Escola Secundária de Penafiel

7º Ficha Formativa

maio de 2018

12.º Ano de Escolaridade | Turma K-G

1. Considera em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, o número complexo $w = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}i$
   Determina os números reais x e y, de modo que w seja solução da equação $x \times z^6 + y \times z^3 = 1 - i^{99}$

2. Considera em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, os complexos $w_1 = 2 + 2\sqrt{3}i$ e $w_2 = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

   2.1. Escreve, na forma algébrica, o complexo $\frac{1}{4}\overline{w_2} + \frac{1}{8}\overline{w_1}$, e representa o seu afixo no plano complexo

   2.2. Escreve na forma trigonométrica, as raízes cúbicas de $w = \frac{-w_1^3}{\overline{w_2}}$

3. Sejam z_1 e z_2, dois números complexos, tais que $z_1 = \sum_{j=1}^{7} i^j + 2 + \sqrt{3}i$ e $z_2 = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$

   3.1. Escreve $\overline{z_1} \times z_2^2$ na forma trigonométrica

   3.2. Sabendo que z_1 e z_2 são duas raízes consecutivas de índice n de um complexo w, determina n e w

   3.3. Resolve, em $\mathbb{C}$, a equação $z^4 - \overline{z_2}z = 0$

4. Seja $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos

   Determina os números reais x e y, tais que $i^{4n+3} + \sum_{j=1}^{4} i^j = 1 - \frac{2x + yi}{1 - i}$

5. Seja $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos
   Sendo $w = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$, determina o argumento mínimo positivo do número complexo $\frac{-w \times (\overline{w})^4}{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}$

6. Mostra que o produto das n raízes de índice n de 1 é igual a $e^{i[(n-1)\pi]}$, com $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 2$

7. Resolve, em $\mathbb{C}$, as equações seguintes:

   7.1. $(2 - 2i)z^4 - 4i = 0$

   7.2. $z^2 + z + i = -z - 1$

   7.3. $z^2 \times |z| + 1 - i = 0$

   7.4. $z^2 \times e^{i\pi} = \overline{z} \times (2 - 2\sqrt{3}i)$

8. Em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, considera os números complexos $z_1 = 1 + i$ e $z_2 = -1 + \sqrt{3}i$

   8.1. Utilizando duas formas de representar o complexo $\frac{z_2}{z_1}$, deduz os valores exatos de $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ e de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

   8.2. Determina o menor valor de n , com $n \in \mathbb{N}$, que transforma $\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^n$ num imaginário puro