LR MAT EXPLICAÇÕES

ANO: 10º ANO **DATA:** FEV

TEMA: FUNÇÕES INJETIVAS, SOBREJETIVAS E BIJETIVAS

TIPO: FICHA DE TRABALHO Nº1

Função injetiva

Uma função $f(x)$ diz-se injetiva se: $\forall a, b \in D_f, \text{se } f(a) = f(b), \text{então } a = b$

Graficamente: Se ao traçares retas horizontais na representação gráfica da função f, as retas interesetarem em dois ou mais pontos, então a função f não é injetiva.

Exemplo 1

Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = -x + 3$$

Mostra que f é uma função injetiva.

Resolução:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \text{se } f(a) = f(b), \text{então } a = b$$

Logo, $f(a) = f(b) \Leftrightarrow -a + 3 = -b + 3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -a = -b \Leftrightarrow a = b$

Exercício 1

Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 5$$

Mostra que f é uma função injetiva.

Exemplo 2

Considere a função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$g(x) = 2x^2$$

Mostra que g não é uma função injetiva.

Resolução:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \text{se } g(a) = g(b), \text{então } a = b$$

Logo, $g(a) = g(b) \Leftrightarrow 2a^2 = 2b^2 \Leftrightarrow a^2 = b^2$

Por exemplo, $(-1)^2 = 1^2$, mas $-1 \neq 1$.

Exercício 2

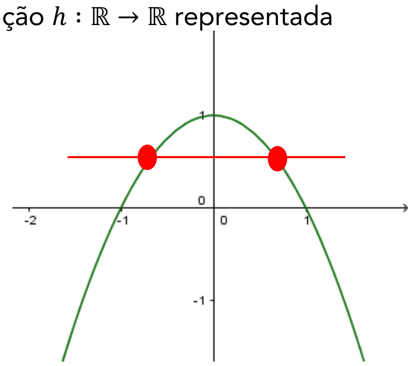
Considere a função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$g(x) = -3x^4$$

Mostra que g não é uma função injetiva.

Exemplo 3

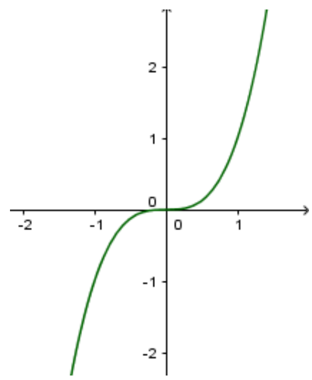
Considere a função $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ representada graficamente.



A função não é injetiva porque há imagens que têm mais do que um objeto.

Exercício 3

Considere a função $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ representada graficamente e justifica se a função é ou não injetiva.



Função sobrejetiva

Uma função f(x) diz-se sobrejetiva se: $\forall\, b \in D'_f, \exists\, a \in D_f : b = f(a)$.

Por outras palavras, uma função diz – se sobrejetiva se a todas as imagens (do contradomínio de f(x)) corresponde pelo menos um objeto (do domínio de f(x)).

Exemplo 4

Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = 5 - 6x$$

Mostra que f é uma função sobrejetiva.

Resolução:

$$\forall\, b \in \mathbb{R}, \exists\, a \in \mathbb{R} : b = f(a)$$

Logo, $b = f(a) \Leftrightarrow b = 5 - 6a \Leftrightarrow b - 5 = -6a$

$\Leftrightarrow \frac{b-5}{-6} = a$

Exercício 4

Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = 2 - \frac{3}{2}x$$

Mostra que f é uma função sobrejetiva.

Exemplo 5

Considere a função $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$g(x) = 2x^2$$

Mostra que g não é uma função sobrejetiva.

Resolução:

$$\forall\, b \in \mathbb{R}, \exists\, a \in \mathbb{R} : b = f(a)$$

Logo, $b = f(a) \Leftrightarrow b = 2a^2$.

Por exemplo, $-1 = 2a^2 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{-\frac{1}{2}}$.

Mas, é impossível.

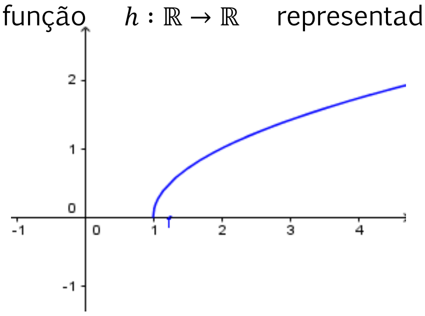
Exercício 5

Considere a função $g: \mathbb{R}\backslash\{1\} \to \mathbb{R}$ definida por:

$g(x) = \frac{1}{x-1}$. Mostra que g não é uma função sobrejetiva.

Exemplo 6

Considere a função $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ representada graficamente.



A função h não é sobrejetiva porque a imagens negativas não corresponde nenhum objeto.

Exercício 6

Dados os conjuntos $A = \{1,2,3\}$ e $B = \{1,2,3\}$, seja $f: A \to B$ definida por: $f(1) = 2$, $f(2) = 1$ e $f(3) = 2$. A função f é sobrejetiva?

Função bijetiva

Uma função f(x) diz-se bijetiva quando é injetiva e sobrejetiva.

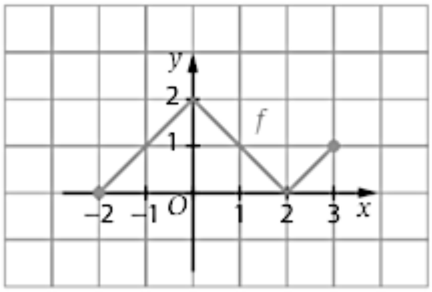
Nota: Basta a função não ser injetiva para não ser bijetiva; ou basta a função não ser sobrejetiva para não ser bijetiva.

Exercício 7

Considera a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$. Justifica que f é bijetiva.

Exercício 8

Considera a função f(x) definida graficamente, cujo conjunto de chegada é $\mathbb{R}$.



a.) Indica o domínio e o contradomínio da função f(x).
b.) A função f(x) é injetiva? Justifica.
c.) A função f(x) é sobrejetiva? Justifica.
d.) A função f(x) é bijetiva? Justifica.