x	$-\infty$	3		5	$+\infty$
$3x-9$	$-$	0	$+$		$+$
$5-x$	$+$	$+$	$+$		$-$
$\frac{3x-9}{5-x}$	$-$	0	$+$		$-$

Crescente

Exercício 2

Determine, sob a forma de intervalo ou união de intervalos, o conjunto de números reais que verificam a condição: $\frac{x^2-49}{x^2+6x-7} \leq 0$.

C.A.

$$x^2 - 49 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -7 \vee x = 7$$

$$x^2 + x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -7 \vee x = 1$$

$$C.S =]1, 7]$$

x	$-\infty$	-7		1		7	$+\infty$
x^2-49	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x^2+6x-7	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$\frac{x^2-49}{x^2+6x-7}$	$+$	0	$+$	SS	$-$	0	$+$

Decrescente

Exercício 1

Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das sequintes inequações:

a)

$x^3 > x^2$

C.A.

$$x^3 > x^2$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2\,(x-1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 0 \vee x > 1$$

$$C.S =]1, +\infty[$$

b)

$x^3 + x^2 - 2x > 0$

C.A.

$$x^3 + x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x\left(x^2 + x - 2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = -2$$

$$C.S =]-2, 0[\, \cup\,]1. + \infty[$$

x	$-\infty$	-2		0		1	$+\infty$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x^2 + x - 2$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x)\left(x^2 + x - 2\right)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
			Crescente			Crescente	

c)

$(x-1)\left(4 - x^2\right)\left(x^2 - 4x + 6\right) \leq 0$

C.A.

$$(x-1)\left(4 - x^2\right)\left(x^2 - 4x + 6\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2 \vee x = -2 \vee x \in \emptyset$$

$$C.S = [-2, 1] \cup [2, +\infty[$$

Exercício 2

Considere a função polinomial definida em $\mathbb{R}$ por $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

a)

Usando a regra de Ruffini, mostre que $x^3 - x^2 - 4x + 4 = (x-2)\left(x^2 + x - 2\right)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -1 & -4 & 4 \\ 2 & & 2 & 2 & -4 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

b)

Determine os zeros de f.

$$(x-2)\left(x^2 + x - 2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2 \vee x = 1$$

b)

Determine o conjunto de números reais que verificam a condição $f(x) < 0$.

$$(x-2)\left(x^2+x-2\right) < 0$$

$$C.S = \left]-\infty, -2\right[\cup \left]1, 2\right[$$

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x^2+x-2	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$(x-2)\left(x^2+x-2\right)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Decrescente Decrescente

Exercício 3

Considere o polinómio $p(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$.

a)

Mostre que $p(x)$ é divisível por $(x+1)(x-3)$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -2 & -2 & -3 \\ -1 & & -1 & 3 & -1 & 3 \\ \hline & 1 & -3 & 1 & -3 & 0 \end{array}$$

$(x+1)\left(x^3-3x^2+x-3\right)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ 3 & & 3 & 0 & 3 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right)$

b)

Resolva, em $\mathbb{R}$, a inequação $p(x) > 0$.

$$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right) > 0$$

C.A.

$$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3 \vee x \in \emptyset$$

$$C.S = \left]-\infty, -1\right[\cup \left]3, +\infty\right[$$

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x^2+1	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Decrescente

Decrescente