

Ficha n.º 1 – Página 104

6. EQUAÇÕES E SISTEMAS

1. Opção correta: (A)

$$\text{Repara que } -\frac{1}{3}(-4+2) - \frac{2 \times (-4) - 1}{2} = -(-4) + 1\frac{1}{6} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \times (-2) - \frac{-8-1}{2} = \frac{4}{1 \times 6} + \frac{7}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3 \times 2} + \frac{9}{2 \times 3} = \frac{24}{6} + \frac{7}{6} \Leftrightarrow \frac{4}{6} + \frac{27}{6} = \frac{31}{6} \Leftrightarrow \frac{31}{6} = \frac{31}{6}, \text{ verdadeiro.}$$

2. Opção correta: (D)

$$(A) 1 - \frac{x}{4} - 2\left(\frac{1}{3}x - 1\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{1 \times 12} - \frac{x}{4 \times 3} - \frac{2x}{3 \times 4} + \frac{2}{1 \times 12} = \frac{x}{4 \times 3} - \frac{1}{4 \times 3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{12}{12} - \frac{3x}{12} - \frac{8x}{12} + \frac{24}{12} = \frac{3x}{12} - \frac{3}{12} \Leftrightarrow 12 - 3x - 8x + 24 = 3x - 3 \Leftrightarrow -3x - 8x - 3x = -3 - 12 - 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -14x = -39 \Leftrightarrow x = \frac{39}{14} \notin \mathbb{Z}$$

$$(B) -2\left(\frac{1-2x}{5}\right) + \frac{3x}{10} = x - \frac{2-x}{10} \Leftrightarrow -\frac{2}{5 \times 2} + \frac{4x}{5 \times 2} + \frac{3x}{10} = \frac{x}{1 \times 10} - \frac{2}{10} + \frac{x}{10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{10} + \frac{8x}{10} + \frac{3x}{10} = \frac{10x}{10} - \frac{2}{10} + \frac{x}{10} \Leftrightarrow -4 + 8x + 3x = 10x - 2 + x \Leftrightarrow 8x + 3x - 10x - x = -2 + 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0x = 2, \text{ Equação impossível}$$

$$(C) \frac{3(x-1)}{2} - x = \frac{1}{2}(x-6) \Leftrightarrow \frac{3x}{2} - \frac{3}{2} - \frac{x}{1 \times 2} = \frac{x}{2} - \frac{6}{2} \Leftrightarrow \frac{3x}{2} - \frac{3}{2} - \frac{2x}{2} = \frac{x}{2} - \frac{6}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3 - 2x = x - 6 \Leftrightarrow 3x - 2x - x = -6 + 3 \Leftrightarrow 0x = -3, \text{ Equação impossível}$$

$$(D) \frac{1}{4}\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1-x}{12} = \frac{x}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{8 \times 3} + \frac{1}{12 \times 12} + \frac{x}{12 \times 12} = \frac{x}{4 \times 6} \Leftrightarrow \frac{3x}{24} + \frac{12x}{24} = \frac{6x}{24} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x + 12x - 6x = 0 \Leftrightarrow 9x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in \mathbb{Z}$$

$$3.1. \frac{x}{2 \times 3} + \frac{4}{1 \times 6} = -\frac{x}{3 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} \Leftrightarrow \frac{3x}{6} + \frac{24}{6} = -\frac{2x}{6} + \frac{3}{6} \Leftrightarrow 3x + 24 = -2x + 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2x = 3 - 24 \Leftrightarrow 5x = -21 \Leftrightarrow x = -\frac{21}{5}, C.S. = \left\{-\frac{21}{5}\right\}$$

$$3.2. \frac{4x-1}{3} = \frac{3-2x}{2} \Leftrightarrow \frac{4x}{3 \times 2} - \frac{1}{3 \times 2} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2x}{2 \times 3} \Leftrightarrow \frac{8x}{6} - \frac{2}{6} = \frac{9}{6} - \frac{6x}{6} \Leftrightarrow 8x - 2 = 9 - 6x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8x + 6x = 9 + 2 \Leftrightarrow 14x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{14}, C.S. = \left\{\frac{11}{14}\right\}$$

$$3.3. 4 - \frac{1}{2}(x-1) = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow \frac{4}{1 \times 2} - \frac{x}{2 \times 2} + \frac{1}{2} = \frac{x}{2} - \frac{2}{1 \times 2} \Leftrightarrow \frac{8}{2} - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{x}{2} - \frac{4}{2} \Leftrightarrow -x - x = -4 - 8 - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x = -13 \Leftrightarrow x = \frac{13}{2}, C.S. = \left\{\frac{13}{2}\right\}$$

Ficha n.º 1 – Página 104 (cont.)

$$\begin{aligned} 3.4. \quad -3(x+0,2) &= \frac{1}{5} - \frac{2-x}{10} \Leftrightarrow -3\left(x+\frac{2}{10}\right) = \frac{1}{5} - \frac{2}{10} + \frac{x}{10} \Leftrightarrow -\frac{3x}{1} \underset{(\times 10)}{-} \frac{6}{10} = \frac{1}{5} \underset{(\times 2)}{-} \frac{2}{10} + \frac{x}{10} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -\frac{30x}{10} - \frac{6}{10} = \frac{2}{10} - \frac{2}{10} + \frac{x}{10} \Leftrightarrow -30x - 6 = \cancel{2} \cancel{2} + x \Leftrightarrow -30x - x = 6 \Leftrightarrow -31x = 6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{31} \end{aligned}$$

$$C.S. = \left\{ -\frac{6}{31} \right\}$$

$$\begin{aligned} 3.5. \quad \frac{x}{7} - \frac{1}{2}(x-1) &= \frac{5x}{14} \Leftrightarrow \frac{x}{7} \underset{(\times 2)}{-} \frac{x}{2} \underset{(\times 7)}{+} \frac{1}{2} \underset{(\times 7)}{=} \frac{5x}{14} \Leftrightarrow \frac{2x}{14} - \frac{7x}{14} + \frac{7}{14} = \frac{5x}{14} \Leftrightarrow 2x - 7x - 5x = -7 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -10x = -7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{10}, \quad C.S. = \left\{ \frac{7}{10} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.6. \quad \frac{x-\frac{1}{2}}{3} \underset{(\times 2)}{-} \frac{x-\frac{1}{3}}{2} \underset{(\times 3)}{=} \frac{-x}{6} \Leftrightarrow \frac{2x-1}{\cancel{6}} - \frac{3x-1}{\cancel{6}} = -\frac{x}{\cancel{6}} \Leftrightarrow 2x \cancel{1} - 3x \cancel{1} = -x \Leftrightarrow 2x - 3x + x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0x = 0, \quad C.S. = \mathbb{Q} \end{aligned}$$

Ficha n.º 1 – Página 105

4.1. Opção correta: (A)

4.2. Opção correta: (B)

$$\begin{aligned} \text{Repara que } \frac{x+5}{2} = 2(x-1) &\Leftrightarrow \frac{x}{2} + \frac{5}{2} = \frac{2x}{1} - \frac{2}{1} \quad (\times 2) \quad (\times 2) \Leftrightarrow \frac{x}{\cancel{2}} + \frac{5}{\cancel{2}} = \frac{4x}{\cancel{2}} - \frac{4}{\cancel{2}} \Leftrightarrow x - 4x = -4 - 5 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow -3x = -9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{3} \Leftrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

5.1. Se o perímetro do triângulo é 15 cm, então a equação que traduz essa informação é

$$x+1+\frac{x+4}{2}+\left(-\frac{x}{2}-2\right)=15.$$

$$\begin{aligned} 5.2. \quad x+1+\frac{x+4}{2}+\left(-\frac{x}{2}-2\right)=15 &\Leftrightarrow x+1+\frac{x+4}{2}-\frac{x}{2}-2=15 \Leftrightarrow 2x+2+x+4-x-4=30 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2x+x-x=30-2-4+4 \Leftrightarrow 2x=28 \Leftrightarrow x=\frac{28}{2} \Leftrightarrow x=14; S=\{14\}. \end{aligned}$$

5.3. Substituindo na expressão de  $-\frac{x}{2}-2$  a incógnita por 14, obtém-se  $-\frac{14}{2}-2=-7-2=-9$ , o que significa que um dos lados do triângulo tem um comprimento negativo, o que é impossível. Apesar de 14 ser solução da equação escrita em 5.1., 14 não é solução do problema.

6.  $x \rightarrow$  Quantia inicial;  $\frac{1}{6}x \rightarrow$  Quantia gasta no biquíni;  $\frac{3}{5}\left(1-\frac{1}{6}\right)x \rightarrow$  Quantia gasta no insuflável

$$\begin{aligned} \frac{1}{6}x + \frac{3}{5}\left(\frac{1}{\cancel{1}(\times 6)} - \frac{1}{6}\right)x + 48 = x &\Leftrightarrow \frac{1}{6}x + \frac{3}{5} \times \frac{\cancel{6}}{\cancel{6}}x + 48 = x \Leftrightarrow \frac{1}{6}x + \frac{3}{6}x + \frac{48}{1} = \frac{x}{1} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\cancel{6}}x + \frac{3}{\cancel{6}}x + \frac{288}{\cancel{6}} = \frac{6}{\cancel{6}}x \Leftrightarrow x + 3x + 288 = 6x \Leftrightarrow x + 3x - 6x = -288 \Leftrightarrow -2x = -288 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{288}{2} \Leftrightarrow x = 144 \end{aligned}$$

Antes de fazer as compras, a Alice tinha 144 euros.

Ficha n.º 2 – Página 106

6. EQUAÇÕES E SISTEMAS

1. Opção correta: (A)

$$A = B \Leftrightarrow x + 7 = -2x + b \Leftrightarrow x + 2x = b - 7 \Leftrightarrow 3x = b - 7 \Leftrightarrow x = \frac{b-7}{3}$$

2.1. Opção correta: (A)

$$x - 2y = 5 \Leftrightarrow x = 5 + 2y$$

Se  $y = -3$ ,  $x = 5 + 2 \times (-3) \Leftrightarrow x = 5 - 6 \Leftrightarrow x = -1$ , logo o par  $(-1, -3)$  é solução da equação apresentada.

2.2. Opção correta: (D)

A equação dada é equivalente a  $x = 5 + 2y$ . Atribuindo diferentes valores a  $y$  obtemos diferentes pares ordenados  $(x, y)$ , existindo uma infinidade.

$$3.1. \frac{x}{2} - y = 8 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - \frac{y}{1} = \frac{8}{1} \Leftrightarrow x - 2y = 16 \Leftrightarrow x = 16 + 2y$$

$$3.2. \frac{1}{2}(x-3) = x + \frac{w}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = x + \frac{w}{2} \Leftrightarrow x - 3 = 2x + w \Leftrightarrow x - 2x = 3 + w \Leftrightarrow -x = 3 + w \Leftrightarrow x = -3 - w$$

$$3.3. -\frac{1}{2}(x-y) = \frac{1}{3}y - 2x + 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{3}y - 2x + 1 \Leftrightarrow -3x + 3y = 2y - 12x + 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3x + 12x = 2y - 3y + 6 \Leftrightarrow 9x = -y + 6 \Leftrightarrow x = \frac{-y+6}{9}$$

$$3.4. b - 2x = 1 + 8x - \frac{1}{3}(x + 2b) \Leftrightarrow b - 2x = 1 + 8x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}b \Leftrightarrow 3b - 6x = 3 + 24x - x - 2b \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -6x - 24x + x = -3b + 3 - 2b \Leftrightarrow -29x = 3 - 5b \Leftrightarrow x = \frac{3-5b}{-29} \Leftrightarrow x = \frac{5b-3}{29}$$

4. Opção correta: (B)

Se substituirmos  $x$  por 2 e  $y$  por  $-1$ :

▪ Na primeira equação:  $\frac{2}{2} - (-1) = 2 \Leftrightarrow 1 + 1 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2$  (V)

▪ Na segunda equação:  $-2 + 3 \times (-1) = -5 \Leftrightarrow -2 - 3 = -5 \Leftrightarrow -5 = -5$  (V)

Logo, o par  $(2, -1)$  é solução do sistema apresentado na opção (B).

5.  $\begin{cases} x + y = 18 \rightarrow \text{porque o número total de alunos é 18} \\ x = 2y \rightarrow \text{porque o número de rapazes (x) é o dobro do número de raparigas (y)} \end{cases}$

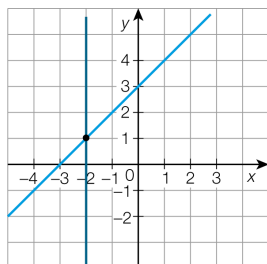
Ficha n.º 2 – Página 107

$$6.1. \begin{cases} \frac{x+2y}{2} - y = -1 \\ 2(x+y) - 3y = x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-2y = -2 \\ 2x+2y-3y = x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ 2x-x+2y-3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x-y = -3 \end{cases}$$

6.2. Primeira reta:  $x = -2$  (vertical)

Segunda reta:  $x - y = -3 \Leftrightarrow -y = -x - 3 \Leftrightarrow y = x + 3$

Representação das retas:



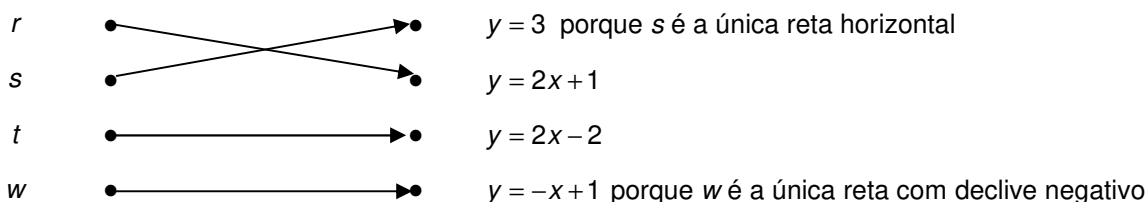
6.3. É o ponto de coordenadas  $(-2, 1)$ .

6.4. Se  $x = -2$  e  $y = 1$ :

▪ Na primeira equação:  $\frac{-2+2 \times 1}{2} - 1 = -1 \Leftrightarrow \frac{-2+2}{2} - 1 = -1 \Leftrightarrow 0 - 1 = -1 \Leftrightarrow -1 = -1$  (V)

▪ Na segunda equação:  $2(-2+1) - 3 \times 1 = -2 - 3 \Leftrightarrow 2 \times (-1) - 3 = -2 - 3 \Leftrightarrow -2 - 3 = -5 \Leftrightarrow -5 = -5$  (V)

7.1.



Sendo  $r$  e  $t$  paralelas, têm o mesmo declive e distinguem-se pela ordenada na origem, que é 1 em  $r$  e  $-2$  em  $t$ .

7.2. a)  $\begin{cases} y = 3 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$  porque as retas  $r$  e  $s$  interseccionam-se no ponto  $(1, 3)$

b)  $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$  porque as retas  $r$  e  $w$  interseccionam-se no ponto  $(0, 1)$

c)  $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$  porque as retas  $r$  e  $t$  não se interseccionam, uma vez que são estritamente paralelas

Ficha n.º 3 – Página 108

6. EQUAÇÕES E SISTEMAS

1.1. Substituindo  $x$  por 1 e  $y$  por  $-4$ :

▪ Na primeira equação:  $1 - \frac{-4}{2} = -(-4) - 1 \Leftrightarrow 1 + 2 = 4 - 1 \Leftrightarrow 3 = 3$  (V).

Logo,  $(1, -4)$  é solução da primeira equação.

▪ Na segunda equação:

$$(-4) \times 1 - \frac{-4 - 2 \times 1}{2} = 4 \Leftrightarrow -4 - \frac{-4 - 2}{2} = 4 \Leftrightarrow -4 - \frac{-6}{2} = 4 \Leftrightarrow -4 + 3 = 4 \Leftrightarrow -1 = 4$$
 (F)

Logo,  $(1, -4)$  não é solução da segunda equação e, por isso, também não é solução do sistema.

1.2. Substituindo  $x$  por  $-\frac{3}{2}$  e  $y$  por 1:

▪ Na primeira equação:  $-\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -1 - 1 \Leftrightarrow -\frac{4}{2} = -2 \Leftrightarrow -2 = -2$  (V)

▪ Na segunda equação:

$$(-4) \times \left(-\frac{3}{2}\right) - \frac{1 - 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)}{2} = 4 \Leftrightarrow \frac{12}{2} - \frac{1 + 3}{2} = 4 \Leftrightarrow 6 - \frac{4}{2} = 4 \Leftrightarrow 6 - 2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 4$$
 (V)

Conclui-se, então, que o par  $\left(-\frac{3}{2}, 1\right)$  é solução do sistema, pois satisfaz as duas equações que o constituem.

2.1. 
$$\begin{cases} 2(x - y) = x + 5 \\ \frac{x}{3} + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y - x = 5 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 5 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$$

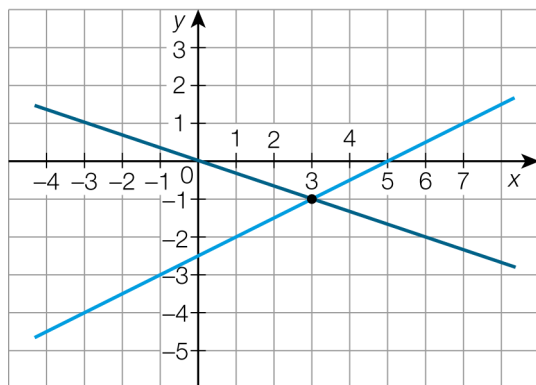
2.2. ▪  $x - 2y = 5 \Leftrightarrow x = 5 + 2y$

Se  $y = 0$ ,  $x = 5$  e se  $y = -1$ ,  $x = 5 + 2 \times (-1) = 3$ , pelo que temos os pontos  $(5, 0)$  e  $(3, -1)$ .

▪  $x + 3y = 0 \Leftrightarrow x = -3y$

Se  $y = 0$ ,  $x = 0$  e se  $y = -1$ ,  $x = (-3) \times (-1) \Leftrightarrow x = 3$ , pelo que temos os pontos  $(0, 0)$  e  $(3, -1)$ .

Representação das retas num referencial:



2.3. A solução do sistema é o par ordenado  $(3, -1)$ , uma vez que corresponde às coordenadas do ponto de interseção das duas retas.

Ficha n.º 3 – Página 109

$$3.1. \begin{cases} y - 2x = 0 \\ -x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ -x + 3 \times 2x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ -x + 6x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 5x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \times 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \quad S = \{(1, 2)\}$$

$$3.2. \begin{cases} 2x - 3y = 9 \\ -x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3(x + 3) = 9 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3x - 9 = 9 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -18 \\ y = -18 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = -15 \end{cases} \quad S = \{(-18, -15)\}$$

$$3.3. \begin{cases} \frac{x}{3} - 2y = -4 \\ 1 - \frac{2y + x}{2} = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6y = -12 \\ 2 - 2y - x = 2y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6y = -12 \\ -x - 2y - 2y = 4 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6y = -12 \\ -x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6y - 12 \\ -10y = 2 - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6y - 12 \\ -10y = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \times 1 - 12 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 1 \end{cases} \quad S = \{(-6, 1)\}$$

$$3.4. \begin{cases} 3 - (x + 2y) = y - \frac{1}{2} \\ x - \frac{x - 2y}{2} = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x - 2y = y - \frac{1}{2} \\ 2x - x + 2y = 4x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2x - 4y = 2y - 1 \\ x - 4x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2x - 4y = 2y - 1 \\ 2y = 6 + 3x \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 6\left(3 + \frac{3}{2}x\right) = -7 \\ y = \frac{6 + 3x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 18 - \frac{18}{2}x = -7 \\ y = \frac{6 + 3x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - 9x = -7 + 18 \\ y = \frac{6 + 3x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11x = 11 \\ y = \frac{6 + 3x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{6 + 3 \times (-1)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 + \frac{3}{2} \times (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{6}{2} - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \quad S = \left\{\left(-1, \frac{3}{2}\right)\right\}$$

$$3.5. \begin{cases} x - \frac{1}{2}(y - 2x) = 4x - 1 \\ y - (x + 2y) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{2}y + x = 4x - 1 \\ y - x - 2y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4x - \frac{1}{2}y = -1 \\ -x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - \frac{1}{2}y = -1 \\ -x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2 - x = 2 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 - 2 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \quad S = \{(0, 2)\}$$

$$3.6. \begin{cases} 2\left(x - \frac{y}{4}\right) = 1 - y \\ 2y - \frac{3 - x}{2} = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{1}{2}y = 1 - y \\ 4y - 3 + x = 2x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y + 2y = 2 \\ -x + 4y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 2 \\ -x + 4y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ -x + 4y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ -x + 4(2 - 4x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 4x \\ -17x = 1 - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 4 \times \frac{7}{17} \\ x = \frac{7}{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{17} \\ x = \frac{7}{17} \end{cases} \quad S = \left\{\left(\frac{7}{17}, \frac{6}{17}\right)\right\}$$

Ficha n.º 3 – Página 109 (cont.)

4. A reta  $r$  contém os pontos  $(2, 2)$  e  $(-4, 6)$ , logo o seu declive é  $a = \frac{2-6}{2-(-4)} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$ .

$$r: y = -\frac{2}{3}x + b \xrightarrow{(2, 2)} 2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 2 + b \Leftrightarrow 2 = -\frac{4}{3} + b \Leftrightarrow b = \frac{6}{3} + \frac{4}{3} \Leftrightarrow b = \frac{10}{3}, \text{ logo } r: y = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3}.$$

O declive da reta  $s$  é 1, pelo que  $y = x + b \xrightarrow{(-1, 6)} 6 = -1 + b \Leftrightarrow 6 + 1 = b \Leftrightarrow b = 7$ , logo  $s: y = x + 7$ .

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \\ y = x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 7 = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3} \\ y = x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 21 = -2x + 10 \\ y = x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 - 21 \\ y = x + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{5} \\ y = -\frac{11}{5} + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{11}{5} \\ y = \frac{24}{5} \end{cases}$$

O ponto de interseção das duas retas tem de coordenadas  $\left(-\frac{11}{5}, \frac{24}{5}\right)$ .



Ficha n.º 3 – Página 110

6. EQUAÇÕES E SISTEMAS

5. Substituindo  $x$  por 2 e  $y$  por 1, obtém-se:

$$\begin{cases} 2 + a \times 1 = -1 \\ b \times 2 - \frac{2+1}{3} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + a = -1 \\ 2b - \frac{3}{3} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 - 2 \\ 2b = -3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = \frac{-2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$$

Assim,  $a = -3$  e  $b = -1$ .

- 6.1. **Verdadeira.** Ambas as equações estão escritas na forma  $ax + by = c$ , sendo  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

- 6.2. **Falsa.** O par ordenado  $(0, -7)$  é solução da primeira equação do sistema, pois  $2 \times 0 + (-7) = -7$ .

- 6.3. **Verdadeira.**  $x - 3y = -7 \Leftrightarrow -3y = -x - 7 \Leftrightarrow 3y = x + 7 \Leftrightarrow y = \frac{x+7}{3}$

- 6.4. **Falsa.**  $x - 3y = -7 \Leftrightarrow y = \frac{x+7}{3} \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$

O declive desta reta é  $\frac{1}{3}$  que é diferente de 3, logo a reta não é paralela à reta de equação  $y = 3x + 5$ .

- 6.5. **Verdadeira.** Substituindo  $x$  por  $-4$  e  $y$  por 1:

▪ Na primeira equação:  $2 \times (-4) + 1 = -7 \Leftrightarrow -8 + 1 = -7 \Leftrightarrow -7 = -7$  (V)

▪ Na segunda equação:  $-4 - 3 \times 1 = -7 \Leftrightarrow -4 - 3 = -7 \Leftrightarrow -7 = -7$  (V)

- 6.6. **Falsa.** Para que o sistema tivesse uma infinidade de soluções, as duas equações que o constituem teriam de ser equivalentes, o que não acontece.

7. Para que os sistemas sejam equivalentes, têm de ter o mesmo conjunto-solução.

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 1 - \frac{1}{2}(x + y) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -2 \\ 1 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -2 \\ 2 - x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -2 \\ -x - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 2 \\ -(y - 2) - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 2 \\ -y + 2 - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 2 \\ -2y = -4 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 2 \\ -2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 2 \\ y = \frac{-6}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Conclui-se que o par ordenado  $(1, 3)$  tem de ser também solução do segundo sistema, logo:

$$\begin{cases} a(1+3) - 3 = -1 \\ -1 + b \times 3 = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = -1 + 3 \\ 3b = -13 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 2 \\ 3b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{4} \\ b = \frac{-12}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -4 \end{cases}$$

Assim,  $a = \frac{1}{2}$  e  $b = -4$ .

Ficha n.º 3 – Página 111

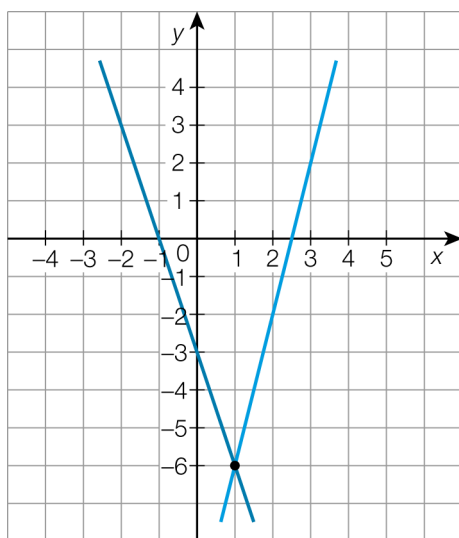
$$\begin{aligned}
 8.1. \quad & \begin{cases} x - y = 4 \\ 4(x+1) + y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ 4x + 4 + y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ 4x + y = -5 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 4 \\ 4x + y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 4(y+4) + y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 4y + 16 + y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 5y = -9 - 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ y = \frac{-25}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 + 4 \\ y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -5 \end{cases} \quad S = \{(-1, -5)\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8.2. \quad & \begin{cases} 1 - 4x - 2y = x + 2 + 8x \\ -2(2+x) + 6 = -2y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 4x - 2y = x + 2 + 8x \\ -4 - 2x + 6 = -2y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} -4x - x - 8x - 2y = 2 - 1 \\ -2x + 2y = 1 - 6 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -13x - 2y = 1 \\ -2x + 2y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -13x - 2y = 1 \\ 2y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -13x - 2\left(x - \frac{1}{2}\right) = 1 \\ y = x - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} -13x - 2x + 1 = 1 \\ y = x - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -15x = 0 \\ y = x - \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad S = \left\{\left(0, -\frac{1}{2}\right)\right\}
 \end{aligned}$$

$$9.1. \quad \begin{cases} 3(x+y) - 2y = -3 \\ 1 - \frac{y}{2} = -2x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y - 2y = -3 \\ 2 - y = -4x + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = -3 \\ 4x - y = 12 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = -3 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$$

- 9.2. ▪  $3x + y = -3 \Leftrightarrow y = -3x - 3$ . Esta reta contém os pontos  $(0, -3)$  e  $(-1, 0)$ .
- $4x - y = 10 \Leftrightarrow -y = -4x + 10 \Leftrightarrow y = 4x - 10$ . Esta reta contém os pontos  $(1, -6)$  e  $(2, -2)$ .

Representação das retas num referencial:



- 9.3. O ponto de interseção das duas retas tem de coordenadas  $(1, -6)$ , sendo este, portanto, o par ordenado que é solução do sistema.

1.

Sistema	(A)	(B)	(C)
Posição relativa de $r$ e $s$	Estritamente paralelas	Coincidentes	Concorrentes
N.º de soluções do sistema	Zero	Infinitas	Uma
Classificação	Impossível	Possível indeterminado	Possível determinado

- 2.1. Por exemplo:  $-2x + y = 5$ , porque  $-2x + y$  não pode ser, simultaneamente, 3 e 5, o que torna o sistema impossível.
- 2.2. Por exemplo:  $-4x + 2y = 6$ , porque esta equação é equivalente a  $-2x + y = 3$  (todos os seus termos foram multiplicados por 2), logo representa a mesma reta. Tratando-se de retas coincidentes, o sistema associado é possível indeterminado.
- 2.3. Por exemplo:  $x - y = 4$ , porque esta equação representa uma reta que não é coincidente nem estritamente paralela à reta representada por  $-2x + y = 3$ , o que faz com que o sistema correspondente tenha uma só solução que coincide com o ponto de interseção das duas retas.

Ficha n.º 4 – Página 113

3. Opção correta: (A)

Por observação da figura, uma das retas tem declive positivo e passa na origem do referencial e a outro tem declive negativo e ordenada na origem também negativa.

▪  $x - 2y = 0 \Leftrightarrow 2y = x \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x \rightarrow$  Passa na origem e tem declive positivo  $\left(\frac{1}{2}\right)$

▪  $2x + y = -2 \Leftrightarrow y = -2x - 2 \rightarrow$  Tem declive negativo  $(-2)$  e ordenada na origem negativa  $(-2)$

4.1. 
$$\begin{cases} 2x + y = -1 \\ -\frac{y}{2} - 4x = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = -1 \\ -y - 8x = 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = -1 \\ -8x - y - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x - 1 \\ -8x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x - 1 \\ -8x - 3(-2x - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x - 1 \\ -8x + 6x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2x - 1 \\ -2x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (-2) \times \frac{3}{2} - 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 - 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$S = \left\{ \left( \frac{3}{2}, -4 \right) \right\}$  e o sistema é possível determinado.

4.2. 
$$\begin{cases} 2x - \frac{y-1}{3} = 1 \\ 2(-y+3x) = -y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - y + 1 = 3 \\ -2y + 6x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - y = 2 \\ 6x - y = 3 \end{cases}$$

O sistema é impossível, pois  $6x - y$  não pode ser simultaneamente 2 e 3, e  $S = \emptyset$ .

4.3. 
$$\begin{cases} -\frac{1}{2}(x-2y) - \frac{x}{2} = y-2 \\ -y + \frac{1}{4}x = -\frac{x+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}x + y - \frac{x}{2} = y-2 \\ -4y + x = -2x-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y - y = -2 \\ x + 2x - 4y + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x = -2 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 3 \times 2 - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ -2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$S = \{(2, 3)\}$  e o sistema é possível determinado.

4.4. 
$$\begin{cases} x - 2(y-x) = 5+y \\ \frac{x-y}{2} = \frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y + 2x = 5+y \\ 3x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2x - 2y - y = 5 \\ 3x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 5 \\ 3x - 3y = 5 \end{cases}$$

Este sistema é possível indeterminado uma vez que as duas equações são equivalentes. Todos os pares ordenados da forma  $\left(x, -\frac{5}{3} + x\right)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , são solução do sistema.

4.5. 
$$\begin{cases} x = 5(x-y) \\ \frac{y+4}{4} = x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5x - 5y \\ y + 4 = 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 5x + 5y = 0 \\ y = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x + 5 \times 4x = 0 \\ y = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x = 0 \\ y = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$S = \{(0, 0)\}$  e o sistema é possível determinado.

Ficha n.º 4 – Página 114

6. EQUAÇÕES E SISTEMAS

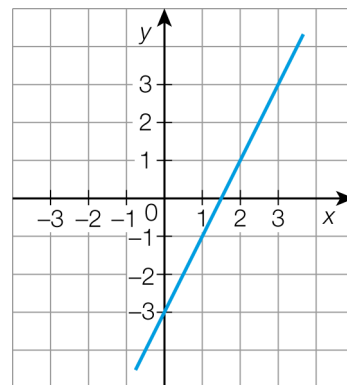
5.1. ▪  $2x - y = 3 \Leftrightarrow -y = -2x + 3 \Leftrightarrow y = 2x - 3$

Esta reta contém os pontos de coordenadas  $(0, -3)$  e  $(1, -1)$ .

▪  $\frac{y}{2} - x = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow y - 2x = -3 \Leftrightarrow y = 2x - 3$

(Reta coincidente com a primeira.)

O sistema é possível indeterminado. Qualquer par ordenado do tipo  $(x, 2x - 3)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , é solução do sistema.



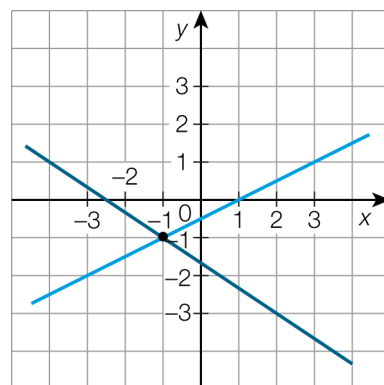
5.2. ▪  $2x + 3y = -5 \Leftrightarrow 3y = -2x - 5 \Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

Esta reta contém os pontos de coordenadas  $(-1, -1)$  e  $(2, -3)$ .

▪  $-2x + 4y = -2 \Leftrightarrow 4y = 2x - 2 \Leftrightarrow y = \frac{2x - 2}{4} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

Esta reta contém os pontos de coordenadas  $(-1, -1)$  e  $(1, 0)$ .

$S = \{(-1, -1)\}$ . O sistema é possível determinado.



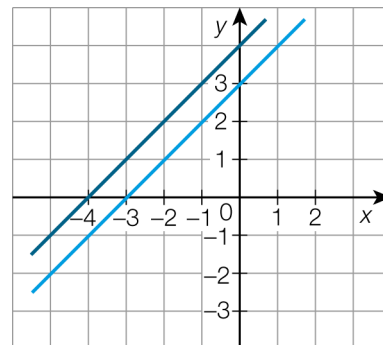
5.3. ▪  $1 - \frac{x - y}{2} = 3 \Leftrightarrow 2 - x + y = 6 \Leftrightarrow y = x + 6 - 2 \Leftrightarrow y = x + 4$

Esta reta contém os pontos de coordenadas  $(0, 4)$  e  $(-1, 3)$ .

▪  $2(x - y) + 2 = -4 \Leftrightarrow 2x - 2y = -4 - 2 \Leftrightarrow -2y = -2x - 6 \Leftrightarrow y = x + 3$

Esta reta contém os pontos de coordenadas  $(0, 3)$  e  $(-1, 2)$ .

$S = \emptyset$ . O sistema é impossível.



Ficha n.º 4 – Página 115

- 6.1. Verdadeira.** As duas equações são equivalentes, representando retas coincidentes.
- 6.2. Verdadeira.** Como  $0x = 0$ , sabe-se que o produto de qualquer número  $x$  por zero é zero. Assim, há infinitos valores possíveis para  $x$  e, na segunda equação, obtêm-se os correspondentes valores de  $y$ .
- 6.3. Falsa.** Qualquer par ordenado pode ser solução de um sistema possível determinado.
- 6.4. Verdadeira.** A afirmação apenas será verdadeira se os três pontos pertencerem simultaneamente à mesma reta.

$$(-1, 3) \text{ e } (1, 5) \rightarrow a = \frac{3-5}{-1-1} = \frac{-2}{-2} = 1$$

$y = x + 4 \rightarrow$  Equação da reta que contém os dois primeiros pontos

Se  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $y = -\frac{1}{2} + 4 = -\frac{1}{2} + \frac{8}{2} = \frac{7}{2}$ , logo o terceiro ponto também pertence à reta.

$$\begin{aligned} 7.1. \quad & \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = -2 \\ -y + \frac{1}{2}(x+y) = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -8 \\ -y + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y = -2x-8 \\ -2y + x + y - 2x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+8 \\ -x - y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+8 \\ -x - (2x+8) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+8 \\ -x - 2x - 8 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x+8 \\ -3x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \times (-2) + 8 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 + 8 \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Assim,  $A(-2, 4)$ .

$$7.2. \quad B(4, y), \text{ sendo } y = \frac{1}{2} \times 4 - 1 = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1, \text{ logo } B(4, 1).$$

$D(-2, -4)$ , pois  $D$  e  $A$  são simétricos em relação ao eixo  $Ox$ .

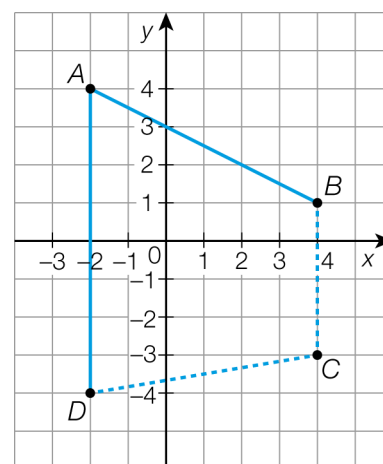
**7.3.** Representação gráfica num referencial cartesiano (figura ao lado):

**7.4.** Tomando  $[AD]$  como uma das bases do trapézio:

$$\overline{AD} = 8, h = 6, \overline{BC} = x$$

$$\begin{aligned} A = 36 & \Leftrightarrow \frac{(8+x) \times 6}{2} = 36 \Leftrightarrow \frac{48+6x}{2} = 36 \Leftrightarrow 24+3x = 36 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow 3x = 36-24 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{3} \Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

Assim,  $\overline{BC} = 4$ , logo  $C(4, -3)$ .



1. Opção correta: (B)

Se cada goma de banana é mais cara 0,03 € do que cada goma de laranja, então  $x = y + 0,03$ . A segunda equação traduz o preço total de 12 gomas de banana e 7 de laranja.

2.1.  $x$ : preço, em euros, de cada rosa

$y$ : preço, em euros, de cada margarida

$$\begin{aligned} \begin{cases} 6x + 4y = 10,8 \\ 5x + 7y = 12,3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4y = -6x + 10,8 \\ 5x + 7y = 12,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{6}{4}x + \frac{10,8}{4} \\ 5x + 7y = 12,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1,5x + 2,7 \\ 5x + 7(-1,5x + 2,7) = 12,3 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1,5x + 2,7 \\ 5x - 10,5x + 18,9 = 12,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1,5x + 2,7 \\ -5,5x = 12,3 - 18,9 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1,5x + 2,7 \\ -5,5x = -6,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = (-1,5) \times 1,2 + 2,7 \\ x = 1,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0,9 \\ x = 1,2 \end{cases} \end{aligned}$$

Cada rosa custa 1,20 € e cada margarida custa 0,90 €.

2.2.  $x$ : idade atual da Ana

$y$ : idade atual do Carlos

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = y + 12 \\ (x + 4) + (y + 4) = 26 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 12 \\ x + y = 26 - 4 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 12 \\ x + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 12 \\ 2y = 18 - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 12 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

Atualmente, a Ana tem 15 anos e o Carlos 3 anos.

2.3.  $x$ : idade atual da Sara

$y$ : idade atual do Rui

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 22 \\ x - 2 = 2(y - 2) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ 22 - y - 2 = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ -y - 2y = -4 - 22 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 22 - y \\ -3y = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

Atualmente, a Sara tem 14 anos e o Rui 8 anos.

Ficha n.º 5 – Página 117

- 2.4. Como o triângulo é isósceles,  $x + 5y = 6y - 2$ . Além disso, a soma das amplitudes dos três ângulos internos do triângulo é  $180^\circ$ . Assim:

$$\begin{cases} x + 5y = 6y - 2 \\ x + 5y + 6y - 2 + 3y - x + 14 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y - 6y = -2 \\ 14y = 180 + 2 - 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -2 \\ 14y = 168 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 12 = -2 \\ y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Assim:

$$\widehat{CBA} = 10 + 5 \times 12 = 10 + 60 = 70^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 6 \times 12 - 2 = 72 - 2 = 70^\circ$$

$$\widehat{BAC} = 3 \times 12 - 10 + 14 = 36 - 10 + 14 = 40^\circ$$

- 2.5.  $x$ : número de alunos que foram ao cinema  
 $y$ : número de professores acompanhantes

$$\begin{cases} 6(y + 1) + 5(x + 4) = 138 \\ y + x = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y + 6 + 5x + 20 = 138 \\ y = -x + 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y + 5x = 138 - 6 - 20 \\ y = -x + 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(-x + 22) + 5x = 112 \\ y = -x + 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x + 132 + 5x = 112 \\ y = -x + 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 112 - 132 \\ y = -x + 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = -20 + 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 2 \end{cases}$$

Assim, conclui-se que foram ao cinema 20 alunos e 2 professores. O preço total a pagar foi:

$$90\% \text{ de } (20 \times 5 + 2 \times 6) = 0,90 \times (100 + 12) = 0,90 \times 112 = 100,80 \text{ €}$$

- 2.6.  $x$ : largura (em decímetros) do retângulo  
 $y$ : comprimento (em decímetros) do retângulo

$$10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 34 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2(3x + 1) = 34 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6x + 2 = 34 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 34 - 2 \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \times 4 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 13 \end{cases}$$

O retângulo tem 4 dm de largura e 13 dm de comprimento.



Ficha n.º 5 – Página 118

2.7.  $x$ : número de livros do Rui

$y$ : número de livros do José

$$\begin{cases} x = 2y \\ x - 8 = y + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 2y - y = 8 + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \times 16 \\ y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 16 \end{cases}$$

O Rui tem 32 livros e o José 16 livros.

2.8.  $x$ : número de homens que trabalham na empresa

$y$ : número de mulheres que trabalham na empresa

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x + 2 = 2(y - 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ x + 2 = 2y - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ x - 2y = -4 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ 30 - y - 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ -3y = -6 - 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - y \\ -3y = -36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 - 12 \\ y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$$

Atualmente, trabalham na empresa 18 homens e 12 mulheres.

2.9.  $x$ : número de respostas certas

$y$ : número de respostas erradas

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 4x - y = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 - x \\ 4x - (50 - x) = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 - x \\ 4x - 50 + x = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 - x \\ 5x = 140 + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 - x \\ 5x = 190 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 - 38 \\ x = 38 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 38 \end{cases}$$

O João acertou 38 respostas e errou 12 respostas.

2.10.  $x$ : número de automóveis

$y$ : número de viaturas de duas rodas (bicicletas e motorizadas)

$$\begin{cases} x + y = 46 \\ 4x + 2y = 156 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 46 - x \\ 4x + 2(46 - x) = 156 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 46 - x \\ 4x + 92 - 2x = 156 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 46 - x \\ 2x = 156 - 92 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 46 - 32 \\ x = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 14 \\ x = 32 \end{cases}$$

Há 14 viaturas de duas rodas. Como o número de motorizadas excede em dois o número de bicicletas, se  $z$  representar o número de bicicletas, então  $z + 2$  representa o número de motorizadas, logo  $z + z + 2 = 14 \Leftrightarrow 2z = 12 \Leftrightarrow z = 6$ . Assim, existem 6 bicicletas, 8 motorizadas e 32 automóveis estacionados na garagem.

Ficha n.º 5 – Página 119

$$\begin{aligned}
 2.11. \quad & \begin{cases} 4x - \frac{3}{2}y = \frac{1}{2}y + 20 \\ 2\left(4x - \frac{3}{2}y\right) + 2 \times \frac{1}{2}y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 3y = y + 40 \\ 8x - 3y + y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 3y - y = 40 \\ 8x - 2y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4y = 40 \\ 8x - 2y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4y = 40 \\ -2y = -8x + 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4y = 40 \\ y = \frac{-8x + 80}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 4(4x - 40) = 40 \\ y = 4x - 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 16x + 160 = 40 \\ y = 4x - 40 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} -8x = 40 - 160 \\ y = 4x - 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 4 \times 15 - 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 20 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Assim,  $x = 15$  e  $y = 20$ .

2.12.  $x$ : semanada, em euros, do Tomás (antes do aumento)

$y$ : semanada, em euros, da Ana (antes do aumento)

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} x = y + 4 \\ x + y + 0,25(x + y) = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ x + y + 0,25x + 0,25y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 1,25x + 1,25y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 1,25(y + 4) + 1,25y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 1,25y + 5 + 1,25y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 4 \\ 2,5y = 35 - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 + 4 \\ y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 12 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Antes do aumento, o Tomás recebia 16 € de semanada e a Ana 12 €.

2.13.  $x$ : número de quartos duplos do hotel

$y$ : número de quartos triplos do hotel

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} x + y = 52 \\ 2x + 3y = 116 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 52 - x \\ 2x + 3(52 - x) = 116 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 52 - x \\ 2x + 156 - 3x = 116 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 52 - x \\ -x = 116 - 156 \end{cases} \Leftrightarrow \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 52 - x \\ x = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 52 - 40 \\ x = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 40 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Há 40 quartos duplos e 12 triplos.

O hotel recebeu:  $40 \times 80 + 12 \times 105 = 3200 + 1260 = 4460$  €.

Teste n.º 1 – Página 120

6. EQUAÇÕES E SISTEMAS

$$1.1. -\frac{1}{2}\left(-1-\frac{1}{3}\times(-1)\right)-(-1)=4-\frac{1-(-1)}{2}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{1_{(\times 3)}}+\frac{1}{3}\right)+1=4-\frac{2}{2}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)+1=4-1\Leftrightarrow \frac{1}{3}+\frac{1}{1_{(\times 3)}}=3\Leftrightarrow \frac{1}{3}+\frac{3}{3}=3\Leftrightarrow \frac{4}{3}=3, \text{ falso.}$$

Logo  $-1$  não é solução da equação.

$$1.2. -\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{3}x\right)-x=4-\frac{1-x}{2}\Leftrightarrow -\frac{1}{2_{(\times 3)}}x+\frac{1}{6}x-\frac{x}{1_{(\times 6)}}=\frac{4}{1_{(\times 6)}}-\frac{1}{2_{(\times 3)}}+\frac{x}{2_{(\times 3)}}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{6}x+\frac{1}{6}x-\frac{6x}{6}=\frac{24}{6}-\frac{3}{6}+\frac{3x}{6}\Leftrightarrow -3x+x-6x=24-3+3x\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3x+x-6x-3x=24-3\Leftrightarrow -11x=21\Leftrightarrow x=-\frac{21}{11}\notin\mathbb{N}$$

Logo, a equação é impossível em  $\mathbb{N}$ .  $C.S. = \emptyset$

2.1. Opção correta: (B)

Se há um total de 27 peças de fruta, então  $p + m = 27$ . Se o número de pêssegos é 80% do número de maçãs, então  $p = 0,8m$ .

2.2. Opção correta: (A)

$$\begin{cases} p + m = 27 \\ p = 0,8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,8m + m = 27 \\ p = 0,8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,8m = 27 \\ p = 0,8m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 15 \\ p = 0,8 \times 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 15 \\ p = 12 \end{cases}$$

3. Opção correta: (B)

$$2 + x = -\frac{y}{2} - x + 4 \Leftrightarrow 4 + 2x = -y - 2x + 8 \Leftrightarrow y + 2x + 2x = 8 - 4 \Leftrightarrow y = -4x + 4$$

Para que o sistema seja impossível, a outra equação tem de ser de uma reta estritamente paralela à reta de equação  $y = -4x + 4$ .

Na opção (B) e considerando os pontos  $(0, 3)$  e  $(1, -1)$ :  $a = \frac{3 - (-1)}{0 - 1} = \frac{4}{-1} = -4$ .

$y = -4x + b$  e  $b = 3$  porque  $(0, 3)$  é o ponto de interseção da reta com o eixo  $Oy$ . Assim, a equação que completa é  $y = -4x + 3$  (equação da reta representada na opção (B)).

Teste n.º 1 – Página 121

4.  $\frac{x+y}{3} - 2y = 1 \Leftrightarrow x + y - 6y = 3 \Leftrightarrow x - 5y = 3 \Leftrightarrow x = 3 + 5y$

Esta reta contém os pontos de coordenadas  $(3, 0)$  e  $(-2, -1)$ .

$2(x - y) + y = -3 \Leftrightarrow 2x - 2y + y = -3 \Leftrightarrow -y = -2x - 3 \Leftrightarrow y = 2x + 3$

Esta reta contém os pontos de coordenadas  $(0, 3)$  e  $(1, 5)$ .

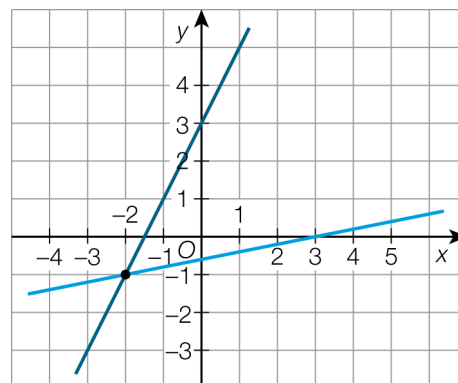
Representação das retas num referencial cartesiano

(figura ao lado):

As retas interseitam-se no ponto de coordenadas  $(-2, -1)$ ,

logo é este o par ordenado que é solução do sistema.

$S = \{(-2, -1)\}$



5. 
$$\begin{cases} \frac{x-2y}{2} - \left(y - \frac{x}{2}\right) = 2 \\ -x + 4y = 2(x+y) - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x-2y}{2} - y + \frac{x}{2} = 2 \\ -x + 4y = 2x + 2y - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y - 2y + x = 4 \\ -x - 2x + 4y - 2y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = 4 \\ -3x + 2y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4+4y}{2} \\ -3x + 2y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2y \\ -3(2+2y) + 2y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2y \\ -6 - 6y + 2y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2y \\ -4y = -8 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2 \times \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$S = \left\{\left(3, \frac{1}{2}\right)\right\}$ . O sistema é possível determinado.

6.  $x$ : dinheiro, em euros, investido na aplicação 1

$y$ : dinheiro, em euros, investido na aplicação 2

$$\begin{cases} x + y = 30\,000 \\ x + 0,02x + y + 0,03y = 30\,780 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30\,000 - x \\ 1,02x + 1,03y = 30\,780 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30\,000 - x \\ 1,02x + 1,03(30\,000 - x) = 30\,780 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 30\,000 - x \\ 1,02x + 30\,900 - 1,03x = 30\,780 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30\,000 - x \\ -0,01x = 30\,780 - 30\,900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30\,000 - x \\ -0,01x = -120 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 30\,000 - 12\,000 \\ x = 12\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 18\,000 \\ x = 12\,000 \end{cases}$$

A Raquel investiu 12 000 € na aplicação 1 e 18 000 € na aplicação 2.

- 1.1. Pelo Teorema de Pitágoras, se  $x$  representar a distância da base da vara à parede, então:

$$4,5^2 = 3,6^2 + x^2 \Leftrightarrow 20,25 = 12,96 + x^2 \Leftrightarrow 20,25 - 12,96 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 7,29 \Leftrightarrow x = \sqrt{7,29} \Leftrightarrow x = 2,7$$

A base da vara fica a 2,7 m da parede.

- 1.2. Se  $y$  representar a distância da haste ao chão, então:

$$\frac{2,7}{1,8} = \frac{3,6}{3,6 - y}, \text{ ou seja,}$$

$$2,7(3,6 - y) = 1,8 \times 3,6 \Leftrightarrow 9,72 - 2,7y = 6,48 \Leftrightarrow -2,7y = 6,48 - 9,72 \Leftrightarrow -2,7y = -3,24 \Leftrightarrow y = 1,2$$

A haste será colocada a 1,2 m do chão.

- 2.1. Dados os pontos  $(2, 1)$  e  $(0, 3)$ ,  $a = \frac{1-3}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1$ .

$$y = -x + b \xrightarrow{(0,3)} 3 = 0 + b \Leftrightarrow b = 3$$

A forma canónica da função  $g$  é  $g(x) = -x + 3$ .

- 2.2. Se  $r$  é paralela à reta que representa graficamente a função  $g$ , então tem o mesmo declive  $(-1)$ .

$$(f \times g)(-1) = f(-1) \times g(-1) = \frac{1}{2} \times [ -(-1) + 3 ] = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

Logo,  $r$  passa no ponto de coordenadas  $(-1, 2)$  e, portanto:

$$y = -x + b \xrightarrow{(-1,2)} 2 = -(-1) + b \Leftrightarrow 2 = 1 + b \Leftrightarrow 2 - 1 = b \Leftrightarrow b = 1$$

$$r: y = -x + 1$$

### 3. Opção correta: (B)

$120^\circ$  é a terça parte de  $360^\circ$  (pois  $360^\circ : 3 = 120^\circ$ ), logo, quando o ponteiro dos minutos roda  $-120^\circ$  (ou seja,  $120^\circ$  no sentido dos ponteiros do relógio), passam 20 minutos pois esta é a terça parte de 60 minutos ( $60 : 3 = 20$ ).

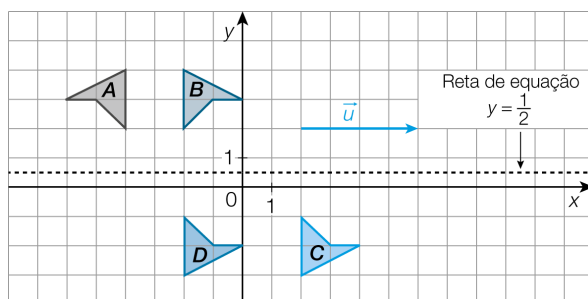
Assim,  $10 \text{ h } 08 \text{ min} + 20 \text{ min} = 10 \text{ h } 28 \text{ min}$ , ou seja, 10:28.

4.  $\frac{6}{450} = \frac{3}{225} = \frac{1}{75} \rightarrow$  fração irredutível equivalente a  $\frac{6}{450}$ .

Como  $75 = 3 \times 5^2$  e, na decomposição em fatores primos de 75 surge o fator 3, então significa que a fração dada não é equivalente a uma fração decimal, pois apenas o seria se na decomposição em fatores primos do denominador da fração irredutível que lhe é equivalente, surgissem apenas os fatores primos 2 e 5.

Teste n.º 2 – Página 123

5. Opção correta: (D)



A figura  $D$  é a transformada de  $B$  por uma reflexão de eixo  $s$ , sendo  $s$  a reta de equação  $y = \frac{1}{2}$ . Após esta reflexão, se a figura  $D$  sofrer uma translação de vetor  $\vec{u}$ , transforma-se na figura  $C$ , pois desloca-se quatro unidades para a direita. Assim,  $C$  é a imagem de  $B$  por uma reflexão deslizante de eixo  $s$  e vetor  $\vec{u}$ .

$$6. \quad \frac{\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{5}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\left[\frac{2}{5} \times \left(-\frac{5}{3}\right)\right]^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{(-2)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{|-3|} = \frac{1 - 2^2}{3} = \frac{1 - 4}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

Assim, o valor da expressão numérica dada é  $\frac{4}{9} + (-1) = \frac{4}{9} - \frac{9}{9} = -\frac{5}{9}$ .

7.1. **Falsa.** Um sistema de duas equações do 1.º grau com duas incógnitas possível indeterminado é representado graficamente por duas retas coincidentes.

7.2. **Verdadeira**

$$x + 2y = 8 \Leftrightarrow 2y = -x + 8 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \text{e} \quad -8x - 4y = 0 \Leftrightarrow -4y = 8x \Leftrightarrow y = -2x$$

O declive da primeira reta é  $-\frac{1}{2}$  e o da segunda é  $-2$ . Como os declives são diferentes, as retas não são paralelas (nem coincidentes nem estritamente paralelas), logo conclui-se que as duas retas são concorrentes.

7.3. **Verdadeira**

7.4. **Falsa.** Uma função afim tem uma expressão algébrica na forma canónica do tipo  $ax + b$ , sendo  $a$  e  $b$  parâmetros reais. Assim,  $f$  não é uma função afim.

7.5. **Falsa.** Como 12 não está compreendido entre 1 e 10, então  $12 \times 10^{-5}$  não está escrito em notação científica.

Teste n.º 2 – Página 124

6. EQUAÇÕES E SISTEMAS

8.1.  $-\sqrt{25} < -1,(3) < 0 < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{4}{5} < 2,1(6) < \frac{10}{2}$

8.2.  $10 \times 2,1(6) = 21,(6)$

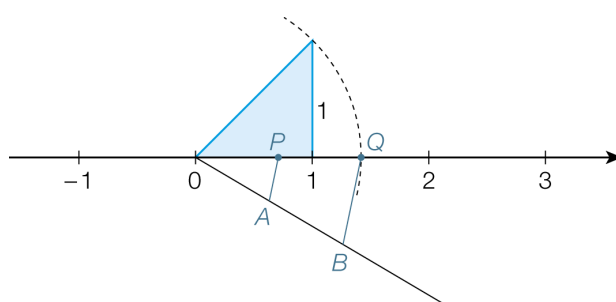
$100 \times 2,1(6) = 216,(6)$

$100 \times 2,1(6) - 10 \times 2,1(6) = 216,(6) - 21,(6) \Leftrightarrow 90 \times 2,1(6) = 195 \Leftrightarrow 2,1(6) = \frac{195}{90}$

$\frac{195}{90} = \frac{39}{18} = \frac{13}{6}$

8.3.  $-\sqrt{25}$  e 0

8.4. O único número irracional pertencente a  $A$  é  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .



A hipotenusa do triângulo retângulo tem  $\sqrt{2}$  unidades de comprimento, pois, pelo Teorema de Pitágoras, se  $h$  for a medida dessa hipotenusa, então:  $h^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow h^2 = 2 \Leftrightarrow h = \sqrt{2}$

Logo,  $Q$  é um ponto de abscissa  $\sqrt{2}$  (o arco de circunferência tem origem no ponto de abscissa 0 e  $\sqrt{2}$  unidades de raio). Se  $O$  representar a origem, pretende-se agora marcar um ponto  $P$  tal que  $\overline{OP} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , ou seja, tal que  $\overline{OP} = \frac{\overline{OQ}}{2}$ . Para tal, traça-se uma semirreta com origem na origem do referencial e marcam-se dois arcos de circunferência de tal forma que a distância entre eles é igual à distância entre a origem e o primeiro arco. Estes arcos interseitam a semirreta em dois pontos,  $A$  e  $B$ , marcados na figura. Une-se, por um segmento de reta,  $B$  a  $Q$ , e traça-se um segmento de reta paralelo por  $A$ , que interseita a reta numérica em  $P$ . Este é o ponto pretendido, cuja abscissa é  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

9.1.  $2x - \frac{x+a}{3} = -a + \frac{1}{2}(a-x) \Leftrightarrow 2x - \frac{x+a}{3} = -a + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}x \Leftrightarrow 12x - 2x - 2a = -6a + 3a - 3x \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow 12x - 2x + 3x = -6a + 3a + 2a \Leftrightarrow 13x = -a \Leftrightarrow x = -\frac{a}{13}$

9.2. Se  $a = -2$ ,  $x = -\frac{-2}{13} \Leftrightarrow x = \frac{2}{13}$ .

9.3.  $13x = -a \Leftrightarrow a = -13x$

Teste n.º 2 – Página 124 (cont.)

9.4. Se  $x = -2$ ,  $a = (-13) \times (-2) = 26$ .

9.5. Se  $a = 13$ ,  $x = -\frac{13}{13} \Leftrightarrow x = -1$ .

Se  $a = 0$ ,  $x = -\frac{0}{13} \Leftrightarrow x = 0$ .

Se  $a = -13$ ,  $x = -\frac{-13}{13} \Leftrightarrow x = 1$ .

Por exemplo:  $(13, -1)$ ,  $(0, 0)$  e  $(-13, 1)$  são três pares ordenados que são solução da equação literal apresentada.

10. 
$$\begin{cases} x - 2y = \frac{1}{2}x + 4 \\ -\frac{x + y + 3}{2} = -3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4y = x + 8 \\ -x - y - 3 = -6y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x - 4y = 8 \\ -x - y + 6y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4y = 8 \\ -x + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 + 4y \\ -(8 + 4y) + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 + 4y \\ -8 - 4y + 5y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 + 4y \\ y = 3 + 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 + 4 \times 11 \\ y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 \\ y = 11 \end{cases} \quad S = \{(52, 11)\}$$



Teste n.º 2 – Página 125

11. Opção correta: (C)

Por observação da figura, ambas as retas têm declive igual (são retas paralelas) e positivo, uma delas passa na origem do referencial e a outra tem ordenada na origem positiva.

$$\bullet \quad 3x - 2y = 0 \Leftrightarrow -2y = -3x \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x \rightarrow \text{Passa na origem e tem declive positivo } \left(\frac{3}{2}\right)$$

$$\bullet \quad 2y - 3x = 6 \Leftrightarrow 2y = 3x + 6 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x + 3 \rightarrow \text{Tem declive positivo e igual ao da reta anterior } \left(\frac{3}{2}\right)$$

e ordenada na origem positiva (3)

12.1. A aresta do cubo é igual a  $\sqrt[3]{729} = 9$  cm e a altura da pirâmide é igual a  $\overline{GV} = \overline{CG} = 9$  cm, logo  $\overline{GV} + \overline{CG} = \overline{CV} = 9 + 9 = 18$  cm.

$$\text{Logo, } A_{[BCVF]} = \frac{\overline{CV} + \overline{BF}}{2} \times \overline{BC} = \frac{18 + 9}{2} \times 9 = \frac{27}{2} \times 9 = \frac{243}{2} = 121,5 \text{ cm}^2$$

$$12.2. V_{\text{sólido}} = V_{\text{cubo}} + V_{\text{pirâmide}} = 729 + \frac{1}{3} \times A_{\text{base pirâmide}} \times h_{\text{pirâmide}} = 729 + \frac{1}{3} \times 9 \times 9 \times 9 = 729 + 243 = 972 \text{ cm}^3$$