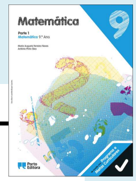
Proposta de Avaliação – Matemática 9.º ano



Nome: Turma: Data: - - 2024

RESERVADO AO PROFESSOR:			
Conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos CP (50%)	Resolução de Problemas/ Raciocínio Matemático RP (30%)	Comunicação Matemática CM (20%)	Classificação Final: ___
			O Professor: ___

ENCARREGADO DE EDUCAÇÃO Tomei conhecimento: ___

Utiliza apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
Não é permitido o uso de corretor. Risca aquilo que pretendes que não seja classificado.
Não é permitido o uso de calculadora científica.
Nas questões de escolha múltipla assinala apenas com X a resposta correta.
Apresenta o teu raciocínio de forma legível e claro, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Formulário

Números e Operações

Valor aproximado de π (Pi) **:** 3,14159

Geometria e Medida

Áreas

Polígono Regular: $\dfrac{\text{Perímetro}}{2} \times \text{Apótema}$

Trapézio: $\dfrac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Superfície lateral do cone: $\pi r g$, sendo r o raio da base do cone e g a geratriz do cone

Volumes

Prisma e cilindro: Área da base $\times$ Altura

Pirâmide e cone: $\dfrac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

1. Considera o conjunto $P = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -2 \vee -2x < -6\}$.

Assinala a opção que apresenta o conjunto P na forma de um intervalo.

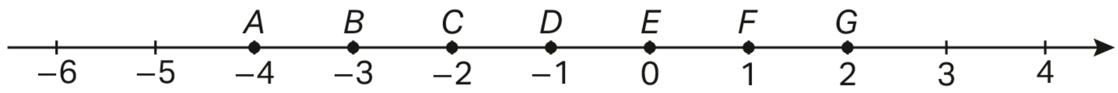
A. ☐ $[-2, +\infty[$ **B.** ☐ $]3, +\infty[$ **C.** ☐ $]-\infty, +\infty[$ **D.** ☐ $[-2, 3[$

2. Considera os conjuntos $A = \left[-\sqrt{2}, \pi\right[$ e $B =]2, 5[$.

Assinala a opção que apresenta um número irracional que pertence ao conjunto $A \cap B$.

A. ☐ $\sqrt{2}$ **B.** ☐ π **C.** ☐ $\sqrt{8}$ **D.** ☐ $2,(6)$

3. Na figura seguinte está representada a reta real, onde estão assinalados os pontos A, B, C, D, E, F e G.

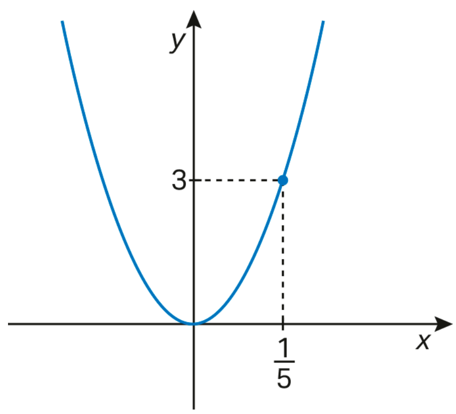


Quais são os pontos cuja abcissa é solução da inequação $-6 - \frac{3-x}{2} \leq 5x$?

Mostra como chegaste à tua resposta.

4. Na seguinte figura está representado, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função quadrática, f, da forma $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$.

Assinala a opção que apresenta o valor de $f\left(-\frac{1}{5}\right)$.

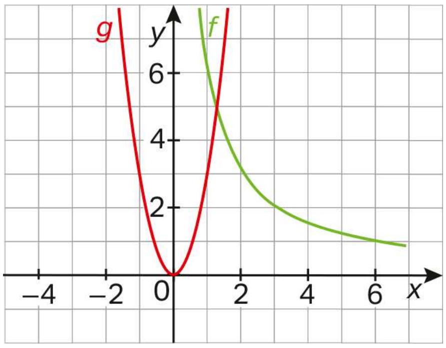


A. ☐ -3 **B.** ☐ $-\frac{1}{5}$ **C.** ☐ 3 **D.** ☐ $\frac{1}{5}$

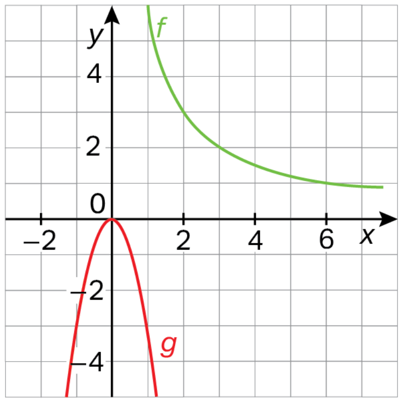
5. Considera as funções f e g definidas, respetivamente, por $f(x)=\frac{6}{x}$ e $g(x)=-3x^2$.

Assinala a opção que apresenta a representação gráfica das funções f e g.

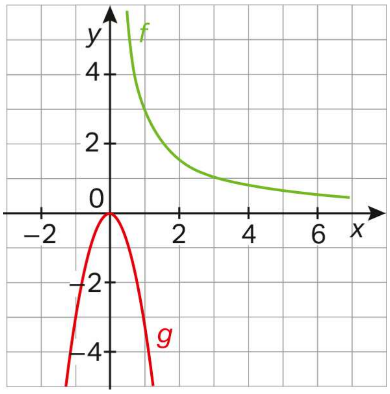
A. ☐



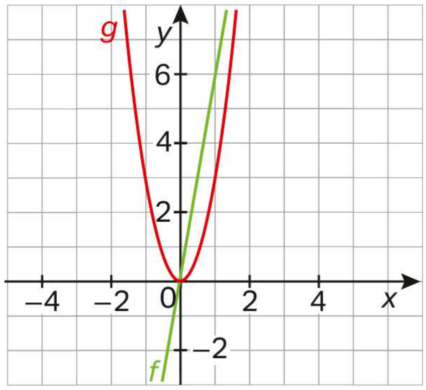
B. ☐



C. ☐



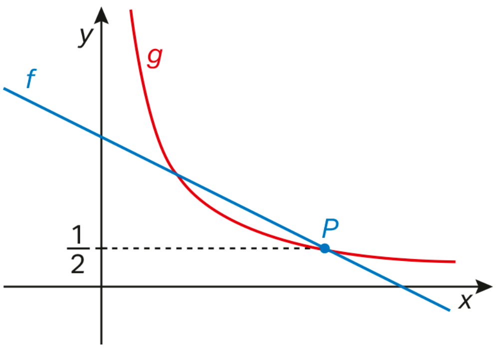
D. ☐



6. Na figura ao lado estão representados, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função afim, f, e o gráfico de uma função de proporcionalidade inversa, g.

Sabe-se que:

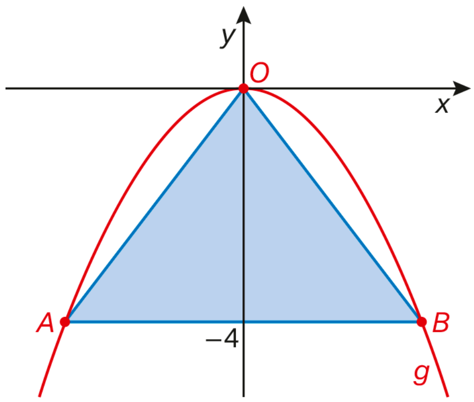
- a função f é definida por $f(x)=-\frac{1}{2}x+2$;
- a função g é definida por uma expressão da forma $g(x)=\frac{a}{x}$, com $a>0$ e $x>0$;
- os gráficos das funções f e g intersetam-se no ponto P de ordenada $\frac{1}{2}$.



Qual é o valor de a?

Mostra como chegaste à tua resposta.

7. Na figura ao lado estão representados, em referencial cartesiano, o gráfico de uma função quadrática, g, da forma $g(x) = ax^2$, $a \neq 0$, e o triângulo [*ABO*].



Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- os pontos A e B pertencem ao gráfico da função g e têm ordenada -4;
- a área do triângulo [*ABO*] é igual a 12.

Escreve uma expressão algébrica da função g.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. A equação $x^2 - 9x + 2m = 0$, com $m \in \mathbb{R}$, tem o número 4 como solução.

Assinala a opção que apresenta o valor de m.

A. ☐ 1 **B.** ☐ 10 **C.** ☐ 4 **D.** ☐ 5

9. Para cada equação, **1.** a **3.**, assinala com X a opção que apresenta o respetivo conjunto-solução.

		A.	**B.**	**C.**	**D.**	**E.**	**F.**
		$\{9\}$	$\{-9\}$	$\{-9,9\}$	$\{3\}$	$\{-3,3\}$	$\{0,9\}$
1.	$(-x+9)^2 = 0$						
2.	$-x^2 + 9 = 0$						
3.	$9x - x^2 = 0$						

10. A equação $ax^2 - 11x + 2 = 0$, sendo a um número real não nulo, não tem soluções reais.

Qual é o menor número inteiro que a pode tomar?

Mostra como chegaste à tua resposta.

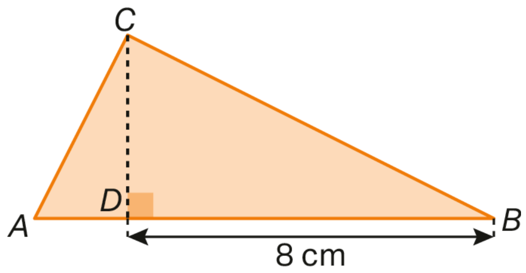
11. Resolve a seguinte equação.

$$3x^2 - 5x - 8 = 0$$

Apresenta as soluções na forma de número inteiro ou de fração irredutível.

Apresenta todos os cálculos que efetuares.

12. Na figura ao lado está representado um triângulo $[ABC]$.

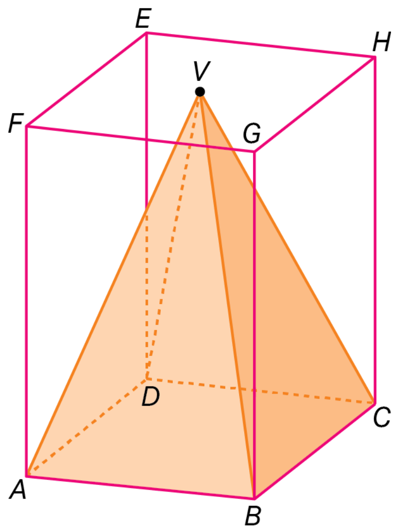


Sabe-se que:

- $[CD]$ é a altura do triângulo $[ABC]$ relativamente à base $[AB]$;
- $\overline{CD} = 2 \times \overline{AD}$;
- a área do triângulo $[ABC]$ é $20\ \text{cm}^2$.

Determina, em centímetros, $\overline{CD}$.

13. Na seguinte figura, à esquerda está a imagem de uma vela e, à direita, o modelo da vela dentro da respetiva embalagem.



Sabe-se que:

- a altura da vela é igual à altura da embalagem;
- a base da vela coincide com a base inferior da embalagem;
- a embalagem tem a forma de um prisma quadrangular regular;
- a vela tem a forma de uma pirâmide quadrangular regular;
- o vértice da vela pertence à base superior da embalagem;
- a caixa tem $20\ \text{cm}$ de altura e $6\ \text{cm}$ de largura.

13.1. Utilizando as letras do modelo, indica:

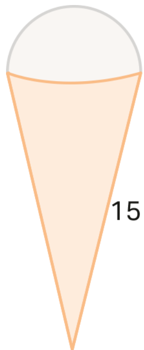
a) a interseção do plano ABC com o plano BCV ;

b) um plano estritamente paralelo ao plano ADE ;

c) uma reta concorrente não perpendicular ao plano FGH .

13.2. Determina, em centímetros cúbicos, a diferença entre o volume da embalagem e o volume da vela.

14. Na seguinte figura, à esquerda, está uma imagem de um gelado de cone com uma bola e, à direita, o respetivo modelo geométrico.



O modelo geométrico é um sólido que pode ser decomposto num cone reto e numa semiesfera.

Sabe-se que:

- o centro da base do cone coincide com o centro da semiesfera;
- o raio da base do cone é igual ao raio da semiesfera;
- a geratriz do cone tem 15 cm de comprimento;
- a área total do cone é $54\pi\text{ cm}^2$.

Determina, em centímetros cúbicos, o volume da semiesfera.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

FIM

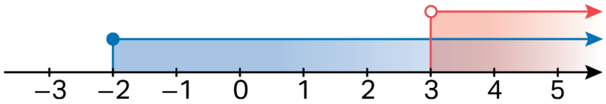
COTAÇÕES

Item	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13.1.	13.2.	14	Total
Cotação	5	5	8	5	5	7	7	5	9	8	6	8	5	9	8	100
Domínio	CP	CM	CP	CM	CM	RP	RP	CP	CP	CP	CP	RP	CM	CP	RP	

Proposta de resolução

1. $-2x < -6 \Leftrightarrow x > \frac{6}{2} \Leftrightarrow x > 3$

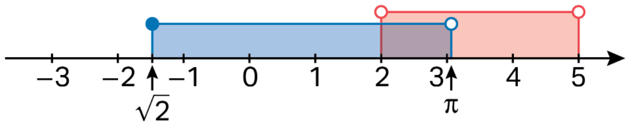
$P = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -2 \vee -2x < -6\} = \{x \in \mathbb{R} : x \geq -2 \vee x > 3\}$



$P = [-2, +\infty[\cup]3, +\infty[= [-2, +\infty[$

Resposta: **A.**

2. $A \cap B = \left[-\sqrt{2}, \pi\right[\cap]2, 5[=]2, \pi[$



Resposta: **C.**

3. $-6 - \frac{3-x}{2} \leq 5x \Leftrightarrow -12 - 3 + x \leq 10x \Leftrightarrow -10x + x \leq 12 + 3 \Leftrightarrow -9x \leq 15 \Leftrightarrow x \geq -\frac{15}{9} \Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{3}$

$S = \left[-\frac{5}{3}, +\infty\right[$

As abcissas dos pontos D, E, F e G são soluções da inequação.

4. Como a função é da forma $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$, a objetos simétricos corresponde a mesma imagem.

$f\left(-\frac{1}{5}\right) = f\left(\frac{1}{5}\right) = 3$

Resposta: **C.**

5. Resposta: **B.**

6. $P = \left(x, \frac{1}{2}\right)$. Como P pertence ao gráfico da função f:

$f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow -x + 4 = 1 \Leftrightarrow -x = 1 - 4 \Leftrightarrow -x = -3 \Leftrightarrow x = 3$

$P\left(3, \frac{1}{2}\right)$ também pertence ao gráfico da função g. Assim, $a = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

7. A altura do triângulo [*ABO*] relativamente à base [*AB*] é igual ao valor absoluto da ordenada do ponto A.

$$A_{[ABO]}=12 \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}\times 4}{2}=12 \Leftrightarrow 2\overline{AB}=12 \Leftrightarrow \overline{AB}=\frac{12}{2} \Leftrightarrow \overline{AB}=6$$

O ponto A tem coordenadas $(-3,-4)$ e pertence ao gráfico da função g.

Então, $g(-3)=-4 \Leftrightarrow a\times(-3)^2=-4 \Leftrightarrow 9a=-4 \Leftrightarrow a=-\frac{4}{9}$

Portanto, $g(x)=-\frac{4}{9}x^2$.

8. Como 4 é solução da equação, temos:

$$4^2-9\times 4+2m=0 \Leftrightarrow 16-36+2m=0 \Leftrightarrow -20+2m=0 \Leftrightarrow 2m=20 \Leftrightarrow m=\frac{20}{2} \Leftrightarrow m=10$$

Resposta: **B.**

9. **1.** $(-x+9)^2=0 \Leftrightarrow -x+9=0 \Leftrightarrow x=9$, $S=\{9\}$

2. $-x^2+9=0 \Leftrightarrow -x^2=-9 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x=-3 \vee x=3$, $S=\{-3,3\}$

3. $9x-x^2=0 \Leftrightarrow x(9-x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 9-x=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=9$, $S=\{0,9\}$

Resposta: **1. A., 2. E., 3.F.**

10. Como a equação não tem soluções, o binómio discriminante é negativo.

$$(-11)^2-4\times a\times 2<0 \Leftrightarrow 121-8a<0 \Leftrightarrow -8a<-121 \Leftrightarrow a>\frac{121}{8} \Leftrightarrow a>15{,}125$$

O menor número inteiro que a pode tomar é o 16.

11. $3x^2-5x-8=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 3\times(-8)}}{2\times 3} \Leftrightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{121}}{6} \Leftrightarrow x=\dfrac{5-11}{6} \vee x=\dfrac{5+11}{6}$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-6}{6} \vee x=\frac{16}{6} \Leftrightarrow x=-1 \vee x=\frac{8}{3},\ S=\left\{-1,\frac{8}{3}\right\}$$

12. Seja $\overline{AD}=x$.

$$A_{[ABC]}=20 \Leftrightarrow \frac{2x(x+8)}{2}=20 \Leftrightarrow x(x+8)=20 \Leftrightarrow x^2+8x=20 \Leftrightarrow x^2+8x-20=0$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times 1\times(-20)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{144}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-8-12}{2} \vee x=\frac{-8+12}{2}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-16}{2} \vee x=\frac{4}{2} \Leftrightarrow x=-8 \vee x=2$$

Assim, $\overline{AD}=2$.

$\overline{CD}=2\times 2=4$ cm.

13.1. a) *BC* **b)** *BCH* **c)** *BV* (por exemplo)

13.2. $V_{\text{embalagem}} = 6 \times 6 \times 20 = 720 \text{ cm}^3$

$$V_{\text{vela}} = \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 20 = \frac{720}{3} = 240 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{embalagem}} - V_{\text{vela}} = 720 - 240 = 480 \text{ cm}^3$$

14. Seja r o comprimento do raio da base do cone.

$$A_{\text{lateral}} = \pi \times r \times 15 = 15\pi r$$

$$A_{\text{base}} = \pi r^2$$

$$A_{\text{total}} = 54\pi \Leftrightarrow \pi r^2 + 15\pi r = 54\pi \Leftrightarrow r^2 + 15r = 54 \Leftrightarrow r^2 + 15r - 54 = 0$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{-15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \times 1 \times (-54)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow r = \frac{-15 \pm \sqrt{441}}{2} \Leftrightarrow r = \frac{-15-21}{2} \vee r = \frac{-15+21}{2}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{-36}{2} \vee r = \frac{6}{2} \Leftrightarrow r = -18 \vee r = 3$$

Como $r > 0$, $r = 3$ cm.

$$V_{\text{semiesfera}} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = \frac{108}{6} \pi = 18\pi \approx 57 \text{ cm}^3 .$$

A equipa:

Maria Augusta Ferreira Neves

João de Sá Duarte

José Martins

Pedro Rocha Almeida