

LR MAT EXPLICAÇÕES

ANO: 12º ANO

DATA: SET

TEMA: RADICAIS

TIPO: FICHA DE CONSOLIDAÇÃO DE CONHECIMENTOS

PARTE I : ITENS DE SELEÇÃO

1. Qual das seguintes expressões é equivalente a $\left(\sqrt[3]{\sqrt{ab^{-2}}}\right)^8$, com $a, b \in \mathbb{R}^+$?

(A) $\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

(B) $\frac{a}{b} \sqrt[6]{\frac{a}{b^2}}$

(C) $\frac{a}{b^2} \sqrt[3]{\frac{a}{b^2}}$

(D) $\frac{a}{b^2} \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

2. Considera os números $a = \sqrt{6} + 1$ e $b = \sqrt{2} + \sqrt{3}$.

Qual é o valor exato de $a^2 + b^2$?

(A) $2 + \sqrt{6}$

(B) $12 + 2\sqrt{6}$

(C) $2 + 4\sqrt{6}$

(D) $12 + 4\sqrt{6}$

3. Sejam a e b números reais positivos. Qual das afirmações é verdadeira?

(A) $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$

(B) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$

(C) $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt{a} \times \sqrt{a}$

(D) $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[4]{a}$

4. A expressão $\frac{a}{\sqrt[n]{a^{n-3}}}$, com $a > 0$ é igual a:

(A) a

(B) $\sqrt[n]{a^3}$

(C) $\sqrt[n]{a^{n+3}}$

(D) $\sqrt[n]{a^{n-3}}$

5. O valor de $\left[1 + \left(3^{\frac{1}{2}} + 3^{\frac{3}{2}}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$ é:

(A) $1 + \sqrt{3}$

(B) 7

(C) $\sqrt{7}$

(D) $8\sqrt{27}$

6. Sabendo que a área de um quadrado $[ABCD]$ é $\sqrt[3]{2^2}$, então o seu perímetro é:

(A) $2^{\frac{7}{3}}$

(B) $2^{\frac{8}{3}}$

(C) $2^{\frac{2}{9}}$

(D) $2^{\frac{4}{3}}$

7. Na Figura 1 estão representados um triângulo equilátero e três círculos com centro nos vértices do triângulo e diâmetro igual ao lado triângulo. Sabendo que a medida da área dos três círculos é igual a 3, qual a medida da área do triângulo?

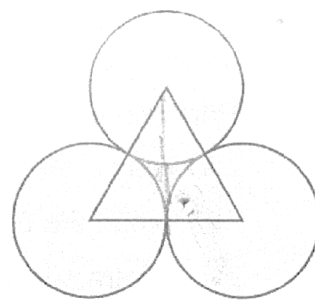


Figura 1

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{\pi}$ (B) $\sqrt{\frac{3}{\pi}}$
(C) $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$ (D) $\sqrt{\frac{1}{\pi}}$

8. A expressão $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{6}}$ é igual a:

- (A) $\sqrt{2} + 2$ (B) $3\sqrt{2} + 6$ (C) $\sqrt{3} + \sqrt{6}$ (D) $-\sqrt{2} - 2$

9. Sejam a e b dois números reais positivos. Qual das seguintes proposições é falsa?

- (A) $\sqrt{(a+b)^2} = a+b$ (B) $\sqrt{a^2b^2} = ab$
(C) $\sqrt{ab^2} = ba^{\frac{1}{2}}$ (D) $\sqrt{a^2+b^2} = a+b$

10. Qual das afirmações seguintes é verdadeira quaisquer que sejam $a \in \mathbb{R}^+$ e $n \in \mathbb{N}$?

- (A) $a^{\frac{1}{n}} \times a^{\frac{1}{n}} = (2a)^{\frac{1}{n}}$ (B) $a^{\frac{1}{2n}} + a^{\frac{1}{2n}} = a^{\frac{1}{n}}$
(C) $a^{\frac{1}{2n}} \times a^{\frac{1}{2n}} = a^{\frac{1}{n}}$ (D) $a^{\frac{1}{2n}} \div a^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n}}$

11. O volume de um cubo é dado, em função de um número positivo, k , por $8k\sqrt{k}$.

Qual das expressões seguintes representa a aresta desse cubo?

- (A) $2\sqrt{k}$ (B) $2\sqrt[3]{k}$ (C) $\sqrt[6]{2k^2}$ (D) $\sqrt[6]{4k}$

PARTE II : ITENS DE CONSTRUÇÃO

12. Considera as expressões:

$$A = \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}} + \sqrt{27} - \sqrt{48} \quad ; \quad B = \frac{(1+\sqrt{3})^2 - 1}{2+\sqrt{3}} \quad ; \quad C = \frac{\sqrt[3]{2\sqrt{12}}}{\sqrt[3]{4}}$$

- 12.1 Mostra que $A = B$.

12.2 Racionaliza $\frac{C^3}{\sqrt{6}-C^3}$.

13. Observa a figura 1 onde está representado um trapézio decomposto em dois triângulos isósceles $[AED]$ e $[BFC]$ e o quadrado $[EFCD]$. Sabe-se que $\overline{BC} = \sqrt{40} \text{ cm}$.

Calcula o valor exato do perímetro do trapézio $[ABCD]$.

Apresente o resultado na forma mais simplificada possível.

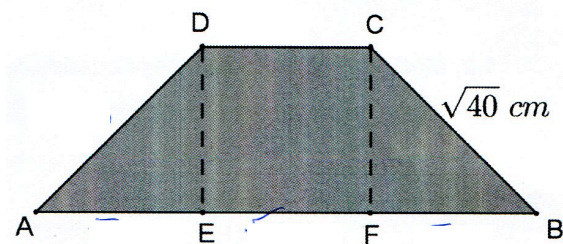


Figura 1

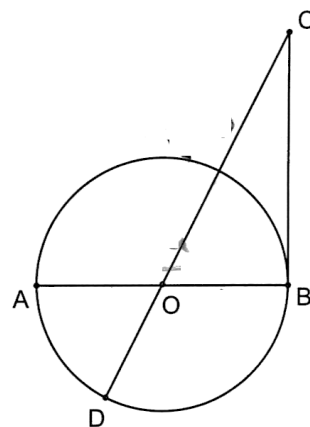
14. Na figura está representada a circunferência de centro O e raio 2.

Sabe-se que:

- $[AB]$ é um diâmetro da circunferência;
- A reta CD contém o ponto O;
- BC é perpendicular a AB;
- $\overline{BC} = \overline{AB}$.

Determina $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}$, apresentando o resultado simplificado e o denominador racionalizado.

Sugestão: começa por determinar \overline{CO} .



15. Mostra que $\frac{4^{\frac{2}{3}} \times (6^3)^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{5}{6}} \times 12^{\frac{1}{2}}}$ é um número natural.

16. Na Figura 2 estão representados um triângulo retângulo $[ABC]$ e uma circunferência. Sabe-se que:

- o vértice C do triângulo é o centro da circunferência;
- os vértices A e B são pontos da circunferência,
- a área do triângulo $[ABC]$ é $(2 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.

Determina a medida do lado $[AB]$ do triângulo.

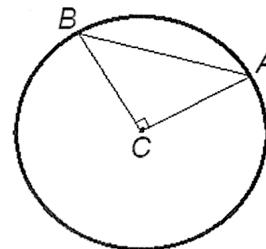


Figura 2

17. Na Figura 3, está representado um cubo cuja medida da aresta é $\sqrt[3]{a} \text{ cm}$ com $a > 0$.

Mostre que o perímetro do triângulo $[ABC]$ é igual a $3\sqrt[6]{8a^2} \text{ cm}$.

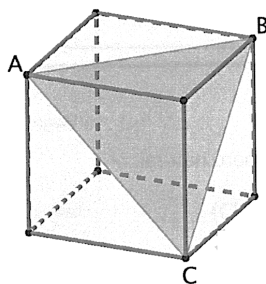


Figura 3

18. Mostra, utilizando as propriedades das operações com radicais e a definição de potência de expoente racional que:

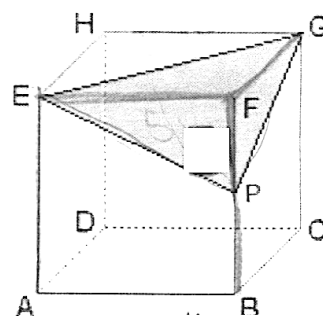
$$\frac{a^{\frac{3}{2}} \times a^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[6]{a}} + \frac{(\sqrt[6]{a})^4}{a^{-2}} = 2\sqrt[3]{a^8} \quad (a \in \mathbb{R}^+)$$

19. Na figura está representada um cubo $[ABCDEFGH]$ com 1000 cm^3 .

Sabe-se que P é o ponto médio da aresta a que pertence.

19.1 Mostra que $\overline{EG} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$ e $\overline{EP} = 5\sqrt{5} \text{ cm}$.

19.2 Calcula a medida da área do triângulo $[EGP]$. Apresente o resultado na forma ab^p , com a e b são números naturais e p é um número racional.

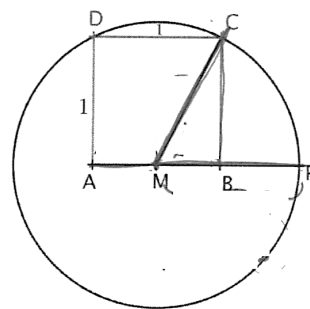


20. Na figura seguinte está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado 1.

Sabe-se que:

- M é o ponto médio de $[AB]$;
- M é o centro da circunferência de raio \overline{MC} .

Mostra que $\overline{AP} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ e que $\frac{1}{2\overline{AP}} = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{5}}{4}$



21. Simplifique a expressão seguinte, apresentado o resultado, o mais simplificado possível, na forma $a^n \sqrt[n]{b}$ com $a, b, n \in \mathbb{N}$.

$$\frac{\sqrt[3]{5} \times 5^{\frac{5}{6}} \times \sqrt{5\sqrt[3]{5}}}{\sqrt[6]{5} \times \sqrt[3]{\frac{1}{25}}}$$

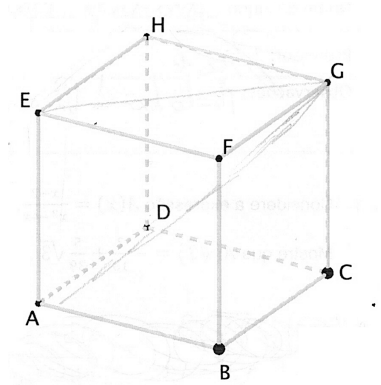
22. Considera a expressão $A(x) = \frac{x-2}{x^2-4x}$.

Mostra que $A(\sqrt{3}) = -\frac{2}{13} + \frac{5}{39}\sqrt{3}$.

23. Na figura seguinte está representado o cubo $[ABCDEFGH]$.

Sabendo que o volume do cubo é $\sqrt{2} \text{ cm}^3$, determine o comprimento do segmento de reta AG .

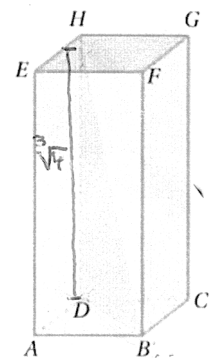
Apresente a resposta na forma $\sqrt[n]{a}$, $a \in \mathbb{R}^+$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.



24. Na figura está representado um prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que a área do prisma é $\sqrt[3]{2} \text{ cm}^2$ e que o prisma tem $\sqrt[3]{4} \text{ cm}$ de altura.

Determine o valor exato da área do triângulo $[HBD]$.



25. Considera a expressão $A(x) = \frac{3x-2}{x-3x^2}$.

Mostra que $A(\sqrt{2}) = \frac{3-8\sqrt{2}}{17}$.