

ANO: 10º ANO

DATA: FEV

TEMA: FUNÇÃO INVERSA

TIPO: FICHA DE TRABALHO

LR MAT EXPLICAÇÕES

Considera a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por: $f(x) = 2x + 4$.

Como caracterizar a função inversa, f^{-1} ?

1.º Substituir $f(x)$ por y : $f(x) = 2x + 4 \Leftrightarrow y = 2x + 4$

2.º Substituir o y por x na equação anterior e voltar a isolar a variável y :

$$x = 2y + 4 \Leftrightarrow -2y = 4 - x \Leftrightarrow y = -2 + \frac{x}{2}$$

3.º Na equação final substituir o y por $f^{-1}(x)$:

$$f^{-1}(x) = -2 + \frac{x}{2}$$

4.º Determinar o domínio de f^{-1} que é o contradomínio de f :

$$D_{f^{-1}} = D'_f = \mathbb{R}$$

5.º Determinar o contradomínio de f^{-1} que é o domínio de f :

$$D'_{f^{-1}} = D_f = \mathbb{R}$$

6.º Escrever a caracterização:

$$f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

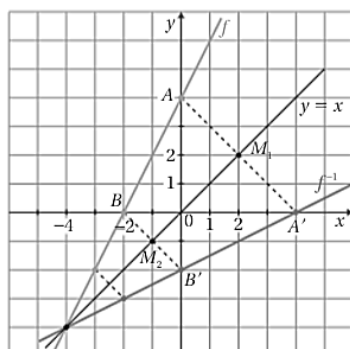
$$x \mapsto -2 + \frac{x}{2}$$

Relação entre a função $f(x)$ e a sua função inversa $f^{-1}(x)$

O gráfico da função $f(x)$ é sempre simétrico do gráfico da função $f^{-1}(x)$ em relação à reta $y = x$ (bissetriz dos quadrantes ímpares), também designada por função identidade.

x	$f(x)$
0	4
-2	0

x	$f^{-1}(x)$
4	0
0	-2



$$\text{Daí que: } f \circ f^{-1}(x) = x$$

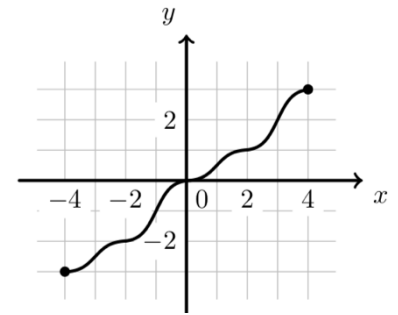
1. Considere a função real de variável real $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$. Caracterize a função f^{-1} .
2. Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = \frac{x}{2} - 1$.
- 2.1) Justifique que f é uma função bijetiva.
 - 2.2) Caracterize f^{-1} .
 - 2.3) Represente geometricamente no mesmo referencial os gráficos das funções f e f^{-1} .
 - 2.4) Considere os pontos A e B do gráfico de f de abscissas, respetivamente, iguais a 2 e 4. Determine as coordenadas dos pontos A' e B' , imagens, respetivamente de A e B , pela reflexão axial do eixo de equação $y = x$.
 - 2.5) Verifique que A' e B' obtidos na alínea anterior pertencem ao gráfico de f^{-1} .
 - 2.6) Mostre que $f \circ f^{-1}(x) = \text{Id}$.
3. Considere a função f de $A = \{0, 5, 10, 15, 20\}$ em $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ tal que $f(x) = \frac{x}{5}$.
- 3.1) Justifica que f é bijetiva.
 - 3.2) Determina o gráfico da função inversa de f .
4. Considere a função afim $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $g(x) = -2x + 7$. O valor de $g^{-1}(1)$ é:
- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) 3 (D) 5
5. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função bijetiva, tal que $f(3) = \frac{4}{5}$. Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?
- (A) $f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{5}$ (B) $f^{-1}(-3) = -\frac{4}{5}$
(C) $f^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 3$ (D) $f^{-1}(-3) = \frac{5}{4}$
6. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função afim bijetiva. Sabendo que $(0,2)$ pertence ao gráfico de f e $(3,4)$ pertence ao gráfico de f^{-1} , indica qual das expressões seguintes pode representar analiticamente a função f ?
- (A) $f(x) = x + 2$ (B) $f(x) = 2x - 5$
(C) $f(x) = \frac{1}{4}x + 2$ (D) $f(x) = 2x - 2$
7. Sejam f e g duas funções de domínio \mathbb{R} , tais que a função $f - g$ admite inversa. Sabe-se que $f(3) = 4$ e que $(f - g)^{-1}(2) = 3$. Qual é o valor de $g(3)$?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8. Seja f a função cujo gráfico está representado na figura ao lado.

Seja f^{-1} a função inversa da função f .

Qual é o valor de $f(-4) + f^{-1}(2)$?

- (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2



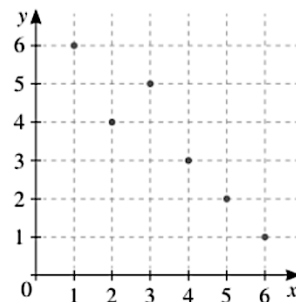
9. Considera as funções f e g , de $\{1,2,3,4,5,6\}$ em $\{1,2,3,4,5,6\}$ definidas pelo gráfico e pela tabela seguintes, respetivamente.

9.1) Justifica que apenas a função f admite inversa.

9.2) Determina:

- (a) $f^{-1}(3)$ (b) $f \circ g(2)$ (c) $f^{-1} \circ g(1)$

9.3) Caracteriza a função f^{-1} .



x	$g(x)$
1	4
2	3
3	2
4	1
5	3
6	6

10. Considera a função g , de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definida analiticamente por $g(x) = 2x + 4$.

10.1) Justifica que g é bijetiva e calcula $g^{-1}(x)$.

10.2) Determina $g^{-1}(-1)$ e $g \circ g^{-1}\left(\frac{7}{15}\right)$.

11. Considera as funções a, b, c e d , bijetivas, definidas em \mathbb{R} em \mathbb{R} . Sabe-se que:

$$a(2) = 5; b(2) = -3; c(1) = -3; d(-3) = 2$$

Determina:

11.1) $a^{-1}(5)$

11.2) $(d \circ c)(1)$

11.3) $(b^{-1} \circ d^{-1})(2)$

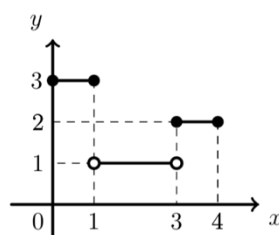
12. Considera as seguintes funções:

$f: \{1,2,3\} \rightarrow \{1,2,3\}$ definida pela tabela

x	1	2	3
$f(x)$	3	1	2

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = 2x + 1$

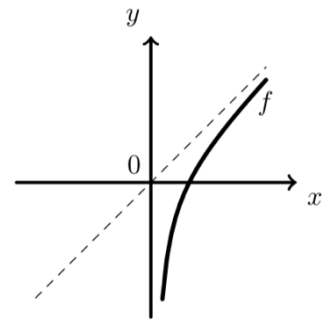
$h: [0,4] \rightarrow \{1,2,3\}$ cujo gráfico é:



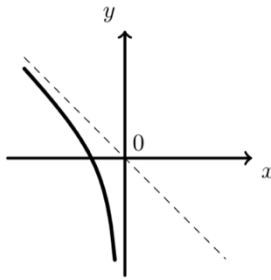
Indica o valor de $f^{-1}(2) + (g \circ h)(\sqrt{2})$

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

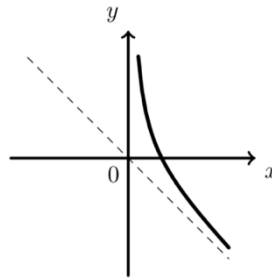
13. Na figura ao lado está a representação gráfica de uma função f e, a tracejado, parte da reta de equação $y = x$. Em qual das figuras seguintes pode estar a representação gráfica da função f^{-1} , função inversa de f ?



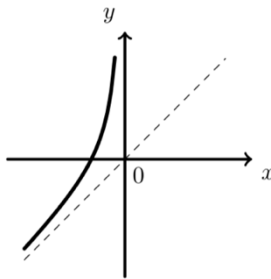
(A)



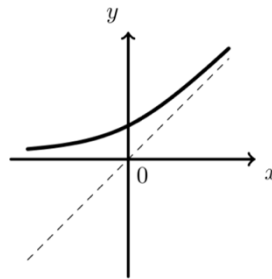
(B)



(C)



(D)



14. Sabe-se que f é uma função real de variável real bijetiva e que $f(2) = 6$.

Qual é a solução da seguinte equação $7 + f^{-1}(x - 1) = 9$?

(A) 7

(B) 6

(C) 5

(D) 0

15. Considera as funções f e g , definidas em \mathbb{R} , tais que:

- $f^{-1}(5) = 1$ e $f^{-1}(1) = -1$
- $g(x) = \frac{x+1}{3}$

15.1) Determina $(g \circ f)(1)$.

15.2) Resolve, em \mathbb{R} , a equação: $g(x) + f(-1) = (g \circ g^{-1})(x)$.

16. Sabe-se que f e g são funções reais de variável real bijetivas tais que $f(1) = -2$ e $g^{-1}(-4) = -5$.

Resolva as equações:

16.1) $3 + f^{-1}(x - 1) = 4$

16.2) $g(1 - 2x) = -4$

17. De uma função afim f , sabe-se que:

- $f(2) = 5$
- $f^{-1}(-4) = -1$

Determina $f(3)$.

18. Seja f uma função de A em B , sendo $A = \{-3, -2, 1, 4\}$ e $B = \{4, 5, 6, 8\}$ e f^{-1} a função inversa de f .

O gráfico de f é $G_f = \{(-3, 5); (-2, 4); (1, 6); (4, 8)\}$.

Seja g uma função de domínio B definida por $g(x) = 2x - 4$.

Indica a afirmação verdadeira.

(A) $(g \circ f)(-2) = f^{-1}(8)$

(B) $f^{-1}(4) = 8$

(C) $f^{-1}(6) = (g \circ f)(-3)$

(D) $(g \circ f)(4) = (f \circ g)(4)$