

Nome completo: _____

Documento de identificação CC n.º |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

Assinatura do aluno: _____

Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico | 2023

9.º Ano de Escolaridade

VERSÃO 1

A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR

Classificação em percentagem |__|__|__| (_____ por cento)

Correspondente ao nível |__| (_____)

Duração da Prova: 90 minutos | Tolerância: 30 minutos

18 Páginas

Não é permitido o uso de calculadora

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro e transferidor.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor.

Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final da prova. Nesse caso, deves identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, assinala com X a opção correta.

As cotações dos itens encontram-se no final da prova.



Formulário

Números e Operações

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria e Medida

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: Área da base \times Altura

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

1. Considera a **Figura 1** onde estão representados o triângulo $[ABC]$ e uma das suas medianas.

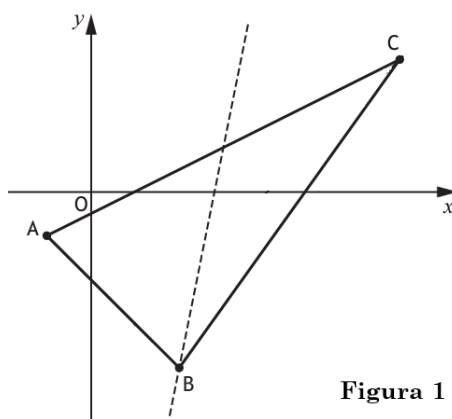


Figura 1

Sabe-se que:

- as coordenadas dos pontos A e C , são respetivamente, $(-1, -1)$ e $(7, 3)$
- a reta BC pode ser definida pela equação $y = \frac{7}{5}x - \frac{34}{5}$
- a reta AB pode ser definida pela equação $y = -x - 2$

1.1. Determina o declive da reta AC .

1.2. Determina as coordenadas do ponto B .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

- 1.3. Se fossem traçadas as restantes medianas do triângulo $[ABC]$, as mesmas intersectariam a mediana representada na **Figura 1**, num ponto.

Como se designa esse ponto?

A ☐ Circuncentro

B ☐ Incentro

C ☐ Baricentro

D ☐ Ortocentro

2. Escreve o número $\frac{(4^2)^3 \times 4^5}{8^{-3}}$ na forma de potência de base $\frac{1}{2}$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3. Considera a equação literal:

$$A = \frac{B + 4}{C^2}, \text{ com } C \neq 0$$

Resolve a equação anterior em ordem a B .

4. Considera a sucessão cujo primeiro termo é 2 e cada termo seguinte se obtém multiplicando o anterior por 10.

O termo geral da sucessão é:

A ☐ 2^{n-1}

B ☐ $2 \times 10^{n-1}$

C ☐ 2×10^n

D ☐ 2^n

5. Na **Figura 2** estão representados dois quadrados $[ABCD]$ e $[HILK]$ e um retângulo $[BEFG]$.

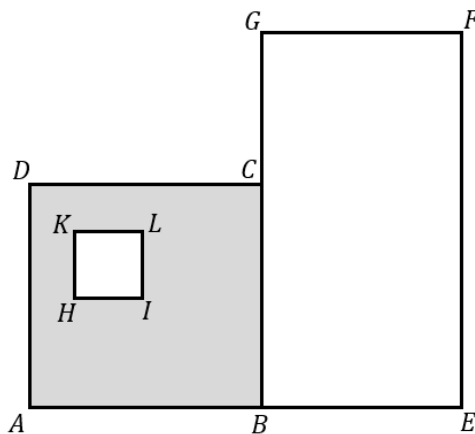


Figura 2

Nota: A **Figura 2** não está à escala.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = x$
- $\overline{BE} = \frac{4}{5}x$
- $\overline{CG} = 2$
- a área do quadrado $[ABCD]$ é igual à área do retângulo $[BEFG]$

5.1. Determina o **valor numérico** das dimensões do retângulo $[BEFG]$.

Apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar.

Sugestão: Começa por mostrar que a área do retângulo $[BEFG]$ é dada por $\frac{4}{5}x^2 + \frac{8}{5}x$

5.2. Seja l a medida do lado do quadrado $[HILK]$.

Qual das expressões seguintes representa a medida da **área** sombreada, em função de x ?

A ☐ $l - x^2$

B ☐ $(x - l)(x - l)$

C ☐ $x^2 - l$

D ☐ $(x - l)(x + l)$

6. Acerca da **Figura 3** sabe-se que:

- o segmento de reta $[PM]$ é tangente à circunferência, em M
- a reta PN contém o ponto O
- o ângulo OPM tem a amplitude de 14°
- o ponto N pertence à circunferência

Seja α a amplitude do ângulo ONM e β a amplitude do arco menor MN .

Qual das opções seguintes é **verdadeira**?

A ☐ $\alpha = 52^\circ$ e $\beta = 152^\circ$

B ☐ $\alpha = 38^\circ$ e $\beta = 152^\circ$

C ☐ $\alpha = 52^\circ$ e $\beta = 104^\circ$

D ☐ $\alpha = 38^\circ$ e $\beta = 104^\circ$

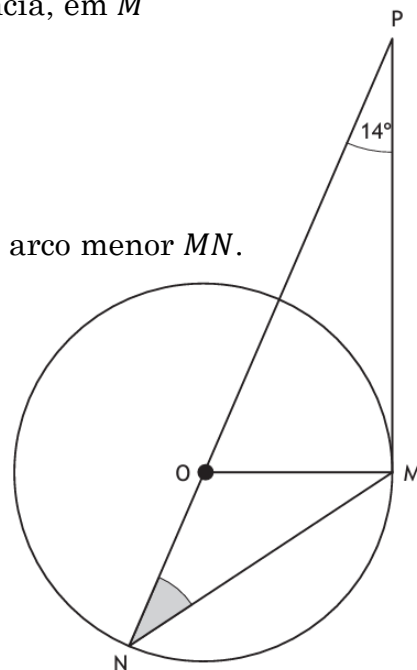


Figura 3

7. Considera a equação na variável x , dada por $2x^2 - 8x + (4 - p) = 0$, $p \in \mathbb{R}$.

Sabendo que a equação anterior, tem duas soluções reais distintas, determina os valores possíveis de p .

Apresenta a tua resposta na forma de intervalo de números reais.

8. A **Figura 4** mostra parte do gráfico da função f , definida por $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$

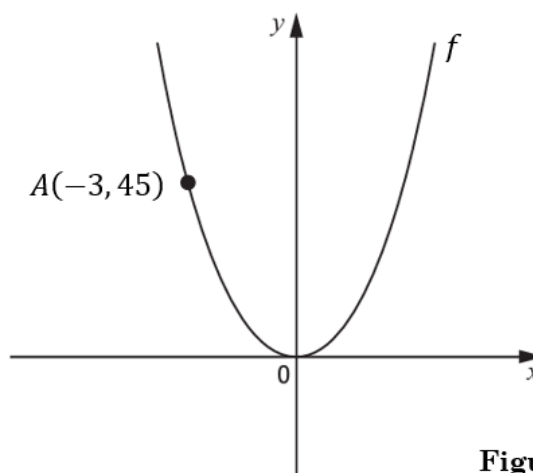


Figura 4

8.1. Determina $f(2)$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8.2. Seja B o ponto do gráfico de f , simétrico do ponto A , relativamente ao eixo Oy .

Considera a função g de proporcionalidade inversa, definida por $g(x) = \frac{k}{x}$,

com $k > 0$.

Sabe-se que o ponto B pertence ao gráfico de g .

Determina o valor de k .

9. Resolve, em \mathbb{R} , a equação seguinte:

$$3x^2 + 4x - 4 = 0$$

Apresenta o conjunto-solução e todos os cálculos que efetuares.

10. Na **Figura 5** estão representados o cubo $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDP]$, cuja base $[ABCD]$ coincide com uma das faces do cubo.

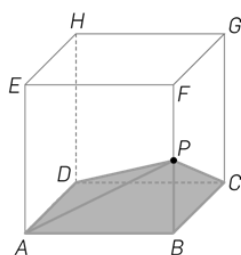


Figura 5

Sabe-se que P é o ponto médio da aresta $[BF]$ do cubo.

- 10.1. Acerca do volume da pirâmide pode afirmar-se que é:

A ☐ $\frac{1}{3}$ do volume do cubo

B ☐ $\frac{1}{4}$ do volume do cubo

C ☐ $\frac{1}{6}$ do volume do cubo

D ☐ $\frac{1}{2}$ do volume do cubo

- 10.2. Tendo em conta a **Figura 5**, qual das seguintes afirmações é **falsa**?

A ☐ As retas AC e CG são perpendiculares

B ☐ A reta AP é paralela ao plano CDH

C ☐ Os planos ADP e BCG são concorrentes

D ☐ Os planos ABP e CDP são paralelos

11. A Joana tem um tanque de peixes.

O tanque de peixes tem a forma de um paralelepípedo retângulo com dimensões de 30 cm por 30 cm por 42 cm .

No interior do tanque existe uma caixa de luz cilíndrica na parte inferior, como se pode observar na **Figura 6**.

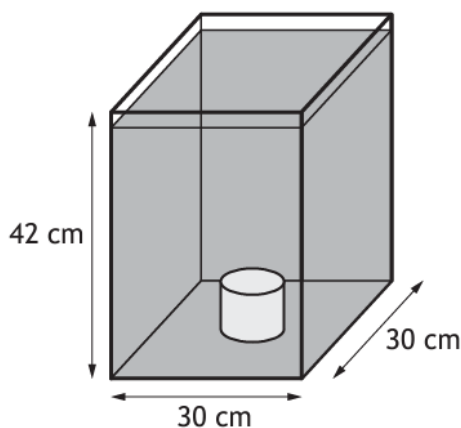


Figura 6

A caixa de luz cilíndrica tem um diâmetro de 10 cm e uma altura de 8 cm .

Há uma diferença de 2 cm entre o topo do tanque e o nível da água.

A caixa de luz **não retém** água.

Escreve uma expressão **simplificada** do volume de água no tanque, em cm^3 .

12. Resolve, em \mathbb{R} , a inequação seguinte:

$$\frac{-5(x-2)}{3} + \frac{5}{2} \leq \frac{2x-5}{6}$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais e todos os cálculos que efetuares.

13. As duas fotografias retangulares representadas nas **Figuras 7** e **8** são semelhantes. **Nota:** As figuras não estão desenhadas à escala.



12 cm **Figura 7**



? cm **Figura 8**

A fotografia pequena tem uma área de 80 cm^2 e tem 12 cm de largura.

A fotografia grande tem uma área de 500 cm^2 .

Calcula a largura da fotografia grande.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Responde a um e um só dos grupos A ou B

Se responderes a mais do que um destes grupos deves indicar qual deles pretendes que seja classificado. Se não deres esta indicação será classificado o grupo a que responderes em primeiro lugar.

Grupo A

14. Na **Figura 9** está a planificação de um dado cúbico equilibrado, com as faces

numeradas com: -5 , (6) , $\sqrt{16}$, $\frac{5}{2}$, -7 , 2π e $\sqrt{3}$.

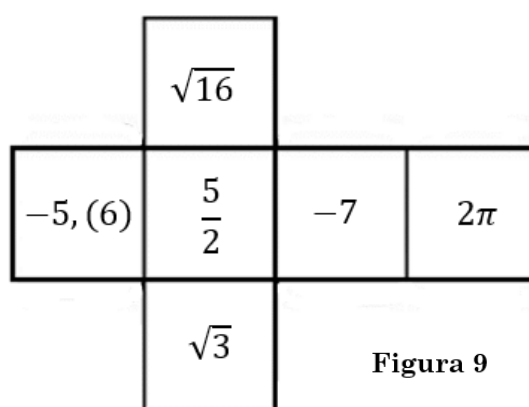


Figura 9

14.1. Considera a experiência aleatória que consiste em lançar **uma vez** o dado apresentado e observar o número da face que fica voltada para cima.

Qual das afirmações seguintes é **falsa**?

- A ☐ É impossível sair uma face com um número do intervalo $]-\infty, -8]$
- B ☐ É tão provável sair um número inteiro como um número irracional
- C ☐ É menos provável sair um número racional do que um irracional
- D ☐ A probabilidade de não obter um número natural é igual a $\frac{5}{6}$

14.2. Considera agora a experiência aleatória que consiste em lançar **duas vezes** o dado apresentado, observar o número da face que fica voltada para cima e de seguida, registar o **produto** dos números obtidos.

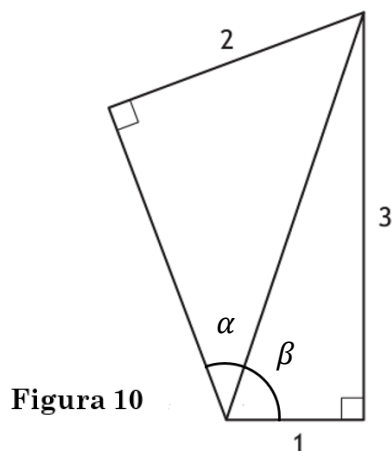
Qual a probabilidade do produto dos dois números obtidos, ser positivo?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Sugestão: começa por construir uma tabela de dupla entrada que caracterize a situação.

Grupo B

14. Na **Figura 10**, estão representados dois triângulos retângulos, e assinalados dois ângulos agudos, α e β .



Atendendo aos dados da **Figura 10**, determina o valor exato de $\cos \alpha + \sin \beta$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Relativamente à **Figura 11**, sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B
- os pontos E e D pertencem, respetivamente, aos segmentos de reta $[AC]$ e $[AB]$, de tal modo que $[ED]$ é paralelo a $[BC]$

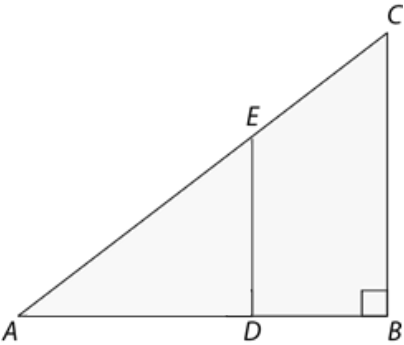


Figura 11

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

A ☐ $\sin (A\hat{C}B) = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$

B ☐ $\sin (A\hat{C}B) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

C ☐ $\cos (A\hat{C}B) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

D ☐ $\cos (A\hat{C}B) = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$

FIM

COTAÇÕES

Item												
Cotação												
1.1.	1.2.	1.3.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.	7.	8.1.	8.2.	TOTAL
6	6	3	6	4	3	7	3	3	6	6	6	
9.	10.1.	10.2.		11.	12.	13.	GRUPO A		GRUPO B			
							14.1.	14.2.	14.	15.		
7	3	3		6	7	6	3	6	3	6		

Estas páginas só devem ser utilizadas se quiseres completar ou emendar qualquer resposta. Caso as utilizes, não te esqueças de identificar claramente a questão a que se refere cada uma das respostas completadas ou emendadas.

Nome completo: _____

Documento de identificação CC n.º |__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

Assinatura do aluno: _____

Prova Final de Matemática

3.º Ciclo do Ensino Básico | 2023

9.º Ano de Escolaridade

VERSÃO 2

A PREENCHER PELO PROFESSOR CLASSIFICADOR

Classificação em percentagem |__|__|__| (_____ por cento)

Correspondente ao nível |__| (_____)

Duração da Prova: 90 minutos | Tolerância: 30 minutos

18 Páginas

Não é permitido o uso de calculadora

Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.

É permitido o uso de régua, compasso, esquadro e transferidor.

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor.

Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar o espaço que se encontra no final da prova. Nesse caso, deves identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.

Nas respostas aos itens de escolha múltipla, assinala com X a opção correta.

As cotações dos itens encontram-se no final da prova.



Formulário

Números e Operações

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria e Medida

Áreas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: Área da base \times Altura

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

1. Considera a **Figura 1** onde estão representados o triângulo $[ABC]$ e uma das suas medianas.

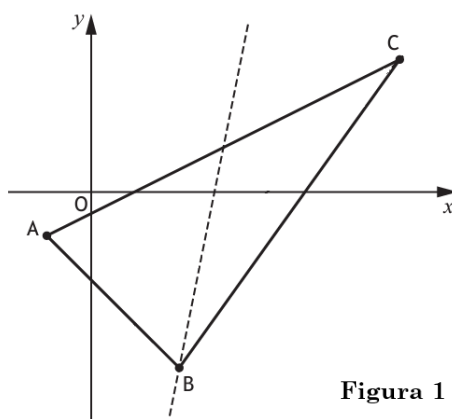


Figura 1

Sabe-se que:

- as coordenadas dos pontos A e C , são respetivamente, $(-1, -1)$ e $(7, 3)$
- a reta BC pode ser definida pela equação $y = \frac{7}{5}x - \frac{34}{5}$
- a reta AB pode ser definida pela equação $y = -x - 2$

1.1. Determina o declive da reta AC .

1.2. Determina as coordenadas do ponto B .

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

1.3. Se fossem traçadas as restantes medianas do triângulo $[ABC]$, as mesmas intersectariam a mediana representada na **Figura 1**, num ponto.

Como se designa esse ponto?

A ☐ Incentro

B ☐ Circuncentro

C ☐ Ortocentro

D ☐ Baricentro

2. Escreve o número $\frac{(4^2)^3 \times 4^5}{8^{-3}}$ na forma de potência de base $\frac{1}{2}$.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

3. Considera a equação literal:

$$A = \frac{B + 4}{C^2}, \text{ com } C \neq 0$$

Resolve a equação anterior em ordem a B .

4. Considera a sucessão cujo primeiro termo é 2 e cada termo seguinte se obtém multiplicando o anterior por 10.

O termo geral da sucessão é:

A ☐ 2^n

B ☐ 2×10^n

C ☐ $2 \times 10^{n-1}$

D ☐ 2^{n-1}

5. Na **Figura 2** estão representados dois quadrados $[ABCD]$ e $[HILK]$ e um retângulo $[BEFG]$.

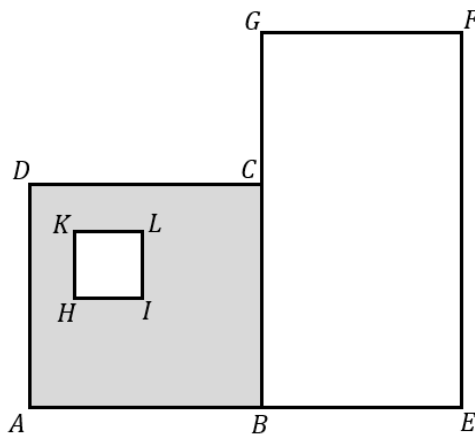


Figura 2

Nota: A **Figura 2** não está à escala.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = x$
- $\overline{BE} = \frac{4}{5}x$
- $\overline{CG} = 2$
- a área do quadrado $[ABCD]$ é igual à área do retângulo $[BEFG]$

5.1. Determina o **valor numérico** das dimensões do retângulo $[BEFG]$.

Apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar.

Sugestão: Começa por mostrar que a área do retângulo $[BEFG]$ é dada por $\frac{4}{5}x^2 + \frac{8}{5}x$

5.2. Seja l a medida do lado do quadrado $[HILK]$.

Qual das expressões seguintes representa a medida da **área** sombreada, em função de x ?

A ☐ $l - x^2$

B ☐ $(x - l)(x + l)$

C ☐ $x^2 - l$

D ☐ $(x - l)(x - l)$

6. Acerca da **Figura 3** sabe-se que:

- o segmento de reta $[PM]$ é tangente à circunferência, em M
- a reta PN contém o ponto O
- o ângulo OPM tem a amplitude de 14°
- o ponto N pertence à circunferência

Seja α a amplitude do ângulo ONM e β a amplitude do arco menor MN .

Qual das opções seguintes é **verdadeira**?

A ☐ $\alpha = 38^\circ$ e $\beta = 104^\circ$

B ☐ $\alpha = 52^\circ$ e $\beta = 104^\circ$

C ☐ $\alpha = 52^\circ$ e $\beta = 152^\circ$

D ☐ $\alpha = 38^\circ$ e $\beta = 152^\circ$

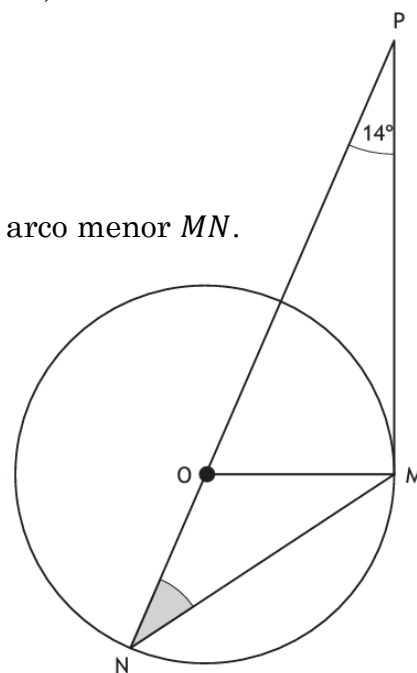


Figura 3

7. Considera a equação na variável x , dada por $2x^2 - 8x + (4 - p) = 0$, $p \in \mathbb{R}$.

Sabendo que a equação anterior, tem duas soluções reais distintas, determina os valores possíveis de p .

Apresenta a tua resposta na forma de intervalo de números reais.

8. A **Figura 4** mostra parte do gráfico da função f , definida por $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$

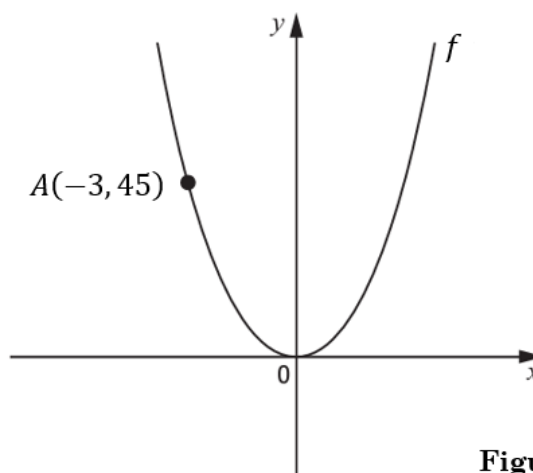


Figura 4

8.1. Determina $f(2)$.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8.2. Seja B o ponto do gráfico de f , simétrico do ponto A , relativamente ao eixo Oy .

Considera a função g de proporcionalidade inversa, definida por $g(x) = \frac{k}{x}$, com $k > 0$.

Sabe-se que o ponto B pertence ao gráfico de g .

Determina o valor de k .

9. Resolve, em \mathbb{R} , a equação seguinte:

$$3x^2 + 4x - 4 = 0$$

Apresenta o conjunto-solução e todos os cálculos que efetuares.

10. Na **Figura 5** estão representados o cubo $[ABCDEFGH]$ e a pirâmide $[ABCDP]$, cuja base $[ABCD]$ coincide com uma das faces do cubo.

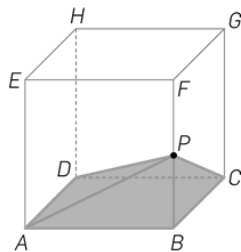


Figura 5

Sabe-se que P é o ponto médio da aresta $[BF]$ do cubo.

- 10.1. Acerca do volume da pirâmide pode afirmar-se que é:

A ☐ $\frac{1}{2}$ do volume do cubo

B ☐ $\frac{1}{3}$ do volume do cubo

C ☐ $\frac{1}{4}$ do volume do cubo

D ☐ $\frac{1}{6}$ do volume do cubo

- 10.2. Tendo em conta a **Figura 5**, qual das seguintes afirmações é **falsa**?

A ☐ As retas AC e CG são perpendiculares

B ☐ Os planos ABP e CDP são paralelos

C ☐ Os planos ADP e BCG são concorrentes

D ☐ A reta AP é paralela ao plano CDH

11. A Joana tem um tanque de peixes.

O tanque de peixes tem a forma de um paralelepípedo retângulo com dimensões de 30 cm por 30 cm por 42 cm .

No interior do tanque existe uma caixa de luz cilíndrica na parte inferior, como se pode observar na **Figura 6**.

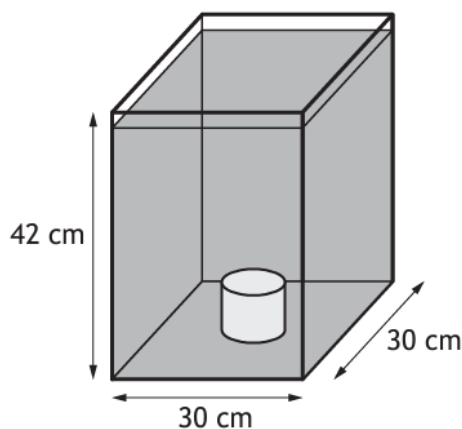


Figura 6

A caixa de luz cilíndrica tem um diâmetro de 10 cm e uma altura de 8 cm .

Há uma diferença de 2 cm entre o topo do tanque e o nível da água.

A caixa de luz **não retém** água.

Escreve uma expressão **simplificada** do volume de água no tanque, em cm^3 .

12. Resolve, em \mathbb{R} , a inequação seguinte:

$$\frac{-5(x-2)}{3} + \frac{5}{2} \leq \frac{2x-5}{6}$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais e todos os cálculos que efetuares.

13. As duas fotografias retangulares representadas nas **Figuras 7 e 8** são semelhantes. **Nota:** As figuras não estão desenhadas à escala.



12 cm

Figura 7



? cm

Figura 8

A fotografia pequena tem uma área de 80 cm^2 e tem 12 cm de largura.

A fotografia grande tem uma área de 500 cm^2 .

Calcula a largura da fotografia grande.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

Responde a um e um só dos grupos A ou B

Se responderes a mais do que um destes grupos deves indicar qual deles pretendes que seja classificado. Se não deres esta indicação será classificado o grupo a que responderes em primeiro lugar.

Grupo A

14. Na **Figura 9** está a planificação de um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas com: -5 , (6) , $\sqrt{16}$, $\frac{5}{2}$, -7 , 2π e $\sqrt{3}$.

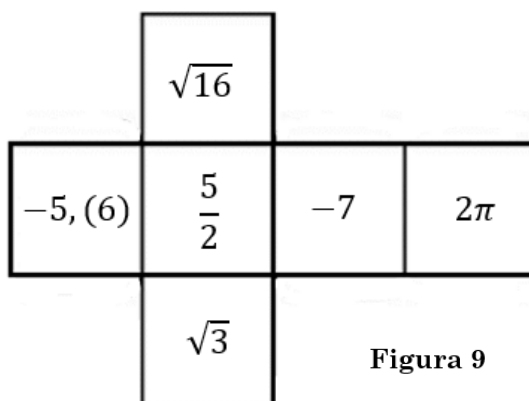


Figura 9

- 14.1. Considera a experiência aleatória que consiste em lançar **uma vez** o dado apresentado e observar o número da face que fica voltada para cima.

Qual das afirmações seguintes é **falsa**?

- A ☐ É menos provável sair um número racional do que um irracional
- B ☐ É tão provável sair um número inteiro como um número irracional
- C ☐ É impossível sair uma face com um número do intervalo $]-\infty, -8]$
- D ☐ A probabilidade de não obter um número natural é igual a $\frac{5}{6}$

14.2. Considera agora a experiência aleatória que consiste em lançar **duas vezes** o dado apresentado, observar o número da face que fica voltada para cima e de seguida, registar o **produto** dos números obtidos.

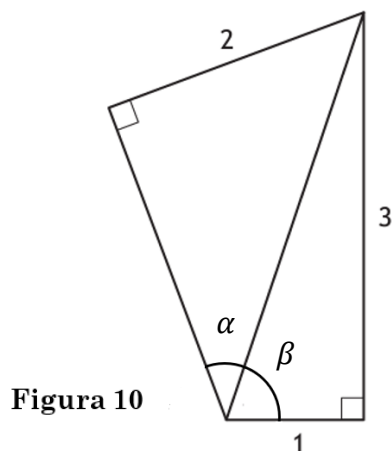
Qual a probabilidade do produto dos dois números obtidos, ser positivo?

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

Sugestão: começa por construir uma tabela de dupla entrada que caracterize a situação.

Grupo B

14. Na **Figura 10**, estão representados dois triângulos retângulos, e assinalados dois ângulos agudos, α e β .



Atendendo aos dados da **Figura 10**, determina o valor exato de $\cos \alpha + \sin \beta$

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

15. Relativamente à **Figura 11**, sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B
- os pontos E e D pertencem, respetivamente, aos segmentos de reta $[AC]$ e $[AB]$, de tal modo que $[ED]$ é paralelo a $[BC]$

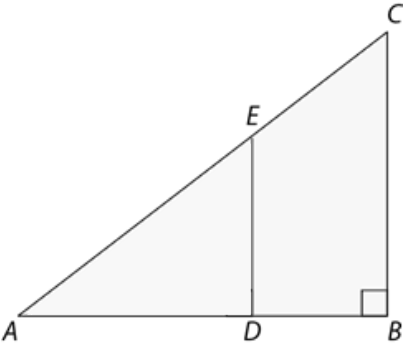


Figura 11

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

A ☐ $\sin (A\hat{C}B) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

B ☐ $\sin (A\hat{C}B) = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$

C ☐ $\cos (A\hat{C}B) = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

D ☐ $\cos (A\hat{C}B) = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$

FIM

COTAÇÕES

Item												
Cotação												
1.1.	1.2.	1.3.	2.	3.	4.	5.1.	5.2.	6.	7.	8.1.	8.2.	TOTAL
6	6	3	6	4	3	7	3	3	6	6	6	
9.	10.1.	10.2.		11.	12.	13.	GRUPO A		GRUPO B			
							14.1.	14.2.	14.	15.		
7	3	3		6	7	6	3	6	3	6		

Estas páginas só devem ser utilizadas se quiseres completar ou emendar qualquer resposta. Caso as utilizes, não te esqueças de identificar claramente a questão a que se refere cada uma das respostas completadas ou emendadas.

