Proposta de Resolução da Ficha de Trabalho 1

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

1. .

1.1.
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : 2x - 4 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 2\} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Cálculos auxiliares

$$2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{2} \Leftrightarrow x = 2$$

1.2.
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \land x \neq -2\} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 0\}$$

Cálculos auxiliares

$$x^{2} + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x = -2$$
1.3. $D_{f} = \{x \in \mathbb{R} : x^{2} - 1 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -1 \land x \neq 1\} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Cálculos auxiliares

$$x^{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow x^{2} = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Leftrightarrow x = -1 \lor x = 1$$
1.4. $D_{f} = \{x \in \mathbb{R} : x^{2} + x - 2 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2 \land x \neq 1\} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$

Cálculos auxiliares

$$x^{2} + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^{2} - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 + 3}{2} \Leftrightarrow x = -2 \lor x = 1$$

1.5.
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 4x + 4 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2\} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Cálculos auxiliares

$$x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2=0 \Leftrightarrow x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$$
 1.6. $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}:x^2+1\neq 0\right\}=\mathbb{R}$

Cálculos auxiliares

$$x^2+1=0\Leftrightarrow x^2=-1\mapsto$$
 equação impossível em $\mathbb R$ 1.7. $D_f=\left\{x\in\mathbb R:x^2+x+1\neq 0\right\}=\mathbb R$

Cálculos auxiliares

$$x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{-8}}{2} \mapsto \text{equação impossível em } \mathbb{R}$$
1.8.
$$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} : 2x^2 - x - 3 \neq 0 \right\} = \left\{ x \in \mathbb{R} : x \neq -1 \land x \neq \frac{3}{2} \right\} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -1; \frac{3}{2} \right\}$$

Cálculos auxiliares

$$2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 5}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1 - 5}{4} \lor x = \frac{1 + 5}{4} \Leftrightarrow x = -1 \lor x = \frac{3}{2}$$

2. $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x^3 + 2x^2 - 5x - 6 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -3 \land x \neq -1 \land x \neq 2\} = \mathbb{R} \setminus \{-3; -1; 2\}$

Cálculos auxiliares

Se, $2 \notin D_f$, então, 2 é zero do denominador

Assim,

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2) \times Q(x)$$

Determinemos Q(x), recorrendo, por exemplo, à regra de Ruffini

Logo,
$$Q(x) = x^2 + 4x + 3$$

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x - 2) \times (x^2 + 4x + 3)$$

$$x^{3} + 2x^{2} - 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 2) \times (x^{2} + 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \lor x^{2} + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -3 \vee x = -1$$

3.
$$D_g = \{x \in \mathbb{R} : -2x^3 - 2x^2 + 8x + 8 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2 \land x \neq -1 \land x \neq 2\} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 2\}$$

Cálculos auxiliares

Se, $-1 \notin D_g$, então, -1 é zero do denominador

Assim,

$$-2x^3 - 2x^2 + 8x + 8 = (x+1) \times Q(x)$$

Determinemos Q(x), recorrendo, por exemplo, à regra de Ruffini

Logo,
$$Q(x) = -2x^2 + 8$$

$$-2x^3 - 2x^2 + 8x + 8 = (x+1) \times (-2x^2 + 8)$$

$$-2x^3 - 2x^2 + 8x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x+1) \times (-2x^2 + 8) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \vee -2x^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \lor x = -2 \lor x = 2$$

- 4. .
 - 4.1. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação f(x)=0

Assim,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x+4}{x+1} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2x+4 = 0 \land x+1 \neq 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 2x = -4 \land x \neq -1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4}{2} \land x \neq -1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -2 \land x \neq -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

Resposta: -2 é o zero da função f

4.2. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação f(x) = 0

Assim,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-2x - 3}{x^2 + x} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x - 3 = 0 \land x^2 + x \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x = 3 \land x \neq -1 \land x \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{-2} \land x \neq -1 \land x \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \land x \neq -1 \land x \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \land x \neq -1 \land x \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \land x \neq -1 \land x \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \land x \neq -1 \land x \neq 0 \Leftrightarrow$$

Resposta: $-\frac{3}{2}$ é o zero da função f

4.3. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação f(x) = 0

Assim,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 4x}{x^2 - 4} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 4x = 0 \land x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x(-x+2) = 0 \land x \neq -2 \land x \neq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2x = 0 \lor -x + 2 = 0) \land x \neq -2 \land x \neq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \lor x = 2) \land x \neq -2 \land x \neq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = 0 \lor x = 2) \land x \neq -2 \land x \neq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

Resposta: 0 é o zero da função f

4.4. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação f(x)=0

Assim,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \land x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} \land x \neq -2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = -3 \lor x = -2) \land x \neq -2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Resposta: -3 é o zero da função f

4.5. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação f(x) = 0

Assim,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2}{x^2 - 9} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 = 0 \land x^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = -2 \land x \neq -3 \land x \neq 3 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \lor x = 3$$

 \Leftrightarrow Equação impossível em $\mathbb{R} \land x \neq -3 \land x \neq 3$

Resposta: A função f não tem zeros reais

4.6. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação f(x)=0

Assim,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-1) - (x+2)}{(x+2)(x-1)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 2}{(x+2)(x-1)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \land (x+2)(x-1) \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \land x \neq -2 \land x \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} \land x \neq -2 \land x \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \land x \neq -2 \land x \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \land x \neq -2 \land x \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = \frac{2 - 2\sqrt{3}}{2} \lor x = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2}) \land x \neq -2 \land x \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = 1 - \sqrt{3} \lor x = 1 + \sqrt{3}) \land x \neq -2 \land x \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{3} \lor x = 1 + \sqrt{3}$$

Resposta: $1 - \sqrt{3}$ e $1 + \sqrt{3}$ são os zeros da função f

5. Comecemos por fatorizar o numerador da fração

$$x^3 + 5x^2 - x - 5 = (x + 5) \times Q(x)$$
, visto que 5 é zero de $x^3 + 5x^2 - x - 5$

Determinemos Q(x), recorrendo, por exemplo, à regra de Ruffini

O quociente é $Q(x) = x^2 - 1$

Logo,
$$x^3 + 5x^2 - x - 5 = (x+5) \times (x^2 - 1)$$

Assim,

Determinar os zeros de g consiste em determinar as soluções da equação g(x)=0

Assim,

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^3 + 5x^2 - x - 5}{x^2 + 10x + 25} = 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 5x^2 - x - 5 = 0 \land x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x^3 + 10x + 10x$$

$$\Leftrightarrow (x+5) \times (x^2-1) = 0 \land (x+5)^2 \neq 0 \Leftrightarrow (x+5) = 0 \lor x^2 - 1 = 0) \land x \neq -5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = -5 \lor x^2 = 1) \land x + 5 \neq 0 \Leftrightarrow (x = -5 \lor x = \pm \sqrt{1}) \land x \neq -5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x = -5 \lor x = -1 \lor x = 1) \land x \neq -5 \Leftrightarrow x = -1 \lor x = 1$$

Resposta: -1 e 1, são os zeros da função g

Cálculos auxiliares:

$$x^{2} + 10x + 25 = 0 \Leftrightarrow (x+5)^{2} = 0 \Leftrightarrow x+5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$$

Logo,
$$x^2 + 10x + 25 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -5$$

6. .

6.1. O domínio da função
$$f$$
 é $D_f = \{x \in \mathbb{R}: -x+1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

 \rightarrow Numerador

Zeros:
$$x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$$

Sinal:

$$x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$$

$$x + 5 < 0 \Leftrightarrow x < -5$$

 \rightarrow Denominador

Zeros:
$$x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$$

Sinal:

$$-x+1>0 \Leftrightarrow -x>-1 \Leftrightarrow x<1$$

$$-x+1 < 0 \Leftrightarrow -x < -1 \Leftrightarrow x > 1$$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-5		1	$+\infty$
x+5	_	0	+	+	+
-x+1	+	+	+	0	_
$\frac{x+5}{-x+1}$	_	0	+	s.s.	_

Concluindo:

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-5;1[$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -5[\cup]1; +\infty[$$

6.2. O domínio da função f é $D_f = \left\{x \in \mathbb{R}: x^2 - x \neq 0\right\} = \mathbb{R} \setminus \{0;1\}$

Cálculo auxiliar:

$$x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x = 1$$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

\rightarrow Numerador

Zeros:
$$-2x - 2 = 0 \Leftrightarrow -2x = 2 \Leftrightarrow x = -1$$

Sinal:

$$-2x - 2 > 0 \Leftrightarrow -2x > 2 \Leftrightarrow x < -1$$

$$-2x-2 < 0 \Leftrightarrow -2x < 2 \Leftrightarrow x > -1$$

\twoheadrightarrow Denominador

Zeros:
$$x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x = 1$$

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola

Assim,

$$x^2-x>0 \Leftrightarrow x<0 \lor x>1$$

$$x^2 - x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
-2x - 2	+	0	_	_	_	_	_
x^2-x	+	+	+	0	_	0	+
$\frac{-2x-2}{x^2-x}$	+	0	_	s.s	+	s.s.	_



Concluindo:

$$\begin{array}{l} f(x)>0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -1[\cup]0; 1[\\ f(x)<0 \Leftrightarrow x \in]-1; 0[\cup]1; +\infty[\end{array}$$

6.3. O domínio da função
$$f$$
 é $D_f = \{x \in \mathbb{R}: -x+3 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

\rightarrow Numerador

Zeros:
$$-x^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \lor x = 3$$

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola

Assim,

$$-x^2 + 9 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 3$$
$$-x^2 + 9 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \lor x > 3$$

--- Denominador

Zeros:
$$-x + 3 = 0 \Leftrightarrow -x = -3 \Leftrightarrow x = 3$$

Sinal:

$$-x + 3 > 0 \Leftrightarrow -x > -3 \Leftrightarrow x < 3$$

 $-x + 3 < 0 \Leftrightarrow -x < -3 \Leftrightarrow x > 3$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-3		3	$+\infty$
$-x^2 + 9$	_	0	+	0	_
-x+3	+	+	+	0	_
$\frac{-x^2+9}{-x+3}$	_	0	+	s.s.	+

Concluindo:

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-3;3[\cup]3;+\infty[$$

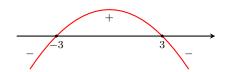
$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -3[$$

6.4. O domínio da função f é $D_f = \{x \in \mathbb{R} : 2-x \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

\rightarrow Numerador

Zeros:
$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = 2 \lor x = 3$$



Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola

Assim,

$$x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow x < 2 \lor x > 3$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$$



Zeros:
$$2 - x = 0 \Leftrightarrow -x = -2 \Leftrightarrow x = 2$$

Sinal:

$$2-x>0 \Leftrightarrow -x>-2 \Leftrightarrow x<2$$

$$2-x < 0 \Leftrightarrow -x < -2 \Leftrightarrow x > 2$$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	2		3	$+\infty$
$x^2 - 5x + 6$	+	0	_	0	+
2-x	+	0	_	_	_
$\frac{x^2 - 5x + 6}{2 - x}$	+	s.s	+	0	_

Concluindo:

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; 2[\cup]2; 3[$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]3; +\infty[$$

6.5. O domínio da função f é $D_f=\left\{x\in\mathbb{R}:x^2-4\neq 0\right\}=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$

Cálculos auxiliares

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

\twoheadrightarrow Numerador

Zeros:
$$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$$

Não existem zeros reais

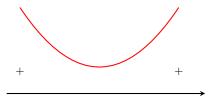
Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola

Assim,

$$x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$





→ Denominador

Zeros:
$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2$$

Sinal:

$$x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow x < -2 \lor x > 2$$

$$x^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$



Tabela de sinais

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
$x^2 + 1$	+	+	+	+	+
$x^2 - 4$	+	0	_	0	+
$\frac{x^2+1}{x^2-4}$	+	s.s.		s.s.	+

Concluindo:

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -2[\cup]2; +\infty[$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-2;2[$$

6.6. O domínio da função
$$f$$
 é $D_f = \{x \in \mathbb{R} : (-x+3)^2 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Cálculos auxiliares

$$(-x+3)^2 = 0 \Leftrightarrow -x+3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

\rightarrow Numerador

Zeros:
$$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1 \lor x = 1$$

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola

Assim,

$$x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow x < -1 \lor x > 1$$

$$x^2 - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$$

+ + +

\rightarrow Denominador

Zeros:
$$(-x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow -x+3 = 0 \Leftrightarrow x=3$$

Sinal:

$$(-x+3)^2 > 0, \forall x \neq 3$$

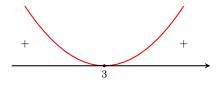


Tabela de sinais

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$x^2 - 1$	+	0	_	0	+	+	+
$(-x+3)^2$	+	+	+	+	+	0	+
$\frac{x^2-1}{(-x+3)^2}$	+	0	_	0	+	s.s.	+

Concluindo:

$$f(x)>0 \Leftrightarrow x\in]-\infty;-1[\cup]1;3[\cup]3;+\infty[$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-1;1[$$