



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: B + C + H

Aula de Preparação Para Exame

fevereiro de 2023

Sucessões - Progressões Geométricas - sucessão limitada

1. Na figura 1 está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado r , com $r > 0$.
Desenharam-se arcos de circunferência, todos centrados no vértice A , sendo a medida do raio de cada arco, depois do primeiro, igual a metade do raio do arco anterior.

Considera a sucessão de todos esses arcos.

Seja S , a soma de todos os comprimentos dos n arcos da sucessão, pode-se afirmar que:

- (A) $S = \pi$
(B) $S = \pi r$
(C) $S = 2\pi r$
(D) $S = 4\pi r$

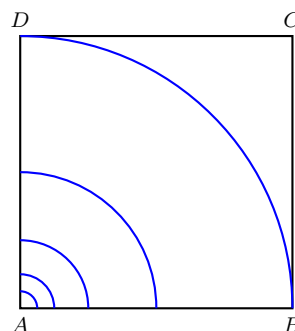


Figura 1

2. Sabe-se que $\frac{2}{e^{-2}}$, $\frac{a}{16}$ e $512e^{10}$, com $a \in \mathbb{R}$, são três termos consecutivos de uma progressão geométrica (a_n) de razão positiva.

Determina o valor de a , e calcula o produto dos termos, a_5 , a_6 e a_7 , da progressão geométrica (a_n) , sabendo que $a_1 = \frac{e^{-14}}{32768}$.

3. De uma progressão geométrica (a_n) sabe-se que, para determinado número real x positivo e diferente de 1,

$$x^2, x \text{ e } \log(x)$$

são os três primeiros termos (por esta ordem)

Mostra que 10^{-10} é um termo da sucessão (a_n) .

4. Considera a sucessão de números reais (u_n) , de termo geral $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

Mostra que a sucessão (u_n) é limitada.

Função exponencial e função logaritmo

5. Seja f , a função real de variável real, de domínio $] -\infty; -1[\cup]1; +\infty[$, definida por $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

Na figura 2 estão representados, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f e o trapézio $[ABCD]$

Sabe-se que:

- A e B são pontos do gráfico da função f e têm ordenada $\ln(3)$
- C e D são os pontos de interseção do gráfico da função f com o eixo Ox

Mostra que o valor exato da área do trapézio $[ABCD]$ é

$$(2 + \sqrt{2}) \ln(3) \text{ u.a.}$$

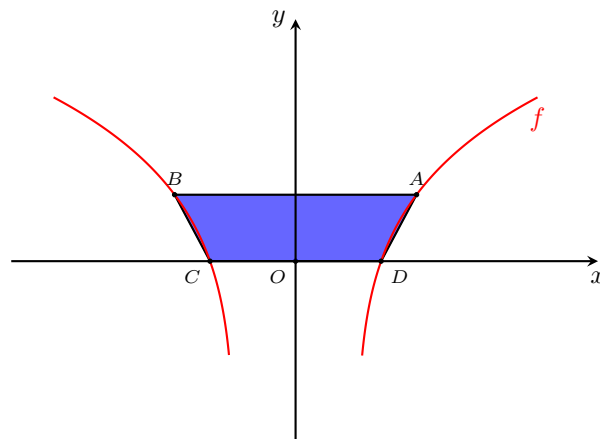


Figura 2

6. Sejam f e g , as funções reais de variável real, definidas por $f(x) = e^x$ e $g(x) = 3e^{-x} + 2$, respetivamente

Na figura 3 estão representados, em referencial o.n. xOy , partes dos gráficos das duas funções e um triângulo $[ABC]$

Sabe-se que:

- A é o ponto de interseção dos dois gráficos
- B é o ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo Oy
- C é o ponto de interseção do gráfico da função g com o eixo Oy

Determina o valor exato da área do triângulo $[ABC]$

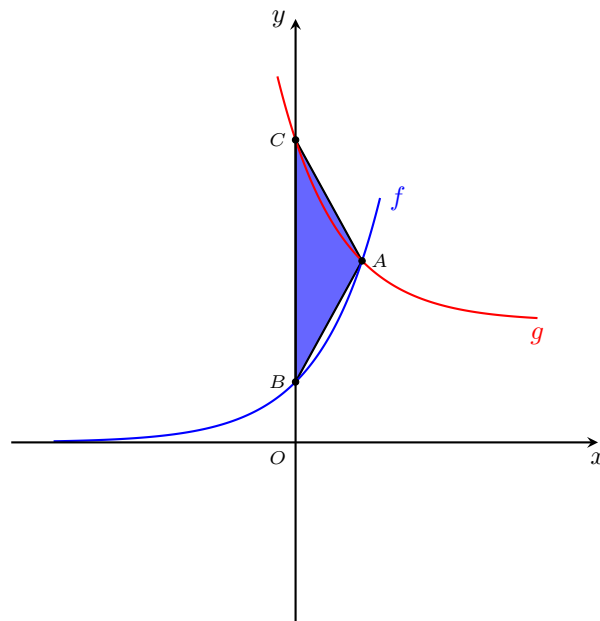


Figura 3

7. Seja f , a função real de variável real, definida por $f(x) = \frac{2 - \ln(x+1)}{\sqrt{1 - |\ln(x-e)|}}$

Determina, sob a forma de reunião de intervalos, o domínio da função f