Tema 3 – Números e operações

Números reais

Praticar – páginas 68 a 73

1. $-2-\left(-\underset{(\times 3)}{\frac{3}{4}}-\underset{(\times 4)}{\frac{4}{3}}\right)=$

$=-2-\left(-\frac{9}{12}-\frac{16}{12}\right)=$

$=-2-\left(-\frac{25}{12}\right)=$

$=-\underset{(\times 12)}{\frac{2}{1}}+\frac{25}{12}=$

$=-\frac{24}{12}+\frac{25}{12}=$

$=\frac{1}{12}$

O simétrico de $\frac{1}{12}$ é $-\frac{1}{12}$.

R.: $-\frac{1}{12}$

2. Se as páginas escritas no outono passado correspondem a $\frac{3}{5}$ do número total de páginas, as páginas escritas há 42 anos correspondem a $\frac{2}{5}$ do número toral de páginas, pois $1-\frac{3}{5}=\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$.

Como 92 páginas correspondem a $\frac{2}{5}$ do número total de páginas, então $92:\frac{2}{5}=92\times\frac{5}{2}=230$.

R.: O novo romance de Paula tem 230 páginas.

3. $\sqrt{16}+(\sqrt{5})^2-(\sqrt[3]{11})^3-2=$

$=4+5-11-2=$

$=9-13=$

$=-4$

4.

4.1. Na caixa estão 22 cubos.

4.2. Como as dimensões da caixa são $5\times 6\times 4$ então, a caixa tem capacidade para 120 cubos.

$120-22=98$ cubos.

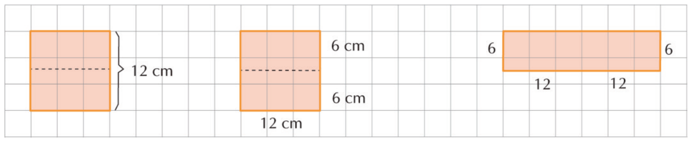
R.: Para encher completamente a caixa são necessários 98 cubos.

4.3. Como cada cubo tem 64 cm^3 de volume e para a encher são necessários 120 cubos,

$V=120\times 64=7680$

R.: V = 7680 cm^3

5. Como o primeiro quadrado tem 144 cm^2 de área, então como $\ell=\sqrt{144}=12$ cm.



O perímetro é igual a $6\times 2+2\times(12+12)=60$ cm

6. [A] $2000\times 0{,}1=200$ e $200<2000$

[B] $2\times 1000=2000$

[C] $2000:0{,}01=200\,000$ e $200\,000>2000$

[D] $2:0{,}001=2000$

Logo, a opção correta é a [C].

7. $2^5\times 4\times\frac{1}{2^3}\times\frac{1}{16}=$

$=2^5\times 2^2\times 2^{-3}\times\frac{1}{2^4}=$

$=2^7\times 2^{-3}\times 2^{-4}=$

$=2^7\times 2^{-7}=$

$=2^0$

8. $A_{\triangle}=\frac{b\times h}{2}$

$A_{[ABC]}=\frac{\frac{7}{3}\times a}{2}=16\Leftrightarrow\frac{7}{3}a=32$

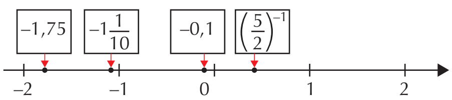
$\Leftrightarrow 7a=96$

$\Leftrightarrow a=\frac{96}{7}$

9. $-1{,}75$; $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}=\frac{2}{5}=0{,}4$;

$-0{,}1$; $-1\frac{1}{10}=-\frac{11}{10}=-1{,}1$ ou seja,

$-1{,}75<-1\frac{1}{10}<-0{,}1<\left(\frac{5}{2}\right)^{-1}$



10.

10.1. $2^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=$

$=2^2\times 2^3=$

$=2^5=$

$=32$

10.2. $(2^3)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$

$= 2^6 \times 1 + 3 =$

$= 64 + 3 =$

$= 67$

10.3. $3^3 \times (-3)^{-2} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$

$= 3^3 \times 3^{-2} - \frac{1}{9} =$

$= \underset{(\times 9)}{\frac{3}{1}} - \frac{1}{9} =$

$= \frac{27}{9} - \frac{1}{9} =$

$= \frac{26}{9}$

10.4. $-(\sqrt{100})^{-1} \times (-10)^2 + \frac{(-2)^0}{5} =$

$= -10^{-1} \times 10^2 + \frac{1}{5} =$

$= -\underset{(\times 5)}{\frac{10}{1}} + \frac{1}{5} =$

$= -\frac{50}{5} + \frac{1}{5} =$

$= -\frac{49}{5}$

10.5. $(2^2)^3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^{-6} : \left(\frac{1}{12}\right)^{-8} =$

$= 2^6 \times 6^6 : 12^8 =$

$= 12^6 : 12^8 =$

$= 12^{-2} =$

$= \left(\frac{1}{12}\right)^2 =$

$= \frac{1}{144}$

10.6. $9 \times 81^3 : (3^2)^8 \times (\sqrt{9})^2 + \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{11}\right]^0 =$

$= 3^2 \times (3^4)^3 : 3^{16} \times 3^2 + 1 =$

$= 3^2 \times 3^{12} : 3^{16} \times 3^2 + 1 =$

$= 3^{14} : 3^{16} \times 3^2 + 1 =$

$= 3^{-2} \times 3^2 + 1 =$

$= 3^0 + 1 =$

$= 1 + 1 =$

$= 2$

11. $\frac{1}{125} = \frac{1}{5^3} = 5^{-3}$

12. Escrevendo os números de cada uma das opções em notação científica, temos:

[A] $3{,}22 \times 10^5$

[B] $6{,}46 \times 10^4$

[C] $6120 \times 10^{-2} = 6{,}12 \times 10$

[D] $0{,}12 \times 10^8 = 1{,}2 \times 10^7$

Entre números escritos em notação científica, é maior aquele cuja potência de base 10 tem maior expoente. Logo, a opção correta é a [D].

13. A opção correta é a [B] porque $2{,}3 \times 10^{-2}$ é igual ao produto de um número superior a 1 e inferior a 10 (2,3) por uma potência de base 10 (10^{-2}).

14. Decompondo em fatores primos os números 33 e 75, temos:

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$33 = 3 \times 11$ $\qquad$ $75 = 3 \times 5^2$

Logo, $\frac{33}{75} = \frac{3 \times 11}{3 \times 5^2} = \frac{11}{25}$

Como a decomposição em fatores primos do denominador da fração própria, 25, não tem fatores diferentes de 2 e de 5, $\frac{11}{25}$ representa uma dízima finita.

Decompondo em fatores primos os números 26 e 84, temos:

$$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$26 = 2 \times 13$ $\qquad$ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

Logo, $\frac{26}{84} = \frac{2 \times 13}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{13}{42}$

Como o denominador, 42, tem fatores diferentes de 2 e de 5, $\frac{13}{42}$ representa uma dízima infinita.

R.: $\frac{33}{75}$ admite uma representação na forma de dízima finita.

15. 3,(72)

Seja $r = 3{,}727272\ldots$ Então $100 \times r = 372{,}7272\ldots$

$100 \times r = 99 \times r$, ou seja, $372{,}(72) - 3{,}(72) = 369$

$99 \times r = 369 \Leftrightarrow r = \frac{369}{99}$

$3{,}(72) = \frac{369}{99} = \frac{41}{11}$

16.

16.1. $(\sqrt{3}-1)^2-(3\sqrt{3}+5)=$

$=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times 1+1^2-3\sqrt{3}-5=$

$=3-2\sqrt{3}+1-3\sqrt{3}-5=$

$=3+1-5-2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=$

$=-1-5\sqrt{3}$

16.2. $2\sqrt{5}-(-3+\sqrt{5})-(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=$

$=2\sqrt{5}+3-\sqrt{5}-((\sqrt{2})^2-1^2)=$

$=2\sqrt{5}+3-\sqrt{5}-(2-1)=$

$=2\sqrt{5}+3-\sqrt{5}-1=$

$=3-1+2\sqrt{5}-\sqrt{5}=$

$=2+\sqrt{5}$

17. Por exemplo, $0{,}254=\frac{254}{1000}=\frac{127}{500}$ e

$0{,}25(3)=\frac{253-25}{900}=\frac{228}{900}=\frac{19}{75}$

18.

18.1. $\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$

$\sqrt{3}$ é irracional, logo não pertence a $\mathbb{Q}$.

18.2. $-\frac{3}{4}\notin\mathbb{Z}$

$-\frac{3}{4}$ não é inteiro, logo não pertence a $\mathbb{Z}$.

18.3. $-2{,}(3)\in\mathbb{Q}$

$-2{,}(3)$ é uma dízima infinita periódica, logo é irracional, ou seja, pertence a $\mathbb{Q}$.

18.4. $\sqrt{16}\in\mathbb{Z}$

$\sqrt{16}=4$ é inteiro, logo pertence a $\mathbb{Z}$.

19. Como é o dobro da diferença entre dois números, as alíneas [A] e [C] não podem ser as corretas. O triplo da raiz cúbica de 11 representa-se por $3(\sqrt[3]{11})$, então a opção correta é a [B].

20.

20.1. $-\left(+\frac{2}{5}-\frac{7}{10}\right)-\left(0{,}4-\frac{9}{5}\right)=$

$=-\frac{2}{\underset{(\times 2)}{5}}+\frac{7}{10}-\frac{4}{\underset{(\times 2)}{10}}+\frac{9}{5}=$

$=-\frac{4}{10}+\frac{7}{10}-\frac{4}{10}+\frac{18}{10}=$

$=\frac{7}{10}+\frac{18}{10}-\frac{4}{10}-\frac{4}{10}=$

$=\frac{25}{10}-\frac{8}{10}=$

$=\frac{17}{10}$

20.2. $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}+3\right)-\left(0{,}2+\frac{1}{2}\right)=$

$=-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{4}\right)-\frac{1}{2}\times 3-\left(\frac{2}{\underset{(\times 5)}{10}}-\frac{1}{2}\right)=$

$=\frac{3}{8}-\frac{3}{2}-\left(\frac{2}{10}-\frac{5}{10}\right)=$

$=\frac{3}{\underset{(\times 5)}{8}}-\frac{3}{\underset{(\times 20)}{2}}-\left(-\frac{3}{10}\right)=$

$=\frac{15}{40}-\frac{60}{40}+\frac{12}{40}=$

$=\frac{27}{40}-\frac{60}{40}=$

$=-\frac{33}{40}$

20.3. $-2\frac{1}{3}\times\left(-0{,}5+2\frac{1}{4}\right)=$

$=-\frac{2\times 3+1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}+\frac{2\times 4+1}{4}\right)=$

$=-\frac{7}{3}\times\left(-\frac{2}{4}+\frac{9}{4}\right)=$

$=\frac{7}{3}\times\frac{7}{4}=$

$=-\frac{49}{12}$

21. [A] $5\times\left(-\frac{3}{2}\right)+1=-\frac{15}{2}+\frac{1}{\underset{(\times 2)}{1}}=-\frac{15}{2}+\frac{2}{2}=-\frac{13}{2}$

[B] $\frac{5}{8}\times 0\times\left(-\frac{37}{2}\right)+5=0+5=5$

[C] $|-3|\times(-2+1)-\frac{1}{2}=3\times(-1)-\frac{1}{2}=$

$=-\frac{3}{\underset{(\times 2)}{1}}-\frac{1}{2}=-\frac{6}{2}-\frac{1}{2}=-\frac{7}{2}$

[D] $-(-5)\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)=5\times\left(\frac{2}{4}-\frac{1}{4}\right)=5\times\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

$\left|-\frac{13}{2}\right|=\frac{13}{2}=6{,}5$

$|5|=5$

$\left|-\frac{7}{2}\right|=\frac{7}{2}=3{,}5$

$\left|\frac{5}{4}\right|=\frac{5}{4}=1{,}25$

Assim, $-\frac{13}{2}$ tem maior valor absoluto e, portanto, a opção correta é a [A].

22. Como $32 = 2^5$, então $32^7 = (2^5)^7 = 2^{5\times 7} = 2^{35}$.

23.

23.1. $2^6 = 2^{2\times 3} = (2^2)^3$, então $(2^2)^3 = 2^6$

23.2. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 4^3$

23.3. $\left(\frac{1}{4}\right)^{8} = 4^{-8} = 4^{-6} \times 4^{-2} = (4^{-2})^3 \times 4^{-2}$, então

$(4^{-2})^3 \times 4^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{8}$

24.

24.1. $\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^3 \times \left(\underset{(\times 2)}{\frac{3}{1}} - \frac{1}{2}\right)^4 =$

$= \left(\frac{5}{2}\right)^6 \times \left(\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right)^4 =$

$= \left(\frac{5}{2}\right)^6 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 =$

$= \left(\frac{5}{2}\right)^{10}$

24.2. $\left[-\left(-\frac{3}{5}\right)^4\right]^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^5 =$

$= -\left(\frac{3}{5}\right)^{12} \times \left(\frac{3}{5}\right)^5 =$

$= -\left(\frac{3}{5}\right)^{17} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{17}$

24.3. $\dfrac{\left(\frac{3}{2}\right)^6 \times 2^6 : 9^6}{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3} = \dfrac{\left(\frac{3}{2} \times 2\right)^6 : 9^6}{\left(\frac{1}{3}\right)^6} =$

$= \dfrac{3^6 : 9^6}{\left(\frac{1}{3}\right)^6} =$

$= \left(\frac{3}{9}\right)^6 : \left(\frac{1}{3}\right)^6 =$

$= \left(\frac{1}{3}\right)^6 : \left(\frac{1}{3}\right)^6 =$

$= \left(\frac{1}{3}\right)^0$

25. Como o cubo tem 216 cm^3 de volume, a aresta tem 6 cm de comprimento ($\sqrt[3]{216} = 6$).
O perímetro da planificação é igual a 84 cm
($14 \times 6 = 84$).

26.

26.1. Como 1 minuto é igual a 60 segundos
$300\,000 \times 60 = 18\,000\,000 = 1{,}8 \times 10^7$
R.: A luz percorre $1{,}8 \times 10^7$ km num minuto.

26.2. $\dfrac{6{,}8 \times 10^2}{3 \times 10^5} = \dfrac{6{,}8}{3} \times 10^{-3} \approx$

$\approx 2{,}27 \times 10^{-3} \approx$

$\approx 0{,}002\ 27$

R.: Demora, aproximadamente, 0,002 27 segundos.

27. $10 \times (A + B) = 10 \times (2{,}24 \times 10^6 + 3{,}2 \times 10^5) =$
$= 10 \times (22{,}4 \times 10^5 + 3{,}2 \times 10^5) =$
$= 10 \times 25{,}6 \times 10^5 =$
$= 25{,}6 \times 10^6 =$
$= 2{,}56 \times 10^7$

28. Como a área do quadrado é igual a 289 cm^2, o comprimento do lado é $\ell = \sqrt{289} = 17$ cm.
Sendo E o ponto médio de $[AB]$, então

$\overline{AE} = \overline{EB} = \dfrac{17}{2} = 8{,}5$ cm

Logo, $\overline{BC} = 2 \times 8{,}5$, ou seja, $\overline{BC} = 17$ cm.

$A_{\triangle} = \dfrac{b \times h}{2}$

$A_{[BEF]} = \dfrac{\overline{BE} \times \overline{BC}}{2}$

$A_{[BEF]} = \dfrac{8{,}5 \times 17}{2} = 72{,}25$ cm^2

29.

29.1. Por exemplo, $\frac{3}{2}$.

$\frac{3}{2} = 1{,}5$ e, por isso, é uma dízima finita.

29.2. Por exemplo, $\frac{18}{3}$.

$\frac{18}{3} = 6$ e, por isso, é um número inteiro.

29.3. Por exemplo, $\frac{47}{9}$.

$\frac{47}{9} = 5{,}(2)$ e, por isso, é uma dízima infinita periódica.

30. Como $\dfrac{18}{10} = \dfrac{3 \times 6}{3 \times 10} = \dfrac{6}{10}$

$\frac{6}{10}$ é uma fração decimal porque o denominador é uma potência de 10.

31.

31.1. a) $\sqrt[3]{-1} = -1$; 0; $\sqrt{9} = 3$; $\dfrac{12}{3} = 4$

b) $-\frac{7}{3} = -2,(3)$ e $0,(7)$

c) $-\frac{7}{3}$; $\sqrt[3]{-1}$; 0; $\sqrt{9}$; $0,(7)$ e $\frac{12}{3}$

31.2. $-\sqrt{10} < -\frac{7}{3} < \sqrt[3]{-1} < 0 < 0,(7) < \sqrt{9} < \frac{12}{3}$

32.

32.1. $(\sqrt{7}-2)^2 + 4\sqrt{7} - \left(\frac{1}{3} + \underset{(\times 3)}{\frac{2}{1}}\right)^{-1} =$

$= 7 - 4\sqrt{7} + 4 + 4\sqrt{7} - \left(\frac{1}{3} + \frac{6}{3}\right)^{-1} =$

$= 11 - \left(\frac{7}{3}\right)^{-1} =$

$= 11 - \frac{3}{7} =$

$= \frac{77}{7} - \frac{3}{7} =$

$= \frac{74}{7}$

32.2. $-\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} + (\sqrt{3})^2 + \sqrt{3}(1-\sqrt{3}) =$

$= -\frac{5}{2} + 3 + \sqrt{3} - 3 =$

$= -\frac{5}{2} + \sqrt{3}$

33.

33.1. $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$

33.2. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}$

34. Como $p \in]7-0,1; 7+0,1[=]6,9; 7,1[$ e $q \in]5-0,1; 5+0,1[=]4,9; 5,1[$, temos:
$6,9 \times 4,9 < p \times q < 7,1 \times 5,1$
$\Leftrightarrow 33,81 < p \times q < 36,21$

35. $P = 6 \times (2\sqrt{3} - 5) = (12\sqrt{3} - 30)$ cm

36. $A_{\square} = \ell^2$
$A = (\sqrt{2} - 3)^2 =$
$= 2 - 6\sqrt{2} + 9 =$
$= (11 - 6\sqrt{2})\text{ cm}^2 \approx 3\text{ cm}^2$

37. Por exemplo, $0,0015 = \frac{3}{2000}$.

38. Por exemplo, $a = \sqrt{11}$ e $b = \sqrt{\frac{171}{10}}$

39.

39.1. $-\frac{4}{3} = \frac{5}{3} + ?$

Como $-\frac{4}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{9}{3} = -3$, então $\frac{5}{3} + (-3) = -\frac{4}{3}$.

39.2. $-\frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \times ?$

Como $-\frac{4}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = +2$, então

$-\frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \times 2$

39.3. $-\frac{4}{3} = ? - ?$

Por exemplo, $-\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$.

40. Como $A_{[ABCD]} = 144\text{ cm}^2$, então $\ell = \sqrt{144} = 12$ cm.
O triângulo $[DCE]$ é equilátero, então $\overline{CE} = \overline{BC} = 12$ cm.
Como o diâmetro da circunferência é $\overline{CE} = 12$ cm, e $P = d \times \pi$, então $P = 12 \times \pi = 12\pi \approx 38$
R.: $P \approx 38$ cm

41. $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{3714} = 3 \times 3^{-3714} = 3^{-3713}$

42. Como o cubo tem 64 cm^3 de volume, a sua aresta tem 4 cm ($\sqrt[3]{64} = 4$).
Assim, $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{EK} = 4$ cm
Sabendo que $\overline{BC} = 10$ cm, $\overline{CD} = \overline{BE} = 4$ cm e $\overline{DJ} = \overline{EK} = 4$ cm
$V_{[ACDFGIJL]} = c \times \ell \times h$
$V_{[ACDFGIJL]} = \overline{AC} \times \overline{CD} \times \overline{DF}$
$V_{[ACDFGIJL]} = (4 + 10) \times 4 \times 4 = 224$
R.: $V = 224\text{ cm}^3$

43. [A] Se $a < 0$ então $a^3 < 0$ e $-a^3 > 0$
[B] Se $a < 0$ então $-a > 0$
[C] Se $a < 0$ então $a^3 < 0$
[D] Se $a < 0$ então $a^2 > 0$
Logo, a resposta correta é a [C].

44. $2^4 \times 11$ e $5^2 \times 11$ não são quadrados perfeitos, ou seja, as opções [C] e [D] não são corretas.
Como $2^2 \times 5^2$ e $4^2 \times 5^2$ são quadrados perfeitos e divisores de P, o maior é $4^2 \times 5^2$, podemos concluir que a opção correta é a [B].

45. Vamos determinar a área, por exemplo, subtraindo à área do retângulo inicial a área das placas retiradas.

$A_{\square} = c \times \ell$

$A_{\square} = \sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$

Cada placa retirada é um retângulo com $\sqrt{3}$ cm de altura e $(\sqrt{5} - 2)$ cm de base

$$\frac{\sqrt{20} - 4}{2} = \frac{2\sqrt{5} - 4}{2} = \sqrt{5} - 2$$

Logo, $A = \sqrt{3} \times (\sqrt{5} - 2) = (\sqrt{15} - 2\sqrt{3})\ \text{cm}^2$

Logo, $A_{pedida} = 10 - (2\sqrt{15} - 4\sqrt{3}) =$

$= (10 - 2\sqrt{15} + 4\sqrt{3})\ \text{cm}^2$

46.

46.1. $-1 - 2(\sqrt{7} - 2) + 3\sqrt{7} =$

$= -1 - 2\sqrt{7} + 4 + 3\sqrt{7} =$

$= -1 + 4 - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} =$

$= 3 + \sqrt{7}$

46.2. $(1 - \sqrt{3})^2 - (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) =$

$= 1 - 2\sqrt{3} + 3 - (4 - 5) =$

$= 1 + 3 - 2\sqrt{3} - (-1) =$

$= 1 + 3 + 1 - 2\sqrt{3} =$

$= 5 - 2\sqrt{3}$

46.3. $(\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{2}) - 5\sqrt{2} =$

$= 7 - 2 - 5\sqrt{2} =$

$= 5 - 5\sqrt{2}$

46.4. $(\sqrt{7} - \sqrt{4})^2 - 2 \times (4\sqrt{7} - 3) + (\sqrt[3]{7})^3 =$

$= (\sqrt{7} - 2)^2 - 8\sqrt{7} + 6 + 7 =$

$= 7 - 4\sqrt{7} + 4 - 8\sqrt{7} + 6 + 7 =$

$= 7 + 4 + 6 + 7 - 4\sqrt{7} - 8\sqrt{7} =$

$= 24 - 12\sqrt{7}$

46.5. $3^{-2} \times (2\sqrt{5} - \sqrt{11})(2\sqrt{5} + \sqrt{11}) =$

$= \frac{1}{3^2} \times [(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{11})^2] =$

$= \frac{1}{9} \times (20 - 11) =$

$= \frac{1}{9} \times 9 =$

$= 1$

46.6. $\sqrt{3} + (2\sqrt{5})^2 \times (3\sqrt{3})^2 \times (2\sqrt{3} - 1) =$

$= \sqrt{3} + 4 \times 5 \times 9 \times 3 \times (2\sqrt{3} - 1) =$

$= \sqrt{3} + 540\,(2\sqrt{3} - 1) =$

$= \sqrt{3} + 1080\sqrt{3} - 540 =$

$= 1081\sqrt{3} - 540$

47. 3% da água é $0{,}03 \times 1{,}4 \times 10^9 =$

$= 3 \times 10^{-2} \times 1{,}4 \times 10^9 =$

$= 3 \times 1{,}4 \times 10^{-2} \times 10^9 =$

$= 4{,}2 \times 10^7$ km^3 de água doce

$\frac{2}{3} \times 4{,}2 \times 10^7 = 2{,}8 \times 10^7$

Logo, a quantidade de água retida no gelo glaciar é $2{,}8 \times 10^7$ km^3.

48. [A] $\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[B] $\sqrt{\frac{1}{4}} = 0{,}5 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[C] $4^{-1} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[D] $\sqrt{0{,}4} \notin \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

Logo a opção correta é a [D].

49.

49.1. $\sqrt{13}$ porque é um número irracional.

49.2. Por exemplo, $\frac{1}{3}$.

49.3. $\sqrt{121}$ porque é igual a 11.

50.

50.1. $3 \times \left(2\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0{,}25\right) =$

$= 3 \times \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\right) =$

$= 3 \times \frac{5}{6} + \frac{1}{12} =$

$= \frac{15}{6} + \frac{1}{12} =$

$= \frac{31}{12}$

50.2. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \times \left(\underset{(\times 4)}{\frac{2}{5}} - \underset{(\times 5)}{\frac{1}{4}}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} : 4^{-1}\right)^2 =$

$= 3 \times \left(\frac{8}{20} - \frac{5}{20}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} : \frac{1}{4}\right)^2 =$

$= 3 \times \left(\frac{3}{20}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} \times 4\right)^2 =$

$= 3 \times \frac{20}{3} + 5^2 =$

$= 20 + 25 =$

$= 45$

51. $1{,}68 \times 10^{-27} \times 7 \times 10^4 =$

$= 1{,}68 \times 7 \times 10^{-27} \times 10^4 =$

$= 11{,}76 \times 10^{-23} =$

$= 1{,}176^{-22}$

52. $\sqrt{13}$

$9 < 13 < 16 \Leftrightarrow 3^2 < 13 < 4^2$

Multiplicando por 10^2

$30^2 < 13 \times 10^2 < 40^2$

$35^2 = 1225 < 1300$, temos $35^2 < 13 \times 10^2 < 40^2$

$36^2 = 1296 < 1300$, temos $36^2 < 13 \times 10^2 < 40^2$

$37^2 = 1369 > 1300$, temos $36^2 < 13 \times 10^2 < 37^2$

Como 36 e 37 são inteiros consecutivos,

$\left(\frac{36}{10}\right)^2 < 13 < \left(\frac{37}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{36}{10} < \sqrt{13} < \frac{37}{10}$

$\Leftrightarrow 3{,}6 < 13 < 3{,}7$

Logo, os dois primeiros algarismos da representação em dízima de $\sqrt{13}$ são 3 e o 6 .

53. $6 \times (3 - \sqrt{2}) = 18 - \sqrt{2} \approx 9{,}6$

R.: $P \approx 9{,}6$ cm

Praticar + – páginas 74 a 84

1.

1.1. $\frac{3}{7} \times \left[2 + \left(-\frac{7}{3}\right)\right] =$

$= \frac{3}{7} \times 2 + \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}} \times \left(-\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{3}}\right) =$

$= \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{7}} + (-\mathbf{1}) =$

$= -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{7}}$

1.2. $\left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(5 \times \frac{2}{9}\right) =$

$= \left(-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \times \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{9}}\right) \times 2 =$

$= -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{6}} \times 2 =$

$= -\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}$

1.3. $(-5) \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times (-\mathbf{5}) = -\frac{\mathbf{15}}{\mathbf{2}}$

1.4. $\left(-\frac{7}{2}\right) \times 0 = \mathbf{0}$

1.5. $\left(-\frac{9}{5}\right) \times 1 = -\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{5}}$

2.

2.1. Se o volume é igual a 125 m^3 a aresta tem 5 m ($\sqrt[3]{125} = 5$) .

R.: $a = 5$ m

2.2. A área total é igual à área das 6 faces.

Logo, $A = 6 \times 5^2 = 150$

R.: $A = 150$ m^2

3.

3.1. $(-3)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{\mathbf{7}} = (-2)^7$

3.2. $\left(-\frac{5}{7}\right)^8 : \left(-\frac{10}{3}\right)^8 =$

$= \left[-\frac{5}{7} : \left(-\frac{10}{3}\right)\right]^8 =$

$= \left(\frac{5}{7} \times \frac{3}{10}\right)^8 =$

$= \left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{14}}\right)^8$

3.3. $\left(-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\right)^3 : \left(-\frac{4}{9}\right)^3 =$

$= \left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9}\right)^3 =$

$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{4}\right)^3 =$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^3$

3.4. $\left[\left(\frac{17}{10}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{7}{10}\right)^{2 \times 5} = \left(\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}}\right)^{10}$

3.5. $\left[\left(-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{2}}\right]^9 = \left(-\frac{3}{5}\right)^{18}$

3.6. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{2}{5}\right)^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

$= \left[\frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right]^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{1}{5}\right)^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right)^2$

4. A medida do lado de cada um dos quadrados mais pequenos é $\ell = \sqrt{16} = 4$ cm.

Assim, o lado do quadrado maior mede 24 cm ($6 \times 4 = 24$). Logo, o seu perímetro é $P = 24 \times 4 =$
$= 96$ cm.

5. $3000 : \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 3000 : \frac{2}{5} = 7500$

R.: O percurso total tem 7500 m.

6. $3{,}78 \times 10^x = 37\ 800\ 000$

$\Leftrightarrow 10^x = \dfrac{37\ 800\ 000}{3{,}78}$

$\Leftrightarrow 10^x = 10\ 000\ 000$

$\Leftrightarrow 10^x = 10^7$

$\Leftrightarrow x = 7$

7. $A \rightarrow \dfrac{3}{5}$

8.

8.1. $34\ 000\ 000\ 000 = 3{,}4 \times 10^{10}$

8.2. $0{,}000\ 089 = 8{,}9 \times 10^{-5}$

8.3. $416 \times 10^{-6} = 4{,}16 \times 10^2 \times 10^{-6} = 4{,}16 \times 10^{-4}$

8.4. $0{,}000\ 34 \times 10^4 = 3{,}4 \times 10^{-4} \times 10^4 = 3{,}4 \times 10^0$

9.

9.1. $1 - \left(\underset{(\times 9)}{\dfrac{1}{2}} + \underset{(\times 2)}{\dfrac{4}{9}}\right) = 1 - \left(\dfrac{9}{18} + \dfrac{8}{18}\right) = 1 - \dfrac{17}{18} = \dfrac{1}{18}$

3.º dia $\rightarrow \dfrac{1}{18}$

9.2. $A = 216\ \text{cm}^2$

a) $\dfrac{1}{2} \times 216 = 108$

$\dfrac{1}{2} \times 216$ representa a área do muro pintada no primeiro dia, ou seja, 108 m^2.

b) $\dfrac{4}{9} \times 216 = 96\ \text{m}^2$

R.: No segundo dia pintou 96 m^2.

10. Se $V = 10\ 648$, então $a = 22$ cm ($\sqrt[3]{10648} = 22$).

Assim, o raio é igual a 11 cm $\left(\dfrac{22}{2} = 11\right)$.

11. [A] $(-7)^0 = 1$

[B] $[(-3)^2]^3 = (-3)^6 = 3^6$

[C] $[(-5)^2]^3 = (-5)^6 = 5^6$

[D] $\left(\dfrac{1}{2}\right)^4 : \left(\dfrac{1}{4}\right)^4 = \left(\dfrac{1}{2} \times 4\right)^4 = 2^4$

Logo a opção correta é a [C].

12.

12.1. $(2^4 : 2^5)^2 \times 4^{-2} =$

$= (2^{-1})^2 \times (2^2)^{-2} =$

$= 2^{-2} \times 2^{-4} =$

$= 2^{-6} =$

$= \left(\dfrac{1}{2}\right)^6 =$

$= \dfrac{1}{64}$

12.2. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\dfrac{3}{2}\right)^4 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 =$

$= \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 \times \left(\dfrac{3}{2}\right)^4 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 =$

$= \left(\dfrac{3}{2}\right)^6 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 =$

$= \left(\dfrac{3}{2} \times \dfrac{2}{3}\right)^6 =$

$= 1^6 = 1$

12.3. $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} + (-1)^{202} - (2^2)^{-1} =$

$= 3^2 + 1 - 2^{-2} =$

$= 9 + 1 - \dfrac{1}{4} =$

$= 10 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{39}{4}$

12.4. $\left(3^{-3} \times \dfrac{1}{3^2}\right)^3 \times 3^{15} =$

$= (3^{-3} \times 3^{-2})^3 \times 3^{15} =$

$= (3^{-5})^3 \times 3^{15} =$

$= 3^{-15} \times 13^{15} =$

$= 3^0 =$

$= 1$

13. 400 mil milhões $= 400 \times 10^9 = 4 \times 10^{11}$

$4 \times 10^{11} \times 0{,}0008 = 0{,}0032 \times 10^{11} = 3{,}2 \times 10^8$

14. Como $\dfrac{1}{2} < \dfrac{3}{5} < \dfrac{3}{4}$, o ponto de abcissa $\dfrac{3}{5}$ é o ponto *C*.

15. $\dfrac{3}{2} < 1{,}5001 < 1{,}501 < 1{,}5011 < 1{,}51$

16.

16.1. $(3{,}6 \times 10^{-7}) \times (2{,}4 \times 10^{11}) =$

$= (3{,}6 \times 2{,}4) \times (10^{-7} \times 10^{11}) =$

$= 8{,}64 \times 10^4$

16.2. $(1{,}25 \times 10^{-3}) + (2{,}45 \times 10^{-4}) =$

$= 1{,}25 \times 10^{-3} + 0{,}245 \times 10^{-3} =$

$= 1{,}495 \times 10^{-3}$

16.3. $(7{,}44 \times 10^5) - (1{,}4 \times 10^6) =$

$= 7{,}44 \times 10^5 - 14 \times 10^5 =$

$= -6{,}56 \times 10^5$

16.4. $\dfrac{4{,}8 \times 10^6}{2 \times 10^3} + 4{,}2 \times 10^4 =$
$= 2{,}4 \times 10^3 + 4{,}2 \times 10^4 =$
$= 2{,}4 \times 10^3 + 42 \times 10^3 =$
$= 44{,}4 \times 10^3 =$
$= 4{,}44 \times 10^4$

17. $4{,}32 \times 10^{-1} = 0{,}432$
[A] $0{,}4 < 0{,}432 < 0{,}44$ Verdadeira
[B] $4{,}32 \times 10^{-1}$ não é menor do que 0,4312.
[C] $4{,}32 \times 10^{-1}$ não é maior do que 4,3.
[D] $4{,}32 \times 10^{-1}$ não é maior do que 0,432.
Logo, a opção correta é a [A].

18. A opção correta é a [D] porque uma dízima infinita não periódica é um número irracional.

19. $7\dfrac{1}{2} = \dfrac{15}{2}$; $5\dfrac{3}{4} = \dfrac{23}{4}$

$\underset{(\times 2)}{\dfrac{15}{2}} - \dfrac{23}{4} = \dfrac{30}{4} - \dfrac{23}{4} = \dfrac{7}{4}$

R.: Sobrou $\dfrac{7}{4}$ m.

20. [A] $\sqrt{\dfrac{16}{25}} = \dfrac{4}{5}$ e $\dfrac{4}{5} \in \mathbb{Q}$

[B] $\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$ e $3 \in \mathbb{Q}$

[C] $\sqrt{100} = 10$ e $10 \in \mathbb{Q}$
[D] $\sqrt{14} \in$ {n.^{os} irracionais}
Logo, a opção correta é a [D].

21. [A] $\dfrac{2 + \sqrt{7}}{2}$ não é racional
[B] $\pi - 1$ não é racional
[C] $\sqrt{4} + 0{,}2 = 2{,}2$
[D] 3,1
A opção correta é a [C] porque $3{,}1 > \sqrt{7}$.

22. Por exemplo, $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 \in \mathbb{Q}$ e $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$ são números irracionais.

23. [A] $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ é um número irracional.

[B] π é um número irracional e π^2 é um número irracional.

[C] $\dfrac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{4} = 2$ e 2 é um número racional.

[D] $(1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7}) = 1 - 7 = -6$ e $-6 < 0$.
Logo, a opção correta é a [C].

24. $a = 3 - \sqrt{7}$
$\sqrt{7} \times (a - 1) + a^2 =$
$= \sqrt{7} \times (3 - \sqrt{7} - 1) + (3 - \sqrt{7})^2 =$
$= 3\sqrt{7} - 7 - \sqrt{7} + 9 - 2 \times 3\sqrt{7} + 7 =$
$= -7 + 9 + 7 + 3\sqrt{7} - \sqrt{7} - 6\sqrt{7} =$
$= 9 - 4\sqrt{7}$

25. Como $\pi = 3{,}141592654\ldots$
Por exemplo, $3{,}1415 < 3{,}141\,53 < \pi$.

26. [A] $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$, $\sqrt{7}$ é um número irracional.
[B] $\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$, $2 \in \mathbb{Z}$ e $2 \in \mathbb{N}$

[C] $-\dfrac{27}{3} = -9 \in \mathbb{Q}$, $-9 \in \mathbb{Z}$ e $-9 \notin \mathbb{N}$

[D] $\dfrac{11}{2} = 5{,}5 \in \mathbb{Q}$, $\dfrac{11}{2} \notin \mathbb{Z}$ e $\dfrac{11}{2} \notin \mathbb{N}$

Logo a opção correta é a [D].

27.

27.1. $\dfrac{19}{3}$

$$\begin{array}{l|l} 19{,}00 & 3 \\ \hline \;\,1\;0 & 6{,}33\ldots \\ \quad\;10 & \\ \quad\;\vdots & \end{array}$$

$\dfrac{19}{3} = 6{,}(3)$, dízima infinita periódica de período 3.

27.2. $\dfrac{21}{5}$

$$\begin{array}{l|l} 21{,}0 & 5 \\ \hline \;\,1\;0 & 4{,}2 \\ \quad\;0 & \end{array}$$

$\dfrac{21}{5} = 4{,}2$, dízima finita

27.3. $\dfrac{13}{12}$

$$\begin{array}{l|l} 13{,}0000\ldots & 12 \\ \hline \;\,1\;00 & 1{,}0833\ldots \\ \quad\;\;40 & \\ \quad\;\;040 & \\ \quad\quad\;\vdots & \end{array}$$

$\dfrac{13}{12} = 1{,}08(3)$, dízima infinita periódica de período 3.

28.

28.1. $2(\sqrt{5} - 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) =$
$= 2(5 - 2\sqrt{5} + 1) + (3 - 1) =$
$= 10 - 4\sqrt{5} + 2 + 2 =$
$= 14 - 4\sqrt{5}$

28.2. $(2\sqrt{7})^2 - 3(\sqrt{7} + 2\sqrt{3}) =$
$= 4 \times 7 - 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3} =$
$= 28 - 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3}$

28.3. $(\sqrt{5} - 2\sqrt{2})^2 =$
$= 5 - 4\sqrt{10} + 4 \times 2 =$
$= 5 + 8 - 4\sqrt{10} =$
$= 13 - 4\sqrt{10}$

28.4. $(\sqrt{3} - 2)^2 - (5 - \sqrt{3})^2 =$
$= 3 - 4\sqrt{3} + 4 - (25 - 10\sqrt{3} + 3) =$
$= 3 + 4 - 4\sqrt{3} - 25 + 10\sqrt{3} - 3 =$
$= 4 - 25 - 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} =$
$= -21 + 6\sqrt{3}$

29. $\frac{13}{15}$ não pode ser representada por uma dízima finita porque é uma fração irredutível em que a decomposição em fatores primos do denominador admite um fator diferente de 2 e de 5.
Logo, é uma dízima infinita periódica.

30.

30.1. $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) : 2 = \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) : 2 = \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{8} = 11{,}25$

R.: A moto do Guilherme ainda tem 11,25 litros de combustível.

30.2. Sabemos que o depósito cheio tem 18 litros. Como após a viagem ficou com 11,25 litros, então gastou 6,75 litros (18 – 11,25 = 6,75).
Como em 80 km gastou 6,75 litros, então

$\frac{6{,}75\ \ell \times 100\ \text{km}}{80\ \text{km}} \approx 8{,}44\ \ell$

R.: O consumo da mota nessa viagem foi 8,44 ℓ por cada 100 km.

31. Como 1 cm no mapa corresponde a 223,5 km na realidade, 3,4 cm no mapa corresponde a 759,9 km (3,4 × 223,5 = 759,9).

32. $x = 2\frac{3}{4} + 2 \times 1{,}1 =$
$= \underset{(\times 5)}{\frac{11}{4}} + \underset{(\times 2)}{\frac{22}{10}} =$
$= \frac{55}{20} + \frac{44}{20} =$
$= \frac{99}{20} =$
$= 4{,}95$

$y = 2\frac{3}{4} - 2 \times 1{,}1 =$
$= \frac{11}{4} - 2{,}2 =$
$= \frac{11}{4} - \frac{22}{10} =$
$= \frac{55}{20} - \frac{44}{20} =$
$= \frac{11}{20} =$
$= 0{,}55$

R.: $x = 4{,}95$ e $y = 0{,}55$

33. $-3\frac{1}{2} + (-1{,}4) = -\underset{(\times 5)}{\frac{7}{2}} - \frac{14}{10} =$
$= -\frac{35}{10} - \frac{14}{10} =$
$= -\frac{49}{10}$

$-3\frac{1}{2} \times (-1{,}4) = -\frac{7}{2} \times \left(-\frac{14}{10}\right) =$
$= \frac{49}{10}$

R.: O simétrico de $-\frac{49}{10}$ é $\frac{49}{10}$.

34. Como a unidade está dividida em 15 partes iguais, temos:

$a = \underset{(\times 3)}{\frac{1}{5}} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$

$b = \underset{(\times 3)}{\frac{3}{5}} - \frac{1}{15} = \frac{9}{15} - \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$

35.

35.1. $(-1)^{-3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \times (-5)^0 =$
$= -1 \times \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \times 1 =$
$= -\frac{1}{9} + \underset{(\times 3)}{\frac{1}{3}} =$
$= -\frac{1}{9} + \frac{3}{9} = \frac{2}{9}$

35.2. $\left(-\frac{1}{2} - \underset{(\times 2)}{\frac{1}{1}}\right)^{-2} : \left(-\underset{(\times 2)}{\frac{2}{1}} - \frac{1}{2}\right)^{-2} =$
$= \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right)^{-2} =$
$= \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} =$

$= \left[-\frac{3}{2} : \left(-\frac{5}{2}\right)\right]^{-2} =$

$= \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}\right)^{-2} =$

$= \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

$= \left(\frac{5}{3}\right)^{2} =$

$= \frac{25}{9}$

35.3. $(5^{-2})^{-1} - (\sqrt{5})^2 + (-5)^{-1} =$

$= 5^2 - 5 + \left(-\frac{1}{5}\right) =$

$= 25 - 5 - \frac{1}{5} =$

$= \underset{(\times 5)}{\frac{20}{1}} - \frac{1}{5} =$

$= \frac{100}{5} - \frac{1}{5} =$

$= \frac{99}{5}$

36. [A] Verdadeira, porque $\sqrt{21}$ é um número irracional.

[B] Verdadeira.

[C] Verdadeira, porque $-\sqrt{36} = -6 \in \mathbb{Z}$.

[D] 7,1(43) é uma dízima infinita periódica, logo é um número racional.

Logo, a afirmação falsa é a da opção [D].

37.

37.1. $(3^3)^2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^4 - 2^3 \times (\sqrt[3]{8})^{-2} =$

$= 3^6 \times (-3)^{-4} - 2^3 \times 2^{-2} =$

$= 3^6 \times 3^{-4} - 2^1 = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$

37.2. $\dfrac{(-0,3)^0 - \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times \left[2^4 - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^3} =$

$= \dfrac{1 - \left[3^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times [16 - (-5)^2]^3} =$

$= \dfrac{1 - \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times (16 - 25)^3} =$

$= \dfrac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times (-9)^3} =$

$= \dfrac{1 - 1^4}{3^{-1} \times (-3^2)^3} =$

$= \dfrac{1 - 1}{3^{-1} \times (-3^6)} =$

$= 0$

37.3. $\dfrac{-1 + (-7)^{-2} \times \left(-\frac{1}{7}\right)^3 : \left(-\frac{1}{7}\right)^4 - (-1)^{25}}{3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \times (-3)^0} =$

$= \dfrac{-1 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{7}\right)^3 : \left(-\frac{1}{7}\right)^4 - (-1)}{3 - (-2)^2 \times 1} =$

$= \dfrac{-1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^{2+3-4} + 1}{3 - 4} =$

$= -\frac{1}{7} : (-1) =$

$= \frac{1}{7}$

37.4. $\dfrac{4^3 \times 8^4 : 2^{-7}}{2^{-1} \times (2^5)^2} =$

$= \dfrac{(2^2)^3 \times (2^3)^4 : 2^{-7}}{2^{-1} \times (2^2)^5} =$

$= \dfrac{2^6 \times 2^{12} : 2^{-7}}{2^{24}} =$

$= \dfrac{2^{6+12} : 2^{-7}}{2^{24}} =$

$= \dfrac{2^{18} : 2^{-7}}{2^{24}} =$

$= \dfrac{2^{25}}{2^{24}} =$

$= 2^{25-24} =$

$= 2$

38. $(n^2)^3 \times n^{-5} = n^6 \times n^{-5} = n$

Logo, a opção correta é a [B].

39.

39.1. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\right)^{\mathbf{6}} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$ porque

$\frac{(-3)^2}{(3^3)^2} = \frac{3^2}{3^6} = 3^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$

39.2. $[(-0,5)^{-2}]^{-3} \times \left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^{\mathbf{-8}} =$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8} =$

$= \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

40. 1 hora = 60 minutos

Como percorreu 35 km em 60 minutos,

$\frac{35}{60} = 0{,}58(3) \approx 0{,}58$

R.: A velocidade média foi, aproximadamente, 0,58 km/min.

41.

41.1. $(-1)^{101} = -1$, porque a base é negativa e o expoente é ímpar.

41.2. $(-1)^{500} = 1$, porque o expoente é par.

41.3. $(-1)^0 \times (-1)^{32} \times 1^{43} = 1 \times 1 \times 1 = 1$

42.

42.1. $-\left(\frac{2}{3} + 0{,}3\right) - \frac{1}{3} \times \left(-0{,}1 + \frac{2}{5}\right) =$

$= -\left(-\underset{(\times 10)}{\frac{2}{3}} + \underset{(\times 3)}{\frac{3}{10}}\right) - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{10} + \underset{(\times 2)}{\frac{2}{5}}\right) =$

$= -\left(-\frac{20}{30} + \frac{9}{30}\right) - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{10} + \frac{4}{10}\right) =$

$= -\left(-\frac{11}{30}\right) - \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{10}\right) =$

$= \frac{11}{30} - \frac{3}{10} =$

$= \frac{8}{30} =$

$= \frac{4}{15}$

42.2. $2 \times \left(\frac{1}{3} - 4\right) + (-1)^{30} - \left(\frac{1}{4} + 0{,}1\right) =$

$= 2 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{12}{3}\right) + 1 - \left(-\underset{(\times 5)}{\frac{1}{4}} + \underset{(\times 2)}{\frac{1}{10}}\right) =$

$= 2 \times \left(-\frac{11}{3}\right) + 1 - \left(-\frac{5}{20} + \frac{2}{20}\right) =$

$= -\frac{22}{3} + 1 - \left(-\frac{3}{20}\right) =$

$= -\underset{(\times 20)}{\frac{22}{3}} + \underset{(\times 60)}{1} + \underset{(\times 3)}{\frac{3}{20}} =$

$= -\frac{440}{60} + \frac{60}{60} + \frac{9}{60} =$

$= -\frac{371}{60}$

43. Como o volume de $[ABCDEFGH]$ é igual a 1000 dm^3, o comprimento da aresta é igual a 10 dm ($\sqrt[3]{1000} = 10$).

Como a área total de $[IJKDLMNO]$ é igual a 384 dm^2, o comprimento da aresta do cubo é igual a 8 dm $\left(\sqrt{\frac{384}{6}} = \sqrt{64} = 8\right)$.

Logo, $\overline{OH} = 10 - 8 = 2$.

R.: $\overline{OH} = 2$ cm

44. $\sqrt{5{,}29} = \sqrt{\frac{529}{100}} = \frac{\sqrt{529}}{\sqrt{100}} = \frac{23}{10} = 2{,}3$

Assim, $a = 529$, $b = 529$, $c = 23$ e $d = 2{,}3$.

Logo a opção correta é a [C].

45. Como a área do quadrado é igual a 81 cm^2,

$\overline{AB} = 9$ cm ($\sqrt{81} = 9$).

Como $[AB]$ é um raio de circunferência e

$P = 2 \times \pi \times r$, então $P = 2 \times \pi \times 9 = 18\pi$.

R.: $P = 18\pi$ cm

46.

n	2	4	6
n^2	$2^2 = 4$	$\mathbf{4^2 = 16}$	$36 = 6^2$
n^3	$2^3 = 8$	$\mathbf{4^3 = 64}$	$\mathbf{6^3 = 216}$

n	24	13	2,1
n^2	$\mathbf{24^2 = 576}$	$169 = 13^2$	$\mathbf{2{,}1^2 = 4{,}41}$
n^3	$13\,824 = 24^3$	$\mathbf{13^3 = 2197}$	$9{,}261 = 2{,}1^3$

47. $A_1 = ?$

$A_2 = 225 \Leftrightarrow \ell = \sqrt{225} \Leftrightarrow \ell = 15$ cm

$\ell_1 = 3 \times 15 = 45$ cm , então a área pedida é

$A_1 = 45^2 = 2025$ cm^2.

48. Como 0,350 kg custa 5,25 €, então $\frac{5{,}25}{0{,}350} = 15$
R.: Cada quilograma de queijo custa 15 €.

49. 790 000 + 150 000 = 940 000 euros
Logo, w = 940 000 euros.

50.
50.1. Por exemplo, $\frac{1}{2}$.
50.2. Por exemplo, $\sqrt{3}$.
50.3. Por exemplo, π.

51. Distância $T \rightarrow L$: $T = 4 \times 10^5$ km
Distância $T \rightarrow S$: $S = 150 \times 10^6$ km
$\frac{S}{T} = \frac{150 \times 10^6}{4 \times 10^5} = \frac{150}{4} \times \frac{10^6}{10^5} = 37{,}5 \times 10 = 375$
Significa que a distância média da Terra ao Sol é 375 vezes maior do que a distância média da Terra à Lua.

52. Se $M \rightarrow \frac{5}{6}$ e $N \rightarrow \frac{5}{4}$ e a reta $[MN]$ está dividida em cinco partes iguais.
$\overline{MN} = \underset{(\times 3)}{\frac{5}{4}} - \underset{(\times 2)}{\frac{5}{6}} = \frac{15}{12} - \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$
$\frac{5}{12} : 5 = \frac{5}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{12}$, cada espaço.
Então, B é igual a $\frac{5}{6} + 2 \times \frac{1}{12} = \frac{5}{6} + \frac{2}{12} =$
$= \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$
Logo, a opção correta é a [C].

53. 1 molécula de água: 2 átomos de hidrogénio + + 1 átomo de oxigénio.
$2 \times 1{,}67 \times 10^{-24} + 1 \times 2{,}66 \times 10^{-23} =$
$= 3{,}34 \times 10^{-24} + 26{,}6 \times 10^{-24} =$
$= (3{,}34 + 26{,}6) \times 10^{-24} =$
$= 29{,}94 \times 10^{-24} =$
$= 2{,}994 \times 10^{-23}$

54.
54.1. $\sqrt{36} = 6 \in \mathbb{Z}$
54.2. $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1 \in \mathbb{Q}$
$-3{,}(2) \in \mathbb{Q}$
$\sqrt{36} = 6 \in \mathbb{Q}$
$-\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$
$0{,}75 \in \mathbb{Q}$

54.3. Os números que pertencem a $\mathbb{R}$ e não pertencem a $\mathbb{Q}$ são os números irracionais, ou seja, $\sqrt{0{,}1}$.

55. [A] é falsa porque, por exemplo, $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2 \in \mathbb{Q}$.
[B] é falsa porque, por exemplo, $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \in \mathbb{Q}$.
[C] é falsa porque, por exemplo, $\pi^2 + 2 \times 5 =$
$= (\pi^2 + 10)$ é irracional.
[D] é verdadeira porque a é irracional, então $5a + 7b$ também é irracional.
Logo, a opção correta é a [D].

56. [A] Falsa. $5 - 8 = -3$ e $-3 \notin \mathbb{N}$
[B] Falsa. $\frac{5}{2} = 2{,}5$ e $2{,}5 \notin \mathbb{Z}$
[C] Verdadeira.
[D] Falsa. Por exemplo, $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7 \in \mathbb{Q}$
Logo, a opção correta é a [C].

57. [A] Falsa. $a + b$ situa-se à direita do ponto B.
[B] Verdadeira. O produto de qualquer número real positivo x por um número real compreendido entre 0 e 1 é sempre menor do que x. Como a é um número real positivo e b é um número real compreendido entre 0 e 1, logo $a \times b < a$ e, portanto, o ponto de abcissa $a \times b$ situa-se à esquerda de A.
[C] Falsa. Por exemplo, $0{,}2 - 0{,}6 = -0{,}4 < 0{,}2$, situa-se à esquerda do ponto A.
[D] Falsa. Por exemplo, $0{,}4 \times 0{,}6 = 0{,}24 < 0{,}4$, situa-se à esquerda do ponto A.
Logo, a opção correta é a [B].

58. $a = \sqrt{7} - 1$ e $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$
$2a + 3b^2 =$
$= 2 \times (\sqrt{7} - 1) + 3 \times (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 =$
$= 2\sqrt{7} - 2 + 3 \times 5 - 2\sqrt{15} + 3 =$
$= 2\sqrt{7} - 2 + 15 - 6\sqrt{15} + 9 =$
$= 22 + 2\sqrt{7} - 6\sqrt{15}$

59. A afirmação C é falsa porque os números fracionários são racionais e não são inteiros.
Por exemplo, $\frac{5}{2} = 2{,}5$.

60.
60.1. $\frac{20{,}5 \times 10^6}{8{,}1 \times 10^6} = \frac{20{,}5}{8{,}1} \approx 253$
2,53 – 1 = 1,53, ou seja, 153% de aumento.

60.2. $A = 20{,}5 \times 10^6 + 2{,}8 \times 10^6 =$
$= (20{,}5 + 2{,}8) \times 10^6 =$
$= 23{,}3 \times 10^6 =$
$= 2{,}33 \times 10^7$
R.: $A = 2{,}33 \times 10^7$ hectares.

61.
61.1. $A_\triangle = \dfrac{b \times h}{2}$

$A_\triangle = \dfrac{(2 + \sqrt{3}) \times 4}{2} = 2 \times (2 + \sqrt{3}) =$

$= 4 + 2\sqrt{3}$
Logo, $A_\triangle = (4 + 2\sqrt{3})$ cm^2.
61.2. $A = (4 + 2\sqrt{3})$ cm$^2 \approx 7{,}47$ cm^2

62. $11 - \dfrac{4}{10} < a < 11 + \dfrac{4}{10}$ e $5 - \dfrac{2}{10} < b < 5 + \dfrac{2}{10}$

$\left(11 - \dfrac{4}{10}\right)\left(5 - \dfrac{2}{10}\right) < a \times b < \left(11 + \dfrac{4}{10}\right)\left(5 + \dfrac{2}{10}\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{106}{10} \times \dfrac{48}{10} < a \times b < \dfrac{114}{10} \times \dfrac{52}{10}$

$\Leftrightarrow \dfrac{5088}{100} < a \times b < \dfrac{5928}{100}$

$\Leftrightarrow 50{,}88 < a \times b < 59{,}28$
$\Leftrightarrow 50{,}88 - 11 \times 5 < a \times b - 11 \times 5 < 59{,}28 - 11 \times 5$
$\Leftrightarrow -4{,}12 < a \times b - 11 \times 5 < 4{,}28$
Como $|4{,}12| < |4{,}28|$ podemos concluir que o erro máximo que se pode cometer ao aproximar $a \times b$ por 11×5 é 4,28.

63. $100\,000 \times 4{,}35 \times 10^{-2} = 10^5 \times 4{,}35 \times 10^{-2} =$
$= 4{,}35 \times 10^3$

64. 0,(32)
$r = 0{,}3232\ldots$
$100 \times r = 32{,}(32)$
$100r - r = 99r \Leftrightarrow 32{,}(32) - 0{,}(32) = 99r$
$\Leftrightarrow 99r = 32$
$\Leftrightarrow r = \dfrac{32}{99}$

65.
65.1. $\left(-2\,\dfrac{1}{2}\right)^2 - \left(-\dfrac{5}{2}\right)^2 = \left(-\dfrac{2}{5}\right)^2 = \left(\dfrac{2}{5}\right)^2$

65.2. $\sqrt{2} < \dfrac{3}{2}$

65.3. $-0{,}(33) < 0{,}3$
65.4. $4{,}35 \times 10^{-2} > 4{,}35 \times 10^{-3}$
65.5. $\pi > 3{,}14$
65.6. $\dfrac{7}{3} = 2{,}(3)$

66. [A] $\dfrac{\frac{2}{a}}{\frac{b}{c}} = \dfrac{2 \times c}{a \times b} \Leftrightarrow \dfrac{2}{a} \times \dfrac{c}{b} = \dfrac{2 \times c}{a \times b}$. Verdadeira

[B] $c \times \dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times c}{b} \neq \dfrac{c \times a}{c \times b}$. Afirmação falsa.

[C] $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-c} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^{c} = \dfrac{b^c}{a^c}$. Afirmação verdadeira.

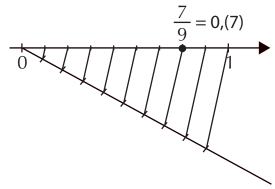
[D] $(a \times b)^c = a^c \times b^c$. Afirmação verdadeira.
Logo, a opção correta é a [B].

67. Se $A_{[ABCD]} = 36$, então $\overline{AB} = \sqrt{36} = 6$ cm.
Se $A_{[AEFG]} = 4$ cm^2, então $\overline{AE} = \sqrt{4} = 2$ cm.
Como $\overline{AB} = 6$ cm e $\overline{AE} = 2$ cm, então $\overline{EB} = 5 - 2 = 4$ cm e $\overline{EF} = 2$ cm.
Logo, $A_{[AFHB]} = 4 \times 2 = 8$ cm^2.

68. $\dfrac{13}{8} = \dfrac{13}{2^3} = \dfrac{13 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \dfrac{1625}{1000} = 1{,}625$

69. Sabemos que $31 \times 10^2 = 3100$.
$55^2 < 31 \times 10^2 < 56^2$
Logo, $\left(\dfrac{55}{10}\right)^2 < 31 < \left(\dfrac{56}{10}\right)^2$
$\Leftrightarrow 5{,}5 < \sqrt{31} < 5{,}6$

70. $r = 0{,}(7)$
$10 \times r = 7{,}(7)$
$10r - r = 9r \Leftrightarrow 9 \times r = 7{,}(7) - 0{,}(7) \Leftrightarrow r = \dfrac{7}{9}$



71.
71.1. Como a unidade está dividida em quatro partes iguais, a abcissa do ponto D é $\dfrac{3}{4}$.

71.2. A abcissa do ponto F é $1 + \dfrac{1}{3} = \dfrac{3}{3} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{3}$.

Assim, $k = \dfrac{4}{3}$ e, portanto, $k + \dfrac{4}{3} = \dfrac{4}{3} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{8}{3}$.

Como $\dfrac{8}{3} = 2 + \dfrac{2}{3}$, o ponto cuja abcissa é $k + \dfrac{4}{3}$ é o ponto J.

72.

72.1. $-\sqrt{2} < -1{,}4 \Leftrightarrow -3 - \sqrt{2} < -4{,}4$

72.2. $-\sqrt{7} < -2{,}6 \Leftrightarrow 3\sqrt{7} > 7{,}8$

73. Como $A_{[ABCD]} = 121\ \text{cm}^2$, então $\overline{AB} = 11$ cm $(\sqrt{121} = 11)$.

Como $A_{[ABIJ]} = 16\ \text{cm}^2$, então $\overline{BI} = 4$ cm $(\sqrt{16} = 4)$.

Como $A_{[BEFG]} = 16\ \text{cm}^2$, então $\overline{EF} = 4$ cm $(\sqrt{16} = 4)$.

Então,

$P = \overline{CD} + \overline{AD} + \overline{AB} + \overline{BI} + \overline{IJ} + \overline{JC} + \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GC} =$

$= 11 \times 3 + 5 \times 4 + (11 - 4) = 60$

R.: $P = 60$ cm

74. Se $7a < 5b$, então $a < \frac{5b}{7}$.

Logo, a opção correta é a [C].