Exercício 1

Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das sequintes inequações:

a)

$x^3 > x^2$

C.A.

$$x^3 > x^2$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 (x-1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > 0 \vee x > 1$$

$$C.S =]1, +\infty[$$

b)

$x^3 + x^2 - 2x > 0$

C.A.

$$x^3 + x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left(x^2 + x - 2\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1 \vee x = -2$$

$$C.S =]-2, 0[\cup]1. + \infty[$$

x	$-\infty$	-2		0		1	$+\infty$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x^2 + x - 2$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x)\left(x^2 + x - 2\right)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
			Crescente			Crescente	

c)

$(x-1)\left(4 - x^2\right)\left(x^2 - 4x + 6\right) \leq 0$

C.A.

$$(x-1)\left(4 - x^2\right)\left(x^2 - 4x + 6\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2 \vee x = -2 \vee x \in \emptyset$$

$$C.S = [-2, 1] \cup [2, +\infty[$$

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$4-x^2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
x^2-4x+6	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x-1)\left(4-x^2\right)\left(x^2-4x+6\right)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Decrescente Decrescente

Exercício 2

Considere a função polinomial definida em $\mathbb{R}$ por $f(x)=x^3-x^2-4x+4$.

a)

**Usando a regra de Ruffini, mostre que $x^3-x^2-4x+4=(x-2)\left(x^2+x-2\right)$
, para todo $x\in\mathbb{R}$.**

	1	-1	-4	4
2		2	2	-4
	1	1	-2	0

b)

Determine os zeros de f.

$$(x-2)\left(x^2+x-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x=2\vee x=-2\vee x=1$$

b)

Determine o conjunto de números reais que verificam a condição $f(x)<0$.

$$(x-2)\left(x^2+x-2\right)<0$$
$$C.S=\left]-\infty,-2\right[\cup\left]1,2\right[$$

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x^2+x-2	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$(x-2)\left(x^2+x-2\right)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Decrescente Decrescente

Exercício 3

Considere o polinómio $p(x) = x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 3$.

a)

Mostre que $p(x)$ é divisível por $(x+1)(x-3)$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & -2 & -2 & -3 \\ -1 & & -1 & 3 & -1 & 3 \\ \hline & 1 & -3 & 1 & -3 & 0 \end{array}$$

$(x+1)\left(x^3 - 3x^2 + x - 3\right)$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & -3 & 1 & -3 \\ 3 & & 3 & 0 & 3 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right)$

b)

Resolva, em $\mathbb{R}$, a inequação $p(x) > 0$.

$$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right) > 0$$

C.A.

$$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3 \vee x \in \emptyset$$

$$C.S =]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[$$

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
x^2+1	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$(x+1)(x-3)\left(x^2+1\right)$	$+$	0	$-$	0	$+$
	Decrescente			Decrescente	