TESTE GLOBAL Nº 1 NOV. 2014 ...

Grupo II

1.1.:

CUBOS 7 CORES DISTINTAS.

1º Pilha (todos iguais) $\quad$ 2º Pilha (2 iguais, 1 dif.) $\quad$ 3º Pilha (todos diferentes)

$$^{6}C_1 + {}^{7}C_2 \times 2 \times 3 + {}^{7}C_5 \times 3! = 342$$

ou $^{7}A_3$

1.2.:

P: "cubo preto" $\quad P(P) = 1/5 \quad P(N) = 1/2 \quad P(\overline{N} \mid P) = 0{,}25$

N: "cubo numerado"

$$P(\overline{N} \mid P) = \frac{P(\overline{N} \cap P)}{P(P)} \Leftrightarrow 0{,}25 = \frac{P(\overline{N} \cap P)}{1/5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\overline{N} \cap P) = 0{,}05$$

$\cap$	P	$\overline{P}$	TOTAL
N	0,15	0,35	0,5
$\overline{N}$	0,05	0,45	0,5
TOTAL	0,2	0,8	1

$$P(\overline{P} \cup N) = P(\overline{P}) + P(N) - P(\overline{P} \cap N) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\overline{P} \cup N) = 0{,}8 + 0{,}5 - 0{,}35 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\overline{P} \cup N) = 0{,}95 = \frac{19}{20}$$

1.3.a)

5% são encarnados => 2 cubos $\quad$ 5% —— 2 cubos $\quad x = 40$ cubos (no saco)

20 cubos são azuis $\quad$ 100% —— x

CASOS POSSÍVEIS: $^{40}C_4$

CASOS FAVORÁVEIS: $\underbrace{^{2}C_2 \times {}^{20}C_2}_{2E./2A.} + \underbrace{^{2}C_1 \times {}^{20}C_3}_{1E./3A.}$

$$p = \frac{^{2}C_2 \times {}^{20}C_2 + {}^{2}C_1 \times {}^{20}C_3}{^{40}C_4} \Leftrightarrow p = \frac{1}{37}$$

1.3.b.:

X: "número de extrações efetuadas até saírem as duas encarnadas"

$$P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 4) = 1 - \left(P(X=2) + P(X=3)\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 4) = 1 - \left(\frac{2 \times 1}{40 \times 39} + \frac{2 \times \cancel{38} \times 1 + \cancel{38} \times 2 \times 1}{40 \times 39 \times \cancel{38}}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(X \geq 4) = 1 - \frac{6}{40 \times 39} \Leftrightarrow P(X \geq 4) \approx \underline{\underline{0{,}9962}}$$

2.1.:

n: nº de rapazes

n - 1: nº de raparigas

$$\underbrace{\overbrace{\boxed{n \text{ (rapazes)}} \;\; \underbrace{\_\ \_\ \_\ \ldots\ \_}_{n-1}}^{n-1+1=\underline{\underline{n}} \text{ elementos}}}_{n! \times n! = (n!)^2}$$

$$\therefore (n!)^2 = 14400 \Leftrightarrow n! = \sqrt{14400} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n! = 120 \Leftrightarrow \underline{\underline{n = 5}}$$

2.2.a.:

$n = 6 \Rightarrow$ {6 rapazes e 5 raparigas} $\Rightarrow$ 11 amigos

CASOS POSSÍVEIS = 11!

CASOS FAVORÁVEIS = 6! × 5! _ ♀ _ ♀ _ ♀ _ ♀ _ ♀ _

$$\therefore p = \frac{6! \times 5!}{11!} \Leftrightarrow p = \underline{\underline{\frac{1}{462}}}$$

2.2.6.: P(pelo menos 2 primos ficarem juntos) = 1 − P(não haver primos juntos)

CASOS POSSÍVEIS: 11!

CASOS FAVORÁVEIS: (os primos têm de ficar entre os outros 7)

↓ A ↓ B ↓ C ↓ D ↓ E ↓ F ↓ G ↓

$$^{8}C_4 \times 7! \times 4!$$

$$\therefore p = \frac{^{8}C_4 \times 7! \times 4!}{11!} = \underline{\underline{\frac{27}{33}}}$$

2.3.:

11 amigos = {6 rapazes; 5 raparigas; (4 primos)}

O número de casos possíveis é $^{11}A_4$, é o número de maneiras de escolher, ordenadamente, 4 amigos entre os 11 para os 4 cargos.
O número de casos favoráveis é 4!. É o nº de maneiras de os 4 primos permutarem nos 4 cargos da direção.
Pela regra de Laplace, a probabilidade de um acontecimento é o quociente entre o nº C. F. e o nº C. P. quando estes são equiprováveis. Portanto, uma resposta a este problema é:

$$\boxed{\frac{4!}{^{11}A_4}}$$

3.1.: 8 bolas {uma 1; duas 2; cinco 3}

X: "nº de bolas numeradas com o nº 3, em seis", onde $X \sim B(6; 5/8)$

$$P(X=2) = {}^{6}C_2 \times \left(\frac{5}{8}\right)^2 \times \left(\frac{3}{8}\right)^4 \approx \underline{\underline{12\%}}$$

3.2.:

A: " retirar 4 bolas 3 e 2 bolas 2 "

B: " o número formado é uma capicua "

P(B|A): probabilidade de o número formado ser uma capicua, sabendo que foram retiradas da caixa 4 bolas c/ nº 3 e 2 bolas c/ nº 2.

CASOS POSSÍVEIS: $\frac{6!}{4! \times 2!} = 20$ $\boxed{333322}$ Permutar

CASOS FAVORÁVEIS: $\boxed{332233}$ ou $\boxed{323323}$ ou $\boxed{233332}$ => 3

LOGO: $p(B|A) = \frac{3}{20}$ //

3.3.:

X: " número de extrações até sair a 1ª bola nº 3 " => X = {1; 2; 3; 4}

$P(X=1) = 5/8$ // $P(X=2) = 3/8 \times 5/7 = \frac{15}{56}$ // $P(X=3) = 3/8 \times 2/7 \times 5/6 = \frac{5}{56}$ //

$P(X=4) = 3/8 \times 2/7 \times 1/6 \times 5/5 = \frac{1}{56}$ //

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	5/8	15/56	5/56	1/56

4.1.:

n = nº vértices

170 diagonais

$^{n}C_2 - n = 170 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} - n = 170 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{\cancel{(n-2)!}(n-1)n}{2!\cancel{(n-2)!}} - n = 170 \Leftrightarrow \underset{}{\frac{n^2-n}{2}} \underset{\times(2)}{-n} \underset{\times(2)}{=170} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n^2 - 3n = 340 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 340 = 0 \overset{F.R.}{\Leftrightarrow}$

$\Leftrightarrow \cancel{n = -17} \vee n = 20$ //

$n \in \mathbb{N}$

4.2.a.:

CASOS POSSÍVEIS: $^{12}C_4$

CASOS FAVORÁVEIS: 3 ; (1,4,7,10) ou (2,5,8,11) ou (3,6,9,12).

4.2.b.:

CASOS POSSÍVEIS: 12^4

CASOS FAVORÁVEIS: $3 \times 4!$

$$p = \frac{3 \times 4!}{12^4} = \frac{1}{288}$$

4.2.c.:

P(Y|X) probabilidade de $b = 2a$ ou $c = 2a$ ou $c = 2b$, sabendo que os 3 vértices escolhidos estão numerados consecutivamente.

	a	b	c
b=2a	1	2	3
c=2a	2	3	4
	3	4	5
	4	5	6
	5	6	7
	6	7	8
	7	8	9
	8	9	10
	10	11	12

LOGO o nº de casos possíveis é 10 e o nº de casos favoráveis é 2.

Portanto, pela regra de Laplace,

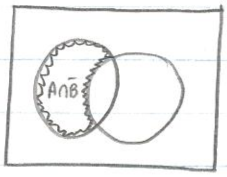
$$P(Y/X) = \frac{2}{10} = 1/5$$

S.1.: $\boxed{(P(A|\bar{B})-1)\times P(\bar{B}) - P(A) = P(B|\bar{A})\times P(\bar{A}) - 1}$

$$(P(A|\bar{B})-1)\times P(\bar{B}) - P(A) = \frac{P(A\cap\bar{B})}{\cancel{P(\bar{B})}} \times \cancel{P(\bar{B})} - P(\bar{B}) - P(A) =$$

$$= P(A\cap\bar{B}) - P(\bar{B}) - P(A) = \cancel{P(A)} - P(A\cap B) - \cancel{P(A)} - 1 + P(B) =$$

$$= P(B\cap\bar{A}) - 1 = P(B|\bar{A})\times P(\bar{A}) - 1, \text{ c.q.d.}$$



$P(A\cap\bar{B}) = P(A) - P(A\cap B)$

$P(B) - P(A\cap B) = P(B\cap\bar{A})$

S.2.a.:

(A) I: "recursos da Internet" $P(I) = 0,4$ $P(L|\bar{I}) = 3/4$

(B) L: "livros de prep. para E.N.M.A" $P(I|\bar{L}) = 1/4$ $P(L) = ?$

POR S.1

$$(P(I|\bar{L})-1)\times P(\bar{L}) - P(I) = P(L|\bar{I})\times P(\bar{I}) - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (1/4 - 1)\times P(\bar{L}) - 0,4 = 3/4 \times 0,6 - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -3/4 \times P(\bar{L}) = -0,15 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(\bar{L}) = 0,2$$

$$P(L) = 1 - P(\bar{L}) = 1 - 0,2 = 0,8 = 80\%$$

TABELA

$\cap$	I	$\bar{I}$	TOTAL
L	0,35	0,45	0,8
$\bar{L}$	$0,25P(\bar{L})$	0,15	$P(\bar{L}) = 0,2$
TOTAL	0,4	0,6	1

0,05

$$P(L|\bar{I}) = 3/4 \Leftrightarrow \frac{P(L\cap\bar{I})}{P(\bar{I})} = 3/4 \Leftrightarrow \frac{P(L\cap\bar{I})}{0,6} = 3/4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(L\cap\bar{I}) = 0,45$$

$$P(I|\bar{L}) = 1/4 \Leftrightarrow \frac{P(I\cap\bar{L})}{P(\bar{L})} = 1/4 \Leftrightarrow \Leftrightarrow P(I\cap\bar{L}) = 0,25P(\bar{L})$$

$$P(\bar{L}) = 0,25P(\bar{L}) + 0,15 \Leftrightarrow 0,75P(\bar{L}) = 0,15 \Leftrightarrow P(\bar{L}) = 0,2$$

$$P(L) = 1 - P(\bar{L}) = 1 - 0,2 = 0,8 = 80\%$$

5.2.b.: $P(I|L) = \dfrac{P(I \cap L)}{P(I)} \Leftrightarrow P(I|L) = \dfrac{0{,}35}{0{,}8} \Leftrightarrow P(I|L) = \dfrac{7}{16}$ //

6.:

$P(\bar{A}) = 0{,}4$

$P(\bar{B}|A) = 3P(B|A)$

$P(A \cup B) = 7 \times P(B \cap \bar{A})$

i $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A)$

então

$3P(B|A) = 1 - P(B|A) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4P(B|A) = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(B|A) = 1/4 = 0{,}25$ //

portanto

$P(B|A) = 0{,}25 \Leftrightarrow \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = 0{,}25 \Leftrightarrow \dfrac{P(B \cap A)}{0{,}6} = 0{,}25 \Leftrightarrow P(B \cap A) = 0{,}15$ //

ii $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7P(B \cap \bar{A}) = 0{,}6 + P(B) - 0{,}15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7(P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{0{,}15}) = 0{,}45 + P(B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7P(B) - 7 \times 0{,}15 = 0{,}45 + P(B)$

$\Leftrightarrow 6P(B) = 0{,}45 + 7 \times 0{,}15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(B) = \dfrac{1{,}5}{6} = 0{,}25 = 25\%$ //