

2. TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Opção correta: (B)

Quaisquer dois triângulos retângulos isósceles têm um ângulo com 90º de amplitude e dois ângulos com 45º cada um, logo são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos.

2.1. Os triângulos [ABP] e [ABC] têm ambos um ângulo reto e um ângulo comum (ângulo PBA). Assim, os referidos triângulos são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos. Da mesma forma, os triângulos [APC] e [ABC] têm ambos um ângulo reto e um ângulo comum (ângulo ACP), logo são também semelhantes.

Conclui-se que os três triângulos, [ABP], [APC] e [ABC], são semelhantes.

2.2. Os triângulos [APC] e [ABC] são semelhantes, pelo que os seus lados homólogos são diretamente proporcionais. Assim, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CP}}$.

2.3.
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CP}} \Leftrightarrow \frac{5+4}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{4} \Leftrightarrow \overline{AC} \times \overline{AC} = 9 \times 4 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 36 \underset{\overline{AC} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{AC} = \sqrt{36} \Leftrightarrow \overline{AC} = 6$$

3. Os dois triângulos retângulos da figura são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos, pois para além de apresentarem ambos um ângulo reto, têm um ângulo em comum. Assim, os seus lados correspondentes são diretamente proporcionais pelo que se representarmos por x a altura da árvore, tem-se que $\frac{x}{18} = \frac{1,5}{2}$, sendo 2 = 18 - 16.

Como
$$\frac{x}{18} = \frac{1,5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{18 \times 1,5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{27}{2} \Leftrightarrow x = 13,5$$
, então $x = 13,5$.

A árvore tem 13,5 m de altura.



- 4. Pela questão 2.1., num triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa divide-o em dois triângulos retângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo inicial. Assim, os seus lados são diretamente proporcionais.
- **4.1.** Usando a semelhança dos triângulos [ADC] e [DBC]: $\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DB}}$

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow \frac{3.8}{4.6} = \frac{4.6}{x} \Leftrightarrow x = \frac{4.6 \times 4.6}{3.8} \Leftrightarrow x = \frac{21.16}{3.8} \Leftrightarrow x \approx 5.57 \text{ cm}$$

4.2. Usando a semelhança dos triângulos [QTS] e [TRS]: $\frac{\overline{QT}}{\overline{ST}} = \frac{\overline{ST}}{\overline{TR}}$

$$\frac{\overline{QT}}{\overline{ST}} = \frac{\overline{ST}}{\overline{TR}} \Leftrightarrow \frac{5}{x} = \frac{x}{11.2} \Leftrightarrow x \times x = 5 \times 11, 2 \Leftrightarrow x^2 = 56 \Leftrightarrow x = \sqrt{56} \Leftrightarrow x \approx 7,48 \text{ cm}$$

4.3. Usando a semelhança dos triângulos [*HFG*] e [*EHG*]: $\frac{\overline{GH}}{\overline{EH}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{GH}}$

$$\frac{\overline{GH}}{\overline{EH}} = \frac{\overline{HF}}{\overline{GH}} \Leftrightarrow \frac{1,1}{x} = \frac{0,7}{1,1} \Leftrightarrow x = \frac{1,1 \times 1,1}{0,7} \Leftrightarrow x \approx 1,73 \text{ cm}$$

4.4. Usando a semelhança dos triângulos [MPO] e [OPN]: $\frac{\overline{ON}}{\overline{MO}} = \frac{\overline{PO}}{\overline{PM}}$

$$\frac{\overline{ON}}{\overline{MO}} = \frac{\overline{PO}}{\overline{PM}} \Leftrightarrow \frac{2,3}{3.9} = \frac{x}{3.4} \Leftrightarrow x = \frac{2,3 \times 3,4}{3.9} \Leftrightarrow x = \frac{7,82}{3.9} \Leftrightarrow x \approx 2,01 \,\text{cm}$$

4.5. Usando a semelhança dos triângulos [*UVX*] e [*XVW*]: $\frac{\overline{UX}}{\overline{XV}} = \frac{\overline{XV}}{\overline{XW}}$

$$\frac{\overline{UX}}{\overline{XV}} = \frac{\overline{XV}}{\overline{XW}} \Leftrightarrow \frac{4.3}{x} = \frac{x}{3.3} \Leftrightarrow x \times x = 4.3 \times 3.3 \Leftrightarrow x^2 = 14.19 \Leftrightarrow x = \sqrt{14.19} \Leftrightarrow x \approx 3.77 \text{ cm}$$

4.6. Usando a semelhança dos triângulos [KIL] e [IJL]: $\frac{\overline{KL}}{\overline{IL}} = \frac{\overline{IL}}{\overline{LJ}}$

Como
$$\frac{\overline{KL}}{\overline{IL}} = \frac{\overline{IL}}{\overline{LJ}} \Leftrightarrow \frac{2,2}{x} = \frac{x}{5,4} \Leftrightarrow x \times x = 2,2 \times 5,4 \Leftrightarrow x^2 = 11,88 \Leftrightarrow x = \sqrt{11,88} \Leftrightarrow x \approx 3,45 \text{ cm}$$

5.1. Os triângulos [ABC] e [ADE] são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos, pois ambos têm um ângulo reto e há um ângulo comum aos dois triângulos (ângulo EAD).

5.2.
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$$

5.3. a)
$$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$
 b) $\frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \Leftrightarrow \frac{10}{6} = \frac{7}{\overline{DE}} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{6 \times 7}{10} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{42}{10} \Leftrightarrow \overline{DE} = 4.2 \text{ cm}$

c) Como os dois triângulos são semelhantes com razão de semelhança $\frac{5}{3}$ (considerando a ampliação), então a razão entre as suas áreas é $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$. Assim, a área do triângulo [ABC] é $18 \times \frac{25}{9} = 2 \times 9 \times \frac{25}{9} = 2 \times 25 = 50$ cm², logo a área do quadrilátero [ECBD] é 50 - 18 = 32 cm².



2. TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Opção correta: (D)

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo, temos que $\overline{\emph{BC}}^2=8^2+10^2$.

Como
$$\overline{BC}^2 = 8^2 + 10^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 + 100 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 164 \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{164} \Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{2^2 \times 41} \Leftrightarrow \overline{BC} = 2\sqrt{41}$$
, então $\overline{BC} = 2\sqrt{41}$.

2.1.
$$x^2 = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 9 + 16 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \sqrt{25} \Leftrightarrow x = 5 \text{ cm}$$

2.2.
$$10^2 = 6^2 + x^2 \Leftrightarrow 100 = 36 + x^2 \Leftrightarrow 100 - 36 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 64 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{64} \Leftrightarrow x = 8 \text{ dm}$$

2.3.
$$15^2 = 12^2 + x^2 \Leftrightarrow 225 = 144 + x^2 \Leftrightarrow 225 - 144 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 81 \Leftrightarrow x = \sqrt{81} \Leftrightarrow x = 9 \text{ m}$$

2.4.
$$x^2 = 5^2 + 7^2 \Leftrightarrow x^2 = 25 + 49 \Leftrightarrow x^2 = 74 \Leftrightarrow x = \sqrt{74}$$
 dm

3. Opção correta: (A)

Se *x* representar a medida, em centímetros, do comprimento do cateto desconhecido do triângulo, então:

$$x^{2} + 10^{2} = 15^{2} \Leftrightarrow x^{2} + 100 = 225 \Leftrightarrow x^{2} = 225 - 100 \Leftrightarrow x^{2} = 125 \Leftrightarrow x = \sqrt{125} \Leftrightarrow x = \sqrt{5^{2} \times 5} \Leftrightarrow x = 5\sqrt{5}$$

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{10 \times 5\sqrt{5}}{2} = \frac{50\sqrt{5}}{2} = 25\sqrt{5} \text{ cm}^{2}$$

4. O perímetro do losango é 80 m, logo $\overline{AD} = \frac{80}{4} = 20 \text{ m}.$

$$\overline{AP} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ m}$$
, pois as diagonais de um losango bissetam-se.

$$\overline{AP}^2 + \overline{DP}^2 = \overline{AD}^2 \Leftrightarrow 15^2 + \overline{DP}^2 = 20^2 \Leftrightarrow 225 + \overline{DP}^2 = 400 \Leftrightarrow \overline{DP}^2 = 400 - 225$$
$$\Leftrightarrow \overline{DP}^2 = 175 \Leftrightarrow \overline{DP} = \sqrt{175} \Leftrightarrow \overline{DP} = \sqrt{5^2 \times 7} \Leftrightarrow \overline{DP} = 5\sqrt{7}$$

$$A_{[ADP]} = \frac{15 \times 5\sqrt{7}}{2} = \frac{75\sqrt{7}}{2}$$

$$A_{\text{losango}} = 4 \times A_{\text{[ADP]}} = \frac{4 \times 75\sqrt{7}}{2} = \frac{300\sqrt{7}}{2} = 150\sqrt{7} \text{ m}^2$$



- 5.1. Os triângulos [ABC] e [ACP] têm ambos um ângulo reto e um ângulo comum (ângulo ACP). Assim, os referidos triângulos são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos. Analogamente se justifica que [ABC] e [APB] são semelhantes, portanto os três triângulos referidos no enunciado são semelhantes.
- **5.2.** Como os triângulos [ABC] e [ACP] são semelhantes, os seus lados correspondentes são diretamente proporcionais, logo $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AP}}$.

Pela semelhança dos triângulos [ABC] e [APB], conclui-se que $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AP}}$

- **5.3.** Como $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{CP}}$, então $\frac{c}{a} = \frac{a}{\overline{CP}}$. De igual modo, como $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{PB}}$, então $\frac{c}{b} = \frac{b}{\overline{PB}}$.
- **5.4.** $\frac{c}{a} = \frac{a}{\overline{CP}} \Leftrightarrow \overline{CP} \times c = a \times a \Leftrightarrow \overline{CP} = \frac{a^2}{c}; \quad \frac{c}{b} = \frac{b}{\overline{PB}} \Leftrightarrow \overline{PB} \times c = b \times b \Leftrightarrow \overline{PB} = \frac{b^2}{c}$ $\overline{CP} + \overline{PB} = \frac{a^2}{c} + \frac{b^2}{c} \Leftrightarrow \overline{CB} = \frac{a^2 + b^2}{c} \Leftrightarrow c = \frac{a^2 + b^2}{c} \Leftrightarrow c \times c = a^2 + b^2 \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2, \text{ demonstrando-se, assim, o Teorema de Pitágoras.}$
- **6.** Seja *d* a medida da diagonal do retângulo.

$$d^2 = 80^2 + 55^2 \Leftrightarrow d^2 = 6400 + 3025 \Leftrightarrow d^2 = 9425 \underset{d>0}{\Leftrightarrow} d = \sqrt{9425} \Leftrightarrow d \approx 97,08 \text{ m}$$

$$P = 80 + 55 + 97,08 = 232,08 \text{ m}$$

$$232,08:10=23,208$$

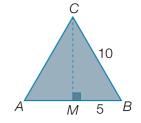
O sr. Jorge terá de comprar 24 rolos de rede.

7.1.
$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = \frac{30}{3} = 10 \text{ dm}$$

Seja *M* o ponto médio de [*AB*]. Como o triângulo [*ABC*] é equilátero, [*CM*] coincide com a altura do triângulo.

$$10^{2} = 5^{2} + \overline{CM}^{2} \Leftrightarrow 100 = 25 + \overline{CM}^{2} \Leftrightarrow 100 - 25 = \overline{CM}^{2} \Leftrightarrow \overline{CM}^{2} = 75$$

$$\Leftrightarrow \overline{CM} = \sqrt{75} \Leftrightarrow \overline{CM} = \sqrt{5^{2} \times 3} \Leftrightarrow \overline{CM} = 5\sqrt{3} \text{ dm}$$

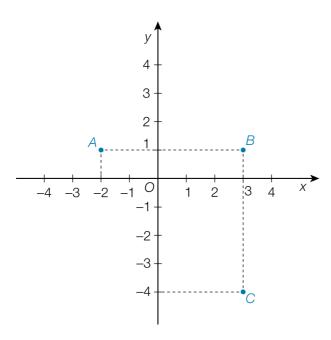


7.2.
$$A = \frac{10 \times 5\sqrt{3}}{2} = \frac{50\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ dm}^2$$



2. TEOREMA DE PITÁGORAS

8.1.



8.2. Pela figura da questão **8.1.**: $\overline{AB} = 5$; $\overline{BC} = 5$

$$\overline{AC}^2 = 5^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 25 + 25 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 50 \underset{\overline{AC} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{AC} = \sqrt{50} \Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{5^2 \times 2} \Leftrightarrow \overline{AC} = 5\sqrt{2}$$

9.1. $\overline{AD} = x$; $\overline{DC} = x + 4$

$$x + x + x + 4 + x + 4 = 32 \Leftrightarrow 4x = 32 - 4 - 4 \Leftrightarrow 4x = 24 \Leftrightarrow x = \frac{24}{4} \Leftrightarrow x = 6$$

Logo, $\overline{AD} = 6 \text{ cm e } \overline{DC} = 6 + 4 = 10 \text{ cm}$.

9.2. Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo [DRP]: $\overline{RP}^2 = 3^2 + 5^2$

$$\overline{RP}^2 = 3^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{RP}^2 = 9 + 25 \Leftrightarrow \overline{RP}^2 = 34 \underset{\overline{PP} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{RP} = \sqrt{34}$$

O perímetro do pentágono [QBCPR] é $\sqrt{34} + \sqrt{34} + 5 + 6 + 5 = 2\sqrt{34} + 16$ cm.

10. Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo menor:

$$5^2 = 3^2 + a^2 \Leftrightarrow 25 = 9 + a^2 \Leftrightarrow 25 - 9 = a^2 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = \sqrt{16} \Leftrightarrow a = 4$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo retângulo maior: $8^2 = 3^2 + b^2$

$$8^2 = 3^2 + b^2 \iff 64 = 9 + b^2 \iff 64 - 9 = b^2 \iff b^2 = 55 \underset{b>0}{\Longleftrightarrow} b = \sqrt{55} \iff b \approx 7,4$$

x = b - a = 7, 4 - 4 = 3, 4 cm



11. Opção correta: (C)

Se
$$\overline{CB} = 10 \text{ cm e } \overline{AC}^2 = 64 \text{ cm}^2$$
, então:

$$\overline{\textit{CB}}^2 = \overline{\textit{AC}}^2 + \overline{\textit{AB}}^2 \Leftrightarrow 10^2 = 64 + \textit{A}_{II} \Leftrightarrow 100 - 64 = \textit{A}_{II} \Leftrightarrow \textit{A}_{II} = 36$$

12. $\overline{GF} = \overline{GE} = \sqrt{121} = 11 \text{ cm}$

$$\overline{IG} = \overline{GH} = \sqrt{36} = 6$$
 cm

$$\overline{IH}^2 = 6^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{IH}^2 = 72 \underset{\overline{IH} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{IH} = \sqrt{72} \Leftrightarrow \overline{IH} \approx 8,485$$

$$\overline{IF}^2 = 6^2 + 11^2 \Leftrightarrow \overline{IF}^2 = 157 \underset{\overline{IF} \sim 0}{\Leftrightarrow} \overline{IF} = \sqrt{157} \Leftrightarrow \overline{IF} \approx 12,530$$

$$\overline{FE}^2 = 11^2 + 11^2 \Leftrightarrow \overline{FE}^2 = 242 \Leftrightarrow \overline{FE} = \sqrt{242} \Leftrightarrow \overline{FE} \approx 15,556$$

$$\overline{HE} = \overline{IF} \approx 12,530$$

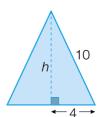
$$P([FEHI]) = 8,485 + 12,530 \times 2 + 15,556 = 49,1 \text{ cm}$$

13. (28-8): 2=10; 8: 2=4

$$h^2 + 4^2 = 10^2 \Leftrightarrow h^2 = 100 - 16 \Leftrightarrow h^2 = 84 \underset{h>0}{\Leftrightarrow} h = \sqrt{84}$$

$$\Leftrightarrow h = \sqrt{2^2 \times 21} \Leftrightarrow h = 2\sqrt{21}$$

$$A = \frac{8 \times 2\sqrt{21}}{2} = 8\sqrt{21} \text{ cm}^2$$



14.1. $\overline{AC} = \overline{AE} = \text{raio} = 4 \text{ cm}$

14.2.
$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 \Leftrightarrow I^2 + I^2 = 16 \Leftrightarrow 2I^2 = 16 \Leftrightarrow I^2 = \frac{16}{2} \Leftrightarrow I^2 = 8$$

$$A_{\text{quadrado}} = 8 \text{ cm}^2$$

14.3.
$$A_{\text{quarto de circulo}} = \frac{\pi \times 4^2}{4} = 4\pi$$
; $A_{\text{n\~{a}o sombreada}} = (4\pi - 8)$ cm²



Ficha n.º 3 – Página 38

2. TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Opção correta: (C)

$$17^2 = 289$$

$$8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

Logo,
$$17^2 = 8^2 + 15^2$$
.

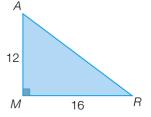
2. Se o triângulo for retângulo, as medidas dos seus lados verificam a igualdade $65^2 = 50^2 + 42^2$.

$$65^2 = 4225$$

$$50^2 + 42^2 = 2500 + 1764 = 4264 \neq 4225$$

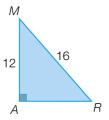
Logo, o triângulo não é retângulo.

3.1.
$$\overline{AR}^2 = 16^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{AR}^2 = 400 \underset{\overline{AR}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AR} = \sqrt{400} \Leftrightarrow \overline{AR} = 20 \text{ cm}$$

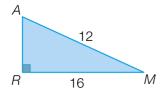


3.2.
$$\overline{AR}^2 + 12^2 = 16^2 \Leftrightarrow \overline{AR}^2 + 144 = 256 \Leftrightarrow \overline{AR}^2 = 112 \underset{\overline{AR} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{AR} = \sqrt{112}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AR} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 7} \Leftrightarrow \overline{AR} = 2 \times 2 \times \sqrt{7} \Leftrightarrow \overline{AR} = 4\sqrt{7} \text{ cm}$$



3.3. É impossível o triângulo ser retângulo em *R*, pois, se assim fosse, a hipotenusa do triângulo (12 cm) seria inferior a um dos catetos (16 cm).



4.1. $8.5^2 = 72.25$; $6.8^2 + 5.1^2 = 72.25$

Como $8.5^2 = 6.8^2 + 5.1^2$, então o triângulo [*DEF*] é retângulo.

- **4.2.** O ângulo reto é o ângulo oposto à hipotenusa. Como a hipotenusa é [*DF*], então o ângulo reto é o ângulo *FED*.
- **4.3.** Quanto maior o comprimento de um lado, maior a amplitude do ângulo oposto a esse lado. Como $\overline{EF} < \overline{DE} < \overline{DF}$, então $\widehat{EDF} < \widehat{DFE} < \widehat{FED}$.
- **5.** Para que [ABCD] seja um retângulo é necessário averiguar se o triângulo [ABC] é retângulo.

$$20^2 = 400$$
; $18^2 + 11^2 = 324 + 121 = 445 \neq 400$, logo $\hat{\textit{CBA}} \neq 90^9$

O João não cumpriu com rigor as indicações do professor, ou seja, apesar de ter desenhado um quadrilátero, o mesmo não é um retângulo.



- **6.1.** Considerando o triângulo [ABD] e como $B\widehat{A}D = 90^{\circ}$, pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{BD}^2 = 13,6^2 + 10,2^2$ $\overline{BD}^2 = 13,6^2 + 10,2^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 184,96 + 104,04 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 289 \Leftrightarrow \overline{BD} = \sqrt{289} \Leftrightarrow \overline{BD} = 17 \text{ cm}$
- **6.2.** Se *DCB* fosse um ângulo reto, então os lados do triângulo [*DCB*] satisfariam o recíproco do Teorema de Pitágoras.

$$17^2 = 289$$

$$15^2 + 11^2 = 225 + 121 = 346 \neq 289$$
, logo *DCB* não é um ângulo reto.

7.
$$3^2 = 9$$

$$1,9^2 + 2^2 = 3,61 + 4 = 7,61 \neq 9$$

Logo, a parede não é perpendicular ao chão.

8.1.
$$30^2 = 900$$
; $18^2 + 24^2 = 324 + 576 = 900$

Logo, $30^2 = 18^2 + 24^2$ e, portanto, (18, 24, 30)é um terno pitagórico.

8.2.
$$a^2 = 9^2 + 12^2 \Leftrightarrow a^2 = 225 \Leftrightarrow_{a>0} a = \sqrt{225} \Leftrightarrow a = 15$$

8.3.
$$35^2 = 21^2 + b^2 \Leftrightarrow 1225 = 441 + b^2 \Leftrightarrow b^2 = 36 - 9 \Leftrightarrow b^2 = 1225 - 441 \Leftrightarrow b^2 = 784 \Leftrightarrow b = \sqrt{784} \Leftrightarrow b = 28$$

9. Consideremos que c > a e c > b (analogamente se demonstraria o pretendido se c não fosse o maior dos números). Como a, b e c formam um terno pitagórico, então $c^2 = a^2 + b^2$.

Pretende-se mostrar que $(kc)^2 = (ka)^2 + (kb)^2$.

$$(ka)^2 + (kb)^2 = k^2a^2 + k^2b^2 = k^2(a^2 + b^2) = k^2c^2 = (kc)^2$$

Logo, ka, kb e kc formam um terno pitagórico.



Ficha n.º 4 – Página 40

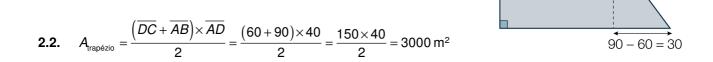
2. TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Se *x* representar a altura do escorrega, então:

$$x^{2} + 12^{2} = 15^{2} \Leftrightarrow x^{2} + 144 = 225 \Leftrightarrow x^{2} = 225 - 144 \Leftrightarrow x^{2} = 81 \Leftrightarrow_{x>0} x = \sqrt{81} \Leftrightarrow x = 9$$

A escada tem 9 m de altura.

2.1. $x^2 + 30^2 = 50^2 \Leftrightarrow x^2 + 900 = 2500 \Leftrightarrow x^2 = 2500 - 900 \Leftrightarrow x^2 = 1600 \Leftrightarrow x = \sqrt{1600} \Leftrightarrow x = 40$ $P_{\text{trapézio}} = 60 + 50 + 90 + 40 = 240 \text{ m}$



3.1. $A\widehat{O}B = \frac{360^{\circ}}{6} = 60^{\circ}$

 $\overline{OA} = \overline{OB}$, pois o hexágono regular é centrado em O. Como num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais, então $B\widehat{A}O = O\widehat{B}A = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$.

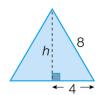
Conclui-se que todos os ângulos internos do triângulo [ABO] têm 60º de amplitude, logo o triângulo é equilátero.

3.2.
$$\overline{AB} = 48:6 = 8 \text{ cm}$$

$$h^{2} + 4^{2} = 8^{2} \Leftrightarrow x^{2} + 16 = 64 \Leftrightarrow x^{2} = 64 - 16 \Leftrightarrow x^{2} = 48 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{48}$$
$$\Leftrightarrow x = \sqrt{2^{2} \times 2^{2} \times 3} \Leftrightarrow x = 2 \times 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 4\sqrt{3}$$

$$A_{[ABO]} = \frac{8 \times 4\sqrt{3}}{2} = \frac{32\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{hexágono}} = 6 \times A_{[ABO]} = 6 \times 16\sqrt{3} = 96\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



4. Como a reta DE é paralela à reta CB, então, $A\hat{D}E = 90^{\circ}$, logo os triângulos [ADE] e [ABC] são semelhantes pelo critério de semelhança de triângulos AA. Logo, $\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}}$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{12}{\overline{AE}} \Leftrightarrow \overline{AE} = \frac{12 \times 3}{4} \Leftrightarrow \overline{AE} = \frac{36}{4} \Leftrightarrow \overline{AE} = 9 \text{ cm}$$



5.
$$\overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow 5^2 = 3^2 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow 25 = 9 + \overline{CE}^2 \Leftrightarrow \overline{CE}^2 = 16 \Leftrightarrow \overline{CE} = \sqrt{16} \Leftrightarrow \overline{CE} = 4$$

Os triângulos [CDE] e [ABC] são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos, pois apresentam ambos um ângulo reto e o ângulo DCE é comum aos dois.

Assim,
$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CA}} \Leftrightarrow \frac{3}{4,5} = \frac{4}{\overline{CA}} \Leftrightarrow \overline{CA} = \frac{4,5 \times 4}{3} \Leftrightarrow \overline{CA} = 6 \text{ cm}$$

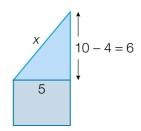
$$A_{[CDE]} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$$
; $A_{[ABC]} = \frac{4,5 \times 6}{2} = 13,5 \text{ cm}^2$

Logo, a área do quadrilátero [ABED] é $13.5 - 6 = 7.5 \text{ cm}^2$.

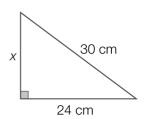
6. 34 + 60 = 94, logo a área do quadrado I é igual à soma das áreas dos quadrados II e III. Pelo recíproco do Teorema de Pitágoras, conclui-se que o **triângulo** é **retângulo**.

7.
$$x^2 = 5^2 + 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 25 + 36 \Leftrightarrow x^2 = 61 \Leftrightarrow x = \sqrt{61}$$

$$A_{ABCD} = 12 \times \sqrt{61} = 12\sqrt{61} \text{ m}^2$$



8. $x^2 + 24^2 = 30^2 \Leftrightarrow x^2 + 576 = 900 \Leftrightarrow x^2 = 900 - 576 \Leftrightarrow x^2 = 324 \Leftrightarrow x = \sqrt{324} \Leftrightarrow x = 18$ A altura da árvore maior é 18 + 10 = 28 m.





Ficha n.º 4 – Página 42

2. TEOREMA DE PITÁGORAS

9.1.
$$\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DE} = \sqrt{1764} = 42 \text{ m}$$

$$\overline{EC} = 98 - 42 = 56 \text{ m}$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo [ECB]: $\overline{BC}^2 = 42^2 + 56^2$

$$\overline{BC}^2 = 42^2 + 56^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 4900 \underset{\overline{BC}>0}{\Leftrightarrow} \overline{BC} = \sqrt{4900} \Leftrightarrow \overline{BC} = 70 \text{ , então } \overline{BC} = 70 \text{ m}.$$

$$P_{\text{trapézio}} = 42 + 42 + 98 + 70 = 252 \,\text{m}$$

O sr. Alfredo necessitará de 252 metros de rede.

9.2.
$$A_{[ADC]} = \frac{98 \times 42}{2} = 2058 \text{ m}^2$$
; $A_{[ABC]} = \frac{42 \times 42}{2} = 882 \text{ m}^2$

A divisão do terreno pelas duas filhas não é justa, pois a que fica com a parte triangular [ADC] recebe uma porção de terreno com uma área muito maior do que a outra.

9.3. $\overline{EC} = 56 \text{ m e } \overline{EB} = 42 \text{ m}$, logo o sistema de rega alcança qualquer ponto da parte triangular [*ECB*] do terreno.

$$\overline{EA}^2 = 42^2 + 42^2 \Leftrightarrow \overline{EA}^2 = 1764 + 1764 \Leftrightarrow \overline{EA}^2 = 3528 \underset{\overline{EA}>0}{\Leftrightarrow} \overline{EA} = \sqrt{3528} \Leftrightarrow \overline{EA} \approx 59,4 \text{ m}$$

O sistema de rega não alcança, por exemplo, o vértice A do terreno, pelo que **não** consegue assegurar a rega de todo o terreno.

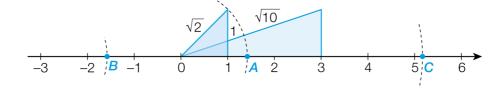
10.
$$x^2 = 2^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 5 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{5}$$
, logo $A \to \sqrt{5}$.

$$y^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow y^2 = 2 \underset{y>0}{\Leftrightarrow} y = \sqrt{2}$$
, logo $C \to 3 + \sqrt{2}$.

$$z^2 = 3^2 + 2^2 \Leftrightarrow z^2 = 13 \underset{z>0}{\Leftrightarrow} z = \sqrt{13}$$
, logo $B \to -2 - \sqrt{13}$.

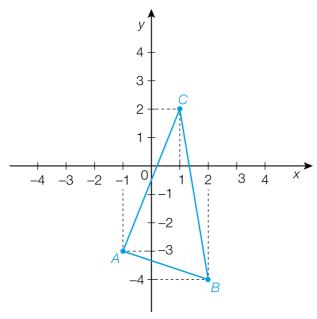
11. $\sqrt{2}$ é a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem 1 unidade cada um.

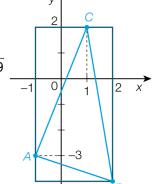
 $\sqrt{10}$ é a medida da hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem 3 unidades e 1 unidade, pois $3^2 + 1^2 = 10$.

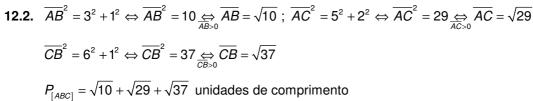




12.1.







12.3.
$$A_{[ABC]} = A_{\text{etângulo}} - A_{3 \text{ triângulos auxiliares}}$$

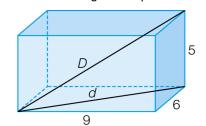
= $6 \times 3 - \left(\frac{3 \times 1}{2} + \frac{5 \times 2}{2} + \frac{6 \times 1}{2}\right) = 18 - (1,5+5+3) = 18 - 9,5 = 8,5 \text{ unidades quadradas}$

13. O comprimento máximo que cabe no estojo corresponde ao comprimento da sua diagonal espacial.

$$d^2 = 9^2 + 6^2 \Leftrightarrow d^2 = 81 + 36 \Leftrightarrow d^2 = 117 \underset{d>0}{\Leftrightarrow} d = \sqrt{117}$$

$$D^2 = \left(\sqrt{117}\right)^2 + 5^2 \Leftrightarrow D^2 = 117 + 25 \Leftrightarrow D^2 = 142 \underset{D>0}{\Leftrightarrow} D = \sqrt{142}$$

$$\sqrt{142} \text{ cm} \approx 11,9 \text{ cm} > 11 \text{ cm}$$



A caneta cabe no estojo.

14.1.
$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{CB}}{2} \Leftrightarrow 19,44 = \frac{5,4 \times \overline{CB}}{2} \Leftrightarrow 19,44 = 2,7 \times \overline{CB} \Leftrightarrow \overline{CB} = \frac{19,44}{2,7} \Leftrightarrow \overline{CB} = 7,2 \text{ cm}$$

$$\overline{AB}^2 = 7,2^2 + 5,4^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 81 \underset{\overline{AB} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{AB} = \sqrt{81} \Leftrightarrow \overline{AB} = 9 \text{ cm}$$



Ficha n.º 4 - Página 43 (cont.)

14.2.
$$A_{\text{sombreada}} = A_{\text{circulo}} - A_{\text{triangulo}} = \pi \times \left(\frac{9}{2}\right)^2 - 19,44 = \frac{81\pi}{4} - 19,44 \approx 44,2 \text{ cm}^2$$

O valor exato é $\left(\frac{81\pi}{4} - 19,44\right) \text{ cm}^2$ e o valor aproximado é 44,2 cm².

14.3. $A_{[ABC]} = 19,44$. Seja d a distância pedida. Se tomarmos [AB] como base do triângulo [ABC], então d representa a sua altura. Assim:

$$\frac{\overline{AB} \times d}{2} \Leftrightarrow \frac{9d}{2} = 19,44 \Leftrightarrow 4,5d = 19,44 \Leftrightarrow d = \frac{19,44}{4,5} \Leftrightarrow d = 4,32$$

A distância é 4,32 cm.



Teste n.º 1 - Página 44

2. TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Opção correta: (C)

$$x^2 = 4, 2^2 + 5, 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 49 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{49} \Leftrightarrow x = 7$$

$$y^2 + 5, 7^2 = 9, 5^2 \Leftrightarrow y^2 + 32, 49 = 90, 25 \Leftrightarrow y^2 = 90, 25 - 32, 49 \Leftrightarrow y^2 = 57, 76 \underset{y>0}{\Leftrightarrow} y = \sqrt{57, 76} \Leftrightarrow y = 7, 6$$

$$P_{\text{primeiro triângulo}} = 5, 6 + 4, 2 + 7 = 16, 8 \text{ cm} \; ; \; P_{\text{segundo triângulo}} = 9, 5 + 5, 7 + 7, 6 = 22, 8 \text{ cm}$$

Perímetro excedente: 22,8 - 16,8 = 6 cm

2.
$$x^2 = 1.5^2 + 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 6.25 \Leftrightarrow x = \sqrt{6.25} \Leftrightarrow x = 2.5 \text{ m};$$

2.5 + 1.5 = 4 m

A altura do semáforo antes de ter partido era de 4 m.

3.1. Os triângulos [*ABC*] e [*AFE*] são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos, já que ambos apresentam um ângulo reto e o ângulo *CAB* é comum aos dois triângulos. A razão de semelhança pedida é $\frac{2,4}{3,6} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$.

3.2.
$$\overline{AC}^2 + 2.4^2 = 4^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 16 - 5.76 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 10.24 \Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{10.24} \Leftrightarrow \overline{AC} = 3.2 \text{ cm}$$

3.3.
$$\overline{BD} = 2,4+3=5,4 \text{ cm}$$

$$\overline{AF} = \overline{AC} \times \frac{3}{2} = 3,2 \times \frac{3}{2} = 4,8 \text{ cm}$$

Como BD // EG, pelo que os triângulos [ACD] e [AGF] são semelhantes pelo critério de semelhança de triângulos AA. Logo, $\frac{\overline{FG}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}}$

$$\frac{\overline{FG}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{FG}}{3} = \frac{4.8}{3.2} \Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{4.8 \times 3}{3.2} \Leftrightarrow \overline{FG} = 4.5 \text{ cm}$$



Teste n.º 1 – Página 45

4.1. Opção correta: (B)

As faces do cubo são todas iguais e, por isso, a diagonal facial é igual em todas as faces.

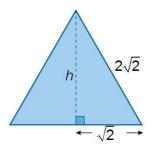
4.2.
$$A_{\text{uma face}} = \frac{24}{6} = 4 \, \text{dm}^2 \; ; \; I_{_{\square}} = \sqrt{4} = 2 \, \text{dm}$$

$$x^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 8 \underset{_{x>0}}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{8} \Leftrightarrow x = \sqrt{2 \times 2^2} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2} \, \text{dm}$$

$$P_{\text{triângulo}} = 2\sqrt{2} \times 3 = 6\sqrt{2} \, \text{dm}$$

$$h^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 \Leftrightarrow h^2 + 2 = 4 \times 2 \Leftrightarrow h^2 = 8 - 2 \Leftrightarrow h^2 = 6 \underset{_{x>0}}{\Leftrightarrow} h = \sqrt{6}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{\cancel{2}} = \sqrt{2 \times 6} = \sqrt{12} \, \text{dm}^2$$



5.1.
$$a = \sqrt[3]{8} = 2 \text{ m}$$

O comprimento da aresta do Cubo da Ribeira é 2 m.

5.2.
$$d^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow d^2 = 8 \underset{d>0}{\Leftrightarrow} d = \sqrt{8}$$
 (diagonal facial)
$$D^2 = 2^2 + \left(\sqrt{8}\right)^2 \Leftrightarrow D^2 = 4 + 8 \underset{D>0}{\Leftrightarrow} D = \sqrt{12} \Leftrightarrow D = \sqrt{2^2 \times 3} \Leftrightarrow D = 2\sqrt{3} \approx 3,5$$

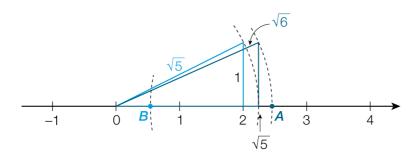
O valor exato da altura do cubo é $2\sqrt{3}$ m e o seu valor aproximado é 3,5 m.

6. A afirmação verdadeira é a (II). Repara que:

Afirmação (I): Por exemplo, se os lados medirem 3 e 4 unidades, a diagonal mede 5, pois $5^2 = 3^2 + 4^2$, contudo 5 é um número racional. Logo a afirmação é falsa.

Afirmação (II): $25^2 = 625$; $15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$. Logo a afirmação é verdadeira.

7.



Nota: A é um ponto de interseção da reta real com um arco de circunferência centrado na origem com $\sqrt{6}$ unidades de raio. B é um ponto de interseção da reta real com um arco de circunferência centrado no ponto de abcissa 3 e com $\sqrt{6}$ unidades de raio.



Teste n.º 2 - Página 46

2. TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Opcão correta: (A)

$$13.5^{2} = 8.1^{2} + x^{2} \Leftrightarrow 182.5 = 65.61 + x^{2} \Leftrightarrow x^{2} = 116.64 \Leftrightarrow x = \sqrt{116.64} \Leftrightarrow x = 10.8$$

$$10.8 = 1 \times 10^{1} + 8 \times 10^{-1}$$

2.1.
$$\frac{5}{8} = \frac{5}{2^3} = \frac{5 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{5^4}{(2 \times 5)^3} = \frac{625}{10^3} = \frac{625}{1000} = 0,625$$

2.2.
$$\begin{array}{c|cccc}
5,000 & 8 & 5 \\
20 & 0,625 & 8
\end{array}$$

3.
$$0,1(7)\times10=1,(7)~;~0,1(7)\times100=17,(7)~;~0,1(7)\times100-0,1(7)\times10=17,(7)-1,(7)=16~;$$

$$0,1(7)\times100-0,1(7)\times10=0,1(7)\times(100-10)=0,1(7)\times90$$

$$Assim,~0,1(7)\times90=16 \Leftrightarrow 0,1(7)=\frac{16}{90}=\frac{8}{245}~,~logo~-0,1(7)=-\frac{8}{45}~.$$

4.
$$a = \left(\frac{1}{3}\right)^{-7} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-5} - (-1)^{0} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-7 - (-5)} - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - 1 = 3^{2} - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$b = \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{3} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{3} \times \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \times 10\right]^{2} = \left[\left(-\frac{1}{2} \times \frac{2}{5}\right)^{3} \times \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \times 10\right]^{2} = \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{3} \times \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} \times 10\right]^{2}$$

$$= \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{1} \times 10\right]^{2} = \left(-\frac{1}{5} \times 10\right)^{2} = (-2)^{2} = 4$$

$$c = \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{-5} : 3^{5} \times 2^{6} + (-2)^{2} = \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)^{-5} : 3^{5} \times 2^{6} + 4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-5} : 3^{5} \times 2^{6} + 4 = \left(\frac{3}{2}\right)^{5} : 3^{5} \times 2^{6} + 4 = 6$$

$$= \left(\frac{3}{2} : 3\right)^{5} \times 2^{6} + 4 = \left(\frac{3}{2} \times \frac{1}{3}\right)^{5} \times 2^{6} + 4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{5} \times 2^{6} + 4 = 2 - 5 \times 2^{6} + 4 = 2 + 4 = 6$$

 $8^2 = 64 \ \text{e} \ 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52 \neq 64$, logo $a, b \in c$ não formam um terno pitagórico.

5.
$$x^2 = 2^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 4 + 1 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow_{x>0} x = \sqrt{5}$$
 (medida do comprimento da hipotenusa do triângulo)
Logo, $A \to -\sqrt{5}$ e $B \to \sqrt{5}$.

Como $\sqrt{5}$ = 2,236067..., ou seja, representa uma dízima infinita não periódica, então as abcissas dos pontos A e B são números irracionais.



Teste n.º 2 - Página 47

6.
$$90-42=48:50-14=36$$

$$\overline{CB}$$
 = 48 m; \overline{AC} = 36 m

$$\overline{AB}^2 = 48^2 + 36^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 3600 \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{3600} \Leftrightarrow \overline{AB} = 60 \text{ m}$$

A Câmara irá plantar sete árvores.

7.1.
$$\overline{BC} = x$$
: $\overline{AB} = 2x + 1$

$$2x+2(2x+1)=20 \Leftrightarrow 2x+4x+2=20 \Leftrightarrow 6x=20-2 \Leftrightarrow 6x=18 \Leftrightarrow x=\frac{18}{6} \Leftrightarrow x=3$$

$$2 \times 3 + 1 = 7$$

A largura é 3 cm e o comprimento é 7 cm.

7.2.
$$A_{[ABC]} = \frac{7 \times 3}{2} = 10,5 \text{ cm}^2$$

$$\overline{AC}^2 = 3^2 + 7^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 9 + 49 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 58 \underset{\overline{AC} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{AC} = \sqrt{58}$$
 raio = $\frac{\sqrt{58}}{2}$

A área do semicírculo é dada por
$$A = \frac{\pi \times r^2}{2} = \frac{\pi \times \left(\frac{\sqrt{58}}{2}\right)^2}{2} = \frac{\pi \times \frac{58}{4}}{2} = \frac{\frac{58\pi}{4}}{2} = \frac{\frac{58\pi}{4}}{8} = \frac{29\pi}{4}$$

$$A_{\text{sombreada}} = \frac{29\pi}{4} - 10.5 \approx 12.3 \text{ cm}^2$$

- 8. Afirmação Falsa. O número 1 702 000 em notação científica escreve-se $1,702 \times 10^6$.
- **9.1.** Os triângulos [ABC] e [ABD] são ambos retângulos e têm um ângulo em comum (o ângulo DAB), logo são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos.
- **9.2.** Como os triângulos [ABC] e [ABD] são semelhantes, então os seus lados correspondentes são diretamente proporcionais. Assim: $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \frac{13}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{4} \Leftrightarrow \overline{AB} \times \overline{AB} = 13 \times 4 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 52 \underset{\overline{AB} > 0}{\Leftrightarrow} \overline{AB} = \sqrt{52} \text{ cm}$$

9.3. a)
$$\overline{BD}^2 + 4^2 = (\sqrt{52})^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 + 16 = 52 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 36 \Leftrightarrow \overline{BD} = \sqrt{36} \Leftrightarrow \overline{BD} = 6 \text{ cm}$$

b) Os triângulos [ADB] e [DCB] são semelhantes, logo $\frac{\overline{DC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}$.

$$\frac{\overline{DC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \frac{9}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BD}}{4} \Leftrightarrow \overline{BD} \times \overline{BD} = 36 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 36 \Leftrightarrow \overline{BD} = \sqrt{36} \Leftrightarrow \overline{BD} = 6 \text{ cm}$$