P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ______
Edição: 2016/2017	**Data:** 14 de maio de 2016	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática		

A preencher pelo candidato

Nome do Candidato: ____

____

Documento de Identificação apresentado:

☐ BI ☐ CC ☐ Passaporte ☐ Carta Condução ☐ Título Residência

Número do Documento de Identificação:

☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Escola onde realiza esta prova:

☐ ESE ☐ ESEIG ☐ ESMAE ☐ ESTGF ☐ ESTSP ☐ ISCAP ☐ ISEP

Escola(s) a que se candidata:

☐ ESE ☐ ESEIG ☐ ESMAE ☐ ESTGF ☐ ESTSP ☐ ISCAP ☐ ISEP

Número total de folhas entregues pelo Candidato: ________________

Classificação Final (0-200)
Rubrica de Docente (Júri de Prova)
Rubrica de Docente em Vigilância

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância.

Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.

Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
  - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
  - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
- O Grupo II inclui 9 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 15.
  - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
  - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
  - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
  - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 16 páginas e termina com a palavra FIM.
Na página 15 é indicada a cotação de cada pergunta.

Na página 16 é disponibilizado um formulário.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional ____________

Edição: 2016/2017	Data: 14 de maio de 2016		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	Nº Respostas corretas _____	Cotação GI	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒ Anular Resposta: Assinalar Resposta Anulada:

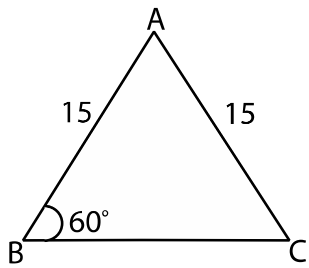
1. O Gustavo e os amigos fizeram uma caminhada à Serra da Freita. Como a caminhada era longa, dividiram-na em três dias. No primeiro dia, fizeram metade da caminhada. No segundo dia, percorreram 15 km. No último dia, a distância percorrida foi 1/3 da do dia anterior. Qual a distância total da caminhada?

- ☐ 20 km
- ☐ 40 km
- ☐ 35 km
- ☐ 50 km

2. Fatorizando a expressão $D = (x+5)(3x+1) + 2(x^2 - 25)$, obtém-se:

- ☐ $D = (x+5)(5x-9)$
- ☐ $D = (x+5)(6x^2 - 28x - 10)$
- ☐ $D = (x+5)(3x+1)(x+5)$
- ☐ $D = (x+5)(3x^2 - 14x - 5)$

3. O valor exato da área do triângulo $[ABC]$, representado ao lado, é:



- ☐ $\frac{125\sqrt{3}}{2}$
- ☐ $\frac{125\sqrt{2}}{2}$
- ☐ $\frac{225\sqrt{3}}{4}$
- ☐ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

4. Sendo n um número natural diferente de 1 e a um número real positivo, também diferente de 1, a expressão $\log_n\left(\log_a \sqrt[n]{a}\right)$ é igual a:

- [ ] $-n$
- [ ] n
- [ ] -1
- [ ] 1

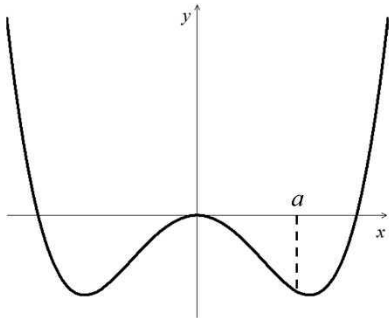
5. O domínio da função real de variável real g, definida por $g(x)=\dfrac{x+1}{3-\sqrt{9-x^2}}$, é:

- [ ] $]-3,3[\setminus\{0\}$
- [ ] $[-3,3]\setminus\{0\}$
- [ ] $]-\infty,-3[\cup]3,+\infty[$
- [ ] $]-\infty,-3]\cup[3,+\infty[$

6. Indique, entre as funções seguidamente apresentadas, a derivada da função real definida por $h(x)=\ln\left(\dfrac{3x+1}{2x+1}\right)$.

- [ ] $h'(x)=\dfrac{1}{3x+1}+\dfrac{1}{2x+1}$
- [ ] $h'(x)=\dfrac{1}{3x+1}-\dfrac{1}{2x+1}$
- [ ] $h'(x)=\dfrac{3}{3x+1}+\dfrac{2}{2x+1}$
- [ ] $h'(x)=\dfrac{3}{3x+1}-\dfrac{2}{2x+1}$

7. Na figura ao lado está parte do gráfico de uma função real *f*. Sendo f' e f'', respetivamente, a primeira e a segunda derivada de *f*, indique qual das seguintes afirmações é verdadeira.



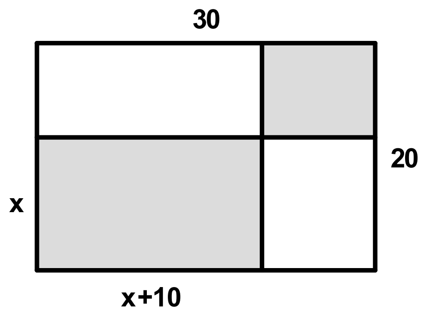
- [ ] $f(a)\times f'(a)<0$
- [ ] $f'(a)\times f''(a)<0$
- [ ] $f(a)\times f''(a)>0$
- [ ] $f(a)\times f'(a)\times f''(a)<0$

P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ________________

Edição: 2016/2017	**Data:** 14 de maio de 2016		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q1.**	**Clas. Parcial Q1+Q2**	Rubrica do Docente Corretor
	GII Q2.1		
	GII Q2.2		
	GII Q2.3		

GRUPO II

1. Considere o retângulo da figura ao lado cujos lados medem, respetivamente, 20 cm e 30 cm. Sejam x e $x+10$ as medidas dos lados do maior retângulo sombreado. Sabendo que a área total da figura é o dobro da área sombreada, determine os valores possíveis de x.



2. Considere os números racionais A, B e C representados por:

$$A=20^{100}\div20^{97}\div2^3 \qquad B=5^3\times2^3\times10^0 \qquad C=\left[\left(10^0-2^6\times\left(2^2\right)^{-3}\times3^2\right)\right]^2\div\left(2^3\times3^3\right)^{-2}$$

Utilizando, sempre que possível, as regras operatórias das potências, determine o valor de:

2.1. $\dfrac{A}{B}$

2.2. A^2

2.3. C

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _________________

Edição: 2016/2017	**Data:** 14 de maio de 2016		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q3.** **GII Q4.**	**Clas. Parcial Q3+Q4**	Rubrica do Docente Corretor

3. Determine o conjunto dos números inteiros que verificam, simultaneamente, as seguintes inequações: $(x-2)^2 > (x+1)^2$ e $\frac{3-x}{2} - 4 < 0$

4. Seja β um ângulo agudo cujo seno é $\frac{1}{3}$. Calcule o valor exato de $\operatorname{sen}(2\beta)$ e de $\operatorname{tg}(\beta)$.

Edição: 2016/2017	**Data:** 14 de maio de 2016		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q5.1** **GII Q5.2**	**Clas. Parcial Q5**	Rubrica do Docente Corretor

5. Em 2002, na região do Douro, iniciou-se um processo de acompanhamento da plantação de vinha. Após t anos do início do processo, a área de plantação de vinha, em hectares, é dada por um modelo matemático do tipo:

$$A(t)=\frac{36}{1+2e^{-kt}} \; ; \; k>0$$

5.1. Passados cinco anos do início do processo verificou-se que a área de plantação de vinha era igual a 22 hectares. Determine o valor de k arredondado às milésimas.

5.2. Calcule o valor de $\lim_{t\to+\infty} A(t)$ e interprete o resultado no contexto apresentado.

Edição: 2016/2017	**Data:** 14 de maio de 2016		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q6.** **GII Q7.**	**Clas. Parcial Q6+Q7**	Rubrica do Docente Corretor

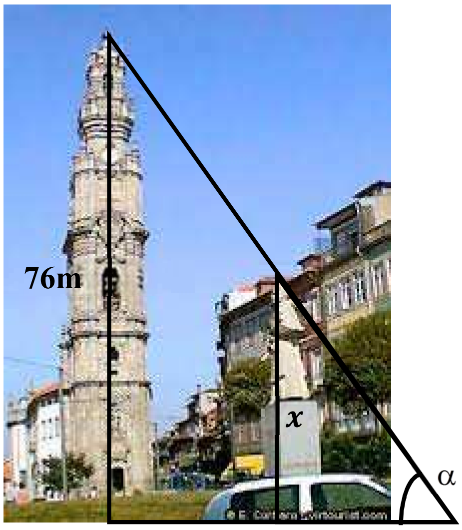
6. Mostre que a expressão para a função derivada da função real de variável real f definida por:

$f(x)=x^2\cos(x)-\dfrac{\operatorname{sen}(x)\cos(x)}{4}$ pode ser dada por: $f'(x)=2x^2\left[\dfrac{\cos(x)}{x}-\dfrac{\operatorname{sen}(x)}{2}\right]-\dfrac{\cos(2x)}{4}$

7. Considere a função g definida por $g(x)=\left(x^2-7\right)e^{3-x}$. Recorrendo a processos exclusivamente analíticos determine a equação da reta tangente, ao gráfico de g, no ponto de abcissa 3.

8. Um turista em visita à cidade do Porto apercebeu-se que via o cimo de uma estátua na mesma linha que o topo da torre dos clérigos e que os seus olhos estavam à mesma altura da base de ambos. Como o guia turístico, que o acompanhava, dizia que a altura da torre é de 76 m, decidiu estimar a altura da estátua. Contou então os passos do sítio onde estava até à estátua (3 passos) e, depois, da estátua até à torre (62 passos).

Apresentando os resultados obtidos aproximados às milésimas:



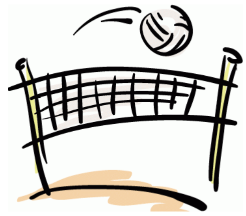
8.1. Determine a altura da estátua.

8.2. Estime o valor do seno do ângulo de visão do turista, α, supondo a medida do passo de acordo com o atual Sistema Internacional de Unidades: 1 passo = 0,82 m.

	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional ________________

Edição: 2016/2017	**Data:** 14 de maio de 2016		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	**GII Q9.1**	**Clas. Parcial Q9**	Rubrica do Docente Corretor
	GII Q9.2		
	GII Q9.3		

9. Quando um jogador de voleibol executa o serviço por baixo, a bola descreve uma trajetória parabólica. Verificou-se que, durante um jogo, a distância h, em metros, da bola ao solo, t segundos após o lançamento, é dada por: $h(t) = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{6}t + \frac{11}{10}$



9.1. Mostre que a distância da bola ao solo, no momento do lançamento, foi de $1,1$ m.

9.2. Determine o tempo decorrido entre o lançamento e a receção do serviço, sabendo que o “libero” da equipa adversária rececionou a bola quando esta estava à mesma altura com que foi efetuado o lançamento.

9.3. Calcule a altura máxima, em relação ao solo, atingida pela bola nesse serviço.

COTAÇÕES

Grupo I .... **84 pontos**

Cada resposta certa .... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada .... 0 pontos

Grupo II .... **116 pontos**

1. .... 14 pontos

2. .... 13 pontos

2.1. .... 07 pontos
2.2. .... 02 pontos
2.3. .... 04 pontos

3. .... 13 pontos

4. .... 10 pontos

5. .... 13 pontos

5.1. .... 09 pontos
5.2. .... 04 pontos

6. .... 10 pontos

7. .... 10 pontos

8. .... 13 pontos

8.1. .... 03 pontos
8.2. .... 10 pontos

9. .... 20 pontos

9.1. .... 03 pontos
9.2. .... 05 pontos
9.3. .... 12 pontos

____

TOTAL .... **200 pontos**

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\operatorname{sen}(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\operatorname{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^{\circ}$	0	1	0
$\alpha = 30^{\circ}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^{\circ}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^{\circ}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^{\circ}$	1	0	-

Trigonometria

- $\operatorname{sen}^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$
- $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)=\operatorname{sen}(\alpha)\cdot\cos(\beta)+\operatorname{sen}(\beta)\cdot\cos(\alpha)$
- $\cos(\alpha+\beta)=\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)-\operatorname{sen}(\alpha)\cdot\operatorname{sen}(\beta)$
- $\operatorname{tg}(\alpha)=\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Regras de derivação

- $(u+v)' = u'+v'$
- $(u\cdot v)' = u'\cdot v+u\cdot v'$
- $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n\cdot u^{n-1}\cdot u'$
- $(\operatorname{sen}(u))' = u'\cdot\cos(u)$
- $(\cos(u))' = -u'\cdot\operatorname{sen}(u)$
- $(e^u)' = u'\cdot e^u$
- $(a^u)' = u'\cdot a^u\cdot\ln(a)$
- $(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \dfrac{u'}{u\cdot\ln(a)}$

FIM