

	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional

<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática		

A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____ _____	<b>Classificação Final</b>
	Documento de Identificação apresentado: <input type="checkbox"/> BI <input type="checkbox"/> CC <input type="checkbox"/> Passaporte <input type="checkbox"/> Carta Condução <input type="checkbox"/> Título de Residência	(0-200)
	Número do Documento de Identificação: <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 5px 0;"></div>	Rubrica de Docente (Júri de Prova)
	Escola onde realiza esta prova: <input type="checkbox"/> ESE <input type="checkbox"/> ESS <input type="checkbox"/> ESHT <input type="checkbox"/> ESMAE <input type="checkbox"/> ESMAD <input type="checkbox"/> ESTG <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente em Vigilância
Número de folhas extra entregues pelo Candidato: _____		

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância. Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.  
Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

- A prova é constituída por dois grupos, I e II.
- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
    - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
    - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
  - O Grupo II inclui 10 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 14.
    - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
    - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
    - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
    - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 18 páginas e termina com a palavra FIM.  
Na página 17 é indicada a cotação de cada pergunta.  
Na página 18 é disponibilizado um formulário.



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  
----------------	---	--------------------------

<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>Nº Respostas corretas</b>  	<b>Cotação GI</b>  <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

## GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒

Anular Resposta: ☐

Assinalar Resposta Anulada: ☐

1. O número designado pela expressão  $3^{-5} \div 3^{-7} - 3^0$  pertence ao intervalo de números reais:

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $] \sqrt{2}, 8[$ | <input type="checkbox"/> $] -3, -\frac{8}{9}[$ |
| <input type="checkbox"/> $[-3, 3]$        | <input type="checkbox"/> $] -\sqrt{3}, 8]$     |

2. Em  $\mathbb{R}$ , a solução da equação  $(3x + 4)^{1/3} = -2$  é:

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> Não existe | <input type="checkbox"/> $x = -4$          |
| <input type="checkbox"/> $x = 4$    | <input type="checkbox"/> $x = \frac{4}{3}$ |

3. O número de golos marcados por jornada de uma equipa de futebol tem a distribuição que consta na tabela. Sabendo que a média do número de golos é 3, o número de jornadas com 4 golos é:

- |                                  |                                   |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $x = 1$ | <input type="checkbox"/> $x = 10$ |
| <input type="checkbox"/> $x = 5$ | <input type="checkbox"/> $x = 28$ |

Número de golos	Número de jornadas
0	5
1	3
2	1
3	2
4	$x$
5	6

4. Sabe-se que  $\cos\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right) = \frac{2}{3}$  e que  $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right[$ . O valor de  $\cos(\alpha)$  é:

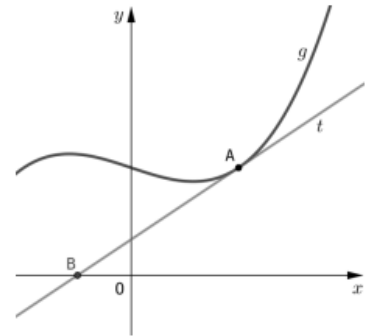
☐  $\frac{2}{3}$

☐  $-\frac{2}{3}$

☐  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

☐  $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

5. No referencial cartesiano da figura estão representados parte do gráfico de uma função  $g$  e a reta  $t$  tangente ao gráfico de  $g$  no ponto  $A(2, 2)$ . Sabe-se ainda que a reta  $t$  intersecta o eixo  $Ox$  no ponto  $B$  de abscissa  $-1$ .



O valor de  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) - 2}{3x - 6}$  é?

☐  $\frac{2}{3}$

☐  $\frac{2}{9}$

☐  $\frac{3}{2}$

☐  $3$

6. Seja  $g$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$  tal que a sua derivada é dada por  $g'(x) = x^3 - 3x + 1$ . Em qual dos seguintes conjuntos, o gráfico de  $g$  tem a concavidade voltada para baixo?

☐  $] -1, 1[$

☐  $] -\infty, -1[$

☐  $] 0, 3[$

☐  $] 1, +\infty[$

7. Considere a função real de variável real  $f$  definida por  $f(x) = 9^x - 81^{25}$ . O único zero de  $f$  é:

☐  $25$

☐  $75$

☐  $50$

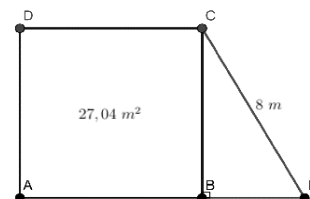
☐  $100$

<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q1</b> <b>GII Q2.</b>	<b>Clas. Parcial Q1+Q2</b> <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

### GRUPO II

1. Na figura, está representado o trapézio retângulo  $[AECD]$ , decomposto no quadrado  $[ABCD]$  e no triângulo  $[BEC]$ , retângulo em  $B$ . Sabendo que a área do quadrado é  $27,04 \text{ m}^2$  e que o comprimento da hipotenusa do triângulo é  $8 \text{ m}$ , determine a área do trapézio  $[AECD]$ .



2. Utilizando, sempre que possível, as regras das operações com potências, simplifique a expressão:

$$\frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + 2^{-2} - 3^0}{14 \times 2^{-3}}.$$



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

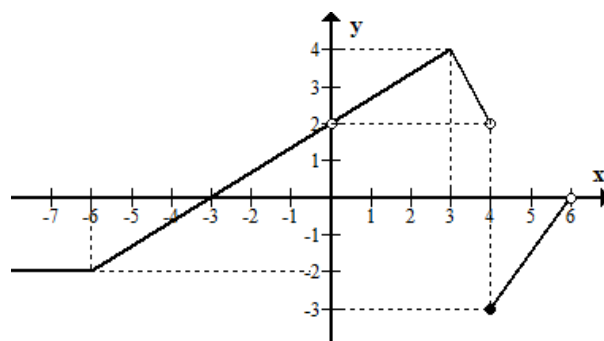
<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q3.1</b> <b>GII Q3.2</b> <b>GII Q3.3</b> <b>GII Q4.</b>	<b>Clas. Parcial Q3+Q4</b>  <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

3. Na figura está representada parte do gráfico da função  $g$ .

3.1 Indique o domínio e o contradomínio da função  $g$ .

3.2 A função  $g$  é injetiva? Justifique a sua resposta.

3.3 Indique um intervalo onde a função  $g$  seja positiva e decrescente.



4. Mostre que, para todo o ângulo agudo  $x$ , se tem

$$\frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) + \sin^2 x}{1 - \sin x} = 1 + \sin x.$$

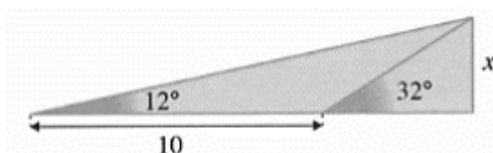




<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q5</b> <b>GII Q6</b>	<b>Clas. Parcial Q5+Q6</b> <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

5. À entrada de um prédio existe uma escada de acesso suportada por duas traves, uma com inclinação de  $12^\circ$  e outra com inclinação de  $32^\circ$ , cujos apoios distam entre si 10 metros. O esquema seguinte retrata a situação:



Determine, com aproximação às unidades, a altura a que acede a escada, designada no esquema por  $x$ . Sempre que, em cálculos auxiliares, proceder a arredondamentos, conserve quatro casas decimais.

6. Determine o conjunto dos números reais que satisfazem a seguinte inequação:

$$\log_2(x + 1) \leq 3 - \log_2(8 - x).$$



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q7.1.</b> <b>GII Q7.2.</b>	<b>Clas. Parcial Q7</b>  Rubrica do Docente Corretor

7. O número de irmãos de cada estudante que participou num intercâmbio internacional varia de 0 a 3. Na tabela seguinte encontra-se registada a distribuição dos estudantes por número de irmãos e por sexo:

	Nº de irmãos			
	0	1	2	3
Nº de raparigas	5	8	3	0
Nº de rapazes	4	2	2	1

- 7.1 Vai ser sorteada uma bolsa de estudo entre os estudantes desse grupo. Qual é a probabilidade do estudante contemplado ser rapariga e ter mais do que um irmão?

- 7.2 Considere os seguintes acontecimentos:

$A$ : “ser rapariga”

$B$ : “ter no máximo um irmão”

Indique, justificando, o valor lógico da seguinte afirmação:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023		<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q8.1</b>	<b>Clas. Parcial Q8</b>	Rubrica do Docente Corretor
	<b>GII Q8.2</b>		

8. Considere a função real de variável real  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x - 2 + \ln(3 - 2x) & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{3 - 3e^{x-1}}{x^2 + x - 2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

**8.1** Estude a continuidade da função  $f$  em  $x = 1$ , recorrendo exclusivamente a processos analíticos.

**8.2** Estude, no intervalo  $] -\infty, 1[$ , a função  $f$  quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos e determine, caso existam, esses extremos.



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2023/2024	<b>Data:</b> 6 de maio de 2023		<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q9.1</b>	<b>Clas. Parcial Q9</b>	Rubrica do Docente Corretor
	<b>GII Q9.2</b>		

9. A expressão  $t(x) = 1 + 2^{21 - \frac{x}{5}}$  é aplicada para calcular o número máximo de horas de trabalho diário de um trabalhador, em função do nível de ruído  $x$  produzido no local de trabalho, em decibéis.
- 9.1** Determine o número máximo de horas de trabalho diário numa empresa em que o nível de ruído produzido é 115 decibéis.
- 9.2** Qual o nível máximo de ruído que se pode tolerar num horário diário de trabalho de 8 horas (arredonde o resultado às unidades)?





<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

### COTAÇÕES

**Grupo I..... 84 pontos**

Cada resposta certa ..... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Grupo II..... 116 pontos**

1. .... 8 pontos

2. .... 8 pontos

3. .... 16 pontos

3.1. .... 6 pontos

3.2. .... 5 pontos

3.3. .... 5 pontos

4. .... 10 pontos

5. .... 14 pontos

6. .... 10 pontos

7. .... 14 pontos

7.1. .... 5 pontos

7.2. .... 9 pontos

8. .... 22 pontos

8.1. .... 10 pontos

8.2. .... 12 pontos

9. .... 14 pontos

9.1. .... 6 pontos

9.2. .... 8 pontos

\_\_\_\_\_

**TOTAL..... 200 pontos**

# FORMULÁRIO

## Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

## Trigonometria

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

## Área do Trapézio

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

## Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$$

$$(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$$

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$$

## Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$


$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

**FIM**

	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional

<b>Edição:</b> 2022/2023	<b>Data:</b> 7 de maio de 2022	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática		

A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____  	<b>Classificação Final</b>
	Documento de Identificação apresentado: <input type="checkbox"/> BI <input type="checkbox"/> CC <input type="checkbox"/> Passaporte <input type="checkbox"/> Carta Condução <input type="checkbox"/> Título de Residência	(0-200)
	Número do Documento de Identificação: <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div>	Rubrica de Docente (Júri de Prova)
	Escola onde realiza esta prova: <input type="checkbox"/> ESE <input type="checkbox"/> ESS <input type="checkbox"/> ESHT <input type="checkbox"/> ESMAE <input type="checkbox"/> ESMAD <input type="checkbox"/> ESTG <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente em Vigilância
Número de folhas extra entregues pelo Candidato: _____		

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância. Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.  
Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

- A prova é constituída por dois grupos, I e II.
- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
    - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
    - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
  - O Grupo II inclui 9 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 15.
    - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
    - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
    - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
    - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 16 páginas e termina com a palavra FIM.  
Na página 15 é indicada a cotação de cada pergunta.  
Na página 16 é disponibilizado um formulário.



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2022/2023	<b>Data:</b> 7 de maio de 2022	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>Nº Respostas corretas</b> _____	<b>Cotação GI</b> _____
		<b>Rubrica do Docente</b> Corretor

## GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒

Anular Resposta: ☐

Assinalar Resposta Anulada: ☐

1. Considere os intervalos  $A = ]-\sqrt{2}, 4]$  e  $B = ]-\infty, 2[ \cup \{4\}$ . Qual dos seguintes conjuntos pode representar  $A \cap B$ ?

☐  $]-\sqrt{2}, 2[$

☐  $]-2, 4]$

☐  $]-\sqrt{2}, 2[ \cup \{4\}$

☐  $A$

2. Qual dos seguintes polinómios é equivalente à expressão  $2(x - 1)(x + 1) - (x - 3)^2$ ?

☐  $x^2 - 6x - 11$

☐  $x^2 + 6x - 11$

☐  $2x^2 + 6x - 11$

☐  $x^2 + 6x + 11$

3. Um número inteiro  $r$ , com  $1 \leq r \leq 50$ , é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade desse número ser divisível por 3 e por 4?

☐  $\frac{2}{25}$

☐  $\frac{4}{25}$

☐  $\frac{6}{25}$

☐  $\frac{28}{25}$

4. Seja  $\alpha$  um ângulo agudo tal que  $\operatorname{tg}^2(\alpha) = \frac{16}{9}$ . O valor de  $\operatorname{sen}(\alpha)$  é:

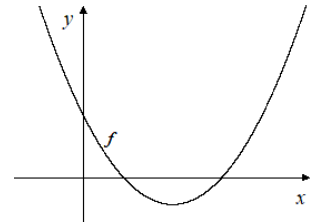
☐  $\frac{4}{5}$

☐  $\frac{3}{5}$

☐  $-\frac{4}{5}$

☐  $-\frac{3}{5}$

5. Na figura está representada parte de uma parábola cujo vértice pertence ao 4º quadrante. Esta parábola é o gráfico de uma função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}$ . De acordo com os dados do gráfico, das seguintes expressões, a que designa um número positivo é:



☐  $f(0) - f'(0) \times f''(0)$

☐  $f'(0) - f(0) \times f''(0)$

☐  $[f''(0) + f(0)] \times f'(0)$

☐  $[f'(0) - f(0)] \times f''(0)$

6. Seja  $f$  a função definida por  $f(x) = (x + k)^3$ ,  $k \in \mathbb{R}_0^-$ . Determine o valor de  $k$  sabendo que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 3$$

☐  $k = 0$

☐  $k = -\sqrt{3}$

☐  $k = -1$

☐  $k = -3$

7. Sejam  $a$  e  $b$  números reais positivos superiores a 1 tais que  $\log_a b = 3$ . O valor de  $\log_a b^2 - \log_b b - 2 \log_b 1$  é:

☐ 4

☐ 5

☐ 6

☐ 10

<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

Edição: 2022/2023	Data: 7 de maio de 2022		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática	GII Q1.1	Clas. Parcial Q1+Q2	Rubrica do Docente Corretor
	GII Q1.2		
	GII Q2.		

## GRUPO II

1. Num pomar em que já existiam 20 laranjeiras produzindo, cada uma, 400 laranjas por ano, foram plantadas mais  $n$  novas laranjeiras. Depois de um certo tempo constatou-se que, devido à competição por nutrientes do solo, cada laranjeira (quer nova quer velha) estava a produzir 10 laranjas a menos, por ano, por cada nova laranjeira plantada no pomar.

Seja  $p(n) = -10n^2 + 200n + 8000$  a função de produção anual de laranjas do pomar.

- 1.1** Determine  $p(0)$  e interprete o resultado no contexto do problema.
- 1.2** Sabe-se que num determinado ano, após a plantação das  $n$  laranjeiras, a produção foi de 8960 laranjas. Determine o número  $n$  de laranjeiras que foram plantadas, sabendo que  $n$  é o menor valor para o qual a produção anual é de 8960 laranjas.

2. Utilizando, sempre que possível, as regras das operações com potências, simplifique a expressão:

$$\frac{(-2)^6}{10^4 \times \left(-\frac{1}{5}\right)^4} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$





<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2022/2023	<b>Data:</b> 7 de maio de 2022	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q3.</b> <b>GII Q4.</b>	<b>Clas. Parcial Q3+Q4</b> <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

3. Um museu vende apenas dois tipos de bilhetes: para adultos e para crianças.

Sabe-se que:

- o custo do bilhete de criança é 1 euro
- o custo do bilhete de adulto é 3 euros

No passado sábado, o número de bilhetes vendidos para crianças foi o triplo do número de bilhetes vendidos para adultos e a receita foi de 252 euros.

Determine o número de adultos e de crianças que visitaram o museu no passado sábado.

4. Mostre que, para todo o ângulo agudo  $x$ , se tem

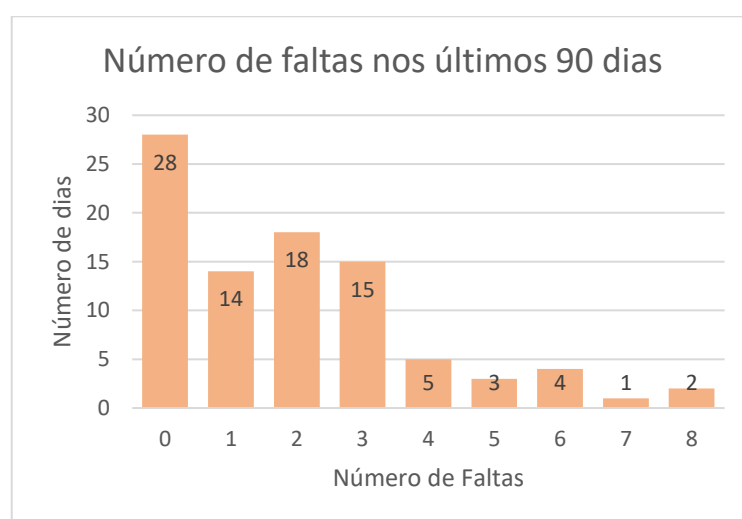
$$\frac{\sin x - \sin^2 x}{\cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x} = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$$



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2022/2023	<b>Data:</b> 7 de maio de 2022	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q5.1</b> <b>GII Q5.2</b> <b>GII Q5.3</b> <b>GII Q5.4</b>	<b>Clas. Parcial Q5</b>  <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

5. O departamento de Recursos Humanos de uma empresa apresentou o seguinte gráfico relativo ao absentismo dos seus colaboradores:



- 5.1 Indique a variável em estudo e classifique-a.
- 5.2 Construa a tabela de frequências.
- 5.3 Determine o número médio de faltas.
- 5.4 A empresa considera que existe um elevado grau de absentismo se a percentagem de dias em que há 5 ou mais faltas for superior a 10%. Com base nos dados recolhidos verifique se existe um elevado grau de absentismo na empresa.



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2022/2023	<b>Data:</b> 7 de maio de 2022	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q6.1</b> <b>GII Q6.2</b> <b>GII Q7.</b>	<b>Clas. Parcial Q6+ Q7</b>  Rubrica do Docente Corretor

6. Considere a função real de variável real definida pela expressão:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-7}$$

6.1 Determine o domínio de  $f$ .

6.2 Calcule os zeros de  $f$ .

7. Considere a função  $f$  de domínio  $]-\pi, \pi[$  definida por  $f(x) = \frac{\cos x}{1+\cos x}$ .

Estude a função quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos, e determine, caso existam, esses extremos.



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2022/2023	<b>Data:</b> 7 de maio de 2022	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q8.</b> <b>GII Q9.1</b> <b>GII Q9.2</b>	<b>Clas. Parcial Q8+Q9</b>  <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

8. Considere a função real de variável real,  $f$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 1} & \text{se } x < 1 \\ \frac{ke^{x-1} - k^2 \ln(x)}{x + 1} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Determine o valor de  $k$  para que a função seja contínua em  $x = 1$ .

9. O responsável pelo Departamento Comercial de uma empresa publicou numa rede social, às nove horas de um certo dia, uma campanha promocional que estará em vigor durante os próximos dias. A partir desse momento foram feitas partilhas dessa publicação. O número de partilhas, ao fim de  $t$  horas após o instante em que foi feita a publicação, é bem aproximado, com arredondamento às unidades, pelo modelo seguinte:

$$P(t) = 7 \times 2^{0,6t} - 3, \text{ com } t \in ]0,24]$$

**9.1** Determine o número total de partilhas realizadas nas primeiras oito horas após a publicação.

**9.2** Determine, utilizando processos analíticos, passadas quantas horas da publicação foram atingidas as 3581 partilhas.





	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  
---	---	--------------------------

### COTAÇÕES

**Grupo I..... 84 pontos**

Cada resposta certa ..... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Grupo II..... 116 pontos**

1. .... 15 pontos

1.1. .... 6 pontos

1.2. .... 9 pontos

2. .... 7 pontos

3. .... 10 pontos

4. .... 10 pontos

5. .... 24 pontos

5.1. .... 4 pontos

5.2. .... 10 pontos

5.3. .... 5 pontos

5.4. .... 5 pontos

6. .... 14 pontos

6.1. .... 7 pontos

6.2. .... 7 pontos

7. .... 12 pontos

8. .... 12 pontos

9. .... 12 pontos

9.1. .... 5 pontos

9.2. .... 7 pontos

\_\_\_\_\_

**TOTAL..... 200 pontos**

# FORMULÁRIO

## Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

## Trigonometria

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

## Área do Trapézio

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

## Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$$

$$(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$$

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$$

## Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$


$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

FIM

	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática		

A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____ _____	<b>Classificação Final</b>  (0-200)
	Documento de Identificação apresentado: <input type="checkbox"/> BI <input type="checkbox"/> CC <input type="checkbox"/> Passaporte <input type="checkbox"/> Carta Condução <input type="checkbox"/> Título de Residência	Rubrica de Docente (Júri de Prova)
	Número do Documento de Identificação: <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div> <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; width: 15px; height: 15px;"></div>	Rubrica de Docente em Vigilância
	Escola onde realiza esta prova: <input type="checkbox"/> ESE <input type="checkbox"/> ESS <input type="checkbox"/> ESHT <input type="checkbox"/> ESMAE <input type="checkbox"/> ESMAD <input type="checkbox"/> ESTG <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	
Número de folhas extra entregues pelo Candidato: _____		

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância. Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.  
Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

- A prova é constituída por dois grupos, I e II.
- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
    - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
    - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
  - O Grupo II inclui 9 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 13.
    - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
    - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
    - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
    - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 16 páginas e termina com a palavra FIM.  
Na página 15 é indicada a cotação de cada pergunta.  
Na página 16 é disponibilizado um formulário.



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional _____
----------------	---	---------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>Nº Respostas corretas</b> _____	<b>Cotação GI</b> _____
		<b>Rubrica do Docente</b> Corretor

## GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒

Anular Resposta: ☐

Assinalar Resposta Anulada: ☐

1. Qual das opções é a solução da equação  $64^{-x} = \frac{1}{2}$  ?

☐  $\frac{1}{6}$

☐ 32

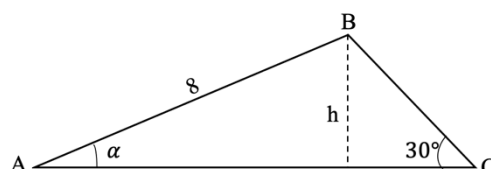
☐ -6

☐  $\frac{1}{75}$

2. Considere o triângulo representado na figura.

Sabe-se que  $\overline{AB} = 8$  cm e  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ .

Seja  $\alpha = \widehat{BAC}$ . A expressão que representa  $\overline{BC}$  em função de  $\alpha$  é:



☐  $4 \times \cos \alpha$

☐  $8 \times \sin \alpha$

☐  $8 \times \cos \alpha$

☐  $16 \times \sin \alpha$

3. Na tabela está registado o número de filhos de cada casal de uma dada povoação. A coluna da esquerda apresenta o número de filhos de cada casal e a coluna da direita a quantidade de famílias com esse número de filhos.

Sendo  $\bar{x}$ ,  $M_e$  e  $M_o$ , respetivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então:

Nº Filhos	Nº Famílias
0	15
1	46
2	25
3	10
4	4

☐  $M_e = \bar{x} < M_o$

☐  $M_e = M_o < \bar{x}$

☐  $M_o < M_e = \bar{x}$

☐  $\bar{x} < M_e = M_o$

4. Sendo  $g$  a função real definida por  $g(x) = \sqrt{4x - x^2} + \frac{2}{x}$ , a expressão analítica da **primeira derivada** da função,  $g'$ , pode ser dada por:

☐  $\frac{1}{2\sqrt{4x - x^2}} - \frac{2}{x^2}$

☐  $\frac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}} - \frac{2}{x^2}$

☐  $\frac{1}{2\sqrt{4x - x^2}} + \frac{2}{x^2}$

☐  $\frac{2 - x}{\sqrt{4x - x^2}} + \frac{2}{x^2}$

5. Os zeros da função  $f$  definida por  $f(x) = -8 + |-2x + 4|$  são:

☐  $\{-2, 6\}$

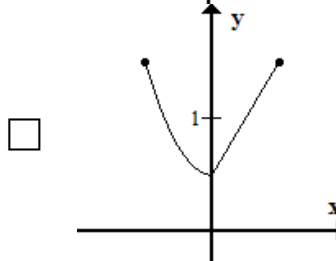
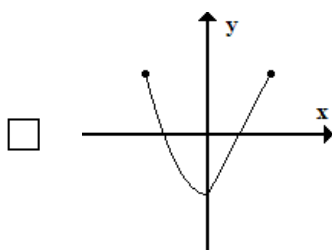
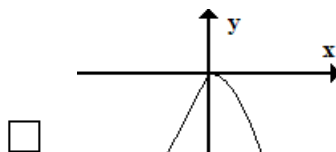
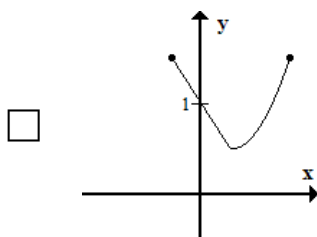
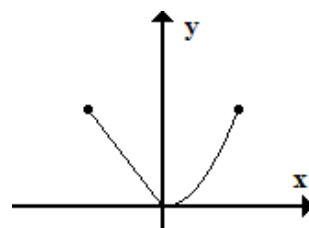
☐  $\{-2\}$

☐  $\{-6, 2\}$

☐ Não tem zeros

6. Na figura ao lado está representado o gráfico de uma função  $f$ , real de variável real, e de domínio  $[-1, 1]$ .

Em qual das imagens pode estar representado o gráfico da função  $g(x) = f(-x) + a$ , com  $a \in \mathbb{R}_0^-$ ?



7. O valor de  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$  é:

☐ 1

☐  $e$

☐  $\sqrt{e}$

☐  $e^2$

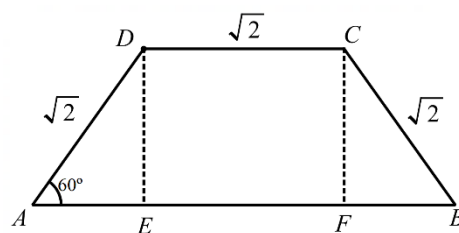
<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q1.</b> <b>GII Q2.</b>	<b>Clas. Parcial Q1+Q2</b> <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

## GRUPO II

1. Num trapézio isósceles  $[ABCD]$ , a base menor é igual aos lados não paralelos e mede  $\sqrt{2}$  cm. Um dos lados não paralelos forma com a base maior um ângulo de  $60^\circ$  de amplitude.

Mostre que o perímetro do trapézio é igual a  $5\sqrt{2}$  cm e a área igual a  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  cm<sup>2</sup>.



2. Utilizando, sempre que possível, as regras das operações com potências, simplifique a expressão:

$$\frac{\left(-1 - \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^{-19}}{\left(\frac{5}{6}\right)^{-18}}$$





<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
----------------	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q3.1.</b> <b>GII Q3.2.</b> <b>GII Q4.</b>	<b>Clas. Parcial Q3+Q4</b>  <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

3. Considere os polinómios  $A(x) = 6x^3 - 2x^2 - 9x + 3$  e  $B(x) = 3x - 1$ .

3.1 Determine o polinómio quociente da divisão  $\frac{A(x)}{B(x)}$ .

3.2 Determine os zeros de  $A(x) \times B(x)$ .

4. Para baixar a temperatura corporal de um doente foi-lhe receitado um medicamento. A temperatura do doente, em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $t$  horas após a medicação, é dada por:

$$T(t) = -\frac{1}{2}t^2 + t + 39$$

Calcule  $T(0)$  e os valores de  $t$  para os quais  $T(t) < 37$  e interprete as soluções obtidas no contexto do problema.



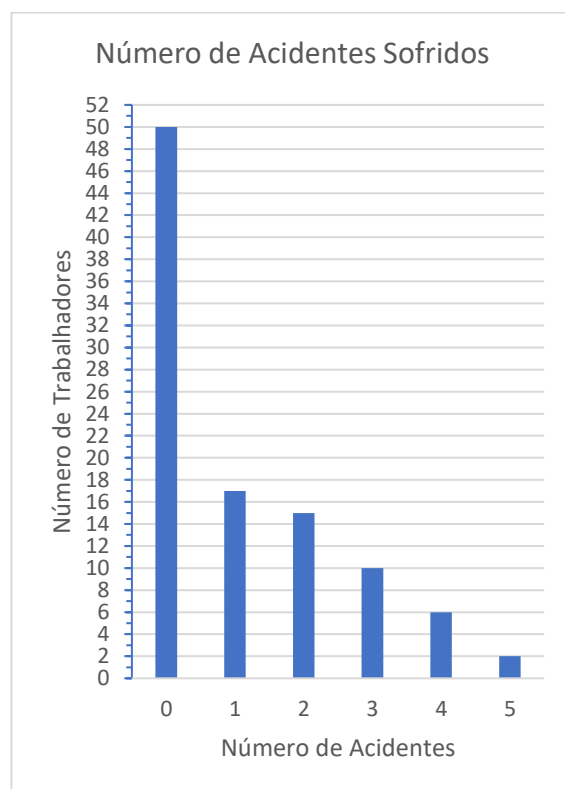
<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  
----------------	---	--------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q5.1</b> <b>GII Q5.2</b> <b>GII Q6</b>	<b>Clas. Parcial Q5+Q6</b>  <b>Rubrica do Docente</b> <b>Corretor</b>

5. O gabinete da Gestão da Qualidade de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos fez, a pedido do diretor da empresa, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários nos últimos 3 anos. Os resultados dessa pesquisa, realizada a 100 funcionários (do total de 500 funcionários daquela empresa), estão no gráfico de barras ao lado.

**5.1** Construa a tabela de frequências absolutas e relativas acumuladas.

**5.2** A empresa implementará diferentes ações de melhoria na política de segurança no trabalho caso a média ou o desvio-padrão do número de acidentes seja superior a 2 acidentes. À luz dos dados obtidos, será necessário implementar as referidas ações de melhoria?




6. Considere a função  $f$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x - 1}, & x \leq 0 \\ \frac{kx - \sin(2x)}{x}, & x > 0 \end{cases}$$

Determine  $k$  de modo que a função  $f$  seja contínua em  $x = 0$ .



	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  _____
---	---	-------------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021		<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q7.1</b>	<b>Clas. Parcial Q7</b>	Rubrica do Docente Corretor
	<b>GII Q7.2</b>		
	<b>GII Q7.3</b>		

7. Considere a função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = 2x^2 + x + 3 \ln(x)$ .

7.1 Mostre que  $f'(x) = \frac{4x^2 + x + 3}{x}$ .

7.2 Estude a função  $f$  quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos da função.

7.3 Estude a função  $f$  quanto ao sentido da concavidade do seu gráfico e determine, caso existam, os pontos de inflexão da função.

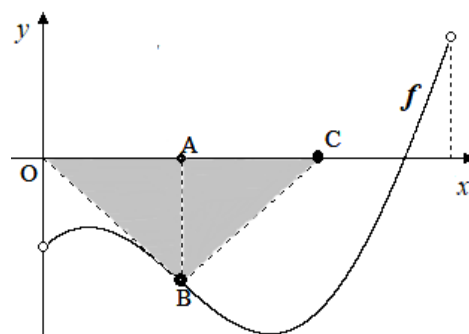


<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional _____
----------------	---	---------------------------

<b>Edição:</b> 2021/2022	<b>Data:</b> 8 de maio de 2021	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q8.</b> <b>GII Q9.</b>	<b>Clas. Parcial Q8+Q9</b> Rubrica do Docente Corretor

8. Na figura está representado o gráfico de uma função  $f$  definida por  $f(x) = x + 2 \cos(x) - \pi$  de domínio  $\left]0, \frac{3\pi}{2}\right[$ .

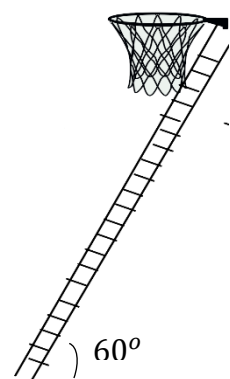
Considere que um ponto  $B$ , de abcissa entre  $\frac{\pi}{6}$  e  $\frac{5\pi}{6}$ , se desloca ao longo do gráfico de  $f$ .



Para cada posição do ponto  $B$ , considere um ponto  $A$  e um ponto  $C$ , que se deslocam ao longo do eixo  $Ox$ , de forma que  $[AB]$  seja paralelo ao eixo  $Oy$  e  $\overline{OA} = \overline{AC}$ . Mostre que a área do triângulo  $[OBC]$ , em função da abcissa  $x$  do ponto  $B$ , pode ser dada por:

$$A(x) = \pi x - x^2 - 2x \cos(x)$$

9. O Martim pretende fixar um cesto de basquetebol na parede, a 3,05 metros do solo. Pretende colocar uma escada que encoste o seu topo na parede precisamente à altura a que pretende fixar o cesto e que faça um ângulo de  $60^\circ$  com o solo, para que tenha estabilidade. Qual o comprimento que a escada deve ter? Apresente o resultado em metros, arredondado a uma casa decimal.







	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional  
---	---	--------------------------

### COTAÇÕES

**Grupo I..... 84 pontos**

Cada resposta certa ..... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Grupo II..... 116 pontos**

1. .... 10 pontos

2. .... 7 pontos

3. .... 14 pontos

    3.1. .... 7 pontos

    3.2. .... 7 pontos

4. .... 15 pontos

5. .... 18 pontos

    5.1. .... 10 pontos

    5.2. .... 8 pontos

6. .... 13 pontos

7. .... 21 pontos

    7.1. .... 5 pontos

    7.2. .... 7 pontos

    7.3. .... 9 pontos

8. .... 10 pontos

9. .... 8 pontos

\_\_\_\_\_

**TOTAL..... 200 pontos**

# FORMULÁRIO

## Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

## Trigonometria

$$\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$$

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$$

$$\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$$

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$$

## Área do Trapézio

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

## Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$$

$$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$$

$$(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$$

$$(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$$

$$(e^u)' = u' \cdot e^u$$

$$(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$$

$$(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$$

## Limites notáveis

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

FIM

	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional

<b>Edição:</b> 2019/2020	<b>Data:</b> 4 de maio de 2019	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática		

A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	<b>Classificação Final</b>  (0-200)
	Documento de Identificação apresentado: <input type="checkbox"/> BI <input type="checkbox"/> CC <input type="checkbox"/> Passaporte <input type="checkbox"/> Carta Condução <input type="checkbox"/> Título de Residência Número do Documento de Identificação: <div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 2px 0;"></div>	
	Escola onde realiza esta prova: <input type="checkbox"/> ESE <input type="checkbox"/> ESHT <input type="checkbox"/> ESMAD <input type="checkbox"/> ESMAE <input type="checkbox"/> ESTG <input type="checkbox"/> ESS <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente (Júri de Prova)
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESE <input type="checkbox"/> ESHT <input type="checkbox"/> ESMAD <input type="checkbox"/> ESMAE <input type="checkbox"/> ESTG <input type="checkbox"/> ESS <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP Número total de folhas entregues pelo Candidato: _____	Rubrica de Docente em Vigilância

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância. Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.

Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
  - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
  - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
- O Grupo II inclui 7 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 11.
  - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
  - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
  - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
  - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 14 páginas e termina com a palavra FIM.

- Na página 13 é indicada a cotação de cada pergunta.
- Na página 14 é disponibilizado um formulário.



<b>P. PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional _____
-----------------	---	---------------------------

<b>Edição:</b> 2019/2020	<b>Data:</b> 4 de maio de 2019	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>Nº Respostas corretas</b> _____	<b>Cotação GI</b> _____
		Rubrica do Docente Corretor

## GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒ Anular Resposta: ☒ Assinalar Resposta Anulada: ☒

1. Quantos números inteiros pertencem ao conjunto  $[-\pi, 5[\setminus\{-\sqrt{4}, 0\}]$ ?

☐

4

☐

6

☐

5

☐

7

2. Sendo  $a, b$  e  $c$  três números reais não negativos, então a igualdade verdadeira é:

☐

$$\sqrt[3]{a^3 + b^3 + c^3} = a + b + c$$

☐

$$\sqrt{b + b + b} = 3\sqrt{b}$$

☐

$$\sqrt{a^5 \times b^4 \times c^3} = a^2 b^2 c \sqrt{a \times c}$$

☐

$$\sqrt[4]{a^4 + b \times c^2} = a + \sqrt[4]{b \times c^2}$$

3. O conjunto  $S = \{(-3, -2)\}$  **não** é conjunto solução do sistema:

☐

$$\begin{cases} x - 3y = 3 \\ -2x + 6y = -6 \end{cases}$$

☐

$$\begin{cases} x - 3y = 3 \\ -2x + y = 0 \end{cases}$$

☐

$$\begin{cases} -2x + y = 4 \\ x - \frac{1}{2}y = -2 \end{cases}$$

☐

$$\begin{cases} x - 3y = 3 \\ y - 2x - 4 = 0 \end{cases}$$

4. Considerando, no triângulo  $[ABC]$ ,  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ,  $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$  e  $\alpha$  a amplitude do ângulo  $BAC$ , a área do triângulo pode ser dada, em função de  $\alpha$ , por:

☐

$$A(\alpha) = 25 \sin(\alpha)$$

☐

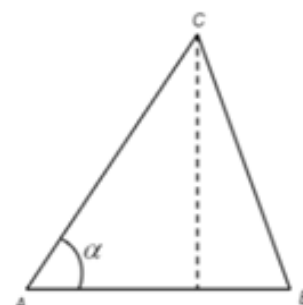
$$A(\alpha) = 25 \cos(\alpha)$$

☐

$$A(\alpha) = 2,5 + 10 \sin(\alpha)$$

☐

$$A(\alpha) = 10 \sin(\alpha)$$



5. Considere a função definida por  $f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x < 5 \\ x - 5 & \text{se } x \geq 5 \end{cases}$

O conjunto dos zeros de  $f$  é:

☐  $\{0\}$

☐  $\{5\}$

☐  $\{0,5\}$

☐  $\emptyset$

6. Sendo  $g$  a função real definida por  $g(x) = (x^2 - 7)e^{3-x}$ , a expressão analítica da **derivada** da função,  $g'$ , pode ser dada por:

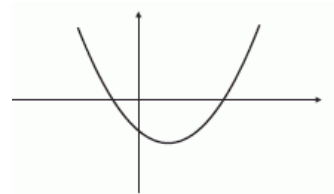
☐  $e^{3-x}(-x^2 + 2x + 7)$

☐  $-2x e^{3-x}$

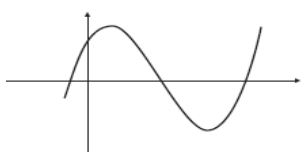
☐  $e^{3-x}(x^2 + 2x - 7)$

☐  $2x e^{3-x}$

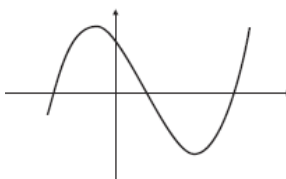
7. Na figura ao lado está representada parte do gráfico da **função derivada** da função real  $g$ . Qual dos gráficos seguintes pode representar parte do gráfico da função  $g$ ?



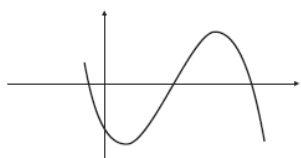
☐



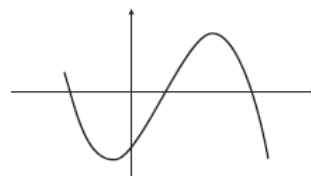
☐




☐



☐



	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>		N.º Convencional  
<b>Edição:</b> 2019/2020	<b>Data:</b> 4 de maio de 2019		Duração da Prova: <b>2h</b> Tolerância: <b>15 min</b>
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q1.</b>	<b>Clas. Parcial Q1+Q2</b>	Rubrica do Docente Corretor
	<b>GII Q2.</b>		

## GRUPO II

1. Numa sala há um candeeiro (C), uma televisão (T) e um aparelho de ar condicionado (A). O consumo do candeeiro é igual a  $\frac{3}{5}$  do consumo da televisão e o consumo do aparelho de ar condicionado é dez vezes o consumo da televisão. Se o candeeiro, a televisão e o ar condicionado forem ligados simultaneamente, o consumo total de energia elétrica será de 1,16 kWh. Qual é o consumo, em kWh, da televisão?

2. Sejam  $a$  e  $b$  dois números reais positivos. Utilizando, sempre que possível, as regras operatórias das potências, mostre que:

$$\frac{(a^{-1}\sqrt{b})^3 \times (\sqrt{a^3b^{-2}})}{\sqrt{b^4}\sqrt{a^{-2}}} = a^{-\frac{5}{4}}$$





	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional _____
---	---	---------------------------

<b>Edição:</b> 2019/2020	<b>Data:</b> 4 de maio de 2019		<b>Duração da Prova: 2h</b> <b>Tolerância: 15 min</b>
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q3.1</b>	<b>Clas. Parcial Q3</b>	Rubrica do Docente Corretor
	<b>GII Q3.2</b>		
	<b>GII Q3.3</b>		

**3.** Cumprindo-se a tradição, num casamento a noiva atirou o bouquet ao grupo de solteiras presentes.

A trajetória do bouquet é descrita pela expressão  $h(x) = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{2}{5}x + 2$ , onde  $h$  representa a altura, em metros, a que o bouquet está do chão e  $x$  a distância na horizontal, em metros, até à noiva.

**3.1** Determine de que altura foi lançado o bouquet.

**3.2** Determine a que distância da noiva o bouquet caiu, supondo que ninguém o apanhou.  
(Apresente o resultado arredondado às centésimas)

**3.3** Quanto terá de medir a altura da sala onde o bouquet é lançado para que este não bata no teto?



<div>P.PORTO</div>		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS		N.º Convencional <div></div>	
Edição: 2019/2020		Data: 4 de maio de 2019		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min	
Prova: Matemática		GII Q4	Clas. Parcial Q4+Q5	Rubrica do Docente Corretor	
		GII Q5.1			
		GII Q5.2			

4. Determine o maior número inteiro que verifica simultaneamente as condições:

$$7 - \frac{3x - 5}{2} > 5 \quad \wedge \quad (x - 1)^2 \geq x(x - 3)$$

5. Considere a função definida por

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

5.1. Determine o domínio de  $f$ .

5.2. Determine, se existirem, os extremos relativos de  $f$ .



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional _____
----------------	---	---------------------------

<b>Edição:</b> 2019/2020	<b>Data:</b> 4 de maio de 2019	<b>Duração da Prova:</b> 2h <b>Tolerância:</b> 15 min
<b>Prova:</b> Matemática	<b>GII Q6.</b> <b>GII Q7.1.</b> <b>GII Q7.2.</b>	<b>Clas. Parcial Q6+Q7</b>  <b>Rubrica do Docente Corretor</b>

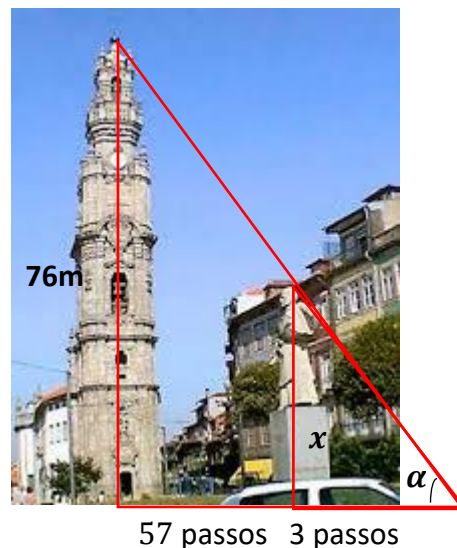
6. Determine o valor de  $k$  para o qual a função

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^{2x}} & \Leftarrow x < 0 \\ \ln(e + x) + k & \Leftarrow x \geq 0 \end{cases}$$

é contínua em  $x = 0$ .

7. Um turista em visita à cidade do Porto apercebeu-se que via o cimo de uma estátua na mesma linha que o topo da torre dos clérigos e que os seus olhos estavam à mesma altura da base de ambos. Como tinha um guia que dizia que a altura da torre é 76 m, decidiu estimar a altura da estátua. Contou então os passos do sítio onde estava até à estátua (3 passos) e depois da estátua até à torre (57 passos).

7.1. Determine a altura da estátua.



- 7.2. Estime a amplitude do ângulo de visão do turista,  $\alpha$ , supondo a medida do passo de acordo com o atual Sistema Internacional de Unidades: 1 passo = 0,82 m.



<b>P.PORTO</b>	<b>PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS</b>	N.º Convencional _____
----------------	---	---------------------------

## COTAÇÕES

**Grupo I ..... 84 pontos**

Cada resposta certa ..... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada ..... 0 pontos

**Grupo II ..... 116 pontos**

1. .... 10 pontos

2. .... 10 pontos

3. .... 25 pontos

3.1. .... 05 pontos

3.2. .... 10 pontos

3.3. .... 10 pontos

4. .... 12 pontos

5. .... 20 pontos

5.1. .... 05 pontos

5.2. .... 15 pontos

6. .... 15 pontos

7. .... 24 pontos

7.1. .... 12 pontos

7.2. .... 12 pontos

\_\_\_\_\_

**TOTAL ..... 200 pontos**

# FORMULÁRIO

## Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\text{cos}(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

## Trigonometria

- $\text{sen}^2(\alpha) + \text{cos}^2(\alpha) = 1$
- $\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \text{cos}(\alpha)$
- $\text{cos}(\alpha + \beta) = \text{cos}(\alpha) \cdot \text{cos}(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$
- $\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\alpha)}$

## Regras de derivação

- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
- $(\text{sen}(u))' = u' \cdot \text{cos}(u)$
- $(\text{cos}(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$
- $(e^u)' = u' \cdot e^u$
- $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$

## Área do Trapézio

$$A = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

FIM