	Teste de Matemática A
	2023 / 2024
Teste N.º 1	
Matemática A	
Duração do Teste: 90 minutos	
10.º Ano de Escolaridade	
Nome do aluno:	N.º: Turma:
Utilize apenas caneta ou esferográfica de tir	nta azul ou preta.
Não é permitido o uso de corretor. Risque a	quilo que pretende que não seja classificado.
É permitido o uso de calculadora.	
Apresente apenas uma resposta para cada	item.
As cotações dos itens encontram-se no final	do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere, para quaisquer valores reais positivos $a \in b$, as afirmações:

1.
$$(a - \sqrt{b})(a + \sqrt{b}) - (a - b^{\frac{1}{2}})^2 = -2b + 2a\sqrt{b}$$

II.
$$\left(a^{\frac{2}{5}} \div a^{-\frac{1}{10}}\right) \left(b^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt{ab}$$

Podemos afirmar que:

(A) são ambas verdadeiras.

- (B) apenas a afirmação II é verdadeira.
- (C) apenas a afirmação I é verdadeira.
- são ambas falsas.
- 2. Na figura estão representados o prisma reto [ABCDHEFG] de base quadrada [ABCD] e as pirâmides triangulares, [ABDE] e [IJKE], cujas bases [ABD] e [IJK] estão contidas em planos paralelos.

Fixada uma unidade de comprimento, sabe-se que:

• os vértices I e I da pirâmide [I]KE] pertencem, respetivamente, às arestas [AE] e [BE] da pirâmide [ABDE];

•
$$\overline{IJ} = \sqrt{6}$$
;

•
$$\overline{AB} = \sqrt{3} + 2$$
;

a área da face lateral [IJE] é $3\sqrt{3}$.

A figura não está desenhada à escala.

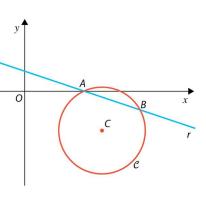
Sem recorrer à calculadora, a não ser para efetuar eventuais cálculos numéricos, determine o valor exato e simplificado do volume do prisma [ABCDHEFG].

Apresente todos os cálculos que efetuar.

- **3.** Considere, no referencial o.n. 0xy da figura:
 - a circunferência \mathcal{C} de centro no ponto \mathcal{C} de coordenadas (4,-2);
 - o ponto A, o ponto de interseção da circunferência com o semieixo positivo Ox de menor abcissa;



 a reta r, que contém os pontos A e B, cuja equação reduzida é $y = -\frac{x}{3} + 1.$

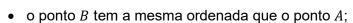


- **3.1** Mostre que a equação reduzida da circunferência \mathcal{C} é $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 5$.
- **3.2** Determine, sem recorrer à calculadora, as coordenadas do ponto *B*.
- **3.3** Escreva uma equação vetorial da reta paralela à reta r e que passa pelo ponto C.

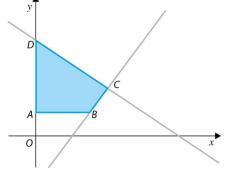
4. Na figura estão representados, num referencial ortonormado 0xy, o quadrilátero [ABCD], a reta BC e a reta CD.

Sabe-se que:

• os pontos A e D pertencem ao eixo Oy e têm, respetivamente, ordenada 2 e 8;



- o ponto C tem coordenadas (6,4);
- a reta BC é definida pela equação $y = \frac{4}{3}x 4$.



Qual das seguintes condições define o conjunto de pontos da região a sombreado, incluindo as fronteiras?

(A)
$$x \ge 0 \land y \ge \frac{4}{3}x - 4 \land y \ge 2 \land y \le -\frac{2}{3}x + 8$$

(B)
$$x \ge 0 \land y \le \frac{4}{3}x - 4 \land y \ge 2 \land y \ge -\frac{2}{3}x + 8$$

(C)
$$x \ge 0 \land y \le \frac{4}{3}x - 4 \land y \ge 2 \land y \ge -\frac{4}{3}x + 8$$

(D)
$$x \ge 0 \land y \ge \frac{4}{3}x - 4 \land y \ge 2 \land y \le -\frac{4}{3}x + 8$$

5. Considere, num plano munido de um referencial o.n. 0xy, os pontos $A \in B$ de coordenadas (1, -3)e (4, -1), respetivamente.

5.1 Escreva a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta [AB].

5.2 Seja B o ponto médio de um segmento de reta [AC].

Indique em qual das seguintes opções se encontram as coordenadas do ponto \mathcal{C} .

(A)
$$(7,-1)$$

(B)
$$(-7, -1)$$

(C)
$$(-7,1)$$

5.3 Considere a circunferência de centro no ponto B e raio 3.

Sejam D e E os pontos dessa circunferência com menor abcissa e maior ordenada, respetivamente.

Determine o valor exato da área do quadrado de lado [DE].

6. Considere, num plano munido de um referencial o.n. Oxy, o ponto P de coordenadas $(m^2 - 3m, 16 - 5m)$, sendo *m* um número real.

Sendo P um ponto pertencente à bissetriz dos quadrantes pares, indique em qual das opções seguintes se encontra o valor de m.

7. Considere a figura ao lado, onde se encontram representados dois hexágonos regulares geometricamente iguais, [ABCDEF] e [BCJIHG].

O lado [BC] é comum a ambos os hexágonos.

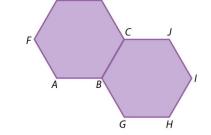
Qual das seguintes afirmações é falsa?

(A)
$$\overrightarrow{AF} - 2\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{GE}$$

(B)
$$F + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{CH} = B$$

(C)
$$\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{CH} = -\overrightarrow{EA}$$

(D)
$$\|\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{JH}\| = 2\|\overrightarrow{AB}\|$$



8. Considere, num plano munido de um referencial o.n. 0xy, os pontos A e B de coordenadas (2,-1) e (1,-4), respetivamente.

Seja o ponto C, tal que $C = B + 2\overrightarrow{BA}$

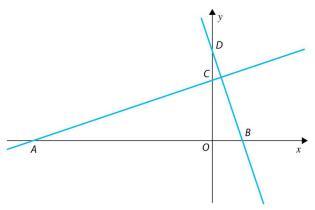
Determine as coordenadas do vetor \vec{u} , colinear com \vec{BC} , de sentido contrário ao de \vec{BC} e de norma igual a $3\sqrt{2}$.

Apresente os valores das coordenadas sob a forma de fração com o denominador racionalizado.

- **9.** No referencial o.n. Oxy da figura estão representados os pontos A, B, C e D e as retas AC e DB. Sabe-se que:
 - o ponto A pertence ao semieixo negativo Ox e o ponto B pertence ao semieixo positivo Ox;
 - ullet os pontos $\mathcal C$ e $\mathcal D$ pertencem ao semieixo positivo *Oy*;
 - $\overline{OA} = 2\overline{OD}$;
 - $\overline{OB} = \frac{\overline{OD}}{3}$;
 - $\overline{OB} = \overline{CD}$.

Seja m o declive da reta AC e n o declive da reta DB, $(m,n \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$.

Prove que $m \times n = -1$.



FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	2.	3.1	3.2	3.3	4.	5.1	5.2	5.3	6.	7.	8.	9.	Total
10	18	18	20	18	10	20	10	18	10	10	18	20	200