POLITÉCNICO DO PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ________________
Edição: 2015/2016	**Data:** 9 de maio de 2015	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática		

A preencher pelo candidato

Nome do Candidato: ____

____

Documento de Identificação apresentado:

☐ BI ☐ CC ☐ Passaporte ☐ Carta Condução ☐ Título Residência

Número do Documento de Identificação:

☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Escola onde realiza esta prova:

☐ ESE ☐ ESEIG ☐ ESMAE ☐ ESTGF ☐ ESTSP ☐ ISCAP ☐ ISEP

Escola(s) a que se candidata:

☐ ESE ☐ ESEIG ☐ ESMAE ☐ ESTGF ☐ ESTSP ☐ ISCAP ☐ ISEP

Número total de folhas entregues pelo Candidato: ________________

Classificação Final (0-200)
Rubrica de Docente (Júri de Prova)
Rubrica de Docente em Vigilância

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância.

Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.

Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
  - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
  - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
- O Grupo II inclui 9 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 14.
  - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
  - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
  - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
  - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 16 páginas e termina com a palavra FIM.
Na página 15 é indicada a cotação de cada pergunta.
Na página 16 é disponibilizado um formulário.

POLITÉCNICO DO PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ______________

Edição: 2015/2016	**Data:** 9 de maio de 2015		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**Nº Respostas corretas** _____	**Cotação GI**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒ Anular Resposta: ■ Assinalar Resposta Anulada: ◉

1. O espaço de travagem de um automóvel, sob certas condições, é dado, aproximadamente, por:

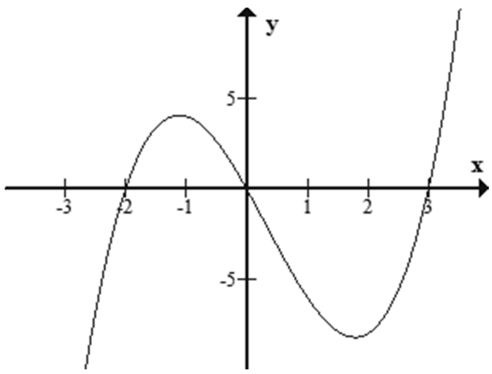
$$D(v)=\frac{5v}{18}\cdot t_r+\frac{29v^2}{5000}$$

onde D representa o espaço percorrido na travagem, em metros, v denota a velocidade do automóvel, em km/h e t_r é o tempo de reação do condutor em segundos. Se um automóvel se desloca a 72 km/h quando o condutor vê um obstáculo a 100m, então o tempo de reação do mesmo, de forma a conseguir parar o automóvel, mesmo antes de atingir o obstáculo, é de, aproximadamente:

☐ 3,50 s ☐ 2,66 s

☐ 0,50 s ☐ 4,98 s

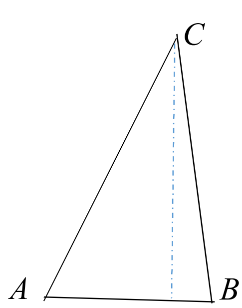
2. Na figura está representada parte do gráfico de uma função polinomial g, do 3º grau, que possui apenas três zeros: -2, 0 e 3. Seja f a função definida por: $f(x)=5x-\log_2\left[g(x)\right]$. Então, o domínio da função f é:



☐ $]3,+\infty[$ ☐ $]-2,0[$

☐ $]-\infty,-2[\cup]0,3[$ ☐ $]-2,0[\cup]3,+\infty[$

3. Do triângulo escaleno $[ABC]$, representado ao lado, sabe-se que: $\overline{AB}=10$ cm e $\overline{AC}=20$ cm. Sendo α a amplitude do ângulo BAC, indique qual das expressões seguintes representa a área do triângulo, em função de α.



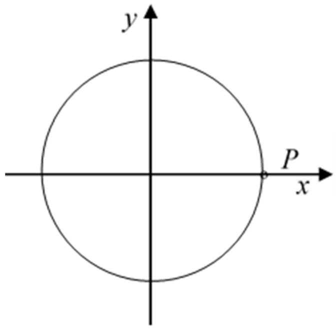
☐ $5+20\cdot\text{sen}(\alpha)$ ☐ $20\cdot\text{sen}(\alpha)$

☐ $100\cdot\text{sen}(\alpha)$ ☐ $100\cdot\cos(\alpha)$

4. Indique, qual das seguintes expressões é, para qualquer número real positivo x, igual a $3^{2\log_3(x+1)-1}$:

- ☐ $2(x+1)-1$
- ☐ $\dfrac{(x+1)^2}{3}$
- ☐ $(x+1)^2-1$
- ☐ $\dfrac{9(x+1)}{3}$

5. Na figura ao lado está representado, num referencial ortonormado xOy, o círculo trigonométrico e um ponto P cujas coordenadas são $(1,0)$. Suponha que P se desloca sobre a circunferência, no sentido positivo. Quando P percorre um arco de $\dfrac{5}{6}\pi$ radianos, as coordenadas de P são:

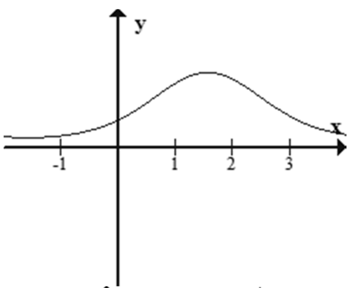


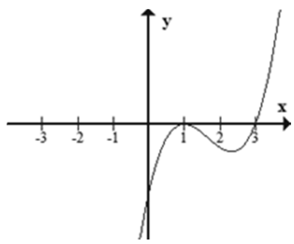
- ☐ $\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- ☐ $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};\dfrac{1}{2}\right)$
- ☐ $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$
- ☐ $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

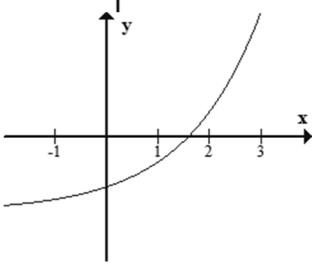
6. Indique, entre as funções seguidamente apresentadas, aquela cujo gráfico <u>não possui uma reta tangente horizontal</u> em qualquer dos seus pontos.

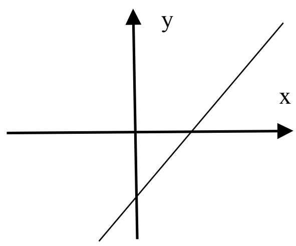
- ☐ $f_1(x)=x^3-x+5$
- ☐ $f_3(x)=e^x-x$
- ☐ $f_2(x)=\ln(x+1)-3$
- ☐ $f_4(x)=\cos(3x+\pi)$

7. Indique qual das imagens apresentadas pode ser o gráfico representativo da função derivada de uma função real de variável real, g, crescente em todo seu o domínio.

☐ 

☐ 

☐ 

☐ 

Edição: 2015/2016	**Data:** 9 de maio de 2015		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q1.** **GII Q2.**	**Clas. Parcial Q1+Q2**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO II

1. Um grupo de amigos foi almoçar. Ao dividirem o preço do almoço equitativamente por todos, os amigos verificaram que, se cada um pagasse 14 euros, faltavam 4 euros. Mas, se cada um deles pagasse 16 euros, sobravam 6 euros. Determine o número de amigos que almoçaram juntos nesse dia e qual a gorjeta que receberá o funcionário que os atendeu se cada um pagar 15 euros.

2. Determine, na forma de fração irredutível, o número racional representado pela expressão

$$\frac{\left(-\frac{1}{4}\right)^4 : \left(-\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{-5}}{\left(-\frac{3}{4}\right)^2 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^{-5}}$$

utilizando, sempre que possível, as regras operatórias das potências.

Edição: 2015/2016	**Data:** 9 de maio de 2015		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q3.** / **GII Q4.**	**Clas. Parcial Q3+Q4**	Rubrica do Docente Corretor

3. Determine o maior número inteiro t, que verifica a condição: $1-2\left(\frac{t}{4}+1\right)>\frac{1}{6}(7-12t)+5t$

4. Sejam α e β as medidas das amplitudes de dois ângulos tais que: $\cos(\alpha)=0,8$ e $\operatorname{sen}(\beta)=0,6$.

Sabendo que $\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$ e $\beta\in\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$, determine o valor de $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$.

5. A Carlota decidiu investir as suas poupanças num banco que lhe oferece um juro composto mensalmente, com uma taxa anual de 5%. O capital C, em euros, ao fim de t anos de investimento é dado pela função:

$$C(t) = C_i\left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12t}$$

onde C_i é o capital investido inicialmente.

5.1. Sabendo que a Carlota investiu 1.000 euros, calcule o capital que ela possuirá ao fim de 5 anos de investimento, supondo que não houve movimentações do capital. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

5.2. Determine o mínimo de anos completos necessários para que o valor total deste investimento duplique o valor investido.

5.3. A Carlota pretende fazer uma viagem à Argentina daqui a 5 anos. Para isso, decidiu investir hoje nesta poupança um valor tal que o total do investimento em 5 anos seja suficiente para fazer a referida viagem. Supondo que a viagem à Argentina custará 2.300 euros (daqui a 5 anos), calcule o capital que a Carlota deve investir hoje de forma a poder pagar a sua viagem sem recorrer a qualquer outro financiamento. Apresente o resultado arredondado às unidades.

POLITÉCNICO DO PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional ________________

Edição: 2015/2016	**Data:** 9 de maio de 2015		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q6.** **GII Q7.**	**Clas. Parcial Q6+Q7**	Rubrica do Docente Corretor

6. Determine uma expressão para a função derivada da função real de variável real f definida por:

$$f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{x^2+1}\right)$$

7. Dada a função real de variável real g definida por:

$$g(x) = e^{\operatorname{sen}^2(x)} + \cos(2x)$$

mostre que uma **expressão analítica** para **a derivada** desta função pode ser dada por:

$$g'(x) = \operatorname{sen}(2x)\left(e^{\operatorname{sen}^2(x)} - 2\right)$$

8. Na imagem ao lado (figura 1) encontra-se o Edifício Aldar, localizado em Al Raha, Abu Dhabi, nos Emirados Árabes Unidos, eleito o “Melhor design futurista” pela Conferência Edifício Exchange (BEX). Suponha que o edifício em construção ao seu lado tem 36,6 metros de altura e se encontra a 36,6 metros de distância. Com base na informação transmitida na Figura 2, determine o valor aproximado às unidades da altura, h, deste edifício.


Figura 1

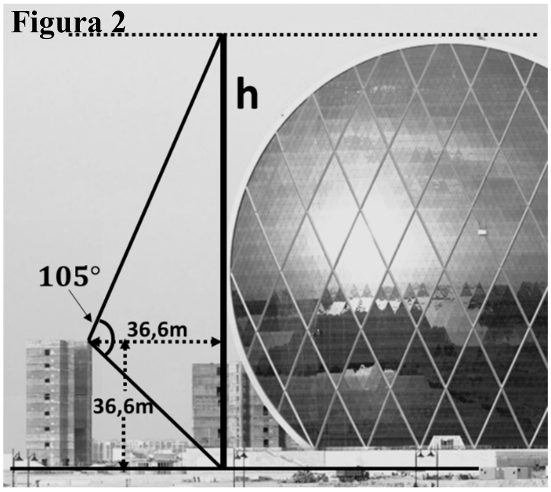


Figura 2

Edição: 2015/2016	**Data:** 9 de maio de 2015		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q9.1**	**Clas. Parcial Q9**	Rubrica do Docente Corretor
	GII Q9.2		
	GII Q9.3		
	GII Q9.4		

9. Numa cozinha, um forno elétrico estava a funcionar a uma temperatura constante quando houve uma avaria que não foi logo detetada. A partir do instante *t = 0*, o momento da avaria, a temperatura no forno evoluiu de acordo com o seguinte modelo:

$$T(t) = -20t^2 + 80t + 150$$

onde T está em graus Celsius e t em horas.

9.1. Determine a temperatura a que o forno estava a funcionar quando houve a avaria.

9.2. Indique, justificando, a temperatura máxima que o forno atingiu.

9.3. A pessoa responsável por vigiar o forno apenas se apercebeu da avaria quando a temperatura do forno atingiu pela primeira vez 210℃. Determine o tempo que decorreu entre a avaria e o instante em que a mesma foi detetada.

9.4. Admita que, no momento em que houve a avaria, é introduzido no forno um prato que necessita de, no mínimo, 180 minutos a uma temperatura não inferior a 150℃. Averigue se foi possível confecionar o referido prato.

COTAÇÕES

Grupo I .... **84 pontos**

Cada resposta certa .... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada .... 0 pontos

Grupo II .... **116 pontos**

1. .... 10 pontos

2. .... 10 pontos

3. .... 10 pontos

4. .... 10 pontos

5. .... 16 pontos

5.1. .... 03 pontos
5.2. .... 10 pontos
5.3. .... 03 pontos

6. .... 10 pontos

7. .... 10 pontos

8. .... 15 pontos

9. .... 25 pontos

9.1. .... 03 pontos
9.2. .... 10 pontos
9.3. .... 05 pontos
9.4. .... 07 pontos

____

TOTAL .... **200 pontos**

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\operatorname{sen}(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\operatorname{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^{\circ}$	0	1	0
$\alpha = 30^{\circ}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^{\circ}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^{\circ}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^{\circ}$	1	0	-

Trigonometria

- $\operatorname{sen}^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$
- $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)=\operatorname{sen}(\alpha)\cdot\cos(\beta)+\operatorname{sen}(\beta)\cdot\cos(\alpha)$
- $\cos(\alpha+\beta)=\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)-\operatorname{sen}(\alpha)\cdot\operatorname{sen}(\beta)$
- $\operatorname{tg}(\alpha)=\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Regras de derivação

- $(u+v)'=u'+v'$
- $(u\cdot v)'=u'\cdot v+u\cdot v'$
- $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)'=n\cdot u^{n-1}\cdot u'$
- $(\operatorname{sen}(u))'=u'\cdot\cos(u)$
- $(\cos(u))'=-u'\cdot\operatorname{sen}(u)$
- $(e^u)'=u'\cdot e^u$
- $(a^u)'=u'\cdot a^u\cdot\ln(a)$
- $(\ln(u))'=\dfrac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))'=\dfrac{u'}{u\cdot\ln(a)}$

FIM