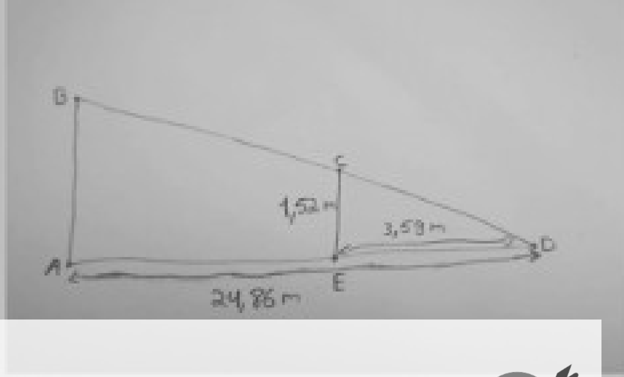


Semelhança

Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Temos que:

   - a área do triângulo $[AED]$ é: $A_{[AED]} = \frac{\overline{AE} \times \overline{ED}}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$;
   - a área do triângulo $[ABC]$ é: $A_{[ABC]} = A_{[BCDE]} + A_{[AED]} = 48 + 6 = 54$

   Como os triângulos $[ABC]$ e $[AED]$ são semelhantes pelo critério AA (os ângulos BAC e EAD coincidem e ambos os triângulos têm um ânguo reto) e a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, r, temos que:

   $$r^2 = \frac{A_{[ABC]}}{A_{[AED]}} \Leftrightarrow r^2 = \frac{54}{6} \Leftrightarrow r^2 = 9 \underset{r>0}{\Rightarrow} r = \sqrt{9} \Leftrightarrow r = 3$$

   Assim, como $[BC]$ e $[ED]$ são lados correspondentes de triângulos semelhantes de razão 3, temos que:

   $$\frac{\overline{BC}}{\overline{ED}} = r \Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{3} = 3 \Leftrightarrow \overline{BC} = 3 \times 3 \Leftrightarrow \overline{BC} = 9$$

   Prova Final 3.º Ciclo - 2023, Época especial

2. Temos que:
   - as retas AB e CG são paralelas, tal como as retas BD e IE, logo $A\hat{B}C = G\hat{I}E$;
   - as retas AB e CG são paralelas, tal como as retas AC e HE, logo $B\hat{C}A = I\hat{E}H$;

   Logo, pelo critério AA, os triângulos $[ABC]$ e $[HIE]$ são semelhantes.

   A área do triângulo $[ABC]$ é:

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{BC} \times \overline{AB}}{2} = \frac{16 \times 12}{2} = 96$$

   Como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$r^2 = \frac{A_{[ABC]}}{A_{[HIE]}} \Leftrightarrow r^2 = \frac{96}{24} \Leftrightarrow r^2 = 4 \underset{r>0}{\Rightarrow} r = \sqrt{4} \Leftrightarrow r = 2$$

   Assim, como $[BC]$ e $[IE]$ são lados correspondentes de triângulos semelhantes de razão 2, temos que:

$$r = \frac{\overline{BC}}{\overline{IE}} \Leftrightarrow 2 = \frac{16}{\overline{IE}} \Leftrightarrow \overline{IE} = \frac{16}{2} \Leftrightarrow \overline{IE} = 8$$

   Logo, como $\overline{IE} = \overline{CD}$, temos que:

$$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 16 + 8 = 24$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2023, 2.ª fase

3. Temos que a área do triângulo $[ABC]$ é:

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{BC} \times \overline{AM}}{2} = \frac{15 \times 12}{2} = 90$$

   Como os triângulos $[ABC]$ e $[AED]$ são semelhantes porque têm um ângulo comum e os lados opostos são paralelos, a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, ou seja:

$$r^2 = \frac{A_{[ABC]}}{A_{[AED]}} \Leftrightarrow r^2 = \frac{90}{10} \Leftrightarrow r^2 = 9 \underset{r>0}{\Rightarrow} r = \sqrt{9} \Leftrightarrow r = 3$$

   Assim, como $[AP]$ e $[AM]$ são as alturas dos dois triângulos, temos que:

$$r = \frac{\overline{AM}}{\overline{AP}} \Leftrightarrow 3 = \frac{12}{\overline{AP}} \Leftrightarrow \overline{AP} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow \overline{AP} = 4$$

   Assim, como $\overline{EF} = \overline{PM}$, temos que:

$$\overline{AP} + \overline{PM} = \overline{AP} \Leftrightarrow 4 + \overline{EF} = 12 \Leftrightarrow \overline{EF} = 12 - 4 \Leftrightarrow \overline{EF} = 8$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2023, 1.ª fase

4. Como os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes e os lados $[AB]$ e $[DE]$ são correspondentes (porque em ambos os triângulos são os lados maiores adjacentes ao ângulo reto), e que também os lados $[BC]$ e $[EF]$ são correspondentes (porque em ambos os triângulos são os lados menores adjacentes ao ângulo reto), temos que:

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{a} = \frac{5,6}{8,4} \Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{5,6}{8,4} \times a \Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{2}{3}a$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2023

5. Como os triângulos são semelhantes porque têm um ângulo comum e os lados opostos são paralelos, e a razão de semelhança da ampliação é 2 (porque $[AC]$ e $[AB]$ são lados correspondentes e $\overline{AC} = 2\overline{AB}$), e a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$r^2 = \frac{A_{[ACD]}}{A_{[ABE]}} \Leftrightarrow 2^2 = \frac{20}{A_{[ABE]}} \Leftrightarrow A_{[ABE]} = \frac{20}{4} \Leftrightarrow A_{[ABE]} = 5$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 2.ª fase

6. Como os triângulos são semelhantes e a razão de semelhança da ampliação é 3, e a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$\frac{A_{[ABC]}}{A_{[ADE]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[ABC]}}{2} = 3^2 \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 2 \times 9 \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 18$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 1.ª fase

7.

7.1. Como os triângulos $[ABC]$ e $[EDC]$ são semelhantes e os lados $[DE]$ e $[AB]$ são correspondentes assim como os lados $[CE]$ e $[AC]$, calculando $\overline{DE}$ em decímetros, vem que:

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{DE}}{6} = \frac{1{,}6}{4{,}8} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{1{,}6 \times 6}{4{,}8} \Leftrightarrow \overline{DE} = 2 \text{ dm}$$

7.2. Como triângulo $[ABC]$ é uma ampliação do triângulo $[EDC]$ e os lados $[AB]$ e $[DE]$ são correspondentes, porque ambos são lados que se opõe ao ângulos verticalmente opostos, então a razão de semelhança é:

$$r = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{6}{2} = 3$$

Assim, como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$\frac{\text{Área do triângulo } [ABC]}{\text{Área do triângulo } [EDC]} = r^2 = (3)^2 = 9$$

Resposta: **Opção D**

Instrumento de Aferição Amostral, 8.º ano - 2021

8. Como os triângulos $[ABC]$ e $[AXY]$ têm ambos um ângulo reto e o ângulo de vértice em A é comum aos dois, pelo critério AA, os triângulos são semelhantes.

Assim, temos que o comprimento da haste, ou seja, $\overline{XY}$, em centímetros, é:

$$\frac{\overline{XY}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AX}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{XY}}{58{,}5} = \frac{52}{78} \Leftrightarrow \overline{XY} = \frac{52 \times 58{,}5}{78} \Leftrightarrow \overline{XY} = 39 \text{ cm}$$

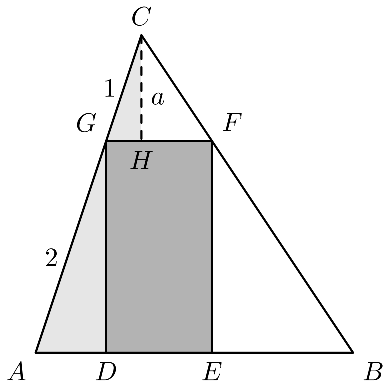
Prova Final 3.º Ciclo – 2019, Época especial

9. Como $\overline{AC} = 3$ e $\overline{CG} = 1$ e o ponto G pertence ao lado $[AC]$, temos que:

$$\overline{AG} + \overline{CG} = \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AG} + 1 = 3 \Leftrightarrow \overline{AG} = 3 - 1 \Leftrightarrow \overline{AG} = 2$$

Como os triângulos $[ADG]$ e $[GHC]$ são semelhantes (pelo critério AA, têm ambos um ângulo reto e os ângulos DAG e HGC são ângulos de lados paralelos), então:

$$\frac{\overline{DG}}{\overline{CH}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{CG}} \Leftrightarrow \frac{\overline{DG}}{a} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow \overline{DG} = 2a$$



Assim, como $\overline{FG} = a$, temos que a área do retângulo $[DEFG]$, em função de a, é:

$$A_{[DEFG]} = \overline{DG} \times \overline{FG} = 2a \times a = 2a^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª fase

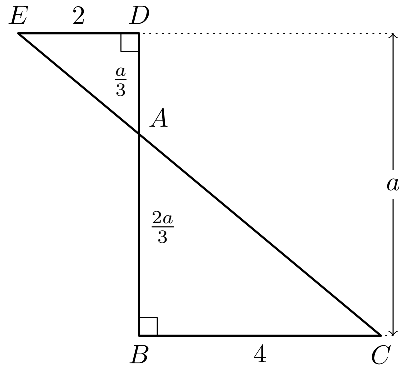
10. Como os ângulos EAD e BAC são ângulos verticalmente opostos, e ambos os triângulos têm um ângulo reto, pelo critério AA, concluímos que os triângulos são semelhantes.

Assim, temos que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = 2 \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}}{2} = \overline{AD}$$

Como $\overline{AB} + \overline{AD} = a$, calculando a altura do triângulo $[ABC]$ relativa ao lado $[BC]$, ou seja, $\overline{AB}$, temos:

$$\overline{AB} + \frac{\overline{AB}}{2} = a \Leftrightarrow \frac{2\overline{AB}}{2} + \frac{\overline{AB}}{2} = a \Leftrightarrow \frac{3\overline{AB}}{2} = a \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{2a}{3}$$



Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

11. Como os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ são semelhantes, porque têm um ângulo comum e os lados opostos ao ângulo comum são paralelos, temos que:

$$\frac{\overline{CE}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{DA}}$$

Resposta: **Opção A**

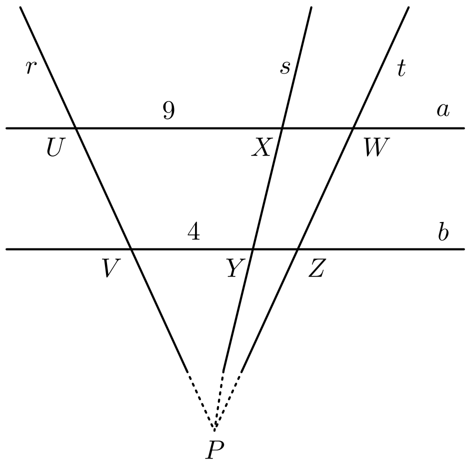
Prova Final 3.º Ciclo – 2018, Época especial

12. Como as retas r, s e t são concorrentes num ponto, designado por P o ponto onde se intersectam, temos que os triângulos $[UXP]$ e $[VYP]$ são semelhantes.
Como os lados $[UX]$ e $[VY]$ são correspondentes assim como os lados $[XP]$ e $[YP]$, temos que:

$$\frac{\overline{XP}}{\overline{YP}} = \frac{\overline{UX}}{\overline{VY}} \Leftrightarrow \frac{\overline{XP}}{\overline{YP}} = \frac{9}{4}$$

Por outro lado, temos também os triângulos $[XWP]$ e $[YZP]$ são semelhantes.
Como os lados $[XW]$ e $[YZ]$ são correspondentes assim como os lados $[XP]$ e $[YP]$, temos que:

$$\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \underbrace{\frac{\overline{XP}}{\overline{YP}}}_{\frac{9}{4}} \Leftrightarrow \frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{9}{4}$$



Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2018, 2.ª fase

13. Como os triângulos $[ABI]$ e $[CDI]$ têm dois pares de ângulos iguais (os ângulos DCI e ABI são ângulos alternos internos, e os ângulos CID e BIA são ângulos verticalmente opostos), pelo critério AA, os triângulos são semelhantes.

Como os lados $[AB]$ e $[CD]$ são correspondentes, porque se opõem a ângulos iguais, e também os lados $[IA]$ e $[ID]$ são correspondentes, porque também se opõem a ângulos iguais, e assim temos que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{IA}}{\overline{ID}}$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2018, 1.ª fase

14. Como triângulo $[ADB]$ é uma redução do triângulo $[BCD]$ e os lados $[AB]$ e $[BC]$ são correspondentes, porque ambos são o lado que se opõe ao ângulo reto nos respetivos triângulo, então a razão de semelhança é:

$$r = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

Assim, como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança, temos que:

$$\frac{\text{Área do triângulo } [ADB]}{\text{Área do triângulo } [BDC]} = r^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

Resposta: **Opção A**

Prova de Aferição 8.º ano - 2018

15. Como as retas a, b e c são paralelas, podemos afirmar, pelo Teorema de Tales, que os segmentos produzidos nas retas r e s são proporcionais, ou seja:

$$\frac{\overline{WV}}{\overline{YW}} = \frac{\overline{ZU}}{\overline{XZ}}$$

Desta forma, substituindo as medidas dos comprimentos conhecidos, o valor de $\overline{WV}$, em centímetros, é:

$$\frac{\overline{WV}}{3,6} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \overline{WV} = \frac{4 \times 3,6}{3} \Leftrightarrow \overline{WV} = 4,8 \text{ cm}$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2018

16. Como $[CD]$ é a altura do triângulo $[ABC]$ relativa ao lado $[AB]$ e o triângulo $[ABC]$ é retângulo então os triângulos $[ADC]$ e $[CDB]$ são semelhantes, ou seja, a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja:

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$$

Desta forma, substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\frac{\overline{BD}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8}}{1} \Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{8}}{1} \Leftrightarrow \overline{BD} = \left(\sqrt{8}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{BD} = 8$$

Assim, como os lado $[CD]$ e $[BD]$ do triângulo $[BCD]$ são perpendiculares, a área do triângulo em cm^2, arredondado às centésimas, é:

$$A_{[BCD]} = \frac{\overline{BD} \times \overline{CD}}{2} = \frac{8 \times \sqrt{8}}{2} = 4\sqrt{8} \approx 11,31 \text{ cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

17. Como os triângulos $[OAB]$ e $[OCD]$ são semelhantes (porque têm um ângulo comum e os lados opostos a este ângulo - os lados $[AB]$ e $[CD]$ são paralelos), a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja:

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}$$

Desta forma, substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\frac{\overline{OC}}{9,8} = \frac{8,4}{5,6} \Leftrightarrow \overline{OC} = \frac{8,4 \times 9,8}{5,6} \Leftrightarrow \overline{OD} = 14,7 \text{ cm}$$

Como $\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AC} = \overline{OC} - \overline{OA}$, calculando o valor de $\overline{AC}$, em centímetros, vem:

$$\overline{AC} = \overline{OC} - \overline{OA} = 14,7 - 9,8 = 4,9 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, Época especial

18. Como os triângulos $[PAB]$ e $[PCD]$ são semelhantes (porque têm um ângulo comum e os lados opostos a este ângulo - os lados $[AB]$ e $[CD]$ - são paralelos), então a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja:

$$\frac{\overline{PC}}{\overline{PA}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}}$$

Desta forma, substituindo os valores conhecidos, calculamos a medida do diâmetro da circunferência c_2, ou seja, o valor de $\overline{PC}$:

$$\frac{\overline{PC}}{3{,}5} = \frac{6}{2} \Leftrightarrow \frac{\overline{PC}}{3{,}5} = 3 \Leftrightarrow \overline{PC} = 3 \times 3{,}5 \Leftrightarrow \overline{PC} = 10{,}5 \text{ cm}$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo - 2016, 2.ª fase

19. Como os triângulos $[ABO]$ e $[CDO]$ são semelhantes (porque têm um ângulo comum e os lados opostos a este ângulo - os lados $[AB]$ e $[CD]$ são paralelos).
Assim, a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja:

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}}$$

Temos ainda que:

$$\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC} = 8 + 4{,}5 = 12{,}5 \text{ cm}$$

Desta forma, substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\frac{\overline{OD}}{9{,}6} = \frac{12{,}5}{8} \Leftrightarrow \overline{OD} = \frac{12{,}5 \times 9{,}6}{8} \Leftrightarrow \overline{OD} = 15 \text{ cm}$$

Como $\overline{OD} = \overline{OB} + \overline{BD} \Leftrightarrow \overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB}$, calculando o valor de $\overline{BD}$, em centímetros, vem:

$$\overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB} = 15 - 9{,}6 = 5{,}4 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2016, 1.ª fase

20. Os triângulos $[EFB]$ e $[CDE]$ são semelhantes. Podemos justificar a semelhança pelo critério AA ($E\hat{F}B = C\hat{D}E$ e $B\hat{E}F = E\hat{C}D$).
Assim, a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja,

$$\frac{\overline{EC}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{FB}}$$

Logo, substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\frac{\overline{EC}}{7{,}8} = \frac{6{,}3}{3} \Leftrightarrow \overline{EC} = \frac{6{,}3 \times 7{,}8}{3} \Leftrightarrow \overline{EC} = 16{,}38 \text{ cm}$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2016

21. Como a razão das áreas dos triângulos é o quadrado da razão de semelhança, e o triângulo $[STU]$ é uma ampliação do triângulo $[PQR]$, então estabelecendo a relação de proporcionalidade e substituindo os valores conhecidos, calculamos o valor da área do triângulo $[STU]$, em cm^2, e arredondamos o resultado às unidades:

$$\frac{A_{[STU]}}{A_{[PQR]}} = r^2 \Leftrightarrow \frac{A_{[STU]}}{25{,}98} = 4^2 \Leftrightarrow A_{[STU]} = 16 \times 25{,}98 \Leftrightarrow A_{[STU]} = 415{,}68 \Rightarrow A_{[STU]} \approx 416 \text{ cm}^2$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2016

22.

22.1. Como o quadrilátero $[AFED]$ é um retângulo e o ponto F pertence ao segmento de reta $[AB]$ podemos afirmar que os ângulos BAC e BFE são ambos retos ($B\hat{A}C = B\hat{F}E$).
Como os ângulos ABC e FBE são coincidentes também são iguais ($A\hat{B}C = F\hat{B}E$).
Assim, pelo critério AA (ângulo-ângulo) podemos afirmar que os triângulos $[ABC]$ e $[FBE]$ são semelhantes.

22.2. Como os triângulos $[ABC]$ e $[FBE]$ são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja,

$$\frac{\overline{FE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{AB}}$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\frac{\overline{FE}}{9} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \overline{FE} = \frac{9 \times 4}{6} \Leftrightarrow \overline{FE} = \frac{36}{6} \Leftrightarrow \overline{FE} = 6$$

Como $\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{FB}$
Temos que

$$6 = \overline{AF} + 4 \Leftrightarrow 6 - 4 = \overline{AF} \Leftrightarrow 2 = \overline{AF}$$

E assim, como $\overline{AD} = \overline{FE}$ e $\overline{AF} = \overline{DE}$ o perímetro do retângulo $[AFED]$ é

$$P_{[AFED]} = 2 \times \overline{FE} + 2 \times \overline{AF} = 2 \times 6 + 2 \times 2 = 12 + 4 = 16 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 2.ª fase

23. Como o lado $[AB]$ é o lado que se opõe ao ângulo reto, no triângulo $[ABD]$, o lado correspondente, no triângulo $[ABC]$, é também o lado que se opõe ao ângulo reto, ou seja, o lado $[AC]$

Prova Final 3.º Ciclo - 2015, 1.ª fase

24. Como $\overline{OA} = 2$ cm e $\overline{OB} = 3$ cm, então a semelhança que transforma o segmento de reta $[OA]$ no segmento de reta $[OB]$ é uma ampliação, e por isso a razão de semelhança (r) é maior que 1.

Assim temos $r = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \dfrac{3}{2}$

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 2.ª chamada

25. Como os triângulos $[ABC]$ e $[ADE]$ são semelhantes, e os lados $[BC]$ e $[DE]$ são lados correspondentes, a razão de semelhança (r) é

$$r = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Como a razão das áreas é o quadrado da razão de semelhança, temos que

$$\frac{\text{área do triângulo } [ADE]}{\text{área do triângulo } [ABC]} = r^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

Resposta: **Opção D**

Prova Final 3.º Ciclo - 2014, 1.ª chamada

26.

26.1. Os ângulos ACB e DCE dos dois triângulos são congruentes, porque são coincidentes.
Como os dois triângulos têm um ângulo reto, podemos afirmar que os triângulos têm dois pares de ângulos congruentes, o que é suficiente para justificar que são semelhantes (critério AA).

26.2. Como os triângulos são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja,

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EC}}$$

($[AC]$ e $[EC]$ são os lados que se opõem ao ângulo reto em cada um dos triângulos, e por isso, são correspondentes; $[BC]$ e $[DC]$ são os lados adjacentes ao ângulo reto e ao ângulo de ângulo agudo em C, e por isso também são lados correspondentes).

Como $\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{DC} = 11 + 4 = 15$, temos:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{EC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{4} = \frac{15}{5} \Leftrightarrow \overline{BC} = 3 \times 4 \Leftrightarrow \overline{BC} = 12$$

Teste Intermédio 9.º ano – 21.03.2014

27. Para que os triângulos sejam semelhantes, a razão entre lados correspondentes deve ser igual, ou seja,

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BP}}{\overline{AP}}$$

($[BC]$ e $[AD]$ são lados correspondentes, e os lados $[CP]$ e $[DP]$ também o são, porque são os lados que se opõem ao ângulo reto em cada triângulo, ou seja, os restantes lados em cada um dos triângulos também são semelhantes - os lados $BP]$ e $[AP]$).
Como $\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB}$, temos que $4 = \overline{AP} + x \Leftrightarrow \overline{AP} = 4 - x$
Assim, substituindo na relação de proporcionalidade estabelecida, e resolvendo a equação, vem:

$$\frac{5}{3} = \frac{x}{4-x} \Leftrightarrow 5(4-x) = 3x \Leftrightarrow 20 - 5x = 3x \Leftrightarrow 20 = 3x + 5x \Leftrightarrow 20 = 8x \Leftrightarrow \frac{20}{8} = x \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 2.ª chamada

28. Como os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ são semelhantes, e os lados $[BC]$ e $[CD]$ são correspondentes (porque são os lados que se opõem ao ângulo reto, em cada um dos triângulos), então $\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = 0{,}5$ é a razão de semelhança.

Como o quociente das áreas de figuras semelhantes, é igual ao quadrado da razão de semelhança, vem que

$$\frac{\text{área do triângulo } [CDE]}{\text{área do triângulo } [ABC]} = \left(\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right)^2 = 0{,}5^2 = 0{,}25$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo - 2013, 1.ª chamada

29. Começamos por verificar que os triângulos $[AFD]$ e $[BFC]$ são semelhantes:

- os ângulos AFD e BFC são iguais porque são ângulos verticalmente opostos
- os ângulos CBF e FDA são iguais porque são ângulos alternos internos (as retas AD e BC são paralelas, visto que contêm as bases de um trapézio)

Assim, como os dois triângulos têm dois pares de ângulos iguais dois a dois (critério AA), são triângulos semelhantes.

Como os triângulos são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, e também é igual à razão das alturas, ou seja,

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{FG}}$$

Logo, temos que

$$\frac{\overline{AD}}{8} = \frac{3{,}75}{2{,}5} \Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{3{,}75 \times 8}{2{,}5} \Leftrightarrow \overline{AD} = 12$$

Temos ainda que $\overline{EG} = \overline{EF} + \overline{FG} = 3{,}75 + 2{,}5 = 6{,}25$

Assim, calculando a medida área do trapézio, $A_{[ABCD]}$, em cm^2, considerando $[AD]$ como a base maior, $[BC]$ como a base menor e $[EG]$ como a altura, vem

$$A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \times \overline{EG} = \frac{12 + 8}{2} \times 6{,}25 = \frac{20}{2} \times 6{,}25 = 10 \times 6{,}25 = 62{,}5 \text{ cm}^2$$

Teste Intermédio 9.º ano – 12.04.2013

30. Como os triângulos $[ABC]$ e $[DBE]$ são semelhantes (porque têm dois ângulos em comum), podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, e também é igual à razão dos perímetros, ou seja,

$$\frac{\overline{DE}}{\overline{AC}} = \frac{P_{[DBE]}}{P_{[ABC]}}$$

Logo, temos que:

$$\frac{\overline{DE}}{12} = \frac{16}{48} \Leftrightarrow \overline{DE} = \frac{16 \times 12}{48} \Leftrightarrow \overline{DE} = 4$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 2.ª chamada

31. Como os triângulos $[AED]$ e $[ACB]$ são semelhantes (porque têm um ângulo agudo em comum e os ambos têm um ângulo reto, logo têm dois pares de ângulos iguais dois a dois), podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{ED}}{\overline{BC}}$$

(os lados $[ED]$ e $[BC]$ são os lados menores de cada um dos triângulos e os lados $[AE]$ e $[AC]$ são os lados de comprimento intermédio em cada um dos triângulos.) Como $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC} \Leftrightarrow \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$ e $\overline{ED} = 2$, substituindo na relação anterior, vem

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{\overline{BC}} \Leftrightarrow 1 \times \overline{BC} = 2 \times 2 \Leftrightarrow \overline{BC} = 4$$

Como a área do triângulo $[ABC]$ é $A_{[ABC]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{BC}}{2}$, substituindo os valores conhecidos, temos:

$$20 = \frac{\overline{AC} \times 4}{2} \Leftrightarrow 20 = \overline{AC} \times 2 \Leftrightarrow \frac{20}{2} = \overline{AC} \Leftrightarrow 10 = \overline{AC}$$

Assim, temos que, $\overline{AC} = 10$ cm

Teste Intermédio 9.º ano – 10.05.2012

32.

32.1. Podemos determinar a amplitude do ângulo BAC, porque $B\hat{A}C + A\hat{C}B + C\hat{B}A = 180°$, logo

$$B\hat{A}C + 48 + 59 = 180 \Leftrightarrow B\hat{A}C = 180 - 48 - 59 \Leftrightarrow B\hat{A}C = 73°$$

Como os triângulos $[ABC]$ e $[PQR]$ são semelhantes, os ângulos correspondentes são iguais.
Como sabemos que o lado $[RQ]$ é o lado maior do triângulo $[PQR]$, o ângulo oposto a este lado (o ângulo QPR) é o ângulo de maior amplitude, e por isso, terá a mesma amplitude do ângulo BAC.
Logo $Q\hat{P}R = 73°$

32.2. Como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança das figuras, temos que $\frac{A_{[ABC]}}{A_{[PQR]}} = 2^2$
Logo, substituindo o valor da área do triângulo $[ABC]$, vem:

$$\frac{18}{A_{[PQR]}} = 2^2 \Leftrightarrow \frac{18}{A_{[PQR]}} = 4 \Leftrightarrow \frac{18}{4} = A_{[PQR]} \Leftrightarrow 4{,}5 = A_{[PQR]}$$

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 8.º ano – 29.02.2012

33. Como os triângulos $[ABP]$ e $[DCP]$ são semelhantes, e $\overline{DP} = 2\overline{AP} \Leftrightarrow \dfrac{\overline{DP}}{\overline{AP}} = 2$, temos que a razão de semelhança é 2.
Como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança das figuras, temos que $\dfrac{A_{[DCP]}}{A_{[ABP]}} = 2^2$
Logo, substituindo o valor da área do triângulo $[ABP]$, vem:

$$\frac{A_{[DCP]}}{6} = 2^2 \Leftrightarrow A_{[DCP]} = 4 \times 6 \Leftrightarrow A_{[DCP]} = 24$$

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2011, 2.ª chamada

34. Como o triângulo $[ABC]$ é uma ampliação do triângulo $[DEF]$, os triângulos são semelhantes.
Como os lados $[DE]$ e $[AB]$ se opõem a ângulos iguais, são correspondentes, por isso a razão dos seus comprimentos é igual à razão de semelhança (r), que deve ser maior que 1, por se tratar de uma ampliação.
Assim, vem que:

$$r = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{5}{2}$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

35.

35.1. Como $[ABCD]$ é um retângulo, o ângulo ABC é reto, e como o segmento $[EG]$ é paralelo ao segmento $[AB]$, o ângulo BGF também é reto, e como os ângulos DFE e BFG são verticalmente opostos, então também são iguais, pelo que $B\hat{F}G = D\hat{F}E = 35°$
Assim, como, $F\hat{B}G + B\hat{G}F + G\hat{F}B = 180°$, temos que

$$F\hat{B}G + 90 + 35 = 180 \Leftrightarrow F\hat{B}G = 180 - 90 - 35 \Leftrightarrow F\hat{B}G = 55°$$

35.2. Como os triângulos $[EFD]$ e $[GFB]$ são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja

$$\frac{\overline{BG}}{\overline{ED}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{EF}}$$

(Os lados $[BG]$ e $[FD]$ são os lados menores de cada triângulo e os lados $[FG]$ e $[ED]$ são os lados de comprimento intermédio de cada triângulo).
Logo, temos que

$$\frac{\overline{BG}}{3{,}5} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \overline{BG} = \frac{3 \times 3{,}5}{5} \Leftrightarrow \overline{BG} = 2{,}1$$

Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

36. Como, num quadrado todos os lados são iguais, e o quadrado $[BCDG]$ é uma redução do quadrado $[ACEF]$, os lados $[BC]$ e $[AC]$ podem ser considerados lados correspondentes, por isso a razão dos seus comprimentos é igual à razão de semelhança (r), que deve ser menor que 1, por se tratar de uma redução.
Assim, vem que:

$$r = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Teste Intermédio 9.º ano – 07.02.2011

37. Como os triângulos $[ABD]$ e $[ECD]$ são semelhantes (porque têm um ângulo agudo em comum e os ângulos ECD e ABD são retos), podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EC}}$$

Logo, temos que

$$\frac{\overline{BD}}{2{,}5} = \frac{4{,}8}{1{,}6} \Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{4{,}8 \times 2{,}5}{1{,}6} \Leftrightarrow \overline{BD} = 7{,}5$$

Finalmente, como $\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{BC} = \overline{BD} - \overline{DC}$, vem:

$$\overline{BC} = 7{,}5 - 2{,}5 \Leftrightarrow \overline{BC} = 5$$

Teste Intermédio 9.º ano – 11.05.2010
Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2008 (adaptado)

38. Como os dois hexágonos são regulares, são semelhantes, e como o lado do maior é cinco vezes maior que o lado do menor, podemos afirmar que a razão de semelhança é 5

Como a razão das áreas de figuras semelhantes é o quadrado da razão de semelhança das figuras, temos que $\frac{A_{\text{Hexágono exterior}}}{A_{\text{Hexágono interior}}} = 5^2$

Logo, substituindo o valor da área do hexágono interior, podemos calcular a área do hexágono exterior:

$$\frac{A_{\text{Hexágono exterior}}}{23} = 5^2 \Leftrightarrow A_{\text{Hexágono exterior}} = 25 \times 23 \Leftrightarrow A_{\text{Hexágono exterior}} = 575 \text{ cm}^2$$

E assim, calcular a área da zona sombreada, A_S, em cm^2, como a diferença das áreas dos dois hexágonos:

$$A_S = A_{\text{Hexágono exterior}} - A_{\text{Hexágono interior}} = 575 - 23 = 552 \text{ cm}^2$$

Teste Intermédio 8.º ano – 27.04.2010

39.

39.1. Podemos determinar a amplitude do ângulo BAC. Assim, como, $B\hat{A}C + A\hat{B}C + B\hat{C}A = 180°$, temos que

$$B\hat{A}C + 110 + 20 = 180 \Leftrightarrow B\hat{A}C = 180 - 110 - 20 \Leftrightarrow B\hat{A}C = 50°$$

Logo vem que $B\hat{A}C = E\hat{D}F$ e $A\hat{B}C = D\hat{E}F$, pelo que, como os dois triângulos têm dois pares de ângulos iguais, são semelhantes (critério AA).

39.2. Se os triângulos $[DEF]$ e $[ABC]$ são semelhantes, então podemos afirmar que a razão entre os perímetros é igual à razão de semelhança (neste caso a razão entre o perímetro maior e o menor para que a razão de semelhança seja inferior a 1, porque se trata de uma redução). Assim, vem que

$$\frac{P_{[DEF]}}{P_{[ABC]}} = 0{,}8$$

Substituindo o perímetro do triângulo $[DEF]$, vem:

$$\frac{40}{P_{[ABC]}} = 0{,}8 \Leftrightarrow \frac{40}{0{,}8} = P_{[ABC]} \Leftrightarrow 50 = P_{[ABC]}$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2009

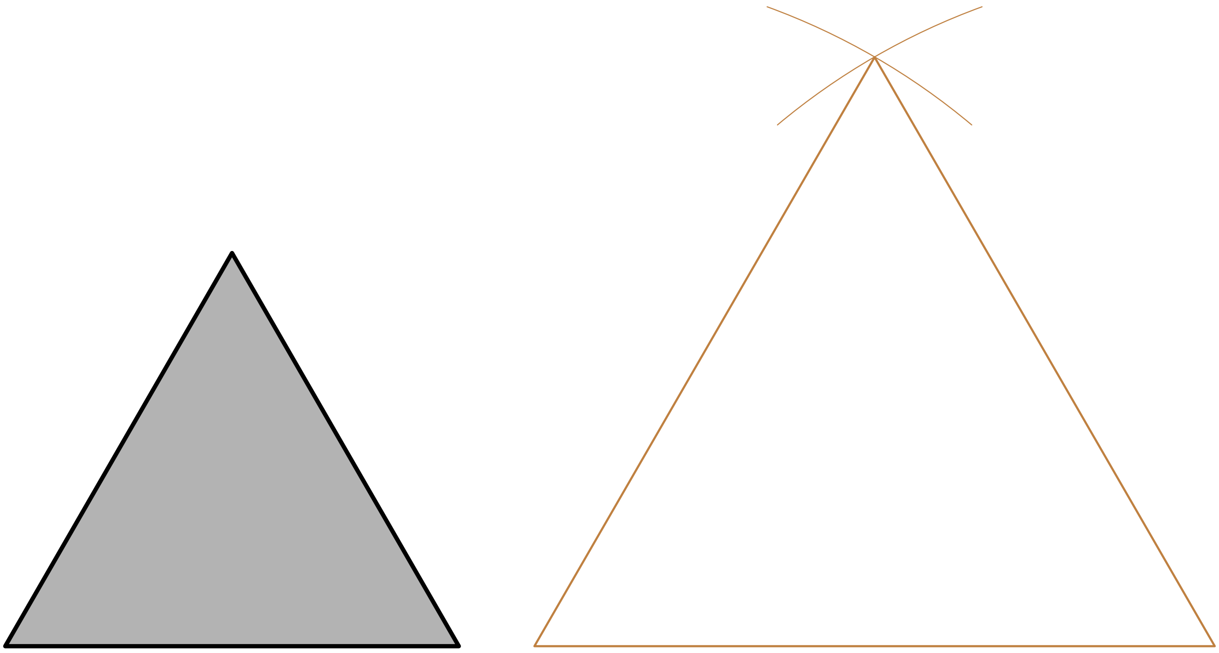
40. Como os segmentos de reta são semelhantes, a razão dos seus comprimentos é igual à constante de proporcionalidade (r).
Como se trata de uma redução, a razão é inferior a 1, logo a razão é a divisão do menor comprimento pelo maior, ou seja

$$r = \frac{0,8}{4} = 0,2$$

Resposta: **Opção A**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2007, 2.ª chamada

41.



Devem ser percorridos os seguintes passos:

- Traçar um segmento de reta com $6 \times 1,5 = 9$ cm
- Com o compasso centrado num dos extremos do segmento, e abertura de 9 cm (ou seja, até ao outro extremo), traçar um arco que contenha um dos pontos que se encontra sobre a reta perpendicular que contém o ponto médio do segmento
- Usar o procedimento análogo ao anterior, mas com o centro do compasso no outro extremo do segmento de reta
- Unir os extremos do segmento ao ponto de interseção dos dois arcos de circunferência

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 2.ª chamada

42. Os retângulos A e B, têm os respetivos lados maiores com a mesma medida e os lados menores com medidas diferentes, pelo que não não são semelhantes.
Da mesma forma, os retângulos A e C, têm os respetivos lados menores com a mesma medida e os lados maiores com medidas diferentes, pelo que não não são semelhantes.
Assim, temos que os retângulos semelhantes são os retângulos B e C.
Logo, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual à razão de semelhança (r), e como se deve considerar uma redução, a razão é inferior a 1, logo a razão é a divisão do menor comprimento pelo maior:

$$r = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2006, 1.ª chamada

43. Como $\overline{QR} = 5$ e o triângulo $[PQR]$ é equilátero, o seu perímetro é $P_{[PQR]} = 3 \times 5 = 15$
Assim, temos que os triângulos $[PQR]$ e $[ABC]$ são semelhantes, então podemos afirmar que a razão entre os perímetros é igual à razão de semelhança (neste caso a razão do perímetro maior pelo menor para que a razão de semelhança seja inferior a 1, porque se trata de uma redução).
Assim, vem que

$$\frac{P_{[PQR]}}{P_{[ABC]}} = 0{,}5$$

Substituindo o perímetro do triângulo $[PQR]$, calculamos o perímetro do triângulo $[ABC]$:

$$\frac{15}{P_{[ABC]}} = 0{,}5 \Leftrightarrow \frac{15}{0{,}5} = P_{[ABC]} \Leftrightarrow 30 = P_{[ABC]}$$

Prova de Aferição – 2003

44. As figuras das opções (A) e (D) conservam o comprimento ou a largura da figura inicial, mas não ambas, pelo que não são semelhantes à figura inicial, logo não são reduções.

A figura da opção (C) não conserva, por exemplo a amplitude dos ângulos (por exemplo os ângulos retos das extremidades não continuam a ser retos depois da transformação), pelo que não é semelhante à figura inicial, logo não é uma redução.

A figura da opção (B) conserva, a amplitude dos ângulos, pelo que é uma redução.

Resposta: **Opção B**

Prova de Aferição – 2002