

Tópicos de Matemática I - 2017/ 2018
1º Teste – Tópicos de resolução

Exercício 1

a) $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$; $A = \{2\}$

b)

i) $|x| > 3 \Leftrightarrow x > 3 \vee x < -3$; $C =]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$

ii) $B =]-5, \pi]$; $B \cap C =]-5, -3[\cup]3, \pi]$

Exercício 2

$$\begin{cases} -x+1=4y \\ y=2x-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+1=4(2x-5) \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+1=8x-20 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9x=-21 \\ - \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{9} \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = 2 \times \frac{7}{3} - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ y = \frac{14}{3} - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

A solução é o par ordenado $\left(\frac{7}{3}, -\frac{1}{3}\right)$.

Exercício 3

$$\frac{(3^2)^3 \times 3^{-5}}{3^3} = \frac{3^6 \times 3^{-5}}{3^3} = \frac{3^1}{3^3} = 3^{-2}$$

Exercício 4

$$2 \times 2\sqrt{7} + 2 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{7} + 2\sqrt{3}$$

Resposta: $(4\sqrt{7} + 2\sqrt{3})cm$

Exercício 5

a)

$$\frac{x}{3} + 5 = 2 \vee \frac{x}{3} + 5 = -2$$

$$\Leftrightarrow x + 15 = 6 \vee x + 15 = -6$$

$$\Leftrightarrow x = -9 \vee x = -21$$

$$\text{C.S.} = \{-9, -21\}$$

b)

$$x^2 - 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{-1, 3\}$$

c)

$$5x^4 - 10x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2(x^2 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 = 0 \vee x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 0 \vee x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{2}$$

$$\text{C.S.} = \{-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}\}$$

Exercício 6

$$2 - \frac{x-1}{3} - 2x - 2 > -1$$

$$\Leftrightarrow -x + 1 - 6x > -3$$

$$\Leftrightarrow -x - 6x > -3 - 1$$

$$\Leftrightarrow -7x > -4$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{4}{7}$$

Resposta: 0

Exercício 7

a)

$$\text{i)} \quad (1, -2) + (7, -3\sqrt{7}) = (8, -2-3\sqrt{7})$$

$$\text{ii)} \quad \|\vec{k}\| = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + (-3)^2} = \sqrt{7+9} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{b)} \quad \vec{u} \cdot \vec{r} = 1 \times \frac{3}{2} - 2 \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0. \text{ Logo os vetores } \vec{u} \text{ e } \vec{r} \text{ são perpendiculares.}$$

$$\text{c)} \quad \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{6}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{12}} \Leftrightarrow \frac{3}{12} = \frac{3}{12} . \text{ Proposição verdadeira; logo os vetores } \vec{r} \text{ e } \vec{w} \text{ são colineares.}$$

Nota: Poderia mostrar-se que $\vec{w} = 4 \times \vec{r}$.

Exercício 8

$$x + 2\sqrt{x}\sqrt{y} + y - (x - y) - 2\sqrt{xy} = x + 2\sqrt{xy} + y - x + y - 2\sqrt{xy} = 2y$$

Exercício 9

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (a^2 - 2a + 1 - a^2 - 1, 7 - 7) = (-2a, 0)$$

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4a^2 + 0} = 2a \quad (\text{pois } a > 0)$$

$$2a = 10 \Leftrightarrow a = 5. \text{ Logo: } A(26, 7) \text{ e } B(16, 7).$$