Escola Secundária de Paredes

Proposta de Resolução do TPC 2

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

1. .

1.1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{3x} = \lim\limits_{2x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{2x} \times \frac{2}{3} = 1 \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

Aplicou-se o limite notável $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

1.2. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x^2+x}{1-e^x} = -\lim\limits_{x\to 0} \frac{x(x+1)}{e^x-1} = -\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{e^x-1} \times \lim\limits_{x\to 0}(x+1) = -\lim\limits_{x\to 0} \frac{\frac{x}{x}}{\frac{e^x-1}{x}} \times 1 =$

$= -\frac{1}{\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x}} = -\frac{1}{1} = -1$

Aplicou-se o limite notável $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

1.3. $\lim\limits_{x\to 2} \frac{2x-4}{3-3e^{x-2}} = \lim\limits_{x\to 2} \frac{2(x-2)}{-3\left(e^{x-2}-1\right)} = -\frac{2}{3} \times \lim\limits_{x\to 2} \frac{x-2}{e^{x-2}-1} = -\frac{2}{3} \times \lim\limits_{x\to 2} \frac{\frac{x-2}{x-2}}{\frac{e^{x-2}-1}{x-2}} =$

$= -\frac{2}{3} \times \lim\limits_{x\to 2} \frac{1}{\lim\limits_{x-2\to 0} \frac{e^{x-2}-1}{x-2}} = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{1} = -\frac{2}{3}$

Aplicou-se o limite notável $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

1.4. $\lim\limits_{x\to -1} \frac{e^{x+3}-e^2}{x+x^2} = \lim\limits_{x\to -1} \frac{e^{x+1}\times e^2-e^2}{x(1+x)} = \lim\limits_{x\to -1} \frac{e^2\left(e^{x+1}-1\right)}{x+1} \times \lim\limits_{x\to -1} \frac{1}{x} =$

$= e^2 \times \lim\limits_{x+1\to 0} \frac{e^{x+1}-1}{x+1} \times \frac{1}{-1} = e^2 \times 1 \times (-1) = -e^2$

Aplicou-se o limite notável $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x-1}{x} = 1$

2. .

-2 é ponto aderente e pertence ao domínio da função f

Assim, a função f é contínua em $x=-2$ se e só se, existe $\lim\limits_{x\to -2} f(x)$

ou seja, se e só se, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = f(-2)$ e $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = f(-2)$

Ora,

$$\lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^+} \frac{e^4 - e^{x+6}}{x+2} = \lim_{x\to -2^+} \frac{e^4 - e^{x+2}\times e^4}{x+2} = \lim_{x\to -2^+} \frac{(1-e^{x+2})\times e^4}{x+2} =$$

$$= e^4 \times \lim_{x+2\to 0^+} \frac{-\left(e^{x+2}-1\right)}{x+2} = -e^4 \times \lim_{x+2\to 0^+} \frac{e^{x+2}-1}{x+2} = -e^4 \times 1 = -e^4$$

Aplicou-se o limite notável $\lim\limits_{y\to 0} \dfrac{e^y-1}{y} = 1$

$$\lim_{x\to -2^-} f(x) = \lim_{x\to -2^-} \frac{x^2+3x+2}{ax^2+2ax} = \lim_{x\to -2^-} \frac{(x+2)(x+1)}{ax(x+2)} = \lim_{x\to -2^-} \frac{x+1}{ax} = \frac{-1}{-2a} = \frac{1}{2a}$$

$f(-2) = -e^4$

Então, como deverá ter-se, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = f(-2)$, vem,

$$-e^4 = \frac{1}{2a} \Leftrightarrow 2a = -\frac{1}{e^4} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2e^4}$$