



TRIÂNGULO DE PASCAL | BINÓMIO DE NEWTON

MATEMÁTICA A | 12.º ANO

"Conhece a Matemática e dominarás o Mundo."
Galileu Galilei

1. Sejam $a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$ os dez primeiros elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal.

Sabe-se que $d = j$

Qual das seguintes afirmações é falsa?

- A** $2a + 2b + 2c + d + e + f + g + h + i + j = 4096$ **B** $i + j = {}^{13}C_9$
C f é o maior elemento da linha. **D** A linha tem treze elementos.

2. Considere a linha n triângulo de Pascal, com n par, tal que:

$$n + {}^nC_3 + {}^nC_5 + {}^nC_7 + \dots + {}^nC_{n-3} + {}^nC_{n-1} = 32768$$

Qual é o valor do maior elemento da linha n ?

- A** 6435 **B** 8450
C 10320 **D** 12870

3. Considere a equação ${}^{2020}C_{300} + {}^{2020}C_{301} - {}^{2022}C_{302} + x \times {}^{2021}C_{1719} = {}^{2021}C_{302}$.

Qual é o valor de x ?

- A** 3 **B** 2
C 1 **D** -1

4. Considere uma certa linha n do triângulo de Pascal tal que $\frac{{}^nC_{308} + {}^nC_{309}}{{}^{n+1}C_{1707}} = 1$.

Qual é o valor da soma de todos os elementos da linha seguinte, excluindo o primeiro e o último?

A $2 \times (2^{2015} - 1)$

B 2^{2016}

C $2 \times (2^{2014} - 1)$

D 2^{2015}

5. Numa certa linha do triângulo de Pascal a soma dos quatro primeiros elementos com os quatro últimos é igual à soma de todos os elementos da linha 12.

5.1. Determine o valor de ${}^{n+2}C_3 - {}^{n-1}C_{n-2} - {}^{n-1}C_2$.

5.2. Considere agora que o valor do terceiro elemento desta linha é onze vezes o valor do segundo elemento.

Qual é o maior elemento da linha anterior?

6. Uma empresa tem 1501 trabalhadores divididos em três turnos: os primeiros turnos têm 500 trabalhadores cada uma e o terceiro turno tem 501 trabalhadores.

O director da empresa pretende escolher alguns trabalhadores de um mesmo turno para representarem a empresa num evento. Para tal ou escolhe 100 trabalhadores do primeiro turno, ou 101 trabalhadores do segundo, ou 102 trabalhadores do terceiro.

De quantas maneiras o pode fazer?

A ${}^{501}C_{101}$

B ${}^{502}C_{101}$

C ${}^{501}C_{102}$

D ${}^{502}C_{102}$

7. Determine, em \mathbb{N} , o conjunto solução das seguintes equações:

a) ${}^nC_{n-6} = {}^nC_{\frac{11n-38}{12}}$

b) $2 \times {}^nC_2 + {}^nC_3 = {}^{n+1}C_{n-2} + {}^nC_4$

c) ${}^{n^2}C_n - {}^{n^2+1}C_{49-n} = -{}^{n^2}C_{n+1}$

8. Considere a linha n do triângulo de Pascal, com $n > 11$, em que o produto entre o terceiro elemento e o antepenúltimo elemento dessa linha é $5^4 \times 7^4$.

Quantos elementos desta linha são maiores do que ${}^{n-2}C_8 + {}^{n-2}C_9 + {}^{n-1}C_{n-11}$?

- A** 28 **B** 29 **C** 30 **D** 31

9. Numa linha certa n do triângulo de Pascal o décimo sexto elemento é igual a ${}^nC_{n-10}$, com $n \in \mathbb{N}$.

Qual é a soma de todos os elementos da linha seguinte?

- A** 2^{16} **B** 2^{17} **C** 2^{25} **D** 2^{26}

10. Considere o desenvolvimento de $\left(x + \frac{\sqrt{x}}{2}\right)^{10}$, com $x \geq 0$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- A** A soma dos coeficientes de todos os termos do desenvolvimento é 1024.
B O desenvolvimento tem um termo independente.
C O coeficiente do termo cuja parte literal é $x^8\sqrt{x}$ é 15.
D $252x^5$ é um dos termos do desenvolvimento.

11. Considere a equação $1 + 3n + {}^nC_2 \times 9 + {}^nC_3 \times 27 + {}^nC_4 \times 81 + \dots + 3^{n-1}n + 3^n = 16^4$.

Qual é o valor de n ?

- A** 4 **B** 6 **C** 8 **D** 10

12. No desenvolvimento de $\left(\sqrt[3]{xk} - k\right)^8$, com $x, k \in \mathbb{R}$, um dos seus termos é $448x^2$.

Então:

A $k = -1 \vee k = 1$

B $k = -2 \vee k = 2$

C $k = -4 \vee k = 4$

D $k = -8 \vee k = 8$

13. Considere o desenvolvimento do binómio $(ax + bx^2)^9$, com $x \in \mathbb{R}$, tal que:

- a e b são números primos;
- um dos termos do desenvolvimento é $225792x^{11}$

Qual é o valor de $a + b$?

A 5

B 8

C 9

D 10

14. Considere o desenvolvimento de $\left(\frac{x^3}{n} + \frac{n}{x}\right)^n$, com $x \neq 0$ e $n \in \mathbb{N}$.

Um dos termos deste desenvolvimento é da forma ${}^nC_p x^2 n^4$, com $p \in \mathbb{N}_0$ e $n \geq p$.

14.1. Mostre que $n = 10$.

14.2. Determine, caso exista, o termo independente.

14.3. Mostre que o coeficiente do termo em x^{10} é a soma dos dois maiores elementos da linha 9 do triângulo de Pascal.

14.3. Determine a soma dos coeficientes de todos os termos do desenvolvimento.

F I M

Solucionário

- | | | | |
|---------------|------------------|--|-------|
| 1. C | 2. D | 3. B | 4. A |
| 4. A | 5.1. 2047 | 5.2. 705432 | 6. D |
| 7. a) {10,34} | 7. b) {6} | 7. c) {7,24} | 8. B |
| 9. D | 10. B | 11. C | 12. B |
| 13. C | 14.2. Não existe | 14.4. $\left(\frac{101}{10}\right)^{10}$ | |
-