Tópicos de Matemática I - 2018/ 2019
2º Teste – Tópicos de resolução

Exercício 1

$$sen\ 30^0 = \frac{x}{4000} \Leftrightarrow x = 4000\ sen\ 30^0 \Leftrightarrow x = 4000 \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 2000$$

Resposta: 2000 m.

Exercício 2

Cálculo auxiliar:

$$\sin\frac{4\pi}{3} = sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$cos\frac{11\pi}{6} = cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -tan\frac{5\pi}{6} = -tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = tan\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\left(sin\frac{4\pi}{3} - cos\frac{11\pi}{6}\right) \times tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = -1$$

Exercício 3

a) $tan\ 0^0 = 0$

b) $\sin 120^0 = sin(180^0 - 60^0) = sin60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos 150^0 = cos(180^0 - 30^0) = -cos30^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\sin 330^0 = sin(360^0 - 30^0) = -sin30^0 = -\frac{1}{2}$

Exercício 4

$$sin(3\pi - \alpha) + cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + sin(-\alpha) = sin\alpha + \sin\alpha - sin\alpha = \sin\alpha$$

Exercício 5

$$tan^2\alpha = \frac{1}{cos^2\alpha} - 1 \Leftrightarrow tan^2\alpha = \frac{1}{\frac{1}{9}} - 1 \Leftrightarrow tan^2\alpha = 8 \Leftrightarrow \tan\alpha = \pm\sqrt{8}$$

$$\Leftrightarrow \tan\alpha = \pm 2\sqrt{2}$$

$\tan\alpha = 2\sqrt{2}$ porque α pertence ao terceiro quadrante $(\cos\alpha > 0 \wedge \pi < \alpha < 2\pi)$.

$\therefore \dfrac{\tan\alpha}{\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$

Exercício 6

$-2k+1 \geq -1 \wedge -2k+1 < 0 \Leftrightarrow -2k \geq -2 \wedge -2k < -1 \Leftrightarrow k \leq 1 \wedge k > \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow k \in \left]\dfrac{1}{2}, 1\right]$

Exercício7

$\tan\alpha + \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha\,(1+\sin\alpha)+cos^2\alpha}{cos\alpha\,(1+\sin\alpha)} = \frac{\sin\alpha+sin^2\alpha+cos^2\alpha}{cos\alpha\,(1+\sin\alpha)} =$
$= \frac{\sin\alpha+1}{cos\alpha\,(1+\sin\alpha)} = \frac{1}{\cos\alpha}$ como queríamos mostrar.

Exercício 8

a) $x^2 - 2x + y^2 + 8y = -8 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 8y + 16 = -8 + 1 + 16 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+4)^2 = 9$

Resposta: Coordenadas do centro: $(1,-4)$
Raio: $\sqrt{9} = 3$.

b) Por exemplo: $(1,-1)$ e $(1,-7)$.

Exercício 9

a) Vetor diretor da reta r: $\vec{u} = (2,3)$.
O vetor $(-6,4)$ é perpendicular à reta s; logo, o vetor $\vec{v} = (4,6)$ tem a direção da reta s.
$\vec{v} = 2\vec{u} \therefore$ Os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são colineares.
Logo, as retas são paralelas.

Nota: Em alternativa podemos concluir que as retas são paralelas porque têm o mesmo declive: $\frac{3}{2}$.

b) $P(1,-1) \in r$

$$d_{r,s} = d_{P,s} = \frac{|-6\times 1 + 4\times(-1) - 20|}{\sqrt{(-6)^2 + 4^2}} = \frac{30}{\sqrt{52}} = \frac{30}{2\sqrt{13}} = \frac{15}{\sqrt{13}}$$

Exercício 10

a) $0 = -3 \times 2 + 6 \Leftrightarrow 0 = 0$ Proposição verdadeira $\therefore S \epsilon v$.
$3 = -3 \times 1 + 6 \Leftrightarrow 0 = 0$ Proposição verdadeira $\therefore T \epsilon v$.
Logo, a equação dada é a equação reduzida da reta v.

b) $\overrightarrow{ST} = T - S = (-1, 3)$
O vetor $\overrightarrow{ST}$ é perpendicular à reta pedida logo, a equação geral dessa reta é do tipo $-x + 3y + D = 0$.

Se a reta passa pelo ponto U temos que $-5 + 3 \times (-1) + D = 0 \Leftrightarrow D = 8$.

Resposta: $-x + 3y + 8 = 0$.

Exercício 11

a) $x = 2 \vee y = 3$

b)