Escola Secundária de Francisco Franco

Matemática A – 11.º ano

Funções reais de variável real

OPERAÇÕES COM FUNÇÕES

Dadas as funções $f : D_f \to \mathbb{R}$ e $g : D_g \to \mathbb{R}$, tem-se as funções:

Soma de *f* com *g*	Diferença de *f* com *g*	Produto de *f* com *g*
$f+g : D_f \cap D_g \to \mathbb{R}$ tal que $(f+g)(x) = f(x)+g(x)$	$f-g : D_f \cap D_g \to \mathbb{R}$ tal que $(f-g)(x) = f(x)-g(x)$	$f\times g : D_f \cap D_g \to \mathbb{R}$ tal que $(f\times g)(x) = f(x)\times g(x)$
Quociente de *f* com *g*	**Produto de *f* pelo escalar $\alpha \in \mathbb{R}$**	**Potência de expoente *r* de *f*, $r \in \mathbb{Q}$**
$\frac{f}{g} : D_{\frac{f}{g}} \to \mathbb{R}$ onde $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g \cap \{x \in D_g : g(x) \neq 0\}$ e tal que $\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\alpha f : D_f \to \mathbb{R}$ tal que $(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$	$f^r : D_{f^r} \to \mathbb{R}$ tal que $f^r(x) = [f(x)]^r$ Nota: D_{f^r} é o conjunto dos números reais para os quais $[f(x)]^r$ tem significado.

Exercício resolvido 1

Considera as funções *f* e *g* definidas, respetivamente, por $f(x) = \sqrt{x-5}$ e $g(x) = \frac{x+1}{6-x}$.

1.1. Calcula, se existir:

1.1.1. $(f+g)(9)$;

1.1.2. $(f\times g)(6)$;

1.1.3. $(3f)(41)$;

1.1.4. $g^{\frac{1}{3}}(7)$.

1.2. Determina o domínio das funções $f+g$, $f-g$, $f\times g$ e $\frac{g}{f}$.

Resolução

1.1.1. $(f+g)(9) = f(9)+g(9) = \sqrt{9-5} + \frac{9+1}{6-9} = 2 - \frac{10}{3} = \boxed{-\frac{4}{3}}$

1.1.2. $(f\times g)(6) = f(6)\times g(6) \to$ não existe (pois $6 \notin D_g$)

1.1.3. $(3f)(41) = 3f(41) = 3\sqrt{41-5} = 3\times 6 = \boxed{18}$

1.1.4. $g^{\frac{1}{3}}(7) = \left(\frac{7+1}{6-7}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = \boxed{-2}$

1.2. $D_f = [5,+\infty[$ e $D_g = \mathbb{R}\setminus\{6\}$, logo $D_{f+g} = D_{f-g} = D_{f\times g} = \boxed{[5,+\infty[\setminus\{6\}}$

Dado que 5 é um zero de *f*, vem que $D_{g/f} = \boxed{]5,+\infty[\setminus\{6\}}$

Exercício resolvido 2

Dadas as funções afins definidas por $f(x) = 5x-3$ e $g(x) = 1-3x$, determina *a* de modo que $(f-g)(a) = 3$.

Resolução

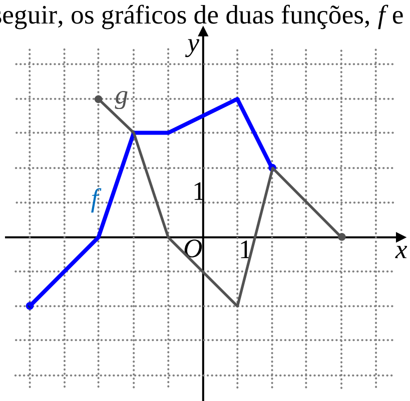
$(f-g)(a) = 3 \Leftrightarrow f(a)+g(a) = 3 \Leftrightarrow 5a-3-(1-3a) = 3$

$\Leftrightarrow 8a-4 = 3 \Leftrightarrow a = \boxed{\frac{7}{8}}$

Mais exercícios:

Exercício proposto 1

Considera, no referencial o.n. *xOy* a seguir, os gráficos de duas funções, *f* e *g*.



1.1. Indica o domínio das funções:

1.1.1. f; **1.1.2.** g; **1.1.3.** $f+g$;

1.1.4. fg; **1.1.5.** $\frac{g}{f}$; **1.1.6.** $\frac{f}{g}$.

1.2. Calcula, se existir:

1.2.1. $(f-g)(-3)$; **1.2.2.** $(fg)(1)$;

1.2.3. $\frac{f}{g}(-1)$; **1.2.4.** $\frac{g}{f}(-1)$;

1.2.5. os zeros de fg e de $f-g$.

Exercício proposto 2

Considera as funções definidas por $f(x) = 6x+2$ e $g(x) = \frac{2x-5}{8x+1}$.

2.1. Calcula o domínio e indica uma expressão analítica das funções fg e $\frac{f}{g}$.

2.2. Calcula o domínio de $f-2g$, $\frac{g}{f}$, $f^{\frac{1}{3}}$, $f^{\frac{1}{2}}$ e $g^{\frac{1}{2}}$.

Soluções: 1.1. [-5,2]; [-3,4]; [-3,2]; [-3,2];]-3,2]; [-3,2]\{-1;1,5} 1.2. -4; -8; ∄ ; 0; -3, -1 e 1,5; -2 e 2 2.1. $\mathbb{R}$\{-1/8} e $(12x^2-26x-10)/(8x+1)$; $\mathbb{R}$\{-1/8;5/2} e $(48x^2+22x+2)/(2x-5)$ 2.2. $\mathbb{R}$\{-1/8}; $\mathbb{R}$\{-1/8,-1/3}; $\mathbb{R}$; [-1/3,+∞[;]-∞,5/2]\{-1/8}.

O professor: Roberto Oliveira