



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: J

maio de 2021

1. Um grupo de jovens, seis rapazes e sete raparigas vai fazer uma viagem de final de curso
- 1.1. Para tratar de toda a logística, vai ser criada uma comissão constituída por cinco elementos do grupo

Quantas comissões podem ser criadas se:

- 1.1.1. na comissão há pelo menos quatro raparigas
1.1.2. na comissão há no máximo dois rapazes

- 1.2. O grupo de jovens vai tirar uma foto, colocando-se uns ao lado dos outros, de forma alinhada
Quantas fotos diferentes podem ser tiradas se

- 1.2.1. as raparigas ficarem todas juntas, no início ou no fim do alinhamento?
(A) 60480
(B) 3628800
(C) 7257600
(D) 10080
1.2.2. não ficarem dois rapazes juntos

2. Com os algarismos do conjunto $P = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$ vão ser escritos números de seis algarismos

Quantos números de seis algarismos (todos distintos) existem, inferiores a 200000 e pares?

3. Uma caixa está dividida em 24 compartimentos exatamente iguais

Em cada compartimento cabe uma e uma só bola

Dispomos de nove bolas pretas, seis bolas brancas e quatro bolas azuis numeradas de um a quatro

As bolas pretas não se distinguem entre si e o mesmo acontece com as bolas brancas

Estas bolas vão se colocadas na caixa, uma em cada compartimento

De quantas formas distintas podem ser dispostas as bolas na caixa?

Três resposta corretas para este problema são as seguintes

Resposta I: ${}^{24}C_9 \times {}^{15}C_6 \times {}^9A_4$

Resposta II: ${}^{24}C_4 \times 4! \times {}^{20}C_6 \times {}^{14}C_9$

Resposta III: ${}^{24}C_5 \times {}^{19}C_9 \times {}^{10}C_6 \times {}^4A_4$

Dá uma explicação para cada uma delas

4. O produto de quatro elementos (os dois primeiros e os dois últimos) de uma certa linha do triângulo de Pascal é igual a 1600

Determina a soma dos três primeiros elementos da linha seguinte

5. Considera o desenvolvimento de $\left(\frac{x}{y^2} + \sqrt[4]{y^3}\right)^n$, com $y > 0$ e $n \in \mathbb{N}_0$

Um dos termos deste desenvolvimento tem parte literal igual a $x^4 y^4$

Determina n e o coeficiente deste termo

6. Considera em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, dois números complexos, $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ e $z_2 = 2 - 2i$

6.1. Identifica e representa no plano complexo, o conjunto de pontos definido pela condição

$$|z - z_1| = |z - 2 + 2i| \wedge |z + 2 + 3i| \leq 2$$

6.2. Resolve a equação $\bar{z} \times z^4 - \bar{z}_2^4 = 0$

7. Seja f , a função real de variável real, definida por $f(x) = \frac{e^x}{x}$

7.1. Escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa -1

7.2. Estuda a função f quanto ao sentido das concavidades e pontos de inflexão do seu gráfico

8. Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2e^2 - xe^x}{2x - x^2}$?

- (A) $3e^2$
- (B) $2e^2$
- (C) $\frac{3e^2}{2}$
- (D) $\frac{3e^2}{4}$

9. Seja g a função real de variável real, definida no seu domínio por $g(x) = \ln(e^{2x} + e^x - 6) - 2$

9.1. Determina o domínio da função f

9.2. Mostra que a função tem pelo menos um zero em $]1; 2[$

10. Seja f , uma função real de variável real, definida por $f(x) = xe^x + 2x$

No referencial ortonormado xOy da figura 1, está representado parte do gráfico da função f e de uma sua assíntota não vertical

- a reta r é a assíntota ao gráfico da função f

Em qual das opções está a equação da reta r ?

- (A) $y = 2x$
- (B) $y = 4x$
- (C) $y = 3x$
- (D) $y = 5x$

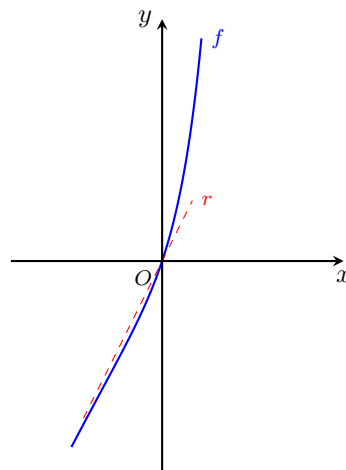


Figura 1