Pág. 81

1. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

- os pontos de *r* em si próprios;
- qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P*' tal que *PP*' e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P*' estão à mesma distância de *r*.

São reflexões as alíneas **1.1.**, **1.4.** e **1.6.**

2. Uma rotação de centro *O* e amplitude *α* é uma isometria que a cada ponto *P* faz corresponder um ponto *P*', tal que:

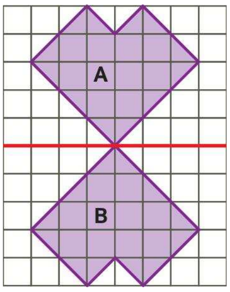
- as distâncias $\overline{OP}$ e $\overline{OP'}$ são iguais;
- o ângulo orientado *POP*' tem amplitude *α*.

São reflexões as alíneas **2.1.**, **2.2.**, **2.5.** e **2.6.**

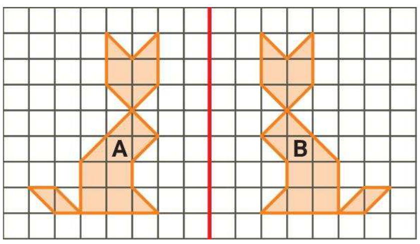
3. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

- os pontos de *r* em si próprios;
- qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P*' tal que *PP*' e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P*' estão à mesma distância de *r*.

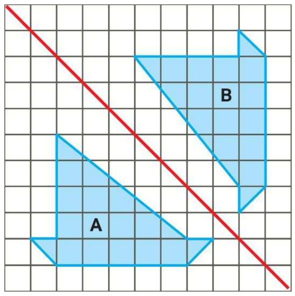
3.1.



3.2.



3.3.



Pág. 82

4. Uma rotação de centro *O* e amplitude *α* é uma isometria que a cada ponto *P* faz corresponder um ponto *P*', tal que:

- as distâncias $\overline{OP}$ e $\overline{OP'}$ são iguais;
- o ângulo orientado *POP*' tem amplitude *α*.

Para cada alínea existe uma rotação no sentido positivo e uma rotação no sentido negativo.

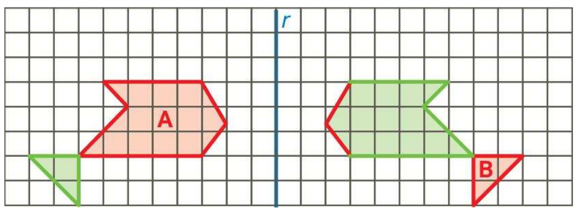
4.1. Centro: *C* Amplitude: 180º Sentido: Positivo
ou Centro: *C* Amplitude: 180º Sentido: Negativo

4.2. Centro: *D* Amplitude: 90º Sentido: Positivo
ou Centro: *D* Amplitude: 270º Sentido: Negativo

4.3. Centro: *B* Amplitude: 120º Sentido: Positivo
Ou Centro: *B* Amplitude: 240º Sentido: Negativo

5. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

- os pontos de r em si próprios;
- qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P*', tal que *PP*' e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P*' estão à mesma distância de *r*.



6. O ângulo mínimo de rotação de uma rosácea é $\frac{360°}{n}$, sendo n o número de rotações.

Uma vez que o losango rodou cinco vezes em torno do centro, $n = 5$. Então, o ângulo mínimo de rotação é $\frac{360°}{5} = 72°$.

Pág. 83

7.

7.1. O ângulo giro de vértice *O* está dividido em oito ângulos geometricamente iguais, tendo cada um amplitude $\frac{360°}{8} = 45°$.

a) $135° = 3 \times 45°$, logo a rotação do ponto *A*, com centro em *O* e amplitude 135º, obtém-se rodando o ponto *A* no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, três ângulos de 45º de centro em *O*, obtendo-se o ponto *D*.

b) Como $270° = 6 \times 45°$, rodar o ponto *A*, em torno de *O*, 270º no sentido negativo corresponde a rodar o ponto *A* seis ângulos de 45º no sentido dos ponteiros do relógio, obtendo-se o ponto *C*.

7.2. No sentido positivo, sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, para se chegar do ponto *C* ao ponto *H* percorrem-se cinco ângulos de vértice *O* com 45º de amplitude, pelo que a amplitude da rotação é $5 \times 45° = 225°$.

7.3. Se o triângulo [*AOB*] rodar 90º no sentido negativo, o triângulo que vai ocupar o seu lugar efetua a mesma rotação, pelo que o local que ocupava inicialmente se obtém rodando o triângulo [*AOB*] 90º no sentido contrário, o sentido positivo. O triângulo que se obtém rodando [*AOB*] 90º no sentido positivo, sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, é o triângulo [*COD*].

8.1. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

● os pontos de r em si próprios;

● qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P*' tal que *PP*' e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P*' estão à mesma distância de *r*.

a) Quadrilátero *D*.

b) Quadrilátero *F*.

8.2. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

● os pontos de *r* em si próprios;

● qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P*' tal que *PP*' e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P*' estão à mesma distância de *r*.

a) Reta s. **b)** Reta u.

8.3. Uma rotação de centro *O* e amplitude *α* é uma isometria que a cada ponto *P* faz corresponder um ponto *P*', tal que:

● as distâncias $\overline{OP}$ e $\overline{OP'}$ são iguais;

● o ângulo orientado *POP*' tem amplitude *α*.

Logo, o quadrilátero procurado é o *D*.

Pág. 85

1. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.

(A) 1 simetria de reflexão
(B) 0 simetrias de reflexão
(C) 3 simetrias de reflexão
(D) 1 simetria de reflexão

Opção correta: (B)

2. Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

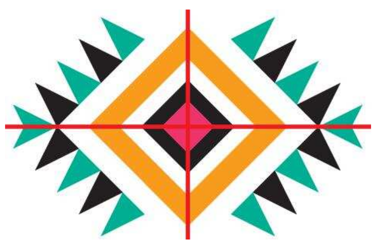
(A) 0 simetrias de rotação
(B) 3 simetrias de rotação
(C) 4 simetrias de rotação
(D) 3 simetrias de rotação

Opção correta: (A)

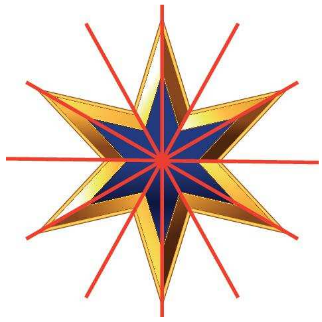
3. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.

O eixo de reflexão chama-se eixo de simetria.

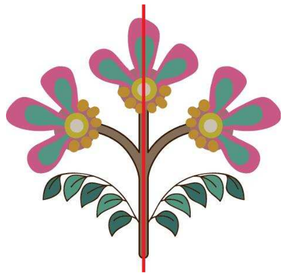
3.1. 2 eixos de simetria



3.2. 6 eixos de simetria



3.3. 1 eixo de simetria



4. O ângulo mínimo de rotação é $\frac{360°}{n}$, sendo n o número de simetrias de rotação.

4.1. N.º de simetrias de rotação: 10

Ângulo mínimo de rotação: $\frac{360°}{10} = 36°$

4.2. N.º de simetrias de rotação: 2

Ângulo mínimo de rotação: $\frac{360°}{2} = 180°$

4.3. N.º de simetrias de rotação: 6

Ângulo mínimo de rotação: $\frac{360°}{6} = 60°$

Pág. 86

5. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.
Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

5.1. N.º de simetrias de reflexão: 1
N.º de simetrias de rotação: 0

5.2. N.º de simetrias de reflexão: 0
N.º de simetrias de rotação: 3

5.3. N.º de simetrias de reflexão: 4
N.º de simetrias de rotação: 4

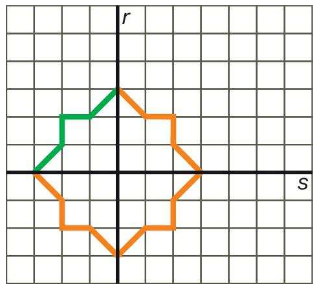
5.4. N.º de simetrias de reflexão: 4
N.º de simetrias de rotação: 4

5.5. N.º de simetrias de reflexão: 2
N.º de simetrias de rotação: 2

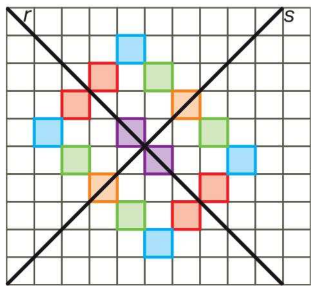
5.6. N.º de simetrias de reflexão: 0
N.º de simetrias de rotação: 0

6. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.
O eixo de reflexão chama-se eixo de simetria.

6.1.



6.2.



7.1. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.
Logotipo A – 2 simetrias de reflexão
Logotipo B – 3 simetria de reflexão
Logotipo C – 1 simetria de reflexão

7.2. Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.
Logotipo A – 2 simetrias de rotação
Logotipo B – 3 simetria de rotação
Logotipo C – 0 simetria de reflexão

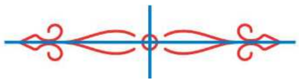
Pág. 87

8.1. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.
Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

Desenho	N.º de simetrias de reflexão	N.º de simetrias de rotação
A	0	6
B	2	2
C	4	4
D	8	8

8.2. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.
O eixo de reflexão chama-se eixo de simetria.

B



C

D

9.1. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.
Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

Polígono	N.º de lados	N.º de simetrias de reflexão	N.º de simetrias de rotação
Triângulo	3	3	3
Quadrado	4	4	4
Pentágono	5	5	5
Hexágono	6	6	6
Heptágono	7	7	7

9.2. Num polígono regular, o número de simetrias de reflexão e de simetrias de rotação é igual ao número de lados desse polígono.

9.3. O triângulo isósceles tem uma simetria de reflexão e não tem simetrias de rotação. O triângulo escaleno não tem qualquer simetria.

Pág. 88

1. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

- os pontos de *r* em si próprios;
- qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P'* tal que *PP'* e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P'* estão à mesma distância de *r*.

Opção correta: (A)

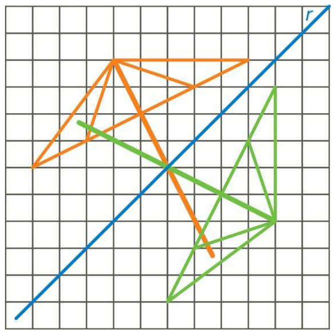
2. Uma rotação de centro *O* e amplitude 90º no sentido positivo, é uma isometria que a cada ponto *P* faz corresponder um ponto *P'*, tal que:

- as distâncias $\overline{OP}$ e $\overline{OP'}$ são iguais;
- o ângulo orientado *POP'* tem amplitude 90º, no sentido positivo (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio).

Opção correta: (C)

3. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

- os pontos de *r* em si próprios;
- qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P'* tal que *PP'* e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P'* estão à mesma distância de *r*.



Pág. 89

4.1. O ângulo mínimo de rotação de uma rosácea é $\frac{360°}{n}$, sendo n o número de rotações.
A figura 1 tem três simetrias de rotação; a figura 2 tem quatro simetrias de rotação; a figura 3 tem cinco simetrias de rotação; e a figura 4 tem seis simetrias de rotação.

1.º termo: $\frac{360°}{3} = 120°$ 2.º termo: $\frac{360°}{4} = 90°$

3.º termo: $\frac{360°}{5} = 72°$ 4.º termo: $\frac{360°}{6} = 60°$

4.2. O número de rotação de cada isometria obtém-se adicionando 2 à ordem da figura, sendo o número de rotação da figura n dado por $n+2$.

Assim, o termo geral, que corresponde ao ângulo mínimo de rotação de uma rosácea com $n+2$ rotações, é: $\frac{360°}{n+2}$.

4.3. a) Em cada figura, o número de pontas da estrela é sempre mais 2 unidades do que a ordem da figura. Então, a ordem da estrela de 21 pontas é $21-2=19$.

b) A estrela de 21 pontas corresponde à figura 19 que tem $19+2=21$ rotações. O ângulo mínimo de rotação é:

$$\frac{360°^{(:3)}}{21_{(:3)}}=\frac{120°}{7}.$$

4.4. a) Calcula-se o ângulo mínimo de rotação do último termo para cada uma das opções.

(A) Se $n=40$, o último termo é $\frac{360°}{40+2}=\frac{360°}{42}\approx 8{,}6°$

(B) Se $n=38$, o último termo é $\frac{360°}{38+2}=\frac{360°}{40}=9°$

(C) Se $n=11$, o último termo é $\frac{360°}{11+2}=\frac{360°}{13}\approx 27{,}7°$

(D) Se $n=9$, o último termo é $\frac{360°}{9+2}=\frac{360°}{11}\approx 32{,}7°$

Opção correta: (B)

b) Na alínea anterior concluiu-se que a sequência tem 38 termos. Uma vez que o número de pontas da estrela é igual ao número de rotações, e o termo de ordem 38 tem $38+2=40$ rotações, concluiu-se que o último termo é uma estrela de 40 pontas.

5.1. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

- os pontos de *r* em si próprios;
- qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P*', tal que *PP*' e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P*' estão à mesma distância de *r*.

Refletindo o relógio por uma reta vertical que passa no seu centro, o mostrador passa a ser o seguinte:

O relógio passaria a marcar as 01:51.

5.2. Uma rotação de centro *O* e amplitude 180º, é uma isometria que a cada ponto *P* faz corresponder um ponto *P*', tal que:

- as distâncias $\overline{OP}$ e $\overline{OP'}$ são iguais;
- o ângulo *POP*' tem amplitude 180º.

Rodando o relógio 180º, o mostrador passa a ser o seguinte:

No pulso do Vítor, o relógio marcava as 01:21.

Pág. 90

6.1. a) Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

A figura 2 admite três simetrias de rotação.

b) O ângulo mínimo de rotação é $\frac{360°}{n}$, sendo n o número de rotações. Neste caso, o ângulo mínimo de rotação é: $\frac{360°}{3}=120°$.

6.2. Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

A figura 4 admite quatro simetrias de rotação.

O ângulo mínimo de rotação é $\frac{360°}{n}$, sendo n o número de rotações. Neste caso, o ângulo mínimo de rotação é: $\frac{360°}{4}=90°$.

As amplitudes das quatro rotações são: $1\times 90°=90°$; $2\times 90°=180°$; $3\times 90°=270°$; $4\times 90°=360°$.

6.3. A estrutura da figura 1 admite 12 rotações, sendo o ângulo mínimo de rotação $\frac{360°}{12}=30°$.

No sentido positivo, para transformar a lâmina *A* na lâmina *B*, a estrutura tem de rodar o ângulo mínimo de rotação quatro vezes, sendo a amplitude desta rotação $4\times 30°=120°$.

6.4. A estrutura da figura 3 admite seis rotações, logo o ângulo mínimo de rotação é $\frac{360°}{6}=60°$.

No sentido negativo, sentido dos ponteiros do relógio, para transformar a pá *C* na pá *D*, a estrutura tem de rodar o ângulo mínimo de rotação quatro vezes, sendo a amplitude desta rotação $4\times 60°=240°$.

6.5. A estrutura da figura C admite 5 rotações, sendo o ângulo mínimo de rotação $\frac{360°}{5} = 72°$.

Para transformar a pá *E* na pá *F*, é possível efetuar uma rotação no sentido positivo, sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, correspondente ao ângulo mínimo de rotação, 72º.

É também possível efetuar uma rotação no sentido negativo, sentido dos ponteiros do relógio, sendo a amplitude desta rotação quatro vezes o ângulo mínimo de rotação, ou seja, $4 \times 72° = 288°$.

7. Uma reflexão axial de eixo *r* (eixo de reflexão) é uma isometria que transforma:

● os pontos de *r* em si próprios;

● qualquer ponto *P*, não pertencente a *r*, num ponto *P*' tal que *PP*' e *r* são retas perpendiculares e *P* e *P*' estão à mesma distância de *r*.

Uma rotação de centro *O* e amplitude *α* é uma isometria que a cada ponto *P* faz corresponder um ponto *P*', tal que:

● as distâncias $\overline{OP}$ e $\overline{OP'}$ são iguais;

● o ângulo orientado *POP*' tem amplitude *α*.

(A) A afirmação é verdadeira pois efetuando a reflexão, de eixo *v*, do triângulo [*DCA*], o ponto *D* é transformado no ponto *E*, o ponto *C* no ponto *F* e o ponto *A* no ponto *G*, obtendo-se o triângulo [*EFG*].

(B) A afirmação é verdadeira, uma vez que o ponto *G* pertence ao eixo de reflexão, logo é imagem de si próprio, o ponto *H* é refletido no ponto *F* e o ponto *I* no ponto *E*, pelo que o triângulo [*GHI*] é transformado no triângulo [*GFE*].

(C) A afirmação é verdadeira, já que, rodando 180º o triângulo [*ACD*] em torno de *A*, o ponto *A* é transformado em si próprio, o ponto *C* transforma-se no ponto *J* e o ponto *D* no ponto *K*, obtendo-se o triângulo [*AJK*].

(D) A afirmação é falsa, pois rodando o triângulo [*AKL*] 90º, no sentido negativo em torno de *A*, o triângulo é rodado 90º no sentido dos ponteiros do relógio, e não no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, que é onde se encontra o triângulo [*ABC*].

Opção correta: (D)

Pág. 91

8. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.

Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

A rosácea da figura tem 12 simetrias de reflexão e 12 simetrias de rotação.

Opção correta: (C)

9.1. Uma figura plana tem simetria de reflexão se existe uma reflexão que transforma a figura nela própria.

Têm apenas simetria de reflexão os cisnes e a folha.

9.2. Uma figura plana tem simetria de rotação se existe uma rotação de ângulo não nulo que transforma a figura nela própria.

O floco de neve apresenta seis simetrias de rotação.

9.3. O ângulo mínimo de rotação é $\frac{360°}{n}$, sendo n o número de rotações. Como a laranja admite nove simetrias de rotação, o ângulo mínimo de rotação é: $\frac{360°}{9} = 40°$.

9.4. O floco de neve admite seis simetrias de reflexão e seis simetrias de rotação.

A estrela-do-mar apresenta cinco simetrias de reflexão e cinco simetrias de rotação.

O trevo tem quatro simetrias de reflexão e quatro simetrias de rotação.

Na íris existem três simetrias de reflexão e três simetrias e rotação.

A laranja admite nove simetrias de reflexão e nove simetrias de rotação.

9.5. Apenas a *Plumeria* admite essa simetria, tendo cinco simetrias de rotação.

O ângulo mínimo de rotação é $\frac{360°}{5} = 72°$.