Ficha n.º 1 – Página 150 **8. MEDIDAS DE DISPERSÃO**

1.1. A população é constituída por todos os alunos da escola da Rita.

1.2. A amostra é constituída pelos 10 alunos de cada turma selecionados aleatoriamente.

A dimensão da amostra é 550.

1.3. Trata-se de uma má amostra pois os alunos que se deslocam para a escola a pé, poderão ser os que habitam em habitações muito próximas da escola, demorando, naturalmente, menos tempo a chegar à escola, situação que poderá não ser representativa de todos os alunos da escola.

2.1. **Verdadeira**. 6 é o único dado que se repete (surge duas vezes no conjunto), logo a moda é 6.

2.2. **Falsa**. A média é dada por:

$$(5+6+2+10+6+7+1+4+11+9):10 = 61:10 = 6{,}1$$

2.3. **Falsa**. A sequência de dados ordenada, por ordem crescente em sentido lato, é:

$1 \quad 2 \quad 4 \quad 5 \quad \boxed{6 \quad 6} \quad 7 \quad 9 \quad 10 \quad 11$

Os elementos que ocupam as posições centrais são os dois 6, logo a mediana é $\frac{6+6}{2} = 6$

3.1. 12 + 19 + 14 + 27 = 72

158 – 70 = 88 → número total de sumos vendidos durante a semana

88 – 72 = 16 → número de sumos vendidos na sexta-feira.

Assim, na sexta-feira foram vendidos 16 sumos.

3.2. $(12+19+14+27+16):5 = 88:5 = 17{,}6$

A média de sumos vendidos por dia é 17,6.

3.3. O número de sumos vendidos foi superior à média nos seguintes dias: terça-feira e quinta-feira.

$$\frac{2}{5}\times 100 = 0{,}4\times 100 = 40\%$$

O número de sumos vendidos foi superior à média em 40% dos dias da semana.

Ficha n.º 1 – Página 151

4.1. **Opção correta: (B)**

4.2. A afirmação é falsa. A distribuição das idades dos primos da Laura tem duas modas: 10 e 24 visto que estes dois números surgem duas vezes cada um no diagrama de caule-e-folhas e cada um dos restantes números surge somente uma vez.

4.3. Há 11 idades (número ímpar). Como 11 = 5 + 1 + 5, a mediana é o 6.º elemento da sequência ordenada das idades, ou seja, a mediana é 24.

5.1. A soma das percentagens relativas aos 11, 12 e 13 anos é 100%. Assim:

$50+x+\frac{2}{3}x=100$, sendo x a percentagem correspondente aos sócios com 13 anos.

$$x+\frac{2}{3}x=100-50 \Leftrightarrow \frac{3}{3}x+\frac{2}{3}x=50 \Leftrightarrow \frac{5}{3}x=\frac{150}{3} \Leftrightarrow 5x=150 \Leftrightarrow x=\frac{150}{5} \Leftrightarrow x=30$$

Assim, 30% dos sócios têm 13 anos e 20% têm 12 anos.

A média das idades é:

$\frac{11\times a+12\times b+13\times c}{a+b+c}$, sendo a, b e c o número de sócios com 11, 12 e 13 anos, respetivamente.

$$\frac{11\times a+12\times b+13\times c}{a+b+c}=11\times\frac{a}{a+b+c}+12\times\frac{b}{a+b+c}+13\times\frac{c}{a+b+c}=11\times 0{,}5+12\times 0{,}2+13\times 0{,}3=11{,}8$$

5.2. Se 50% dos sócios têm 11 anos, então metade tem 11 anos e a outra metade tem 12 ou 13 anos. Se colocássemos as idades por ordem crescente, e em sentido lato, existiriam dois elementos centrais: 11 e 12. Assim, a mediana é $\frac{11+12}{2}=11{,}5$

5.3. 26 --------- 20%

x ---------- 100% $\qquad x=\frac{100\times 26}{20}=130 \qquad$ O número total de sócios é 130.

6.1. **a)** $\frac{0\times 2+1\times 5+2\times 7+3\times x+4\times 3}{2+5+7+x+3}=2 \Leftrightarrow \frac{0+5+14+3x+12}{17+x}=2 \Leftrightarrow 31+3x=2(17+x) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 31+3x=34+2x \Leftrightarrow 3x-2x=34-31 \Leftrightarrow x=3$, sendo x o n.º de alunos que requisitaram 3 livros. Assim, três alunos requisitaram três livros.

b) A moda foi dois livros.

c) Número total de alunos: $2+5+7+3+3=20$

Número de livros requisitados: 0 0 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 3 3 3 4 4 4

A mediana é a média dos dois elementos centrais, ou seja, $\frac{2+2}{2}=2$ livros.

6.2. Se a mediana é 2,5 é porque o número total de alunos é par e, escrevendo o número de livros requisitados por cada aluno numa sequência ordenada por ordem crescente em sentido lato 2 e 3 terão de ser os elementos centrais, para que $\frac{2+3}{2}=2{,}5$ seja a mediana.

$2+5+7=14$ (número de alunos que requisitaram 0, 1 ou 2 livros). Tem de haver 14 alunos que tenham requisitado 3 ou 4 livros. Assim, o número de alunos que requisitaram 3 livros foi $14-3=11$.

1.1. Sequência ordenada:

$4 \quad \underset{Q_1}{\underset{\downarrow}{\boxed{6}}} \quad 7 \quad \underset{Q_2}{\underset{\downarrow}{\boxed{7}}} \quad 8 \quad \underset{Q_3}{\underset{\downarrow}{\boxed{12}}} \quad 13$ (sete elementos)

1.2. Sequência ordenada:

$\underline{2\ 4\ 4\ 6} \mid \mid \underline{7\ 8\ 8\ 9}$ (oito elementos)

$Q_1 = \frac{4+4}{2} = 4$; $Q_2 = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$; $Q_3 = \frac{8+8}{2} = 8$

1.3. Sequência ordenada:

$7 \quad \boxed{7 \quad 8} \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad \boxed{10 \quad 11} \quad 12$ (nove elementos)

$Q_1 = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$; $Q_2 = 9$; $Q_3 = \frac{10+11}{2} = 10{,}5$

1.4. Sequência ordenada:

$\underline{6\ \ 7\ \ 7\ \ 8\ \ 9} \mid \mid \underline{10\ \ 11\ \ 12\ \ 13\ \ 13}$ (dez elementos)

$Q_1 = 7$; $Q_2 = \frac{9+10}{2} = 9{,}5$; $Q_3 = 12$

2.1. Opção correta: (D)

Havendo um número par de elementos, a mediana é a média dos dois centrais (*c* e *d*).

2.2. Opção correta: (A)

Como o número de elementos é 6 (par), o primeiro quartil é a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior ou igual a $\frac{6}{2} = 3$. Assim, o 1.º quartil é a mediana do subconjunto formado pelos três primeiros elementos $(\{a, b, c\})$, ou seja, *b*.

2.3. Opção correta: (B)

Como o número de elementos é 6 (par), o terceiro quartil é a mediana do subconjunto de dados de ordem superior ou igual a $\frac{6}{3} + 1 = 4$. Assim, o 3.º quartil é a mediana do subconjunto formado pelos três últimos elementos $(\{d, e, f\})$, ou seja, *e*.

3.1. Opção correta: (C)

Se $n = 13$ (ímpar), o 1.º quartil é a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior a $\frac{13+1}{2} = 7$, ou seja, é a mediana do subconjunto formado pelos seis primeiros elementos. Assim, é a média entre os 3.º e 4.º elementos, pois 6 = 2 + 2 + 2.

Ficha n.º 2 – Página 153

3.2. **Opção correta: (C)**

O 3.º quartil é a mediana do subconjunto de dados de ordem superior a 7, ou seja, é a mediana do subconjunto formado pelos seis últimos elementos.

13 = 6 + 1 + 6; 6 + 1 + 2 = 9. Logo, o 3.º quartil é a média dos elementos das ordens 10 e 11.

4.1. **Sequência ordenada:**

2 7 8 9 10 10 11 11 12 13 14 14

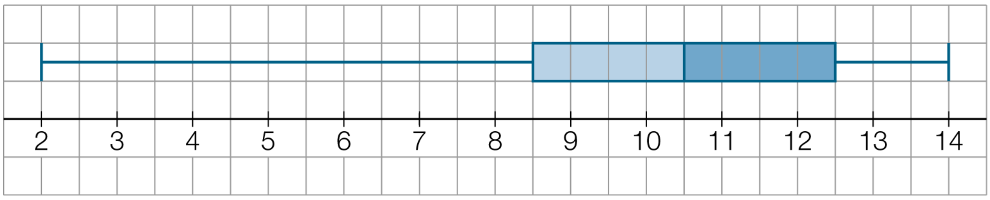
A amplitude é $14-2=12$.

4.2. $\underline{2\ \ 7\ \ 8\ \ 9\ \ 10\ \ 10}\,|\ \underline{11\ \ 11\ \ 12\ \ 13\ \ 14\ \ 14}$

$Q_1=\frac{8+9}{2}=8{,}5$; $Q_2=\frac{10+11}{2}=10{,}5$; $Q_3=\frac{12+13}{2}=12{,}5$

4.3. A amplitude interquartil é $Q_3-Q_1=12{,}5-8{,}5=4$.

4.4.



5.1. Número total de alunos: $20+38+27+18+26+3=132$

$132=65+2+65$ onde 2 é o 66.º e 67.º elementos da sequência ordenada das idades

$Q_2=\frac{7+7}{2}=7$ (até ao 20.º elemento temos o número 5, desde o 21.º até ao 58.º temos o número 6 e desde o 59.º até ao 85.º temos o número 7).

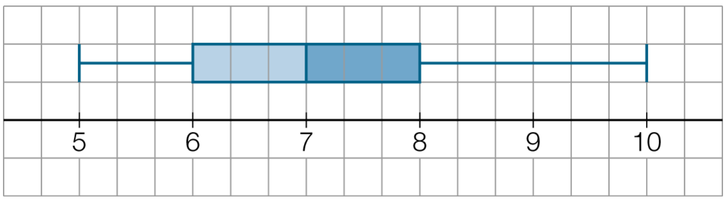
$132=\underset{32+2+32}{\boxed{66}}+\underset{32+2+32}{\boxed{66}}$

O 33.º elemento é o 6 e o 34.º também é 6, logo: $Q_1=\frac{6+6}{2}=6$. O 99.º elemento é o 8 e o 100.º também é o 8, logo (desde o 86.º até ao 103.º elemento temos o número 8) $Q_3=\frac{8+8}{2}=8$.

5.2. $10-5=5$

5.3. $Q_3-Q_1=8-6=2$

5.4.



6.1. Opção correta: (A)

$37-20=17$

6.2. Opção correta: (C)

$Q_3-Q_1=33-27=6$

6.3. Opção correta: (A)

Como 27 é o valor do 1.º quartil, podemos garantir que pelo menos 25% dos dados são inferiores ou iguais a esse valor.

7.1. Opção correta: (A)

25% de $120=0,25\times120=30$

Como 1150 é o valor do 3.º quartil, podemos garantir que pelo menos 25% dos dados são superiores ou iguais a esse valor.

7.2. Opção correta: (B)

A diferença máxima entre os salários de dois trabalhadores é $1400-650=750$ € .

Ficha n.º 2 – Página 155

8. **Opção correta: (B)**

$$\underset{\text{mínimo}}{\boxed{7}}\quad 8\quad \underset{Q_1}{\boxed{10}}\quad 11\quad 12\quad \underset{Q_2}{\boxed{12}}\quad 12\quad 13\quad \underset{Q_3}{\boxed{13}}\quad 15\quad \underset{\text{máximo}}{\boxed{17}}$$

9.1. **Verdadeira.**

9.2. **Falsa.** Por exemplo, na questão **1.3.** desta ficha., pode constatar-se que o 1.º quartil do conjunto de dados apresentado é 7,5, contudo este valor não coincide com nenhum dos dados do conjunto.

9.3. **Falsa.** A média aritmética é uma medida de localização.

9.4. **Verdadeira.** Quanto maior a amplitude interquartil, mais distanciados serão os valores de Q_1 e de Q_3, ou seja, mais dispersos serão os dados compreendidos entre Q_1 e Q_3.

9.5. **Falsa.** Por exemplo, se considerarmos o conjunto $\{7, 7, 7, 7\}$, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 7$.

9.6. **Verdadeira**

9.7. **Falsa**. Sendo $n = 23$ um número ímpar: $\frac{n+1}{2} = \frac{24}{2} = 12$

O 1.º quartil é a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior a 12 (e não inferior ou igual) na sequência ordenada do conjunto inicial de dados.

9.8. **Verdadeira**. Sendo $n = 26$ um número par: $\frac{n}{2} = \frac{26}{2} = 13$ e $\frac{n}{2} + 1 = 13 + 1 = 14$

10.1. Por exemplo: 10

$3\quad 4\quad 4\quad \boxed{5}\quad 7\quad 9\quad 10$ → sequência ordenada por ordem crescente em sentido lato

10.2. Por exemplo: 1 e 2

$1\quad 2\quad 3\quad \boxed{4\quad 4}\quad 5\quad 7\quad 9$ sendo a mediana $\frac{4+4}{2} = 4$

10.3. Por exemplo: 8

$3\quad 4\quad 4\quad \boxed{5}\quad 7\quad 8\quad 9$ → sequência ordenada

$Q_1 = 4$, $Q_2 = 5$ e $Q_3 = 8$; amplitude interquartil: 8 – 4 = 4

10.4. Por exemplo: 5

O conjunto contempla duas modas: 4 e 5.

10.5. Por exemplo: 13

O maior elemento do conjunto é 13, sendo 3 o menor, logo a sua amplitude é $13 - 3 = 10$.

1.1. $(18{,}2+17{,}6+17{,}5+17+17{,}2+17{,}8+19{,}2+13{,}2+18{,}2):9=155{,}9:9\approx 17{,}3$

1.2. **a)** 7,2 km/h

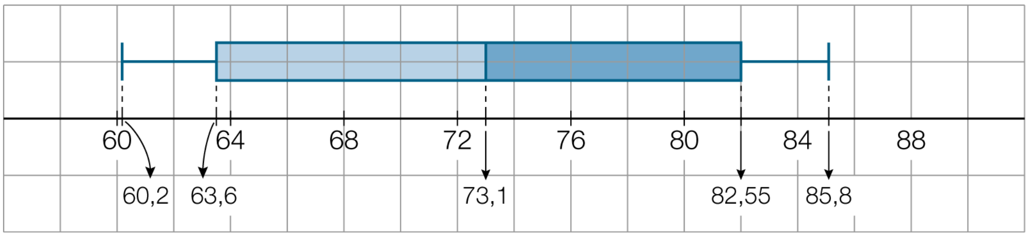
b) Sequência ordenada:

7,2 7,2 7,2 7,2 $\underbrace{\boxed{10{,}8}}_{\text{elemento central}}$ 10,8 14,4 14,4 18

A mediana é 10,8 km/h.

1.3. Sequência ordenada dos valores da humidade:

60,2 $\underbrace{\boxed{63{,}1 \quad 64{,}1}}_{Q_1=\frac{63{,}1+64{,}1}{2}=63{,}6}$ 65,1 $\underbrace{\boxed{73{,}1}}_{Q_2}$ 81,5 $\underbrace{\boxed{82 \quad 83{,}1}}_{Q_3=\frac{82+83{,}1}{2}=82{,}55}$ 85,8



Ficha n.º 3 – Página 157

1.4. Sequência ordenada dos valores da pressão atmosférica

$$1012{,}5 \quad 1013{,}2 \quad 1013{,}5 \quad 1013{,}9 \quad \underbrace{\boxed{1014{,}5}}_{Q_2} \quad 1014{,}7 \quad \underbrace{\boxed{1014{,}9 \quad 1015{,}2}}_{Q_3=\frac{1014{,}9+1015{,}2}{2}=1015{,}05} \quad 1015{,}5$$

Com uma pressão superior a 1015,05 hPa, temos duas localidades: Funchal e Porto. De entre estas duas, Funchal é a que apresenta uma maior percentagem de humidade.

Assim, o Sr. Eduardo vive no Funchal.

2.1. 15% de $160 = 0{,}15 \times 160 = 24$ jogadores

Existem 24 jogadores com 14 anos.

2.2. A média das idades é:

$0{,}35 \times 13 + 0{,}15 \times 14 + 0{,}20 \times 15 + 0{,}30 \times 16 = 14{,}45$ anos

2.3. $0{,}35 \times 160 = 56$; $0{,}20 \times 160 = 32$; $0{,}30 \times 160 = 48$

A sequência ordenada das idades é:

$$\underbrace{13 \ldots 13}_{56 \text{ jogadores}} \quad \underbrace{14 \ldots 14}_{24 \text{ jogadores}} \quad \underbrace{15 \ldots 15}_{32 \text{ jogadores}} \quad \underbrace{16 \ldots 16}_{48 \text{ jogadores}}$$

$$13 \ldots \underset{\substack{\downarrow \\ 56.^{\text{o}} \text{ elemento}}}{13} \quad \underset{\substack{\downarrow \\ 57.^{\text{o}}}}{14} \ldots \underset{\substack{\downarrow \\ 80.^{\text{o}}}}{14} \quad \underset{\substack{\downarrow \\ 81.^{\text{o}}}}{15} \ldots \underset{\substack{\downarrow \\ 112.^{\text{o}}}}{15} \quad \underset{\substack{\downarrow \\ 113.^{\text{o}}}}{16} \ldots \underset{\substack{\downarrow \\ 160.^{\text{o}}}}{16}$$

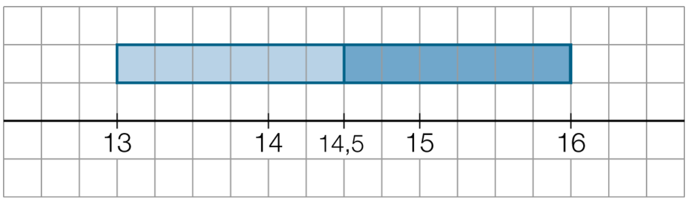
$160 = 79 + 2 + 79$; $160 = \underbrace{80}_{39+2+39} + \underbrace{80}_{39+2+39}$

Q_1 é a média entre 40.º e 41.º elementos: $\dfrac{13+13}{2} = 13$

Q_2 é a média entre 80.º e 81.º elementos: $\dfrac{14+15}{2} = 14{,}5$

Q_3 é a média entre 120.º e 121.º elementos: $\dfrac{16+16}{2} = 16$

2.4.



Nota: Neste diagrama de extremos e quartis, Q_1 coincide com o extremo inferior e Q_3 coincide com o extremo superior.

3. **Opção correta: (A)**

$579 = \underbrace{289}_{144+1+144} + 1 + \underbrace{289}_{144+1+144}$

Q_3 e 145.º elemento da sequência, uma vez que os elementos estão por ordem decrescente.

Ficha n.º 3 – Página 158

4.1.

Nível	Contagem	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa (em %)
2	IIII	4	$\frac{4}{25}=0{,}16$	16%
3	~~IIII~~ ~~IIII~~	10	$\frac{10}{25}=0{,}4$	40%
4	~~IIII~~ II	7	$\frac{7}{25}=0{,}28$	28%
5	IIII	4	$\frac{4}{25}=0{,}16$	16%
Total		25	1	100%

4.2. $28+16=44\%$

4.3. $(2\times 4+3\times 10+4\times 7+5\times 4):25=86:35=3{,}44$

4.4. A moda é o nível 3.

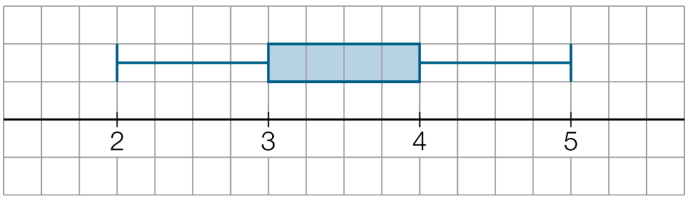
4.5. Sequência ordenada de níveis (ordem crescente em sentido lato):

$$2\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 3\ \ \underset{6.º}{\boxed{3}}\ \ \underset{7.º}{\boxed{3}}\ \ 3\ \ 3\ \ 3\ \ 3\ \ 3\ \ \underset{13.º}{\boxed{3}}\ \ 3\ \ 4\ \ 4\ \ 4\ \ 4\ \ \underset{19.º}{\boxed{4}}\ \ \underset{20.º}{\boxed{4}}\ \ 4\ \ 5\ \ 5\ \ 5\ \ 5$$

$$25=\underset{5+\underset{6.º\text{ e }7.º}{2}+5}{12}+\underset{13.º}{1}+\underset{5+\underset{19.º\text{ e }20.º}{2}+5}{12}$$

Assim: $Q_1=\frac{3+3}{2}=3$; $Q_2=3$; $Q_3=\frac{4+4}{2}=4$

4.6.



Nota: Neste diagrama de extremos e quartis, Q_1 coincide com Q_2.

5.1. A população é constituída por todos os alunos do 8.º ano da escola da Matilde.

A amostra é constituída pelos alunos da turma da Matilde e a sua dimensão é 20.

5.2.

3	0 5 5 6 7
4	0 5 7 9 9
5	0 1 2 3 6 9 9
6	0 1 6

3 | 0 significa 30 SMS enviadas

Ficha n.º 3 – Página 159

5.3. $(30+35+35+36+37+40+45+47+49+49+50+51+52+53+56+59+60+61+66):20 =$

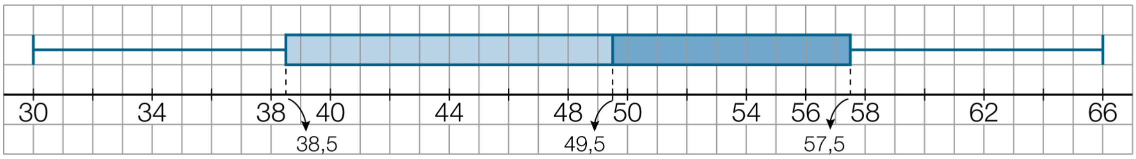
$= 970 : 20 = 48{,}5$

O número médio de SMS é 48,5.

5.4. 20 alunos

$20 = 9 + \underset{10.^{\text{o}} \text{ e } 11.^{\text{o}} \text{ elementos}}{2} + 9$ $\qquad$ $20 = \underset{4+\underset{5.^{\text{o}} \text{ e } 6.^{\text{o}}}{2}+4}{10} + \underset{15.^{\text{o}} \text{ e } 16.^{\text{o}}}{10}$

Assim: $Q_1 = \dfrac{37+40}{2} = 38{,}5$; $Q_2 = \dfrac{49+50}{2} = 49{,}5$; $Q_3 = \dfrac{56+59}{2} = 57{,}5$



5.5. Amplitude: 66 – 30 = 36; amplitude interquartil: 57,5 – 38,5 = 19

5.6. A afirmação é verdadeira. Pelo diagrama, constata-se que Q_3 = 57,5, logo, conclui-se que, pelo menos, 25% dos alunos enviaram pelo menos 57,5 SMS. Como o número de SMS enviadas tem de ser natural, isto é o mesmo que dizer que pelo menos 25% dos alunos enviaram pelo menos 58 SMS.

6.1. **Falsa**. A mediana da distribuição das massas das mulheres é 70 e a dos homens é 85.

6.2. **Falsa.**

A amplitude das massas das mulheres é 115 – 45 = 70 e a dos homens é 125 – 60 = 65. Assim, a amplitude é superior nas mulheres.

6.3. **Verdadeira.**

6.4. **Verdadeira**. A mediana da distribuição das massas dos homens é 85 kg, logo, pelo menos 50% dos homens tem uma massa inferior ou igual a 85 kg.

6.5. **Falsa**. 60 kg é o 1.º quartil da distribuição das massas das mulheres, logo 25% das professoras têm uma massa inferior ou igual a 60 kg (e não 75%).

6.6. **Falsa**. O número de professoras com massa compreendida entre 45 kg e 60 kg é aproximadamente o mesmo que o número de professoras com massa compreendida entre 85 kg e 115 kg (aproximadamente 25% das professoras).

Teste n.º 1 – Página 160 **8. MEDIDAS DE DISPERSÃO**

1.1. $49+48+50+49+51+53+51+48+46+51+52+52+49+47+53+51+52+50+51+46=999$

Seja x a altura em falta.

$\frac{999+x}{21}=50 \Leftrightarrow 999+x=50\times 21 \Leftrightarrow 999+x=1050 \Leftrightarrow x=1050-999 \Leftrightarrow x=51$

A altura em falta é 51 cm.

1.2.

4	6 6 7 8 8 9 9 9
5	0 0 1 1 1 1 1 1 2 2 2 3 3

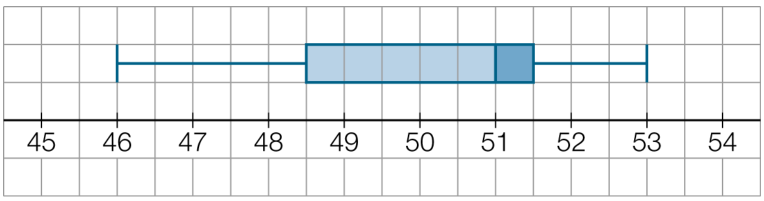
4 | 6 significa 46 cm

1.3. A moda é 51 cm.

1.4. $21=\underset{4+\underset{5.º\text{ e }6.º}{2}+4}{10}+\underset{11.º}{1}+\underset{4+\underset{16.º\text{ e }17.º}{2}+4}{4}$

Assim, $Q_1=\frac{48+49}{2}=48{,}5$; $Q_2=51$; $Q_3=\frac{51+52}{2}=51{,}5$

1.5.



2. A Sara não está correta.

Contraexemplo:

$2\ \boxed{3}\ 4 \mid\ \mid 5\ \boxed{6}\ 7$

$Q_1=3$ e $Q_3=6$; amplitude interquartil: 6 – 3 = 3

Se todos os dados aumentarem uma unidade, o conjunto fica: $3\ \boxed{4}\ 5 \mid\ \mid 6\ \boxed{7}\ 8$

$Q_1=4$ e $Q_3=7$; amplitude interquartil: 7 – 4 = 3

Assim, a amplitude interquartil não aumenta uma unidade (mantém-se igual).

Teste n.º 1 – Página 161

3.1. $\frac{0\times40+1\times25+2\times15+3\times5+4\times5}{40+25+15+5+5}=\frac{90}{90}=1$

O número médio de pastilhas elásticas é 1.

3.2. $40+25+15+5+5=90$ clientes

$90=44+\underbrace{2}_{45.º\text{ e }46.º}+44$; $90=\underset{22+1+22}{\underset{\downarrow}{45}}+\underset{22+1+22}{\underset{\downarrow}{45}}$

A sequência ordenada do número de pastilhas elásticas compradas é:

$\underbrace{0...0}_{40\text{ elementos}}\quad\underbrace{1...1}_{25\text{ elementos}}\quad\underbrace{2...2}_{15\text{ elementos}}\quad\underbrace{3...3}_{5\text{ elementos}}\quad\underbrace{4...4}_{5\text{ elementos}}$

$0...\underset{40.º}{\underset{\downarrow}{0}}\quad\underset{41.º}{\underset{\downarrow}{1}}...\underset{65.º}{\underset{\downarrow}{1}}\quad\underset{66.º}{\underset{\downarrow}{2}}...\underset{80.º}{\underset{\downarrow}{2}}\quad\underset{81.º}{\underset{\downarrow}{3}}...\underset{85.º}{\underset{\downarrow}{3}}\quad\underset{86.º}{\underset{\downarrow}{4}}...\underset{90.º}{\underset{\downarrow}{4}}$

Assim, $Q_2=\frac{1+1}{2}=1$ (média dos 45.º e 46.º elementos); $Q_1=0$ (23.º elemento); $Q_3=2$ (68.º elemento).

O diagrama correto é o **(A)**. Rejeita-se o diagrama (B) uma vez que, neste diagrama, Q_1 não coincide com o extremo inferior (0), contrariamente ao que se verifica na situação apresentada. Rejeita-se o diagrama (C), pois neste diagrama Q_2 coincide com um dos outros quartis e os valores de Q_1 , Q_2 e Q_3 são distintos. Rejeita-se o diagrama (D) visto que segundo este diagrama, o maior valor observado é 3 quando deveria ser 4.

4.1. $Q_1=20$; $Q_2=22{,}5$; $Q_3=32{,}5$

4.2. $Q_3-Q_1=32{,}5-20=12{,}5$

4.3. **Opção correta: (B)**

20 é o valor do 1.º quartil, logo conclui.se que pelo menos 75% dos dados são superiores ou iguais a esse valor.

1. **Opção correta: (D)**

$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, porque todos os números inteiros são racionais.

2. **Opção correta: (B)**

Se x representar a medida da hipotenusa do triângulo retângulo representado, então pelo Teorema de Pitágoras:

$x^2 = 2^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 5 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{5}$

$B \to -1 + \sqrt{5}$

3. **Opção correta: (D)**

$x = 0{,}0036 \times 10^{14} = 3{,}6 \times 10^{-3} \times 10^{14} = 3{,}6 \times 10^{-3+14} = 3{,}6 \times 10^{11}$

4.1. $P_{[ABC]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = x + 11 + x + 9 + 6 = 2x + 26$ é a forma canónica de uma função afim de coeficiente 2 e termo independente 26.

4.2. $P_{[ABC]} = 2 \times \frac{1}{4} + 26 = \frac{2}{4} + 26 = \frac{1}{2} + \frac{52}{2} = \frac{53}{2} = 26{,}5 = 2 \times 10 + 6 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1}$

4.3. Se o triângulo [*ABC*] é retângulo em *C* então, pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = (x+11)^2 = 6^2 + (x+9)^2 \Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times 11 + 11^2 = 36 + x^2 + 2 \times x \times 9 + 9^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 22x + 121 = 36 + x^2 + 18x + 81 \Leftrightarrow 22x - 18x = 36 + 81 - 121 \Leftrightarrow 4x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{4} \Leftrightarrow x = -1$

Teste n.º 2 – Página 163

5.1. $A(1,2)$ e $B(-1,-1)$

$a=\frac{2-(-1)}{1-(-1)}=\frac{2+1}{1+1}=\frac{3}{2}$, logo $y=\frac{3}{2}x+b \underset{(1,\,2)}{\rightarrow} 2=\frac{3}{2}\times 1+b \Leftrightarrow 2-\frac{3}{2}=b \Leftrightarrow \frac{4}{2}-\frac{3}{2}=b \Leftrightarrow b=\frac{1}{2}$

A reta *AB* tem equação $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ e, portanto, $h(x)=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$.

5.2. $h(-7)=\frac{3}{2}\times(-7)+\frac{1}{2}=-\frac{21}{2}+\frac{1}{2}=-\frac{20}{2}=-10$

5.3. $\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow 9x+3=4 \Leftrightarrow 9x=4-3 \Leftrightarrow 9x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{9}$

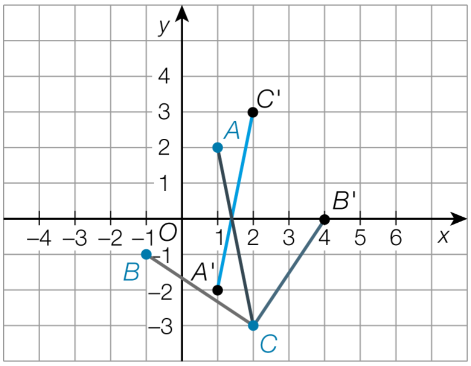
5.4. $(h(x))^2=2x+\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\right)^2=2x+\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}x\right)^2+2\times\frac{3}{2}x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=2x+\frac{1}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{9}{4}x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}=2x+\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{9}{4}x^2+\frac{3}{2}x-2x=0 \Leftrightarrow 9x^2+6x-8x=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 9x^2-2x=0 \Leftrightarrow x(9x-2)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=0 \vee 9x-2=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 9x=2 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{2}{9}$ $\qquad S=\left\{0,\ \frac{2}{9}\right\}$

5.5. e **5.6.**



As coordenadas de *B*' são (4, 0).

6. Apenas simetria de rotação.

7. Simetria de translação, simetria de reflexão deslizante e simetria de rotação.

8. $-(x^2-2x)(-3x+1)-(2x-1)^2=-\left[x^2(-3x+1)-2x(-3x+1)\right]-\left[(2x)^2+2\times 2x\times(-1)+(-1)^2\right]=$

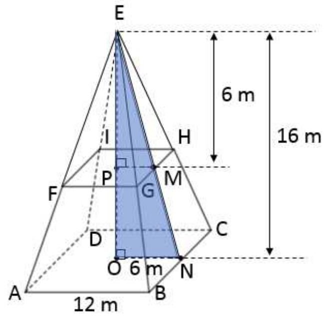
$=-(-3x^3+x^2+6x^2-2x)-(4x^2-4x+1)=3x^3-x^2-6x^2+2x-4x^2+4x-1=3x^3-11x^2+6x-1$

9. $36-(x-1)^2=0 \Leftrightarrow 6^2-(x-1)^2=0 \Leftrightarrow \left[6-(x-1)\right]\left[6+(x-1)\right]=0 \Leftrightarrow (6-x+1)(6+x-1)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (7-x)(5+x)=0 \Leftrightarrow 7-x=0 \vee 5+x=0 \Leftrightarrow 7-x=0 \vee 5+x=0 \Leftrightarrow x=7 \vee x=-5$

Teste n.º 2 – Página 164

10. Os triângulos [EON] e [EPM] são semelhantes pelo critério de semelhança de triângulos AA, logo os seus lados correspondentes são diretamente proporcionais: $\frac{\overline{ON}}{\overline{PM}} = \frac{\overline{EO}}{\overline{EP}}$

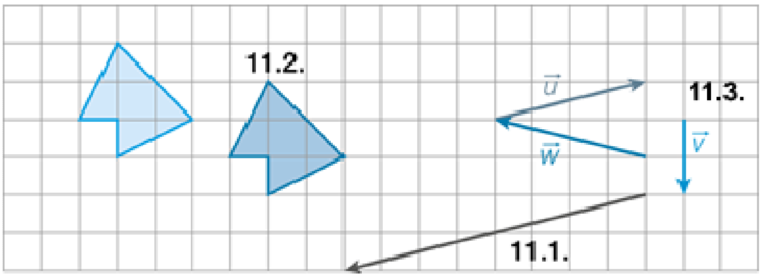


$\frac{6}{\overline{PN}} = \frac{16}{6} \Leftrightarrow \overline{PN} = \frac{6 \times 6}{16} \Leftrightarrow \overline{PN} = 2,25$, logo $\overline{FG} = 2 \times 2,25 = 4,5$ cm

$$V_{\substack{tronco\\pirâmide}} = V_{\substack{pirâmide\\maior}} - V_{\substack{pirâmide\\menor}} = \frac{1}{3} \times A_{\substack{base\\maior}} \times h_{maior} - \frac{1}{3} \times A_{\substack{base\\menor}} \times h_{menor} =$$

$$= \frac{1}{3} \times 12^2 \times 16 - \frac{1}{3} \times 4,5^2 \times 6 = 768 - 40,5 = 727,5 \text{ cm}^3$$

11.



12. Seja x a medida do lado de cada um dos quadrados verdes. Se a área da região a branco é o quádruplo da área da região a verde, então:

$10^2 - 4 \times x^2 = 4 \times 4x^2 \Leftrightarrow 100 - 4x^2 = 16x^2 \Leftrightarrow 100 = 4x^2 + 16x^2 \Leftrightarrow 20x^2 = 100 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{100}{20} \Leftrightarrow x^2 = 5 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{5}$

A medida exata do lado dos quadrados verdes é $\sqrt{5}$.

Teste n.º 2 – Página 165

13. $\begin{cases} 2x-\frac{x-y}{3}=2(x+1) \\ \frac{x}{2}-(x+y)=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-\frac{x-y}{3}=2x+2 \\ \frac{x}{2}-x-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-x+y=6x+6 \\ x-2x-2y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+6 \\ -x-2y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=x+6 \\ -x-2(x+6)=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+6 \\ -x-2x-12=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+6 \\ -3x=-6+12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+6 \\ -3x=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2+6 \\ x=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ x=-2 \end{cases}$

$S=\{(-2,\ 4)\}$

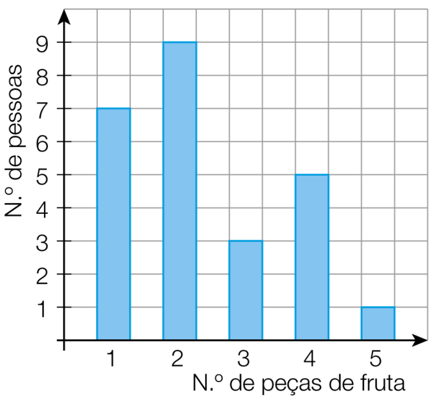
14.1. Seja x o número de pessoas que comem três peças de fruta por dia e y o número de pessoas que comem cinco peças. Então:

$\begin{cases} 7+9+x+5+y=25 \\ \frac{1\times 7+2\times 9+3\times x+4\times 5+5\times y}{25}=2{,}36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=25-7-9-5 \\ 7+18+3x+20+5y=2{,}36\times 25 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ 3x+5y=59-7-18-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+4 \\ 3x+5y=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+4 \\ 3x+5(-x+4)=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+4 \\ 3x-5x+20=14 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+4 \\ -2x=14-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+4 \\ -2x=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3+4 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=3 \end{cases}$

Assim, o gráfico completo é:



14.2. Sequência ordenada dos dados:

1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 $\boxed{2}$ 2 2 2 3 3 3 4 4 4 4 4 5

$n=25$ dados, logo $\frac{25+1}{2}=13$. A mediana (Q_2) é o 13.º dado, ou seja, $Q_2=2$.

Q_1 é a mediana do subconjunto: 1 1 1 1 1 $\boxed{1\ \ 1}$ 2 2 2 2 2, ou seja: $Q_1=\frac{1+1}{2}=1$

Q_3 é a mediana do subconjunto: 2 2 2 3 3 $\boxed{3\ \ 4}$ 4 4 4 4 5, ou seja: $Q_3=\frac{3+4}{2}=3{,}5$

15. $y=\frac{2}{x-1} \Leftrightarrow y(x-1)=2 \Leftrightarrow x-1=\frac{2}{y} \Leftrightarrow x=\frac{2}{y}+1$ com $y\neq 0$.

16. Sequência ordenada dos dados (ordem crescente em sentido lato):

$\boxed{7\ \ 8\ \ 8\ \ 9\ \ 9\ \ 10}\ \ \underset{Q_2}{10}\ \ \boxed{10\ \ 11\ \ 11\ \ 12\ \ 14\ \ 15}$, logo $Q_1=\frac{8+9}{2}=8{,}5$; $Q_2=10$; $Q_3=\frac{11+12}{2}=11{,}5$

Diagrama de extremos e quartis: