x^2+3x}{-6+6e^x} & se \quad x>0 \end{cases}$,

com $k \in \mathbb{R}$

Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = 0$

4. Resolve, em $\mathbb{R}$, a equação $\sqrt{2}\cos(x) - \sqrt{2}\sin(x) = \sqrt{3}$

5. Seja h, a função definida por $h(x) = \cos\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)\cos\left(x+\frac{3\pi}{4}\right) - \sin\left(2x+\frac{3\pi}{4}\right)\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)$

   5.1. Mostra que $h(x) = \sin(3x)$

   5.2. Determina $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{h(x)}{1-e^x}$

   5.3. Escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função h no ponto de abcissa $\dfrac{2\pi}{9}$

6. Seja f, a função real, de variável real, de domínio $\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$, definida por $f(x) = \ln(2x+3) - 2x$

   Estuda a função f quanto à monotonia e existência de extremos relativos, e determina esses extremos, caso existam

   Na tua resposta, apresenta o(s) intervalo(s) de monotonia

7. Seja g, a função real, de variável real, duas vezes diferenciável

   Sabe-se que a função $g'(x)$ (primeira derivada de g), é definida por $g'(x) = (3x+1)e^{2x}$

   Estuda a função g quanto ao sentido das concavidades e existência de pontos de inflexão do seu gráfico

8. Considera a função g, real, de variável real, definida por $g(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$

   Na figura 2 estão representados, em referencial $o.n.\ xOy$, parte dos gráficos da função g e de uma reta t

   Sabe-se que:

   - a reta t é tangente ao gráfico da função g no ponto A, de abcissa negativa a
   - a reta t é paralela à reta de equação $y = -4x + 1$

   8.1. Determina as coordenadas do ponto A

   8.2. Escreve a equação reduzida da reta t

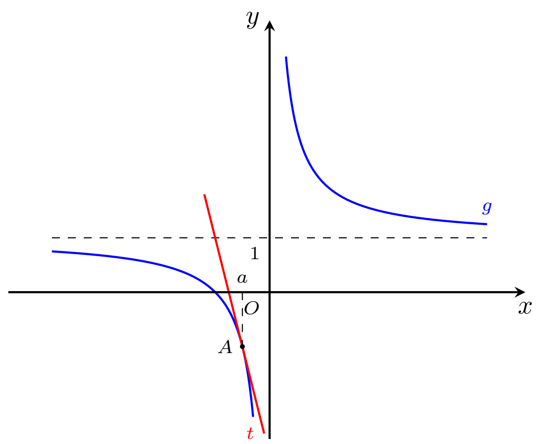

Figura 2