

1. No referencial o.n.  $Oxyz$  está representado um poliedro constituído por um cubo e duas pirâmides quadrangulares regulares iguais como mostra a figura. Sabe-se que:

- o vértice  $O$  do poliedro coincide com a origem do referencial;
- e o vértice  $P$  tem coordenadas  $(1, 1, -2)$ .

**1.1** Escreve, as coordenadas:

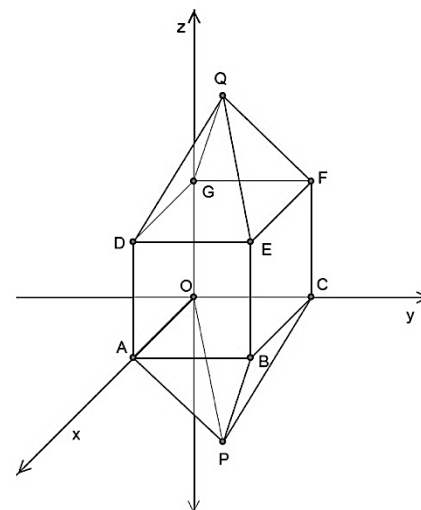
- 1.1.1** dos outros vértices do poliedro.  
**1.1.2** da projeção ortogonal do ponto  $P$  sobre  $xOz$ .  
**1.1.3** do ponto  $X$  sabendo que o ponto  $X$  pertence ao eixo  $Oy$  e que  $\overline{XP} = \sqrt{5}$ .

**1.2** Escreve a condição que define:

- 1.2.1**  $AB$ ;  
**1.2.2**  $EFC$ ;  
**1.2.3**  $[DEFG]$ ;  
**1.2.4** do plano paralelo a  $yOz$  e que passa no ponto  $P$ .

**1.3** Determina para que valores de  $k \in \mathbb{R}$  se tem:

- 1.3.1** o ponto de coordenadas  $(2k + 1, k^2 - 1, 1 - k)$  pertencente ao eixo  $Ox$ .  
**1.3.2** o ponto de coordenadas  $(\sqrt{2}, 2k, k)$  pertence ao interior do cubo.  
 Apresenta o resultado sob a forma de intervalos de números reais.



2. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , a condição  $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4$  define uma esfera. Qual das opções seguintes define um plano que divide a esfera em dois sólidos com o mesmo volume?

- (A)  $x = 0$                       (B)  $x = 1$                       (C)  $x = 2$                       (D)  $x = 3$

3. Na figura está representada, num referencial o.n.  $Oxyz$ , uma pirâmide quadrangular.

- A base da pirâmide está contida no plano  $z = 4$ .
- O vértice  $A$  pertence ao eixo  $Oz$ .
- O vértice  $B$  pertence ao plano  $yOz$ .
- O vértice  $D$  pertence ao plano  $xOz$ .
- O vértice  $C$  tem coordenadas  $(4, 4, 4)$ .
- A altura da pirâmide é 6.

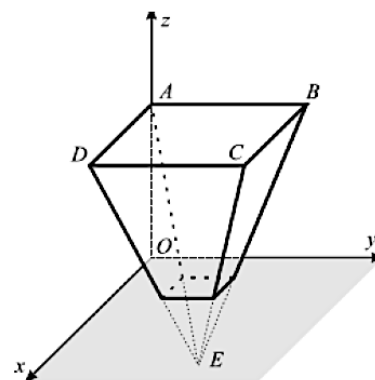
**3.1** Escreve as coordenadas dos vértices  $A$ ,  $B$ ,  $D$  e  $E$  da pirâmide.

**3.2** Escreve uma equação vetorial do segmento de reta  $[AE]$ .

**3.3** Define, através de uma condição, a superfície esférica centrada em  $C$  e é tangente ao plano  $xOy$ . O ponto  $D$  pertence a essa superfície esférica? Justifica.

**3.4** Determina as coordenadas dos vetores colineares com o vetor  $\overrightarrow{BE}$  de norma 11.

**3.5** Determina a área da seção produzida na pirâmide pelo plano  $xOy$ .



4. Considera as funções reais de variável real  $f, g$  e  $h$ , tais que:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x^2-9}$$

$$g(x) = \frac{x}{3x^2+4}$$

$$h(x) = -2x + 12$$

4.1 Caracteriza a função  $f$ .

4.2 Estuda quanto à paridade a função  $g$ .

4.3 Mostra que  $h$  é injetiva.

5. Considera as funções reais de variável real  $f$  e  $g$  tais que:

- $f$  é par;
- $g$  é ímpar;
- $g(2) = k$ , sendo  $k$  a solução positiva da equação  $2x^2 - 32 = 0$ ;
- $f(-1) = 4$ .

Determina o valor de  $\frac{1}{4} \times f(1) - 2 \times g(-2)$ .

6. Seja  $f$  uma função de  $A$  em  $B$ , sendo  $A = \{-3, -2, 1, 4\}$  e  $B = \{4, 5, 6, 8\}$  e  $f^{-1}$  a função inversa de  $f$ .

O gráfico de  $f$  é  $G_f = \{(-3, 5), (-2, 4), (1, 6), (4, 8)\}$ .

Seja  $g$  uma função de domínio  $B$  é definida por  $g(x) = 2x - 4$ .

Indica a afirmação verdadeira.

(A)  $(g \circ f)(-2) = f^{-1}(8)$

(B)  $f^{-1}(4) = 8$

(C)  $f^{-1}(6) = (g \circ f)(-3)$

(D)  $(g \circ f)(4) = (f \circ g)(4)$

7. Num referencial o.n.  $Oxyz$ , considera os vetores  $\vec{u} = (2, -1, m)$ ,  $m \in \mathbb{R}$  e  $\vec{v} = \left(-\frac{1}{3}, n, 2\right)$ ,  $n \in \mathbb{R}$ .

7.1 Determina  $m$  e  $n$  de modo que os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  sejam colineares.

7.2 Admita que  $m = -2$ . Determina as coordenadas do(s) vetore(s) colinear(es) com  $\vec{u}$  de norma 1.

8. Seja  $f$  uma função ímpar, definida em  $D_f \subset \mathbb{R}$ .

Se  $a \in D_f$ , então as coordenadas do ponto do gráfico de  $f$  de abcissa  $-a$  são:

(A)  $(a, f(a))$

(B)  $(-a, f(a))$

(C)  $(a, f(-a))$

(D)  $(-a, -f(a))$

9. Seja  $f$  a função representada no referencial ortonormado da figura.

9.1 Para a função  $f$ , indica:

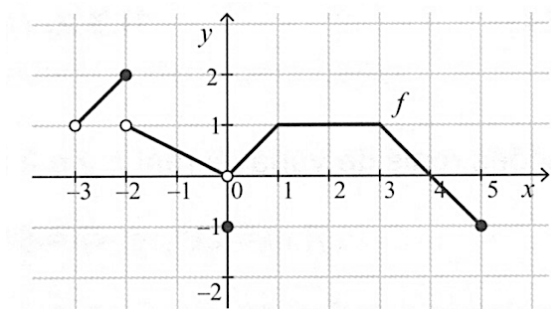
(a) o domínio.

(b) o contradomínio.

(c) os zeros.

(d) a interseção do gráfico com o eixo  $Oy$ .

(e)  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ .



**9.2** Indica os valores de  $x \in D_f$ , tais que:

(a)  $f(x) = -1$                       (b)  $f(x) = 1$

**9.3** Mostra que  $f$  não é injetiva.

**9.4** A função  $f$  tem inversa? Justifica a tua resposta.

**9.5** Indica uma restrição de  $f$  que seja injetiva.

**10.** Considera uma função  $f$  par, de domínio  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  tal que:  $f(0) = 0, f(1) = 1$  e  $f(2) = 2$ .

Seja  $g$  a função definida em  $\mathbb{R}$  por  $g(x) = \frac{1}{(x-1)^2-1}$ .

Em qual das opções seguintes está representado o domínio da função  $g \circ f$ ?

**(A)**  $\{-2, -1, 1\}$

**(B)**  $\{-1, 1\}$

**(C)**  $\{1, 0, 2\}$

**(D)**  $\{1\}$

**11.** Considera um retângulo cuja área é igual a 10. Determina a expressão que representa o perímetro desse retângulo, em função do comprimento  $x$ , de um dos seus lados.

**12.** Sabe-se que as escalas de temperatura Celsius e Fahrenheit obedecem às seguintes relações:

- temperatura de ebulição da água:  $100^\circ\text{C} / 212^\circ\text{F}$ ;
- temperatura de fusão do gelo:  $0^\circ\text{C} / 32^\circ\text{F}$ .

Sabe-se que a correspondência é uma função do tipo  $y = mx + b$ .

**12.1)** Determina os valores de  $m$  e de  $b$ .

**12.2)** Geralmente, quando a temperatura de uma pessoa ultrapassa os  $37,5^\circ\text{C}$  diz-se que está com febre.

O que se pode dizer acerca de uma pessoa cuja temperatura corporal é de  $102^\circ\text{F}$ ?