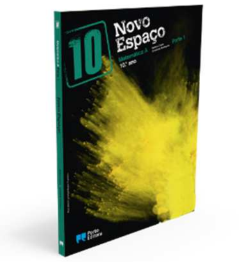


1.1. Determinação das coordenadas do ponto *C*, centro da superfície esférica:

$$x^2+y^2+z^2+2x-4y-13=0 \Leftrightarrow x^2+2x+1-1+y^2-4y+2^2-2^2+z^2-13=0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+z^2-1-4-13=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2+z^2=18$$

$$C(-1\,,\,2\,,\,0)$$

Determinação das coordenadas do vetor $\overrightarrow{AC}$:

Como $A(0\,,\,3\,,\,-4)$, então $\overrightarrow{AC}=C-A=(-1\,,\,2\,,\,0)-(0\,,\,3\,,\,-4)=(-1\,,\,-1\,,\,4)$

Opção: **B**

1.2. O plano que passa por *A* e é paralelo ao plano coordenado *xOz* tem de equação: $y=3$

$$2-\frac{k}{2}=3 \Leftrightarrow 4-k=6 \Leftrightarrow -k=2 \Leftrightarrow k=-2$$

Opção: **A**

2. $A(2,4)$ e $B(2m,-3+m)$, $m\in\mathbb{R}$

$$\overrightarrow{AB}=B-A=(2m,-3+m)-(2,4)=(2m-2,-3+m-4)=(2m-2,\ m-7)$$

A direção da bissetriz dos quadrantes ímpares é definida, por exemplo, pelo vetor (1,1).

Para $\overrightarrow{AB}$ e (1,1) serem colineares, deve verificar-se que:

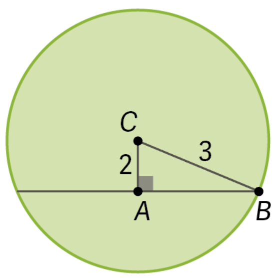
$$2m-2=m-7 \Leftrightarrow m=-5$$

Opção: **B**

3. Sendo *A* a projeção ortogonal de *C* sobre o plano de equação z = 4 e *B* um ponto desse plano que pertence à superfície esférica de centro *C* e raio 3.

$\overline{BC}=3$; $\overline{AC}=6-4=2$

$\overline{AB}$ representa a medida do raio do círculo que resulta da interseção do plano com a esfera.



$$\overline{AB}^2+2^2=3^2 \Leftrightarrow \overline{AB}=\sqrt{5}$$

$$\text{Área} = \pi\times\left(\sqrt{5}\right)^2=5\pi$$

Opção: **D**

4.1. Equação reduzida da reta *AB*:

$$2y-x+4=0 \Leftrightarrow 2y=x-4 \Leftrightarrow y=\frac{1}{2}x-2$$

Reta paralela a *AB*: $y=\frac{1}{2}x+b$

Como a reta passa por $C(-3,1)$, então: $1=-\frac{3}{2}+b \Leftrightarrow \frac{5}{2}=b$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$$

4.2. $y \geq \frac{1}{2}x-2 \quad \wedge \quad y \leq 0 \quad \wedge \quad x \geq 0$

4.3. Determinação das coordenadas dos pontos *A* e *B*:

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-2 \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ x=0 \end{cases} \qquad A(0,-2)$$

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x-2 \\ y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases} \qquad B(4,0)$$

Seja *D* o centro da circunferência e *r* o seu raio.

$D\left(\frac{0+4}{2},\frac{-2+0}{2}\right)$, ou seja, $D(2,-1)$

$$r=\frac{\overline{AB}}{2}=\frac{\sqrt{4^2+(-2)^2}}{2}=\frac{\sqrt{20}}{2}=\sqrt{5}$$

$$(x-2)^2+(y+1)^2=5$$

5.1. Atendendo aos dados, deduz-se que $B(4,0,0)$ e $H(-4,-3,8)$.

Seja *M* o ponto médio de [*BH*].

$M\left(\frac{4-4}{2},\frac{0-3}{2},\frac{0+8}{2}\right)$, ou seja, $M\left(0,-\frac{3}{2},4\right)$.

5.2. **a)** Reta *HG*: $z=8 \wedge x=-4$

b) Aresta [*AE*]: $x=4 \wedge y=-3 \wedge 0 \leq z \leq 8$

c) Esfera: $x^2+(y-4)^2+(z-4)^2 \leq 16$

5.3. Seja $P(x, y, z)$.

$E(4,-3,8)$ e $S(0,4,4)$

$\overline{EP}=\overline{SP} \Leftrightarrow \sqrt{(x-4)^2+(y+3)^2+(z-8)^2}=\sqrt{x^2+(y-4)^2+(z-4)^2}$

$\Leftrightarrow x^2-8x+16+y^2+6y+9+z^2-16z+64=x^2+y^2-8y+16+z^2-8z+16$

$\Leftrightarrow -8x+6y+8y-16z+8z=+16-9-64$

$\Leftrightarrow -8x+14y-8z+57=0$

5.4. $\overline{AD}=\overline{AE}=8$; $\overline{AB}=3$

$V_{\text{prisma}}=\overline{AB}\times\overline{AD}\times\overline{AE}=3\times8\times8=192$

5.5. Seja $P(x, y, z)$

$P=E+k\,\overrightarrow{ES}$, $k \in \mathbb{R}$;

$\overrightarrow{ES}=S-E=(0, 4, 4)-(4, -3, 8)=(-4, 7, -4)$

$(x, y, z)=(4,-3, 8)+k(-4, 7, -4)$, $k \in \mathbb{R}$