Provas-modelo (exames)

páginas 225 a 238

Prova-modelo 1

1. Consideremos o triângulo retângulo $[ABO]$. Sabemos que $\overline{AB} = \overline{OB} = 2$, porque é a medida do raio das circunferências (ou metade da medida do lado do quadrado).
Recorrendo ao teorema de Pitágoras,
$\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BO}^2$, ou seja,
$\overline{OA}^2 = 2^2 + 2^2$
$\Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 4 + 4$
$\Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 8$
$\Leftrightarrow \overline{OA} = \sqrt{8}$ $(\overline{OA} > 0)$
Como $[AI]$ é um raio da circunferência, $\overline{AI} = 2$, e como $\overline{IO} = \overline{OA} + \overline{AI}$, vem que $\overline{IO} = \sqrt{8} + 2 \approx 4{,}8$.

2.
2.1. Seja r a medida do raio da circunferência. Sabemos que $\overline{AD} = \overline{BC} = 2r$ e $\overline{AB} = \overline{CD} = r$.
Assim, $P_{[ABCD]} = 2r + 2r + r + r = 6r$. Por outro lado, $P_{[ABCD]} = 30$ cm.
Logo, $6r = 30 \Leftrightarrow r = 5$.
Como $P_o = 2\pi r$, então $P_o = 2\pi \times 5 = 10\pi \approx 31{,}4$
R.: $P_o = 31{,}4$ cm

2.2. Como DEF é um ângulo inscrito, $D\hat{E}F = \dfrac{\overset{\frown}{FD}}{2}$,
ou seja, $\overset{\frown}{FD} = 2 \times D\hat{E}F = 2 \times 10^{\circ} = 20^{\circ}$.
Assim, $\overset{\frown}{FA} = \overset{\frown}{DA} - \overset{\frown}{FD} = 180^{\circ} - 20^{\circ} = 160^{\circ}$.
Logo, a rotação de centro O que transforma o ponto F no ponto A tem amplitude 160° (ou -200°).

3. A opção [A] não é a correta porque
$5 \times 10 \neq 10 \times 20$, ou seja, $a \times b$ não é constante.
A opção [B] também não é a correta porque
$5 \times 25 \neq 10 \times 20$, ou seja, $a \times b$ não é constante.
Na opção [C] temos
$5 \times 6 = 10 \times 3 = 15 \times 2 = 20 \times 1{,}5$, ou seja,
$a \times b = 30$.
A opção [D] não é a correta porque
$5 \times 10 \neq 10 \times 10$, ou seja, $a \times b$ não é constante.
Logo, a opção correta é a [C].

4. $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{\text{Medida do cateto oposto a }\alpha}{\text{Medida da hipotenusa}}$

$\text{sen}\,3^{\circ} = \dfrac{10}{x} \Leftrightarrow 0{,}0523 = \dfrac{10}{x}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{10}{0{,}0523}$

$\Leftrightarrow x = 191{,}2046$
Logo,
$c = 2 \times x \Leftrightarrow c = 2 \times 191{,}2046$
$\Leftrightarrow c = 382{,}4092$
382,4092 cm = 2,824092 m
R.: O comprimento da rampa é, aproximadamente, 3,8 metros.

5. Seja h a altura de cada um dos sólidos. Sabemos que $V_{\text{cone}} + V_{\text{cilindro}} = 34$, ou seja,

$\dfrac{1}{3} Ab \times h + Ab \times h = 34$.

Assim,

$\dfrac{12h}{3} + 12h = 34 \Leftrightarrow 12h + 36h = 102$
$\Leftrightarrow 48h = 102$
$\Leftrightarrow h = 2{,}125$
R.: A altura do cilindro é 2,125 cm.

Outro processo
Como os sólidos têm a mesma base, o volume do cilindro é o triplo do volume do cone.
Assim, 34 : 4 = 8,25 e, portanto, o volume do cone é 8,5 cm^3 e o volume do cilindro é 25,5 cm^3
$(3 \times 8{,}5 = 25{,}5)$.
Logo, $25{,}5 = 12h \Leftrightarrow h = 2{,}125$
R.: A altura do cilindro é 2,125 cm.

6.
6.1. $P(\text{sair o número oito}) = \dfrac{1}{4}$

O acontecimento complementar de "sair o número oito" é o acontecimento "não sair o número oito".
$P(\text{não sair o número oito}) = 1 - P(\text{sair o número oito}) =$
$= 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$

6.2.

Produto	2	5	7	8
2	—	10	14	16
5	10	—	35	40
7	14	35	—	56
8	16	40	56	—

O número de casos favoráveis é igual ao número de produtos ímpares.
Assim,
Número de casos favoráveis: 2
Número de casos possíveis: 12

Logo, $P(\text{sair número ímpar}) = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$.

7. Sabemos que $n^3 = k$.

Assim, $n^{-3} = \left(\frac{1}{n}\right)^3 = \frac{1}{n^3}$

Substituindo n^3 por k, obtemos $n^{-3} = \frac{1}{k}$.

Logo, a opção correta é a [C].

8. $P = [-3, \sqrt{2}] \cap [-\sqrt{2}, +\infty[= [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
Logo, a opção correta é a [A].

9. Observando os termos da sequência, verificamos que o extremo esquerdo do intervalo de cada termo é igual à soma do extremo direito do intervalo do termo anterior com 1.
Por outro lado, a amplitude do intervalo é igual à ordem do termo.
Assim, os próximos termos são:

5.º termo	6.º termo	7.º termo	8.º termo
[15, 20]	[21, 27]	[28, 35]	[36, 44]

Concluímos então que o oitavo termo é [36, 44].

10. $\frac{(x-1)^2}{6} - \frac{2x+1}{3} = 1$

$\Leftrightarrow \underset{(1)}{\frac{x^2-2x+1}{6}} - \underset{(2)}{\frac{2x+1}{3}} = \underset{(6)}{1}$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 4x - 2 = 6$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times (-7)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 28}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 8}{2}$

$\Leftrightarrow x = -1 \ \vee \ x = 7$

11. Seja x o número de quilómetros percorridos pelo médico.
Assim, $P(x) = 10 + 0{,}4x$
Como o Sr. Pereira pagou 18 euros, então $P(x) = 18$, ou seja,

$10 + 0{,}4x = 18$

$\Leftrightarrow 0{,}4x = 8$

$\Leftrightarrow x = \frac{8}{0{,}4}$

$\Leftrightarrow x = 20$

R.: O médico percorreu 20 km.

12.

12.1. a) Por exemplo, IJ.

b) Por exemplo, o plano EFK.

12.2. Por tentativas, temos:

Até 10 anos	Mais de 10 anos	Total (em euros
10 × 19 = 190	15 × 1 = 15	205
(…)	(…)	(…)
10 × 17 = 170	15 × 3 = 45	215
(…)	(…)	(…)
10 × 13 = 130	15 × 7 = 105	235

R.: Há sete crianças no grupo com mais de 10 anos.

Outro processo

Seja x o número de crianças com 10 anos ou menos e seja y o número de crianças com mais de 10 anos.
Assim,

$\begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 15y = 235 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1x = 20 - y \\ 10(20 - y) + 15y = 235 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 200 - 10y + 15y = 235 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ -10y + 15y = 235 - 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 5y = 35 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - 7 \\ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13 \\ y = 7 \end{cases}$

R.: Há sete crianças no grupo com mais de 10 anos.

Prova-modelo 2

1. A opção correta é a [D].

2. Como $A_{[ABFG]} = 36$ e $A_{[BCDE]} = 64$, então $\overline{BF} = \sqrt{36} = 6$ e $\overline{BE} = \sqrt{64} = 8$.
Logo, $\overline{EF} = \overline{BE} - \overline{BF} = 8 - 6 = 2$.
Recorrendo ao teorema de Pitágoras, temos $(\overline{EG})^2 = (\overline{GF})^2 + (\overline{EF})^2$, ou seja,

$(\overline{EG})^2 = 6^2 + 2^2$

$\Leftrightarrow (\overline{EG})^2 = 36 + 4$

$\Leftrightarrow (\overline{EG})^2 = 40$

$\Leftrightarrow \overline{EG} = \sqrt{40}$

3.

3.1. Por observação do gráfico, a massa é 40 miligramas.

3.2. $k = 1 \times 60 = 60$

3.3. $m = \dfrac{60}{t}$

Logo, a opção correta é a [A].

4. A equação tem apenas uma solução se $\Delta = 0$, ou seja, se $b^2 - 4ac = 0$.

Assim,

$$b^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$$
$$\Leftrightarrow b^2 - 36 = 0$$
$$\Leftrightarrow b^2 = \pm\sqrt{36}$$
$$\Leftrightarrow b = -6 \ \vee \ b = 6$$

5. Seja A o acontecimento "sair o prémio a um cliente que comprou uma viagem para Paris em março".

$$P(A) = \frac{528}{2400} = 0{,}22$$

6.

6.1. Sendo a a medida da aresta do cubo, as dimensões do paralelepípedo são $\alpha = \overline{BE}$, $2a = \overline{AB}$ e $\dfrac{1}{3}a = \overline{BI}$.

Logo, $V_{\text{paralelepípedo}} = a \times 2a \times \dfrac{1}{3}a = \dfrac{2}{3}$

Assim, como $V_{\text{cubo}} = a^3$, então $V_{\text{sólido}} = a^3 + \dfrac{2}{3}a^3$.

Logo,

$$a^3 + \frac{2}{3}a^3 = 25$$
$$\Leftrightarrow 3a^3 + 2a^3 = 75$$
$$\Leftrightarrow a^3 = 15$$
$$\Leftrightarrow a = \sqrt[3]{15}$$

R.: $a = \sqrt[3]{15}$.

6.2. A reta IH.

7. Como os triângulos $[ABC]$ e $[ADE]$ são semelhantes, e os lados $[BC]$ e $[DE]$ são lados correspondentes, a razão de semelhança é $r = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

Como a razão das áreas é o quadrado da razão de semelhança, temos:

$$\frac{A_{[ADE]}}{A_{[ABC]}} = r^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

8. $3 + \dfrac{1-x}{2} \leq 4$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{2} + \frac{1-x}{2} \leq \frac{8}{2}$$
$$\Leftrightarrow 6 + 1 - x \leq 8$$
$$\Leftrightarrow -x \leq 8 - 6 - 1$$
$$\Leftrightarrow -x \leq 1$$
$$\Leftrightarrow x \geq -1$$

C.S. $= [-1, +\infty[$

Logo, A é o conjunto-solução da inequação.

9. Como a mediana é 4, então 4 ocupa a posição central

Assim,

$$\underbrace{\underbrace{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3,}_{12 \text{ pessoas}}\ 4,\ \underbrace{5 \,\_\_ \quad \_\_}_{12 \text{ pessoas}}}_{25 \text{ pessoas}}$$

Logo, foram convidadas 25 pessoas.

10. A opção correta é a [C].

11.

11.1. Como ABC é um ângulo inscrito, $A\hat{B}C = \dfrac{\overset{\frown}{AC}}{2}$.

Como AOC é um ângulo ao centro, $A\hat{O}C = \overset{\frown}{AC}$, ou seja, $\overset{\frown}{AC} = 140^\circ$.

Assim, $A\hat{B}C = \dfrac{140^\circ}{2} = 70^\circ$.

Logo, a opção correta é a [B].

11.2. $A\hat{D}E = 180^\circ - A\hat{D}C$

Como ADC é um ângulo com o vértice no exterior da circunferência, $A\hat{D}C = \dfrac{\overset{\frown}{CA} - \overset{\frown}{AC}}{2}$.

Como $\overset{\frown}{CA} = 360 - \overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{CA} = 360^\circ - 140^\circ = 220^\circ$.

Assim, $A\hat{D}C = \dfrac{220^\circ - 140^\circ}{2} = \dfrac{80^\circ}{2} = 40^\circ$.

Logo, $A\hat{D}E = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$.

12.

12.1. Por exemplo, os pontos C e D, porque $[CD]$ é perpendicular ao eixo Oy.

12.2. O ponto C tem coordenadas $(4, f(4))$.

Então, como $f(4) = \dfrac{1}{2} \times 4 = \dfrac{4}{2} = 2$, C tem coordenadas $(4, 2)$.

O ponto B tem coordenadas $(2, g(2))$.

Então, como $g(2) = 2 \times 2^2 = 8$, B tem coordenadas $(2, 8)$.
Os pontos A e B têm a mesma ordenada. Logo, A tem coordenadas $(0, 8)$.
Os pontos C e D têm a mesma ordenada. Logo, D tem coordenadas $(0, 2)$.
Concluímos então que $\overline{CD} = 4$, $\overline{AB} = 2$ e $\overline{AD} = 6$ (diferença entre as ordenadas de A e de D).
Assim,

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} \times \overline{AD}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{2 + 4}{2} \times 6 = \frac{6}{2} \times 6 = 3 \times 6 = 18$$

R.: $A = 18$ u.a.

13. $(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$
$2n$ é um número par porque qualquer número multiplicado por 2 é par.
Dados dois números naturais consecutivos, se um é par o outro é ímpar. Como $2n$ é par, então $2n + 1$ é ímpar.
Nenhum número ímpar é múltiplo de 2, logo $2n + 1$ não é múltiplo de 2.

14. $x(6x - 1) = 1$

$\Leftrightarrow 6x^2 - x = 1$

$\Leftrightarrow 6x^2 - x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 6 \times (-1)}}{2 \times 6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 + 5}{12} \vee x = \frac{1 - 5}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{12} \vee x = \frac{-4}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{3}$$

Prova-modelo 3

1.

1.1. Como a turma tem um número par de alunos (28), a mediana corresponde à média dos dois valores centrais, ou seja, à média dos valores da 14.ª e 15.ª idades ordenadas.

7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 $\boxed{7\ 8}$ 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 9 9 9

Assim, mediana $= \dfrac{7 + 8}{2} = 7{,}5$.

1.2. Seja x a idade dos dois novos alunos.
Assim, como a média das idades passou a ser 7,7, temos $\overline{x} = 7, 7$ ou seja,

$$\frac{14 \times 7 + 11 \times 8 + 3 \times 9 + 2 \times x}{30} = 7{,}7$$

$\Leftrightarrow 98 + 88 + 27 + 2x = 231$

$\Leftrightarrow 2x = 231 - 213$

$\Leftrightarrow 2x = 18$

$\Leftrightarrow x = 9$

R.: 9 anos.

2.

2.1. 1 euro valia 0,90 libras nos dias 11 e 14 de fevereiro.

2.2. 100 euros equivalem a $100 \times 0{,}89 = 89$.
Logo, o Rui recebeu 89 libras.

2.3. $E = \dfrac{10}{9} L$

Logo, a opção correta é a [B].

3. Como $V_{\text{prisma}} = Ab \times h$ e $V_{\text{prisma}} = 42$, então

$$\frac{2 \times \overline{AB}}{2} \times 6 = 42$$

$\Leftrightarrow \overline{AB} \times 6 = 42$

$\Leftrightarrow \overline{AB} = \dfrac{42}{6}$

$\Leftrightarrow \overline{AB} = 7$

Assim, $\text{tg}\,(A\hat{B}C) = \dfrac{2}{7}$, ou seja, $A\hat{B}C \approx 16°$.

4. Seja Q a projeção vertical do ponto D sobre a reta BC.
Assim, $\overline{BQ} = \overline{AD} = 3$ e $\overline{DQ} = \overline{AB} = 4$.
Por outro lado, $\overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{QC} \Leftrightarrow \overline{QC} = \overline{BC} - \overline{BQ}$, pelo que $\overline{QC} = 5 - 3 - 2$.
Consideremos o triângulo $[DQC]$, que é retângulo em Q. Utilizando o teorema de Pitágoras, temos, $\overline{CD}^2 = \overline{DQ}^2 + \overline{QC}^2$, ou seja,

$\overline{CD}^2 = 4^2 + 2^2$

$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 16 + 4$

$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 20$

$\Leftrightarrow \overline{CD} = \sqrt{20}$

Assim, $P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}$.
$P_{[ABCD]} = 4 + 5 + \sqrt{20} + 3 = 12 + \sqrt{20} \approx 16{,}5$
Logo, a opção correta é a [B].

5.

5.1. Os triângulos [ABC] e [EDC] são semelhantes, pelo critério AA: os ângulos CBA e EDC são retos e os ângulos ACB e DEC são ângulos agudos de lados paralelos.

5.2. Como os triângulos são semelhantes, a razão de semelhança é $r = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{EC}} = \dfrac{15}{5} = 3$.

Assim, podemos concluir que $\overline{BC} = 3 \times \overline{DC}$, ou seja, $\overline{BC} = 3 \times 4 = 12$.

R.: $\overline{BC} = 12$ cm

6.

6.1. A ordenada do ponto B é a ordenada na origem da reta s.
Logo, a ordenada de B é 4,5.

6.2. Comecemos por determinar a abcissa do ponto A, que tem ordenada 0.
Como A pertence à reta s, temos:

$$0 = -1{,}2x + 4{,}5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4{,}5}{1{,}2}$$

$$\Leftrightarrow x = 3{,}75$$

Logo, $\overline{AO} = 3{,}75$.

6.3. O ponto I é o ponto de interseção das retas r e s.
Assim,

$$\begin{cases} y = 0{,}6x \\ y = -1{,}2x + 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0{,}6x \\ 0{,}6x = -1{,}2x + 4{,}5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0{,}6x \\ 1{,}8x = 4{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0{,}6x \\ x = \dfrac{4{,}5}{1{,}8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2{,}5 \\ y = 0{,}6 \times 2{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2{,}5 \\ y = 1{,}5 \end{cases}$$

Logo, $I(2{,}5;\ 1{,}5)$.

7.

7.1. Cada construção é constituída por quadrados divididos em dois triângulos do tipo dos que são contados.
Vericamos que:
– na 1.ª construção existe 1 quadrado e, por isso, $2 \times 1 = 2$ triângulos;
– na 2.ª construção existem $2^2 = 4$ quadrados e, por isso, $2 \times 4 = 8$ triângulos;
– na 3.ª construção existem $3^2 = 9$ quadrados e, por isso, $2 \times 9 = 18$ triângulos.
Então, na 5.ª construção existem $5^2 = 25$ quadrados e, por isso, $2 \times 25 = 50$ triângulos.

7.2. De acordo com a alínea anterior na n-ésima construção existem n^2 quadrados e, por isso, $2 \times n^2 = 2n^2$ triângulos.
R.: $2n^2$

8. $\dfrac{1}{81} = \dfrac{1}{3^4} = \left(\dfrac{1}{3}\right)^4 = 3^{-4}$

Logo, a opção correta é a [B].

9. $x + (x - 1)^2 = 3$

$\Leftrightarrow x + x^2 - 2x + 1 = 3$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - (-8)}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{9}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm 3}{2}$

$\Leftrightarrow x = 2 \ \vee \ x = -1$

C.S. = $\{-1, 2\}$

10.

10.1. Como CAB é um ângulo inscrito, $C\hat{A}B = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2}$, ou seja, $\overset{\frown}{BC} = 2 \times C\hat{A}B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$.
Assim, $\overset{\frown}{AB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

10.2. Como a reta é tangente à circunferência, o ângulo CAD é um ângulo reto.
Como $C\hat{A}B = 30^\circ$, então $B\hat{A}D = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

11. $]0, 3[\cup]2, 5[=]0, 5[$
Logo, a opção correta é a [A].

12. $\dfrac{1}{3} - 2x < \dfrac{5}{3} + \dfrac{x}{2}$

$\Leftrightarrow 2 - 12x < 10 + 3x$

$\Leftrightarrow -12x - 3x < 10 - 2$

$\Leftrightarrow -15x > -8$

$\Leftrightarrow x > -\dfrac{8}{15}$

Logo, C.S. $= \left]-\dfrac{8}{15}, +\infty\right[$.

13.

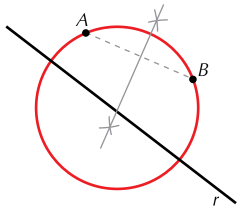
13.1. O gráfico da função f é simétrico em relação ao eixo das ordenadas. Logo, $f(-2) = f(2) = 6$.
Assim, a opção correta é a [B].

13.2. Como o ponto $B(2,\ 6)$ é um ponto do gráfico da função g, podemos concluir que a constante de proporcionalidade é 12 ($k = 2 \times 6 = 12$).

Logo, g é definida por $g(x) = \dfrac{12}{x}$.

Assim, como o ponto $C(c;\ 1{,}2)$ também pertence ao gráfico da função g, então o produto das suas coordenadas é 12, isto é, $c \times 1{,}2 = 12$, ou seja, $c = 10$.

14. Seja C o centro da circunferência. Como C é equidistante de A e de B, podemos concluir que C pertence à mediatriz de $[AB]$.
Logo, C é o ponto de interseção da reta r com a mediatriz de $[AB]$.



14.

$$\begin{cases} v_1 = \dfrac{d}{t_1} \\ v_2 = \dfrac{d}{t_2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100 = \dfrac{d}{t_1} \\ 80 = \dfrac{d}{t+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 100t_1 = d \\ 80(t_1 + 1) = d \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 80(t_1 + 1) = 100t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 80t_1 + 80 = 100t \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 80 = 100t - 80t_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 80 = 20t_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 100 \times 4 = d \\ 4 = t_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 400 \\ t_1 = 4 \end{cases}$$

R.: O Jorge percorre 400 km.

Provas Finais Modelo

páginas 239 a 266

Prova final modelo 1

1. 1.º termo: $1b + 1p \rightarrow 2$ triângulos
   2.º termo: $2b + 3p \rightarrow 3$ triângulos
   3.º termo: $3b + 5p \rightarrow 2$ triângulos

$\left.\right\} 3n - 1$

1.1. $3 \times 20 - 1 = 60 - 1 = 59$ triângulos

1.2. 1; 3; 5; … $2n - 1$

$2 \times 85 - 1 = 169$ triângulos

1.3. $2n - 1 = 201 \;\Leftrightarrow\; 2n = 202 \;\Leftrightarrow\; n = 101$

R.: 101 termos.

2.

P \ V	2	3	4
2	4	5	6
3	5	6	7
4	6	7	8
7	9	10	11

2.1. Oito

2.2. número de casos favoráveis: 5

número de casos possíveis: 12

$P = \dfrac{5}{12}$

2.3. a) $P(\text{sair preta}) = 0{,}3 = \dfrac{3}{10}$

Como continuam a ser três cartas pretas

$\dfrac{3}{x} = \dfrac{3}{10} \;\Leftrightarrow\; 30 = 3x \;\Leftrightarrow\; x = 10$

Se 10 é o número de casos possíveis, é necessário acrescentar três cartas vermelhas.

a) $P(\text{sair vermelho}) = 0{,}25$

$\dfrac{4}{x} = 0{,}25 \;\Leftrightarrow\; x = 4 \times 4 \;\Leftrightarrow\; x = 16$

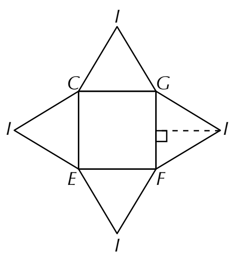
$4 + 3 = 17$

$16 - 7 = 9$

Se 16 é o número de casos possíveis é necessário acrescentar nove cartas.

3.

3.1.



3.2. a) $A_{\text{total}} = A_{\text{base}} + A_{\text{lateral}}$

$A_{\text{base}} = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$

$A_{\text{lateral}} = 4 \times \dfrac{5 \times 6}{2} = 60 \text{ cm}^2$

$A_{\text{total}} = 36 + 60 = 96 \text{ cm}^2$

b) Pelo teorema de Pitágoras, temos:

$\overline{FI}^2 = 3^2 + 5^2$

$\Leftrightarrow\; \overline{FI}^2 = 9 + 25$

$\Leftrightarrow\; \overline{FI} = \pm\sqrt{34}$

$\Leftrightarrow\; \overline{FI} = \pm\sqrt{34}$ cm

c) Pelo teorema de Pitágoras, temos:

$5^2 = 3^2 + h^2$

$\Leftrightarrow\; h^2 = 25 - 9$

$\Leftrightarrow\; h = \pm\sqrt{16}$

$\Leftrightarrow\; h = 4$ cm

3.3. $V_{\text{cubo}} = a^3$, ou seja, $V_{\text{cubo}} = 6^3 = 216$

$V_{\text{pirâmide}} = \dfrac{1}{3} Ab \times \text{altura}$

$V_{\text{pirâmide}} = \dfrac{1}{3} \times 6^2 \times 4 = 48$

22% de 216 é $0{,}22 \times 216 \approx 48$

R.: 48 cm^2

3.4. a) Estritamente paralelos.

b) Por exemplo, a reta EH.

c) O ponto E.

3.5. $H + \overrightarrow{HD} = H + \overrightarrow{HD} = D$

Logo, a opção correta é a [C].

4.

4.1. $A\hat{B}C = 90^{\circ}$, porque BC é tangente à circunferência no ponto B e AB é um raio de circunferência.

$C\hat{A}B = 180^{\circ} - 90^{\circ} - 27^{\circ} = 63^{\circ}$

$D\hat{A}E = C\hat{A}B = 63^{\circ}$, ângulos verticalmente opostos como $D\hat{A}E$ é um ângulo ao centro, $\overset{\frown}{DA} = D\hat{A}E = 63^{\circ}$.

4.2. $B\hat{A}D = 180^{\circ} - D\hat{A}E = 180^{\circ} - 63^{\circ} = 117^{\circ}$

$A_{\text{setor circular}} = \dfrac{x \times \pi \times r^2}{360^{\circ}}$

$A_{\text{setor circular}} = \dfrac{117^{\circ} \times \pi \times 10^2}{360^{\circ}} = 32{,}5\pi \approx 102{,}1$

R.: $A = 102{,}1$ cm^2

5.

5.1. D pertence ao gráfico da função f para $y = 0$, então $f(x) = 0 \;\Leftrightarrow\; -2x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow\; -2x = -3$

$\Leftrightarrow\; x = \dfrac{3}{2}$

$D\left(\dfrac{3}{2}, 0\right)$

Os pontos A e C são os pontos de interseção dos gráficos das funções f e g, então

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -2x + 3 = x^2$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 4}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = -3 \ \vee \ x = 1$$

C.S. = $\{-3, 1\}$

A abcissa de C é -3 e a de A é 1.

$f(-3) = -2 \times (-3) + 3 = 6 + 3 = 9$

$C(-3, 9)$

$f(1) = -2 \times 1 + 3 = -2 + 3 = 1$

$A(1, 1)$

Como B tem a mesma ordenada de A, $B(0, 1)$.

R.: $A(1, 1)$, $B(0, 1)$, $C(-3, 9)$, $D\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ e $E(0, 3)$.

5.2. $A_{[ABOD]} = \frac{\overline{OD} + \overline{AB}}{2} \times \overline{OB}$

$A_{[ABOD]} = \frac{\frac{3}{2} + 1}{2} \times 1 = 1{,}25$ u.a.

5.3. Se é paralela a f então $h(x) = -2x + b$ e como B pertence à sua representação gráfica, $h(x) = -2x + 1$.

5.4. F tem ordenada simétrica à de E e a mesma abcissa de E. Logo, $F(0, -3)$.

6.

$$\begin{cases} x = -2y \\ y = \frac{3x+1}{2} - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 0 \\ 2y = 3x + 1 - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 0 \\ -3x + 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y \\ -3(-2y) + 2y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 6y + 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 8y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\left(-\frac{5}{8}\right) \\ y = -\frac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{8} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = -\frac{5}{8} \end{cases}$$

C.S. = $\left\{\left(\frac{5}{4}, -\frac{5}{8}\right)\right\}$

R.: $\left(\frac{5}{4}, -\frac{5}{8}\right)$

7. $16^{c+3} \times \frac{32^{c+1}}{8} =$

$= (2^4)^{c+3} \times \frac{2^{5(c+1)}}{2^3} =$

$= 2^{4c+12} \times \frac{2^{5c+5}}{2^3} =$

$= 2^{4c+5c+12+5-3} = 2^{9c+14}$

A opção correta é a [B].

8. $\frac{(-2-x)^2}{2} = 3(x+2)$

$$\Leftrightarrow \frac{4 + 4x + x^2}{2} = 3x + 6$$
$$\Leftrightarrow 4 + 4x + x^2 = 6x + 12$$
$$\Leftrightarrow x + 4x - 6x + 4 - 12 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 6}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = 4 \ \vee \ x = -2$$

C.S. = $\{-2, 4\}$

9.

9.1. [A] $]14, +\infty[\ \cup \ ]-4, 15[\ = \ ]-4, +\infty[$

[B] $]13, +\infty[\ \cap \ ]-4, 15[\ = \ ]13, 15[$

[C] $]13, +\infty[\ \cap \ ]-4, +\infty[\ = \ ]13, +\infty[$

[D] $]13, +\infty[\ \cup \ ]-4, +\infty[\ = \ ]-4, +\infty[$

A opção correta é a [C].

9.2. $2 + \frac{4x}{3} > \frac{6 + 2(x+13)}{2}$

$$\Leftrightarrow 2 + \frac{4x}{3} > \frac{6 + 2x + 26}{2}$$
$$\Leftrightarrow 2 + \frac{4x}{3} > \frac{32 + 2x}{6}$$
$$\Leftrightarrow 2 + \frac{4x}{3} > 16 + x$$
$$\Leftrightarrow 6 + 4x > 48 + 3x$$
$$\Leftrightarrow 4x - 3x > 48 - 6$$
$$\Leftrightarrow x > 42$$

C.S. = $]42, +\infty[$

$C \not\subset \ ]42, +\infty[$ porque $42 > 13$.

10.

10.1. $180^o - 80^o = 100^o$ então

$B\hat{C}A = C\hat{A}B = \frac{100^o}{2} = 50^o$

10.2. sen $\alpha = \frac{\overline{DC}}{\overline{BC}}$, $\hat{\alpha} = D\hat{B}C = \frac{A\hat{B}C}{2} = \frac{80^o}{2} = 40^o$

cos $\beta = \frac{\overline{DC}}{\overline{BC}}$, $\hat{\beta} = B\hat{C}A = 50^o$

11. A opção [A] é falsa, porque a circunferência é um lugar geométrico do plano.
A opção [B] também é falsa, porque o círculo é um lugar geométrico do plano.
A opção [C] é falsa, porque a superfície esférica é o lugar geométrico dos pontos do espaço cuja distância ao ponto P é igual a 8 cm.
A opção [D] é verdadeira.
Logo, a opção correta é a [D].

Prova final modelo 2

1.

1.1.

$\bar{x} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 2 + 6 \times 2}{2 + 4 + 3 + 4 + 2 + 3} =$

$= \frac{63}{18} = 3{,}5$

1.2. Número de casos favoráveis: $4 + 3 + 4 + 2 = 13$
Número de casos possíveis: $2 + 4 + 3 + 4 + 2 + 3 = 18$
Logo, $P = \frac{13}{18}$.

1.3. Para que a mediana dos 19 dados seja 3 é necessário que o valor central seja 3. Desta forma, os valores possíveis são 1, 2 ou 3.
O número de casos favoráveis é 3 e o número de casos possíveis 6.
Logo, $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2. Como o gráfico é de uma função de proporcionalidade inversa, então $f(x) = \frac{h}{x}$. Como (2, 3) pertence ao gráfico de f, então $k = 2 \times 3 = 6$.

$f(6) = a \Leftrightarrow \frac{6}{6} = a \Leftrightarrow a = 1$

3. Como se trata de proporcionalidade direta, a constante de proporcionalidade é igual a $21{,}6 : 7{,}2 = 3$.
Então, $k = 17{,}1 : 3 = 5{,}7$.

4. [A] $28 = 2^2 \times 7$
$25 = 5^2$
$28 \times 25 = 700$, afirmação falsa.
[B] $10 = 2 \times 5$
$126 = 2 \times 3 \times 21$
10 e 126 não são primos entre si.
[C] $28 = 2^2 \times 7$
$45 = 3^2 \times 5$
28 e 45 são primos entre si e $28 \times 45 = 1260$.
[D] $15 = 3 \times 5$
$84 = 2^2 \times 3 \times 7$
15 e 84 não são primos entre si.
Logo, a opção correta é a [C].

5.

5.1. $h(0{,}5) = 4 \times 0{,}5^2 + 4 = 3$
R.: 3 metros de altura.

5.2. $h(t) = 0$
$\Leftrightarrow -4t^2 + 4 = 0$
$\Leftrightarrow -4t^2 = -4$
$\Leftrightarrow t^2 = 1$
$\Leftrightarrow t = \pm 1$
C.S. = $\{-1, 1\}$
R.: A bola manteve-se no ar 1 segundo.

6.

6.1. $\frac{15}{0{,}91440} \approx 16{,}4042 = 1{,}64042 \times 10$

6.2. 160 km = 160 000 m = $1{,}6 \times 10^5$

$\frac{1{,}6 \times 10^5}{0{,}91440} = 174978{,}128$

$\frac{1}{3} \times 174978{,}128 \approx 58326 = 5{,}8326 \times 10^4$

7.

7.1. $A\hat{P}D = C\hat{P}B = 70^o$ (ângulos verticalmente opostos)

$D\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{DC}}{2} = \frac{60^o}{2} = 30^o$ ($D\hat{A}C$ é um ângulo inscrito no arco $\overset{\frown}{DC}$).
Então, $B\hat{D}A = 80^o$.

7.2. $B\hat{C}A = B\hat{D}A = 80^o$, porque são ângulos inscritos no mesmo arco ($\overset{\frown}{DC}$).
Pelo critério AA, os triângulo [BCP] e [ADP] são semelhantes.
Logo, $B\hat{D}A = B\hat{C}A = 80^o$ e $C\hat{P}B = D\hat{P}A = 70^o$.

8.
8.1. $V_{prisma} = Ab \times$ altura
$V_{prisma} = 10^2 \times 7{,}5 =$
$= 730$
$\overline{AB} = 10$
$\overline{BC} = 5$
$\overline{CD} = 5$
$\overline{DE} = 7{,}5$
O volume do sólido comum aos dois prismas
$V = 5 \times 5 \times 7{,}5 = 187{,}5$
$V_{total} = 750 \times 2 - 187{,}5 = 1312{,}5$
R.: $V = 1312{,}5$ cm^3
8.2. a) Por exemplo, BC.
b) Por exemplo, CD.
c) Por exemplo, GDE.
d) Por exemplo, EDF.
8.3. Um, porque por um ponto fora de um plano passa um único plano paralelo ao primeiro.
8.4. Por exemplo, o ponto médio de [AB] porque os três pontos são colineares e três pontos colineares não definem um plano.
8.5. A opção[A] é falsa porque as retas são não complanares.
A opção[B] é falsa porque as retas são não complanares.
A opção[C] é falsa porque as retas são não complanares.
A opção[D] é verdadeira.
Logo, a opção correta é a [D].
8.6. As retas CD e DF pertencem ao plano CDF e ED é perpendicular a CD e a DF. Então, a reta ED é perpendicular ao plano CDF.
8.7. $\text{tg}\,(E\hat{F}D) = \frac{7{,}5}{10}$
$\Leftrightarrow \; E\hat{F}D = \text{tg}^{-1}\left(\frac{7{,}5}{10}\right)$
$\Leftrightarrow \; E\hat{F}D \approx 36{,}9$
8.8. Um.

9.
9.1. [A] $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$ não é irracional.
[B] $\frac{\sqrt[3]{27}}{5} = \frac{3}{5}$ não é irracional.
[C] $(2 - \sqrt{8})(2 + \sqrt{8}) = 4 - 8 = -4$ não é irracional.
[D] $(5 - \sqrt{3})^2 = 25 - 10\sqrt{3} + 3 = 28 - 10\sqrt{3}$ é irracional.
Logo, a opção correta é a [D].

10. Se $\overline{AB} = 2 \times \overline{DE}$, então $r = 2$
$\frac{P_{[ABC]}}{P_{[DEF]}} = r \;\Leftrightarrow\; P_{[ABC]} = 2 \times 40 = 80$ cm.
Logo, a opção correta é a [C].

11. $2n^{-5} = \frac{2}{n^5}$
Logo, a opção correta é a [C].

12. $1 - (\cos\alpha - \text{sen}\,\alpha)^2 =$
$= 1 - (\cos^2\alpha - 2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha + \text{sen}^2\alpha) = 2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha$
$= 1 - (-2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha + \text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha) =$
$= 1 + 2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha - 1 =$
$= 2\,\text{sen}\,\alpha\cos\alpha$

13. $A =]-\pi, 2[$
$B =]-\infty, -1]$
$A \cap B =]-\pi, -1]$, ou seja, $x > -\pi \;\wedge\; x < -1$
Logo, a opção correta é a [C].

14.
14.1. $\triangle = b^2 - 4ac$
$a = 1$, $b = -1$, $c = -2$
$\triangle = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2) = 1 + 8 = 9$
Como $\triangle > 0$ a equação tem 2 soluções distintas.
14.2. $x^2 - x - 2 = 0$
$\Leftrightarrow\; x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1}$
$\Leftrightarrow\; x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{2}$
$\Leftrightarrow\; x = \frac{1-3}{2} \;\vee\; \frac{1+3}{2}$
$\Leftrightarrow\; x = -1 \;\vee\; x = 2$
C.S. = $\{-1, 2\}$
14.3. As equações são equivalentes se têm o mesmo conunto-solução.
$(2x - 1)^2 = 9$
$\Leftrightarrow\; 2x - 1 = \pm\sqrt{9}$
$\Leftrightarrow\; 2x - 1 = -3 \;\vee\; 2x - 1 = 3$

$\Leftrightarrow\ 2x = -2\ \vee\ 2x = 4$
$\Leftrightarrow\ x = -1\ \vee\ x = 2$
C.S. $= \{-1, 2\}$

15. Cada arco de circunferência tem 72º pois
360º : 5 = 72º.
Assim, 216º : 72º = 3
Logo, trata-se do triângulo [*OEA*] e a opção correta é a [A].

16. $2 - \dfrac{3-x}{5} \leq 2\left(x + \dfrac{1}{3}\right)$

$\Leftrightarrow\ \underset{(\times 15)}{2} - \underset{(\times 3)}{\dfrac{3-x}{5}} \leq \underset{(\times 15)}{2x} + \underset{(\times 5)}{\dfrac{2}{3}}$

$\Leftrightarrow\ 30 - 9 + 3x \leq 30x + 10$
$\Leftrightarrow\ 3x - 30x \leq -11$
$\Leftrightarrow\ 27x \geq 11$
$\Leftrightarrow\ x \geq \dfrac{11}{27}$

C.S. $= \left[\dfrac{11}{27}, +\infty\right[$

17

17.1. $f(x) = ax^2$. Como A pertence ao gráfico de função f, $1{,}5 = a \times 1^2\ \Leftrightarrow\ a = 1{,}5$

Logo, $f(x) = \dfrac{3}{2}x^2$.

17.2. Como C pertence ao gráfico da função f, então

$6 = \dfrac{3}{2}x^2$

$\Leftrightarrow\ x^2 = \dfrac{12}{3}$

$\Leftrightarrow\ x^2 = 4$
$\Leftrightarrow\ x = \pm 2$, ou seja, $C(-2, 6)$.
Como B tem a mesma abcissa que A, então $B(1, 0)$.

17.3. $A_{[ABC]} = \dfrac{1{,}5 \times 3}{2} = 2{,}25$ u.a.

17.4. A reta passa nos pontos A e C. Então,

$m_{AC} = \dfrac{6 - 1{,}5}{-2-1} = \dfrac{4{,}5}{-3} = -1{,}5 = -\dfrac{3}{2}$

$y = -\dfrac{3}{2}x + b$, substituindo por exemplo pelas coordenadas de c, determinamos a ordenada na origem.

$6 = -\dfrac{3}{2} \times (-2) + b$

$\Leftrightarrow\ b = 6 - 3$

$\Leftrightarrow\ b = 3$

$y = -\dfrac{3}{2}x + 3$

17.5. Como as equações do sistema são as equações das duas funções, o conjunto-solução é o ponto de interseção da reta com a parábola, ou seja, os pontos A e C.

R.: $\left(1, \dfrac{3}{2}\right)$ e $(-2, 6)$

17.6. Como a representação gráfica da função f é no semiplano não negativo definido pelo eixo Oy,
$p \in\ ]-\infty, 0[$.

18.

19. Como o triângulo [*ABC*] é equilátero,

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = \dfrac{39-12}{3} = a - 4$

Então, a área de cada quadrado é igual a $(a-4)^2$.
Como são três quadrados
$3 \times (a-4)^2 =$
$= 3 \times (a^2 - 8a + 16) =$
$= 3a^2 - 24a + 48$
Logo, a opção correta é a [C].

20. $(3^5)^{-2} \times 3^{10} + 5^{-1} + 3^{-2} =$

$= 3^{-10} \times 3^{10} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{3^2} =$

$= 3^0 + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{9} =$

$= \underset{(\times 45)}{1} + \underset{(\times 9)}{\dfrac{1}{5}} + \underset{(\times 5)}{\dfrac{1}{9}} =$

$= \dfrac{45}{45} + \dfrac{9}{45} + \dfrac{5}{45}$

$= \dfrac{59}{45}$

Prova final modelo 3

1.

1.1. A percentagem de elementos do grupo B é
$6{,}9 + 1{,}2 = 8{,}1$
Logo, $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}081 = 91{,}9\%$

1.2. Como a percentagem de elementos do grupo O é $35{,}4 + 6{,}7 = 42{,}1\%$,
$2000 \times 42{,}1\% = 842$
R.: 842 alunos.

1.3. Tipo B: $6{,}9 + 1{,}2 = 8{,}1\%$

$$P = \frac{1{,}2}{8{,}1} \approx 0{,}15$$

A probabilidade do sangue ser Rhesus negativo sabendo que é do grupo *B* é, aproximadamente, 15%.

2.

2.1. 1.ª → 2 hexágonos
2.ª → 7 hexágonos +5
3.ª → 12 hexágonos +5
4.ª → 12 + 5 = 17 hexágonos +5
R.: 17 hexágonos.

2.2. 1.ª → 1 hexágono branco
2.ª → 3 hexágonos brancos +2
3.ª → 5 hexágonos brancos +2
Podemos utilizar a expressão $2n - 1$ para determinar o número de hexágonos brancos, então
$2 \times 10 - 1 = 19$
A 10.ª figura tem 19 hexágonos brancos.

2.3. 1.ª → 1 hexágono cinzento
2.ª → 4 hexágonos cinzentos +3
3.ª → 7 hexágonos cinzentos +3
Podemos utilizar a expressão $3n - 2$ para determinar o número de hexágonos cinzentos. Então
$3n - 2 = 31$
$\Leftrightarrow\ 3n = 33$
$\Leftrightarrow\ n = 11$
A 11.ª figura tem 31 hexágonos cinzentos.
Brancos tem $2 \times 11 - 1 = 21$
Então $31 + 21 = 52$.
Esses termo, o 11.º, tem 52 hexágonos.

2.4. $3n - 2$, já abordado na alínea c).

2.5. $3n - 2 = 58$
$\Leftrightarrow\ 3n = 60$
$\Leftrightarrow\ n = 20$
R.: A sequência tem 20 termos.

3. Como o círculo está inscrito num quadrado, a medida do diâmetro do círculo é igual ao comprimento do lado do quadrado.
Como $P = 24$ cm, então $\ell = \frac{24}{4} = 6$ cm.
Sendo $d = 6$ cm, então $r = 3$ cm
Assim, $A_{\text{círculo}} = \pi \times r^2 = 9\pi \approx 28{,}3$
Logo, a opção correta é a [B].

4.

4.1. Se o número de participantes triplicar o valor com que cada um participará passará à terça parte, ou seja, 2,5 €.

4.2. Como $k = 4 \times 7{,}5 = 30$
$30 : 6 = 5$
$30 : 10 = 3$
$30 : 1{,}5 = 20$
$30 : 25 = 1{,}2$

Número de participantes	5	5	10	15	20	25
Valor da participação (€)	7,5	6	3	2	1,5	1,2

4.3. $n \times v = 30$
Logo, a opção correta é a [C].

5.

5.1. $\operatorname{tg} 40^\circ = \frac{\overline{AB}}{2} \Leftrightarrow \overline{AB} = 8 \operatorname{tg} 40^\circ$

$A_{[ABCD]} = 8 \times 8 \operatorname{tg} 40^\circ =$
$= 64 \operatorname{tg} 40^\circ =$
$\approx 53{,}5$
R.: $A = 53{,}7\ \text{cm}^2$

5.2. $V_{\text{cilindro}} = Ab \times h = \pi \times r^2 \times \overline{BC}$
$V_{\text{cilindro}} = \pi \times (8 \operatorname{tg} 40^\circ)^2 \times 8 =$
≈ 132
R.: $V \approx 1132\ \text{cm}^3$

6.

6.1. Como o triângulo $[AOC]$ é equilátero, $A\hat{O}C = 60^\circ$.
Como é um ângulo ao centro, o seu arco correspondente é $\overset{\frown}{AC} = 60^\circ$.
Como $\overset{\frown}{AC} = \frac{3}{2}\overset{\frown}{DF}$

$\Leftrightarrow\ \overset{\frown}{DF} = \frac{3}{2} \times 60^\circ$
$\Leftrightarrow\ \overset{\frown}{DF} = 40^\circ$
Como BOA é um ângulo ao centro, $B\hat{O}A = \overset{\frown}{BA} = 90^\circ$.
Como BEA é um ângulo excêntrico cujo vértice está no exterior da circunferência, temos:

$$B\hat{E}A = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{DF}}{2} = \frac{90^\circ - 40^\circ}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$$

6.2. Como $\overline{AB} = \sqrt{50}$, recorrendo ao teorema de Pitágoras, temos:

$\overline{AB}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OA}^2$, ou seja, $(\sqrt{50})^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OB}^2$
$\Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 25$
$\Leftrightarrow \overline{OB} = \sqrt{25}$
$\Leftrightarrow \overline{OB} = 5$
$\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC}$, porque o triângulo $[ABC]$ é equilátero.
Para determinar a altura do triângulo $[AOC]$,
$5^2 = 2{,}5^2 \times x^2$
$\Leftrightarrow x^2 = 25 - 6{,}25$
$\Leftrightarrow x = \sqrt{18{,}75}$
$A_{[ABOC]} = A_{[ABO]} + A_{[AOC]} =$
$= \dfrac{\overline{OB} \times \overline{AO}}{2} + \dfrac{\overline{AC} \times x}{2}$

$A_{[ABOC]} = \dfrac{5 \times 5}{2} + \dfrac{5 \times \sqrt{18{,}75}}{2} \approx$
≈ 23
R.: $A_{[ABOC]} \approx 23 \text{ cm}^2$

7. $B \cap \mathbb{Z}$ são os elementos de B que são números inteiros, ou seja, -5, 0 e $\sqrt{16}$.
Logo, a opção correta é a [D].

8.

8.1. $g(x) = \dfrac{k}{x}$
Como A pertence ao gráfico de f e a sua abcissa é -1, então
$f(-1) = 4 \times (-1)^2 = 4$, ou seja, $A(-1, 4)$
Logo, $k = -1 \times 4 = -4$ e, portanto, $g(x) = \dfrac{-4}{x}$.

8.2. Como B pertence ao gráfico de g e de h,
$g(-4) = \dfrac{-4}{-4} = 1$, ou seja, $B(-4, 1)$
C pertence ao gráfico de f e é simétrico de A em relação ao eixo das ordenadas, então $C(1, 4)$.
Como B e C são pontos do gráfico de h, $B(-4, 1)$ e $C(1, 4)$.
$m_{BC} = \dfrac{4 - 1}{1 - (-4)} = \dfrac{3}{5}$

$h(x) = \dfrac{3}{5}x + b$

Substituindo, por exemplo, pelas coordenadas do ponto C, obtemos
$4 + \dfrac{3}{5} \times 1 + b$

$\Leftrightarrow b = 4 - \dfrac{3}{5}$

$\Leftrightarrow b = \dfrac{17}{5}$

$h(x) = \dfrac{3}{5}x + \dfrac{17}{5}$

8.3. Como $\overline{AC} = 2$ e a diferença das ordenadas dos pontos B e A é igual a $4 - 1 = 3$, então
$A_{[ABC]} = \dfrac{2 \times 3}{2} = 3$ u.a.

8.3. a) $A'(1, 4)$, $B'(4, 1)$ e $C'(-1, 4)$
b) $A'(3, 4)$, $B'(6, 7)$ e $C'(1, 4)$

9. n – número de *pins*
p – número de postais

9.1. $\begin{cases} 3n + 2p = 6{,}6 \\ 2n + 4p = 7{,}6 \end{cases}$

9.2.
$\begin{cases} 3n + 2p = 6{,}6 \\ 2n = 7{,}6 - 4p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ n = 3{,}8 - 2p \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(3{,}8 - 2p) + 2p = 66 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11{,}4 - 6p + 2p = 6{,}6 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4p = -4{,}8 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1{,}2 \\ n = 3{,}8 - 2 \times 1{,}2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1{,}2 \\ n = 1{,}4 \end{cases}$

C.S. = $\{(1{,}4; 12)$
R.: Cada *pin* custou 1,4 € e cada postal custou 1,2 €.

10. Se a razão entre as áreas é $\dfrac{81}{16}$, então $r = \sqrt{\dfrac{81}{16}}$.

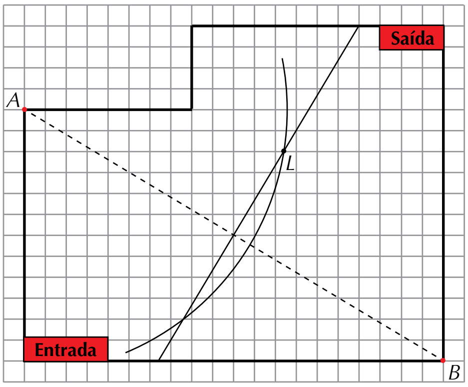
Logo, a razão entre os volumes é $r^3 = \left(\sqrt{\dfrac{81}{16}}\right)^3$.
A opção correta é a [C].

11. Se a equação tem apenas uma solução, então
$\Delta = 0$
$b^2 - 4ac = 0$
$\Leftrightarrow (-a)^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$
$\Leftrightarrow a^2 - 64 = 0$
$\Leftrightarrow (a - 8)(a + 8) = 0$
$\Leftrightarrow a = 8 \lor a = -8$
C.S. = $\{-8, 8\}$

12. $(k^7 \times k^{-3})^{-1} = (k^{7-3})^{-1} = (k^4)^{-1} = k^{-4} = \left(\dfrac{1}{k}\right)^4 = \dfrac{1}{k^4}$

13. Como 6 + 5 = 11 e 6 – 5 = 1, $1 < \overline{BC} < 11$ e a opção correta é a [C].

14. 1.º Traçar a mediatriz de $[AB]$.
2.º Traçar o arco de circunferência de centro em A e raio 10 metros.
3.º Marcar o ponto da mediatriz e do arco de circunferência mais próximo da saída.



Prova final modelo 4

1. Cinco cartões

1.1. A: "sair vogal"

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{2}{5}$$

O acontecimento complementar de A é igual a:

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

1.2. Como a Susana retirou uma consoante, agora só existem duas consoantes, ou seja, o número de casos favoráveis é 2 e o número de casos possíveis é 4.

$$P(\text{"sair consoante"}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

2.

2.1. O triângulo $[EOF]$ é isósceles:
$\overline{EO} = \overline{FO}$ porque são raios de circunferência.

2.2. a) $\overset{\frown}{FG} = \frac{360^\circ}{8} \times 2 = 90^\circ$

b) $G\hat{O}B = \frac{360^\circ}{8} \times 3 = 135^\circ$ (ângulo ao centro)

c) $D\hat{H}G = \left(\frac{360^\circ}{8} \times 3\right) : 2 = 67{,}5^\circ$ (ângulo inscrito)

ou seja, $D\hat{H}G = \frac{\overset{\frown}{DFG}}{2} = 67{,}5^\circ$

2.3. $A_{[OABC]} = 2 \times A_{[OAB]} = 2 \times \frac{\overline{AB} \times h}{2} = \overline{AB} \times h$

$\cos 22{,}5^\circ = \frac{h}{4} \Leftrightarrow h = 4 \cos 22{,}5^\circ$

$\operatorname{sen} 22{,}5^\circ = \frac{x}{4} \Leftrightarrow x = 4 \operatorname{sen} 22{,}5^\circ$

Logo, $A_{[OABC]} = 4 \cos 22{,}5^\circ \times 4 \operatorname{sen} 22{,}5^\circ \approx 11{,}31\ \text{cm}^2$

3. $(k^2)^6 \times \frac{1}{k^5} = k^{12} \times k^{-5} = k^7$
Logo, a opção correta é a [C].

4. Como $C \smile -\sqrt{2}$ e $B \smile -2\sqrt{2}$ e $-2\sqrt{2} < 1 - 2\sqrt{2} < -\sqrt{2}$, então $1 - 2\sqrt{2}$ pertence ao segmento de reta $[CB]$.
Logo, a opão correta é a [A].

5.

5.1. Como $A(0, 8)$ e $B(6, 0)$, então

$m_{AB} = \frac{0-8}{6-0} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$ e a ordenada na origem é 8, ou seja, $b = 8$.

AB: $y = -\frac{4}{3}x + 8$

5.2. O diâmetro é igual a $\overline{AB}$, ou seja, pelo teorema de Pitágoras

$\overline{AB}^2 = 8^2 + 6^2$
$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 64 + 36$
$\Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{100}$
$\Leftrightarrow \overline{AB} = 10$

$r = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{10}{2} = 5$

Logo, a área do semicírculo é $\frac{25\pi}{2} \approx 39$ u.a.

6. Como 74 km/h = 46 mph, 1 Km/h $= \frac{23}{37}$ mph

7. Como EDC é um ângulo inscrito no arco $\overset{\frown}{CE} = 154^\circ$, então $E\hat{D}C = \frac{154^\circ}{2} = 77^\circ$.
Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º,
$C\hat{E}D = 180^\circ - (77^\circ + 51^\circ) = 52^\circ$
Logo, a opção correta é a [A].

8.

8.1. $\frac{1}{3}(x+4)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}=0 \ \vee \ x+4=0 \ \vee \ x-2=0$

$\Leftrightarrow x=-4 \ \vee \ x=2$

C.S. = $\{-4, 2\}$

8.2. $\frac{1}{3}(x+4)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{3}+\frac{4}{3}\right)(x-2)=0$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{3}-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}=0$

$\Leftrightarrow x^2+2x-8=0$

$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{4-4\times(-8)}}{2}$

$\Leftrightarrow x=\frac{-2\pm 6}{2}$

$\Leftrightarrow x=-4 \ \vee \ x=2$

C.S. = $\{-4, 2\}$

9. Como $\overline{OC}=\overline{OB}$, o triângulo $[OBC]$ é isósceles. Então, $B\hat{C}O=O\hat{B}C=50°$.
$x°=50°+50°=100°$ (x é externo e não adjacente a $B\hat{C}O$ e $O\hat{B}C$, ou seja, a sua amplitude é igual à soma das amplitudes dos dois ângulos).

10. $40\% + \underbrace{20\% \times 60°}_{\text{20\% sobre os 60\%}} = 40\% + 12\% = 52\%$

Logo, a opção correta é a [C].

11. $\frac{2 \text{ cm}}{60 \text{ km}}=\frac{2 \text{ cm}}{60\,000\,000 \text{ cm}}=\frac{1}{3\,000\,000}$

$\frac{1}{3\,000\,000}=\frac{3{,}5}{x}$

$\Leftrightarrow x=3{,}5\times 3\,000\,000$

$\Leftrightarrow x=10\,500\,000$ cm

$\Leftrightarrow x=105$ km

12.

12.1. $A=(2x+3)\times(2x-3)=$
$=(4x^2-9)$ m^2

12.2. $4x^2-9\ 0\ 27$

$\Leftrightarrow 4x^2=36$

$\Leftrightarrow x^2=9$

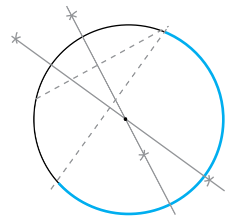
$\Leftrightarrow x=3 \ \vee \ x=-3$

Se $x=3$ então $2x+3=2\times 3+3=9$

$2x-3=2\times 3-3=3$

R.: As dimensões da sala são 9 m e 3 m.

13. 1.º Marcar três pontos quaisquer na parte da circunferência dada.
2.º Traçar as cordas AB e BC.
3.º Traçar as mediatrizes das cordas $[AB]$ e $[BC]$. O ponto de interseção das duas mediatrizes é o centro da circunferência.



14.

14.1. $P=\left]-\sqrt{3}, 5\right] \cup \left[1, +\infty\right[= \left]-\sqrt{3}, +\infty\right[$

Como $-\sqrt{3}<-1$, -1 é o menor inteiro que pertence a P.

14.2. $Q=\left\{x\in\mathbb{R}: \frac{3}{2}(x+3)>\frac{3x}{5}+2\right\}$

$\underset{(\times 5)}{\frac{3}{2}}+\underset{(\times 5)}{\frac{9}{2}}>\underset{(\times 2)}{\frac{3x}{5}}+\underset{(\times 5)}{2}$

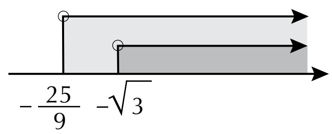
$\Leftrightarrow 15x+45>6x+20$

$\Leftrightarrow 15x-6x>20-45$

$\Leftrightarrow 9x>-25$

$\Leftrightarrow x=-\frac{25}{9}$

$Q=\left]-\frac{25}{9}, +\infty\right[$



$P\cap Q=\left]-\sqrt{3}, +\infty\right[=P$

15. 1 mesa → 6 cadeiras
2 mesas → 10 cadeiras
3 mesas → 14 cadeiras
+4
+4

15.1. 4 mesas → 14 + 4 = 18
5 mesas → 18 + 4 = 22
6 mesas → 22 + 4 = 26 cadeiras

15.2. Podemos utilizar a expressão

$4n+2=34$

$\Leftrightarrow 4n=34-2$

$\Leftrightarrow n=\frac{32}{4}$

$\Leftrightarrow n=8$

R.: Oito mesas.

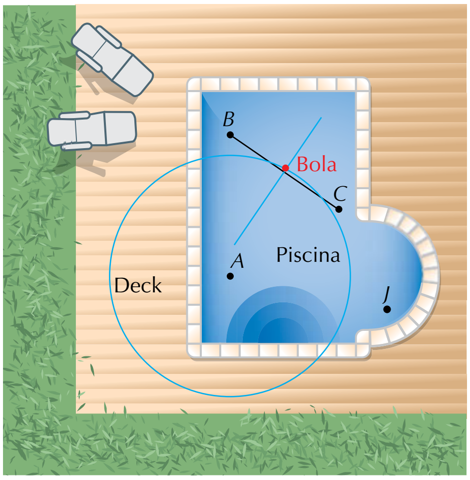
16. Substituindo x por –2 e y por 1, obtemos

$$\begin{cases} -2\,(-2-4) = \dfrac{-3\times 1+1}{4} \\ 5\times(-2)+10\times 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\times(-6) = \dfrac{-2}{4} \\ -10+10 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 = -\dfrac{1}{2} \quad \text{Falso} \\ 0+0 \quad \text{Verdadeiro} \end{cases}$$

O par ordenado (–2, 1) não é solução do sistema porque não é solução da 1.ª equação.

17.



Prova final modelo 5

1.

1.1. Como no total são 200 jornalistas

$200 - (12 + 4 + 24 + 12 + 12 + 12 + 12 + 20 + 33$
$+ 15 + 14) =$
$= 200 - 170 =$
$= 30$

30 jornalistas franceses do sexo masculino.

1.2. Número de casos favoráveis: 12

Número de casos possíveis: 200

Logo, $P = \dfrac{12}{200} = \dfrac{3}{50} = 0{,}06$

2.

2.1. Como o triângulo $[ABC]$ está inscrito numa semicircunferência é retângulo em C.

Pelo teorema de Pitágoras, $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$, ou seja,

$(\sqrt{75})^2 = (\sqrt{27})^2 + \overline{BC}^2$

$\Leftrightarrow 75 = 27 + \overline{BC}^2$

$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 75 - 27$

$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 48$

$\Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{48}$

$A_{[ABC]} = \dfrac{\overline{AC}\times\overline{BC}}{2}$

$A_{[ABC]} = \dfrac{\sqrt{27}+\sqrt{48}}{2} = \dfrac{36}{2} = 18$

R.: $A = 18$ cm^2

2.2. $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{75}}$

$\Leftrightarrow \alpha = \operatorname{sen}^{-1}\left(\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{75}}\right)$

$\Leftrightarrow \alpha \approx 36{,}9^{\circ}$

3.

3.1. O raio da circunferência é igual a $\overline{OP}$.

$P(x, 3)$, como $P \in f$:

$f(x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{3} \Leftrightarrow x = 1$, então $P(1, 3)$

$\overline{OP}^2 = 1^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{OP}^2 = 10 \Leftrightarrow \overline{OP} = \sqrt{10}$

$P_{\odot} = 2\times\pi\times r$

$P_{\odot} = 2\times\pi\times\sqrt{10} \approx 19{,}9$

R.: $P = 19{,}9$ cm

3.2. Como $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{PA}$, a imagem é o ponto A.

4.

4.1. Os triângulos $[ABC]$ e $[EBD]$ são semelhantes, pelo critério AA:

os ângulos CBA e DBE são coincidentes e os ângulos ACB e EDB são ângulos agudos de lados paralelos, ou seja, têm igual amplitude.

4.2. $A_{[DEB]} = \dfrac{3\times 2}{2} = 2$ cm^2

$\dfrac{A_{[ABC]}}{A_{[DEB]}} = \dfrac{12}{3} = 4$, ou seja, $r = 4 \Leftrightarrow r = 2$

Então, $\overline{AB} = 2\times\overline{EB} = 2\times 3 = 6$ cm, logo $\overline{AE} = 3$ cm.

5. $\dfrac{x}{2}$ – João

$\dfrac{x}{3}$ – Filipe

2 – Carlos

$\dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{3} + 2 = x$

$\Leftrightarrow 3x + 2x + 12 = 6x$

$\Leftrightarrow 6x - 5x = 12$

$\Leftrightarrow x = 12$

R.: A coleção era composta por 12 filmes.

6. $V = Ab \times h$

$Ab = \dfrac{4 \times 15}{2} = 30$

altura = 12 cm

$V = 30 \times 12 = 360$

R.: $V = 360$ cm^3

7.

7.1. $V_{\text{círculo}} = \pi \times r^2 = \pi \times 2^2 = 4\pi$

$\overline{AD} = \overline{AB} = 2 \times 2 = 4$

$A_{\text{setor circular}} = \dfrac{102 \times \pi \times 4^2}{360} = \dfrac{1632\pi}{360} = \dfrac{68\pi}{15}$

Logo, $A_{\text{colorida}} = 4\pi + \dfrac{68\pi}{15} \approx 26{,}8$

R.: $A \approx 26{,}8$ cm^2

7.2. $E\hat{B}D = 360^\circ - 102^\circ = 258^\circ$

Logo, 258° — 360°

x — $2\pi r$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2\pi \times 4 \times 258}{360} = \dfrac{2064}{360} = \dfrac{86}{15}\pi \approx 18{,}01$

R.: 18,01 cm

8. $\dfrac{2^{-3} \times 64 \times (2^2)^3}{2^{-4} \times 8} = \dfrac{2^{-3} \times 2^6 \times 2^6}{2^{-4} \times 2^3} =$

$= \dfrac{2^{-3+6+6}}{2^{-4+3}} = \dfrac{2^9}{2^{-1}} = 2^{9-(-1)} = 2^{10}$

9. a – número de automóveis

b – número de bicicletas.

$4a$ – número de rodas dos automóveis

$2b$ – número de rodas das bicicletas

Como há 252 rodas então $4a + 2b = 252$

E como o número de automóveis é o quádruplo do número de bicicletas, então $a = 4b$.

$\begin{cases} a = 4b \\ 4a + 2b = 252 \end{cases}$

10. $f(x) = 3x - 6$, $D = \{-1, 0, 2, 5\}$

10.1. $[2f(5) + 3f(0)]^2 =$

$= [2 \times (3 \times 5 - 6) + 3 \times (3 \times 0 - 6)]^2 =$

$= (2 \times 9 + 3 \times (-6))^2 =$

$= (18 - 18)^2 =$

$= 0^2 =$

$= 0$

10.2. $y = -\sqrt{81} = -9$

$f(x) = -9$

$\Leftrightarrow 3x - 6 = -9$

$\Leftrightarrow 3x = -9 + 6$

$\Leftrightarrow 3x = -3$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{3}{3}$

$\Leftrightarrow x = -1$

R.: O objeto é -1.

10.3. $f(x) = 0$

$\Leftrightarrow 3x = 6$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{6}{3}$

$\Leftrightarrow x = 2$

C.S. = $\{2\}$

10.4. $(f + g)(2) = f(2) + g(2) =$

$= (3 \times 2 - 6) + 2^2 =$

$= 6 - 6 + 4 =$

$= 4$

11.

11.1. O quadrilátero $[ABCD]$ é um trapézio porque é um quadrilátero com dois lados paralelos, $[DC]$ e $[AB]$.

11.2. $A_{[ABCD]} = \dfrac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \times \overline{AD}$

$A_{[ABCD]} = \dfrac{6 + 10}{2} \times 5 = 40$

R.: $A_{[ABCD]} = 40$ cm^2

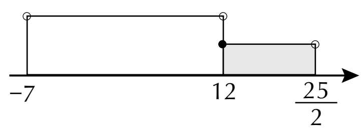
11.3. $\text{tg } BCD = \dfrac{5}{4} \Rightarrow B\hat{C}D \approx 51{,}34$

$C\hat{B}A = 360^\circ - (90^\circ \times 2 + 51{,}34^\circ) =$

$= 360^\circ - 231{,}34^\circ =$

$= 128{,}66^\circ$

12. Os dois conjuntos não têm elementos comuns.



A opção correta é a [A].

13. $x(1 + 3x) - 2x = x^2 + 1$

$\Leftrightarrow x + 3x^2 - 2x = x^2 + 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm 3}{4}$

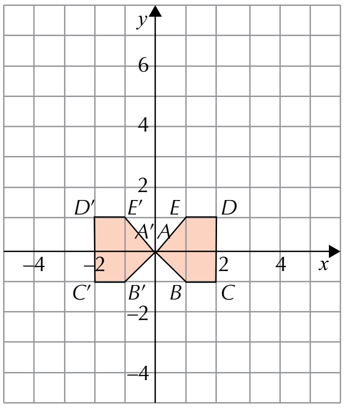
$\Leftrightarrow\ x = -\frac{1}{2}\ \vee\ x = 1$

C.S. $= \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$

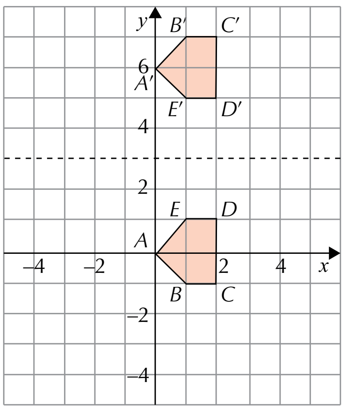
14.

14.1. $A(0, 0)$; $B(1, -1)$; $C(2, 1)$; $D(2, 1)$ e $E(1, 1)$.

14.2.



14.3.



15. $-\frac{x-3}{4} \geq -2(x-4) + 3$

$\Leftrightarrow\ -\frac{x-3}{4} \geq -2x + 8 + 3$

$\quad\quad\quad\quad (\times 4)\ \ (\times 4)\ \ (\times 4)$

$\Leftrightarrow\ -x + 3 \geq -8x + 32 + 12$

$\Leftrightarrow\ -x + 8x \geq 32 + 12 - 3$

$\Leftrightarrow\ 7x \geq 41$

$\Leftrightarrow\ x \geq \frac{41}{7}$

C.S. $= \left[\frac{41}{7}, +\infty\right[$

16. Como $\overline{AE} = \overline{AB}$, então $A\hat{E}B = E\hat{B}A = \alpha$

Como o triângulo $[ADE]$ é equilátero, então $A\hat{E}D = 60^\circ$, ou seja, $\alpha + \beta + \alpha = 60^\circ$.

Como o triângulo $[BEC]$ é isósceles, então

$C\hat{B}E = \frac{180^\circ - \beta}{2}$, ou seja, $\alpha + \frac{180^\circ - \beta}{2} = 90^\circ$

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = 60 \\ \alpha + 90 - \frac{\beta}{2} = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times \frac{\beta}{2} + \beta = 60 \\ k = \frac{\beta}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\beta = 60 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 30 \\ \alpha = \frac{30}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = 30 \\ \alpha = 15 \end{cases}$$

R.: $\hat{\alpha} = 15^\circ$ e $\hat{\beta} = 30^\circ$

Prova final modelo 6

1.

1.1. Como B pertence à reta AB, B tem abcissa -2.
Assim, $y = -2 + 3 \Leftrightarrow y = 1$
Logo, B tem ordenada 1.

1.2. Determinemos a equação reduzida da reta BC.

$m_{BC} = \frac{4-1}{4-(-2)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + b$

Como o ponto C pertence à reta BC, temos:

$4 = \frac{1}{2} \times 4 + b$

$\Leftrightarrow\ b = -2$

$\Leftrightarrow\ b = 2$

BC: $y = \frac{1}{2}x + 2$

Como D pertence ao eixo Oy, D tem abcissa 0.

Logo, $y = \frac{1}{2} \times 0 + 2 = 2$

1.3. $A_{[ABC]} = \frac{b \times h}{2}$

$A_{[ABC]} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2}$ u.a.

1.4. O polígono $[ABCK]$ é um paralelogramo, porque tem os lados paralelos dois a dois ($AC\ //\ BK$ e $AB\ //\ CK$) e $\overline{AC} = \overline{BK}$ e $\overline{AB} = \overline{CK}$.

2.

2.1. $\text{tg}\ \theta = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$ e $\text{tg}\ \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$

Assim,

$$\frac{\text{tg}\ \theta}{\text{tg}\alpha} = \frac{\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}}{\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \times \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

2.2. Sabemos que $D\hat{B}A = 90º$. Se $A\hat{D}B = 45º$, então $B\hat{A}D = 180º - 90º - 45º = 45º$, ou seja, o triângulo tem dois ângulos de 45º. Assim, o triângulo é isósceles, porque a ângulos de igual amplitude correspondem lados de igual comprimento.

2.3. $\text{tg}\,\theta = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{BD}} \Leftrightarrow \text{tg}\,50º = \dfrac{\overline{BC}}{6} \Leftrightarrow \overline{BC} = 6\,\text{tg}\,50º$

$A_{[BDC]} = \dfrac{\overline{BC} \times \overline{BD}}{2}$

$A_{[BDC]} = \dfrac{6\,\text{tg}\,50º \times 6}{2} \approx 21,45$

R.: $A_{[BDC]} = 21,45$ cm²

3. $\dfrac{1000}{1200} \approx 0,83$

$1 - 0,83 = 0,17$, ou seja, 17%.

4. $\left(\dfrac{7418}{4}\right)^2 = 3439170,25 = 2,43917025 \times 10^6$

5.

5.1. $B\hat{A}D = 90º$ porque a reta AB é tangente à circunferência em A.

$A\hat{O}C = 180º - 90º - 44º = 46º$

Como $A\hat{O}C$ é um ângulo ao centro $\overset{\frown}{AC} = 46º$, logo o arco maior $\overset{\frown}{AC}$ é igual a $360º - 46º = 314º$.

5.2. Como $A\hat{O}C = 46º$, temos:

$46º$ — $360º$

x — $2\pi r$

$x = \dfrac{2\pi \times 4 \times 46}{360} = \dfrac{368\pi}{360} = \dfrac{46}{45}\pi \approx 3,2$

R.: 3,2 cm

5.3. Como $A\hat{O}C = 46º$ e AOC é um ângulo ao centro, cada arco determinado pelo polígono teria 46º. Como $360º : 46º = 7,8$ e $7,8 \notin \mathbb{N}$, não é possível construir o polígono.

6. $f(x) = ax^2$

$20 = a \times 5^2$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{20}{25}$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{4}{5}$

Logo, $f(x) = \dfrac{4}{5}x^2$.

Se $x = 6$, então $f(6) = \dfrac{4}{5} \times 6^2 = 28,8$

A ordenada do ponto de abcissa 6 é 28,8.

7.

7.1. $V_{\text{prisma}} = 100 \times 40 \times 25 = 100\,000$ m³

$V_{\text{metade cilindro}} = \dfrac{\pi \times 20^2 \times 100}{2} = 20\,000\pi$ m³

$V_{\text{sólido}} = 100\,000 + 20\,000\pi \approx 162\,831,9$

R.: $V_{\text{sólido}} \approx 162\,831,9$ m³.

7.2. Por exemplo, a reta AB.

7.3. Como a reta AF é paralela à reta CH, e sendo $s \,//\, AF$, então $s \,//\, CH$.

7.4. O ponto A.

8. O número de casos favoráveis é zero, porque não há nenhum produto igual a zero. Logo $P = 0$.
Logo, a opão correta é a [A].

9. $V_{\text{cilindro}} = Ab \times \text{altura} = \pi r^2 \times \text{altura}$

$r = \dfrac{2x+4}{2}$

$V = 64\pi$

$\Leftrightarrow \pi \times \left(\dfrac{2x+4}{2}\right)^2 \times 4 = 64\pi$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 \times 4 = 64$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16$

$\Leftrightarrow x + 2 = \pm\sqrt{16}$

$\Leftrightarrow x + 2 = -4 \ \vee \ x + 2 = 4$

$\Leftrightarrow x = 2$

10. $A_{[HJF]} = \dfrac{\overline{HJ} \times \overline{GF}}{2}$

$A_{[HJF]} = \dfrac{12 \times 10}{2} = 60$

R.: $A_{[HJF]} = 60$ cm².

11. [A] Se a e b são números naturais consecutivos, então um deles é par, logo o produto é par.
[B] Falsa. Por exemplo, $7 - 6 = 1$.
[C] Falsa. Por exemplo, $7^2 = 49$.
[D] Falsa. Por exemplo, $(7-6)^2 = 1^2 = 1$
Logo, a opção correta é a [A].

12. [A] Falsa, $\hat{\beta} + \hat{\alpha} = \hat{\delta}$.
[B] Falsa, $\hat{\alpha} + \hat{\beta} < \hat{\varnothing} + \hat{\delta}$.
[C] Falsa, $\hat{\alpha} > \hat{\varnothing} + \hat{\beta}$.
[D] Verdadeira, porque $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \hat{\delta}$.
Logo, a opção correta é a [D].

13.

13.1. Por exemplo, $\overrightarrow{AF}$ e $\overrightarrow{HF}$.

13.2. a) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} = \boldsymbol{\overrightarrow{EA}}$

b) Como os vetores $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{AF}$ sãlo equipolentes, e $E + \overrightarrow{ED} = D$, então $\boldsymbol{E} + \overrightarrow{AF} = D$.

13.3. Como $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{FG}$, $T_{\overrightarrow{AD}}(F) = 6$.

13.4. A imagem de D é A e a imagem de G é F, então a translação é associada ao vetor $\overrightarrow{DA}$.

13.5. Rotação de centro no ponto médio de $[FD]$ e amplitude 180º.

14.

14.1. $2 \times 1{,}5 = 3$ milhões.

14.2. $a = 3 \times 1 = 3$

$b = \dfrac{3}{3} = 1$

$c = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$

14.3. A opção correta é a [B] porque $n \times p = 3$.

14.4. $n \times p = 3$

Logo, a opção correta é a [C].

15. Média $\dfrac{52}{13} = 4$

Mediana = 4

Moda = 4

$\underline{2\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 4\ \ 4}\ \underline{4\ \ 4\ \ 4\ \ 6\ \ 6\ \ 6\ \ 6}$

Logo, a opção correta é a [C].