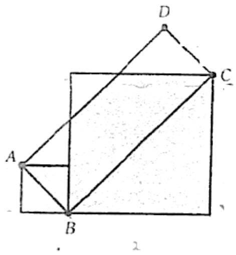
LR MAT EXPLICAÇÕES

ANO: 10º ANO **DATA:** OUT

TEMA: RADICAIS. GEOMETRIA NO PLANO.

TIPO: FICHA DE REVISÕES Nº I

1. Na figura estão representados dois quadrados, um com 1 cm de lado e outro com 3 cm de lado, e o retângulo $[ABCD]$.



- $[AB]$ é uma diagonal do quadrado menor.
- $[BC]$ é uma diagonal do quadrado maior.

O perímetro, em cm, do retângulo $[ABCD]$ é:

(A) $8\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $5\sqrt{2}$

2. Sejam a e b dois números reais positivos.

A expressão $\dfrac{\left(a^{-1}\sqrt{b}\right)^3 \cdot \left(\sqrt{a^3b^{-2}}\right)}{\sqrt{b\sqrt[4]{a^{-2}}}}$ é equivalente a:

(A) $\sqrt[4]{a^{-7}}$ (B) $b\sqrt[4]{a^{-7}}$ (C) $\sqrt[4]{b^{-1}}$ (D) $\sqrt[4]{a^{-5}}$

3. O valor da expressão $\dfrac{\left(1-\sqrt{3}\right)^2-4}{1-\sqrt{3}}$ é igual a:

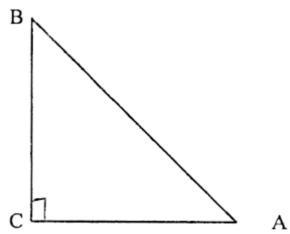
(A) $\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{3+\sqrt{3}}{3}$ (C) $3+\sqrt{3}$ (D) $-\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

4. Racionaliza o denominador das seguintes frações:

4.1) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{3}}$ **4.2)** $\dfrac{\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}$ **4.3)** $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

5. Considera o triângulo $[ABC]$, retângulo em C, tal que $\overline{CA} = 3+\sqrt{27}$ e $\overline{CB} = 3-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Determina a área do triângulo $[ABC]$, apresentando o resultado na forma $a+b\sqrt{c}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$.



6. Simplifica:

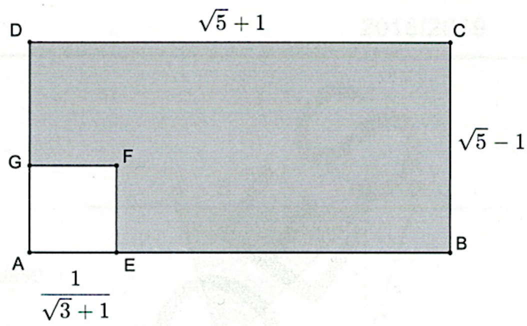
6.1) $\left(2\sqrt{5}-3\right)\left(2\sqrt{5}+3\right)-\left(\sqrt{5}-1\right)^2$ **6.2)** $\dfrac{\sqrt[4]{3\sqrt[3]{2}}}{\sqrt[6]{12}}$

7. Resolve a seguinte inequação, apresentando a resposta com denominador racional.

$$x\sqrt{8} - 4 = x\sqrt{3} - 2$$

8. Na figura estão representados o retângulo $[ABCD]$ e o quadrado $[AEFG]$.

O ponto E pertence ao segmento da reta $[AB]$ e o ponto G pertence ao segmento de reta $[AD]$.



Tem-se:

- $\overline{CD} = \sqrt{5} + 1$
- $\overline{BC} = \sqrt{5} - 1$
- $\overline{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$

Determina o valor da área da figura sombreada.

Apresenta o resultado na forma $a + b\sqrt{c},\ a, b \in \mathbb{R}$ e $c \in \mathbb{R}^+$.

9. Considera, num plano munido de um referencial o.n. xOy, os pontos de coordenadas $A(-1,2)$, $B(-3,6)$ e $C(2,-3)$.

9.1 Determina o valor exato do perímetro do triângulo cujos vértices são A, B e C.

9.2 O triângulo $[ABC]$ é retângulo? Justifica a tua resposta.

9.3 Determina as coordenadas do ponto D, sabendo que o ponto médio de $[AD]$ é C.

9.4 Escreve a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[BC]$.

9.5 Escreve a equação reduzida da reta AC e determina os pontos de interseção da reta com os eixos coordenados.

10. Relativamente a um dado referencial o. n. Oxy, tem-se que $A(-1,0)$ e $B(1,-2)$.

Determine o número real k tal que:

10.1 o ponto $D(-2, k-5)$ pertença à reta horizontal que passa pelo ponto A.

10.2 o ponto $E(3-k, 0)$ pertença à reta que passa pelo ponto B e é paralela à reta $x = -3$.

10.3 o ponto $F(2-k, -2k)$ pertença à bissetriz dos quadrantes ímpares.

11. Considera os pontos $\mathrm{M}(-3,2)$ e $\mathrm{N}(-2,1)$.

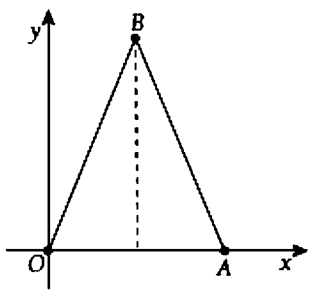
11.1 Verifica se o ponto $(1,5)$ pertence à mediatriz de $[\mathrm{MN}]$, sem escrever a equação reduzida da mediatriz.

11.2 Escreve uma equação da mediatriz do segmento de reta $[\mathrm{MN}]$.

11.3 Determina k de modo que o ponto $\mathrm{P}(2\mathrm{k}, \mathrm{k}-1)$ pertença à mediatriz de $[\mathrm{MN}]$.

11.4 Determina os pontos de interseção da mediatriz com os eixos coordenados.

12. Na figura está representado, em referencial o. n. Oxy, um triângulo $[ABO]$, tal que $\overline{AB} = \overline{BO}$. O ponto A tem coordenadas $(5,0)$ e o perímetro do triângulo é igual a 18.



12.1 Determine as coordenadas do ponto B.

12.2 Calcule a área do triângulo $[ABO]$..

12.3 Escreva uma condição que defina a reta que passa em B e é paralela ao eixo Ox.

12.4 Determine uma equação da mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

13. Num plano munido de um referencial ortonormado considera os pontos:

$$A(3,4), \quad B(3,-6), \quad C(0,4)$$

13.1 Determina a equação reduzida da mediatriz de:

(a) $[AB]$ (b) $[BC]$

13.2 Relativamente à circunferência que contém os pontos A, B e C, determina:

(a) as coordenadas do centro;

(b) o raio;

(c) a equação reduzida.

14. Num plano munido de um referencial ortonormado xOy considera os pontos $A(1,0), B(2,5)$ e $C(3,4)$.

14.1 Escreve a equação reduzida da circunferência que tem por diâmetro o segmento de reta:

(a) $[AB]$ (b) $[BC]$

14.2 Escreve a equação reduzida da circunferência que tem centro em C e raio $\overline{AB}$.

15. Num plano munido de um referencial ortonormado considera o conjunto de pontos definidos pela condição $x^2 + 2x + y^2 - 1 = 0$. Mostra que se trata de uma circunferência de centro $C(-1,0)$ e raio $\sqrt{2}$.

16. Num plano munido de um referencial ortonormado considera os pontos E e F, sendo $E(-2,2)$ e $F(0,4)$.

16.1 Determina as coordenadas do ponto interseção da mediatriz de $[EF]$ com o eixo:

(a) das abcissas;

(b) das ordenadas.

16.2 Determina k de modo que $\left(\frac{k}{2}, k+1\right)$ pertença à mediatriz de $[EF]$.

17. Escreve a equação reduzida da circunferência que, num plano munido de um referencial ortonormado, satisfaz as condições seguintes.

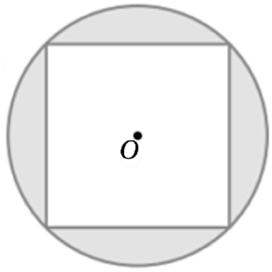
17.1 Centro no ponto $(2,2)$ e é tangente aos eixos coordenados.

17.2 Centro no ponto $(3,-2)$ e passa pela origem do referencial.

17.3 Centro no ponto $(-4,3)$ e é tangente à reta de equação $x=-2$.

18. Num plano munido de um referencial ortonormado, considera a circunferência de equação $x^2+y^2-2x-2y-6=0$ e um quadrado inscrito nessa circunferência.

Mostra que a área da parte colorida da figura é $(8\pi-16)$ u.a.



19. Num referencial ortonormado Oxy considerada as equações do tipo: $x^2+y^2-6y=k, k\in\mathbb{R}$

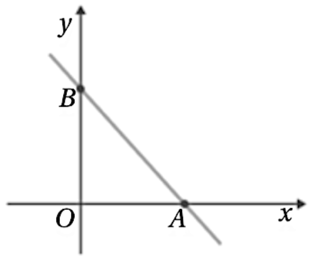
19.1 Para que valor de k a equação dada representa uma circunferência?

19.2 Determina k de modo que a circunferência seja tangente ao eixo das abcissas.

19.3 Considera $k=16$.

Escreve as equações das retas que contêm os lados do quadrado circunscrito à circunferência obtida.

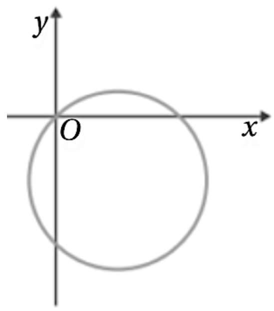
20. Na figura está representada num referencial ortonormado xOy a reta de equação $5x+4y=20$. Os pontos A e B pertencem ao eixo Ox e ao eixo Oy, respetivamente. O valor exato do perímetro do triângulo $[OAB]$ é:



(A) $9+\sqrt{41}$ **(B)** $9+\sqrt{50}$

(C) $15{,}4$ **(D)** $10+\sqrt{41}$

21. Na figura está representada uma circunferência que passa na origem do referencial e que tem o centro num ponto da bissetriz do quarto quadrante.



(A) $(x-1)^2+(y+1)^2=2$

(B) $(x-1)^2+(y+1)^2=\sqrt{2}$

(C) $(x+1)^2+(y-1)^2=2$

(D) $(x-1)^2+(y+1)^2=1$

22. Considera, num referencial ortonormado xOy, os pontos $A(2,-4)$, $B(10,0)$ e $C(3,4)$.

22.1 Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

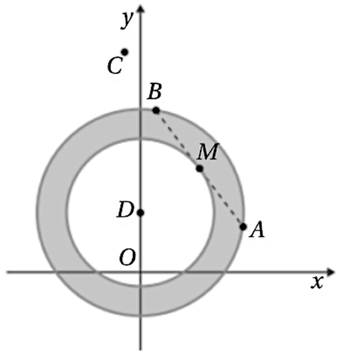
22.2 Determina as coordenadas do ponto M, ponto médio de $[AB]$.

22.3 Verifica que o ponto C pertence à mediatriz de $[AB]$.

22.4 Justifica que o triângulo $[ABC]$ é isósceles.

22.5 Determina a área do triângulo $[ABC]$.

23. Considera, num referencial ortonormado xOy, os pontos $A(7,3), B(1,11)$ e $C(-2,15)$.



23.1 Determina $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$.

23.2 Mostra que o ponto C pertence à reta AB.

23.3 Determina a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

23.4 Seja D o ponto do eixo Oy equidistante de A e B.

(a) Indica as coordenadas de D.

(b) Escreve a equação reduzida da circunferência C_1, de centro D e raio $\overline{DA}$.

(c) Justifica, sem fazer cálculos, que o ponto B é um ponto da circunferência C_1 mas que o ponto C não lhe pertence.

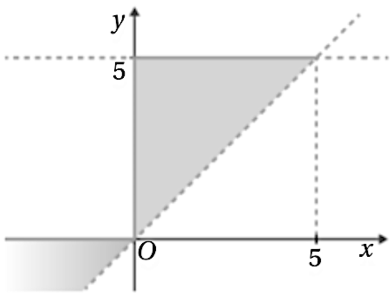
23.5 Seja M o ponto médio de $[AB]$.

(a) Escreve a equação reduzida da circunferência C_2, de centro D e raio $\overline{DM}$.

(b) Justifica que a reta AB é tangente à circunferência no ponto M.

23.6 Determina a área da coroa circular definida pelas circunferências C_1 e C_2.

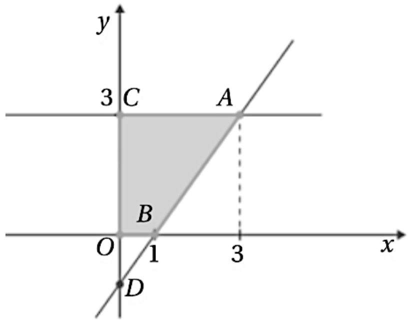
24. Na figura seguinte estão representados em referencial ortonormado xOy:



- a bissetriz dos quadrantes ímpares;
- a reta horizontal que passa pelo ponto $(0,5)$.

Define por uma condição o conjunto de pontos assinalado a sombreado.

25. Na figura seguinte estão representados num referencial ortonormado xOy:



- a reta AB e a reta AC, sendo $A(3,3), B(1,0)$ e $C(0,3)$.
- o ponto de interseção da reta AB com o eixo Oy, ponto D.

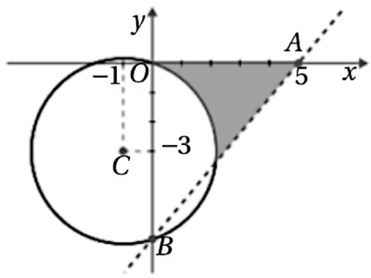
25.1 Define, por meio de uma condição, o conjunto de pontos assinalados a sombreado na figura.

25.2 Determina:

(a) a área do trapézio $[OBAC]$;

(b) a área do triângulo $[CDA]$.

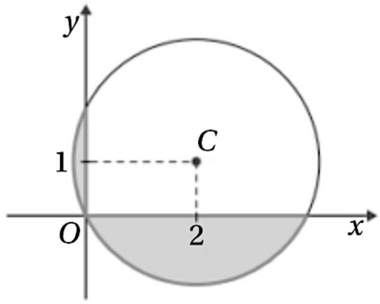
26. Na figura seguinte estão representadas em referencial ortonormado xOy:



- a circunferência de centro $C(-1,-3)$ e que passa pelo ponto $O(0,0)$;
- a reta AB, sendo $A(5,0)$ e B o ponto de interseção da circunferência com o eixo Oy.

Define por meio de uma condição o conjunto de pontos assinalados a sombreado na figura.

27. Na figura está representada, em referencial ortonormado xOy, uma circunferência de centro no ponto $C(2,1)$ e que passa pela origem do referencial. Qual das condições seguintes define o conjunto de pontos a sombreado, incluindo a fronteira?



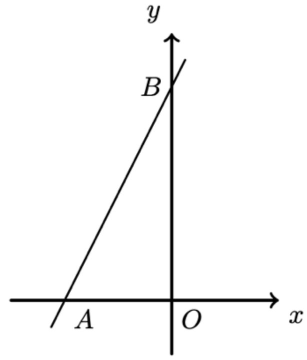
(A) $(x-2)^2+(y-1)^2 \leq 5 \wedge y \leq 0 \wedge x \leq 0$

(B) $[(x-2)^2+(y-1)^2 \leq 5 \wedge y \leq 0] \vee [(x-2)^2+(y-1)^2 \leq 5 \wedge x < 0]$

(C) $(x-2)^2+(y-1)^2 \leq 5 \wedge x \leq 0 \vee y \leq 0$

(D) $(x-2)^2+(y-1)^2 \leq 5 \wedge (x \leq 0 \vee y \leq 0)$

28. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, a reta AB.



Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox e o ponto B pertence ao semieixo positivo Oy;
- a reta AB tem equação $y = 2x + 4$.

Seja M o ponto médio do segmento de reta $[AB]$.

Quais são as coordenadas do ponto M?

(A) $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ **(B)** $(-1,2)$ **(C)** $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ **(D)** $(-2,4)$

29. Considera a condição $(x+1)^2+(y-1)^2 \leq 2 \wedge x \geq 0$.

Em qual das opções seguintes está representado, em referencial o.n. xOy, o conjunto de pontos definido por esta condição?