Escola Secundária de Paredes

Proposta de Resolução do Miniteste

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

1. A aderência do conjunto $A = \{-2\} \cup]3;6]$, é $\overline{A} = \{-2\} \cup [3;6]$

   Resposta:

   Versão 1: (B)

   Versão 2: (A)

2. .

   2.1. $f(x) = x \Leftrightarrow \frac{x}{x+3} = x \Leftrightarrow \frac{x}{x+3} - x = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x+3} - \frac{x(x+3)}{x+3} = 0 \Leftrightarrow \frac{x - x^2 - 3x}{x+3} = 0 \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow \frac{-x^2 - 2x}{x+3} = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x = 0 \wedge x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow x(-x-2) = 0 \wedge x \neq -3 \Leftrightarrow (x = 0 \vee -x - 2 = 0) \wedge x \neq -3 \Leftrightarrow (x = 0 \vee x = -2) \wedge x \neq -3 \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$

   $C.S. = \{-2; 0\}$

   2.2. $f(x) \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x}{x+3} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x}{x+3} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x - 2x - 6}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-x-6}{x+3} \geq 0$

   O domínio é $D = \{x \in \mathbb{R} : x + 3 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$

   Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

   $\twoheadrightarrow$ **Numerador**

   Zeros: $-x - 6 = 0 \Leftrightarrow -x = 6 \Leftrightarrow x = -6$

   Sinal:

   $-x - 6 > 0 \Leftrightarrow -x > 6 \Leftrightarrow x < -6$

   $-x - 6 < 0 \Leftrightarrow -x < 6 \Leftrightarrow x > -6$

   $\twoheadrightarrow$ **Denominador**

   Zeros: $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

   Sinal:

   $x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -3$

   $x + 3 < 0 \Leftrightarrow x < -3$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-6		-3	$+\infty$
$-x-6$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$x+3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$\frac{-x-6}{x+3}$	$-$	0	$+$	$s.s.$	$-$

Concluindo:

$$\frac{-x-6}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-6;-3[$$

$C.S. = [-6;-3[$

2.3. Seja (a_n) uma sucessão de valores do domínio tal que, $\lim(a_n) = -3^+$

Ora,

$$\lim f(a_n) = \lim \frac{a_n}{a_n+3} = \frac{\lim(a_n)}{\lim(a_n)+3} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

Logo, $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x) = -\infty$

3. .

(I)

Sabe-se que $a \notin D_f$

Assim, existe $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, se $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$

Ora,

$\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = 1$ e $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = 0$

Logo, $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$

Portanto, **não existe** $\lim\limits_{x\to a} f(x)$

(II)

Sabe-se que $a \in D_f$

Assim, existe $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, se $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$

Ora,

$\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = 4$ e $f(a) = 4$

Logo, $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq f(a)$ e $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = f(a)$

Portanto, **não existe** $\lim\limits_{x\to a} f(x)$

(III)

Sabe-se que $a \notin D_f$

Assim, existe $\lim\limits_{x \to a} f(x)$, se $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$

Ora,

$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = -2$ e $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -2$

Logo, $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$

Portanto, **existe** $\lim\limits_{x \to a} f(x)$, e o seu valor é -2

Ou seja, $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -2$

(IV)

Sabe-se que $a \in D_f$

Assim, existe $\lim\limits_{x \to a} f(x)$, se $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

Ora,

$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = 3$, $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = 3$ e $f(a) = 3$

Logo, $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = \lim\limits_{x \to a^+} f(x) = f(a)$

Portanto, **existe** $\lim\limits_{x \to a} f(x)$, e o seu valor é 3

Ou seja, $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 3$