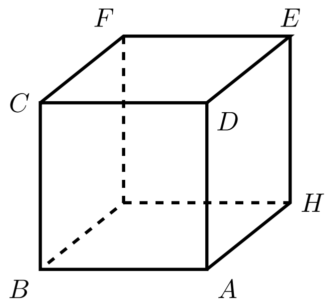
Geometria (11.º ano)

Produto escalar de vetores

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Na figura ao lado, está representado o cubo $[ABCDEFGH]$.



   Fixado um determinado referencial o.n. $Oxyz$, tem-se:

   $$A(-2{,}5{,}0) \ , \ B(1,-1{,}2) \ \text{e} \ C(3{,}2{,}8) \ .$$

   Qual é o valor de $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HE}$?

   (A) -49 **(B)** 0 **(C)** 7 **(D)** 49

Exame – 2022, 2.ª Fase

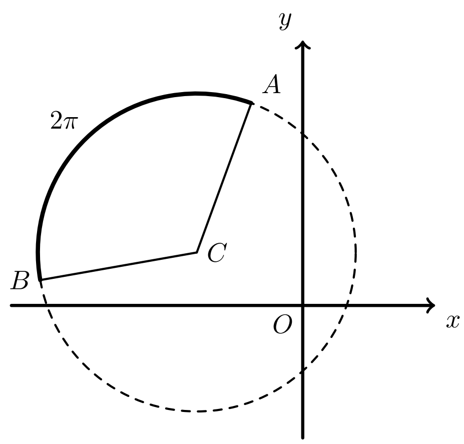
2. Considere, num referencial o.n. Oxy, o gráfico da função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2$, e uma reta r, não vertical, que passa no ponto de coordenadas $(0{,}1)$.

   Sejam A e B os pontos de intersecção da reta r com o gráfico da função f .

   Mostre que o ângulo convexo AOB é um ângulo reto.

Exame – 2022, 2.ª Fase

3. Na figura ao lado, está representada, em referencial o.n. Oxy, a circunferência de equação $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9$.



   O ponto C é o centro da circunferência.

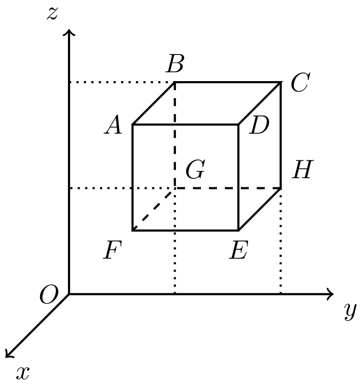
   A e B são dois pontos da circunferência.

   O arco de circunferência AB tem comprimento 2π .

   Determine o valor do produto escalar $\overrightarrow{CA} \,.\, \overrightarrow{CB}$.

Exame – 2022, 1.ª Fase

4. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[ABCDEFGH]$ em que cada aresta é paralela a um dos eixos coordenados.



Sabe-se que:

- o vértice B tem coordenadas $(0,2,4)$
- o vetor $\overrightarrow{BE}$ tem coordenadas $(2,2,-2)$
- a aresta $[BG]$ é paralela ao eixo Oz

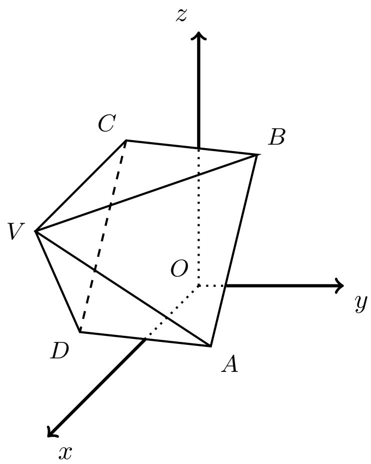
Determine a amplitude do ângulo OBE

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

Exame – 2020, Ép. especial

5. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$



Os vértices A e C têm coordenadas $(2,1,0)$ e $(0,-1,2)$, respetivamente.

O vértice V tem coordenadas $(3,-1,2)$

Determine a amplitude do ângulo VAC

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame – 2019, 1.ª Fase

6. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação $x^2+y^2+z^2=3$ e o ponto P de coordenadas $(1,1,1)$, pertencente a essa superfície esférica.
Seja R o ponto de intersecção da superfície esférica com o semieixo negativo das ordenadas.

Determine a amplitude do ângulo ROP

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Exame – 2018, Ép. especial

7. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a superfície esférica de equação

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=10$$

Seja C o centro da superfície esférica e seja A o simétrico do ponto C relativamente ao plano xOy

Determine a amplitude do ângulo AOC

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

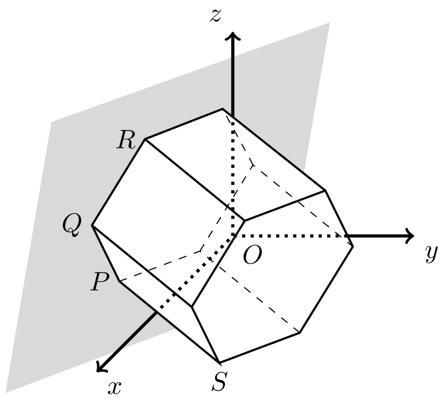
Exame – 2018, 2.ª Fase

8. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma hexagonal regular.

Sabe-se que:

- $[PQ]$ e $[QR]$ são arestas de uma das bases do prisma;
- $\overline{PQ}=4$

Determine o produto escalar $\overrightarrow{QP}\,.\,\overrightarrow{QR}$



Exame – 2018, 1.ª Fase

9. Considere, num referencial o.n. xOy, dois pontos distintos, R e S

Seja A o conjunto dos pontos P desse plano que verificam a condição $\overrightarrow{PR}\,.\,\overrightarrow{PS}=0$ ($\overrightarrow{PR}\,.\,\overrightarrow{PS}$ designa o produto escalar de $\overrightarrow{PR}$ por $\overrightarrow{PS}$).

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) O conjunto A é a mediatriz do segmento de reta $[RS]$

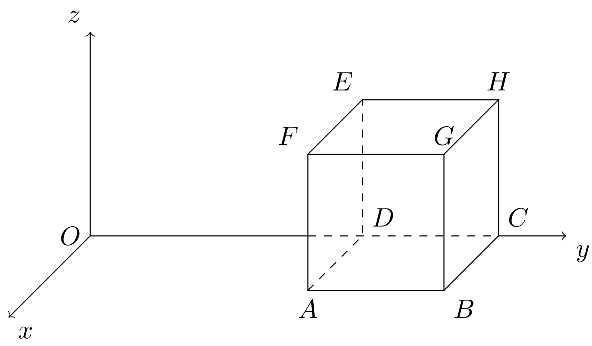
(B) O conjunto A é o segmento de reta $[RS]$

(C) O conjunto A é o triângulo $[ROS]$

(D) O conjunto A é a circunferência de diâmetro $[RS]$

Exame – 2017, Ép. especial

10. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$



Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy
- a aresta $[CD]$ está contida no eixo Oy
- o ponto D tem coordenadas (0,4,0)
- o plano ACG é definido pela equação $x + y - z - 6 = 0$
- o vértice A tem abcissa igual a 2

Seja P o vértice de uma pirâmide regular de base $[EFGH]$

Sabe-se que:

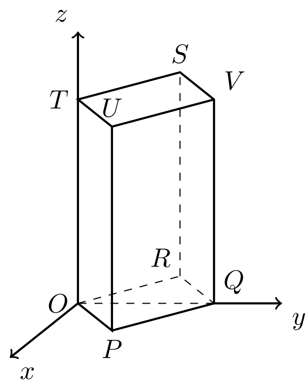
- a cota do ponto P é superior a 2
- o volume da pirâmide é 4

Determine a amplitude do ângulo OGP

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame – 2017, 2.ª Fase

11. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OPQRSTUV]$



Sabe-se que:

- a face $[OPQR]$ está contida no plano xOy
- o vértice Q pertence ao eixo Oy e o vértice T pertence ao eixo Oz
- o plano STU tem equação $z = 3$

Determine o valor do produto escalar $\overrightarrow{UP} \,.\, \overrightarrow{RS}$

Exame – 2017, 1.ª Fase

12. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma quadrangular regular $[OABCDEFG]$

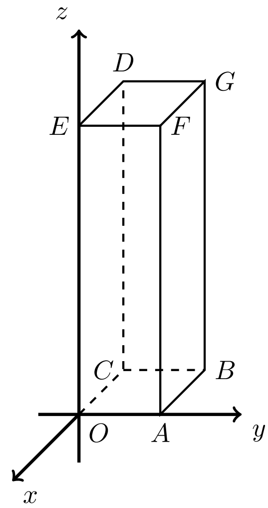
Sabe-se que:

- os pontos C, A e E pertencem aos eixos coordenados Ox, Oy e Oz, respetivamente;
- o ponto A tem coordenadas $(0,2,0)$
- o plano OFB é definido pela equação $3x + 3y - z = 0$

Seja P o ponto de cota igual a 1 que pertence à aresta $[BG]$
Seja R o simétrico do ponto P relativamente à origem.

Determine a amplitude do ângulo RAP

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.



Exame – 2016, Ép. especial

13. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano α definido pela equação $3x + 2y + 4z - 12 = 0$
Sejam A e B os pontos pertencentes ao plano α, tais que A pertence ao semieixo positivo Ox e B pertence ao semieixo positivo Oy
Seja P um ponto com cota diferente de zero e que pertence ao eixo Oz

Justifique, recorrendo ao produto escalar de vetores, que o ângulo APB é agudo.

Exame – 2016, 2.ª Fase

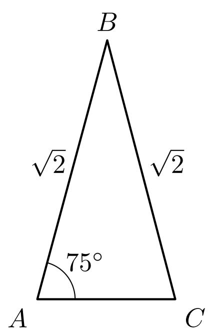
14. Na figura ao lado, está representado um triângulo isósceles $[ABC]$

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2}$
- $B\hat{A}C = 75°$

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$?

(A) $\sqrt{2}$ **(B)** $2\sqrt{2}$ **(C)** $\sqrt{3}$ **(D)** $2\sqrt{3}$



Exame – 2016, 1.ª Fase

15. Os segmentos de reta $[AB]$ e $[BC]$ são lados consecutivos de um hexágono regular de perímetro 12

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$?

(A) -3 **(B)** -2 **(C)** 2 **(D)** 3

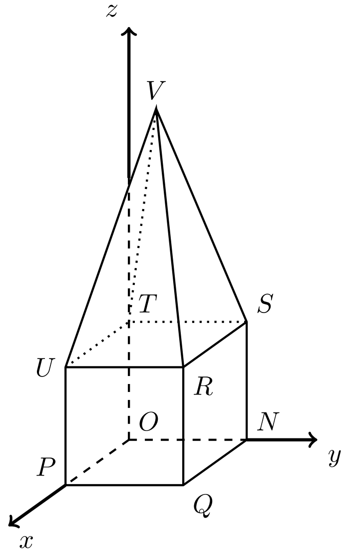
Exame – 2015, Ép. especial

16. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, o plano β definido pela condição $2x - y + z - 4 = 0$
Considere o ponto $A(1{,}2{,}3)$
Seja B o ponto de intersecção do plano β com o eixo Ox
Seja C o simétrico do ponto B relativamente ao plano yOz

Determine a amplitude do ângulo BAC
Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

Exame – 2015, Ép. especial

17. Na figura seguinte, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[NOPQRSTUV]$ que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.



Sabe-se que:

- o vértice P pertence ao eixo Ox
- o vértice N pertence ao eixo Oy
- o vértice T pertence ao eixo Oz
- o vértice R tem coordenadas $(2{,}2{,}2)$
- o plano PQV é definido pela equação $6x + z - 12 = 0$

Seja A um ponto pertencente ao plano QRS

Sabe-se que:

- o ponto A tem cota igual ao cubo da abcissa;
- os vetores $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{TQ}$ são perpendiculares.

Determine a abcissa do ponto A, recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta:

- equacione o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizar na calculadora e que lhe permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s) (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x \in [-4{,}4]$ e $y \in [-2{,}7]$);
- apresente a abcissa do ponto A arredondada às centésimas.

Exame – 2015, 2.ª Fase

18. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(0{,}0{,}2)$ e $B(4{,}0{,}0)$

Seja P o ponto pertencente ao plano xOy tal que:

- a sua abcissa é igual à abcissa do ponto B
- a sua ordenada é positiva;
- $B\hat{A}P = \dfrac{\pi}{3}$

Determine a ordenada do ponto P

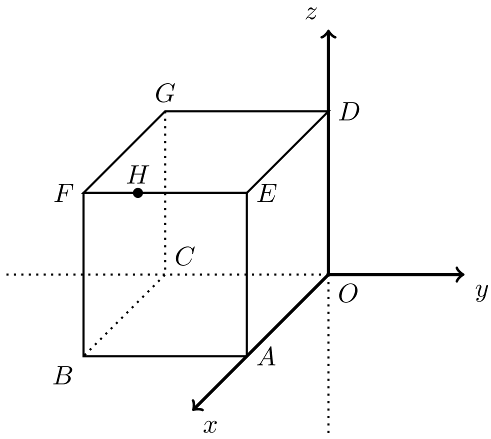
Exame – 2015, 1.ª Fase

19. Na figura ao lado, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[OABCDEFG]$, de aresta 3

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox
- o ponto C pertence ao semieixo negativo Oy
- o ponto D pertence ao semieixo positivo Oz
- o ponto H tem coordenadas $(3, -2{,}3)$

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo AHC
Determine o valor exato de $\text{sen}^2\alpha$, sem utilizar a calculadora.

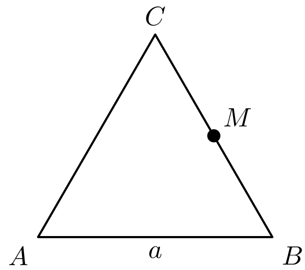


Exame – 2014, 1.ª Fase

20. Na figura ao lado, está representado um triângulo equilátero $[ABC]$
Seja a o comprimento de cada um dos lados do triângulo.
Seja M o ponto médio do lado $[BC]$

Mostre que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} = \dfrac{3a^2}{4}$

Nota: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$ designa o produto escalar do vetor $\overrightarrow{AB}$ pelo vetor $\overrightarrow{AM}$



Teste Intermédio 11.º ano – 11.03.2014

21. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere um ponto P que tem ordenada igual a -4 e cota igual a 1
Considere também o vetor $\vec{u}$ de coordenadas $(2, 3, 6)$

Sabe-se que os vetores $\overrightarrow{OP}$ e $\vec{u}$ são perpendiculares.

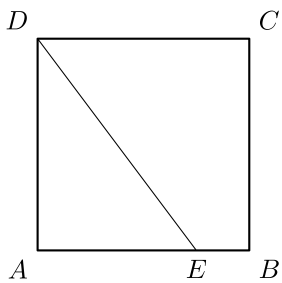
Qual é a abcissa do ponto P ?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

Teste Intermédio 11.º ano – 06.03.2013

22. Na figura ao lado, está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado igual a 4
Admita que o ponto E pertence ao segmento $[AB]$ e que o triângulo $[ADE]$ tem área igual a 6

Determine o valor exato de $\overrightarrow{ED} \cdot \overrightarrow{DC}$, sem recorrer à calculadora.



Teste Intermédio 11.º ano – 06.03.2013

23. No referencial o.n. xOy da figura ao lado, estão representados o quadrado $[OABC]$ e o retângulo $[OPQR]$

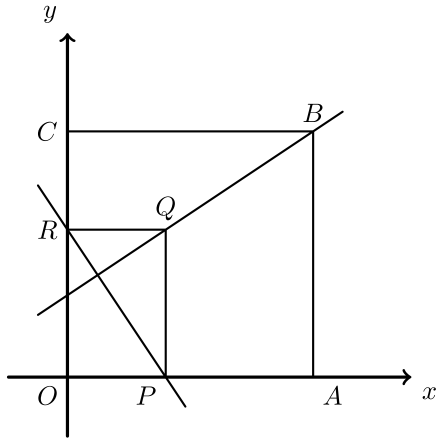
Os pontos A e P pertencem ao semieixo positivo Ox e os pontos C e R pertencem ao semieixo positivo Oy

O ponto Q pertence ao interior do quadrado $[OABC]$

Sabe-se que:

- $\overline{OA} = a$
- $\overline{OP} = b$
- $\overline{RC} = b$

Prove que as retas QB e RP são perpendiculares.



Teste Intermédio 11.º ano – 09.02.2012

24. De um triângulo isósceles $[ABC]$ sabe-se que:

- os lados iguais são $[AB]$ e $[AC]$, tendo cada um deles 8 unidades de comprimento;
- cada um dos dois ângulos iguais tem $30°$ de amplitude.

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{AB} \,.\, \overrightarrow{AC}$?

(A) $-32\sqrt{3}$ **(B)** -32 **(C)** 64 **(D)** $64\sqrt{3}$

Teste Intermédio 11.º ano – 27.01.2011

25. Na figura ao lado, está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o poliedro $[VNOPQURST]$, que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular.

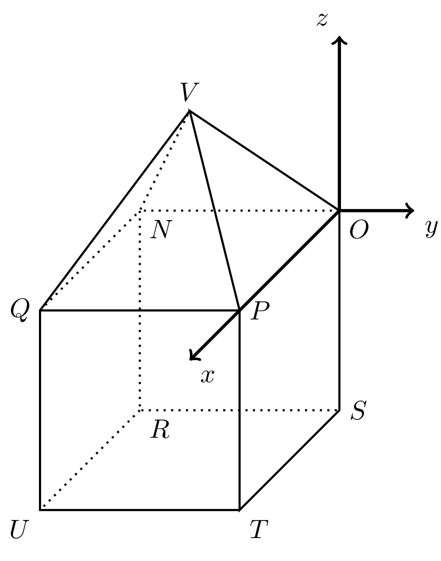
Sabe-se que:

- a base da pirâmide coincide com a face superior do cubo e está contida no plano xOy
- o ponto P pertence ao eixo Ox
- o ponto U tem coordenadas $(4, -4, -4)$

Considere um ponto A , com a mesma abcissa e com a mesma ordenada do ponto U

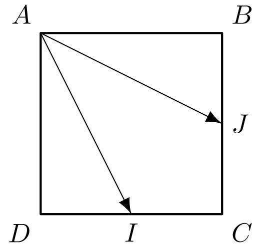
Sabe-se que $\overrightarrow{OT} \,.\, \overrightarrow{OA} = 8$

Determine a cota do ponto A



Teste Intermédio 11.º ano – 27.01.2011

26. Na figura ao lado, está representado o quadrado $[ABCD]$



Sabe-se que:

- o ponto I é o ponto médio do lado $[DC]$
- o ponto J é o ponto médio do lado $[BC]$

Prove que $\overrightarrow{AI} \, . \, \overrightarrow{AJ} = \left\| \overrightarrow{AB} \right\|^2$

Sugestão: comece por exprimir cada um dos vectores $\overrightarrow{AI}$ e $\overrightarrow{AJ}$ como soma de dois vectores.

Teste Intermédio 11.º ano – 27.01.2011

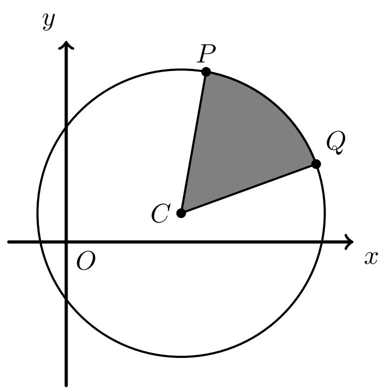
27. Seja $[AB]$ um diâmetro de uma esfera de centro C e raio 4

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{CA} \, . \, \overrightarrow{CB}$?

(A) 16 **(B)** -16 **(C)** $4\sqrt{2}$ **(D)** $-4\sqrt{2}$

Teste Intermédio 11.º ano – 06.05.2010
Teste Intermédio 11.º ano – 07.05.2009 (adaptado)

28. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, a circunferência de equação



$$(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$$

O ponto C é o centro da circunferência.

P e Q são dois pontos da circunferência.
A área da região sombreada é $\dfrac{25\pi}{6}$

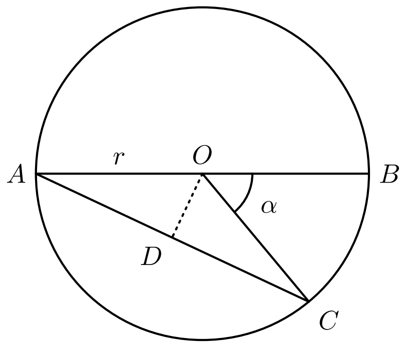
Determine o valor do produto escalar $\overrightarrow{CP} \, . \, \overrightarrow{CQ}$

Teste Intermédio 11.º ano – 27.01.2010

29. Na figura seguinte, está representada uma circunferência de centro O e raio r

Sabe-se que:

- $[AB]$ é um diâmetro da circunferência
- o ponto C pertence à circunferência
- α é a amplitude do ângulo COB
- $[OD]$ é perpendicular a $[AC]$



Prove que $\overrightarrow{AB} \,.\, \overrightarrow{AC} = 4r^2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Sugestão: *Percorra as seguintes etapas:*

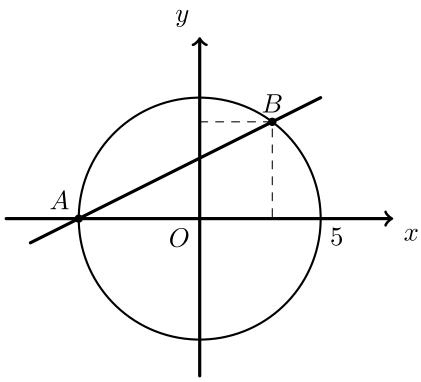
- *Justifique que o triângulo* $[OAC]$ *é isósceles*
- *Justifique que* $\overline{AC} = 2\overline{AD}$
- *Justifique que a amplitude do ângulo* CAB *é* $\frac{\alpha}{2}$
- *Escreva* $\overline{AD}$*, em função de* $\frac{\alpha}{2}$ *e de* r
- *Conclua que* $\overrightarrow{AB} \,.\, \overrightarrow{AC} = 4r^2 \cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Teste Intermédio 11.º ano – 29.01.2009

30. Na figura ao lado estão representadas, em referencial o.n. xOy, uma reta AB e uma circunferência com centro na origem e raio igual a 5

Os pontos A e B pertencem à circunferência.
O ponto A também pertence ao eixo das abcissas.
O ponto B tem coordenadas $(3{,}4)$

Seja C o ponto de coordenadas $(-3{,}16)$
Verifique que o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B



Teste Intermédio 11º ano – 24.01.2008

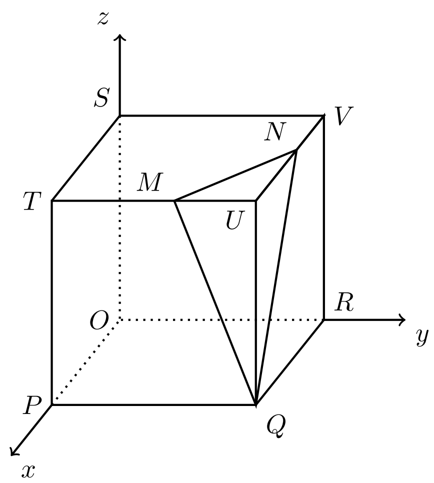
31. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[OPQRSTUV]$ de aresta 5

O vértice O do cubo coincide com a origem do referencial.

Os vértices P, R e S do cubo pertencem aos semieixos positivos Ox, Oy e Oz, respetivamente.

O triângulo escaleno $[MNQ]$ é a secção produzida no cubo pelo plano α de equação

$$10x + 15y + 6z = 125$$



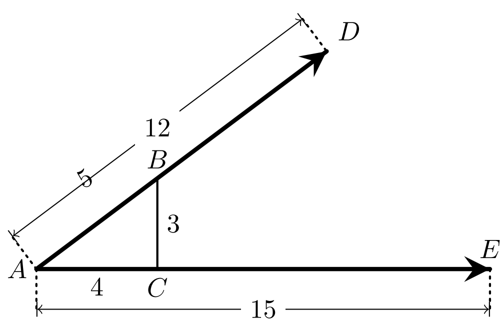
Seja β a amplitude, em **graus**, do ângulo MQN. Determine β
Apresente o resultado arredondado às unidades.
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.
Sugestão: comece por determinar as coordenadas dos pontos M e N

Teste Intermédio 11.º ano – 24.01.2008

32. Na figura ao lado estão representados dois vetores, $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{AE}$, de normas 12 e 15, respetivamente.
No segmento de reta $[AD]$ está assinalado um ponto B
No segmento de reta $[AE]$ está assinalado um ponto C

O triângulo é retângulo $[ABC]$ e os seus lados têm 3 , 4 e 5 unidades de comprimento.

Indique o valor do produto escalar $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$

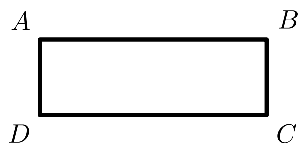


(A) 108 **(B)** 128 **(C)** 134 **(D)** 144

Teste Intermédio 11.º ano – 10.05.2007

33. Na figura ao lado está representado um retângulo $[ABCD]$

Mostre que o produto escalar $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ é igual a $\overline{AB}^2$



Teste Intermédio 11.º ano – 19.05.2006

34. Na figura ao lado estão representados, em referencial o. n. $Oxyz$, um prisma e uma pirâmide quadrangulares regulares, com a mesma altura.

A base do prisma, que coincide com a base da pirâmide, está contida no plano xOy.

O vértice P pertence ao eixo Ox.

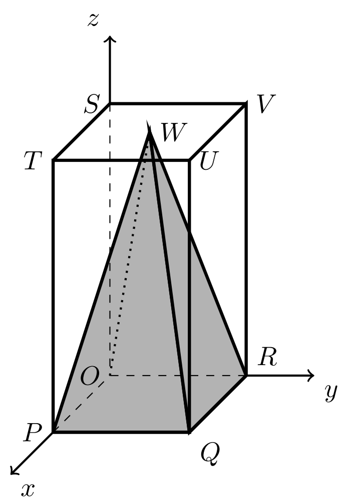
O vértice R pertence ao eixo Oy.

O vértice S pertence ao eixo Oz.

O vértice U tem coordenadas (2,2,4).

Calcule a amplitude do ângulo WQV. Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

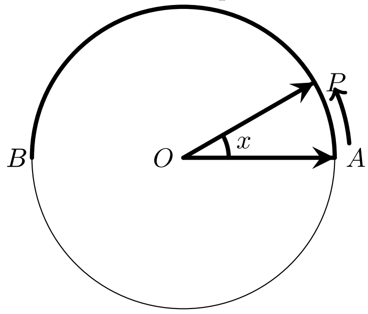
Nota: sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.



Exame – 2001, Ép. especial (cód. 135)

35. Na figura seguinte está representada uma circunferência de centro O e raio 1
Os pontos A e B são extremos de um diâmetro da circunferência.

Considere que um ponto P, partindo de A, se desloca sobre o arco AB, terminando o seu percurso em B

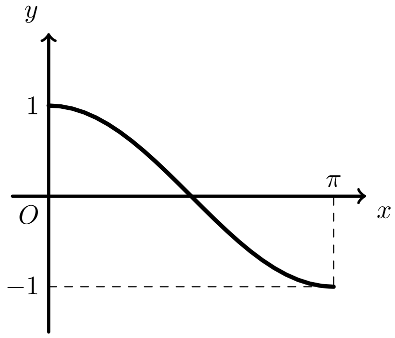


Para cada posição do ponto P, seja x a amplitude, em radianos, do ângulo AOP.

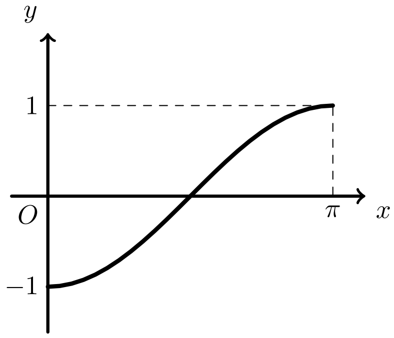
Seja f a função que, a cada valor de $x \in [0,\pi]$, faz corresponder o valor do produto escalar $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OP}$

Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função f?

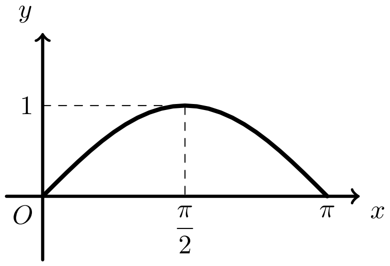
(A)



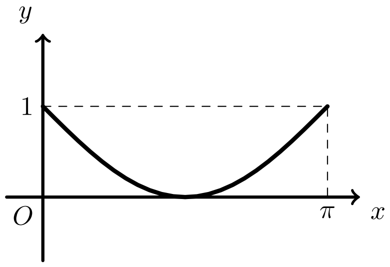
(B)



(C)



(D)



Exame – 2001, Prova para militares (cód. 435)

36. Considere um vetor $\overrightarrow{AB}$ tal que $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = 1$

Qual é o valor do produto escalar $\overrightarrow{AB} \,.\, \overrightarrow{BA}$?

(A) 1 **(B)** -1 **(C)** 0 **(D)** 2

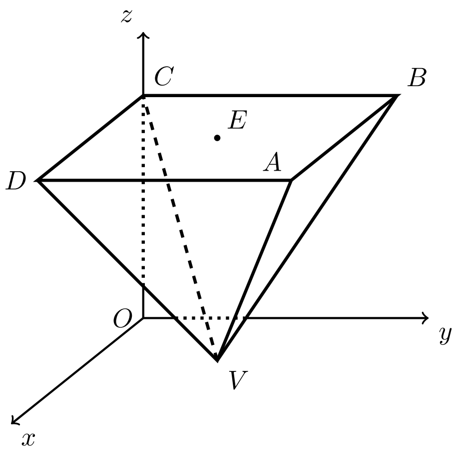
Exame – 2001, Prova Modelo (cód. 135)
Exame – 2000, 2.ª Fase (cód. 135)

37. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular.

- A base da pirâmide é paralela ao plano xOy
- O ponto A tem coordenadas $(8,8,7)$
- O ponto B pertence ao plano yOz
- O ponto C pertence ao eixo Oz
- O ponto D pertence ao plano xOz
- O ponto E é o centro da base da pirâmide
- O vértice V da pirâmide pertence ao plano xOy

Determine a amplitude do ângulo DVB

Apresente o resultado em graus, com aproximação à décima de grau.



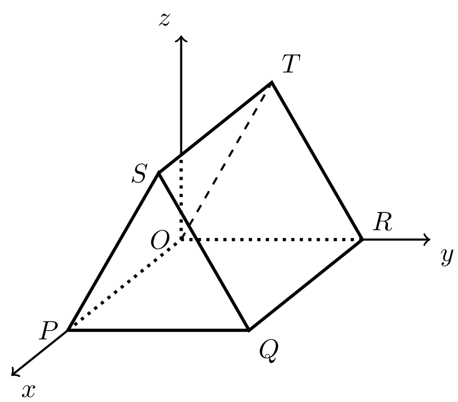
Exame – 2000, Ép. Especial (setembro) (cód. 135)
Exame – 1999, Prova de reserva (cód. 135)

38. Na figura ao lado está representada, em referencial o.n. $Oxyz$, um prisma triangular regular.

Sabe-se que:

- O vértice O coincide com a origem do referencial
- O vértice P pertence ao semieixo positivo Ox
- O vértice R pertence ao semieixo positivo Oy
- O segmento $[QR]$ tem comprimento 6

Indique, justificando, o valor do produto escalar $\overrightarrow{TS} \,.\, \overrightarrow{TR}$



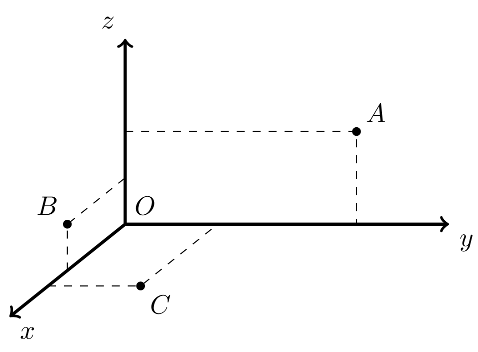
Exame – 2000, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 135)

39. Na figura seguinte estão representados três pontos, em referencial o.n. $Oxyz$

Sabe-se que:

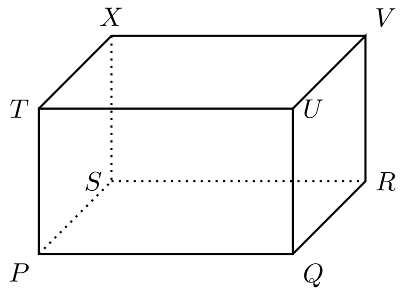
- o ponto A tem coordenadas $(0,5,2)$
- o ponto B pertence ao plano $(3,0,1)$
- o ponto C pertence ao plano $(4,2,0)$

Mostre que o triângulo $[ABC]$ é retângulo em C



Exame – 1999, 2.ª fase (cód. 135)

40. Na figura ao lado está representado um paralelepípedo retângulo $[PQRSTUVX]$



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $\overrightarrow{TP} \,.\, \overrightarrow{QU} = 0$ **(B)** $\overrightarrow{UQ} \,.\, \overrightarrow{TX} = 0$

(C) $\overrightarrow{PQ} \,.\, \overrightarrow{TU} = 0$ **(D)** $\overrightarrow{PQ} \,.\, \overrightarrow{PV} = 0$

Exame – 1999, 1.ª Fase - 2.ª Chamada (cód. 135)

41. De dois vetores $\vec{p}$ e $\vec{q}$ sabe-se que têm ambos norma igual a 3 e que $\vec{p} \cdot \vec{q} = -9$ ($\vec{p} \cdot \vec{q}$ designa o produto escalar de $\vec{p}$ por $\vec{q}$).

Indique qual das afirmações seguintes é verdadeira.

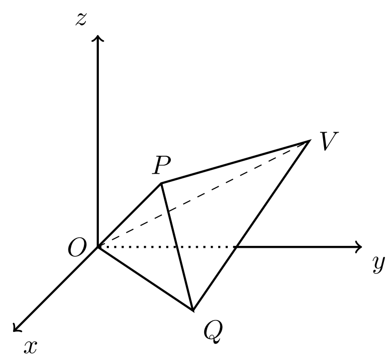
(A) $\vec{p} + \vec{q} = \vec{0}$ **(B)** $\vec{p} - \vec{q} = \vec{0}$ **(C)** $\vec{p} \perp \vec{q}$ **(D)** O ângulo dos vetores $\vec{p}$ e $\vec{q}$ é agudo

Exame – 1998, Prova para militares (cód. 135)

42. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide triangular não regular $[OPQV]$

Tem-se que:

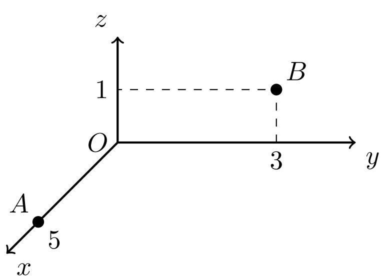
- O vértice O da pirâmide é a origem do referencial
- O vértice V tem coordenadas (0,4,2)
- O ponto P tem coordenadas (2,2,2)
- O ponto Q tem coordenadas (3,3,0)
- Uma equação do plano OPQ é $x - y = 0$
- Uma equação do plano PQV é $x + y + z = 6$
- Uma equação do plano OPV é $x + y - 2z = 0$



Mostre que o ângulo OPQ é reto.

Exame – 1998, Prova de reserva (cód. 135)

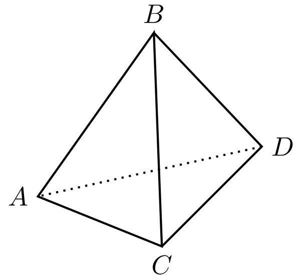
43. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os pontos $A(5,0,0)$ e $B(0,3,1)$



Determine as coordenadas de um ponto C, pertencente ao eixo Oz e de cota positiva, de tal modo que o triângulo $[ABC]$ seja retângulo em C

Exame – 1998, 2.ª fase (cód. 135)

44. Na figura ao lado está representado um tetraedro regular (sólido geométrico com quatro faces, que são todas **triângulos equiláteros**).



- A, B, C e D e são os vértices do tetraedro
- $\overline{AB} = 6$

O valor do produto escalar $\overrightarrow{BC} \, . \, \overrightarrow{BD}$ é

(A) 18 **(B)** $18\sqrt{2}$ **(C)** 36 **(D)** $36\sqrt{2}$

Exame – 1998, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 135)

45. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, um cilindro de revolução como o representado na figura ao lado.
A base inferior do cilindro tem centro na origem O do referencial e está contida no plano xOy

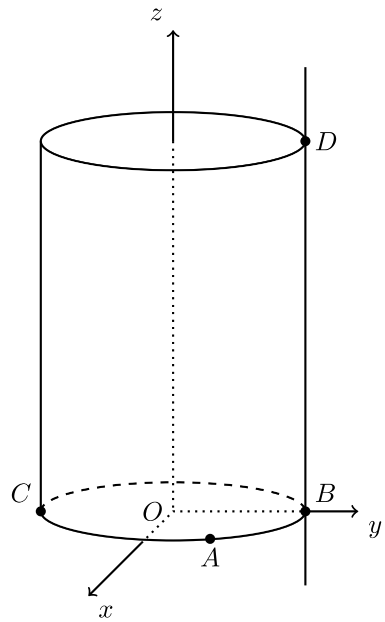
$[BC]$ é um diâmetro da base inferior, contido no eixo Oy.
O ponto C tem coordenadas $(0, -5{,}0)$

O ponto A pertence à circunferência que limita a base inferior do cilindro e tem coordenadas $(4{,}3{,}0)$

A reta r passa no ponto B e é paralela ao eixo Oz

O ponto D pertence à reta r e à circunferência que limita a base superior do cilindro.

Justifique que a reta AC é perpendicular à reta AB



Exame – 1997, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 135)