

## Preparação para o 1º teste de Avaliação

### 12.º Ano de Escolaridade | Turma F

1. Seja  $E$  o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória.

Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos incompatíveis ( $A \subset E$  e  $B \subset E$ ).

Sabe-se que:

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(\overline{B}) = \frac{7}{8}$$

O valor de  $P((\overline{A} \cup B) | (A \cup B))$  é

(A)  $\frac{3}{4}$

(B)  $\frac{1}{4}$

(C)  $\frac{1}{3}$

(D)  $\frac{2}{3}$

2. Considera, num referencial o.n.  $Oxyz$ , o plano  $\alpha$  definido por  $x - 2y - 2 = 0$

Qual das condições define uma reta perpendicular ao plano  $\alpha$ ?

(A)  $z = 2 \wedge x - 1 = \frac{-y-4}{2}$

(B)  $(x, y, z) = (0, -1, 2) + k(1, -2, 1), k \in \mathbb{R}$

(C)  $y = 2 \wedge x = \frac{-z+1}{2}$

(D)  $x = 1 \wedge y = -2$

3. Considera, num referencial ortonormado  $xOy$ , a circunferência de equação  $(x - 2)^2 + y^2 = 16$ .

Na figura 1 estão representados, em referencial ortonormado, a circunferência, a reta  $r$  e uma região colorida de cinzento.

Sabe-se que:

- a reta  $r$  contém o ponto  $A$ ;
- $A$  é o ponto de interseção da circunferência com o eixo  $Ox$ ;
- a inclinação da reta é  $135^\circ$ .

Em qual das opções está a condição que define a região colorida de cinzento?

(A)  $(x - 2)^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \leq -x + 6$

(B)  $(x - 2)^2 + y^2 \leq 16 \wedge y < -x + 6$

(C)  $(x - 2)^2 + y^2 < 16 \wedge y > -x + 6$

(D)  $(x - 2)^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \geq -x + 6$

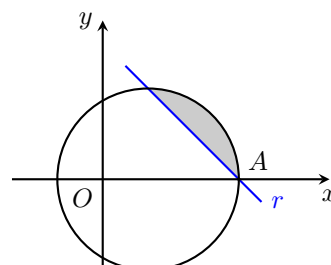


Figura 1

4. Na figura 2 está uma caixa que contém quatro bolas brancas, três cinzentas e três pretas. Vão ser retiradas, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa.

Em qual das opções está a probabilidade de saírem duas bolas da mesma cor?

- (A)  $\frac{17}{50}$   
 (B)  $\frac{6}{25}$   
 (C)  $\frac{4}{15}$   
 (D)  $\frac{11}{15}$

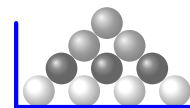


Figura 2

5. O código de um cartão multibanco, de débito ou de crédito, é constituído por uma sequência de quatro números. Escolhido, ao acaso, um código do conjunto de todos os códigos que se podem fazer, nas condições indicadas, qual é a probabilidade de esse código ser uma capicua?

**Nota:** Uma capicua é uma sequência que se lê de igual modo da esquerda para a direita e da direita para a esquerda.

Numa das opções seguintes está o valor dessa probabilidade, sob a forma de fração irredutível.

Em qual delas?

- (A)  $\frac{1}{10}$   
 (B)  $\frac{1}{100}$   
 (C)  $\frac{1}{1000}$   
 (D)  $\frac{1}{10000}$

6. Dois rapazes e três raparigas vão sentar-se num banco de jardim com cinco lugares. De quantas maneiras distintas os cinco amigos se podem sentar no banco de jardim de modo que não haja dois rapazes juntos?

Numa das opções está a resposta a esta questão.

Em qual delas?

- (A)  ${}^4C_2 \times 2! \times 3!$       (B)  ${}^5C_2 \times 2! \times 3!$       (C)  $5! - 4!$       (D)  ${}^5C_3 \times 3!$

7. Seja  $E$  o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam  $A$  e  $B$  dois acontecimentos possíveis ( $A \subset E$  e  $B \subset E$ ).

Mostra que  $P(B) - P(\overline{A} \cap B) - P(A|\overline{B}) \times P(B) = 0$  se e só se  $A$  e  $B$  forem independentes.

8. Um grupo de seis amigos (João, Pedro, Tiago, Rodrigo, Ana e Vera) sentou-se num banco com seis lugares disponíveis.

8.1. Qual é a probabilidade de a Vera ficar sentada numa das extremidades do banco?

8.2. Determina a probabilidade da Vera e do Tiago ficarem juntos (um ao lado do outro) no banco.

9. Na figura 3 está uma caixa que contém cinco bolas brancas, numeradas de um a cinco, três cinzentas, numeradas de um a três e quatro pretas, numeradas de um a quatro. Vão ser retiradas, ao acaso, as bolas da caixa, uma a uma, e colocadas em fila, sobre uma mesa, formando, dessa forma, uma sequência.

9.1. Quantas sequências existem em que as bolas brancas saem todas seguidas?

9.2. Determina a probabilidade de as bolas cinzentas saírem por ordem crescente no início da sequência.

9.3. Qual é a probabilidade de as bolas numeradas com número ímpar saírem todas seguidas no fim da extração.

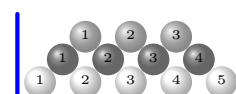


Figura 3

10. Os alunos que frequentam o curso de Gestão do ISAG, quando se inscrevem no primeiro semestre do terceiro ano do curso, têm três disciplinas obrigatórias, e duas disciplinas de opção: A opção 1 é escolhida de entre as disciplinas de Econometria, Estatística III e Direito II e uma opção 2, escolhida de entre as disciplinas de Matemática III e Investigação Operacional.
- Sabe-se que:

- 16% dos alunos inscreve-se em Econometria e matemática III;
- dos que se inscrevem em Econometria,  $\frac{5}{9}$  não se inscreve em Matemática III;
- dos que não se inscrevem em Econometria,  $\frac{2}{5}$  não se inscreve em Matemática III.

Seleciona-se um aluno que se inscreveu no terceiro ano do curso de Gestão, pela primeira vez.

- 10.1. Qual é a probabilidade de o aluno se ter inscrito em Econometria?
- 10.2. Determina a probabilidade de o aluno se ter inscrito em Econometria, dado que se inscreveu em Matemática III.
- 10.3. Mostra que a probabilidade de o aluno se inscrever em Matemática III mas não em Econometria é igual a 38.4%.
- 10.4. Determina a probabilidade de o aluno se ter inscrito em Econometria ou em Matemática III.
11. Na figura 4 está uma caixa que contém bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor branca, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor cinzenta. Considera a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.

Na mesma experiência aleatória, considera os acontecimentos:

A: «A primeira bola retirada é branca.»

B: «A segunda bola retirada é cinzenta.»

C: «O número da segunda bola retirada é par.»

Qual é o valor da probabilidade condicionada  $P((B \cap C)|A)$ ?

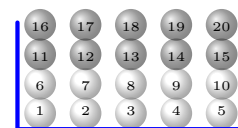


Figura 4

Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explica o valor dado, começando por interpretar o significado de  $P((B \cap C)|A)$ , no contexto da situação descrita e fazendo referência à Regra de Laplace, ao número de casos possíveis e ao número de casos favoráveis.

12. No referencial o.n.  $Oxyz$ , da figura 5, está representada a pirâmide quadrangular regular  $[ABCDV]$ .
- Sabe-se que:

- a base  $[ABCD]$  é um quadrado e está contida no plano  $xOy$ ;
- o vértice  $A$  pertence ao eixo  $Oy$ ;
- o vértice  $B$  pertence ao eixo  $Ox$ ;
- a ordenada do ponto  $A$  é igual à abcissa do ponto  $B$ ;
- o vértice  $V$  está contido no plano de equação  $z = -4$
- a reta  $r : \frac{2-x}{2} = \frac{y}{2} = -z$ , que não está representada, é perpendicular ao plano  $ADV$  e contém o ponto  $B$ .

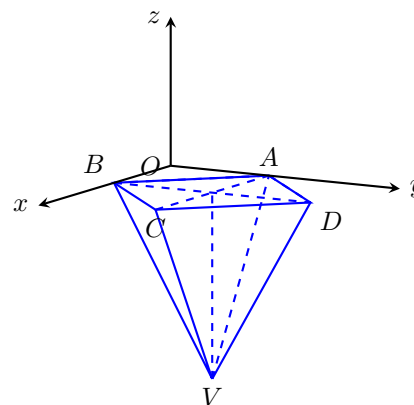


Figura 5

12.1. Seja  $T$  o ponto médio da aresta  $[BV]$ .

Determina uma condição cartesiana que defina a reta  $AT$ .

12.2. Escreve a equação da superfície esférica de centro no ponto médio de  $[BD]$  e de raio  $||\overrightarrow{AV}||$ .

12.3. Determina uma equação cartesiana do plano  $ADV$ .

12.4. Pretende-se numerar as faces da pirâmide com números do conjunto  $\{2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16\}$ , e que satisfaçam as seguintes condições:

- cada face só pode ser numerada com um único número;
- não pode haver faces numeradas com o mesmo número;
- para a base da pirâmide só estão disponíveis os números 2 e 16; e estes dois números não podem ser utilizados para numerar as faces laterais da pirâmide.

De quantas formas distintas podem ser numeradas as faces da pirâmide?