

Ficha n.º 1 – Página 60

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

1.1.  $[O, F]$  e  $[C, F]$ , por exemplo

1.2.  $[B, A]$  e  $[D, E]$ , por exemplo

1.3.  $[B, B]$  e  $[C, C]$ , por exemplo

1.4.  $[F, E]$  e  $[B, C]$ , por exemplo

1.5.  $[F, O]$  e  $[O, B]$ , por exemplo

1.6.  $[B, F]$  e  $[C, E]$

2.1.  $[A, B]$ ,  $[B, A]$ ,  $[D, C]$ ,  $[C, D]$ ,  $[A, D]$ ,  $[D, A]$ ,  $[B, C]$ ,  $[C, B]$ ,  $[B, D]$ ,  $[D, B]$ ,  $[A, C]$  e  $[C, A]$

Podem ser definidos 12 segmentos orientados.

2.2.  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{DA}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{BD}$  e  $\overrightarrow{DB}$

Podem ser definidos oito vetores.

3.  $[C, F]$ ,  $[D, G]$ ,  $[E, H]$  e  $[G, J]$  representam o mesmo vetor. Não há mais nenhum par de segmentos orientados (dos apresentados) que representem o mesmo vetor.

Ficha n.º 1 – Página 61

4.1. Por exemplo:

a)  $[A, D]$  e  $[E, H]$

b)  $[I, A]$  e  $[B, J]$

c)  $[A, A]$  e  $[B, B]$

d)  $[G, L]$  e  $[C, H]$

e)  $[C, I]$  e  $[H, N]$

4.2.  $\overline{AD}$ ,  $\overline{EH}$ ,  $\overline{IL}$  e  $\overline{MP}$

4.3.  $\overline{IC}$ ,  $\overline{MG}$ ,  $\overline{JD}$  e  $\overline{NH}$

4.4.  $\overline{MN}$  e  $\overline{GE}$ , por exemplo

4.5.  $\overline{IK}$  e  $\overline{GF}$ , por exemplo

4.6.  $\overline{CG}$  e  $\overline{DL}$ , por exemplo

4.7.  $\overline{FN}$  e  $\overline{OG}$ , por exemplo

4.8.  $\overline{MO}$ , por exemplo

4.9.  $\overline{KF}$ , por exemplo

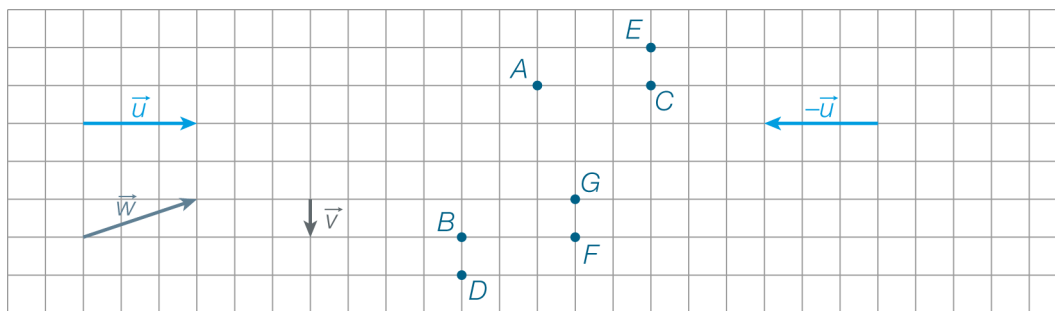
5. **Opção correta: (D)**

Os segmentos de reta com a mesma direção têm retas-suporte paralelas.

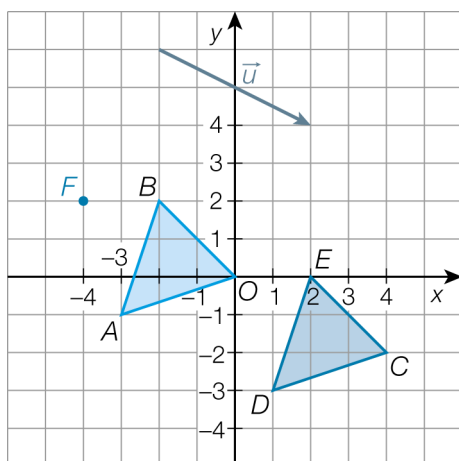
Ficha n.º 2 – Página 62

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

1.



2.1 e 2.3.

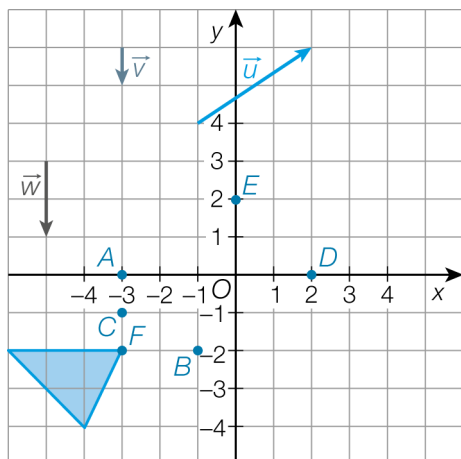


$$F \rightarrow (-4, 2)$$

2.2.  $E \rightarrow (2, 0)$

Ficha n.º 2 – Página 63

3.1., 3.2., 3.3., 3.5. e 3.6.



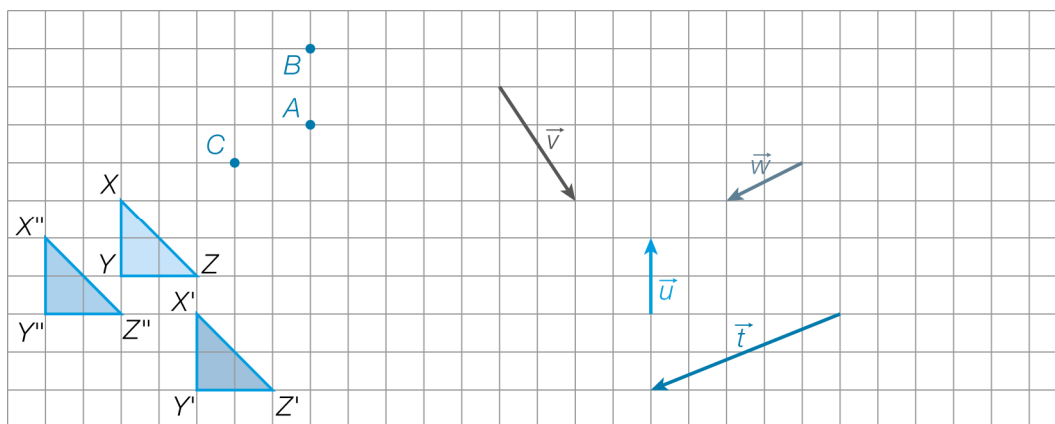
3.4. a) Sejam  $P \rightarrow (-3, -2)$  e  $Q \rightarrow (2, -2)$ .

$$A_{APQD} = 5 \times 2 = 10, \quad A_{CPB} = \frac{2 \times 1}{2} = 1, \quad A_{BQD} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

$$A_{ACBD} = 10 - (1 + 3) = 6 \text{ unidades quadradas}$$

b)  $\overline{CB}^2 = 1^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 5 \Leftrightarrow_{\overline{CB} > 0} \overline{CB} = \sqrt{5} \text{ unidades de comprimento}$

4.



5.1  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{IO}$

5.2.  $\overrightarrow{KF} = -\overrightarrow{CH}$

5.3.  $B + \overrightarrow{ON} = A$

5.4.  $L + \overrightarrow{OF} = C$

5.5.  $M + \overrightarrow{NC} = B$

5.6.  $P + \overrightarrow{OE} = F$

5.7.  $M + \overrightarrow{FD} = K$

5.8.  $\overrightarrow{LE} = -\overrightarrow{AH}$

5.9.  $\overrightarrow{JE} = \overrightarrow{HC}$

5.10.  $N + \overrightarrow{KB} = E$

5.11. O vetor  $\overrightarrow{NL}$  é colinear com  $\overrightarrow{FD}$ .

5.12. O vetor  $\overrightarrow{JC}$  é colinear com  $\overrightarrow{MF}$ .

5.13. O vetor  $\overrightarrow{NO}$  tem metade do comprimento do vetor  $\overrightarrow{JL}$  (por exemplo).

5.14. O vetor  $\overrightarrow{GI}$  tem a mesma direção, mas sentido contrário ao do vetor  $\overrightarrow{NL}$ .

Ficha n.º 2 – Página 65

6.1.  $H = T_{\overrightarrow{CG}}(E)$

6.2.  $J = T_{\overrightarrow{BF}}(H)$

6.3.  $F = T_{\overrightarrow{GH}}(D)$

6.4.  $F = T_{\overrightarrow{-AB}}(G)$

6.5.  $H = F + \overrightarrow{DG}$

6.6.  $B = B + \vec{0}$

6.7.  $C = E + \overrightarrow{HG}$

6.8.  $J = G + \overrightarrow{CH}$

6.9.  $T_{\overrightarrow{BC}}([ABE]) = [BCF]$

6.10.  $T_{\overrightarrow{FH}}([BCF]) = [EFH]$

6.11.  $T_{\overrightarrow{FI}}([EFH]) = [HIJ]$

6.12.  $T_{\overrightarrow{BF}}([BC]) = [FG]$ , por exemplo

6.13.  $T_{\overrightarrow{CE}}([CD]) = [EF]$

6.14.  $T_{\overrightarrow{GB}}([IF]) = [EA]$

7.1. **Verdadeira.** O transformado de um ponto por uma translação pode coincidir com o próprio ponto se o vetor associado à translação for o vetor nulo.

7.2. **Falsa.** O transformado é um triângulo geometricamente igual ao original.

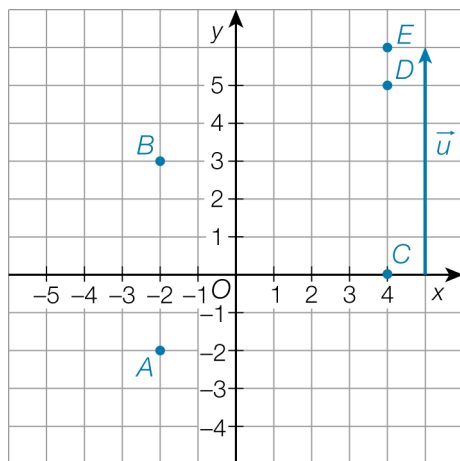
7.3. **Verdadeira**

7.4. **Falsa.**  $A + \vec{u} = A + \vec{v}$  apenas se  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  forem vetores iguais.

7.5. **Verdadeira**

7.6. **Verdadeira**

8.1.



8.2.  $\overrightarrow{AB}$  e  $\overrightarrow{CD}$  são vetores iguais.

8.3. O vetor  $\vec{u}$  é o representado na figura, sendo  $E$  o ponto de coordenadas  $(4, 6)$ . Assim,  $[BA] \parallel [CE]$ , para que  $[BACE]$  seja um trapézio. A área de  $[BACE]$  é, desta forma,  $\frac{(5+6) \times 6}{2} = \frac{11 \times 6}{2} = 33$ , tal como exigido.

Ficha n.º 3 – Página 66

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

1. Opção correta: (C)

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

2.1.  $T_{\vec{u}}(4) = 8$

2.2.  $T_{-\vec{v}}(12) = 4$

2.3.  $T_{\vec{w}}(5) = 22$

2.4.  $T_{-\vec{w}}(24) = 7$

2.5.  $T_{-\vec{u}}(17) = 13$

2.6.  $T_{-\vec{v}}(21) = 14$

2.7.  $T_{-2\vec{v}}(18) = 3$

2.8.  $T_{-\vec{w}}(22) = 5$

2.9.  $T_{\vec{u}}(18) = 22$

2.10.  $18 \xrightarrow{T_{-\vec{w}}} 1 \xrightarrow{T_{2\vec{u}}} 9$

2.11.  $7 \xrightarrow{T_{\vec{v}+\vec{v}}} 22 \xrightarrow{T_{-\vec{u}}} 18$

2.12.  $T_{-\vec{u}} \circ T_{\vec{v}}(9) = T_{-\vec{u}}(T_{\vec{v}}(9)) = T_{-\vec{u}}(17) = 13$

3.1.

a)  $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{HL} = \overrightarrow{EK}$

b)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{LO} = \overrightarrow{AG}$

c)  $\overrightarrow{KE} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{KB}$

d)  $\overrightarrow{LN} + \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{LE}$

e)  $\overrightarrow{MJ} + \overrightarrow{IE} = \overrightarrow{IB}$

f)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GF} = \vec{0}$

g)  $\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{DG}$

h)  $\overrightarrow{BI} + \overrightarrow{KB} = \overrightarrow{OM}$

3.2. Retângulo [FGKJ]

3.3. Ponto F

3.4. Retângulo [GHLK]

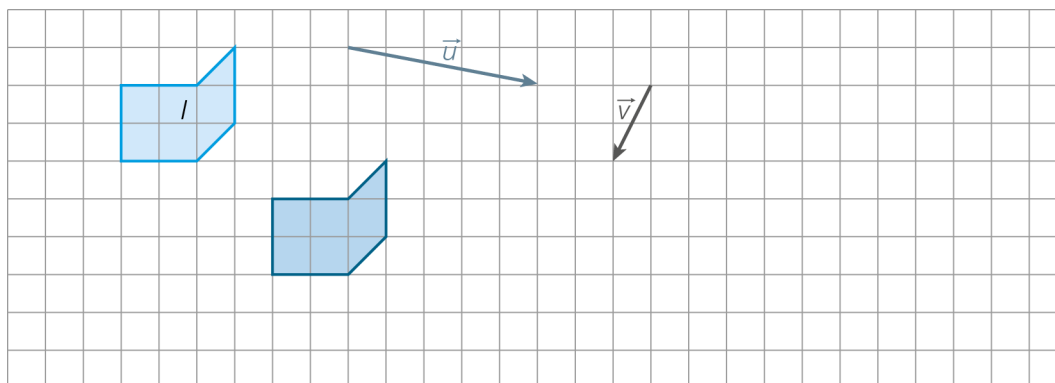
3.5. Retângulo [KLPO]

Ficha n.º 3 – Página 67

4.

+	$\overrightarrow{AI}$	$\overrightarrow{HD}$	$\overrightarrow{IN}$
$\overrightarrow{AN}$	$\overrightarrow{AJ}$	$\overrightarrow{AB}$	$\overrightarrow{BN}$
$\overrightarrow{EF}$	$\overrightarrow{AJ}$	$\overrightarrow{CD}$	$\overrightarrow{EG}$
$\overrightarrow{LK}$	$\overrightarrow{AH}$	$\overrightarrow{ID}$	$\vec{0}$

5.



6. Se  $[ABCD]$  é um paralelogramo, então os seus lados opostos são geometricamente iguais e paralelos, logo  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  e  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ .

$$\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DX} \text{ e } \overrightarrow{YC} = \overrightarrow{YB} + \overrightarrow{BC}$$

Como  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$  e  $\overrightarrow{DX} = \overrightarrow{YB}$  (pois partilham a mesma reta-suporte, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DX} = \overrightarrow{YB} + \overrightarrow{BC}$  e, portanto,  $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{YC}$ .

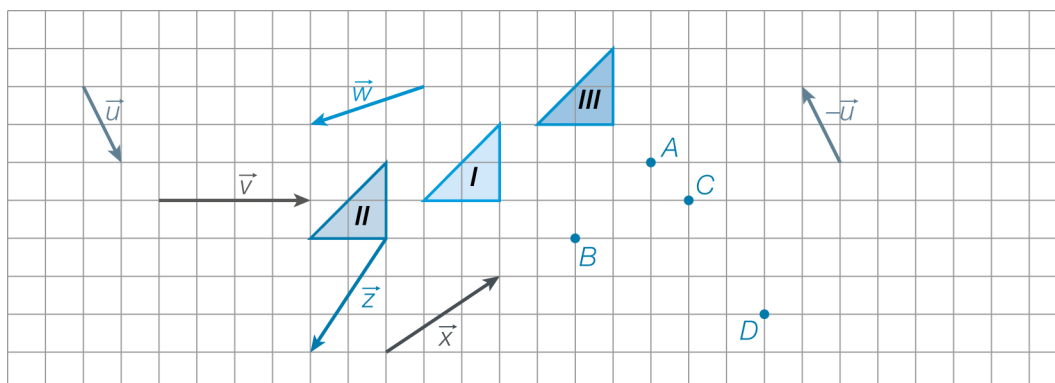
Por um raciocínio semelhante,  $\overrightarrow{XC} = \overrightarrow{XD} + \overrightarrow{DC}$  e  $\overrightarrow{AY} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BY}$ . Como  $\overrightarrow{XD} = \overrightarrow{BY}$  e  $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ , então  $\overrightarrow{XD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BY} + \overrightarrow{AB}$ , ou seja,  $\overrightarrow{XC} = \overrightarrow{AY}$ . Como  $\overrightarrow{AX} = \overrightarrow{YC}$  e  $\overrightarrow{XC} = \overrightarrow{AY}$ , então  $[AYCX]$  é um paralelogramo.



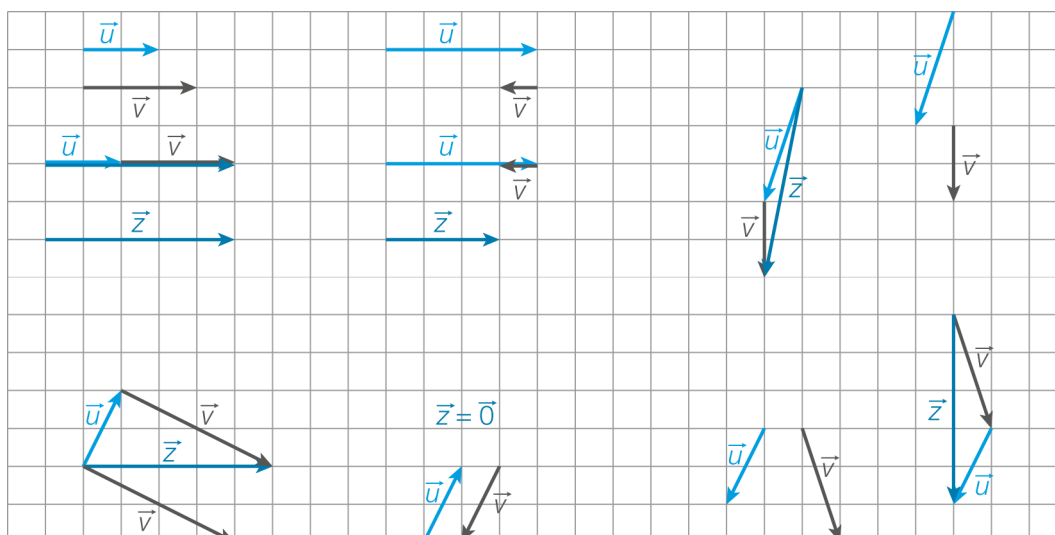
Ficha n.º 3 – Página 68

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

7.

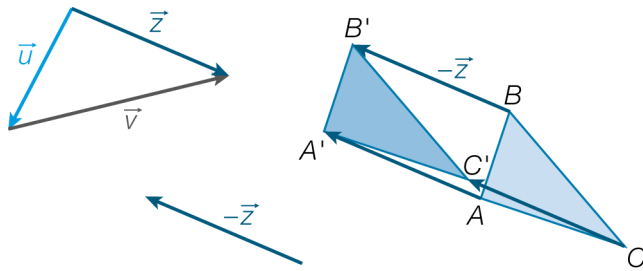


8.



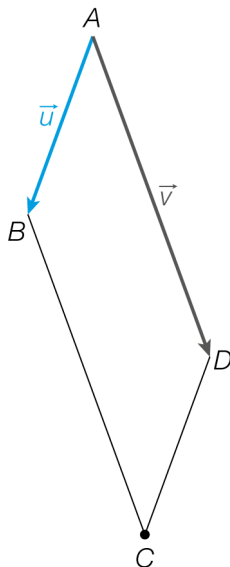
Ficha n.º 3 – Página 69

9.1.



9.2. **Relatório sucinto:** com o auxílio de régua e esquadro, marcam-se três representantes do vetor  $-\vec{z}$ , com origem em  $A$ ,  $B$  e  $C$ . As extremidades destes três representantes serão, portanto, os pontos  $A'$ ,  $B'$  e  $C'$ , respetivamente, vértices do triângulo pedido.

10.1.



10.2. O quadrilátero  $[ABCD]$  é um paralelogramo.

10.3. Os vetores são iguais.

10.4. Os vetores são simétricos.

11.1. Verdadeira

11.2. Verdadeira

11.3. Verdadeira, pela propriedade comutativa da adição de vetores.

11.4. Falsa.  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ , pois  $\vec{0}$  é o elemento neutro da adição de vetores.

11.5. Falsa, pois se  $\vec{u} \neq \vec{0}$ ,  $T_{\vec{u}}(A)$  nunca irá coincidir com o ponto  $A$ .

11.6. Falsa, pois  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .

11.7. Verdadeira, pois  $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$ .

11.8. Verdadeira

Ficha n.º 4 – Página 70

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

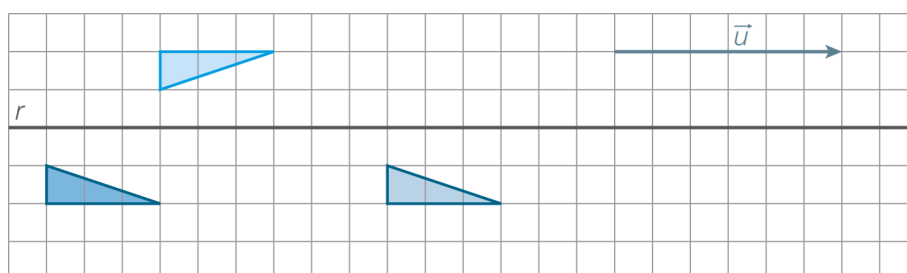
1.1. Opção correta: (A)

1.2. Opção correta: (B)

1.3. Opção correta: (C)

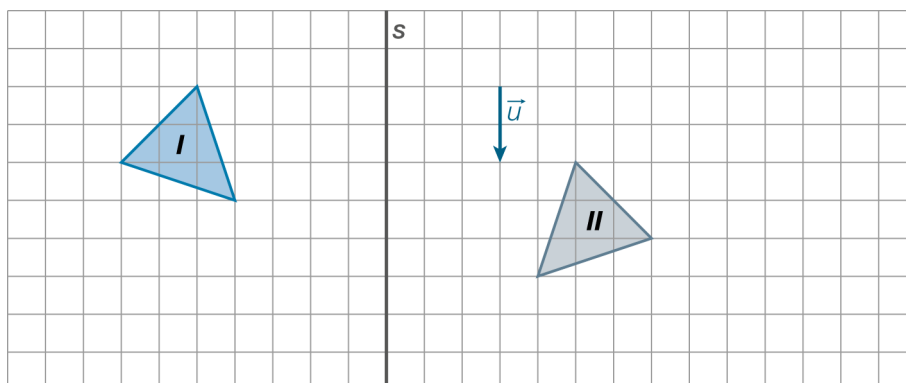
1.4. Opção correta: (D)

2.1. e 2.2.

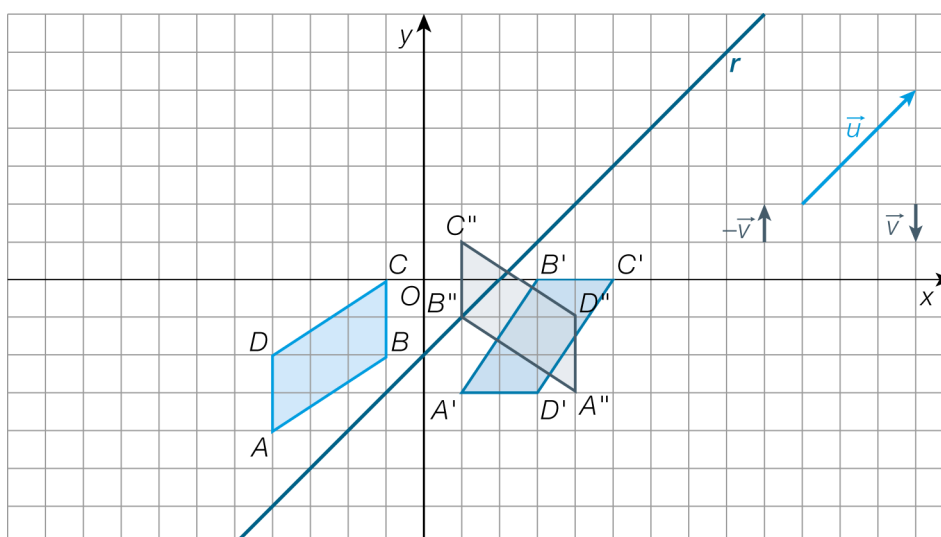


Ficha n.º 4 – Página 71

3.



4.1. e 4.3.



4.2. Não existe uma reflexão deslizante de eixo  $r$  e vetor  $\vec{v}$  porque  $r$  e  $\vec{v}$  não são paralelos e, numa reflexão deslizante, o eixo de reflexão e o vetor têm de ter a mesma direção, ou seja, têm de ser paralelos.

1. **I:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma reflexão axial, logo é uma isometria.
- II:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma translação, logo é um isometria.
- III:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma reflexão de eixo vertical, composta com uma rotação de  $180^\circ$ , logo é uma composta de isometrias.
- IV:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma rotação, logo é uma isometria.
- V:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma reflexão deslizante, logo é uma isometria (ou composta de duas isometrias: uma reflexão e uma translação).
- VI:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma reflexão de eixo vertical, composta com uma reflexão de eixo horizontal, logo é uma composta de isometrias (ou por uma rotação de centro no ponto de interseção dos eixos de reflexão e amplitude  $180^\circ$ , ou seja uma isometria).
- VII:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma ampliação, logo não é uma isometria.
- VIII:** A figura da direita é a transformada da da esquerda por uma redução, logo não é uma isometria.

Ficha n.º 5 – Página 73

2.1. **A:** Translação

**B:** Reflexão

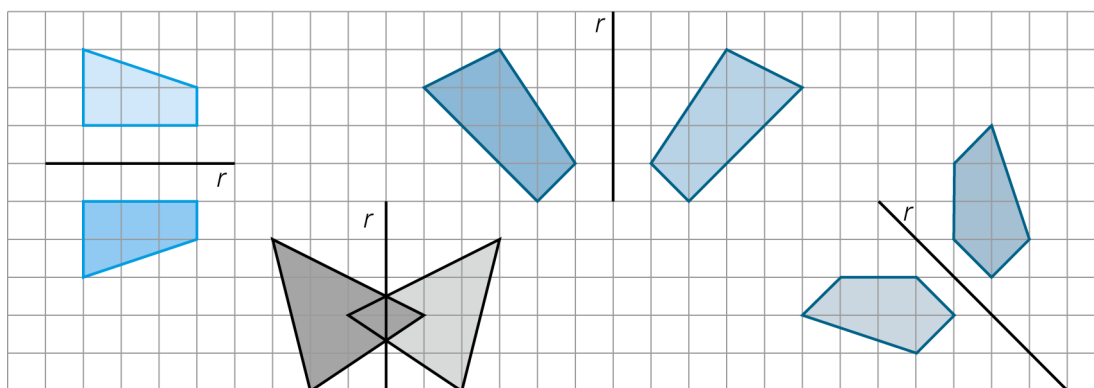
**C:** Reflexão deslizante

**D:** Rotação

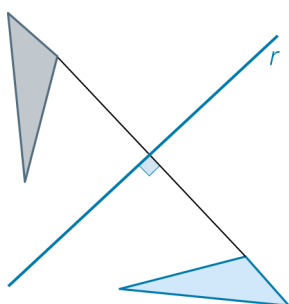
2.2.

Situação	Conserva a direção dos segmentos de reta	Conserva o sentido	Conserva a orientação dos ângulos
<b>A</b>	Sim	Sim	Sim
<b>B</b>	Não	Não	Não
<b>C</b>	Não	Não	Não
<b>D</b>	Não	Não	Sim

3.

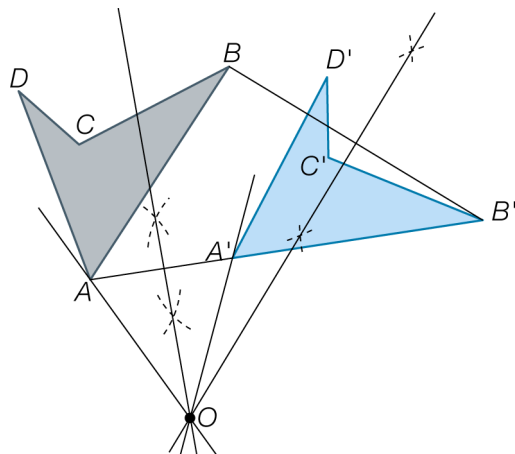


4.



Ficha n.º 5 – Página 74

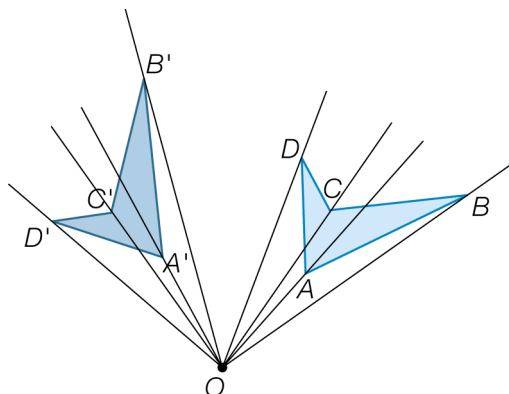
5. O centro de rotação tem de estar à mesma distância de um ponto e do seu transformado. Assim, foram traçadas as mediatrizes dos segmentos de reta  $[AA']$  e  $[BB']$  que se intersecta em  $O$ .  
Um valor aproximado da amplitude do ângulo é  $51^\circ$  (ângulo  $A'OA$  medido com transferidor).



- |        |         |        |        |
|--------|---------|--------|--------|
| 6.1. B | 6.2. F  | 6.3. D | 6.4. A |
| 6.5. G | 6.6. C  | 6.7. E | 6.8. E |
| 6.9. C | 6.10. G |        |        |

**Nota:**  $360^\circ : 8 = 45^\circ$ ;  $135^\circ = 45^\circ \times 3$ ;  $225^\circ = 45^\circ \times 5$ ;  $315^\circ = 45^\circ \times 7$

7.



**8. Figura I:** Translação associada a um vetor com a direção perpendicular aos eixos de reflexão e comprimento igual ao dobro da distância entre os dois eixos de reflexão  $r$  e  $s$ .

**Figura II:** Rotação de centro no ponto de interseção dos eixos de reflexão e amplitude igual a  $180^\circ$  (o dobro da amplitude do ângulo formado pelos eixos de reflexão  $r$  e  $s$ ).

Ficha n.º 5 – Página 75

9.1. a)  $360^\circ : 32 = 11,25^\circ$

$$4 \times 11,25^\circ = 45^\circ$$

A amplitude do ângulo associado à rotação efetuada em torno do centro da roda gigante é  $45^\circ$ .

b) Diâmetro: 135 m

$$\text{Raio: } \frac{135}{2} = 67,5 \text{ m}$$

$$P_{\text{círculo}} = \pi \times d = \pi \times 135 = 135\pi$$

O comprimento do referido arco, representado por  $x$ , é tal que:

$$\frac{x}{45^\circ} = \frac{135\pi}{360^\circ} \Leftrightarrow x = \frac{45^\circ \times 135\pi}{360^\circ} \Leftrightarrow x \approx 53 \text{ m}$$

O comprimento do arco de circunferência descrito pela cabine é, aproximadamente, 53 m.

9.2.  $3465^\circ = \underbrace{360^\circ \times 9}_{9 \text{ voltas completas}} + 225^\circ$

$225^\circ : 11,25^\circ = 20$ , ou seja, a cabine da Joana roda o correspondente a 20 cabinas, ficando, por isso, na posição que anteriormente era ocupada pela cabine 21.

10.1. Verdadeira

10.2. Falsa. As reflexões axiais conservam a amplitude, mas não a orientação dos ângulos.

10.3. Falsa. Nas rotações o ponto correspondente ao seu centro fica fixo.

10.4. Falsa. As reflexões axiais, por exemplo, não conservam a orientação dos ângulos.

10.5. Verdadeira

10.6. Verdadeira

10.7. Verdadeira

10.8. Falsa. As reduções e ampliações não conservam distâncias e, por isso, não são isometrias.



Ficha n.º 6 – Página 76

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

1. Opção correta: **(B)**
2. *Simetria de translação e Simetria de reflexão de eixo vertical*
3. Opção correta: **(B)**

Ficha n.º 6 – Página 77

4. (A): Simetria de reflexão e de rotação  
(B): Simetria de reflexão  
(C): Simetria de reflexão e de rotação  
(D): Simetria de reflexão e de rotação  
(E): Simetria de reflexão
- 5.1. Reflexão de eixo  $PS$
- 5.2. Rotação de  $180^\circ$  e centro no ponto médio de  $[CS]$
- 5.3. Reflexão de eixo  $SG$
- 5.4. Translação associada ao vetor  $\overrightarrow{ES}$
- 6.1. Simetria de translação
- 6.2. Simetria de translação e de reflexão deslizante
- 6.3. Simetria de translação

Teste n.º 1 – Página 78

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

1.1. Por exemplo:

a)  $[AE]$

b)  $[M, N]$

c)  $[A, F]$

Pelo Teorema de Pitágoras:  $\overline{AF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BF}^2$

$$\overline{AF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BF}^2 \Leftrightarrow \overline{AF}^2 = 2^2 + 1^2 \Leftrightarrow \overline{AF}^2 = 5 \xrightarrow{\overline{AF} > 0} \overline{AF} = \sqrt{5}$$

d)  $[I, F]$

e)  $[C, G]$

f)  $[C, P]$

1.2. a)  $\overrightarrow{JK} = -\overrightarrow{KJ}$ , por exemplo

b)  $-\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IC}$ , por exemplo

c)  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{MO}$ , por exemplo

d)  $\overrightarrow{JL} + \overrightarrow{LJ} = \vec{0}$ , por exemplo

e)  $I + \overrightarrow{KD} = B$

f)  $A + \overrightarrow{KP} = F$

1.3.  $\overrightarrow{CI}$  e  $\overrightarrow{GM}$ , por exemplo

1.4.  $\overrightarrow{DB}$ , por exemplo

1.5.  $O$

1.6.  $[NK]$

1.7.  $\overrightarrow{KE}$ , por exemplo

1.8.  $K$

1.9.  $[BCGF]$

1.10. Eixo  $EF$

1.11.  $I$

1.12. Triângulo  $[HGD]$

Teste n.º 1 – Página 79

1.13.  $H$

1.14. Triângulo  $[IKG]$

$$1.15. \text{ a) } (T_{\overline{GF}} \circ T_{\overline{AB}})(G) = T_{\overline{GF}}(T_{\overline{AB}}(G)) = T_{\overline{GF}}(H) = G \quad \text{b) } T_{\overline{GF}}(T_{\overline{KP}}(G)) = T_{\overline{GF}}(L) = K$$

$$\text{ c) } (J + \overline{OL}) + \overline{CI} = G + \overline{CI} = M \quad \text{d) } \overline{AF} + \overline{OP} + \overline{MJ} = \overline{AG} + \overline{MJ} = \overline{AD}$$

2.1. Reflexão de eixo  $Ox$

2.2. Reflexão deslizante de eixo  $Ox$  e vetor com a direção e sentido do mesmo eixo e 4 unidades de comprimento

2.3. Rotação de centro  $(-2, 1)$  e ângulo  $90^\circ$

2.4. Translação associada a um vetor com a direção do eixo  $Ox$ , mas com sentido contrário ao do eixo, e com 4 unidades de comprimento

2.5. Reflexão deslizante em que o eixo é a reta paralela ao eixo  $Ox$  e que passa no ponto  $(0, 3)$  e o vetor tem a direção e sentido do eixo  $Ox$  e 1 unidade de comprimento

2.6. Translação de vetor  $\overline{AB}$ , sendo  $A$  o ponto de coordenadas  $(2, -3)$  e  $B$  o ponto de coordenadas  $(3, 3)$ .

2.7. Reflexão deslizante em que o eixo é a reta paralela ao eixo  $Ox$  e que passa no ponto de coordenadas  $(0, 3)$  e o vetor tem a direção e sentido do eixo  $Ox$  e 5 unidades de comprimento

3. (A): Simetria de translação

(B): Simetria de translação e de reflexão deslizante

(C): Simetria de translação e de rotação

Teste n.º 2 – Página 80

4. VETORES, TRANSLAÇÕES E ISOMETRIAS

1.

	$-\sqrt{3}+3$	$\frac{40}{8}$	$\sqrt[3]{-1}$	$0,2(4)$	$-\frac{2}{45}$	$-(\pi^2)^2$	$\sqrt{\frac{1}{64}}$	$\sqrt{25}(\sqrt{25}-\sqrt{9})+\sqrt{16}$
N		X						X
Z		X	X					X
Q		X	X	X	X		X	X
R	X	X	X	X	X	X	X	X

Cálculos auxiliares:  $\frac{40}{8} = 5$ ;  $\sqrt[3]{-1} = -1$ ;  $-(\pi^2)^2 = -\pi^4$ ;  $\sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$ ;  
 $\sqrt{25}(\sqrt{25}-\sqrt{9})+\sqrt{16} = 5(5-3)+4 = 25-15+4 = 14$

2. Por exemplo,  $\frac{8}{40} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ .

3.  $10 \times 0,2(4) = 2,(4)$ ;  $100 \times 0,2(4) = 24,(4)$ ;  $100 \times 0,2(4) - 10 \times 0,2(4) = 24,(4) - 2,(4) = 22$   
 $100 \times 0,2(4) - 10 \times 0,2(4) = (100 - 10) \times 0,2(4) = 90 \times 0,2(4)$   
 Assim,  $90 \times 0,2(4) = 22$ , logo  $0,2(4) = \frac{22}{90} = \frac{11}{45}$ .

4. Por exemplo:  $3,6\pi$

5.  $x = \left[ \left( \frac{7}{2} \right)^{-5} \right]^2 : (-4)^{10} \times 14^{10} : \left( 1 - \frac{13}{14} \right)^0 = \left( \frac{7}{2} \right)^{-10} : (-4)^{10} \times 14^{10} : 1 = \left( \frac{2}{7} \right)^{10} : 4^{10} \times 14^{10} = \left( \frac{2}{7} : 4 \right)^{10} \times 14^{10}$   
 $= \left( \frac{2}{7} \times \frac{1}{4} \right)^{10} \times 14^{10} = \left( \frac{2}{28} \right)^{10} \times 14^{10} = \left( \frac{2}{28} \times 14 \right)^{10} = \left( \frac{28}{28} \right)^{10} = 1^{10} = 1$   
 $y = \frac{0,8 \times 10^4 \times 0,2 \times 10^{-3}}{16 \times 10^{-1}} = \frac{(0,8 \times 0,2) \times 10^{4-3}}{16 \times 10^{-1}} = \frac{0,16 \times 10^1}{16 \times 10^{-1}} = \frac{0,16}{16} \times 10^{1-(-1)} = 0,01 \times 10^2 = 1$

Assim,  $x = y$ .

6.  $4 : 800 = 0,005 \text{ cm} = 0,05 \text{ mm} = 5 \times 10^{-2} \text{ mm}$   
 Uma folha do livro tem  $5 \times 10^{-2} \text{ mm}$  de espessura.

Teste n.º 2 – Página 81

7. Opção correta: (A)

$$\overline{AC}^2 = 6^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 36 + 144 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 180 \Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{180}$$

$$A_{\text{quadrado construído sobre } [AC]} = (\sqrt{180})^2 = 180 \text{ cm}^2$$

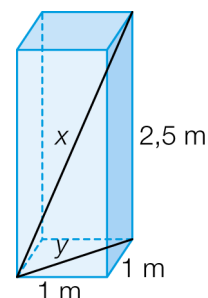
8.  $y^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow y^2 = 2 \Leftrightarrow y = \sqrt{2}$

(comprimento da diagonal da base do paralelepípedo)

$$x^2 = (\sqrt{2})^2 + 2,5^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 + 6,25 \Leftrightarrow x^2 = 8,25 \Leftrightarrow x = \sqrt{8,25} \Leftrightarrow x \approx 2,87 \text{ m}$$

Como  $2,7 < 2,87$ , então a bandeira cabe no elevador.

O João pode transportar a bandeira no elevador.

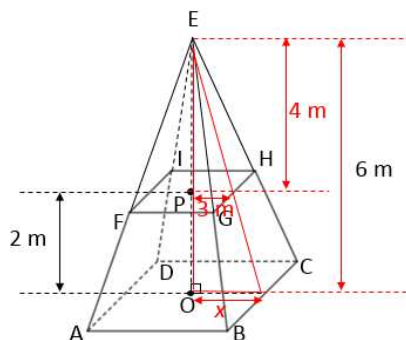


9.1.  $\frac{3}{x} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow 4x = 18 \Leftrightarrow x = \frac{18}{4} \Leftrightarrow x = 4,5$

Logo,  $\overline{AB} = 2 \times 4,5 = 9 \text{ m}$

9.2.  $V_{\text{tronco de pirâmide}} = V_{\text{pirâmide maior}} - V_{\text{pirâmide menor}} =$

$$= \frac{1}{3} \times A_{[ABCD]} \times \overline{EO} - \frac{1}{3} \times A_{[FGHI]} \times \overline{EP} = \frac{1}{3} \times 9 \times 9 \times 6 - \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 4 = 162 - 48 = 114 \text{ m}^3$$

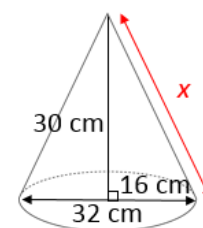


10. Geratriz do cone: Pelo teorema de Pitágoras,

$$x^2 = 16^2 + 30^2 \Leftrightarrow x^2 = 256 + 900 \Leftrightarrow x^2 = 1156 \Leftrightarrow x = \sqrt{1156} \Leftrightarrow x = 34 \text{ cm}$$

$$A_T = A_{\text{base}} + A_l = A_{\text{base}} + \frac{P_b}{2} \times g = \pi \times 16^2 + \frac{2 \times \pi \times 16}{2} \times 34 = 256\pi + 544\pi =$$

$$= 800\pi \approx 2513,27 \text{ cm}^2$$



Teste n.º 2 – Página 82

11.1. a)  $[F, G]$  e  $[A, I]$ , por exemplo

b)  $\overrightarrow{EH}$  e  $\overrightarrow{IA}$ , por exemplo

c)  $\overrightarrow{HF}$ , por exemplo

d) Triângulo  $[BGF]$

e) Triângulo  $[AIF]$

f) Triângulo  $[HIC]$  **Nota:**  $\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{IG}$

g)  $\overrightarrow{EI}$ , por exemplo

h) Triângulo  $[IFG]$  **Nota:**  $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ , logo  $\hat{GIC} = 60^\circ$  e  $300^\circ = 60^\circ \times 5$ .

i)  $180^\circ$

11.2. a) Verdadeira

b) Falsa.  $-\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{GA} \neq \overrightarrow{AG}$

c) Verdadeira.  $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{EI} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$

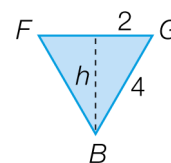
d) Falsa.  $(T_{\overrightarrow{EG}} \circ T_{\overrightarrow{GA}})(D) = (T_{\overrightarrow{EG}}(T_{\overrightarrow{GA}}(D))) = (T_{\overrightarrow{GA}}(T_{\overrightarrow{EG}}(D))) = T_{\overrightarrow{GA}}(C) = E \neq G$

11.3.  $\overline{AB} = 8$ ;  $\overline{FB} = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow$  lado do triângulo  $[BGF]$

$$h^2 + 2^2 = 4^2 \Leftrightarrow h^2 + 4 = 16 \Leftrightarrow h^2 = 12 \Leftrightarrow_{h>0} h = \sqrt{12}$$

$$A_{\text{triângulo } [BGF]} = \frac{4 \times \sqrt{12}}{2} = 2\sqrt{12}$$

$$A_{\text{losango } [ABCD]} = 8 \times A_{\text{triângulo } [BGF]} = 8 \times 2\sqrt{12} = 16\sqrt{12} \approx 55,4 \text{ unidades quadradas}$$

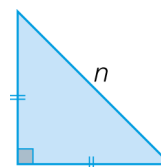


12.1. Verdadeira.  $5^{-n} = \frac{1}{5^n}$

A decomposição em fatores primos de  $5^n$  tem apenas o número primo 5, logo a dízima que representa  $\frac{1}{5^n}$  é finita.

12.2. Verdadeira

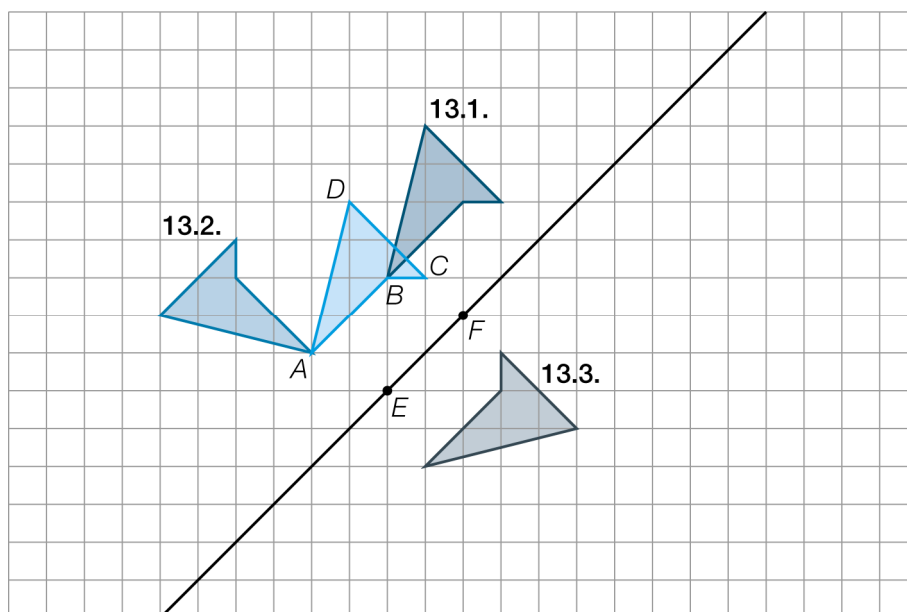
$$\begin{aligned} x^2 + x^2 &= n^2 \Leftrightarrow 2x^2 = n^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{n^2}{2} \Leftrightarrow_{x>0} x = \sqrt{\frac{n^2}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{n}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow_{\times\sqrt{2}} \\ \Leftrightarrow_{\times\sqrt{2}} x &= \frac{\sqrt{2}n}{(\sqrt{2})^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}n}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}n \end{aligned}$$



12.3. Falsa. Todas as isometrias preservam as distâncias entre pontos e as amplitudes dos ângulos, mas nem todas preservam as orientações dos ângulos (como, por exemplo, as reflexões axiais).

Teste n.º 2 – Página 83

13.



14. **Opção correta: (C)**

A rosácea apresenta quatro eixos de reflexão e qualquer rotação de centro no centro da rosácea e amplitude múltipla de  $90^\circ$  deixa a rosácea invariante.