



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: H

Duração do Teste de Avaliação: 90 minutos | outubro de 2022

Versão 1

Nome _____ Nº. _____

Instruções gerais

- Não é permitido o uso de corretor
- É permitido o uso de calculadora
- Para responderes aos itens de escolha múltipla, assinala de forma inequívoca, a opção escolhida, escrevendo a letra correspondente **Não apresentes cálculos nem justificações** neste tipo de itens

1. (10 pontos) Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{-2x-6}{(x+3)^2}$?

(A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) -2

2. (15 pontos) Seja f , a função real, de variável real, definida por $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + 2x + 1}$

Simplifica a função f , e indica o respetivo domínio de validade da simplificação

3. Considera a função f , real de variável real, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

Na figura 1, está representado, em referencial *o.n.* xOy , parte do gráfico da função f . No intervalo $]2; 4[$ a função é constante

- 3.1. (20 pontos) Indica, justificando, e caso exista, cada um dos seguintes limites:

3.1.1. $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

3.1.2. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

- 3.2. (10 pontos) Seja (a_n) , a sucessão definida por $a_n = -2 - \frac{2}{n+2}$

Em qual das opções está o valor de $\lim f(a_n)$?

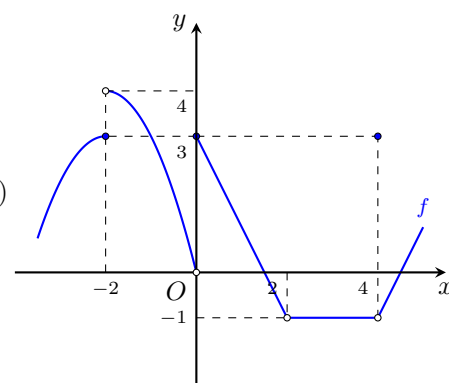


Figura 1

(A) 3 (B) 4 (C) -1 (D) -2

4. (10 pontos) Seja f , a função real, de variável real, definida por, $f(x) = x^2 - 2x$
Seja g , a função real, de variável real, definida por, $g(x) = \sqrt{f(x)}$
Em qual das opções está o domínio da função g ?

(A) $] -\infty; 0] \cup [2; +\infty[$
(B) $] -\infty; 0[\cup]2; +\infty[$
(C) $]0; 2[$
(D) $[0; 2]$

5. Considera as funções, f e g , reais, de variável real, definidas por $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 4x}$ e $g(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{4x + 5} - 3}$, respetivamente
- 5.1. (15 pontos) Recorrendo à definição de limite segundo Heine, determina $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- 5.2. (20 pontos) Resolve, em \mathbb{R} , e analiticamente, a condição $f(x) \leq \frac{1}{x}$
Apresenta o conjunto solução sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais
- 5.3. (20 pontos) Determina o domínio da função g
6. Na figura 2, estão representados partes dos gráficos de duas funções f e g , reais, de variável real, de domínio \mathbb{R}

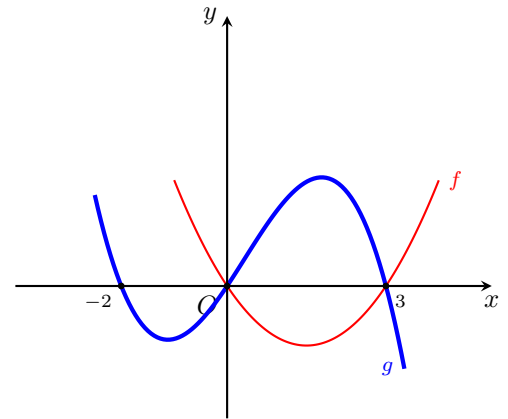


Figura 2

Sabe-se que:

- a função g é uma função polinomial de grau três
- a função f é uma função quadrática
- 0 e 3 são os zeros de f
- -2 , 0 e 3 são os zeros de g

- 6.1. (10 pontos) Seja h , a função definida por $h(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{g(x)}}$

Determina o domínio da função h

- 6.2. (20 pontos) Resolve a condição $\frac{g(x)}{f(x)} \leq 0$

Apresenta o conjunto solução sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais

7. (10 pontos) Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{x^3 - 1} \times (2x^2 + 3x - 5) \right]$?

- (A) $\frac{7}{4}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{7}{2}$ (D) $\frac{7}{5}$

8. (20 pontos) Seja f , a função real, de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - 6x - 9}{x^2 - 7x + 12} & \text{se } x < 3 \\ -2k + 3 & \text{se } x = 3 \\ \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x - 3} & \text{se } x > 3 \end{cases}$,

com $k \in \mathbb{R}$

Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = 3$

9. (20 pontos) Determina $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5} + 3x}{x + 2}$