Propostas de Resolução

Propostas de Resolução

Números e Operações

Números

Rever + Praticar – páginas 6 a 15

1. Por exemplo, 37,7635.

2. Por exemplo, $a = 2$ e $b = 3$. Os números 2 e 3 são números naturais e $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ é um número racional.

3.

3.1. $\frac{9}{21}$ pode ser representada por uma dízima infinita periódica, pois $21 = 7 \times 3$ tem pelo menos um fator primo diferente de 2 e de 5. Repara que

$\frac{9}{21} = 0{,}428571428571 = 0{,}428571(418571)$.

3.2. $\frac{7}{50}$ é equivalente a uma fração decimal, pois $50 = 2 \times 5 \times 5$ não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5. Repara que $\frac{7}{50} = \frac{7 \times 2}{50 \times 2} = \frac{14}{100}$. Como toda a fração decimal é representada por uma dízima finita, temos que $\frac{7}{50}$ corresponde a uma dízima finita.

3.3. $30 = 2 \times 3 \times 5$ e $6 = 2 \times 3$, logo $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.

Como o denominador da fração irredutível não admite divisores primos diferentes de 2 e de 5, a fração pode ser representada por uma dízima finita.

3.4. $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ e $21 = 7 \times 3$, logo

$\frac{21}{140} = \frac{7 \times 3}{2 \times 2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{2 \times 2 \times 5}$. Como o denominador não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5, a fração pode ser representada por uma dízima finita.

4.

4.1. $10 \times 4{,}7 = 47$, logo $4{,}7 = \frac{47}{10}$.

4.2. $1{,}05 \times 100 = 105$, logo $1{,}05 = \frac{105}{100}$.

Como $105 = 3 \times 5 \times 7$ e $100 = 2^2 \times 5^2$, então

$\frac{105}{100} = \frac{3 \times 5 \times 7}{2^2 \times 5^2} = \frac{3 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$.

4.3. $3{,}(2) \times 10 = 32{,}(2)$

Como $32{,}(32) - 3{,}(2) = 29$, então $3{,}(2) = \frac{29}{9}$.

4.4. $2{,}(32) \times 100 = 232{,}(32)$

Como $232{,}(32) - 2{,}(32) = 230$, então $2{,}(32) = \frac{230}{99}$.

5. A área do quadrado $[ABCD]$ é 49 cm^2.

O lado mede $\sqrt{49}$ cm = 7 cm.

$\overline{AE} = \overline{BF} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{7}{2} = 3{,}5$ cm.

Assim:

$A_{[AEF]} = \frac{\overline{AE} \times \overline{BF}}{2} = \frac{3{,}5 \times 3{,}5}{2} = 6{,}125$ cm^2

6. Como a área da janela é 2 m e a janela tem a forma de um quadrado, conclui-se que a medida do lado é $\sqrt{2}$ metros. Logo, para vedar por completo essa janela, serão necessários $4\sqrt{2}$ metros, ou seja, aproximadamente 5,66 metros. Como a loja apenas disponibiliza para venda um número inteiro de metros, será necessário comprar 6 metros de fita. Sabendo que o preço da fita é 5 € o metro, $6 \times 5 = 30$.
O Sr. Manuel gastará 30 €.

7.

7.1. Por exemplo, $\sqrt{3}$.

7.2. 0

7.3. Por exemplo, $-\sqrt{5}$.

7.4. Por exemplo, $\frac{1}{2}$.

7.5. Por exemplo, 4.

7.6. Por exemplo, $\sqrt{11}$.

8.

8.1. $4 \in \mathbb{Z}$

8.2. $\sqrt{4} \in \mathbb{Z}$

8.3. $-\sqrt{12} \notin \mathbb{R}^+$

8.4. $3{,}(62) \notin \mathbb{Z}$

8.5. $-7 \in \mathbb{R}$

8.6. $-\sqrt{11} \notin \mathbb{Q}$

8.7. $0 \in \mathbb{R}$

8.8. $\sqrt{25} \in \mathbb{Z}$

9. Se a área do quadrado é 10 cm^2, então a medida do lado será $\sqrt{10}$ cm. Assim, o perímetro do quadrado é $P = 4 \times \sqrt{10} = 4\sqrt{10}$ cm.

10. $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right) \times \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right) \underset{(a-b)(a+b) = a^2 - b^2}{=} \left(\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 =$

$= 2 - 3 = -1$, que é um número inteiro.

11.

11.1. $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} =$
$= 2\sqrt{3}$

11.2. $\left(\sqrt{2}\right)^2 + 3 - \left(\sqrt{10}\right)^2 = 2 + 3 - 10 =$
$= 5 - 10 =$
$= -5$

11.3. $-3\pi + 5\pi + 8\pi - \pi = 2\pi + 7\pi =$

$= 9\pi$

11.4. $(\sqrt{5} - 1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times (-1) + (-1)^2 =$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= 5 - 2\sqrt{5} + 1$

$= 6 - 2\sqrt{5}$

12. Como 7 é um valor aproximado da largura do retângulo a menos de 0,3, então:

$$7 - 0{,}3 < \ell < 7 + 0{,}3$$

ou seja:

$$6{,}7 < \ell < 7{,}3$$

Como 6 é um valor aproximado do comprimento do retângulo a menos de 0,1, então:

$$6 - 0{,}1 < c < 6 + 0{,}1$$

ou seja:

$$5{,}9 < c < 6{,}1$$

Assim:

$$5{,}9 \times 6{,}7 < c \times \ell < 6{,}1 \times 7{,}3$$

ou seja:

$$39{,}53 < c \times \ell < 44{,}53$$

Se r for o erro máximo que se comete, temos:

$r = |c \times \ell - 6 \times 7| = |c \times \ell - 42|$

Como $39{,}53 < c \times \ell < 44{,}53$, temos que:

$$39{,}53 - 42 < c \times \ell - 42 < 44{,}53 - 42$$

$$-2{,}47 < c \times \ell - 42 < 2{,}53$$

Como $|-2{,}47| < |2{,}53|$, conclui-se que $r < 2{,}53$, ou seja, quando se toma 42 como valor aproximado para a área do retângulo, o erro cometido não excede 2,53.

13. Sabe-se que $0{,}1 = \frac{1}{10}$. Temos, então, que enquadrar $17 \times 10^2 = 1700$ entre dois quadrados perfeitos consecutivos:

$1681 < 17 \times 10^2 < 1764 \Leftrightarrow 41^2 < 17 \times 10^2 < 42^2$

$\Leftrightarrow \frac{41^2}{10^2} < 17 < \frac{42^2}{10^2}$

$\Leftrightarrow \left(\frac{41}{10}\right)^2 < 17 < \left(\frac{42}{10}\right)^2$

$\Leftrightarrow 4{,}1 < \sqrt{17} < 4{,}2$

14. Como o quadrado tem a mesma área do hexágono, a área é 5 m². Assim, o que se pretende é determinar dois valores aproximados da medida do lado de um quadrado cuja área é 5 m², ou seja, dois valores aproximados, um por defeito e um por excesso, com erro inferior a 1 dm de $\sqrt{5}$.

Sabe-se que $2^2 < 5 < 3^2$. Multiplicando as desigualdades por 10^2, vem que $20^2 < 5 \times 10^2 < 30^2$.

Como $25^2 = (625{,}22)^2 = 484$ e $23^2 = 529$, conclui-se que:

$22^2 < 5 \times 10^2 < 23^2 \Leftrightarrow \left(\frac{22}{10}\right)^2 < 5 < \left(\frac{23}{10}\right)^2$

$\Leftrightarrow 2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}3$

Assim, 2,2 m e 2,3 m são aproximações, respetivamente por defeito e por excesso, da medida do lado do quadrado.

15.

15.1. $2^3 \times 2^4 : 2^{-7} = 2^7 : 2^{-7} = 2^{7-(-7)} = 2^{14} = 16\,384$

15.2. $[(-1)^{222}]^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 1^{-1} \times 2^3 = 1 \times 2^3 = 2^3 = 8$

15.3. $(-18)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(18 : \frac{1}{2}\right)^2 = (18 \times 2)^2 = 36^2 =$

$= 1296$

15.4. $\frac{[(8^2)^3 : 2^6]^2 \times 4^{-4}}{(4^2)^4} = \frac{(8^6 : 2^6)^2 \times 4^{-4}}{4^8} =$

$= \frac{(4^6)^2 \times 4^{-4}}{4^8} = \frac{4^{12} \times 4^{-4}}{4^8} = \frac{4^8}{4^8} = 4^0 = 1$

16.

16.1. $\frac{1}{2} = 2^{\mathbf{-1}}$

16.2. $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-2} = \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \mathbf{\frac{49}{4}}$

16.3. $\left(\frac{1}{5}\right)^{\mathbf{-2}} = 5^2 = 25$

16.4. $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{\mathbf{5}}$

17. Como $\pi \approx 3{,}14$, $\frac{\pi}{7} \approx 0{,}45$, $\frac{\pi}{3} \approx 1{,}05$ e $\pi^2 \approx 9{,}87$, o único número que não está escrito em notação científica é o $\frac{\pi}{7} \times 10^7$, pois $\frac{\pi}{7} < 1$.

A opção correta é a [B].

18. $4{,}78 \times 10^{12} \times 1000 = 4{,}78 \times 10^{12} \times 10^3 =$

$= 4{,}78 \times 10^{15}$

19.

19.1. $3{,}17 \times 10^2 < 3{,}17 \times 10^4$, pois $10^2 < 10^4$.

19.2. $9{,}8 \times 10^{-4} > 9{,}81 \times 10^{-5}$, pois $10^4 > 10^{-5}$.

19.3. $7{,}4108 \times 10^5 > 7{,}41 \times 10^5$, pois $7{,}4108 > 7{,}41$.

20.

20.1. $(4 \times 10^{30}) : (2 \times 10^{10}) =$

$= (4 : 2) \times (10^{30} : 10^{10}) =$

$= 2 \times 10^{20}$

Propostas de Resolução

20.2. $(73 \times 10^3) - (4,6 \times 10^4) =$
$= (7,3 \times 10^4) - (4,6 \times 10^4) =$
$= (7,3 - 4,6) \times 10^4 =$
$= 2,7 \times 10^4$

20.3. $(3 \times 10^9) + (2 \times 10^9) =$
$= (3 + 2) \times 10^9 =$
$= 5 \times 10^9$

20.4. $(3 \times 10^9) \times (2 \times 10^4) =$
$= (3 \times 2) \times (10^9 \times 10^4) =$
$= 6 \times 10^{13}$

Praticar + – páginas 16 a 28

1. $-2 - \left(-\underset{(\times 3)}{\frac{3}{4}} - \underset{(\times 4)}{\frac{4}{3}}\right) = -2 - \left(-\frac{9}{12} - \frac{16}{12}\right) =$
$= -2 - \left(-\frac{25}{12}\right) =$
$= -\underset{(\times 12)}{\frac{2}{1}} + \frac{25}{12} =$
$= -\frac{24}{12} + \frac{25}{12} =$
$= \frac{1}{12}$

O simétrico de $\frac{1}{12}$ é $-\frac{1}{12}$.

2. Se as páginas escritas no outono passado correspondem a $\frac{3}{5}$ do número total de páginas, as páginas escritas há 42 anos correspondem a $\frac{2}{5}$ do número total de páginas, pois $1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.
Como 92 páginas correspondem a $\frac{2}{5}$ do número total de páginas, então $92 : \frac{2}{5} = 92 \times \frac{5}{2} = 230$.
O novo romance da Paula tem 230 páginas.

3. $A \curvearrowright \frac{3}{5}$

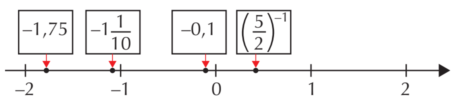
4. A medida do lado de cada um dos quadrados mais pequenos é $\ell = \sqrt{16} = 4$ cm.
Assim, o lado do quadrado maior mede 24 cm ($6 \times 4 = 24$).
Logo, o perímetro do tabuleiro é $P = 24 \times 4 = 96$ cm.

5. [A] $2000 \times 0,1 = 200$ e $200 < 2000$
[B] $2 \times 1000 = 2000$
[C] $2000 : 0,01 = 200\,000$ e $200\,000 > 2000$
[D] $2 : 0,001 = 2000$
Logo, a opção correta é a [C].

6. $2^5 \times 4 \times \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{16} = 2^5 \times 2^2 \times 2^{-3} \times \frac{1}{2^4} =$
$= 2^7 \times 2^{-3} \times 2^{-4} =$
$= 2^7 \times 2^{-7} =$
$= 2^0$

7. A área de um triângulo é igual a $\frac{b \times h}{2}$. No triângulo [*ABC*], $b = \frac{7}{3}$ e $h = a$, logo:
$A_{[ABC]} = \frac{\frac{7}{3} \times a}{2} = 16 \Leftrightarrow \frac{7}{3}a = 32$
$\Leftrightarrow 7a = 96$
$\Leftrightarrow a = \frac{96}{7}$

8. Escrevendo todos os números sob a forma decimal, obtemos:
$-1,75$; $\left(\frac{5}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{5} = 0,4$;
$-0,1$; $-1\frac{1}{10} = -\frac{11}{10} = -1,1$ ou seja,
$-1,75 < -1\frac{1}{10} < -0,1 < \left(\frac{5}{2}\right)^{-1}$
Agora, basta marcar cada número na reta, da esquerda para a direita:



9.

9.1. $2^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^2 \times 2^3 =$
$= 2^5 =$
$= 32$

9.2. $(2^3)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 2^6 \times 1 + 3 =$
$= 64 + 3 =$
$= 67$

9.3. $3^3 \times (-3)^{-2} - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 3^3 \times 3^{-2} - \frac{1}{9} =$
$= \underset{(\times 9)}{\frac{3}{1}} - \frac{1}{9} =$
$= \frac{27}{9} - \frac{1}{9} =$
$= \frac{26}{9}$

9.4. $-(\sqrt{100})^{-1} \times (-10)^2 + \frac{(-2)^0}{5} =$
$= -10^{-1} \times 10^2 + \frac{1}{5} =$
$= -\underset{(\times 5)}{\frac{10}{1}} + \frac{1}{5} =$
$= -\frac{50}{5} + \frac{1}{5} =$
$= -\frac{49}{5}$

9.5. $(2^2)^3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^{-6} : \left(\frac{1}{12}\right)^{-8} = 2^6 \times 6^6 : 12^8 =$
$= 12^6 : 12^8 =$
$= 12^{-2} =$
$= \left(\frac{1}{12}\right)^2 =$
$= \frac{1}{144}$

9.6. $9 \times 81^3 : (3^2)^8 \times (\sqrt{9})^2 + \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{11}\right]^0 =$
$= 3^2 \times (3^4)^3 : 3^{16} \times 3^2 + 1 =$
$= 3^2 \times 3^{12} : 3^{16} \times 3^2 + 1 =$
$= 3^{14} : 3^{16} \times 3^2 + 1 =$
$= 3^{-2} \times 3^2 + 1 =$
$= 3^0 + 1 =$
$= 1 + 1 =$
$= 2$

10. $\frac{1}{125} = \frac{1}{5^3} = 5^{-3}$

11. A opção correta é a [B], porque $2{,}3 \times 10^{-2}$ é igual ao produto de um número superior a 1 e inferior a 10 (2,3) por uma potência de base 10 (10^{-2}).

12. Escrevendo os números de cada uma das opções em notação científica, temos:
[A] $3{,}22 \times 10^5$
[B] $6{,}46 \times 10^4$
[C] $6120 \times 10^{-2} = 6{,}12 \times 10^3 \times 10^{-2} = 6{,}12 \times 10$
[D] $0{,}12 \times 10^8 = 1{,}2 \times 10^{-1} \times 10^8 = 1{,}2 \times 10^7$
Entre números escritos em notação científica, é maior aquele cuja potência de base 10 tem maior expoente. Logo, a opção correta é a [D].

13. Decompondo em fatores primos os números 33 e 75, temos:

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$33 = 3 \times 11$ $\qquad$ $75 = 3 \times 5^2$

Logo, $\frac{33}{75} = \frac{3 \times 11}{3 \times 5^2} = \frac{11}{25}$.
Como a decomposição em fatores primos do denominador da fração própria, 25, não tem fatores diferentes de 2 e de 5, $\frac{11}{25}$ representa uma dízima finita.

Decompondo em fatores primos os números 26 e 84, temos:

$$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$26 = 2 \times 13$ $\qquad$ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

Logo, $\frac{26}{84} = \frac{2 \times 13}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{13}{42}$.
Como o denominador, 42, tem fatores diferentes de 2 e de 5, $\frac{13}{42}$ representa uma dízima infinita. Logo, $\frac{33}{75}$ admite uma representação na forma de dízima finita.

14. 3,(72)
Seja $r = 3{,}727272\ldots$ Então, $100 \times r = 372{,}7272\ldots$
$100 \times r = 99 \times r$, ou seja, $372{,}(72) - 3{,}(72) = 369$
$99 \times r = 369 \Leftrightarrow r = \frac{369}{99}$
$3{,}(72) = \frac{369}{99} = \frac{41}{11}$

15.
15.1. $(\sqrt{3} - 1)^2 - (3\sqrt{3} + 5) =$
$= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2 - 3\sqrt{3} - 5 =$
$= 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3} - 5 =$
$= 3 + 1 - 5 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} =$
$= -1 - 5\sqrt{3}$
15.2. $2\sqrt{5} - (-3 + \sqrt{5}) - (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) =$
$= 2\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} - ((\sqrt{2})^2 - 1^2) =$
$= 2\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} - (2 - 1) =$
$= 2\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} - 1 =$
$= 3 - 1 + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} =$
$= 2 + \sqrt{5}$

16. Por exemplo, $0{,}254 = \frac{254}{1000} = \frac{127}{500}$ e
$0{,}25(3) = \frac{253 - 25}{900} = \frac{228}{900} = \frac{19}{75}$.

17.
17.1. $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$
$\sqrt{3}$ é um número irracional, logo não pertence a $\mathbb{Q}$.
17.2. $-\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z}$
$-\frac{3}{4}$ não é um número inteiro, logo não pertence a $\mathbb{Z}$.
17.3. $-2{,}(3) \in \mathbb{Q}$
$-2{,}(3)$ é uma dízima infinita periódica, logo é um número racional, ou seja, pertence a $\mathbb{Q}$.
17.4. $\sqrt{16} \in \mathbb{Z}$
$\sqrt{16} = 4$ é um número inteiro, logo pertence a $\mathbb{Z}$.

Propostas de Resolução

18.

18.1. $(-3)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(-3 \times \frac{2}{3}\right)^7 =$

$= (-2)^7$

18.2. $\left(-\frac{5}{7}\right)^8 : \left(-\frac{10}{3}\right)^8 = \left[-\frac{5}{7} : \left(-\frac{10}{3}\right)\right]^8 =$

$= \left(\frac{5}{7} \times \frac{3}{10}\right)^8 =$

$= \left(\frac{15}{70}\right)^8 =$

$= \left(\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{14}}\right)^8$

18.3. $\left(-\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\right)^3 : \left(-\frac{4}{9}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9}\right)^3 =$

$= \left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{4}\right)^3 =$

$= \left(\frac{18}{12}\right)^3 =$

$= \left(\frac{3}{2}\right)^3$

18.4. $\left[\left(\frac{7}{10}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{7}{10}\right)^{2 \times 5} = \left(\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}}\right)^{10}$

18.5. $\left[\left(-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{5}}\right)^{\mathbf{2}}\right]^9 = \left(-\frac{3}{5}\right)^{18}$

18.6. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{2}{5}\right)^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

$= \left[\frac{1}{5} \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right]^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{1}{5}\right)^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right)^2$

19. $3{,}78 \times 10^x = 37\ 800\ 000 \Leftrightarrow 10^x = \frac{37\ 800\ 000}{3{,}78}$

$\Leftrightarrow 10^x = 10\ 000\ 000$

$\Leftrightarrow 10^x = 10^7$

$\Leftrightarrow x = 7$

20.

20.1. $1 - \left(\underset{(\times 9)}{\frac{1}{2}} + \underset{(\times 2)}{\frac{4}{9}}\right) = 1 - \left(\frac{9}{18} + \frac{8}{18}\right) = 1 - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$

No 3.º dia o João pintou $\frac{1}{18}$ do muro.

20.2. a) $\frac{1}{2} \times 216 = 108$

$\frac{1}{2} \times 216$ representa a área do muro pintada no primeiro dia, ou seja, 108 m^2.

b) $\frac{4}{9} \times 216 = 96$ m^2

No segundo dia, o João pintou 96 m^2.

21. [A] $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$, $\sqrt{7}$ é um número irracional.

[B] $\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$, $2 \in \mathbb{Z}$ e $2 \in \mathbb{N}$

[C] $-\frac{27}{3} = -9 \in \mathbb{Q}$, $-9 \in \mathbb{Z}$ e $-9 \notin \mathbb{N}$

[D] $\frac{11}{2} = 5{,}5 \in \mathbb{Q}$, $\frac{11}{2} \notin \mathbb{Z}$ e $\frac{11}{2} \notin \mathbb{N}$

Logo a opção correta é a [D].

22.

22.1. $2\left(\sqrt{5} - 1\right)^2 + \left(\sqrt{3} - 1\right)\left(\sqrt{3} + 1\right) =$

$= 2\left(5 - 2\sqrt{5} + 1\right) + (3 - 1) =$

$= 10 - 4\sqrt{5} + 2 + 2 =$

$= 14 - 4\sqrt{5}$

22.2. $\left(2\sqrt{7}\right)^2 - 3\left(\sqrt{7} + 2\sqrt{3}\right) = 4 \times 7 - 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3} =$

$= 28 - 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3}$

22.3. $\left(\sqrt{5} - 2\sqrt{2}\right)^2 = 5 - 4\sqrt{10} + 4 \times 2 =$

$= 5 + 8 - 4\sqrt{10} =$

$= 13 - 4\sqrt{10}$

22.4. $\left(\sqrt{3} - 2\right)^2 - \left(5 - \sqrt{3}\right)^2 =$

$= 3 - 4\sqrt{3} + 4 - \left(25 - 10\sqrt{3} + 3\right) =$

$= 3 + 4 - 4\sqrt{3} - 25 + 10\sqrt{3} - 3 =$

$= 4 - 25 - 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} =$

$= -21 + 6\sqrt{3}$

23. [A] Verdadeira, porque $\sqrt{21}$ é um número irracional.

[B] Verdadeira.

[C] Verdadeira, porque $-\sqrt{36} = -6 \in \mathbb{Z}$.

[D] 7,1(43) é uma dízima infinita periódica, ou seja, é um número racional.

Logo, a afirmação falsa é a da opção [D].

24.

24.1. $(-1)^{101} = -1$, porque a base é negativa e o expoente é ímpar.

24.2. $(-1)^{500} = 1$, porque o expoente é par.

24.3. $(-1)^0 \times \underbrace{(-1)^{32}}_{=\,1,\ \text{porque o expoente é par.}} \times \overbrace{1^{43}}^{=\,1,\ \text{porque a base é positiva.}} = 1 \times 1 \times 1 = 1$

25.

25.1. $-\left(-\frac{2}{3} + 0{,}3\right) - \frac{1}{3} \times \left(-0{,}1 + \frac{2}{5}\right) =$

$= -\left(-\underset{(\times 10)}{\frac{2}{3}} + \underset{(\times 3)}{\frac{3}{10}}\right) - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{10} + \underset{(\times 2)}{\frac{2}{5}}\right) =$

$= -\left(-\frac{20}{30} + \frac{9}{30}\right) - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{10} + \frac{4}{10}\right) =$

$= \left(-\frac{11}{30}\right) - \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{10}\right) =$
$= \frac{11}{30} - \frac{3}{30} =$
$= \frac{8}{30} =$
$= \frac{4}{15}$

25.2. $2 \times \left(\frac{1}{3} - \underset{(\times 3)}{4}\right) + (-1)^{30} - \left(-\frac{1}{4} + 0{,}1\right) =$
$= 2 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{12}{3}\right) + 1 - \left(-\underset{(\times 5)}{\frac{1}{4}} + \underset{(\times 2)}{\frac{1}{10}}\right) =$
$= 2 \times \left(-\frac{11}{3}\right) + 1 - \left(-\frac{5}{20} + \frac{2}{20}\right) =$
$= -\frac{22}{3} + 1 - \left(-\frac{3}{20}\right) =$
$= -\underset{(\times 20)}{\frac{22}{3}} + \underset{(\times 60)}{1} + \underset{(\times 3)}{\frac{3}{20}} =$
$= -\frac{440}{60} + \frac{60}{60} + \frac{9}{60} =$
$= -\frac{371}{60}$

26. Como 0,350 kg custa 5,25 €, então $\frac{5{,}25}{0{,}350} = 15$
Cada quilograma de queijo custa 15 €.

27. Temos que $r = 0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.
Enquadrando o produto $5^2 \times 5 = 125$ por dois quadrados perfeitos consecutivos ($121 < 125 < 144$), obtemos:

$$121 < 125 < 144 \Leftrightarrow 11^2 < 5^2 \times 5 < 12^2$$
$$\Leftrightarrow \left(\frac{11}{5}\right)^2 < 5 < \left(\frac{12}{5}\right)^2$$
$$\Leftrightarrow \frac{11}{5} < \sqrt{5} < \frac{12}{5}$$
$$\Leftrightarrow 2{,}2 < \sqrt{5} < 2{,}4$$

28.
28.1. Falsa, porque $(-7)^2 = 49$ e $7^2 = 49$, logo $(-7)^2 = 7^2$.
28.2. Falsa, porque $(-13)^3 < (+13)^3$, uma vez que uma potência de base negativa e expoente ímpar é um número negativo e uma potência de base positiva é um número positivo.
28.3. Verdadeira, porque $(-11)^2$ e $(+11)^2$ são números positivos, uma vez que potências de expoente par são números positivos, logo $(-11)^2 > -(+11)^2$.
28.4. Verdadeira, porque $(-13)^2$ é um número positivo, uma vez que é uma potência de expoente par e $(-176)^{133}$ é um número negativo, uma vez que se trata de uma potência de expoente ímpar, logo $(-13)^2 > (-176)^{133}$.

29. [A] Falsa, pois, por exemplo, 16 é um quadrado perfeito e $\sqrt{16} = 4$ e 4 é um número par.
[B] Falsa, pois, por exemplo, 4 é um quadrado perfeito e $4^2 = 16$ e 16 é um número par.
[D] Falsa, pois, por exemplo, 4 é um quadrado perfeito, o dobro de 4 é 8 e $\sqrt{8} \neq 10$.
A opção correta é a [C].

30. $78 \times 10^3 - 35\,000 = 7{,}8 \times 10 \times 10^3 - 3{,}5 \times 10^4 =$
$= 7{,}8 \times 10^4 - 3{,}5 \times 10^4 =$
$= (7{,}8 - 3{,}5) \times 10^4 =$
$= 4{,}3 \times 10^4$

31. $\sqrt{81} - \sqrt{25} = 9 - 5 = 4$
Logo, a opção correta é a [A].

32. $3000 : \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 3000 : \frac{2}{5} = 7500$
O percurso total tem 7,5 km.

33.
33.1. $34\,000\,000\,000 = 3{,}4 \times 10^{10}$
33.2. $0{,}000\,089 = 8{,}9 \times 10^{-5}$
33.3. $416 \times 10^{-6} = 4{,}16 \times 10^2 \times 10^{-6} = 4{,}16 \times 10^{-4}$
33.4. $0{,}000\,34 \times 10^4 = 3{,}4 \times 10^{-4} \times 10^4 = 3{,}4 \times 10^0$

34. [A] Falsa, pois $(-7)^0 = 1$.
[B] Falsa, pois $[(-3)^2]^3 = (-3)^6 = 3^6$.
[C] Verdadeira, pois $[(-5)^2]^3 = (-5)^6 = 5^6$.
[D] Falsa, pois $\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{2} \times 4\right)^4 = 2^4$.
Logo, a opção correta é a [C].

35.
35.1. $(2^4 : 2^5)^2 \times 4^{-2} = (2^{-1})^2 \times (2^2)^{-2} =$
$= 2^{-2} \times 2^{-4} =$
$= 2^{-6} =$
$= \left(\frac{1}{2}\right)^6 =$
$= \frac{1}{64}$

35.2. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$
$= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$
$= \left(\frac{3}{2}\right)^6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$

Propostas de Resolução

$= \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right)^6 =$

$= 1^6 =$

$= 1$

35.3. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (-1)^{202} - (2^2)^{-1} = 3^2 + 1 - 2^{-2} =$

$= 9 + 1 - \frac{1}{4} =$

$= 10 - \frac{1}{4} =$

$= \frac{40}{4} - \frac{1}{4} =$

$= \frac{39}{4}$

35.4. $\left(3^{-3} \times \frac{1}{3^2}\right)^3 \times 3^{15} = (3^{-3} \times 3^{-2})^3 \times 3^{15} =$

$= (3^{-5})^3 \times 3^{15} =$

$= 3^{-15} \times 13^{15} =$

$= 3^0 =$

$= 1$

36. $\frac{3}{2} \neq \frac{1}{2}$, logo não é o ponto *B*.

Como $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$, o ponto de abcissa $\frac{3}{5}$ é o ponto *C*.

37. $\frac{3}{2} < 1{,}5001 < 1{,}501 < 1{,}5011 < 1{,}51$

38. A opção correta é a [D], uma vez que uma dízima infinita não periódica é um número irracional.

39. Como $7\ \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ e $5\ \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$, o sr. António comprou $\frac{23}{4}$ metros de arame, e

$75 \times 10^{-2} = 5{,}75 \times 10^2 \times 10^{-2} = 5{,}75 = \frac{23}{4}$, então:

$\underset{(\times 2)}{\frac{15}{2}} - \frac{23}{4} = \frac{30}{4} - \frac{23}{4} = \frac{7}{4}$

Sobrou $\frac{7}{4}$ metros de arame farpado.

40. [A] Falsa, pois, $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ e $\frac{4}{5} \in \mathbb{Q}$.

[B] Falsa, pois, $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$ e $3 \in \mathbb{Q}$.

[C] Falsa, pois, $\sqrt{100} = 10$ e $10 \in \mathbb{Q}$.

[D] Verdadeira, pois, $\sqrt{14} \in \{$n.$^{\text{os}}$ irracionais$\}$.

Logo, a opção correta é a [D].

41. Como $\pi = 3{,}141592654\ldots$

Por exemplo, $3{,}1415 < 3{,}141\,53 < \pi$.

42. $\frac{13}{15}$ não pode ser representada por uma dízima finita, uma vez que é uma fração irredutível em que a decomposição em fatores primos do denominador admite um fator diferente de 2 e de 5.

Logo, é uma dízima infinita periódica.

43.

43.1. $(-1)^{-3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \times (-5)^0 =$

$= -1 \times \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \times 1 =$

$= -\frac{1}{9} + \underset{(\times 3)}{\frac{1}{3}} =$

$= -\frac{1}{9} + \frac{3}{9} =$

$= \frac{2}{9}$

43.2. $\left(-\frac{1}{2} - \underset{(\times 2)}{\frac{1}{1}}\right)^{-2} : \left(-\underset{(\times 2)}{\frac{2}{1}} - \frac{1}{2}\right)^{-2} =$

$= \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right)^{-2} =$

$= \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} =$

$= \left[-\frac{3}{2} : \left(-\frac{5}{2}\right)\right]^{-2} =$

$= \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}\right)^{-2} =$

$= \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$

$= \left(\frac{5}{3}\right)^{2} =$

$= \frac{25}{9}$

43.3. $(5^{-2})^{-1} - \left(\sqrt{5}\right)^2 + (-5)^{-1} = 5^2 - 5 + \left(-\frac{1}{5}\right) =$

$= 25 - 5 - \frac{1}{5} =$

$= \underset{(\times 5)}{\frac{20}{1}} - \frac{1}{5} =$

$= \frac{100}{5} - \frac{1}{5} =$

$= \frac{99}{5}$

44.

44.1. Por exemplo, $\frac{1}{2}$.

44.2. Por exemplo, $\sqrt{3}$.

44.3. Por exemplo, π.

45. [A] Falsa, pois $5 \in \mathbb{N}$, $8 \in \mathbb{N}$ e $5 - 8 = -3$ e $-3 \notin \mathbb{N}$.

[B] Falsa, pois $5 \in \mathbb{Z}$, $2 \in \mathbb{Z}$ e $\frac{5}{2} = 2{,}5$ e $2{,}5 \notin \mathbb{Z}$.

[C] Verdadeira.

[D] Falsa, pois $\sqrt{7}$ é um número irracional, $\sqrt{7} \times \sqrt{7} =$
$= 7$ e 7 não é um número irracional.

Logo, a opção correta é a [C].

46.

46.1. Por exemplo, $\frac{3}{2}$.

$\frac{3}{2} = 1{,}5$ e, por isso, é uma dízima finita.

46.2. Por exemplo, $\frac{18}{3}$.

$\frac{18}{3} = 6$ e, por isso, é um número inteiro.

46.3. Por exemplo, $\frac{47}{9}$.

$\frac{47}{9} = 5{,}(2)$ e, por isso, é uma dízima infinita periódica, de período 2.

47. Escrevendo o número de estrelas da nossa galáxia em notação científica, temos:

400 mil milhões $= 400 \times 10^3 \times 10^6 = 400 \times 10^9 =$
$= 4 \times 10^2 \times 10^9 = 4 \times 10^{11}$

Logo, 0,08% dessas estrelas é igual a:

$4 \times 10^{11} \times 0{,}0008 = 0{,}0032 \times 10^{11} =$
$= 3{,}2 \times 10^{-3} \times 10^{11} = 3{,}2 \times 10^8$

48. $(n^2)^3 \times n^{-5} = n^6 \times n^{-5} = n$

Logo, a opção correta é a [B].

49. $x = 2\,\frac{3}{4} + 2 \times 1{,}1 = \underset{(\times 5)}{\frac{11}{4}} + \underset{(\times 2)}{\frac{22}{10}} =$

$= \frac{55}{20} + \frac{44}{20} =$

$= \frac{99}{20} =$

$= 4{,}95$

$y = 2\,\frac{3}{4} - 2 \times 1{,}1 = \frac{11}{4} - 2{,}2 =$

$= \frac{11}{4} - \frac{22}{10} =$

$= \frac{55}{20} - \frac{44}{20} =$

$= \frac{11}{20} =$

$= 0{,}55$

Logo, $x = 4{,}95$ e $y = 0{,}55$.

50. Como a unidade está dividida em 15 partes iguais, temos:

$A = \underset{(\times 3)}{\frac{1}{5}} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$

$B = \underset{(\times 3)}{\frac{3}{5}} - \frac{1}{15} = \frac{9}{15} - \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$

51.

51.1. $\dfrac{(-0{,}3)^0 - \left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times \left[2^4 - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}\right]^3} =$

$= \dfrac{1 - \left[3^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times [16 - (-5)^2]^3} =$

$= \dfrac{1 - \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2\right]^2 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times (16 - 25)^3} =$

$= \dfrac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4}{\frac{1}{3} \times (-9)^3} =$

$= \dfrac{1 - 1^4}{3^{-1} \times (-3^2)^3} =$

$= \dfrac{1 - 1}{3^{-1} \times (-3^6)} =$

$= 0$

51.2. $\dfrac{-1 + (-7)^{-2} \times \left(-\frac{1}{7}\right)^3 : \left(-\frac{1}{7}\right)^4 - (-1)^{25}}{3 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \times (-3)^0} =$

$= \dfrac{-1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{7}\right)^3 : \left(-\frac{1}{7}\right)^4 - (-1)}{3 - (-2)^2 \times 1} =$

$= \dfrac{-1 + \left(-\frac{1}{7}\right)^{2+3-4} + 1}{3 - 4} =$

$= -\frac{1}{7} : (-1) =$

$= \frac{1}{7}$

Propostas de Resolução

51.3. $\dfrac{4^3 \times 8^4 : 2^{-7}}{2^{-1} \times 2^{5^2}} = \dfrac{(2^2)^3 \times (2^3)^4 : 2^{-7}}{2^{-1} \times 2^{25}} =$

$= \dfrac{2^6 \times 2^{12} : 2^{-7}}{2^{24}} =$

$= \dfrac{2^{6+12} : 2^{-7}}{2^{24}} =$

$= \dfrac{2^{18} : 2^{-7}}{2^{24}} =$

$= \dfrac{2^{25}}{2^{24}} =$

$= 2^{25-24} =$

$= 2^1 =$

$= 2$

52. Como é o dobro da diferença entre dois números, as alíneas [A] e [C] não podem ser as corretas. O triplo da raiz quadrada de 11 representa-se por $3(\sqrt{11})$. Logo, a opção correta é a [B].

53. $\sqrt{5{,}29} = \sqrt{\dfrac{529}{100}} = \dfrac{\sqrt{529}}{\sqrt{100}} = \dfrac{23}{10} = 2{,}3$

Assim, $a = 529$, $b = 529$, $c = 23$ e $d = 2{,}3$.
Logo, a opção correta é a [C].

54. Como a área do quadrado é igual a 81 cm^2, $\overline{AB} = 9$ cm $(\sqrt{81} = 9)$.
Como $[AB]$ é um raio da circunferência e $P = 2 \times \pi \times r$, então $P = 2 \times \pi \times 9 = 18\pi$.
Logo, o perímetro da circunferência é 18π cm.

55. Como $32 = 2^5$, então $32^7 = (2^5)^7 = 2^{5 \times 7} = 2^{35}$.

56.

56.1. $2^6 = 2^{2 \times 3} = (2^2)^3$, então $(2^{\mathbf{2}})^3 = 2^6$.

56.2. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-3} = \mathbf{4}^3$

56.3. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^8 = 4^{-8} = 4^{-6} \times 4^{-2} = (4^{-2})^3 \times 4^{-2}$, então $(4^{-2})^{\mathbf{3}} \times 4^{-2} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^8$.

57.

57.1. $\left[\left(\dfrac{5}{2}\right)^2\right]^3 \times \left(\underset{(\times 2)}{\dfrac{3}{1}} - \dfrac{1}{2}\right)^4 =$

$= \left(\dfrac{5}{2}\right)^6 \times \left(\dfrac{6}{2} - \dfrac{1}{2}\right)^4 =$

$= \left(\dfrac{5}{2}\right)^6 \times \left(\dfrac{5}{2}\right)^4 =$

$= \left(\dfrac{5}{2}\right)^{10}$

57.2. $\left[-\left(-\dfrac{3}{5}\right)^4\right]^3 \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^5 = -\left(\dfrac{3}{5}\right)^{12} \times \left(\dfrac{3}{5}\right)^5 =$

$= -\left(\dfrac{3}{5}\right)^{17} =$

$= \left(-\dfrac{3}{5}\right)^{17}$

57.3. $\dfrac{\left(\dfrac{3}{2}\right)^6 \times 2^6 : 9^6}{\left[\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\right]^3} = \dfrac{\left(\dfrac{3}{2} \times 2\right)^6 : 9^6}{\left(\dfrac{1}{3}\right)^6} =$

$= \dfrac{3^6 : 9^6}{\left(\dfrac{1}{3}\right)^6} =$

$= \left(\dfrac{3}{9}\right)^6 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^6 =$

$= \left(\dfrac{1}{3}\right)^6 : \left(\dfrac{1}{3}\right)^6 =$

$= \left(\dfrac{1}{3}\right)^0$

58. Como o volume do cubo é 216 cm^3, a aresta tem comprimento 6 cm $(\sqrt[3]{216} = 6)$.
O perímetro da planificação é igual a 84 cm ($14 \times 6 = 84$).

59.

59.1. Como 1 minuto é igual a 60 segundos então:
$300\,000 \times 60 = 18\,000\,000 = 1{,}8 \times 10^7$
A luz percorre $1{,}8 \times 10^7$ km num minuto.

59.2. $\dfrac{1{,}35 \times 10^6}{3 \times 10^5} = \dfrac{1{,}35}{3} \times \dfrac{10^6}{10^5} =$

$= 0{,}45 \times 10$

$= 4{,}5$

A luz demora, aproximadamente, 4,5 segundos.

60. $10 \times (A + B) = 10 \times (2{,}24 \times 10^6 + 3{,}2 \times 10^5) =$

$= 10 \times (22{,}4 \times 10^5 + 3{,}2 \times 10^5) =$

$= 10 \times 25{,}6 \times 10^5 =$

$= 25{,}6 \times 10^6 =$

$= 2{,}56 \times 10^7$

61. Sabe-se que $0{,}1 = \dfrac{1}{10}$. Por sua vez, $7 \times 10^2 = 700$.
Temos, então, que enquadrar 700 entre dois quadrados perfeitos consecutivos.
Pela tabela, $26^2 < 7 \times 10^2 < 27^2$.
Logo:

$\left(\dfrac{26}{10}\right)^2 < 7 < \left(\dfrac{27}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \dfrac{26}{10} < \sqrt{7} < \dfrac{27}{10}$

$\Leftrightarrow 2{,}6 < \sqrt{7} < 2{,}7$

Assim, um valor aproximado de $\sqrt{7}$ às décimas, por defeito, é 2,6.

62. Por exemplo, $0{,}0015 = \frac{3}{2000}$.

63. $\pi \approx 3{,}14159\ldots$, $\sqrt{7} \approx 2{,}6457\ldots$ e $\pi + 1 \approx 4{,}1415\ldots$
Por exemplo, $a = \sqrt{11}$ e $b = \sqrt{\frac{171}{10}}$.

64. Como a área do quadrado é igual a 289 cm^2, o comprimento do lado é $\ell = \sqrt{289} = 17$ cm.
Sendo E o ponto médio de $[AB]$, então:
$\overline{AE} = \overline{EB} = \frac{17}{2} = 8{,}5$ cm e $\overline{BC} = 17$ cm
$A_\triangle = \frac{b \times h}{2}$
$A_{[BEF]} = \frac{\overline{BE} \times \overline{BC}}{2}$
$A_{[BEF]} = \frac{8{,}5 \times 17}{2} = 72{,}25$ cm^2

65. Como $\frac{18}{30} = \frac{3 \times 6}{3 \times 10} = \frac{6}{10}$
$\frac{6}{10}$ é uma fração decimal porque o denominador é uma potência de 10.

66.
66.1. a) 0; $\sqrt{9} = 3$; $\frac{12}{3} = 4$
b) $-\frac{7}{3} = -2{,}(3)$ e $0{,}(7)$
c) $-\frac{7}{3}$; 0; $\sqrt{9}$; $0{,}(7)$ e $\frac{12}{3}$
66.2. $-\sqrt{10} < -\frac{7}{3} < 0 < 0{,}(7) < \sqrt{9} < \frac{12}{3}$

67. Como 7 é uma aproximação de a com erro inferior a 0,3, então $7 - 0{,}3 < a < 7 + 0{,}3$.
Como 5 é uma aproximação de b com erro inferior a 0,2, então $5 - 0{,}2 < b < 5 + 0{,}2$.
Como todas as quantidades são positivas, podemos concluir que:
$(7 - 0{,}3) \times (5 - 0{,}2) < a \times b < (7 + 0{,}3) \times (5 + 0{,}2)$
ou seja:
$6{,}7 \times 4{,}8 < a \times b < 7{,}3 \times 5{,}1$
$\Leftrightarrow 32{,}16 < a \times b < 37{,}96$
Assim, como $7 \times 5 = 35$, temos:
$32{,}16 - 35 < a \times b - 35 < 37{,}96 - 35$
$\Leftrightarrow -2{,}84 < a \times b - 35 < 2{,}96$
Como $|-2{,}84| < |2{,}96|$, podemos concluir que o erro máximo que se pode cometer ao aproximar $a \times b$ por 7×5 é 2,96.

68. Como $p \in]7 - 0{,}1; 7 + 0{,}1[=]6{,}9; 7{,}1[$ e $q \in]5 - 0{,}1; 5 + 0{,}1[=]4{,}9; 5{,}1[$, temos:
$6{,}9 \times 4{,}9 < p \times q < 7{,}1 \times 5{,}1$
$\Leftrightarrow 33{,}81 < p \times q < 36{,}21$
Assim, $p \times q \in]33{,}81; 36{,}21[$.

69. Como o hexágono regular é um polígono com seis lados de igual comprimento, o perímetro é igual a $P = 6 \times \left(5 - 2\sqrt{3}\right) = \left(30 - 12\sqrt{3}\right)$ cm.

70. $A_\square = \ell^2$
$A = \left(3 - \sqrt{2}\right)^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 =$
$= \left(11 - 6\sqrt{2}\right)$ cm^2
≈ 3 cm^2
↑
Valor aproximado às unidades por excesso.

71. $0{,}(32)$
$r = 0{,}3232\ldots$
$100 \times r = 32{,}(32)$
$100r - r = 99r \Leftrightarrow 32{,}(32) - 0{,}(32) = 99r$
$\Leftrightarrow 99r = 32$
$\Leftrightarrow r = \frac{32}{99}$

72. $100\,000 \times 4{,}35 \times 10^{-2} = 10^5 \times 4{,}35 \times 10^{-2} =$
$= 4{,}35 \times 10^3$

73.
73.1. $(3{,}6 \times 10^{-7}) \times (2{,}4 \times 10^{11}) =$
$= (3{,}6 \times 2{,}4) \times (10^{-7} \times 10^{11}) =$
$= 8{,}64 \times 10^4$
73.2. $(1{,}25 \times 10^{-3}) + (2{,}45 \times 10^{-4}) =$
$= 1{,}25 \times 10^{-3} + 0{,}245 \times 10^{-3} =$
$= 1{,}495 \times 10^{-3}$
73.3. $(7{,}44 \times 10^5) - (1{,}4 \times 10^6) =$
$= 7{,}44 \times 10^5 - 14 \times 10^5 =$
$= -6{,}56 \times 10^5$
73.4. $\frac{4{,}8 \times 10^6}{2 \times 10^3} + 4{,}2 \times 10^4 =$
$= 2{,}4 \times 10^3 + 4{,}2 \times 10^4 =$
$= 2{,}4 \times 10^3 + 42 \times 10^3 =$
$= 44{,}4 \times 10^3 =$
$= 4{,}44 \times 10^4$

Propostas de Resolução

74. $4,32 \times 10^{-1} = 0,432$
[A] $0,4 < 0,432 < 0,44$, que é verdadeira.
[B] $4,32 \times 10^{-1}$ não é menor que 0,4312.
[C] $4,32 \times 10^{-1}$ não é maior que 4,3.
[D] $4,32 \times 10^{-1}$ não é maior que 0,432.
Logo, a opção correta é a [A].

75. [A] $\frac{2+\sqrt{7}}{2}$ não é racional.
[B] $\pi - 1$ não é racional.
[C] $\sqrt{4} + 0,2 = 2,2$
[D] 3,1
A opção correta é a [C], uma vez que $3,1 > \sqrt{7}$.

76. Por exemplo, $\sqrt{3} + \left(-\sqrt{3}\right) = 0 \in \mathbb{Q}$ e $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$ são números irracionais.

77. [A] Falsa, pois $\frac{\sqrt{5}}{3}$ é um número irracional.
[B] Falsa, pois π é um número irracional e π^2 é um número irracional.
[C] Verdadeira, pois $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{4} = 2$ e 2 é um número racional.
[D] Falsa, pois $\left(1-\sqrt{7}\right)\left(1+\sqrt{7}\right) = 1 - 7 = -6$ e $-6 < 0$.
Logo, a opção correta é a [C].

78. $a = 3 - \sqrt{7}$

$$\begin{aligned}\sqrt{7} \times (a-1) + a^2 &= \sqrt{7} \times \left(3 - \sqrt{7} - 1\right) + \left(3 - \sqrt{7}\right)^2 = \\ &= 3\sqrt{7} - 7 - \sqrt{7} + 9 - 2 \times 3\sqrt{7} + 7 = \\ &= -7 + 9 + 7 + 3\sqrt{7} - \sqrt{7} - 6\sqrt{7} = \\ &= 9 - 4\sqrt{7}\end{aligned}$$

79. Se $M \curvearrowright \frac{5}{6}$ e $N \curvearrowright \frac{5}{4}$ e a reta $[MN]$ está dividida em cinco partes iguais.

$$\overline{MN} = \underset{(\times 3)}{\frac{5}{4}} - \underset{(\times 2)}{\frac{5}{6}} = \frac{15}{12} - \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$$

$\frac{5}{12} : 5 = \frac{5}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{12}$, cada espaço.

Então, B é igual a $\frac{5}{6} + 2 \times \frac{1}{12} = \frac{5}{6} + \frac{2}{12} =$
$= \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$
Logo, a opção correta é a [C].

80.
80.1. $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

80.2. $\sqrt{2} < \frac{3}{2}$

80.3. $-0,(33) < -0,3$

80.4. $4,35 \times 10^{-2} > 4,35 \times 10^{-3}$

80.5. $\pi > 3,14$

80.6. $\frac{7}{3} = 2,(3)$

81.
81.1. $-\frac{4}{3} = \frac{5}{3} + \textbf{?}$

Como $-\frac{4}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{9}{3} = -3$, então $\frac{5}{3} + (-3) = -\frac{4}{3}$.
Assim, **?** $= -3$.

81.2. $-\frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \times \textbf{?}$

Como $-\frac{4}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = +2$, então
$-\frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \times 2$.
Assim, **?** $= +2$.

81.3. $-\frac{4}{3} = \textbf{?} - \textbf{?}$

Por exemplo, $-\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$.
Assim, **?** $= -\frac{1}{3}$ e -1.

82. Como $A_{[ABCD]} = 144$ cm², então $\ell = \sqrt{144} = 12$ cm.
O triângulo $[DCE]$ é equilátero, então $\overline{CE} = \overline{BC} = 12$ cm.
Como o diâmetro da circunferência é $\overline{CE} = 12$ cm, e $P = d \times \pi$, então $P = 12 \times \pi = 12\pi \approx 38$.
Assim, o perímetro da circunferência é, aproximadamente, 38 cm.

83. $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{3714} = 3 \times 3^{-3714} = 3^{-3713}$

84. [A] Se $a < 0$, então $a^3 < 0$ e $-a^3 > 0$.
[B] Se $a < 0$, então $-a > 0$.
[C] Se $a < 0$, então $a^3 < 0$.
[D] Se $a < 0$, então $a^2 > 0$.
Logo, a opção correta é a [C].

85. $2^4 \times 11$ e $5^2 \times 11$ não são quadrados perfeitos, ou seja, as opções [C] e [D] não são corretas.
Como $2^2 \times 5^2$ e $4^2 \times 5^2$ são quadrados perfeitos e divisores de P, o maior é $4^2 \times 5^2$. Assim, a opção correta é a [B].

86. Vamos determinar a área, por exemplo, subtraindo à área do retângulo inicial a área das placas retiradas.
$A_{\square} = c \times \ell$
$A_{\square} = \sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$
Cada placa retirada é um retângulo com altura $\sqrt{3}$ cm e base $\left(\sqrt{5} - 2\right)$ cm.

$\frac{\sqrt{20}-4}{2} = \frac{2\sqrt{5}-4}{2} = \sqrt{5}-2$

Logo:

$A = \sqrt{3} \times (\sqrt{5}-2) = (\sqrt{15}-2\sqrt{3})$ cm²

Logo:

$A_{pedida} = 10 - (2\sqrt{15} - 4\sqrt{3}) =$

$= (10 - 2\sqrt{15} + 4\sqrt{3})$ cm²

87.

87.1. $3 \times \left(2\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0{,}25\right) =$

$= 3 \times \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\right) =$

$= 3 \times \left(\frac{14}{6} - \frac{9}{6}\right) + \frac{1}{12} =$

$= 3 \times \frac{5}{6} + \frac{1}{12} =$

$= \frac{15}{6} + \frac{1}{12} =$

$= \frac{30}{12} + \frac{1}{12} =$

$= \frac{31}{12}$

87.2. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \times \left(\underset{(\times 4)}{\frac{2}{5}} - \underset{(\times 5)}{\frac{1}{4}}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} : 4^{-1}\right)^2 =$

$= 3 \times \left(\frac{8}{20} - \frac{5}{20}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} : \frac{1}{4}\right)^2 =$

$= 3 \times \left(\frac{3}{20}\right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} \times 4\right)^2 =$

$= 3 \times \frac{20}{3} + 5^2 =$

$= 20 + 25 =$

$= 45$

88. $1{,}68 \times 10^{-27} \times 7 \times 10^4 =$

$= 1{,}68 \times 7 \times 10^{-27} \times 10^4 =$

$= 11{,}76 \times 10^{-23} =$

$= 1{,}176 \times 10^{-22}$

89

89.1. $-1 - 2(\sqrt{7} - 2) + 3\sqrt{7} =$

$= -1 - 2\sqrt{7} + 4 + 3\sqrt{7} =$

$= -1 + 4 - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} =$

$= 3 + \sqrt{7}$

89.2. $(1 - \sqrt{3})^2 - (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}) =$

$= 1 - 2\sqrt{3} + 3 - (4 - 5) =$

$= 1 + 3 - 2\sqrt{3} - (-1) =$

$= 1 + 3 + 1 - 2\sqrt{3} =$

$= 5 - 2\sqrt{3}$

89.3. $(\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{2}) - 5\sqrt{2} =$

$= 7 - 2 - 5\sqrt{2} =$

$= 5 - 5\sqrt{2}$

89.4. $(\sqrt{7} - \sqrt{4})^2 - 2 \times (4\sqrt{7} - 3) + (\sqrt[3]{7})^3 =$

$= (\sqrt{7} - 2)^2 - 8\sqrt{7} + 6 + 7 =$

$= 7 - 4\sqrt{7} + 4 - 8\sqrt{7} + 6 + 7 =$

$= 7 + 4 + 6 + 7 - 4\sqrt{7} - 8\sqrt{7} =$

$= 24 - 12\sqrt{7}$

89.5. $3^{-2} \times (2\sqrt{5} - \sqrt{11})(2\sqrt{5} + \sqrt{11}) =$

$= \frac{1}{3^2} \times [(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{11})^2] =$

$= \frac{1}{9} \times (20 - 11) =$

$= \frac{1}{9} \times 9 =$

$= 1$

89.6. $\sqrt{3} + (2\sqrt{5})^2 \times (3\sqrt{3})^2 \times (2\sqrt{3} - 1) =$

$= \sqrt{3} + 4 \times 5 \times 9 \times 3 \times (2\sqrt{3} - 1) =$

$= \sqrt{3} + 540\,(2\sqrt{3} - 1) =$

$= \sqrt{3} + 1080\sqrt{3} - 540 =$

$= 1081\sqrt{3} - 540$

90. 3% da água é:

$0{,}03 \times 1{,}4 \times 10^9 = 3 \times 10^{-2} \times 1{,}4 \times 10^9 =$

$= 3 \times 1{,}4 \times 10^{-2} \times 10^9 =$

$= 4{,}2 \times 10^7$ km³ de água doce

$\frac{2}{3} \times 4{,}2 \times 10^7 = 2{,}8 \times 10^7$

Logo, a quantidade de água retida no gelo glaciar é $2{,}8 \times 10^7$ km³.

91. [A] $\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[B] $\sqrt{\frac{1}{4}} = 0{,}5 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[C] $4^{-1} = \frac{1}{4} = 0{,}25 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[D] $\sqrt{0{,}4} \notin \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

Logo, a opção correta é a [D].

92.

92.1. $\sqrt{13}$, porque é um número irracional.

92.2. Por exemplo, $\frac{1}{3}$.

92.3. $\sqrt{121}$, porque é igual a 11.

Propostas de Resolução

93. $\sqrt{13}$

$9 < 13 < 16 \Leftrightarrow 3^2 < 13 < 4^2$

Multiplicando por 10^2:

$30^2 < 13 \times 10^2 < 40^2$

$35^2 = 1225 < 1300$, temos $35^2 < 13 \times 10^2 < 40^2$.

$36^2 = 1296 < 1300$, temos $36^2 < 13 \times 10^2 < 40^2$.

$37^2 = 1369 > 1300$, temos $36^2 < 13 \times 10^2 < 37^2$.

Como 36 e 37 são números inteiros consecutivos, então:

$$\left(\frac{36}{10}\right)^2 < 13 < \left(\frac{37}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{36}{10} < \sqrt{13} < \frac{37}{10}$$
$$\Leftrightarrow 3{,}6 < \sqrt{13} < 3{,}7$$

Logo, os dois primeiros algarismos da representação em dízima de $\sqrt{13}$ são o 3 e o 6.

94. Como o hexágono regular é um polígono com seis lados de igual comprimento, o perímetro é igual a $6 \times (3 - \sqrt{2}) = 18 - 6\sqrt{2} \approx 9{,}6$.

Assim, $P \approx 9{,}6$ cm.

95. Se $A_{[ABCD]} = 36$, então $\overline{AB} = \sqrt{36} = 6$ cm.

Se $A_{[AEFG]} = 4$ cm^2, então $\overline{AE} = \sqrt{4} = 2$ cm.

Como $\overline{AB} = 6$ cm e $\overline{AE} = 2$ cm, então

$\overline{EB} = 5 - 2 = 4$ cm e $\overline{EF} = 2$ cm.

Logo, $A_{[BHFE]} = \overline{EB} \times \overline{EF} = 4 \times 2 = 8$ cm^2.