

Ano Letivo: **2014/2015**

Data: **10/05/2014**

Prova: **MATEMÁTICA**

Duração da Prova: **2h**

Tolerância: **15 min**

A preencher pelo candidato

Escola onde realiza esta prova: ☐ ESEIG ☐ ESTGF ☐ ISCAP ☐ ISEP

Nome do Candidato: _____

Documento de Identificação apresentado: ☐ BI ☐ C.Cid. ☐ Pas. ☐ C.Cond. ☐ Outro

Número do Documento de Identificação:

Escola(s) a que se candidata: ☐ ESEIG ☐ ESTGF ☐ ISCAP ☐ ISEP

Curso(s) a que se candidata: _____

Número de folhas extra entregues pelo Candidato:

Rubrica de Docente
em Vigilância

Classificação
Final

(0-200)

Rubrica de Docente
(Júri de Prova)

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância

Material admitido:

- Material de escrita.
- Máquina de calcular elementar ou máquina de calcular científica (não gráfica).

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, exceto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.

Não é permitido o uso de corretor. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
 - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
 - Responda na página fornecida para o efeito, respeitando as regras nela indicadas. Só serão consideradas as respostas dadas nessa página.
- O Grupo II inclui 9 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 14.
 - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
 - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
 - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
 - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 18 páginas e termina com a palavra **FIM**.

Na página 17 é indicada a cotação de cada pergunta.

Na página 18 é disponibilizado um formulário.

POLITÉCNICO DO PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
Nº Respostas CERTAS:	Classificação Grupo I:	Rubrica de Docente Corretor

FOLHA DE RESPOSTAS DO GRUPO I

Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível.
Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar resposta correta:



Anular a resposta:



Assinalar de novo resposta anulada:



1



2



3



4



5



6



7



A preencher pelo
candidato

Nome do Candidato: _____

Número do Documento de Identificação:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Escola(s) a que se candidata: ☐ ESEIG ☐ ESTGF ☐ ISCAP ☐ ISEP

Curso(s) a que se candidata: _____

GRUPO I – RESPONDA NA PÁGINA FORNECIDA PARA O EFEITO

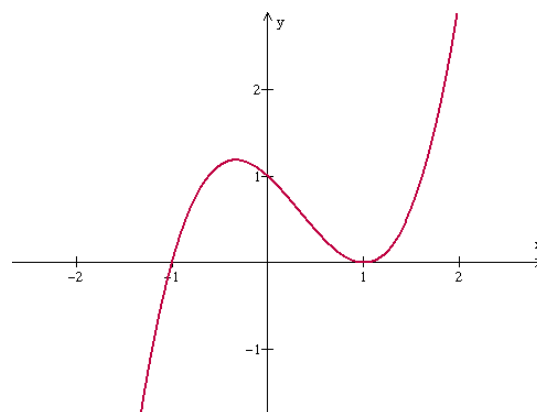
1. A regra de Young é usada para calcular a dose de um medicamento a administrar a uma criança da qual se sabe apenas a idade, a partir da dose, do mesmo medicamento, prescrita para um adulto. Se k for a dose recomendada para um adulto, em miligramas, e t a idade da criança em anos completos, então a dose para a criança é dada por $D(t) = \frac{kt}{t+12}$.

Uma enfermeira aplicou uma dose de 40 mg de um medicamento a uma criança. Se a correspondente dose para adulto desse fármaco é 100 mg então a idade da criança, em anos completos, é:

- (A) 6 (C) 8
(B) 5 (D) 7

2. Na figura está representada parte do gráfico de uma função polinomial g , do 3º grau, que possui apenas dois zeros: -1 e 1 . Seja h a função definida por $h(x) = 3 + \sqrt{g(x)}$. Então, o domínio da função h é:

- (A) $[-1, 1]$ (C) $]-1, +\infty[\setminus \{1\}$
(B) \mathbb{R} (D) $[-1, +\infty[$



3. O conjunto dos números reais que são soluções da inequação $\log_3(2-x) \leq 1$ é:

- (A) $[-1, +\infty[$ (C) $]-\infty, -1]$
(B) $[-1, 2[$ (D) $[-2, 1[$

4. Indique, qual das seguintes expressões é, para qualquer número real positivo a , igual a $6^{2+\log_6(a+1)}$:

- (A) $36a + 36$ (C) $36 + \log_6(a+1)$
(B) $36 + a + 1$ (D) $2(a+1)$

5. Na figura ao lado estão representados, num referencial ortonormado xOy , o círculo trigonométrico e o triângulo $[ABC]$.

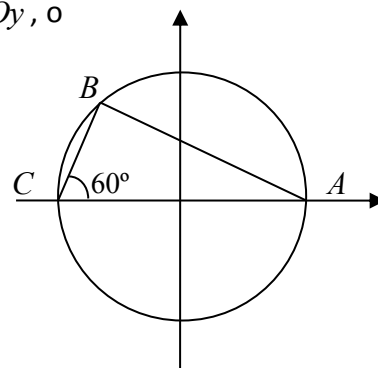
Sendo $\widehat{ACB} = 60^\circ$, indique o valor da área do triângulo $[ABC]$.

(A) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(C) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\frac{1}{2}$



6. Seja f uma função real de variável real e s a reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa 2. Sabendo que a reta de equação $y = -\frac{1}{3}x + 4$ é perpendicular à reta s , nesse mesmo ponto

de abscissa 2, podemos afirmar que o valor de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ é:

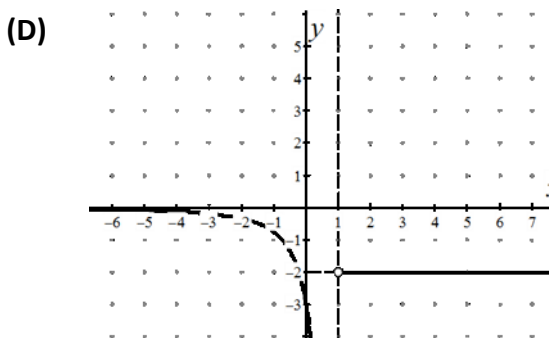
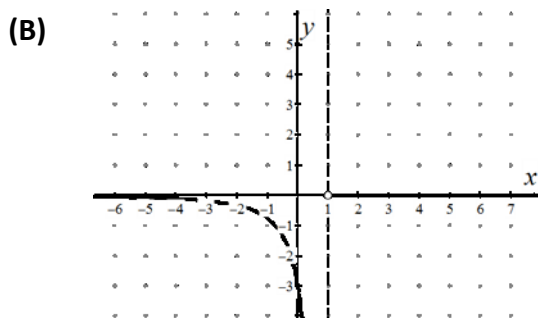
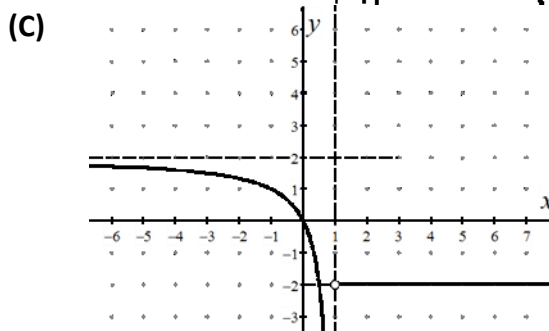
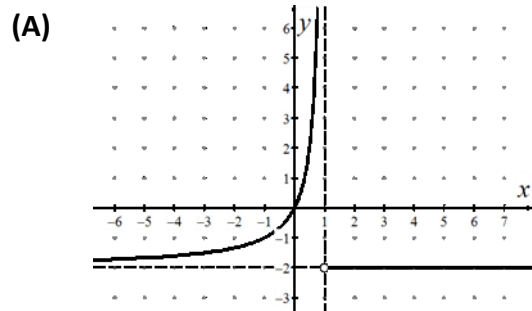
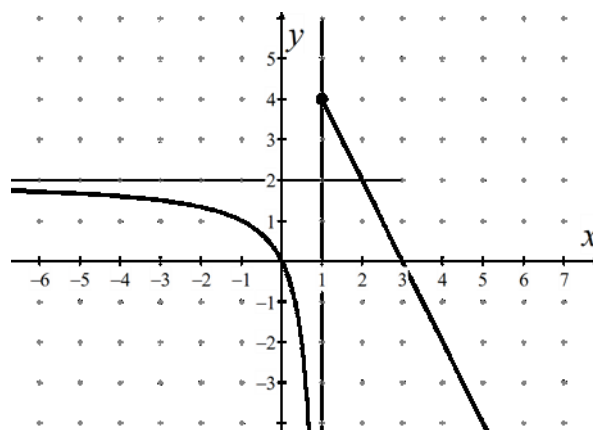
(A) 3

(C) $-\frac{1}{3}$

(B) -3

(D) 2

7. Na figura ao lado encontra-se parte da representação geométrica do gráfico de uma função real de variável real f . Com base na informação transmitida pela imagem, o gráfico representativo da função derivada desta função pode ser dado por:



POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q1.	GII Q2.
	Número do Documento de Identificação: <div style="display: flex; gap: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> </div>	Clas. Parcial Q1+Q2	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corretor	
	Curso(s) a que se candidata: _____		

GRUPO II

1. Numa determinada proposta de trabalho, que tem como objetivo a venda de um determinado modelo de computadores com um preço unitário de 600 euros, o salário base oferecido é de 200 euros mensais (fixos). Para além deste valor, o trabalhador recebe ainda, por cada computador que vender, 12% do seu preço. Determine o número mínimo de computadores que o trabalhador terá de vender, num mês, para conseguir obter um rendimento superior a 1500 euros mensais, mantendo-se o preço dos computadores em questão. Apresente todos os cálculos que efetuar.

2. Calcule o valor da seguinte expressão numérica utilizando, sempre que possível, as regras das

operações com potências:
$$\frac{(7^4 \times 7^{-4} \div 5^4)^{-2}}{5^3 \div (-1)^3 \times (-5)^7}$$

POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q3.	GII Q4.
	Número do Documento de Identificação: <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 5px;"></div>	Clas. Parcial Q3+Q4	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corretor	
	Curso(s) a que se candidata: _____		

3. Determine todos os valores inteiros de x que verificam simultaneamente as seguintes condições:

$$|x-1| < 5 \quad \text{e} \quad x^2 - 2 \leq x(x-1)$$

4. Mostre que:

$$\frac{[\cos(x) + \sin(x)]^2 - 1}{[\cos(x) + \sin(x)] \cdot [\cos(x) - \sin(x)]} = \operatorname{tg}(2x)$$

POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q5.1	
	Número do Documento de Identificação: <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div> <div style="display: inline-block; border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px; margin: 0 2px;"></div>	GII Q5.2	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Clas. Parcial GII Q5	
	Curso(s) a que se candidata: _____	Rubrica de Docente Corretor	

5. O valor V (euros) de uma viatura é dado pela função $V(t) = k e^{-\lambda t}$, sendo t o número de anos da viatura. Sabendo que o preço da viatura nova foi de 21 500 euros e que passado um ano era de 20 000 euros, determine:

5.1. O valor de k e de λ (valores aproximados às centésimas):

5.2. O valor aproximado, em euros, desta viatura com três anos.

POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q6.	GII Q7.
	Número do Documento de Identificação: <div style="display: flex; gap: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> </div>	Clas. Parcial Q6+Q7	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corretor	
	Curso(s) a que se candidata: _____		

6. Determine uma expressão para a função derivada da função real de variável real definida por:

$$g(x) = \sin(e^{1+2x}) + 6$$

7. Dada a função real de variável real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x + 1} - 4 \ln(\sqrt{x + 1})$$

mostre que uma **expressão analítica** para a **derivada** desta função pode ser dada por:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4}{(x + 1)^2}$$

A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q8.1											
	Número do Documento de Identificação: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>											GII Q8.2	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Clas. Parcial GII Q8											
Curso(s) a que se candidata: _____	Rubrica de Docente Corretor												

8. Na Jericho Turnpike, em Jericho, Nova York existe um edifício designado “One & Two Jericho Plaza” com a forma trapezoidal (ver figura 1). A parede vertical mostrada na figura é um trapézio retângulo. Supondo que as dimensões desta parede lateral do edifício são as ilustradas na figura 2, determine:

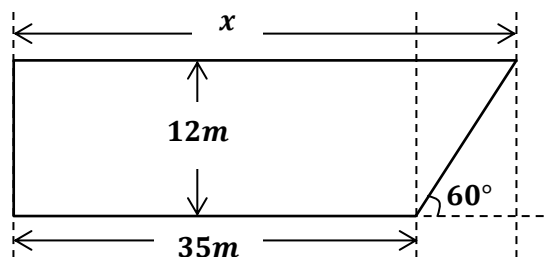
8.1. A medida do comprimento da parte superior desta parede lateral (x).

8.2. O valor da área retangular espelhada da parede oblíqua mostrada na figura 1, sabendo que a base do edifício é quadrada.

Figura 1 - Fonte <http://libn.com/2008/11/21/the-10-top-office-addresses-on-long-island/>



Figura 2



A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q9.1											
	Número do Documento de Identificação: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>											GII Q9.2	
		GII Q9.3											
	GII Q9.4												
Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Clas. Parcial GII Q9												
Curso(s) a que se candidata: _____	Rubrica de Docente Corretor												

9. Às 3:00 horas de um dia de verão os bombeiros iniciaram o combate a um incêndio que tinha deflagrado há algumas horas numa floresta. Passado algum tempo, como não conseguiam controlar as chamas, pediram o reforço de meios aéreos. Duas horas depois dos meios aéreos entrarem em ação começou a verificar-se uma diminuição na velocidade de propagação do incêndio. No rescaldo, o chefe dos bombeiros locais declarou que a área ardida variou segundo uma velocidade descrita pelo modelo matemático, $f(t) = \frac{1}{14}(-t^2 + 12t + 28)$, em hectares/hora, onde $t = 0$ refere-se ao início do combate ao incêndio.



- 9.1. Determine a velocidade a que área florestal ardia às 3:00.
 9.2. Indique, justificando, quanto tempo decorreu desde que o incêndio deflagrou até ser extinto.
 9.3. Determine a velocidade máxima a que se propagou o incêndio.
 9.4. Diga, justificando, a que horas os meios aéreos iniciaram o combate ao incêndio.

COTAÇÕES

Grupo I..... 84 pontos

Cada resposta certa 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada..... 0 pontos

Grupo II..... 116 pontos

1. 10 pontos

2. 10 pontos

3. 14 pontos

4. 15 pontos

5. 13 pontos

5.1. 10 pontos

5.2. 03 pontos

6. 05 pontos

7. 15 pontos

8. 14 pontos

8.1. 08 pontos

8.2. 06 pontos

9. 20 pontos

9.1. 02 pontos

9.2. 06 pontos

9.3. 08 pontos

9.4. 04 pontos

TOTAL 200 pontos

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

Trigonometria

- $\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$
- $\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$
- $\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$
- $\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$

Regras de derivação

- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
- $(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$
- $(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$
- $(e^u)' = u' \cdot e^u$
- $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$

FIM