



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: H

Duração do Teste de Avaliação: 90 minutos | novembro de 2022

Versão 2

Nome _____ Nº. _____

Instruções gerais

- Não é permitido o uso de corretor
 - É permitido o uso de calculadora
 - Para responderes aos itens de escolha múltipla, assinala de forma inequívoca, a opção escolhida, escrevendo a letra correspondente **Não apresentes cálculos nem justificações** neste tipo de itens
-

1. (10 pontos) Seja f , a função real, de variável real, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, definida por $f(x) = \frac{1}{x+1}$

Em qual das opções está a expressão algébrica da função derivada de f ?

- (A) $\frac{2}{(x+1)^2}$ (B) $\frac{1}{(x+1)^2}$ (C) $-\frac{1}{x+1}$ (D) $-\frac{1}{(x+1)^2}$

2. (20 pontos) Seja g , a função real, de variável real, definida por $g(x) = (2x+1)(1-3x)$

Determina, analiticamente, a equação da reta tangente ao gráfico da função g no ponto de abcissa zero

3. (20 pontos) Seja f , uma função real, de variável real, contínua no intervalo $[1; 3]$, e tal que $f(1) = 4$ e $f(3) = 2$

Seja g , a função real, de variável real, definida por $g(x) = 2x + f(x)$

Mostra que a equação $g(x) = 7$ é possível em $]1; 3[$

4. (20 pontos) Seja f , a função real, de variável real, definida por $f(x) = x^2 + c$, com $c \in \mathbb{R}$

Mostra, pela definição, que $f'(a) = 2a$

5. (10 pontos) Seja f , uma função real de variável real, de domínio \mathbb{R}^+

Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x - 5] = 0$

Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2}{x^2 f(x)}$?

- (A) 2
(B) $\frac{1}{5}$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) $-\frac{1}{2}$

6. Considera a função g , real de variável real, definida por $g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x + 1$

No referencial ortonormado da figura 1 estão representados parte do gráfico da função g , e duas retas paralelas, r e s

Sabe-se que:

- a reta r é tangente ao gráfico da função no ponto A de abscissa a
- a reta s é tangente ao gráfico da função no ponto B de abscissa b
- as retas r e s são paralelas à reta de equação $y = -3x$

6.1. (20 pontos) Estuda, analiticamente, a função g quanto à monotonia e quanto à existência de extremos

Na tua resposta, apresenta o(s) intervalo(s) de monotonia

6.2. (20 pontos) Determina, analiticamente, os valores de a e b

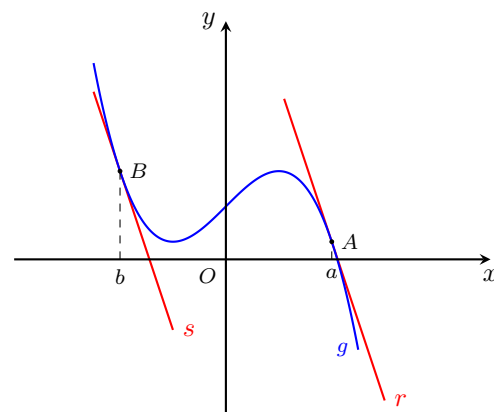


Figura 1

7. **(10 pontos)** Seja f , a função real, de variável real, de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$

No referencial ortonormado da figura 2 encontra-se parte da representação gráfica da função f e uma reta r tangente ao gráfico da função no ponto A de abscissa 2

Em qual das opções está o valor do declive da reta r ?

- (A) $\frac{5}{4}$
 (B) $\frac{4}{3}$
 (C) $\frac{1}{2}$
 (D) $\frac{3}{4}$

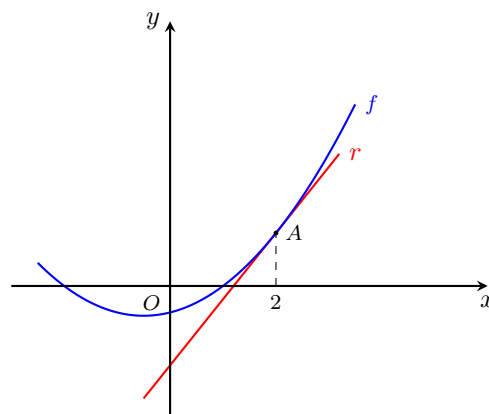


Figura 2

8. Sejam f e g , duas funções reais, de variável real, definidas, respetivamente, por $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + x$ e

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{2x^2 - 10x + 12} & \text{se } x < 2 \\ 2k^2 - 3 & \text{se } x = 2 \\ \frac{3\sqrt{2x+5} - 9}{(x-2)(1-x)} & \text{se } x > 2 \end{cases}, \text{ com } k \in \mathbb{R}$$

8.1. (20 pontos) Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função g é contínua no ponto $x = 2$

8.2. (20 pontos) Determina, analiticamente e caso exista, a equação da assíntota ao gráfico da função f quando $x \rightarrow -\infty$

9. (10 pontos) Sejam f e g , duas funções reais, de variável real, de domínio $[0; +\infty[$

No referencial ortonormado da figura 3 encontra-se parte da representação gráfica da função f e uma reta r tangente ao gráfico da função no ponto A

Sabe-se que:

- o ponto A tem abscissa 1
- $(0; 3)$ e $(-3; 0)$ são pontos da reta r
- a função g é definida por $g(x) = \sqrt{x} + 2$

Qual é o valor de $(g \times f)'(1)$?

- (A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 6

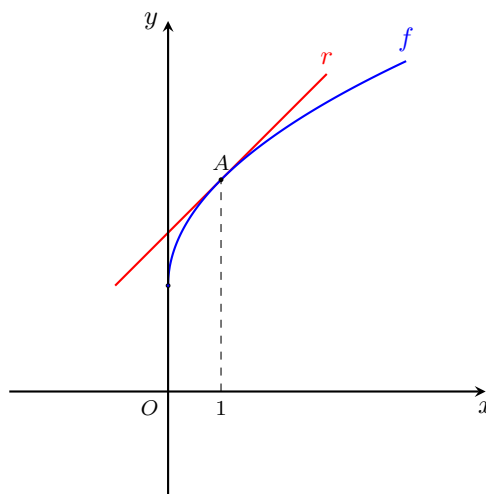


Figura 3

10. (20 pontos) Seja h , a função real, de variável real, definida por $h(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$

Resolve, em \mathbb{R} , e analiticamente, a condição $h(x) \leq \frac{x}{x+2}$

Apresenta o conjunto solução sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais

FIM

Formulário

Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$$