Ficha n.º 1 – Página 48 **3. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. ÁREAS E VOLUMES**

1.1. Opção correta: **(B)**

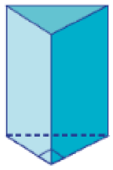
Repara que um prisma reto é composto por duas bases geometricamente iguais e faces laterais retangulares, neste caso como as bases iguais são triângulos, então trata-se de um prisma triangular reto.

1.2. Opção correta: **(C)**

A altura de um prisma reto é igual à medida da aresta dos retângulos das faces laterais, não comuns com as arestas das bases, ou seja, neste caso, utilizando as letras da figura: $[JI]$, $[IH]$; $[FG]$; $[FE]$; $[CD]$ e $[BC]$.

1.3. Opção correta: **(B)**

Repara que o prisma obtido pela planificação é o seguinte:



1.4. Opção correta: **(D)**

Repara que no prisma obtido pela planificação, os pontos que representam o mesmo vértice são:

- A, G e E
- J e H
- B e D

1.5. Opção correta: **(B)**

Repara que o prisma obtido pela planificação tem 6 vértices e o número de vértices de uma pirâmide é igual ao número de vértices da sua base mais uma unidade. Assim, a base de uma pirâmide com 6 vértices tem na sua base um polígono com 5 vértices, ou seja, um pentágono.

1.6. a) $A_{planificação} = 2\times A_{[ABJ]} + 2\times A_{[BCIJ]} + A_{[FGHI]} = 2\times\left(\frac{4\times 4}{2}\right) + 2\times(8\times 4) + 5{,}66\times 8 =$

$= 16 + 64 + 45{,}28 = 125{,}28\ \text{cm}^2$

Repara que:

- $\overline{AB} = \overline{JB} = \overline{CF} = \overline{IC} = 4$ cm
- $\overline{BC} = \overline{AF} - \overline{AB} - \overline{CF} = 16 - 4 - 4 = 8$ cm
- $\overline{BC} = \overline{JI} = \overline{IH} = \overline{FG} = \overline{FE} = \overline{CD} = 8$ cm
- $\overline{IF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{IC}^2 \Leftrightarrow \overline{IF}^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{IF}^2 = 32 \Leftrightarrow \overline{IF} = \sqrt{32} \simeq 5{,}66$ cm

b) Opção correta: **(C)**

Repara que: $V_{prisma} = A_{base}\times altura = A_{[ABJ]}\times\overline{BC} = \frac{4\times 4}{2}\times 8 = 64\ \text{cm}^3$

Opção **(A)**: $V_{cubo} = aresta\times aresta\times aresta = 4\times 4\times 4 = 64\ \text{cm}^3$

Opção **(B)**: $V_{\substack{prisma\\quadrangular}} = A_{base}\times altura = 4\times 4\times 8 = 128\ \text{cm}^3$

Opção **(C)**: $V_{\substack{prisma\\quadrangular}} = A_{base}\times altura = 2\times 2\times 8 = 32\ \text{cm}^3$

Opção **(D)**: $V_{\substack{prisma\\triangular}} = A_{base}\times altura = \frac{2\times 2}{2}\times 8 = 16\ \text{cm}^3$

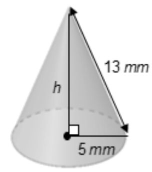
Ficha n.º 1 – Página 49

2. **Sólido I:** Seja h a altura do sólido I.

$$V_{cilindro} = A_{base} \times h \Leftrightarrow 785 = \pi \times 5^2 \times h \Leftrightarrow 785 = 78{,}5 \times h \Leftrightarrow h = \frac{785}{78{,}5} \Leftrightarrow h = 10 \text{ dm}$$

Repara que 785 litros = 785 dm³ e o raio da base do sólido I é igual a $10 : 2 = 5$ dm.

Sólido II: Seja h a altura do sólido II, $V_{Sólido\ II} = \frac{V_{cilindro}}{4} = \frac{A_{base} \times h}{4}$, então:



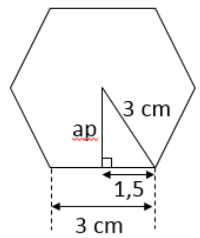
$$188{,}4 = \frac{\pi \times 4^{\cancel{2}} \times h}{\cancel{4}} \Leftrightarrow 188{,}4 = 12{,}56 \times h \Leftrightarrow h = \frac{188{,}4}{12{,}56} \Leftrightarrow h = 15 \text{ cm}$$

Sólido III: Seja h a altura do sólido III, pelo teorema de Pitágoras:

$$13^2 = h^2 - 5^2 \Leftrightarrow h^2 = 13^2 - 5^2 \Leftrightarrow h^2 = 144 \underset{h>0}{\Leftrightarrow} h = \sqrt{144} = \Leftrightarrow h = 12 \text{ mm}$$

Repara que a altura de um cone é perpendicular à sua base.

3.1. $V_{\substack{prisma\\hexagonal}} = A_{base} \times h = A_{\substack{hexágono\\regular}} \times h = \frac{P}{2} \times ap \times h$



Pelo teorema de Pitágoras:

$$3^2 = ap^2 + 1{,}5^2 \Leftrightarrow ap^2 = 9 - 2{,}25 \underset{ap>0}{\Leftrightarrow} ap = \sqrt{6{,}75} \Leftrightarrow ap \simeq 2{,}6 \text{ cm}$$

Logo, $V_{\substack{prisma\\hexagonal}} = \frac{6 \times 3}{2} \times 2{,}6 \times 8 = 187{,}2 \simeq 187 \text{ cm}^3$

3.2. $V_{\substack{prisma\\triangular}} = A_{base} \times h = A_{triângulo} \times h = \frac{6 \times 4}{2} \times 10 = 120 \text{ cm}^3$

3.3. $V_{sólido} = V_{\substack{prisma\\quadrangular}} + \frac{V_{cilindro}}{2} = A_{quadrado} \times h + \frac{A_{círculo} \times h}{2} = 2 \times 2 \times 5 + \frac{\pi \times 1^2 \times 5}{2} =$

$= 20 + \frac{3{,}1416 \times 5}{2} = 20 + 7{,}854 = 27{,}854 \simeq 28 \text{ cm}^3$

3.4. $V_{sólido} = V_{\substack{prisma\\quadrangular}} + V_{\substack{prisma\\triangular}} = A_{quadrado} \times h + A_{triângulo} \times h = 3 \times 3 \times 10 + \frac{3 \times 2}{2} \times 10 =$

$= 90 + 30 = 120 \text{ cm}^3$

3.5. $V_{sólido} = V_{prisma} - \frac{V_{cilindro}}{4} = 8 \times 8 \times 4 - \frac{\pi \times 4^2 \times \cancel{4}}{\cancel{4}} = 256 - 3{,}1416 \times 16 = 256 - 50{,}2656 =$

$= 205{,}7344 \simeq 206 \text{ cm}^3$

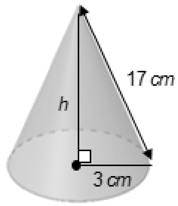
3.6. $V_{\substack{prisma\\quadrangular}} = A_{trapézio} \times h = \left(\frac{5+4}{2} \times 2\right) \times 2 = 18 \text{ cm}^3$

4. $\overline{AE} = \sqrt[3]{64} = 4$ cm; $\overline{EM} = 4 + \frac{4}{2} = 6$ cm (comprimentos na planificação)

$$\overline{AM}^2 = 4^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{AM}^2 = 16 + 36 \Leftrightarrow \overline{AM}^2 = 52 \underset{\overline{AM}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AM} = \sqrt{52} \approx 7{,}21$$

O comprimento do trajeto mais curto é 7,21 cm.

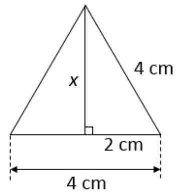
Ficha n.º 2 – Página 50 **3. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. ÁREAS E VOLUMES**



1.1. Pelo teorema de Pitágoras: $17^2 = h^2 + 3^2 \Leftrightarrow h^2 = 289 - 9 \Leftrightarrow h^2 = 280 \underset{h>0}{\Leftrightarrow} h = \sqrt{280}$ cm

1.2.

$$V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_{base} \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times \sqrt{280} = \frac{1}{3} \times 3{,}1416 \times 9 \times \sqrt{280} = 157{,}7070... \simeq 158 \text{ cm}^3$$



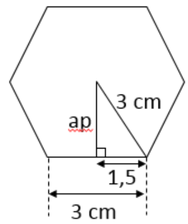
2. Pirâmide I: $V_{\substack{pirâmide \\ triangular}} = \frac{1}{3} \times A_{triângulo} \times h$

Pelo teorema de Pitágoras: $4^2 = x^2 + 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 16 - 4 \Leftrightarrow x^2 = 12 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{12}$

Logo, $V_{\substack{pirâmide \\ triangular}} = \frac{1}{3} \times \frac{4 \times \sqrt{12}}{2} \times 12 = 8 \times \sqrt{12} = 27{,}7128...$ cm³

Pirâmide II: $V_{\substack{pirâmide \\ pentagonal}} = \frac{1}{3} \times A_{\substack{pentágono \\ regular}} \times h = \frac{1}{3} \times \frac{P}{2} \times ap \times h = \frac{1}{3} \times \frac{2 \times 5}{2} \times 1{,}7 \times 10 = \frac{170}{6} =$

$= 28{,}3333...$ cm³



Pirâmide III: $V_{\substack{pirâmide \\ hexagonal}} = \frac{1}{3} \times A_{\substack{hexágono \\ regular}} \times h = \frac{1}{3} \times \frac{P}{2} \times ap \times h$

Pelo teorema de Pitágoras: $3^2 = ap^2 + 1{,}5^2 \Leftrightarrow ap^2 = 9 - 2{,}25 \underset{ap>0}{\Leftrightarrow} ap = \sqrt{6{,}75}$ cm

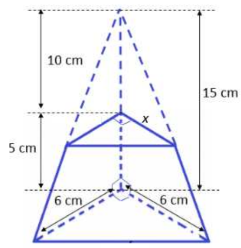
Logo, $V_{\substack{pirâmide \\ hexagonal}} = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 6}{2} \times \sqrt{6{,}75} \times 6 = 18 \times \sqrt{6{,}75} = 46{,}7653...$ cm³

Pirâmide IV: $V_{\substack{pirâmide \\ quadrangular}} = \frac{1}{3} \times A_{quadrado} \times h = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 8 = \frac{128}{3} = 42{,}6666...$ cm³

A pirâmide com maior volume é a III e é uma **Pirâmide Hexagonal**.

3.1. $V_{sólido} = V_{cone} + V_{cilindro} = \frac{1}{3} \times A_{base} \times h_{cone} + A_{base} \times h_{cilindro} = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 + \pi \times 4^2 \times 8 =$

$= \frac{1}{3} \times 3{,}1416 \times 16 \times 12 + 3{,}1416 \times 16 \times 8 = 201{,}0624 + 402{,}1248 = 603{,}1872 \simeq 603$ cm³



3.2. $V_{sólido} = V_{\substack{prisma \\ quadrangular}} - V_{\substack{pirâmide \\ quadrangular}} = A_{base} \times h - \frac{1}{3} \times A_{base} \times h =$

$= 12 \times 12 \times 22 - \frac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 22 = 3168 - 1056 = 2112$ cm³

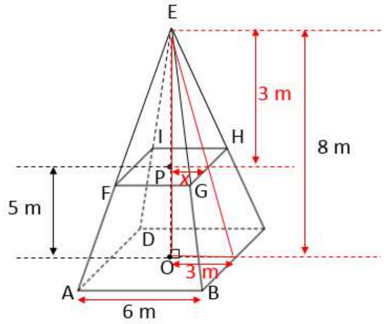
Ficha n.º 2 – Página 50 (cont.)

3.3. $V_{Sólido} = V_{\substack{pirâmide \\ triangular \\ maior}} - V_{\substack{pirâmide \\ triangular \\ menor}} = \frac{1}{3} \times A_{\substack{base \\ maior}} \times h_{maior} - \frac{1}{3} \times A_{\substack{base \\ menor}} \times h_{menor}$

Repara que que os triângulos das bases do tronco da pirâmide são semelhantes, logo: $\frac{10}{15} = \frac{x}{6} \Leftrightarrow 15x = 60 \Leftrightarrow x = \frac{60}{15} \Leftrightarrow x = 4$ cm.

Logo, $V_{Sólido} = \frac{1}{3} \times \frac{6 \times 6}{2} \times 15 - \frac{1}{3} \times \frac{4 \times 4}{2} \times 10 = 90 - \frac{80}{3} = \frac{270}{3} - \frac{80}{3} = \frac{190}{3} \simeq 63$ cm^3

Ficha n.º 2 – Página 51

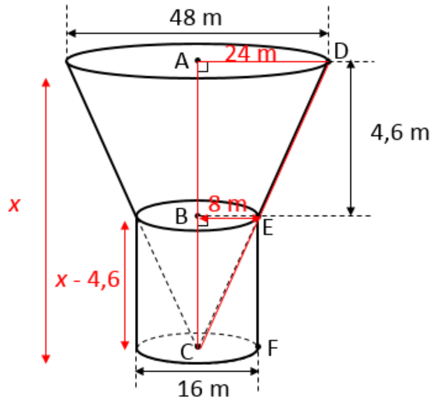


4. $V_{\substack{\text{pirâmide}\\\text{quadrangular}\\\text{pequena}}} = \frac{1}{3} \times A_{base} \times h_{pequena} = \frac{1}{3} \times 2{,}25 \times 2{,}25 \times 3 = 5{,}0625 \text{ m}^3$

Repara que $\frac{x}{3} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow 8x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{8} = 1{,}125$, logo

$\overline{FG} = 2 \times 1{,}125 = 2{,}25 \text{ m}$

5.1. a) Opção correta: **(C)**



b) $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{BE}} \Leftrightarrow \frac{x}{x-4{,}6} = \frac{24}{8} \Leftrightarrow 24(x-4{,}6) = 8x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 24x - 110{,}4 = 8x \Leftrightarrow 24x - 8x = 110{,}4 \Leftrightarrow$

$16x = 110{,}4 \Leftrightarrow x = \frac{110{,}4}{16} = 6{,}9 \text{ m}$

Logo, $\overline{AC} = 6{,}9$ m.

5.2. $V_{estrutura} = V_{cilindro} + \left(V_{\substack{cone\\maior}} - V_{\substack{cone\\menor}} \right) =$

$= A_{\substack{base\\cilindro}} \times h_{cilindro} + \left(\frac{1}{3} \times A_{\substack{base\\maior}} \times h_{maior} - \frac{1}{3} \times A_{\substack{base\\menor}} \times h_{menor} \right) =$

$= \pi \times 8^2 \times 2{,}3 + \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 24^2 \times 6{,}9 - \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 2{,}3 \right) =$

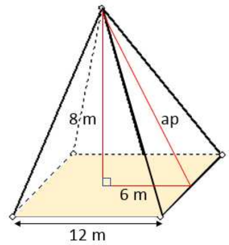
$= 3{,}142 \times 64 \times 2{,}3 + \left(\frac{1}{3} \times 3{,}142 \times 576 \times 6{,}9 - \frac{1}{3} \times 3{,}142 \times 64 \times 2{,}3 \right) =$

$= 462{,}5024 + (4162{,}5216 - 154{,}167) = 462{,}5024 + 4008{,}3546 = 4470{,}857 \text{ m}^3$

$= 4\,470\,857 \text{ dm}^3 = 4\,470\,857$ litros

Ficha n.º 3 – Página 52 **3. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. ÁREAS E VOLUMES**

1. Opção correta: **(A)**



$$A_l = \frac{P_b}{2} \times ap = \frac{4\times 12}{2}\times 10 = 240\,\text{cm}^2$$

Repara que a aresta da base da pirâmide mede $\sqrt{144} = 12$ cm e, pelo teorema de Pitágoras:

$$ap^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow ap^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow ap^2 = 100 \underset{ap>0}{\Leftrightarrow} ap = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

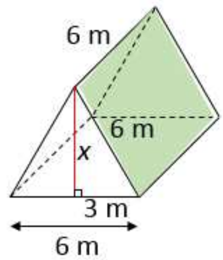
2. Opção correta: **(B)**

Repara que:

- $V_{cilindro} = A_{base} \times h = \pi \times 2^2 \times 10 = 40\pi$ m^3;
- $A_b = \pi \times r^2 = \pi \times 4 = 4\pi$ m^2 e $2 \times A_b = 2 \times 4\pi = 8\pi$ m^2;
- $A_l = P_b \times h = \pi \times 4 \times 10 = 40\pi$ m^2;
- $A_T = 2 \times A_b + A_l = 2\times 4\pi + 40\pi = 8\pi + 40\pi = 48\pi$ m^2.
-

3.1. Opção correta: **(B)**

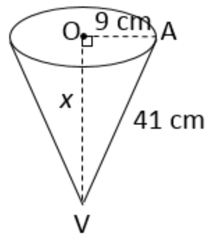
Repara que a altura de um prisma regular é igual à medida de comprimento das arestas que unem as duas bases do prisma. Como as arestas são todas iguais, as faces laterais do prisma são quadradas, logo cada uma das arestas laterais do prisma mede $\sqrt{36} = 6$ cm.



3.2. $A_T = 2 \times A_b + A_l = \cancel{2} \times \frac{6\times 5,2}{\cancel{2}} + 3 \times 36 = 31,2 + 108 = 139,2$ cm^2

Repara que $6^2 = x^2 + 3^2 \Leftrightarrow x^2 = 36 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 27 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{27} \simeq 5,2$ cm

4.1. Opção correta: **(D)**



4.2. $V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 40 = 3392,92$ cm^3

Repara que $A_l = \frac{P_b}{2} \times g \Leftrightarrow 369\pi = \frac{\pi \times 18}{2} \times g \Leftrightarrow 369\pi = 9\pi \times g \Leftrightarrow g = \frac{369\cancel{\pi}}{9\cancel{\pi}} = 41$ cm e

$$41^2 = x^2 + 9^2 \Leftrightarrow x^2 = 1681 - 81 \Leftrightarrow x^2 = 1600 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{1600} \Leftrightarrow x = 40 \text{ cm}$$

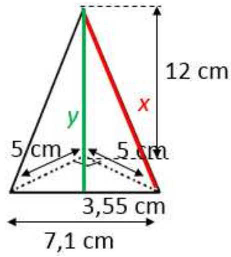
Ficha n.º 3 – Página 53

5. Sólido 1 (Cone):

$$A_{T_{Cone}} = A_{base} + A_l = \pi \times 8^2 + \frac{P_b}{2} \times g = \pi \times 64 + \frac{\pi \times 16}{2} \times 17 =$$

$$= 64\pi + 8\pi \times 17 = 64\pi + 136\pi = 200\pi \simeq 628{,}319 \text{ cm}^2$$

Sólido 2 (Pirâmide triangular): Pelo teorema de Pitágoras:



$$x^2 = 12^2 + 5^2 \Leftrightarrow x^2 = 144 + 25 \Leftrightarrow x^2 = 169 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$13^2 = y^2 + 3{,}55^2 \Leftrightarrow y^2 = 169 - 12{,}6025 \Leftrightarrow y^2 = 156{,}3975 \underset{y>0}{\Leftrightarrow}$$

$$\underset{y>0}{\Leftrightarrow} y = \sqrt{156{,}3975} \Leftrightarrow y = 12{,}506 \text{ cm}$$

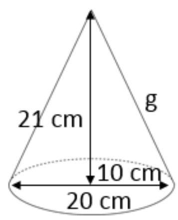
$$A_{T_{Pirâmide}} = A_b + A_l = \frac{5 \times 5}{2} + \left(\frac{5 \times 12}{2} + \frac{5 \times 12}{2} + \frac{7{,}1 \times 12{,}506}{2} \right) =$$

$$= 12{,}5 + (30 + 30 + 44{,}3963) = 12{,}5 + 104{,}3963 = 116{,}8963 \text{ cm}^2$$

Sólido 3 (Prisma pentagonal):

$$A_{T_{Prisma}} = 2 \times A_{base} + A_l = \cancel{2} \times \frac{3 \times 5}{\cancel{2}} \times 2{,}07 + 3 \times 5 \times 10 = 31{,}05 + 150 = 181{,}05 \text{ cm}^2$$

Sólido 4 (Cone): Pelo teorema de Pitágoras,

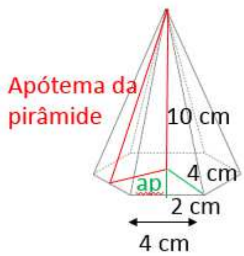


$$g^2 = 21^2 + 10^2 \Leftrightarrow g^2 = 441 + 100 \Leftrightarrow g^2 = 541 \underset{g>0}{\Leftrightarrow} g = \sqrt{541} \simeq 23{,}259$$

$$A_{T_{Cone}} = A_{base} + A_l = \pi \times 10^2 + \frac{\pi \times 20}{2} \times 23{,}259 = 100\pi + 232{,}59\pi =$$

$$= 332{,}59\pi \simeq 1044{,}862 \text{ cm}^2$$

Sólido 5 (Pirâmide hexagonal): Pelo teorema de Pitágoras,



$$4^2 = ap^2 + 2^2 \Leftrightarrow ap_{base}^{\ 2} = 16 - 4 \Leftrightarrow ap_{base}^{\ 2} = 12 \underset{ap>0}{\Leftrightarrow} ap_{base} = \sqrt{12} \simeq 3{,}464 \text{ cm}$$

$$ap_{pirâmide}^{\ 2} = ap_{base}^{\ 2} + 10^2 \Leftrightarrow ap_{pirâmide}^{\ 2} = 3{,}464^2 + 100 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ap_{pirâmide}^{\ 2} = 111{,}9993 \underset{ap>0}{\Leftrightarrow} ap_{pirâmide} = \sqrt{111{,}9993} \simeq 10{,}583 \text{ cm}$$

$$A_{T_{Pirâmide}} = A_{base} + A_l = \frac{4 \times 6}{2} \times 3{,}464 + \frac{4 \times 6}{2} \times 10{,}583 = 41{,}568 + 126{,}996 = 168{,}564 \text{ cm}^2$$

Ficha n.º 3 – Página 53 (cont.)

Sólido 6 (Cilindro):

$$A_{T_{Cilindro}} = 2\times A_{base} + A_l = 2\times\pi\times 3^2 + \pi\times 6\times 8 = 18\pi + 48\pi = 66\pi \simeq 207,345 \text{ cm}^2$$

Sólido 7 (Pirâmide quadrangular):

$$A_{T_{Pirâmide}} = A_{base} + A_l = 4\times 4 + \frac{4\times 4}{2}\times 8 = 16 + 64 = 80 \text{ cm}^2$$

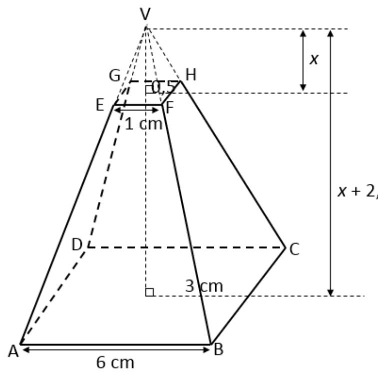
Sólido 8 (Prisma quadrangular):

$$A_{T_{Prisma}} = 2\times A_{base} + A_l = 2\times 2\times 2 + 4\times 2\times 6 = 8 + 48 = 56 \text{ cm}^2$$

Para forrar as pirâmides é necessário $116,8963 + 168,564 + 80 \simeq 365,5$ cm² de papel autocolante azul;

Para forrar os prismas é necessário $181,05 + 56 \simeq 237,1$ cm² de papel autocolante vermelho;

Para forrar os sólidos de revolução é necessário $628,319 + 1044,862 + 207,345 \simeq 1880,5$ cm² de papel autocolante verde.



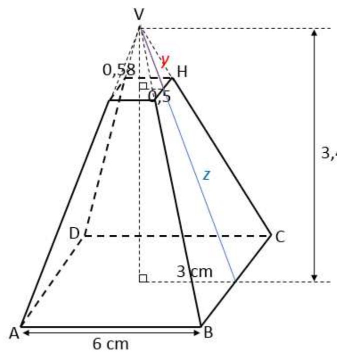
6. Altura da pirâmide pequena:

$$\frac{0,5}{3} = \frac{x}{x+2,9} \Leftrightarrow 3x = 0,5(x+2,9) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x = 0,5x + 1,45 \Leftrightarrow 3x - 0,5x = 1,45 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2,5x = 1,45 \Leftrightarrow x = \frac{1,45}{2,5} = 0,58 \text{ cm}$$

Altura da pirâmide grande: $0,58 + 2,9 = 3,48$ cm



Apótema da pirâmide pequena:

$$y^2 = 0,5^2 + 0,58^2 \Leftrightarrow y^2 = 0,25 + 0,3364 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 0,5864 \underset{y>0}{\Leftrightarrow} y = \sqrt{0,5864} \simeq 0,7658 \text{ cm}$$

Apótema da pirâmide grande:

$$z^2 = 3^2 + 3,48^2 \Leftrightarrow z^2 = 9 + 12,1104 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z^2 = 21,1104 \underset{z>0}{\Leftrightarrow} z = \sqrt{21,1104} \simeq 4,5946 \text{ cm}$$

Altura do trapézio $[ABEF]$: $4,5946 - 0,7658 = 3,8288$ cm

Área lateral do tronco da pirâmide: $4\times\frac{6+1}{2}\times 3,8288 = 4\times 3,5\times 3,8288 = 53,6032 \simeq 54$ cm²

É necessário, aproximadamente, 54 cm² de papel de acetato para construir o projetor de hologramas.

Ficha n.º 4 – Página 54 **3. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. ÁREAS E VOLUMES**

1. $\overline{AC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 100 \underset{\overline{AC}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AC} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{AC} = 10$ cm

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{125}\right)^2 = 10^2 + \overline{CG}^2 \Leftrightarrow 125 = 100 + \overline{CG}^2$$

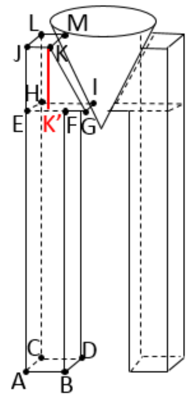
$$\Leftrightarrow \overline{CG}^2 = 25 \underset{\overline{CG}>0}{\Leftrightarrow} \overline{CG} = \sqrt{25} \Leftrightarrow \overline{CG} = 5 \text{ cm}$$

$V_{\text{paralelepípedo}} = 8 \times 6 \times 5 = 240 \text{ cm}^3$

2.1. Opção correta: **(B)**

2.2. Por exemplo *CB*, *AD*, *IA*, *EB*, ...

2.3. $V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 17{,}5^2 \times 43{,}9 \simeq 14\,079 \text{ m}^3$



2.4. Pelo teorema de Pitágoras: $\overline{KG}^2 = \overline{KK'}^2 + \overline{K'G}^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 39{,}5^2 = \overline{KK'}^2 + 18{,}3^2 \Leftrightarrow \overline{KK'}^2 = 1560{,}25 - 334{,}89 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{KK'}^2 = 1225{,}36 \underset{\overline{KK'}>0}{\Leftrightarrow} \overline{KK'} = \sqrt{1225{,}36} \simeq 35{,}005 \text{ m}$

Repara que: $\overline{K'G} = \overline{EG} - \overline{JK} = 33{,}2 - 14{,}9 = 18{,}3 \text{ m}$

$A_{\substack{fachada\\frontal}} = A_{retângulo} + A_{trapézio} =$

$= 26{,}2 \times 153{,}995 + \frac{33{,}2 + 14{,}9}{2} \times 35{,}005 =$

$= 4034{,}669 + 841{,}87025 = 4876{,}53925 \text{ m}^2$

Repara que $\overline{EA} = \overline{LC} - \overline{KK'} = 189 - 35{,}005 = 153{,}995 \text{ m}$

$A_{\substack{Duas\\fachadas\\frontais}} = 2 \times 4876{,}53925 = 9753{,}0785 \text{ m}^2$

Logo, a área de vidro utilizada foi $9753{,}0785 \times 0{,}50 = 4876{,}53925 \simeq 4877 \text{ m}^2$.

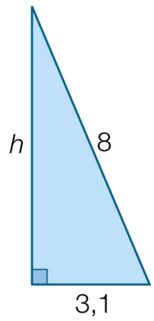
Ficha n.º 4 – Página 55

3.1. $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{38,44} = 6,2$ m

$A_{[BCE]} = \dfrac{99,2}{4} = 24,8 \text{ m}^2$

Seja y a altura do triângulo [BCE]

$\dfrac{6,2 \times y}{2} = 24,8 \Leftrightarrow 3,1y = 24,8 \Leftrightarrow y = \dfrac{24,8}{3,1} \Leftrightarrow y = 8 \text{ m}$

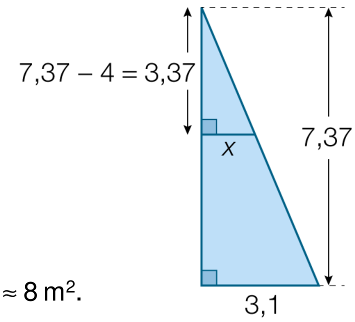


Seja h a altura da pirâmide.

6,2 : 2 = 3,1

$h^2 + 3,1^2 = 8^2 \Leftrightarrow h^2 = 64 - 9,61 \Leftrightarrow h^2 = 54,39 \underset{h>0}{\Leftrightarrow} h = \sqrt{54,39} \Leftrightarrow h \approx 7,37$ m

3.2. Os dois triângulos da figura ao lado são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos, pois ambos têm um ângulo reto e apresentam um ângulo em comum.



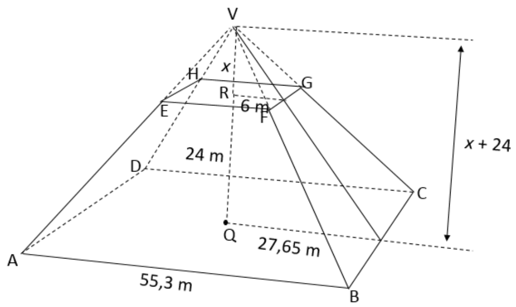
$\dfrac{3,1}{x} = \dfrac{7,37}{3,37} \Leftrightarrow x = \dfrac{3,1 \times 3,37}{7,37} \Leftrightarrow x \approx 1,418$

O lado da base da pirâmide menor é $1,418 \times 2 = 2,836$ m, logo a área é $2,836^2 \approx 8$ m^2.

4.1. $\dfrac{6}{27,65} = \dfrac{x}{x+24} \Leftrightarrow 27,65x = 6(x+24) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 27,65x = 6x + 144 \Leftrightarrow 27,65x - 6x = 144 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 21,65x = 144 \Leftrightarrow x = \dfrac{144}{21,65} \simeq 7 \text{ m}$



Logo, a altura da pirâmide que dá origem ao tronco do tronco da pirâmide do modelo é igual a $7 + 24 = 31$ metros.

4.2. $V_{sólido} = V_{prisma} + \left(V_{\substack{pirâmide \\ maior}} - V_{\substack{pirâmide \\ menor}} \right) =$

$= 10 \times 10 \times 6 + \left(\dfrac{1}{3} \times 55,3 \times 55,3 \times 31 - \dfrac{1}{3} \times 12 \times 12 \times 7 \right) = 600 + (31600,26333 - 336) =$

$= 600 + 31264,26333 = 31864,26333 \simeq 31864 \text{ m}^3$

Teste n.º 1 – Página 56 **3. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. ÁREAS E VOLUMES**

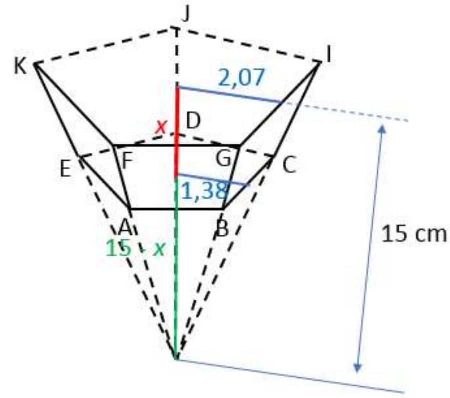
1.1. Planificação I: tronco de uma pirâmide pentagonal regular $[ABCDEFGIJK]$;

Planificação II: pirâmide pentagonal regular $[LMNOPQ]$;

Planificação III: prisma pentagonal regular $[FGIJKLMNOP]$.

1.2. Opção correta: **(B)**

1.3. $A_l = P_b \times h = 3 \times 5 \times 5 = 75 \text{ cm}^2$



1.4. Apótema da base [*FGIJK*]:

$$A_{[FGIJK]} = \frac{P}{2} \times ap_{[FGIJK]} \Leftrightarrow 15{,}525 = \frac{5 \times 3}{2} \times ap_{[FGIJK]} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 15{,}525 = 7{,}5 ap_{[FGIJK]} \Leftrightarrow ap_{[FGIJK]} = \frac{15{,}525}{7{,}5} = 2{,}07 \text{ cm}$$

Apótema da base [*ABCDE*]:

$$\frac{A_{[FGIJK]}}{A_{[ABCDE]}} = (razão\ de\ semelhança)^2$$

$$\frac{A_{[FGIJK]}}{A_{[ABCDE]}} = \frac{15{,}525}{6{,}9} = 2{,}25 \text{, então } razão\ de\ semelhança = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5 \ .$$

Assim, $\dfrac{2{,}07}{ap_{[ABCDE]}} = 1{,}5 \Leftrightarrow ap_{[ABCDE]} = \dfrac{2{,}07}{1{,}5} = 1{,}38 \text{ cm}$

Altura do tronco da pirâmide:

$$\frac{2{,}07}{1{,}38} = \frac{15}{15-x} \Leftrightarrow 2{,}07(15-x) = 20{,}7 \Leftrightarrow 31{,}05 - 2{,}07x = 20{,}7 \Leftrightarrow -2{,}07x = 20{,}7 - 31{,}05 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2{,}07x = -10{,}35 \Leftrightarrow x = \frac{-10{,}35}{-2{,}07} \Leftrightarrow x = 5 \text{ cm}$$

1.5. $V_{terrário} = V_{pirâmide} + V_{prisma} + V_{\substack{tronco \\ da\ pirâmide}}$

$V_{pirâmide} = \dfrac{1}{3} \times 15{,}525 \times 15 = 77{,}625 \text{ cm}^3$; $V_{prisma} = \dfrac{3 \times 5}{2} \times 2{,}07 \times 5 = 77{,}625 \text{ cm}^3$

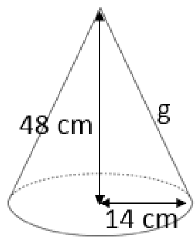
$$V_{\substack{tronco \\ da\ pirâmide}} = V_{\substack{pirâmide \\ maior}} - V_{\substack{pirâmide \\ menor}} = \frac{1}{3} \times 15{,}525 \times 15 - \frac{1}{3} \times 6{,}9 \times 10 = 77{,}625 - 23 = 54{,}625 \text{ cm}^3$$

Repara que a altura da pirâmide menor é igual a $15 - 5 = 10$ cm

Logo, $V_{terrário} = 77{,}625 + 77{,}625 + 54{,}625 = 209{,}875 \text{ cm}^3$

Teste n.º 1 – Página 57

2. Geratriz do cone:



Pelo teorema de Pitágoras:

$g^2 = 48^2 + 14^2 \Leftrightarrow g^2 = 2304 + 196 \Leftrightarrow g^2 = 2500 \underset{g>0}{\Leftrightarrow}$

$\underset{g>0}{\Leftrightarrow} g = \sqrt{2500} = 50 \text{ cm}$

$A_T = A_{base} + A_l = \pi \times 14^2 + \frac{P_b}{2} \times g = 196\pi + \frac{28\pi}{2} \times 50 = 196\pi + 700\pi =$

$= 896\pi \simeq 2814{,}87 \text{ cm}^2$

3. $a_{cubo} = \sqrt[3]{216} = 6$ cm, então a altura da pirâmide é igual a $\frac{2}{3} \times 6 = 4$ cm.

$V_{sólido} = V_{cubo} - V_{pirâmide} = 216 - \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 4 = 216 - 48 = 168 \text{ cm}^3$.

4.1. $V_{cilindro} = 785{,}5 \text{ cm}^3$

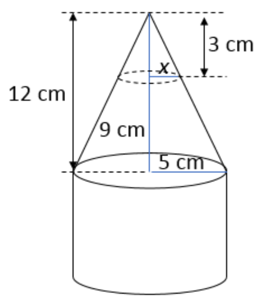
Como $V_{cilindro} = A_{base} \times h = \pi \times r^2 \times h = \pi \times r^2 \times 2r = 2\pi r^3$, então

$2\pi r^3 = 785{,}5 \Leftrightarrow r^3 = \frac{785{,}5}{2 \times 3{,}142} \Leftrightarrow r^3 = 125 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{125} = 5$ cm.

$V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 = \frac{1}{3} \times 3{,}142 \times 25 \times 12 = 314{,}2 \text{ cm}^3$

Assim, a razão entre o volume do cilindro e o volume do cone é $\frac{785{,}5}{314{,}2} = 2{,}5 = \frac{5}{2}$.

4.2. $V_{água} = V_{cilindro} + V_{\substack{tronco \\ do\ cone}} = V_{cilindro} + \left(V_{\substack{cone \\ maior}} - V_{\substack{cone \\ menor}} \right)$



Repara que a altura do tronco do cone é igual a $\frac{3}{4} \times 12 = 9$ cm, logo a altura do cone pequeno é igual a $12 - 9 = 3$ cm.

Raio da base do cone pequeno: $\frac{x}{5} = \frac{3}{12} \Leftrightarrow 12x = 15 \Leftrightarrow x = \frac{15}{12} = 1{,}25$

Assim, $V_{água} = 785{,}5 + \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 - \frac{1}{3} \times \pi \times 1{,}25^2 \times 3 \right) = 785{,}5 + (314{,}2 - 4{,}909375) =$

$= 785{,}5 + 309{,}2906 = 1094{,}8 \text{ cm}^3 = 1{,}0948 \text{ dm}^3 = 1{,}0948 \text{ litros} \simeq 1{,}1 \text{ litros}$

Teste n.º 2 – Página 58 **3. SÓLIDOS GEOMÉTRICOS. ÁREAS E VOLUMES**

1. Opção correta: **(A)** $\frac{7}{14}\underset{:7}{=}\frac{1}{2}\underset{\times 5}{=}\frac{5}{10}$

2.1. $-2\sqrt{3}\in\mathbb{R}^-$ **2.2.** $1-\sqrt{5}\not\in\mathbb{R}^+$ **2.3.** $\mathbb{R}^+\supseteq\mathbb{N}$

2.4. $-\frac{12}{6}\in\mathbb{Z}$ **2.5.** $0\in\mathbb{Z}$ **2.6.** $1,(7)\in\mathbb{Q}$

2.7. $-\frac{2}{5}\in\mathbb{Q}^-$ **2.8.** $\mathbb{Z}\not\subset\mathbb{Q}^-$ **2.9.** $\mathbb{Q}^+\subseteq\mathbb{R}$

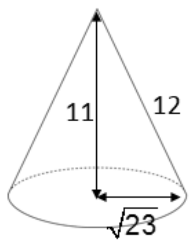
3. $0,(5)\times 10=5,(5)$; $0,(5)\times 10-0,(5)=5,(5)-0,(5)=5$; $0,(5)\times 10-0,(5)=0,(5)\times(10-1)=0,(5)\times 9$

Assim, $0,5\times 9=5\Leftrightarrow 0,(5)=\frac{5}{9}$.

4. $\frac{\sqrt{9}-2\left(3\sqrt{9}+5\right)}{5^{11}:\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{-\sqrt{4}}\right]^5}=\frac{3-2(3\times 3+5)}{5^{11}:\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^5}=\frac{3-2(9+5)}{5^{11}:\left(-\frac{1}{5}\right)^{-10}}=\frac{3-2\times 14}{5^{11}:(-5)^{10}}=\frac{3-28}{5^{11}:5^{10}}=\frac{-25}{5^1}=$

$=\frac{-25}{5}=-5$

5.1. $r^2+11^2=12^2\Leftrightarrow r^2+121=144\Leftrightarrow r^2=144-121\Leftrightarrow r^2=23\underset{r>0}{\Leftrightarrow} r=\sqrt{23}$ e $\sqrt{23}$ é um número irracional, pois é uma dízima infinita não periódica $\sqrt{23}=4,79583...$.



5.2. $A_l=\frac{P_b}{2}\times g=\frac{\cancel{2}\times\pi\times\sqrt{23}}{\cancel{2}}\times 12\simeq 180,8\ \text{cm}^2$

5.3. $V_{cone}=A_b\times h=\pi\times r^2\times 11=\pi\times\sqrt{23}^{\,2}\times 11=\pi\times 23\times 11\simeq 794,8\ \text{cm}^3$

6. Opção correta: **(A)**

Se x representar a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo da figura, então:

$x^2=3^2+2^2\Leftrightarrow x^2=9+4\Leftrightarrow x^2=13\underset{x>0}{\Leftrightarrow} x=\sqrt{13}$

Logo, $P\to -1+\sqrt{13}$.

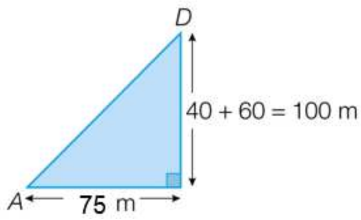
Teste n.º 2 – Página 59

7. Opção correta: **(C)**

8.1. $\overline{AD}^2 = 75^2 + 100^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 15\,625$

$\underset{\overline{AD}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AD} = \sqrt{15\,625}$

$\Leftrightarrow \overline{AD} = 125 \text{ m}$



O comprimento da canalização é 125 m.

8.2. Trajeto mais económico: $125 \times 12 = 1500$ €

Trajeto original: $(40 + 75 + 60) \times 12 = 175 \times 12 = 2100$ €

$2100 - 1500 = 600$

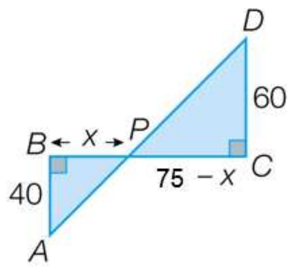
Poupar-se-iam, aproximadamente, 600 €.

8.3. Seja P o ponto de interseção de [BC] com [AD]. Os triângulos [ABP] e [PCD] da figura são semelhantes pelo critério AA de semelhança de triângulos pois ambos apresentam um ângulo reto e, para além disso, $B\hat{P}A = C\hat{P}D$, já que se trata de ângulos verticalmente opostos. Assim, $\dfrac{\overline{DC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{PC}}{\overline{BP}}$.

Considerando $x = \overline{BP}$, então:

$\dfrac{\overline{DC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{PC}}{\overline{BP}} \Leftrightarrow \dfrac{60}{40} = \dfrac{75 - x}{x} \Leftrightarrow 60x = 40(75 - x) \Leftrightarrow 60x = 3000 - 40x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 60x + 40x = 3000 \Leftrightarrow 100x = 3000 \Leftrightarrow x = \dfrac{3000}{100} \Leftrightarrow x = 30$



A árvore será plantada a 30 metros do ponto *B*.

9. Aresta do cubo: $\sqrt[3]{216} = 6$ m, logo $\overline{JC} = \overline{CN} = \overline{CL} = 6 : 2 = 3$ m

$$V_{\substack{\text{pirâmide} \\ \text{triangular}}} = \frac{1}{3} \times A_b \times h = \frac{1}{3} \times \frac{\overline{JC} \times \overline{CN}}{2} \times \overline{CL} = \frac{1}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3} \times 3}{2} \times 3 = \frac{9}{2} = 4{,}5 \text{ m}^3$$