



Exame Final Nacional de Matemática A Prova 635 | 2.ª Fase | Ensino Secundário | 2018

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Critérios de Classificação

12 Páginas

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis ou que não possam ser claramente identificadas são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

ITENS DE SELEÇÃO

Nos itens de escolha múltipla, a cotação do item só é atribuída às respostas que apresentem de forma inequívoca a opção correta. Todas as outras respostas são classificadas com zero pontos.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, a transcrição do texto da opção escolhida é considerada equivalente à indicação da letra correspondente.

ITENS DE CONSTRUÇÃO

Nos itens de resposta restrita, os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração. Qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho é classificada com zero pontos.

A classificação das respostas aos itens que envolvam a produção de um texto tem em conta a organização dos conteúdos e a utilização adequada do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os termos ou expressões constantes nos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso obrigatório das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação, num referencial, do gráfico da função ou dos gráficos das funções visualizados.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita e de resposta extensa que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto, desde que enquadrado pelos documentos curriculares de referência da disciplina (ver nota 1). O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
 Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplos: «sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada», «recorrendo à calculadora gráfica»]. 	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
Apresentação apenas do resultado final quando é pedida a apresentação de cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.
Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivo- camente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
Transcrição incorreta de dados do enunciado que não altere o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte:
	 nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista;
	 nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, a pontuação é atribuída de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal, na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades, na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota 2).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

Situação	Classificação
Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado na forma de fração, e a resposta apresenta-se na forma decimal].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa, bem como a cada uma das etapas subsequentes que dela dependam, é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada.
	Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos dois pontos à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivo- camente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto:
	 se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos;
	 nos casos de uso do símbolo de igualdade em que, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

- Nota 1 A título de exemplo, faz-se notar que não são aceites processos de resolução que envolvam a aplicação da regra de Cauchy, da regra de L'Hôpital ou de resultados da teoria de matrizes.
- Nota 2 Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

Caderno 1

1.1.		8 pontos
Opção (C)		
1.2. Opção (C)		8 pontos
2		12 pontos
Este item pode ser resolvido por, pelo menos, quatro processos.		
1.º Processo		
Seja ${\it B}$ o acontecimento «o atleta escolhido pratica basquetebol», e seja ${\it F}$ o acon «o atleta escolhido pratica futebol».	tecimento	
Escrever $P(B) = \frac{1}{5}$	1 ponto	
Escrever $P(F) = \frac{2}{5}$	1 ponto	
Escrever $P(\overline{B} \overline{F}) = \frac{3}{4}$	2 pontos	
Escrever $P(\overline{B} \overline{F}) = \frac{P(\overline{B} \cap \overline{F})}{P(\overline{F})}$	1 ponto	
Determinar $Pig(\overline{B}\cap\overline{F}ig)$	2 pontos	
Determinar $P(B \cup F)$	2 pontos	
Determinar $P(B \cap F)$	2 pontos	
Justificar o pretendido (Como $P(B\cap F)\neq 0$, conclui-se que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades) (ver nota)	1 ponto	
2.º Processo		
Seja B o acontecimento «o atleta escolhido pratica basquetebol», e seja F o acor «o atleta escolhido pratica futebol».	itecimento	
Escrever $P(B) = \frac{1}{5}$	1 ponto	
Escrever $P(F) = \frac{2}{5}$	1 ponto	
Escrever $P(\overline{B} \overline{F}) = \frac{3}{4}$	2 pontos	
Obter $P(B \overline{F}) = \frac{1}{4}$	1 ponto	

Escrever $P(B \overline{F}) = \frac{P(B \cap \overline{F})}{P(\overline{F})}$	1 ponto
Determinar $P\!\left(B\cap\overline{F}\right)$	2 pontos
Determinar $P(B \cap F)$	3 pontos
Justificar o pretendido (Como $P(B\cap F)\neq 0$, conclui-se que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades) (ver nota)	1 ponto
3.º Processo	
Construir uma tabela de dupla entrada cujas entradas sejam «pratica basquetebol, não pratica basquetebol» e «pratica futebol, não pratica futebol»	1 ponto
Preencher a célula da tabela relativa à informação « $\frac{1}{5}$ dos atletas pratica basquetebol»	2 pontos
Preencher a célula da tabela relativa à informação « $\frac{2}{5}$ dos atletas praticam futebol»	2 pontos
Preencher a célula da tabela relativa à probabilidade de um atleta não praticar futebol	1 ponto
Utilizar a informação «dos atletas que não praticam futebol, 3 em cada 4 não praticam basquetebol» para determinar a probabilidade de o atleta não praticar basquetebol nem futebol, e escrever o valor obtido na célula respetiva	3 pontos
Preencher as restantes células que permitem resolver o problema	2 pontos
Justificar o pretendido (Como $P(B\cap F)\neq 0$, conclui-se que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades) (ver nota)	1 ponto
4.º Processo	
Construir um diagrama em árvore de cuja raiz saem os ramos «pratica futebol» e «não pratica futebol» e, de cada um destes, saem dois novos ramos, «pratica basquetebol» e «não pratica basquetebol»	1 ponto
Escrever $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$ nos respetivos ramos	2 pontos
	•
Escrever $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{4}$ nos respetivos ramos	3 pontos
Calcular a probabilidade de um atleta não praticar futebol, mas praticar basquetebol	
OU Calcular a probabilidade de um atleta não praticar futebol nem basquetebol	2 pontos
Calcular a probabilidade de um atleta praticar futebol e praticar basquetebol	3 pontos
	o pontos
Justificar o pretendido (Como $P(B \cap F) \neq 0$, conclui-se que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades) (ver nota)	1 ponto
Nota — Se o valor obtido para $P(B\cap F)$ não pertencer ao intervalo $]0,1]$, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.	

J. I.			o pontos
	Opção (D)		
3.2.			12 pontos
	Apresentar o número de casos possíveis: $^{14}\!A'_4$ (ver nota 1)	5 pontos	
	Apresentar o número de casos favoráveis: ${}^5\!A_4$ (ver nota 1)	5 pontos	
	Obter a probabilidade pedida (ver nota 2) $(0,003)$	2 pontos	
	Notas:		
	1. Se a expressão apresentada não for equivalente a esta expressão, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos.		
	2. Se a etapa relativa ao número de casos possíveis e a etapa relativa ao número de casos favoráveis tiverem sido pontuadas com 0 pontos, a pontuação a atribuir nesta etapa é 0 pontos. A mesma pontuação de 0 pontos deve ser atribuída caso o valor obtido não pertença ao intervalo $\begin{bmatrix} 0,1 \end{bmatrix}$		
4.1.			12 pontos
	Determinar a cota do ponto P	4 pontos	
	Escrever $4x + y - 2z + d = 0$	4 pontos	
	Obter o valor de d	3 pontos	
	Escrever uma equação do plano pedido		
	(4x + y - 2z - 15 = 0 ou equivalente)	1 ponto	
4.2.			13 pontos
	Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.		
	1.º Processo		
	Escrever as coordenadas do vetor \overrightarrow{OA}	1 ponto	
	Escrever as coordenadas do vetor \overrightarrow{OC}	1 ponto	
	Calcular \overrightarrow{OA} . \overrightarrow{OC}	3 pontos	
	Determinar a norma do vetor \overrightarrow{OA}	1 ponto	
	Determinar a norma do vetor $\ \overrightarrow{OC}$	1 ponto	
	Escrever a equação $4 = \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \cos A\hat{O}C$ (ou equivalente)	4 pontos	
	Obter a amplitude do ângulo $AOC (48^{\circ})$	2 pontos	
	2.º Processo		
	Seja A^{\prime} a projeção ortogonal de A sobre o plano xOy		
	Determinar $\overline{\textit{OA}'}$	4 pontos	

	Escrever $\operatorname{tg}(A\hat{O}A') = \frac{1}{\sqrt{5}}$	4 pontos	
	Obter a amplitude do ângulo AOA'	2 pontos	
	Obter a amplitude do ângulo $\ AOC\ (48^\circ)$	3 pontos	
	3.º Processo		
	Escrever as coordenadas do ponto $\ C$	1 ponto	
	Escrever as coordenadas do ponto A	1 ponto	
	Determinar \overline{OC}	1 ponto	
	Determinar \overline{OA}	1 ponto	
	Determinar \overline{AC}	2 pontos	
	Escrever a equação $2^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{6} \times \cos A\hat{O}C$		
	(ou equivalente)	4 pontos	
	Obter a amplitude do ângulo AOC	3 pontos	
5.			12 pontos
	Equacionar o problema $\left(d(3\alpha)=0.97\times d(\alpha)\right)$ ou equivalente $\left(d(3\alpha)=0.97\times d(\alpha)\right)$	5 pontos	
	Reproduzir o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que		
	permite(m) resolver a equação (ver nota)	4 pontos	
	Apresentar o valor de $lpha(10^\circ)$	3 pontos	
	Nota – Se não for apresentado o referencial, a pontuação a atribuir nesta etapa é desvalorizada em 1 ponto.		
6.	Орção (D)		8 pontos
7.			12 pontos
	Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.		·
	1.º Processo		
	Escrever $S_{12} = \frac{u_1 + u_{12}}{2} \times 12$	1 ponto	
	Escrever $174 = \frac{4-2r+4+9r}{2} \times 12$, sendo r a razão da progressão	4 pontos	
	Obter o valor de r	2 pontos	
	Obter $3n - 5 = 5371$	2 pontos	
	Obter o valor de n	2 pontos	
	Concluir que 5371 é termo da sucessão	1 ponto	

2 º Processo

2.º Processo		
Escrever $4 = u_1 + 2r \wedge 174 = \frac{u_1 + u_1 + 11r}{2} \times 12$	4 pontos	
Obter o valor de r	2 pontos	
Obter o valor de u_1	1 ponto	
Escrever $3n - 5 = 5371$	2 pontos	
Obter o valor de n	2 pontos	
Concluir que 5371 é termo da sucessão	1 ponto	
0		9 mantas
8		8 pontos
Ορίζου (Α)		
Caderno 2		
9.1. Opção (B)		8 pontos
Ορφασ (Β)		
9.2.		8 pontos
Opção (B)		
10		12 nontos
Escrever $(2-i)^2 = 4-4i-1$		12 pointos
Identificar i^{15} com $-i$	1 ponto	
Obter $z = \frac{4-3i}{1-2i} - 3i$	1 ponto	
1-2i Obter $z=2-2i$	·	
Escrever $-\frac{1}{2}z$ na forma trigonométrica	3 pontos 5 pontos	
2	5 portos	
Escrever \overline{z} na forma $x + yi$		
Obter $-\frac{1}{2} \times \overline{z}$ na forma $x + yi$		
Escrever $-\frac{1}{2} \times \overline{z}$ na forma trigonométrica		
$\left(\text{por exemplo, } \sqrt{2} \operatorname{cis} \frac{5\pi}{4} \text{ou} \sqrt{2} e^{i\frac{5\pi}{4}}\right) \dots \qquad \qquad \text{3 pontos}$		
OU		
Escrever z na forma trigonométrica		
Escrever \overline{z} na forma trigonométrica		

Escrever $-\frac{1}{2} \times \overline{z}^-$ na forma trigonométrica

 $\left(\text{por exemplo, } \sqrt{2}\operatorname{cis}\frac{5\pi}{4}\quad\text{ou}\quad\sqrt{2}\,e^{i\frac{5\pi}{4}}\right)\;......2\;\text{pontos}$

8 pontos Opção (B) 12.1. 8 pontos Opção (D) 12.2. 8 pontos Opção (D) Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos. 1.º Processo Escrever a condição $x+1 \ge 0 \land 8-x \ge 0$ 1 ponto Concluir que $x \in]-1,8[$ 1 ponto Escrever $\log_2(x+1) + \log_2(8-x) \le 3$ 1 ponto Escrever $\log_2((x+1)(8-x)) \le 3$ 2 pontos Escrever $(x+1)(8-x) \le 8$ 2 pontos Obter $-x^2 + 7x \le 0$ 1 ponto Resolver a condição $-x^2 + 7x \le 0$ 2 pontos Apresentar a resposta na forma pedida $(]-1,0] \cup [7,8[)$ 3 pontos 2.º Processo Escrever a condição $x+1 \ge 0 \land 8-x \ge 0$ 1 ponto Concluir que $x \in]-1,8[$ 1 ponto Escrever $\log_2(x+1) \le \log_2 8 - \log_2(8-x)$ 2 pontos Escrever $\log_2(x+1) \le \log_2 \frac{8}{8-x}$ 2 pontos Escrever $x+1 \le \frac{8}{8-x}$ 1 ponto Resolver a condição $x+1 \le \frac{8}{8-x}$ 3 pontos Apresentar a resposta na forma pedida $(]-1,0] \cup [7,8[)$ 3 pontos

14.1.				13 pontos
	Escrever $f'(0) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$		2 pontos	
	Escrever $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{3 + \frac{e^x}{1 - x} - 4}{x}$			
	Escrever $\lim_{x \to 0} \frac{3 + \frac{e^x}{1 - x} - 4}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1 + x}{x(1 - x)}$			
	Escrever $\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1 + x}{x(1 - x)} = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{e^x - 1}{x} + 1}{1 - x}$		5 pontos	
	Obter $f'(0) = 2$		2 pontos	
14.2.				13 pontos
	Determinar $\lim_{x \to -\infty} f(x)$		5 pontos	
	Escrever $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \left(3 + \frac{e^x}{1 - x} \right)$	1 ponto		
	Escrever $\lim_{x \to -\infty} \left(3 + \frac{e^x}{1-x} \right) = 3 + \lim_{x \to -\infty} \frac{e^x}{1-x}$			
	Obter $\lim_{x \to -\infty} \frac{e^x}{1-x} = 0$	2 pontos		
	Obter $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 3$	1 ponto		
	Concluir que a reta de equação $y=3$ é assíntota horizontal do			
	gráfico da função f , quando $x \rightarrow -\infty$		1 ponto	
	Determinar $\lim_{x \to +\infty} f(x)$		6 pontos	
	Escrever $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x^2) + 2}{x}$	1 ponto		
	Escrever $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x^2) + 2}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2 \ln x + 2}{x}$	2 pontos		
	Escrever $\lim_{x \to +\infty} \frac{2 \ln x + 2}{x} = 2 \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} + \lim_{x \to +\infty} \frac{2}{x} \dots$	1 ponto		
	Obter $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$	2 pontos		
	Concluir que a reta de equação $y=0$ é assíntota horizontal do			
	gráfico da função f , quando $x \rightarrow +\infty$		1 ponto	
112				0 nantas
14.3.	Opção (C)		•••••	8 pontos

15	12 po	ntos
Determinar $g'(x)$	1 ponto	
Determinar $g''(x)$	2 pontos	
Determinar os zeros de $\ g^{''}$ em $[0,\pi]$	3 pontos	
Apresentar um quadro de sinal de $g^{''}$ e de monotonia de $g^{'}$ (ou equivalente)	•	
Determinar $g'\left(\frac{\pi}{6}\right) \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$	3 pontos	

COTAÇÕES

	Item										
	Cotação (em pontos)										
1.1.	1.2.	2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	5.	6.	7.	8.	
8		12	8	12	12	13	12	8	12	8	105
9.1.	9.2.	10.	11.	12.1.	12.2.	13.	14.1.	14.2.	14.3.	15.	
8	3	12	8	8	8		13	13	8	12	95
TOTAL							200				