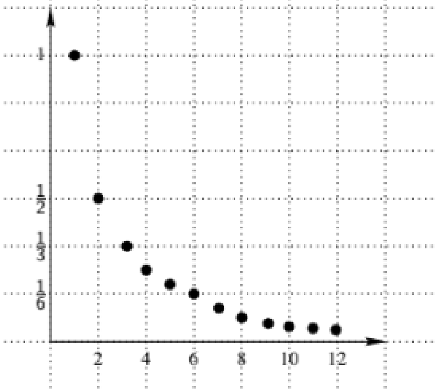
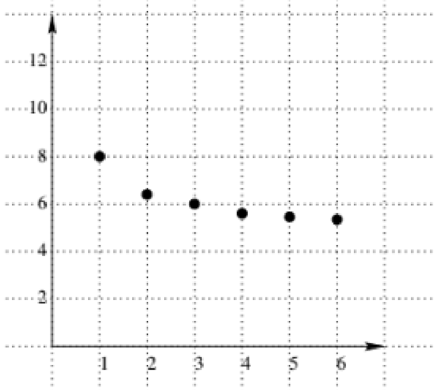
Exercício 1.

Figura 1: $a_n = \frac{1}{n}$



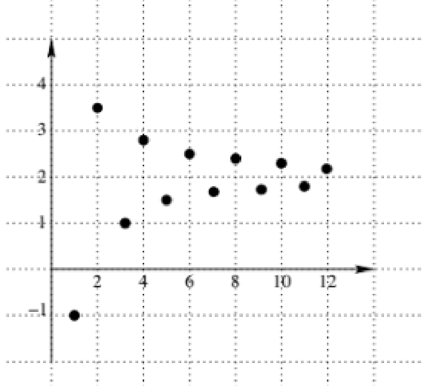
A sucessão a_n é limitada e monótona portanto convergente

Figura 2: $b_n = \frac{5n+3}{n}$



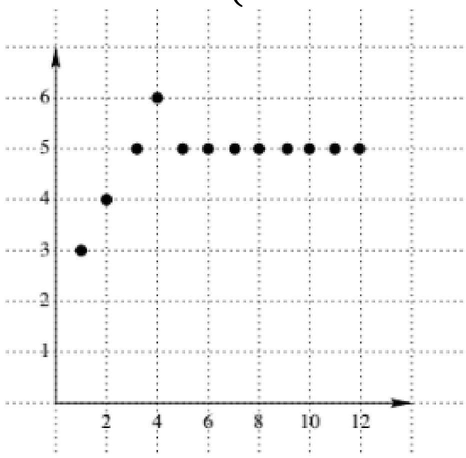
A sucessão b_n é limitada e monótona portanto convergente

Figura 3: $c_n = \frac{3(-1)^n+2n}{n}$



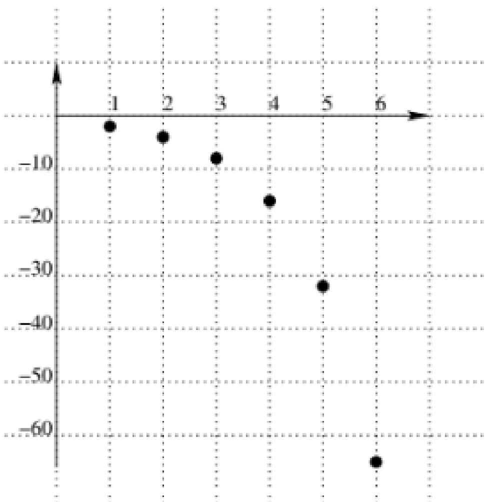
A sucessão c_n é limitada, não monótona mas convergente

Figura 4: $d_n = \begin{cases} \text{n + 2, se n} < 5 \\ \text{5 se, n} \geq 5 \end{cases}$



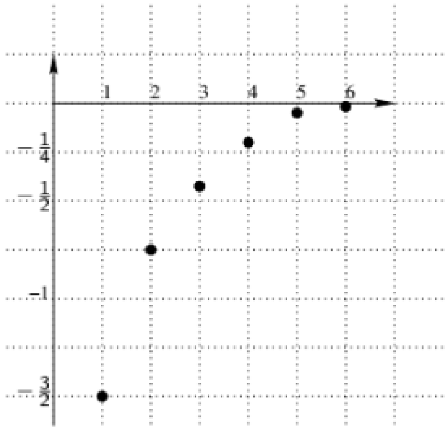
A sucessão d_n é limitada, não monótona mas convergente

Figura 5: $e_n = -2^n$



A sucessão e_n não é limitada, é monótona e não convergente

Figura 6: $f_n = \frac{-3}{2^n}$



A sucessão f_n é limitada e monótona portanto convergente

Exercício 2. Considere a sucessão de termo geral $a_n = 3 - 2n$

a) Determine os três primeiros termos da sucessão.

$$a_1 = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

$$a_2 = 3 - 2 \cdot 2 = -1$$

$$a_3 = 3 - 2 \cdot 3 = -3$$

b) Averigue se -17 é termo da sucessão.

$$3 - 2n = -17$$

$$n = 10$$

Confirmação:

$$a_{10} = 3 - 2 \cdot 10 = -17$$

c) Estude a sucessão a_n quanto à monotonia.

$$a_{n+1} - a_n$$

$$= 3 - 2(n+1) - (3 - 2n)$$

$$= 3 - 2n - 2 - 3 + 2n$$

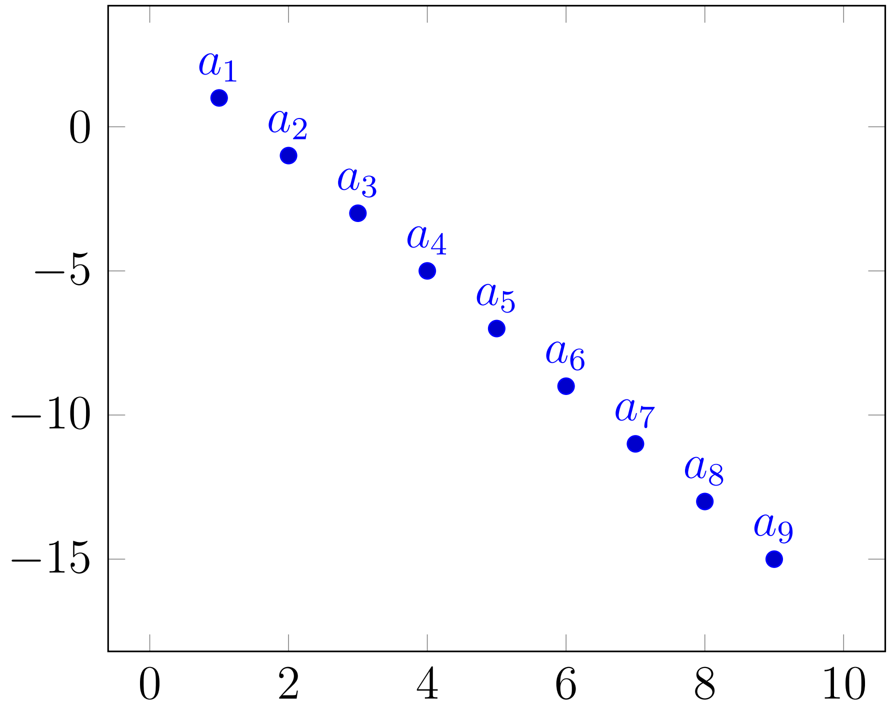
$$= -2 < 0$$

a_n é uma sucessão monótona decrescente

d) A sucessão é limitada ?

$$\lim_n (3 - 2n) = -\infty$$

u_n não é uma sucessão limitada



Exercício 3. Considere a sucessão de termo geral $u_n = \frac{3n-2}{n}$

a) Determine os dois primeiros termos da sucessão.

$$u_1 = \frac{3\,(1) - 2}{1} = 1$$

$$u_2 = \frac{3\,(2) - 2}{2} = 2$$

b) Verifique se $\frac{5}{2}$ é termo da sucessão.

$$3 - \frac{2}{n} = \frac{5}{2}$$

$$n = 4$$

Como n $\in \mathbb{N}$, então é termo da sucessão

c) Estude a sucessão u_n quanto à monotonia.

$$u_{n+1} - u_n$$

$$= \frac{3\,(n+1) - 2}{n+1} - \left(\frac{3n-2}{n}\right)$$

$$= \left[\frac{3n+1}{n+1}\right] \cdot \left[\frac{n}{n}\right] - \left[\frac{3n-2}{n}\right] \cdot \left[\frac{n+1}{n+1}\right]$$

$$= \frac{2}{(n+1)\,(n)} > 0$$

u_n é uma sucessão crescente

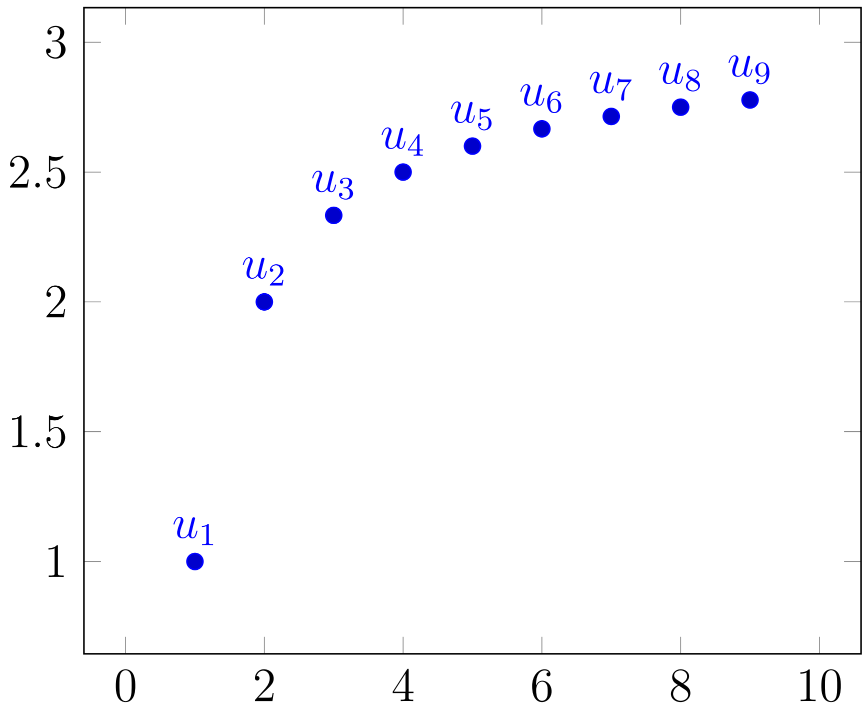
d) A sucessão é limitada ?

$$3 - \frac{2}{n}$$

$$-\frac{2}{n} < 0$$

$$1 < 3 - \frac{2}{n} < 3$$

u_n é uma sucessão monótona, limitada



Exercício 4. Considere a sucessão de termo geral $b_n = n^2 - 8n$

a) Determine os quatro primeiros termos da sucessão.

$$b_1 = (1)^2 - 8 = -7$$

$$b_2 = (2)^2 - 16 = -12$$

$$b_3 = (3)^2 - 24 = -15$$

$$b_4 = (4)^2 - 32 = -16$$

b) Calcule o vigésimo termo da sucessão e diga se a sucessão é monótona.

$$b_{20} = (20)^2 - 160 = 240$$

b_n não é uma sucessão monótona

Exercício 5. a)

$$\lim_n \left(\frac{2+3n}{5n}\right) = \lim_n \left(\frac{\cancel{n}\left(\cancelto{0}{\frac{2}{n}} + 3\right)}{\cancel{n}(5)}\right) = \frac{3}{5}$$

b)

$$\lim_n \left(\frac{3n^2+4n-2}{4n^2-3n+5}\right) = \lim_n \left(\frac{\cancel{n^2}\left(3 + \cancelto{0}{\frac{4}{n}} - \cancelto{0}{\frac{2}{n^2}}\right)}{\cancel{n^2}\left(4 - \cancelto{0}{\frac{3}{n}} + \cancelto{0}{\frac{5}{n^2}}\right)}\right) = \frac{3}{4}$$

c)

$$\lim_n \left(\frac{3n^2+1}{4n^3+5}\right) = \lim_n \left(\frac{\cancel{n^2}\left(3 + \cancelto{0}{\frac{1}{n^2}}\right)}{\cancel{n^2}\left(4n + \cancelto{0}{\frac{5}{n^3}}\right)}\right) = \lim_n \left(\frac{3}{4n}\right) = 0$$

d)

$$\lim_n \left(\frac{3n^3+4n^2-3n+2}{4n^2+3n+2}\right) = \lim_n \left(\frac{\cancel{n^2}\left(3n + \cancelto{0}{\frac{4}{n}} - \cancelto{0}{\frac{3}{n^2}} + \cancelto{0}{\frac{2}{n^3}}\right)}{\cancel{n^2}\left(4 + \cancelto{0}{\frac{3}{n}} + \cancelto{0}{\frac{2}{n^2}}\right)}\right) = \lim_n \left(\frac{3n}{4}\right) = +\infty$$

e)

$$\lim_{n} \left(5\,(-1)^n\right) \begin{cases} \text{-5 se n é ímpar} \\ \text{5 se n é par} \end{cases} \quad \text{Limite não existe}$$

f)

$$\lim_{n} \left(\sqrt{n^3+3} = \lim_{n} \sqrt{n^2\left(n+\frac{3}{n^2}\right)}\right) = \lim_{n} |n| \sqrt{n+\frac{3}{n^2}} = \lim_{n} n\sqrt{n+\frac{3}{n^2}} = +\infty$$

g)

$$\lim_{n} \frac{\sqrt{4n^2+1}}{n+3} = \lim_{n} \frac{\sqrt{n^2\left(4+\frac{1}{n^2}\right)}}{n\left(1+\frac{3}{n}\right)} = \lim_{n} \frac{|n|\sqrt{4+\frac{1}{n^2}}}{n\left(1+\frac{3}{n}\right)} = \lim_{n} \frac{\cancel{n}\sqrt{4+\frac{1}{n^2}}}{\cancel{n}\left(1+\frac{3}{n}\right)} = 2$$

h)

$$\lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} - \frac{1}{\sqrt{n^2+2}}\right)$$

$$= \lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\right) - \lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}\right)$$

$$0 - 0 = 0$$

i)

$$\lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^4+2}-\sqrt{n^4+3}}\right) = \lim_{n} \left(\frac{\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}}{\left(\sqrt{n^4+2}-\sqrt{n^4+3}\right)\left(\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}\right)}\right)$$

$$= \lim_{n} \left(\frac{\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}}{-1}\right)$$

$$= -\lim_{n} \left(\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}\right)$$

$$= -\lim_{n} \left(\sqrt{n^4\left(1+\frac{2}{n^4}\right)} + \sqrt{n^4\left(1+\frac{3}{n^4}\right)}\right) = -\lim_{n} \left(|n|\sqrt{1+\frac{2}{n^4}} + |n|\sqrt{1+\frac{3}{n^4}}\right)$$

j)

$$\lim_{n} \left(\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-n}\right)$$

$$
\begin{aligned}
&= \lim_{n} \left(\frac{\left(\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-n}\right)\left(\sqrt{n^2+2} + \sqrt{n^2-n}\right)}{\left(\sqrt{n^2+2} + \sqrt{n^2-n}\right)} \right) \\
&= \lim_{n} \left(\frac{2+n}{\left(\sqrt{n^2+2} + \sqrt{n^2-n}\right)} \right) \\
&= \lim_{n} \left(\frac{n\left(\frac{2}{n}+1\right)}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{2}{n^2}\right)} + \sqrt{n^2\left(1-\frac{1}{n}\right)}} \right) \\
&= \lim_{n} \left(\frac{n\left(\frac{2}{n}+1\right)}{|n|\left(\sqrt{1+\frac{2}{n^2}} + \sqrt{1-\frac{1}{n}}\right)} \right) \\
&= \lim_{n} \left(\frac{\cancel{n}\left(\frac{2}{n}+1\right)}{\cancel{n}\left(\sqrt{1+\frac{2}{n^2}} + \sqrt{1-\frac{1}{n}}\right)} \right) \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$