Ficha n.º 1 – Página 36 **3. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU**

1. **Opção correta: (B)**

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{(2x-1)(x+2)}{2}$$

$$A_{\text{figura}} = 2 \times A_{\text{triângulo}} = (2x-1)(x+2) = 2x^2 + 4x - x - 2 = 2x^2 + 3x - 2$$

2.1. Se $x = -1$, então $4x^3 - x = 4 \times (-1)^3 - (-1) = 4 \times (-1) + 1 = -4 + 1 = -3$.

2.2. Se $x = \frac{1}{2}$, então $4x^3 - x = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{8} - \frac{1}{2} = \frac{4}{8} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$.

3. **Opção correta: (D)**

I é falsa, porque só se pode usar a propriedade aplicada se estivesse um 0 em vez do 8.

$x(x+2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x + 2 = 0$

II é falsa.

$(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$

III é verdadeira. Aplicando o segundo caso notável da multiplicação de polinómios:

$(2x-1)(2x+1) = (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 1$

4. **Opção correta: (B)**

$2x^2 - 50 = 2(x^2 - 25) = 2(x-5)(x+5)$

5.1. $(x-2)^2 - 2(-3x+7) = x^2 - 4x + 4 + 6x - 14 = x^2 + 2x - 10$

5.2. $(4x-1)(2-x) - 2(2-3x)^2 = 8x - 4x^2 - 2 + x - 2\left[2^2 + 2 \times 2 \times (-3x) + (-3x)^2\right] =$

$= 8x - 4x^2 - 2 + x - 2(4 - 12x + 9x^2) = 8x - 4x^2 - 2 + x - 8 + 24x - 18x^2 =$

$= -22x^2 + 33x - 10$

5.3. $-(2x-3)(2x+3) + \frac{1}{2}(x-3)^2 = -\left[(2x)^2 - 3^2\right] + \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9) = -(4x^2 - 9) + \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2} =$

$= -4x^2 + 9 + \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{9}{2} = -\frac{8}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{18}{2} + \frac{9}{2} = -\frac{7}{2}x^2 - 3x + \frac{27}{2}$

5.4. $-\frac{1}{3}(1-2x)^2 - \frac{1}{2}x\left(x - \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}\left[1^2 + 2 \times 1 \times (-2x) + (-2x)^2\right] - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x =$

$= -\frac{1}{3}(1 - 4x + 4x^2) - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3}x - \frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x =$

$= -\frac{8}{6}x^2 - \frac{3}{6}x^2 + \frac{8}{6}x + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3} = -\frac{11}{6}x^2 + \frac{9}{6}x - \frac{1}{3} = -\frac{11}{6}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}$

Ficha n.º 1 – Página 37

6.1. $4x^2-36=4\left(x^2-9\right)=4(x-3)(x+3)$

6.2. $x^2-6x+9=x^2-2\times3\times x+3^2=(x-3)^2=(x-3)(x-3)$

6.3. $x-x^3=x\left(1-x^2\right)=x(1-x)(1+x)$

6.4. $9x^2+12x+4=(3x)^2+2\times3x\times2+2^2=(3x+2)^2=(3x+2)(3x+2)$

6.5. $2x^2-72=2\left(x^2-36\right)=2(x-6)(x+6)$

6.6. $2x^2+6x=2x(x+3)$

7.1. $2x^2=18\Leftrightarrow 2x^2-18=0\Leftrightarrow 2\left(x^2-9\right)=0\Leftrightarrow 2(x-3)(x+3)=0\Leftrightarrow x=3\vee x=-3$; $\text{C.S.}=\{-3, 3\}$

7.2. $-3x^2+6x=0\Leftrightarrow -3x(x-2)=0\Leftrightarrow -3x=0\vee x-2=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2$; $\text{C.S.}=\{0, 2\}$

7.3. $x^2-6x+9=0\Leftrightarrow x^2-2\times3\times x+3^2=0\Leftrightarrow (x-3)^2=0\Leftrightarrow (x-3)(x-3)=0\Leftrightarrow x=3$; $\text{C.S.}=\{3\}$

7.4. $(-x+3)^2-36=0\Leftrightarrow(-x+3)^2-6^2=0\Leftrightarrow(-x+3-6)(-x+3+6)=0\Leftrightarrow(-x-3)(-x+9)=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x-3=0\vee -x+9=0\Leftrightarrow -x=3\vee -x=-9\Leftrightarrow x=-3\vee x=9$; $\text{C.S.}=\{-3, 9\}$

7.5. $(-2x+5)(x-5)=0\Leftrightarrow -2x+5=0\vee x-5=0\Leftrightarrow -2x=-5\vee x=5\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}\vee x=5$; $\text{C.S.}=\left\{\frac{5}{2}, 5\right\}$

7.6. $-2x^2+20x=50\Leftrightarrow -2x^2+20x-50=0\Leftrightarrow -2\left(x^2-10x+25\right)=0\Leftrightarrow -2\left(x^2-2\times5x+5^2\right)=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2(x-5)^2=0\Leftrightarrow -2(x-5)(x-5)=0\Leftrightarrow x-5=0\Leftrightarrow x=5$; $\text{C.S.}=\{5\}$

7.7. $(2x-3)^2-5x=x+3^2\Leftrightarrow 4x^2-12x+9-5x=x+9\Leftrightarrow 4x^2-17x-x=0\Leftrightarrow 4x^2-18x=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x(2x-9)=0\Leftrightarrow 2x=0\vee 2x-9=0\Leftrightarrow x=0\vee x=\frac{9}{2}$; $\text{C.S.}=\left\{0, \frac{9}{2}\right\}$

7.8. $2^{-1}(x-2)(2x+3)=-\frac{1}{4}(1+2x)\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left(2x^2+3x-4x-6\right)=-\frac{1}{4}-\frac{2}{4}x\Leftrightarrow x^2+\frac{3}{2}x-\frac{4}{2}x-3=-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}x\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-\frac{1}{2}x-3+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}x=0\Leftrightarrow x^2-\frac{12}{4}+\frac{1}{4}=0\Leftrightarrow x^2-\frac{11}{4}=0\Leftrightarrow\left(x-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)\left(x+\frac{\sqrt{11}}{2}\right)=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x-\frac{\sqrt{11}}{2}=0\vee x+\frac{\sqrt{11}}{2}=0\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{11}}{2}\vee x=-\frac{\sqrt{11}}{2}$; $\text{C.S.}=\left\{-\frac{\sqrt{11}}{2}, \frac{\sqrt{11}}{2}\right\}$

8. Para $n\in\mathbb{N}$: $3n^2-48=0\Leftrightarrow 3\left(n^2-16\right)=0\Leftrightarrow 3(n-4)(n+4)=0\Leftrightarrow n=4\vee n=-4$

Como –4 não é um número natural, então n = 4.

9. **Opção correta: (A)** $4x^2-a=0\Leftrightarrow 4\left(x^2-\frac{a}{4}\right)=0\Leftrightarrow 4\left(x-\frac{\sqrt{a}}{2}\right)\left(x+\frac{\sqrt{a}}{2}\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{a}}{2}\vee x=-\frac{\sqrt{a}}{2}$

Como $\{-3, 3\}$ é o conjunto-solução, então $\frac{\sqrt{a}}{2}=3\Leftrightarrow\sqrt{a}=6$, logo $a=6^2=36$.

10. Se a base excede a altura em 6 unidades de comprimento, então a altura tem menos 6 unidades que a base, logo $h=2x+3-6=2x-3$.

$A_{\text{triângulo}}=27{,}5\Leftrightarrow\frac{(2x+3)(2x-3)}{2}=27{,}5\Leftrightarrow 4x^2-9=55\Leftrightarrow 4x^2-9-55=0\Leftrightarrow 4x^2-64=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4\left(x^2-16\right)=0\Leftrightarrow 4(x-4)(x+4)=0\Leftrightarrow x-4=0\vee x+4=0\Leftrightarrow x=4\vee x=-4$

Se $x=-4$, então $2x+3=2\times(-4)+3=-5$ que não pode acontecer. Assim, x = 4.

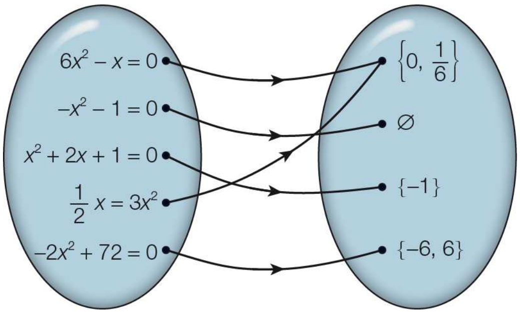
Ficha n.º 1 – Página 38 **3. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU**

11.1.
- $6x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(6x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 6x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{6}$; C.S. $= \left\{0, \frac{1}{6}\right\}$
- $-x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$. Equação impossível. C.S. $= \varnothing$
- $x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+1) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \vee x = -1$; C.S. $= \{-1\}$
- $\frac{1}{2}x = 3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - \frac{1}{2}x = 0 \Leftrightarrow x\left(3x - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{6}$; C.S. $= \left\{0, \frac{1}{6}\right\}$
- $-2x^2 + 72 = 0 \Leftrightarrow -2(x^2 - 36) = 0 \Leftrightarrow -2(x-6)(x+6) = 0 \Leftrightarrow x - 6 = 0 \vee x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = -6$

C.S. $= \{-6, 6\}$

Representação de *f* por um diagrama de setas:



11.2. $D'_g = \{0, 1, 2\}$, pois há uma equação que não tem soluções, uma que tem uma única solução e as restantes apresentam duas soluções.

12. Se o ponto $P(x, 3x+1)$ pertence ao 3.º quadrante, ambas as coordenadas são negativas.

$x(3x+1) = x + 75 \Leftrightarrow 3x^2 + x - x - 75 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 75 = 0 \Leftrightarrow 3(x^2 - 25) = 0 \Leftrightarrow 3(x-5)(x+5) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 5 = 0 \vee x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \vee x = -5$

Como $x < 0$, então $x = -5$. $3 \times (-5) + 1 = -15 + 1 = -14$. Logo, $P(-5, -14)$.

13.1. Afirmação falsa. Há equações incompletas do 2.º grau que são impossíveis: por exemplo, $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$ é impossível pois o quadrado de um número real não pode ser negativo.

13.2. Afirmação verdadeira. $x^2 - ax = 0 \Leftrightarrow x(x-a) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - a = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = a$. Como $a \neq 0$,então 0 e *a* são duas soluções reais distintas da equação.

13.3. Afirmação falsa. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 = x^2 + 2x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 1 - x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow -5x + 1 = 0$ é uma equação do 1.º grau.

13.4. Afirmação falsa. Os números –1, 0 e 1 são inteiros consecutivos e o seu produto é zero.

13.5. Afirmação falsa. Por exemplo, se $A = x^2 + 9$ e $B = -x^2 + x$, então $A + B = x^2 + 9 - x^2 + x = 9 + x$ é um polinómio do 1.º grau.

13.6. Afirmação falsa. Por exemplo, é impossível fatorizar o polinómio $x^2 + 1$.

14. Sejam n, $n+1$, $n+2$ três números naturais consecutivos.

$3n + 2n^2 = 23 + (n+1)(n+2) \Leftrightarrow 3n + 2n^2 = 23 + n^2 + 2n + n + 2 \Leftrightarrow n^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow n^2 = 25 \Leftrightarrow n = 5 \vee n = -5$

Como -5 não é um número natural, então *n* = 5. Os números naturais a que se refere o enunciado são 5, 6 e 7 $(5 + 1 = 6, 5 + 2 = 7)$.

Ficha n.º 1 – Página 39

15.1. Se $t = 0$, $d = (-2) \times 0^2 + 32 = 32$

O objeto foi lançado de uma altura de 32 metros.

15.2. Se $t = 2$, $d = (-2) \times 2^2 + 32 = -2 \times 4 + 32 = -8 + 32 = 24$

O objeto encontrava-se a 24 metros de altura, 2 segundos após ter sido atirado.

15.3. Se $d = 0$, $-2t^2 + 32 = 0 \Leftrightarrow -2t^2 = -32 \Leftrightarrow t^2 = \frac{-32}{-2} \Leftrightarrow t^2 = 16 \Leftrightarrow t = -4 \vee t = 4$

Como $t \geq 0$, então $t = 4$.

O objeto demorou 4 segundos a cair ao chão.

16. $(x+2)(x-5) = 0$ tem como conjunto-solução $\{-2, 5\}$, pois:

$(x+2)(x-5) = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 5$

$(x+2)(x-5) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$ (por exemplo)

17.1. $x^2 - bx = 0 \Leftrightarrow x(x-b) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - b = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = b$

$\text{C.S.} = \{0, b\}$

17.2. Se $b > 0$: $2x^2 = b \Leftrightarrow x^2 = \frac{b}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{b}{2}} \vee x = -\sqrt{\frac{b}{2}}$; $\text{C.S.} = \left\{-\sqrt{\frac{b}{2}}, \sqrt{\frac{b}{2}}\right\}$

Se $b < 0$: $2x^2 = b$ é uma equação impossível. $\text{C.S.} = \varnothing$

Se $b = 0$: $2x^2 = b \Leftrightarrow 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$; $\text{C.S.} = \{0\}$

17.3. $x^2 - 2bx + b^2 = 0 \Leftrightarrow (x-b)^2 = 0 \Leftrightarrow (x-b)(x-b) = 0 \Leftrightarrow x - b = 0 \Leftrightarrow x = b$

$\text{C.S.} = \{b\}$

17.4. $-4x^2 + 2bx = 0 \Leftrightarrow -2x(2x-b) = 0 \Leftrightarrow -2x = 0 \vee 2x - b = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x = b \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{b}{2}$

$\text{C.S.} = \left\{0, \frac{b}{2}\right\}$

18.1. **Opção correta: (B)**

x tem de ser superior a zero, pois representa o comprimento do lado de um quadrado. Além disso, tem de ser inferior a 10, pois a largura da folha de papel é 20 cm.

18.2. Base da caixa: Comprimento: $32 - 2x$; largura: $20 - 2x$

$32 - 2x = 2(20 - 2x) \Leftrightarrow 32 - 2x = 40 - 4x \Leftrightarrow -2x + 4x = 40 - 32 \Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4$

18.3. $(32 - 2x)(20 - 2x) = 4x^2 \Leftrightarrow 640 - 64x - 40x + 4x^2 = 4x^2 \Leftrightarrow 640 - 104x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{640}{104} \approx 6{,}15$

Ficha n.º 2 – Página 40 **3. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU**

1. Opção correta: (B)

$x^2+8x+a=(x+b)^2 \Leftrightarrow x^2+8x+a=x^2+2bx+b^2$

Assim, $8=2b \Leftrightarrow b=\frac{8}{2} \Leftrightarrow b=4$ e $a=b^2=4^2=16$

2. Opção correta: (D)

$-x(x-1)=2-4x \Leftrightarrow -x^2+x-2+4x=0 \Leftrightarrow -x^2+5x-2=0 \rightarrow$ é uma equação do 2.º grau completa.

3. Opção correta: (A)

$x^2-5x+c=x^2-2\times\frac{5}{2}x+c$ e $c=\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$, pois $x^2-2\times\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2$

4.1. $x^2+12x+36=(x+6)^2$

4.2. $x^2-9x+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\left(x-\frac{9}{2}\right)^2$

4.3. $16x^2+24x+9=(4x+3)^2$

4.4. $4x^2+12x+9=(2x+3)^2$

4.5. $16x^2-8x+1=(4x-1)^2$

4.6. $9x^2-12x+4=(3x-2)^2$

5.1. $x^2+10x+1=x^2+2\times5x+5^2+1-5^2=(x+5)^2+1-25=(x+5)^2-24$

5.2. $x^2-12x=x^2-2\times6x+6^2-6^2=(x-6)^2-36$

5.3. $2x^2-10=2(x+0)^2-10$

5.4. $4x^2+24x-3=4(x^2+6x)-3=4(x^2+2\times3x+3^2)-3-4\times3^2=4(x+3)^2-3-4\times9=4(x+3)^2-39$

5.5. $-x^2+3x-4=-(x^2-3x)-4=-\left(x^2-2\times\frac{3}{2}x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right)-4+\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-4+\frac{9}{4}=$

$=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{16}{4}+\frac{9}{4}=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{7}{4}$

5.6. $-3x^2+12x-7=-3(x^2-4x)-7=-3(x^2-2\times2x+2^2)-7+3\times2^2=-3(x-2)^2-7+3\times4=$

$=-3(x-2)^2-7+12=-3(x-2)^2+5$

5.7. $x^2-5x-2=\left(x^2-2\times\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-2-\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-2-\frac{25}{4}=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{8}{4}-\frac{25}{4}=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{33}{4}$

5.8. $2x^2+3x+1=2\left(x^2+\frac{3}{2}x\right)+1=2\left(x^2+2\times\frac{3}{4}x+\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)+1-2\times\left(\frac{3}{4}\right)^2=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+1-2\times\frac{9}{16}=$

$=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+1-\frac{18}{16}=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{8}{8}-\frac{9}{8}=2\left(x+\frac{3}{4}\right)^2-\frac{1}{8}$

Ficha n.º 2 – Página 41

6.1. $x^2+8x=9 \Leftrightarrow x^2+8x-9=0 \Leftrightarrow \left(x^2+2\times 4x+4^2\right)-9-4^2=0 \Leftrightarrow (x+4)^2-9-16=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x+4)^2-25=0 \Leftrightarrow (x+4-5)(x+4+5)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+9)=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x-1=0 \vee x+9=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-9$

C.S. $=\{-9, 1\}$

6.2. $-2x^2=-10x+8 \Leftrightarrow -2x^2+10x-8=0 \Leftrightarrow -2\left(x^2-5x\right)-8=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2\left(x^2-2\times\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)-8+2\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow -2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-8+2\times\frac{25}{4}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{2}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}+\frac{3}{2}\right)=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x-4)(x-1)=0 \Leftrightarrow x-4=0 \vee x-1=0 \Leftrightarrow x=4 \vee x=1$

C.S. $=\{1, 4\}$

6.3. $-x^2+4x=-5 \Leftrightarrow -x^2+4x+5=0 \Leftrightarrow -\left(x^2-4x\right)+5=0 \Leftrightarrow -\left(x^2-2\times 2x+2^2\right)+5+2^2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -(x-2)^2+9=0 \Leftrightarrow (x-2)^2-9=0 \Leftrightarrow (x-2-3)(x-2+3)=0 \Leftrightarrow (x-5)(x+1)=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x-5=0 \vee x+1=0 \Leftrightarrow x=5 \vee x=-1$

C.S. $=\{-1, 5\}$

6.4. $-(x+3)^2-5x=-x \Leftrightarrow -\left(x^2+6x+9\right)-5x+x=0 \Leftrightarrow -x^2-6x-9-5x+x=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x^2-10x-9=0 \Leftrightarrow x^2+10x+9=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \left(x^2+2\times 5x+5^2\right)+9-5^2=0 \Leftrightarrow (x+5)^2-16=0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x+5-4)(x+5+4)=0 \Leftrightarrow (x+1)(x+9)=0 \Leftrightarrow x+1=0 \vee x+9=0$
C.S. $=\{-9, -1\}$

6.5. $-\frac{(2x-1)(2x+1)}{3}+5=x+3 \Leftrightarrow -\frac{4x^2-1}{3}-x+2=0 \Leftrightarrow -4x^2+1-3x+6=0 \Leftrightarrow -4x^2-3x+7=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4\left(x^2+\frac{3}{4}x\right)+7=0 \Leftrightarrow -4\left(x^2+2\times\frac{3}{8}x+\left(\frac{3}{8}\right)^2\right)+7+4\times\left(\frac{3}{8}\right)^2=0 \Leftrightarrow -4\left(x+\frac{3}{8}\right)^2+7+4\times\frac{9}{64}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4\left(x+\frac{3}{8}\right)^2+7+\frac{36}{64}=0 \Leftrightarrow -4\left(x+\frac{3}{8}\right)^2+\frac{112}{16}+\frac{9}{16}=0 \Leftrightarrow -4\left(x+\frac{3}{8}\right)^2+\frac{121}{16}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{3}{8}\right)^2-\frac{121}{64}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{3}{8}\right)^2-\left(\frac{11}{8}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{3}{8}+\frac{11}{8}\right)\left(x+\frac{3}{8}-\frac{11}{8}\right)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{14}{8}\right)\left(x-\frac{8}{8}\right)=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{7}{4}\right)(x-1)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+\frac{7}{4}=0 \vee x-1=0 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{4} \vee x=1$

C.S. $=\left\{-\frac{7}{4}, 1\right\}$

6.6. $-x^2+3x-\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2=7x \Leftrightarrow -x^2+3x-\left(\frac{1}{4}x^2-x+1\right)=7x \Leftrightarrow -x^2+3x-\frac{1}{4}x^2+x-1=7x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\frac{4}{4}x^2-\frac{1}{4}x^2+4x-7x-1=0 \Leftrightarrow -\frac{5}{4}x^2-3x-1=0 \Leftrightarrow 5x^2+12x+4=0 \Leftrightarrow 5\left(x^2+\frac{12}{5}x\right)+4=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5\left(x^2+2\times\frac{6}{5}x+\left(\frac{6}{5}\right)^2\right)+4-5\times\left(\frac{6}{5}\right)^2=0 \Leftrightarrow 5\left(x+\frac{6}{5}\right)^2+4-5\times\frac{36}{25}=0 \Leftrightarrow 5\left(x+\frac{6}{5}\right)^2+4-\frac{36}{5}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 5\left(x+\frac{6}{5}\right)^2+\frac{20}{5}-\frac{36}{5}=0 \Leftrightarrow 5\left(x+\frac{6}{5}\right)^2-\frac{16}{5}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{6}{5}\right)^2-\frac{16}{25}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{6}{5}-\frac{4}{5}\right)\left(x+\frac{6}{5}+\frac{4}{5}\right)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x+\frac{10}{5}\right)=0 \Leftrightarrow x+\frac{2}{5}=0 \vee x+2=0 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{5} \vee x=-2$

C.S. $=\left\{-2, -\frac{2}{5}\right\}$

7.1. $x^2-6x=-5 \Leftrightarrow x^2-2\times 3x+3^2=-5+3^2 \Leftrightarrow (x-3)^2=4 \Leftrightarrow x-3=\sqrt{4} \vee x-3=-\sqrt{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=2+3 \vee x=-2+3 \Leftrightarrow x=5 \vee x=1$. C.S. $=\{1, 5\}$

7.2. $2x^2=8x-6 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left(x^2-2\times 2x+2^2\right)+3-2^2=0 \Leftrightarrow (x-2)^2-1=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-2)^2=1 \Leftrightarrow x-2=1 \vee x-2=-1 \Leftrightarrow x=3 \vee x=1$

C.S. $=\{1, 3\}$

7.3. $2x^2=3x+5 \Leftrightarrow 2x^2-3x-5=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}=0 \Leftrightarrow \left(x^2-2\times\frac{3}{4}x+\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)-\frac{5}{2}-\left(\frac{3}{4}\right)^2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2-\frac{40}{16}-\frac{9}{16}=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{49}{16} \Leftrightarrow x-\frac{3}{4}=\sqrt{\frac{49}{16}} \vee x-\frac{3}{4}=-\sqrt{\frac{49}{16}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}+\frac{7}{4} \vee x=\frac{3}{4}-\frac{7}{4} \Leftrightarrow x=\frac{10}{4} \vee x=-\frac{4}{4} \Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \vee x=-1$

C.S. $=\left\{-1, \frac{5}{2}\right\}$

7.4. $2(x-1)^2+\frac{x}{2}=5x \Leftrightarrow 2\left(x^2-2x+1\right)+\frac{x}{2}=5x \Leftrightarrow 2x^2-4x+2+\frac{x}{2}=5x \Leftrightarrow 2x^2-\frac{17}{2}x+2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-\frac{17}{4}x+1=0 \Leftrightarrow x^2-2\times\frac{17}{8}x+\left(\frac{17}{8}\right)^2+1-\left(\frac{17}{8}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{17}{8}\right)^2=-1+\frac{289}{64} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{17}{8}\right)^2=-\frac{64}{64}+\frac{289}{64} \Leftrightarrow \left(x-\frac{17}{8}\right)^2=\frac{225}{64} \Leftrightarrow x-\frac{17}{8}=\sqrt{\frac{225}{64}} \vee x-\frac{17}{8}=-\sqrt{\frac{225}{64}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{15}{8}+\frac{17}{8} \vee x=-\frac{15}{8}+\frac{17}{8} \Leftrightarrow x=\frac{32}{8} \vee x=\frac{2}{8} \Leftrightarrow x=4 \vee x=\frac{1}{4}$

C.S. $=\left\{\frac{1}{4}, 4\right\}$

Ficha n.º 2 – Página 41 (cont.)

7.5. $x(x-2)+3x=-x^2-3x+4 \Leftrightarrow x^2-2x+3x+x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow 2x^2+4x-4=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+2x-2=0 \Leftrightarrow (x^2+2\times 1\times x+1^2)-2-1^2=0 \Leftrightarrow (x+1)^2=3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+1=\sqrt{3} \vee x+1=-\sqrt{3} \Leftrightarrow x=\sqrt{3}-1 \vee x=-\sqrt{3}-1$

$\text{C.S.}=\left\{-\sqrt{3}-1,\ \sqrt{3}-1\right\}$

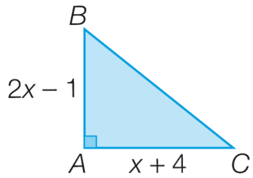
7.6. $1-\frac{1}{3}x(x-1)=-x+1 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{3}x=-x+1 \Leftrightarrow 3-x^2+x=-3x+3 \Leftrightarrow -x^2+4x=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -(x^2-4x)=0 \Leftrightarrow -(x^2-2\times 2x+2^2)+2^2=-(x-2)^2+4=0 \Leftrightarrow -(x-2)^2=-4 \Leftrightarrow (x-2)^2=4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x-2=\sqrt{4} \vee x-2=-\sqrt{4} \Leftrightarrow x=2+2 \vee x=-2+2 \Leftrightarrow x=4 \vee x=0$

$\text{C.S.}=\{0,\ 4\}$

8. $A_{\text{triângulo}}=9 \Leftrightarrow \frac{(x+4)(2x-1)}{2}=9 \Leftrightarrow 2x^2-x+8x-4=18 \Leftrightarrow$



$\Leftrightarrow 2x^2+7x-22=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{7}{2}x-11=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x^2+2\times\frac{7}{4}x+\left(\frac{7}{4}\right)^2\right)-11-\left(\frac{7}{4}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{7}{4}\right)^2=11+\frac{49}{16} \Leftrightarrow \left(x+\frac{7}{4}\right)^2=\frac{176}{16}+\frac{49}{16} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{7}{4}\right)^2=\frac{225}{16} \Leftrightarrow x+\frac{7}{4}=\sqrt{\frac{225}{16}} \vee x+\frac{7}{4}=-\sqrt{\frac{225}{16}} \Leftrightarrow x=\frac{15}{4}-\frac{7}{4} \vee x=-\frac{15}{4}-\frac{7}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{8}{4} \vee x=-\frac{22}{4} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-\frac{11}{2}$

$x=-\frac{11}{2}$ não pode ser, pois se x fosse $-\frac{11}{2}$, $x+4$ seria $-\frac{11}{2}+\frac{8}{2}=-\frac{3}{2}$. Contudo, a medida do comprimento do lado de um triângulo não pode assumir um valor negativo.

$\overline{AB}=2\times 2-1=3;\ \overline{AC}=2+4=6$

$\overline{BC}^2=3^2+6^2 \underset{\overline{BC}>0}{\Leftrightarrow} \overline{BC}=\sqrt{45} \Leftrightarrow \overline{BC}=\sqrt{9\times 5} \Leftrightarrow \overline{BC}=3\sqrt{5}$

$P_{\text{triângulo}}=3+6+3\sqrt{5}=\left(9+3\sqrt{5}\right)$ u. c.

1. Opção correta: (D)

$\left(x+\sqrt{3}\right)^2=3 \Leftrightarrow x^2+2\sqrt{3}x+3=3 \Leftrightarrow x^2+2\sqrt{3}x=0$

É uma equação incompleta do 2.º grau, pois é do tipo $ax^2+bx+c=0$, $a\neq 0$ e $c=0$. A equação da opção (A) é completa. Para verificar que as outras duas também o são, vamos colocá-la na forma canónica:

- $3x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\left(x^2+7\right) \Leftrightarrow 3x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2+3x-4=0$ (Completa)
- $\frac{4}{5}-\frac{1}{3}x^2=x+\frac{1}{9}\left(3x^2-1\right) \Leftrightarrow \frac{4}{5}-\frac{1}{3}x^2=x+\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{9} \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x^2-x+\frac{4}{5}+\frac{1}{9}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x^2-x+\frac{36}{45}+\frac{5}{45}=-\frac{2}{3}x^2-x+\frac{41}{45}=0$ (Completa)

2. Opção correta: (B)

$(1+1)^2=4\neq 0$

As restantes têm 1 como solução. Vamos verificar:

$x^2+x-2=0 \rightarrow 1^2+1-2=0 \Leftrightarrow 2-2=0$ (Verdadeiro)

$x^2+\sqrt{7}=\left(\sqrt{7}+1\right)x \rightarrow 1^2+\sqrt{7}=\left(\sqrt{7}+1\right)\times 1 \Leftrightarrow 1+\sqrt{7}=\sqrt{7}+1$ (Verdadeiro)

$-1{,}8x=-\frac{4}{5}-x^2 \rightarrow (-1{,}8)\times 1=-\frac{4}{5}-1^2 \Leftrightarrow -1{,}8=-0{,}8-1 \Leftrightarrow -1{,}8=-1{,}8$ (Verdadeiro)

3. Opção correta: (C)

$-1{,}8x=-\frac{4}{5}-x^2 \Leftrightarrow -\frac{18}{10}x=-\frac{4}{5}-x^2 \Leftrightarrow -\frac{9}{5}x=-\frac{4}{5}-x^2 \Leftrightarrow -9x=-4-5x^2 \Leftrightarrow 5x^2-9x+4=0$

4. Opção correta: (A)

5. Opção correta: (D)

$\frac{3}{4}x^2+3x-1=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2+3x=1$

Ficha n.º 3 – Página 43

6.1. $x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm4}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-2-4}{2} \vee x=\frac{-2+4}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-6}{2} \vee x=\frac{2}{2} \Leftrightarrow x=-3 \vee x=1$

C.S. $=\{-3,1\}$

6.2. $\frac{x^2}{3}+2x=-3 \Leftrightarrow x^2+6x=-9 \Leftrightarrow x^2+6x+9=0 \Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times9}}{2\times1} \Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36-36}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-6\pm0}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-6}{2} \Leftrightarrow x=-3$

C.S. $=\{-3\}$

6.3. $2x+5=-\frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow 4x+10=-x^2 \Leftrightarrow x^2+4x+10=0 \Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times10}}{2\times1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{16-40}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{-24}}{2}$ → Impossível pois um número negativo não admite raiz quadrada.

C.S. $=\varnothing$

6.4. $x(-2x-3)=1 \Leftrightarrow -2x^2-3x-1=0 \Leftrightarrow 2x^2+3x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times1}}{2\times2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4} \Leftrightarrow x=\frac{-3\pm1}{4} x=\frac{-3-1}{4} \vee x=\frac{-3+1}{4} \Leftrightarrow x=\frac{-4}{4} \vee x=\frac{-2}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-1 \vee x=-\frac{1}{2}$

C.S. $=\left\{-1,-\frac{1}{2}\right\}$

6.5. $(x+2)^2=3x^2+2x \Leftrightarrow x^2+4x+4-3x^2-2x=0 \Leftrightarrow -2x^2+2x+4=0 \Leftrightarrow -x^2+x+2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times(-1)\times2}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm3}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-1-3}{-2} \vee x=\frac{-1+3}{-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-4}{-2} \vee x=\frac{2}{-2} \Leftrightarrow x=2 \vee x=-1$

C.S. $=\{-1,2\}$

6.6. $(x-8)x+42=(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)x \Leftrightarrow x^2-8x+42=\left((\sqrt{6})^2-1^2\right)x \Leftrightarrow x^2-8x+42=(6-1)x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-13x+42=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{13\pm\sqrt{(-13)^2-4\times1\times42}}{2\times1} \Leftrightarrow x=\dfrac{13\pm\sqrt{169-168}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{13\pm1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=7 \vee x=6$

C.S. $=\{6, 7\}$

6.7. $x^2=\dfrac{2}{15}x+\dfrac{1}{5} \Leftrightarrow 15x^2=2x+3 \Leftrightarrow 15x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\times15\times(-3)}}{2\times15} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4+180}}{30} \Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{184}}{30} \Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{4\times46}}{30} \Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm2\sqrt{46}}{30} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1+\sqrt{46}}{15} \vee x=\dfrac{1-\sqrt{46}}{15}$

C.S. $=\left\{\dfrac{1-\sqrt{46}}{15}, \dfrac{1+\sqrt{46}}{15}\right\}$

6.8. $x+\dfrac{x^2-1}{3}=1 \Leftrightarrow 3x+x^2-1=3 \Leftrightarrow x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9+16}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-3\pm5}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-3-5}{2} \vee x=\dfrac{-3+5}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-8}{2} \vee x=\dfrac{2}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-4 \vee x=1$

C.S. $=\{-4, 1\}$

6.9. $6-\dfrac{x+4}{2}=(x-2)^2 \Leftrightarrow 6-\dfrac{x+4}{2}=x^2-4x+4 \Leftrightarrow 12-x-4=2x^2-8x+8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x^2+8x-x+12-4-8=0 \Leftrightarrow -2x^2+7x=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times(-2)\times0}}{2\times(-2)} \Leftrightarrow x=\dfrac{-7\pm\sqrt{49}}{-4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-7\pm7}{-4} \Leftrightarrow x=\dfrac{-7-7}{-4} \vee x=\dfrac{-7+7}{-4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-14}{-4} \vee x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{14}{4} \vee x=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{7}{2} \vee x=0$

C.S. $=\left\{0, \dfrac{7}{2}\right\}$

Ficha n.º 3 – Página 43 (cont.)

6.10. $-\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{x}{8}=0 \Leftrightarrow -\frac{x^2-2x+1}{4}+\frac{x}{8}=0 \Leftrightarrow -2x^2+4x-2+x=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x^2+5x-2=0 \Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times(-2)\times(-2)}}{2\times(-2)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{25-16}}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{-5\pm 3}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{-5-3}{-4} \vee x=\frac{-5+3}{-4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-8}{-4} \vee x=\frac{-2}{-4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=2 \vee x=\frac{1}{2}$

C.S. $=\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$

Ficha n.º 4 – Página 44 **3. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU**

1. **Opção correta: (B)**

2.1. Quatro equações (as que correspondem a binómios discriminantes não negativos).

2.2. Uma equação (a que corresponde a um binómio discriminante nulo).

2.3. Duas equações (as que têm binómios discriminantes que sejam quadrados perfeitos, ou seja, 25 e 49).

3.1. $(x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow x^2-1=0$, por exemplo.

3.2. $4(x-1)^2=0 \Leftrightarrow 4\left(x^2-2x+1\right)=0 \Leftrightarrow 4x^2-8x+4=0$, por exemplo.

O coeficiente do termo de 2.º grau é 4 e a única solução é 1 (4 e 1 são quadrados perfeitos)

3.3. $x^2=-3$, por exemplo.

3.4. $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{2}{6}x-\frac{3}{6}x+\frac{1}{6}=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0$

As soluções são $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$.

3.5. Por exemplo: $x^2=3 \Leftrightarrow x=\sqrt{3} \vee x=-\sqrt{3}$

As soluções $\left(\sqrt{3} \text{ e } -\sqrt{3}\right)$ são dois números irracionais simétricos.

Ficha n.º 4 – Página 45

4.1. 2 e $-\frac{1}{3}$, pois $2-2=0$ e $-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=0$.

4.2. 0 e $-\sqrt{2}$, pois $-\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$ e $0\times\sqrt{2}=0$.

4.3. Não tem soluções.

4.4. 0 e $\frac{1}{3}$, pois $0\times(0-1)=0$ e $3\times\frac{1}{3}-1=1-1=0$.

5.1. $\Delta=3^2-4\times2\times2=9-16=-7<0$. A equação não tem soluções.

5.2. $x^2-x-7{,}5=0$. $\Delta=(-1)^2-4\times1\times(-7{,}5)=1+30=31>0$. A equação tem duas soluções distintas.

5.3. $\Delta=(-4)^2-4\times(-3)\times1=16+12=28>0$. A equação tem duas soluções distintas.

5.4. $\Delta=(-24)^2-4\times2\times72=576-576=0$. A equação tem uma única solução.

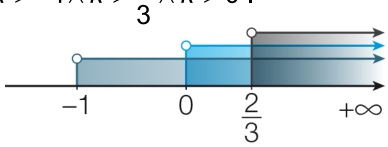
6. A afirmação é verdadeira. Seja $ax^2+bx+c=0$ é uma equação do 2.º grau em que $a\neq0$ e a e c têm sinais contrários. Assim, $\Delta=b^2-4ac$ é sempre positivo, pois $ac<0$ e, por isso, $b^2-4ac>0$. Como $\Delta>0$, então a equação admite duas soluções distintas.

7.1. $k-3\neq0\Leftrightarrow k\neq3$. $k\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$

7.2. $\frac{k-1}{2}\neq0\Leftrightarrow k-1\neq0\Leftrightarrow k\neq1$. $k\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$

7.3. $k+1>0\wedge-\left(\frac{2}{3}-k\right)>0\wedge2k>0\Leftrightarrow k>-1\wedge\frac{2}{3}-k<0\wedge k>0\Leftrightarrow k>-1\wedge k>\frac{2}{3}\wedge k>0$.

$k\in\left]\frac{2}{3},+\infty\right[$



7.4. $\Delta=3^2-4\times4\times k=9-16k$. $\Delta>0\Leftrightarrow9-16k>0\Leftrightarrow-16k>-9\Leftrightarrow k<\frac{9}{16}$, pelo que $k\in\left]-\infty,\frac{9}{16}\right[$.

7.5. $kx^2+\frac{1}{5}x=-1\Leftrightarrow kx^2+\frac{1}{5}x+1=0$

$\Delta=\left(\frac{1}{5}\right)^2-4\times k\times1=\frac{1}{25}-4k$; $\Delta=0\Leftrightarrow\frac{1}{25}-4k=0\Leftrightarrow-4k=-\frac{1}{25}\Leftrightarrow k=\frac{\frac{1}{25}}{4}\Leftrightarrow k=\frac{1}{100}$

7.6. $k=6x-2x^2\Leftrightarrow2x^2-6x+k=0$

$\Delta<0\Leftrightarrow(-6)^2-4\times2\times k<0\Leftrightarrow36-8k<0\Leftrightarrow-8k<-36\Leftrightarrow k>\frac{36}{8}\Leftrightarrow k>\frac{9}{2}$, logo $k\in\left]\frac{9}{2},+\infty\right[$.

8. $\begin{cases}6\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+b\times\frac{1}{2}+c=0\\6\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2+b\times\left(-\frac{1}{3}\right)+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6\times\frac{1}{4}+\frac{b}{2}+c=0\\6\times\frac{1}{9}-\frac{b}{3}+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{2}+\frac{b}{2}+\frac{b}{3}-\frac{2}{3}=0\\c=\frac{b}{3}-\frac{6}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9+3b+2b-4=0\\c=\frac{b}{3}-\frac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-1\\c=-1\end{cases}$

Ficha n.º 5 – Página 46 **3. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU**

1. $(4x+2)^2=(x+4)^2+(10-x)^2 \Leftrightarrow 16x^2+16x+4=x^2+8x+16+100-20x+x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 16x^2-x^2-x^2+16x-8x+20x+4-16-100=0 \Leftrightarrow 14x^2+28x-112=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+2x-8=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-8)}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+32}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm6}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2-6}{2} \vee x=\frac{-2+6}{2} \Leftrightarrow x=-4 \vee x=2$

$x=-4$ não pode ser pois se x fosse –4, $\overline{AC}=0$, o que não pode acontecer, porque as medidas dos comprimentos dos lados de um triângulo têm de assumir valores positivos. Assim, $x=2$.

2. Números consecutivos: x, $x+1$ e $x+2$

$x^2=x+1+x+2 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-3)}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{2\pm4}{2} \Leftrightarrow x=\frac{2+4}{2} \vee x=\frac{2-4}{2} \Leftrightarrow x=3 \vee \underbrace{x=-1}_{\text{Não é um n.º natural}}$

Os números naturais consecutivos são 3, 4 e 5.

3. x: idade atual; x + 4: idade do João daqui a quatro anos; x – 8: idade do João há oito anos atrás

$x+4=(x-8)^2 \Leftrightarrow x+4=x^2-16x+64 \Leftrightarrow 0=x^2-17x+60 \Leftrightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{(-17)^2-4\times1\times60}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{17\pm7}{2} \Leftrightarrow x=\frac{17-7}{2} \vee x=\frac{17+7}{2} \Leftrightarrow x=\frac{10}{2} \vee x=\frac{24}{2} \Leftrightarrow x=5 \vee x=12$

$x=5$ não pode ser pois se o João fizesse cinco anos, há oito anos atrás ainda não era nascido. Assim, o João faz 12 anos.

4. $x^2+2x=15 \Leftrightarrow x^2+2x-15=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-15)}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+60}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm8}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-2-8}{2} \vee x=\frac{-2+8}{2} \Leftrightarrow x=-5 \vee x=3$. Os números são –5 e 3.

5. Se x um número natural, $\frac{1}{x}$ é o seu inverso.

$x+\frac{1}{x}=\frac{17}{4} \Leftrightarrow x^2+1=\frac{17}{4}x \Leftrightarrow 4x^2+4=17x \Leftrightarrow 4x^2-17x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{(-17)^2-4\times4\times4}}{2\times4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{289-64}}{8} \Leftrightarrow x=\frac{17\pm\sqrt{225}}{8} \Leftrightarrow x=\frac{17\pm15}{8} \Leftrightarrow x=\frac{17+15}{8} \vee x=\frac{17-15}{8} \Leftrightarrow x=4 \vee x=\frac{1}{4}$

É o número 4 ($\frac{1}{4}$ não é um número natural).

6. Os números cuja soma é 1 são x e $1-x$, pois $x+1-x=1$.

$x\times(1-x)=-12 \Leftrightarrow x-x^2=-12 \Leftrightarrow -x^2+x+12=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times(-1)\times12}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{-2} \Leftrightarrow$

$x=\frac{-1\pm7}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-1-7}{-2} \vee x=\frac{-1+7}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-8}{-2} \vee x=\frac{6}{-2} \Leftrightarrow x=4 \vee x=-3$

Os números são –3 e 4.

Ficha n.º 5 – Página 47

7. Seja x o número de elementos do grupo inicial.

O dinheiro que cada um tinha de pagar inicialmente era $\frac{360}{x}$.

Seja $x-4$ o número de elementos que foram de férias.

$\frac{360}{x}+15$ representa o dinheiro que coube a cada um dos amigos que foram de férias.

$$(x-4)\left(\frac{360}{x}+15\right)=360 \Leftrightarrow 360+15x-\frac{1440}{x}-60=360 \Leftrightarrow 15x-\frac{1440}{x}-60=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 15x^2-1440-60x=0 \Leftrightarrow x^2-96-4x=0 \Leftrightarrow x^2-4x-96=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{(-4)^2-4\times1\times(-96)}}{2\times1} \Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{16+384}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4\pm\sqrt{400}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{4\pm20}{2} \Leftrightarrow x=\frac{4-20}{2} \vee x=\frac{4+20}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-16}{2} \vee x=\frac{24}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=-8 \vee x=12$$

$\cancel{x=-8}$ porque o número de amigos não pode ser negativo.

Assim, inicialmente eram 12 amigos.

8.1. $A_{\text{retângulo}}=(2x-6)(8-x)=16x-2x^2-48+6x=-2x^2+22x-48$

8.2. $A_{\text{retângulo}}=12,5 \Leftrightarrow -2x^2+22x-48=12,5 \Leftrightarrow x=\frac{-22\pm\sqrt{22^2-4\times(-2)\times(-60,5)}}{2\times(-2)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-22\pm\sqrt{484-484}}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{-22}{-4} \Leftrightarrow x=\frac{11}{2} \Leftrightarrow x=5,5$$

$8-x=8-5,5=2,5$; $2x-6=2\times5,5-6=11-6=5$

$P_{\text{retângulo}}=2\times2,5+2\times5=5+10=15$

O perímetro é de 15 m.

8.3. **a)** $V=(10+x)(10-x)\times21=(10^2-x^2)\times21=(100-x^2)\times21=2100-21x^2$

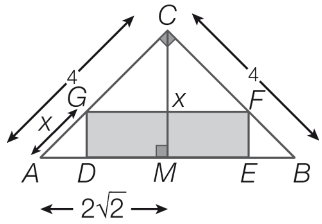
b) $2100-21x^2=1911 \Leftrightarrow -21x^2=-189 \Leftrightarrow x^2=\frac{189}{21} \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=3 \vee x=-3$

Se $x=3$, $10+x=13$ e $10-x=7$.

Se $x=-3$, $10+x=10-3=7$ e $10-x=10-(-3)=13$.

A base do reservatório é um retângulo com 7 m de largura e 13 m de comprimento. A altura do reservatório é 21 m.

9.1



Por aplicação do Teorema de Pitágoras ao triângulo [*ABC*]:

$4^2+4^2=\overline{AB}^2 \Leftrightarrow 32=\overline{AB}^2 \underset{\overline{AB}>0}{\Leftrightarrow}$

$\underset{\overline{AB}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AB}=\sqrt{32} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{AB}=\sqrt{4\times4\times2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{AB}=2\times2\sqrt{2} \Leftrightarrow$

$\overline{AB}=4\sqrt{2}$

$\overline{AM}=\frac{\overline{AB}}{2}=2\sqrt{2}$

Os triângulos [*ADG*] e [*AMC*] são semelhantes pelo critério AA (partilham o ângulo *MAC* e ambos têm um ângulo reto).

Assim:

$\frac{\overline{AG}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{AM}} \Leftrightarrow \frac{x}{4}=\frac{\overline{AD}}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{AD}=\frac{2\sqrt{2}x}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{AD}=\frac{\sqrt{2}}{2}x$

Como o triângulo [*ABC*] é isósceles, sendo $\overline{AC}=\overline{BC}$, então $B\hat{A}C=C\hat{B}A=45º$. Assim, também $M\hat{C}A=45º$, logo [*AMC*] é um triângulo isósceles, o mesmo se passando com o triângulo [ADG].

Assim, sendo $\overline{GD}=\overline{AD}=\frac{\sqrt{2}}{2}x$:

$A_{[EFGD]}=\overline{GD}\times\overline{DE}=\frac{\sqrt{2}}{2}x\times\left(\overline{AB}-2\overline{AD}\right)=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}x\left(4\sqrt{2}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)=$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}x\left(4\sqrt{2}-\sqrt{2}x\right)=$

$=\frac{4\times2x}{2}-\frac{2}{2}x^2=$

$=4x-x^2=$

$=-x^2+4x$

Ficha n.º 5 – Página 47 (cont.)

9.2 $-x^2+4x=\frac{15}{4} \Leftrightarrow -x^2+4x-\frac{15}{4}=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x^2+16x-15=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-16\pm\sqrt{16^2-4\times(-4)\times(-15)}}{2\times(-4)} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-16\pm\sqrt{256-240}}{-8} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-16\pm\sqrt{16}}{-8} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-16\pm 4}{-8} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-16-4}{-8} \vee x=\frac{-16+4}{-8} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{20}{-8} \vee x=\frac{12}{-8} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \vee x=\frac{3}{2}$

$\frac{5}{2}$ e $\frac{3}{2}$ são inferiores a 4, logo são ambos possíveis.

O valor de x pode ser $\frac{3}{2}$ ou $\frac{5}{2}$.

Teste n.º 1 – Página 48 **3. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU**

1.1. $f(x)=4x^2-25$

1.2. $f(x)=4x^2-25=4\left(x^2-\frac{25}{4}\right)=4\left(x^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2\right)=4\left(x-\frac{5}{2}\right)\left(x+\frac{5}{2}\right)$

1.3. $f(5)=4\times5^2-25=4\times25-25=100-25=75$

1.4. $f(x)=0 \Leftrightarrow 4x^2-25=0 \Leftrightarrow x^2=\frac{25}{4} \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{25}{4}} \vee x=-\sqrt{\frac{25}{4}} \Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \vee x=-\frac{5}{2}$; $A=\left\{-\frac{5}{2},\frac{5}{2}\right\}$

1.5. $f(x)=-16 \Leftrightarrow 4x^2-25=-16 \Leftrightarrow 4x^2=-16+25 \Leftrightarrow 4x^2=9 \Leftrightarrow x^2=\frac{9}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{9}{4}} \vee x=-\sqrt{\frac{9}{4}} \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \vee x=-\frac{3}{2}$. C.S. $=\left\{-\frac{3}{2},\frac{3}{2}\right\}$

2.1. **I.** $x^2-16x=-64 \Leftrightarrow x^2-2\times8x+8^2=-64+8^2 \Leftrightarrow (x-8)^2=0 \Leftrightarrow (x-8)(x-8)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x-8=0 \vee x-8=0 \Leftrightarrow x=8$. C.S. $=\{8\}$

II. $9x^2+6x+1=36 \Leftrightarrow (3x+1)^2=36 \Leftrightarrow (3x+1)^2-36=0 \Leftrightarrow (3x+1+6)(3x+1-6)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x+7=0 \vee 3x-5=0 \Leftrightarrow x=-\frac{7}{3} \vee x=\frac{5}{3}$. C.S. $=\left\{-\frac{7}{3},\frac{5}{3}\right\}$

III. $(4x-5)(4x+5)=8x-1 \Leftrightarrow 16x^2-25=8x-1 \Leftrightarrow 16x^2-8x+1=25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (4x-1)^2=25 \Leftrightarrow (4x-1)^2-25=0 \Leftrightarrow (4x-1-5)(4x-1+5)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x-6=0 \vee 4x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{6}{4} \vee x=-\frac{4}{4} \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \vee x=-1$ C.S. $=\left\{-1,\frac{3}{2}\right\}$

2.2. Aproveitando algumas das etapas seguidas em 2.1.:

I. $(x-8)^2=0 \Leftrightarrow x-8=\sqrt{0} \Leftrightarrow x=8$, C.S. $=\{8\}$

II. $(3x+1)^2=36 \Leftrightarrow 3x+1=\sqrt{36} \vee 3x+1=-\sqrt{36} \Leftrightarrow 3x+1=6 \vee 3x+1=-6 \Leftrightarrow x=\frac{5}{3} \vee x=-\frac{7}{3}$

C.S. $=\left\{-\frac{7}{3},\frac{5}{3}\right\}$

III. $(4x-1)^2=25 \Leftrightarrow 4x-1=\sqrt{25} \vee 4x-1=-\sqrt{25} \Leftrightarrow 4x=5+1 \vee 4x=-5+1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{6}{4} \vee x=-\frac{4}{4} \Leftrightarrow x=\frac{3}{2} \vee x=-1$ C.S. $=\left\{-1,\frac{3}{2}\right\}$

3. $9x^2+6x+1=36 \Leftrightarrow 9x^2+6x-35=0 \Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times9\times(-35)}}{2\times9} \Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36+1260}}{18} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{1296}}{18} \Leftrightarrow x=\frac{-6+36}{18} \vee x=\frac{-6-36}{18} \Leftrightarrow x=\frac{30}{18} \vee x=-\frac{42}{18} \Leftrightarrow x=\frac{5}{3} \vee x=-\frac{7}{3}$

C.S. $=\left\{-\frac{7}{3},\frac{5}{3}\right\}$

Teste n.º 1 – Página 49

4.1. Afirmação verdadeira

$$\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)=2x(3-x)\Leftrightarrow 4x^2-\frac{1}{4}=6x-2x^2\Leftrightarrow 4x^2+2x^2-6x-\frac{1}{4}=0\Leftrightarrow 6x^2-6x-\frac{1}{4}=0$$

$6x^2-6x-\frac{1}{4}=0$ é uma equação do 2.º grau completa.

4.2. Afirmação falsa. Pelo 3.º passo da resolução da equação anterior:

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{13}{4}\Leftrightarrow x-\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{13}}{2}\vee x-\frac{3}{2}=-\frac{\sqrt{13}}{2}$$

Há duas soluções e não apenas uma.

4.3. Afirmação verdadeira. $x^2-7x+\frac{49}{4}=x^2-2\times\frac{7}{2}x+\left(\frac{7}{2}\right)^2=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2$

4.4. Afirmação falsa. $\Delta=(-3)^2-4\times(-2)\times1=9+8=17$

Como $\Delta > 0$, a equação admite duas soluções distintas.

4.5. Afirmação falsa

$\Delta=1^2-4\times1\times k=1-4k$

Para a equação admitir duas soluções distintas, é necessário que Δ seja positivo.

$1-4k>0\Leftrightarrow -4k>-1\Leftrightarrow 4k<1\Leftrightarrow k<\frac{1}{4}$

Logo, $k\in\left]-\infty,\frac{1}{4}\right[$. Assim, há infinitos valores possíveis para *k*.

4.6. Afirmação falsa

Largura: *x*; comprimento: *x* + 6

$A_{\text{retângulo}}=112\Leftrightarrow x(x+6)=112\Leftrightarrow x^2+6x-112=0$

5. $g(x)=-2x+3$

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2=-2x+3\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-3)}}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4+12}}{2}\Leftrightarrow$$

$$x=\frac{-2\pm4}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-2-4}{2}\vee x=\frac{-2+4}{2}\Leftrightarrow x=\frac{-6}{2}\vee x=\frac{2}{2}\Leftrightarrow x=-3\vee x=1$$

$g(-3)=-2\times(-3)+3=6+3=9$; $g(1)=(-2)\times1+3=1$. Assim, $A(-3,9)$ e $B(1,1)$.

$$A_{\text{trapézio}}=\frac{\left(\overline{AD}+\overline{BC}\right)\times\overline{DC}}{2}=\frac{(9+1)\times(3+1)}{2}=\frac{10\times4}{2}=20\ \text{unidades de área}$$

6. $2\pi r=\pi r^2\Leftrightarrow 2r=r^2\Leftrightarrow r^2-2r=0\Leftrightarrow r(r-2)=0\Leftrightarrow r=0\vee r-2=0\Leftrightarrow \cancel{r=0}\vee r=2$

O raio tem 2 unidades de comprimento.

1. **Opção correta: (D)**

(A) é verdadeira pois $P(x)$ é um polinómio do 2.º grau.

(B) é verdadeira pois $P(x) = x \Leftrightarrow x - x^2 + 3 = x \Leftrightarrow -x^2 = -3 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$

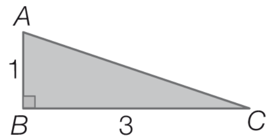
(C) é verdadeira pois $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 3 = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} + \frac{12}{4} = \frac{13}{4} = \left(\frac{4}{13}\right)^{-1}$

(D) é falsa porque, por exemplo, se $Q(x) = x^2 + 1$, $Q(x)$ tem grau 2 e

$P(x) + Q(x) = x - x^2 + 3 + x^2 + 1 = x + 4$ tem grau 1 e não grau 2.

2.1. Pelo Teorema de Pitágoras:

$\overline{AC}^2 = 1^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 10 \underset{\overline{AC}>0}{\Leftrightarrow} \overline{AC} = \sqrt{10}$



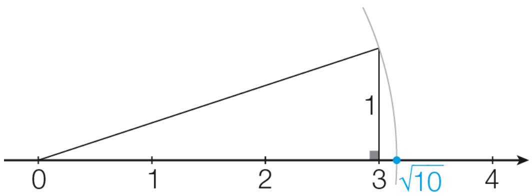
2.2. Duas décimas: $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$10 \times 5^2 = 250;\ 15^2 = 225;\ 16^2 = 256$

$15^2 < 250 < 16^2$, logo $\frac{15^2}{5^2} < 10 < \frac{16^2}{5^2} \Leftrightarrow 3^2 < 10 < \left(\frac{16}{5}\right)^2$

Assim $3{,}0 < \sqrt{10} < 3{,}2$ é um enquadramento de $\overline{AC} = \sqrt{10}$ com erro inferior a 0,2.

2.3.

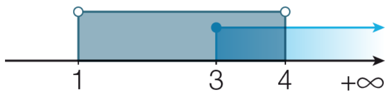


Nota: O arco de circunferência traçado na figura tem centro na origem e raio igual à hipotenusa do triângulo retângulo construído.

3.1. $\frac{1-x}{2} - \frac{x}{3} \geq 1 - x \Leftrightarrow 3 - 3x - 2x \geq 6 - 6x \Leftrightarrow -3x - 2x + 6x \geq 6 - 3 \Leftrightarrow x \geq 3$ $\quad A = [3, +\infty[$

3.2. **a)** $A \cap]-\infty, 5[= [3, 5[$

b) $A \cup]1, 4[=]1, +\infty[$



3.3. $-\sqrt{2} \approx -1{,}4$. Assim, $-\sqrt{2} + 5 \approx 3{,}6$.

O menor número natural que se deve adicionar a $-\sqrt{2}$ para obter um elemento de A é o número 5.

Teste n.º 2 – Página 51

4.

X	2	4	8	10
Y	12	**6**	**3**	**2,4**

$2\times 2=4;\ 2\times 4=8;\ 2\times 5=10;\ 12:2=6;\ 12:4=3;\ 12:5=2{,}4$

5.1. $f(x)=ax+b$ e $a=\dfrac{9-3}{-1-(-4)}=\dfrac{6}{-1+4}=\dfrac{6}{3}=2$, logo $y=2x+b$.

Substituindo *y* por *x* pelas coordenadas do ponto $(-4,3)$, conclui-se que:

$3=2\times(-4)+b \Leftrightarrow 3=-8+b \Leftrightarrow 3+8=b \Leftrightarrow b=11$

Logo, a forma canónica da função *f* é $2x+11$.

5.2. $f\left(2^{-1}\right)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=2\times\dfrac{1}{2}+11=12$

5.3. $f(x)=20\times 10^{-1} \Leftrightarrow 2x+11=2 \Leftrightarrow 2x=-11+2 \Leftrightarrow 2x=-9 \Leftrightarrow x=-\dfrac{9}{2}$

6. **I.** é verdadeira, pois:

$1{,}7-0{,}01<m<1{,}7+0{,}01 \Leftrightarrow 1{,}69<m<1{,}71$ e $2{,}3-0{,}2<n<2{,}3+0{,}2 \Leftrightarrow 2{,}1<n<2{,}5$

Assim, $1{,}69+2{,}1<m+n<1{,}71+2{,}5 \Leftrightarrow 3{,}79<m+n<4{,}21$.

Logo, $3{,}79-4<m+n-4<4{,}21-4 \Leftrightarrow -0{,}21<m+n-4<0{,}21$.

$|-0{,}21|=|0{,}21|=0{,}21$

Conclui-se, então, que 4 é um valor aproximado de $m+n$ com erro inferior a 0,21.

II. é verdadeira, pois: $\dfrac{6}{5}<\dfrac{8}{3}$

III. é falsa, pois $-x^2+2x=k \Leftrightarrow -x^2+2x-k=0$.

O binómio discriminante é $\Delta=2^2-4\times(-1)\times(-k)=4-4k$

A equação é impossível se $\Delta<0 \Leftrightarrow 4-4k<0 \Leftrightarrow -4k<-4 \Leftrightarrow 4k>4 \Leftrightarrow k>\dfrac{4}{4} \Leftrightarrow k>1$,logo

$k\in\left]1,+\infty\right[$.

Opção correta: (B)

7. $(x-1)^2-\dfrac{3}{2}x\geq x^2+x-1 \Leftrightarrow x^2-2x+1-\dfrac{3}{2}x\geq x^2+x-1 \Leftrightarrow -2x+1-\dfrac{3}{2}x\geq x-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x+2-3x\geq 2x-2 \Leftrightarrow -4x-3x-2x\geq -2-2 \Leftrightarrow -9x\geq -4 \Leftrightarrow x\leq\dfrac{4}{9}$ C.S. $=\left]-\infty,\dfrac{4}{9}\right]$

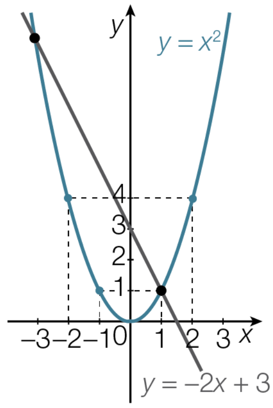
8.1. $\Delta = 2^2 - 4\times1\times(-3) = 4+12 = 16 > 0$, logo a equação tem duas soluções distintas.

8.2. $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -2x + 3$

Assim, as soluções da equação são as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos de $y = x^2$ e $y = -2x + 3$.

x	$y = x^2$
0	0
1	1
–1	1
2	4
–2	4

x	$y = -2x + 3$
0	3
1	1



Como os dois gráficos se intersetam em dois pontos, conclui-se que a equação apresentada tem duas soluções distintas.

8.3. $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 4 \Leftrightarrow x + 1 = \sqrt{4} \vee x + 1 = -\sqrt{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2 - 1 \vee x = -2 - 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$

C.S. $= \{-3, 1\}$

8.4. $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4\times1\times(-3)}}{2\times1} \Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2-4}{2} \vee x = \dfrac{-2+4}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{-6}{2} \vee x = \dfrac{2}{2} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1$

C.S. $= \{-3, 1\}$

9.1. 12 m = 1200 cm

$1200 : 60 = 20$

A Inês irá precisar de 20 círculos.

9.2. O número de círculos e o diâmetro de cada um são grandezas inversamente proporcionais, pois à medida que o valor de uma delas aumenta, o da outra diminui na mesma proporção. Além disso, o produto dos valores correspondentes das duas grandezas é constante igual a 1200 (se as duas grandezas estiverem expressas em centímetros).

9.3. $1200 : 40 = 30$ cm de diâmetro

Cada cartolina dá para construir $3\times2 = 6$ círculos com 30 cm de diâmetro.

$40 : 6 = 6,(6)$

São necessárias sete cartolinas (embora sobre algum papel)

$7\times0,80 = 5,60$

A Inês irá gastar 5,60 €.

Teste n.º 2 – Página 53

10. Se $p < q$, então $p - q < 0$, logo $p - q \in \mathbb{R}^-$.

Opção correta: (A)

11. $2x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$

$A(-1, 2)$ e $B(1, 2)$

$\overline{AB} = 1 + 1 = 2$

$A = \dfrac{b \times h}{2} = \dfrac{2 \times h}{2} = h$

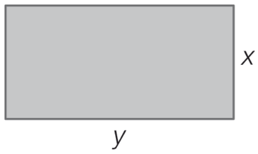
Assim, $h = 6$, logo a ordenada de C é $2 + 6 = 8$.

$2x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

Conclui-se então que a abcissa de C é –2, pois é negativa.

$C(-2, 8)$

12. 54,4 dam^2 = 5440 m^2



$2x + 2y = 296 \Leftrightarrow x + y = 148 \Leftrightarrow y = 148 - x$

$A = x \times y = x(148 - x) = 148x - x^2$

$$148x - x^2 = 5440 \Leftrightarrow -x^2 + 148x - 5440 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-148 \pm \sqrt{148^2 - 4 \times (-1) \times (-5440)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-148 \pm \sqrt{21904 - 21760}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-148 \pm \sqrt{144}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-148 - 12}{-2} \vee x = \frac{-148 + 12}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-160}{-2} \vee x = \frac{-136}{-2} \Leftrightarrow X = 80 \vee x = 68$$

A largura é 68 m e o comprimento é 80 m.

13. $A(1, 10)$ e $1 \times 10 = 10$

$f(x) = \dfrac{10}{x}; \dfrac{10}{x} = 2 \Leftrightarrow 10 = 2x \Leftrightarrow \dfrac{10}{2} = x \Leftrightarrow x = 5$

Logo, $B(5, 2)$.

A altura do triângulo é 5 e a base é igual a $\overline{OC}$. $A(1, 10)$ e $B(5, 2)$

A equação da reta AB é $y = ax + b$.

$a = \dfrac{2 - 10}{5 - 1} = \dfrac{-8}{4} = -2$, logo $y = -2x + b$.

$10 = (-2) \times 1 + b \Leftrightarrow 10 + 2 = b \Leftrightarrow b = 12$, pelo que $y = -2x + 12$.

Assim, $C(0, 12)$ e, portanto, a base do triângulo mede 12 unidades de comprimento.

$A_{[OBC]} = \dfrac{12 \times 5}{2} = 6 \times 5 = 30$ unidades quadradas