

Duração: 120 minutos

Nome:

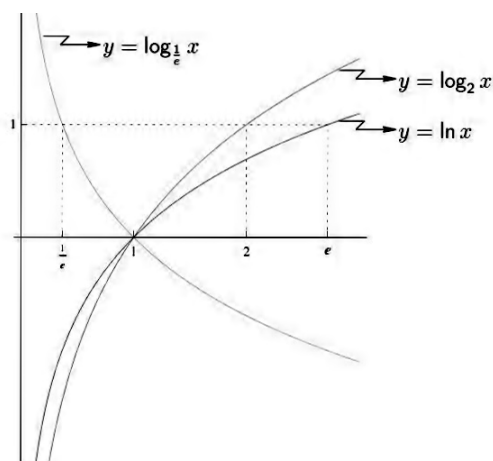
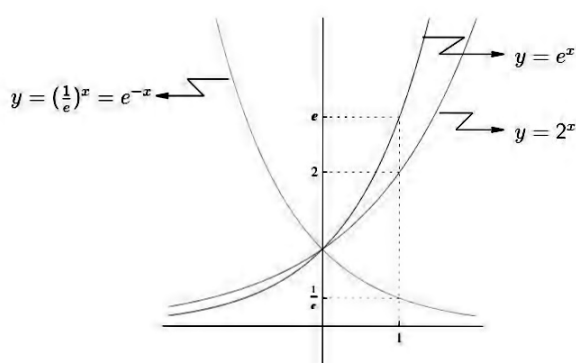
Turma:

### Formulário

 $d_{P,r} = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$  dá a distância do ponto  $P(x_0, y_0)$  à reta  $r$  de equação  $Ax + By + C = 0$ 

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

### Gráficos de funções exponenciais e logarítmicas



### Regras de derivação

$$(a)' = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$(x)' = 1$$

$$(ax + b)' = a \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

$$(ax^p)' = apx^{p-1} \quad (a \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^n)' = n f^{n-1} f' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(e^f)' = f' e^f$$

$$(a^f)' = f' a^f \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$$

$$(\log_a f)' = \frac{f'}{f \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

**Justifique convenientemente todas as suas respostas.**

Exercício 1    Sejam  $a$  e  $b$  números reais. Simplifique a seguinte expressão:

$$(a - b)(a + b) + b(b + 2) - 2b.$$

Exercício 2    Resolva, em  $\mathbb{R}$ , as seguintes condições:

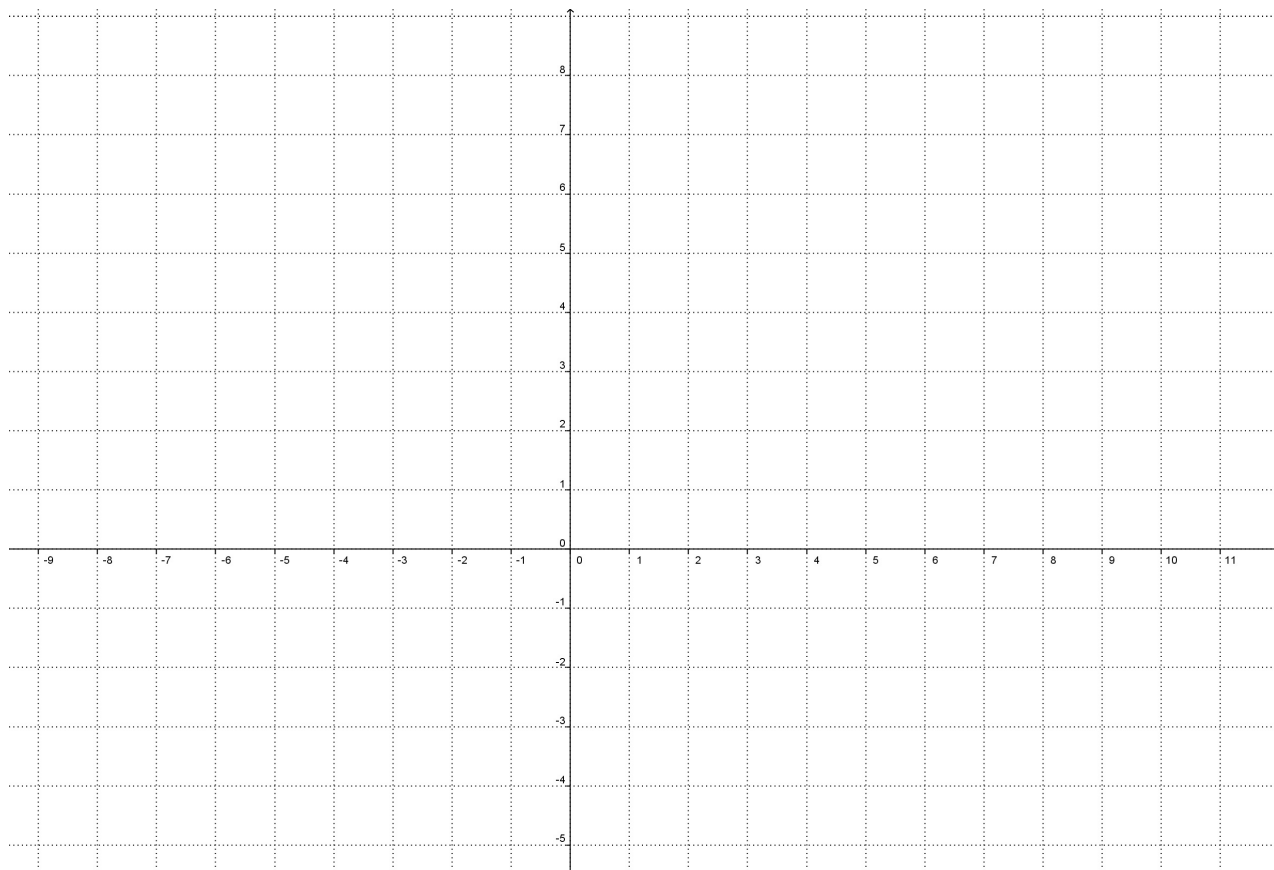
a)  $\frac{1 - 2x}{2} \leq x - \frac{x - 1}{3}.$

b)  $4x^4 = x^2.$

c)  $|3 - x| = 2.$

Exercício 3 Considere, no plano, os pontos  $A(-2, -3)$  e  $B(-4, 1)$ , e o vetor  $\vec{r} = (0, -4)$ . Esboce, no referencial cartesiano ortonormado abaixo representado, indicando a respectiva legenda:

- o vetor  $\overrightarrow{AB}$ ;
- o vetor  $\vec{r}$ ;
- o vetor  $\vec{t}$  colinear com o  $\vec{r}$ , cuja norma é metade da norma do vetor  $\vec{r}$  e que tenha sentido contrário ao vetor  $\vec{r}$ .



Exercício 4 Considere, em  $\mathbb{R}^2$ , a circunferência  $\mathcal{C}$  definida pela equação  $x^2 - 2x + y^2 + 6y = -9$ . Calcule as coordenadas do centro da circunferência e o respectivo raio.

Exercício 5 Considere a reta  $r$  definida por  $r: 2x - y + 3 = 0$  e o ponto  $P(1, 1)$ .

a) Escreva a equação reduzida da reta  $q$  que é perpendicular a  $r$  e que passa no ponto  $P$ .

b) Determine a distância do ponto  $P$  à reta  $r$ .

Exercício 6 Determine uma expressão geral das soluções reais da equação  $-2 \sin x - \sqrt{2} = 0$ .

Exercício 7 Mostre, no domínio em que a expressão é válida, que:

$$\frac{\sin x \cdot \cos x}{\tan x} = \cos^2 x.$$

Exercício 8 Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a seguinte inequação fracionária:  $\frac{-x+1}{x^2+1} \geq 0$ .

Exercício 9 Seja  $(u_n)_n$  a sucessão definida por:  $u_n = 1 + \frac{n+1}{n}$ .

a) Verifique se  $\frac{11}{5}$  é termo de  $(u_n)_n$ . Justifique.

b) Estude  $(u_n)_n$  quanto à monotonia.

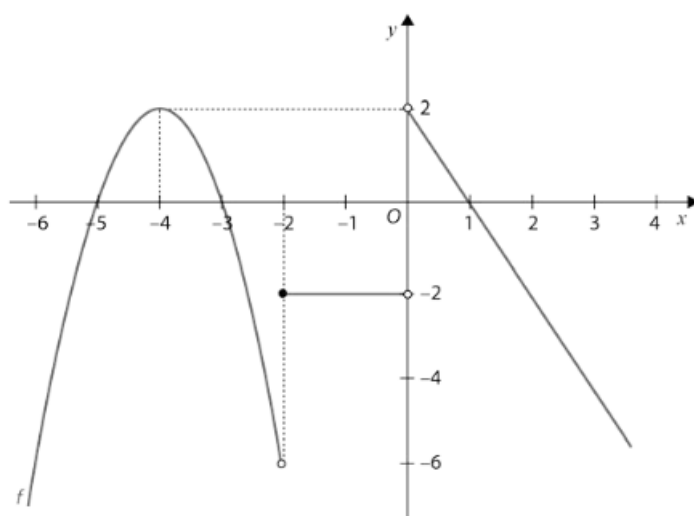
c) Diga, justificando, se  $(u_n)_n$  é uma sucessão convergente e se é uma sucessão limitada.

Exercício 10 Determine, caso existam, os seguintes limites:

a)  $\lim_n \frac{2n-5}{\sqrt{4n^2+1}}$

b)  $\lim_n \left( \frac{n+1}{n-2} \right)^{3n}$

Exercício 11 Na figura está representada parte de um gráfico de uma função  $f$  de domínio  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .



Indique:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercício 12 Considere a função real, de variável real, definida por  $f(x) = 10 - 2^{x-1}$ .

a) Determine o domínio e o contradomínio da função  $f$ .

b) Caracterize a função inversa da função  $f$ .

c) Resolva em  $\mathbb{R}$  a seguinte equação:  $f(x) = -6$ .

Exercício 13 Considere a função  $f$  definida por  $f(x) = -\frac{x^4}{4} + 2x^2$ . Determine, na forma reduzida, a equação da reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa 1.

Cotação:

1. 8 2.a) 10 2.b) 10 2.c) 10 3. 6 4. 10 5.a) 10 5.b) 10 6. 10 7. 10 8. 10  
9.a) 10 9.b) 10 9.c) 10 10.a) 10 10.b) 10 11. 6 12.a) 10 12.b) 10 12.c) 10 13. 10

FIM DA PROVA