Escola
Secundária de
Paredes

Ficha de Trabalho 3

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: $B + C + H$

Tema: Funções reais de variável real - Limites

1. Considera a função f, real de variável real, definida por $f(x) = \dfrac{4x-2}{x-4}$

   Recorrendo à definição de limite segundo Heine, mostra que:

   1.1. $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \dfrac{1}{2}$

   1.2. $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = +\infty$

   1.3. $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = \dfrac{6}{5}$

   1.4. $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = -\infty$

2. Recorrendo à definição de limite segundo Heine, Determina:

   2.1. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{3}{x-1}$

   2.2. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{4}{2x^2-1}$

   2.3. $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(5 + \dfrac{1}{2+x}\right)$

   2.4. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{1}{3-2x}$

   2.5. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2}{3-x^2}$

   2.6. $\lim\limits_{x\to -\infty} \left(-3 - \dfrac{2}{4x+1}\right)$

3. Seja f, a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2+x+2}{x+2} & se \quad x < -2 \\ 3 & se \quad x = -2 \\ 3 + \dfrac{1}{x^2+x+1} & se \quad x > -2 \end{cases}$

   Recorrendo à definição de limite segundo Heine, Determina $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

4. Determina, caso exista, $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$, em cada caso

   4.1. $-2 \in D_f$

   4.2. $-2 \notin D_f$

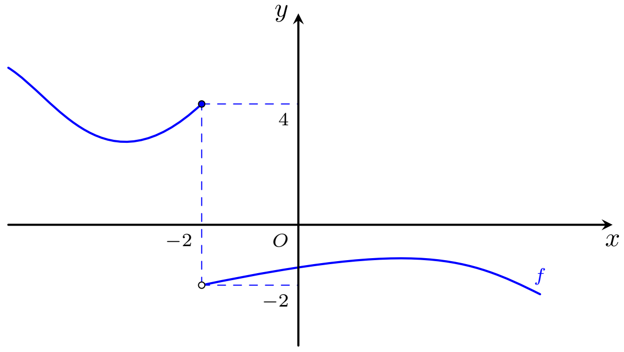

Figura 1

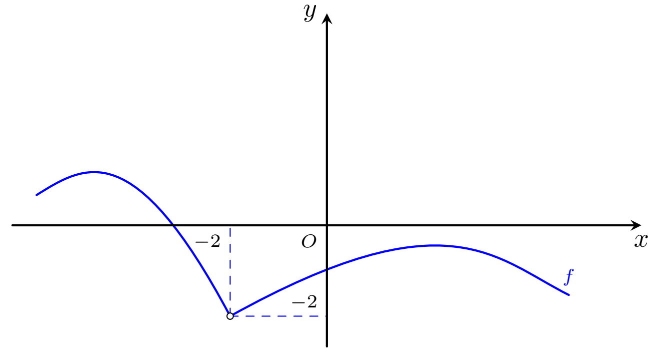

Figura 2

5. Considera as funções f e g, reais de variável real, definidas por $f(x) = 1 + \dfrac{1}{x^2+1}$ e $g(x) = \dfrac{x}{x+1}$, respetivamente

   Calcula:

   5.1. $\lim\limits_{x\to 1} (f+g)(x)$

   5.2. $\lim\limits_{x\to -2} (g-f)(x)$

   5.3. $\lim\limits_{x\to -1^+} (f \times g)(x)$

   5.4. $\lim\limits_{x\to -1^-} \left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$

6. Seja f, a função real, de variável real, definida por $f(x) = \dfrac{x^3+1}{x^3+2x^2-3x-4}$

   6.1. Determina $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

   6.2. Determina $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

7. Calcula os seguintes limites

   7.1. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{2x+x^2}{x+2}$

   7.2. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{2x+2}{1-x^2}$

   7.3. $\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{x^2-9}{(x-3)^2}$

   7.4. $\lim\limits_{x\to -5^-} \dfrac{3x+15}{x^2+10x+25}$

   7.5. $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}^+} \dfrac{x^2-2}{x^2-2\sqrt{2}x+2}$

   7.6. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^2-x-1}{x^3-1}$

   7.7. $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^4+x+1)$

   7.8. $\lim\limits_{x\to -\infty} (x^3+3x^2+x)$

   7.9. $\lim\limits_{x\to +\infty} (2x^2-2x+4)$

   7.10. $\lim\limits_{x\to +\infty} (-x^4-x^2+x-5)$

   7.11. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x^3+x+4}{x^2-x+1}$

   7.12. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x^4-x+1}{x^4+3}$

   7.13. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{4x+1}{x^3+2x-5}$

   7.14. $\lim\limits_{x\to -\infty} \left[\dfrac{2}{x+5} \times (x^2-x+1)\right]$

   7.15. $\lim\limits_{x\to -5^-} \left[\dfrac{1}{25-x^2} \times (x+5)\right]$

   7.16. $\lim\limits_{x\to 3^+} \left[(2x-6) \times \dfrac{1}{x^2-6x+9}\right]$

   7.17. $\lim\limits_{x\to 2^-} \left[(-x^2+x+2) \times \dfrac{1}{-3x^3+6x^2+x-2}\right]$

   7.18. $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{2x+4}-\sqrt{2x+2})$

   7.19. $\lim\limits_{x\to +\infty} (\sqrt{x^2+2x+3}-\sqrt{x^2+x+2})$

8. Seja f, a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-6x+8}{x-2} & se \quad x<2 \\ -2 & se \quad x=2 \\ \dfrac{-4x^2+4x+8}{3x^2-6x} & se \quad x>2 \end{cases}$

   Averigua, analiticamente, se existe $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

9. Seja g, a função real de variável real, definida por, $g(x) = \begin{cases} \dfrac{-3x^2+5x-2}{2x-2} & se \quad x<1 \\ -\dfrac{1}{2} & se \quad x=1 \\ \dfrac{\sqrt{2x+2}-2}{x^2-x} & se \quad x>1 \end{cases}$

   Averigua, analiticamente, se existe $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$

10. Seja h, a função real de variável real, definida por, $h(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4}{-7x^2-12x+4} & se \quad x<-2 \\ 2-3k & se \quad x=-2 \\ \dfrac{2-\sqrt{x+6}}{x^2+5x+6} & se \quad x>-2 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$

   Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual existe $\lim\limits_{x\to -2} h(x)$