

# **Propostas de Resolução**

## Álgebra

### Equações. Classificação de equações. Resolução de problemas

**Rever + Praticar** – páginas 30 a 33

**1.**

**1.1.** Não é uma equação em  $x$ , uma vez que não tem incógnita.

**1.2.** É uma equação em  $x$ , porque é uma igualdade entre expressões algébricas onde figura, pelo menos, uma incógnita.

**1.3.** Não é uma equação em  $x$ , uma vez que se trata de uma desigualdade entre expressões.

**2.**

**2.1.** Incógnita:  $x$

1º membro:  $3x + 5$

2º membro: 9

Termos independentes: 5 e 9

Termos com incógnita:  $3x$

1 não é solução da equação, uma vez que substituindo a incógnita por 1, obtemos uma igualdade falsa,  $8 \neq 9$ .

**2.2.** Incógnita:  $a$

1º membro:  $-13$

2º membro:  $-6 + a$

Termos independentes:  $-13$  e  $-6$

Termos com incógnita:  $a$

1 não é solução da equação, uma vez que substituindo a incógnita por 1, obtemos uma igualdade falsa,  $-13 \neq -5$ .

**2.3.** Incógnita:  $y$

1º membro:  $3(y + 2)$

2º membro:  $7 + 2y$

Termos independentes: 6 e 7

Termos com incógnita:  $3y$  e  $2y$

1 é solução da equação, uma vez que substituindo a incógnita por 1, obtemos uma igualdade verdadeira:

$$3(1 + 2) = 7 + 2 \times 1$$

$$9 = 9$$

**3.** Duas equações são equivalentes, se tiverem o mesmo conjunto-solução. As equações não são equivalentes, uma vez que 7 é solução da equação  $x + 1 = 8$  e 3 é solução da equação  $3x = 9$ .

**4.**

$$4.1. 5x - 2 = 23 \Leftrightarrow 5x = 23 + 2 \Leftrightarrow 5x = 25$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{25}{5} \Leftrightarrow x = 5$$

$$\text{C.S.} = \{5\}$$

$$4.2. 4x + 14 = -3x + 8 \Leftrightarrow 4x + 3x = 8 - 14$$

$$\Leftrightarrow 7x = -6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{7}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{6}{7}\right\}$$

$$4.3. 2(x + 3) = 3x - 14 \Leftrightarrow 2x + 6 = 3x - 14$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3x = -14 - 6 \Leftrightarrow -x = -20 \Leftrightarrow x = 20$$

$$\text{C.S.} = \{20\}$$

**5.** Como se trata de um quadrado, então os lados têm a mesma medida, ou seja:

$$x + 8 = 3x \Leftrightarrow x - 3x = -8 \Leftrightarrow -2x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{-8}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

Assim, a medida do lado do quadrado é  $3 \times 4 = 12$  e a área do quadrado é:

$$A = \ell^2 = 12 \times 12 = 144 \text{ u.a.}$$

**6.**

$$6.1. 2x + 1 = 7 \Leftrightarrow 2x = 7 - 1 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{3\}$$

Equação possível determinada

$$6.2. -4 = 11 - 3x \Leftrightarrow 3x = 11 + 4$$

$$\Leftrightarrow 3x = 15$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{15}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$\text{C.S.} = \{5\}$$

Equação possível determinada

$$6.3. -(6x - 12) = -2(3x - 6) \Leftrightarrow -6x + 12 = -6x + 12$$

$$\Leftrightarrow -6x + 6x = 12 - 12$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

Equação possível indeterminada

$$6.4. 3x - 2 = -(-3x + 5) \Leftrightarrow 3x - 2 = 3x - 5$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3x = -5 + 2$$

$$\Leftrightarrow 0x = -3$$

$$\Leftrightarrow 0 = -3$$

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

Equação impossível

## Propostas de Resolução

$$\begin{aligned} 6.5. -(6x + 12) &= -3(2x + 6) \Leftrightarrow -6x - 12 = -6x - 18 \\ &\Leftrightarrow -6x + 6x = -18 + 12 \\ &\Leftrightarrow 0x = -6 \\ &\Leftrightarrow 0 = -6 \end{aligned}$$

C.S. = { }

Equação impossível

$$\begin{aligned} 6.6. -(-2x + 11) &= 4 + (-15 + 2x) \\ &\Leftrightarrow 2x - 11 = 4 - 15 + 2x \\ &\Leftrightarrow 2x - 2x = 4 - 15 + 11 \\ &\Leftrightarrow 0x = 0 \\ &\Leftrightarrow 0 = 0 \end{aligned}$$

Equação possível indeterminada

7. Para que o triângulo seja equilátero, o comprimento dos três lados tem que ser igual. Assim:

$$x + 60 = 100 \text{ e } 2x + 100 = 100$$

Contudo:

$$x + 60 = 100 \Leftrightarrow x = 100 - 60 \Leftrightarrow x = 40$$

Por outro lado:

$$\begin{aligned} 2x + 100 &= 100 \Leftrightarrow 2x = 100 - 100 \\ &\Leftrightarrow 2x = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \end{aligned}$$

Logo, o triângulo não pode ser equilátero porque as equações  $x + 60 = 100$  e  $2x + 100 = 100$  não têm o mesmo conjunto-solução.

8. Dois números inteiros consecutivos:  $x$  e  $x + 1$

$$\begin{aligned} x + x + 1 &= 37 \Leftrightarrow 2x = 37 - 1 \\ &\Leftrightarrow 2x = 36 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{36}{2} \\ &\Leftrightarrow x = 18 \end{aligned}$$

C.S. = {18}

Logo:

$$x = 18$$

$$x + 1 = 19$$

Os números são 18 e 19.

9. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ , então:

$$\begin{aligned} 40 + 9x + 5 + 45 &= 180 \Leftrightarrow 9x = 180 - 40 - 45 - 5 \\ &\Leftrightarrow 9x = 90 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{90}{9} \\ &\Leftrightarrow x = 10 \end{aligned}$$

C.S. = {10}

Logo,  $x = 10$ .

10. Como o perímetro do retângulo é igual a 5 cm,  $x + x + x + 3 + x + 3 = 5$ .

$$\begin{aligned} x + x + x + 3 + x + 3 &= 5 \Leftrightarrow 4x + 6 = 5 \\ &\Leftrightarrow 4x = 5 - 6 \\ &\Leftrightarrow 4x = -1 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

C.S. =  $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$

Embora seja solução da equação,  $-\frac{1}{4}$  não é solução do problema, porque o valor do comprimento não pode ser negativo. Assim, o problema não tem solução, ou seja, não existe um retângulo nas condições do enunciado.

**Praticar +** – páginas 34 a 37

1.

$$1.1. 2x + 30$$

$$1.2. 2(x + 30)$$

$$1.3. 5 + 15x$$

$$1.4. 4x - 7$$

2.

$$\begin{aligned} 2.1. 5x - 6 &= x - 4 \Leftrightarrow 5x - x = -4 + 6 \\ &\Leftrightarrow 4x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.2. 2(x - 6) &= 3x - 1 \Leftrightarrow 2x - 12 = 3x - 1 \\ &\Leftrightarrow 2x - 3x = -1 + 12 \\ &\Leftrightarrow -x = 11 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} 3.1. x + 7 &= 5 \Leftrightarrow x = 5 - 7 \\ &\Leftrightarrow x = -2 \end{aligned}$$

C.S. = {-2}

$$\begin{aligned} 3.2. x - 11 &= 12 \Leftrightarrow x = 12 + 11 \\ &\Leftrightarrow x = 23 \end{aligned}$$

C.S. = {23}

$$\begin{aligned} 3.3. 2x - 1 &= 2x + 3 \Leftrightarrow 2x - 2x = 3 + 1 \\ &\Leftrightarrow 0x = 4 \end{aligned}$$

C.S. = { } Equação impossível

$$\begin{aligned} 3.4. 3x &= 18 \Leftrightarrow x = \frac{18}{3} \\ &\Leftrightarrow x = 6 \end{aligned}$$

C.S. = {6}

$$3.5. \frac{2x-1}{5} = 2 \Leftrightarrow 2x-1 = 10$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x = 11$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11}{2}$$

$$C.S. = \left\{ \frac{11}{2} \right\}$$

$$3.6. 3x + 13 = 3(x + 5) - 2 \Leftrightarrow 3x + 13 = 3x + 15 - 2$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3x = 13 - 13$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

$$C.S. = \mathbb{Q}$$

$$3.7. 2(x-5) = -x-4 \Leftrightarrow 2x-10 = -x-4$$

$$\Leftrightarrow 2x+x = -4+10$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$C.S. = \{2\}$$

$$3.8. -(x-1) + 3 = \frac{x}{2} \Leftrightarrow -\frac{x}{1} + \frac{1}{1} + \frac{3}{1} = \frac{x}{2}$$

$$\Leftrightarrow -2x + 2 + 6 = x$$

$$\Leftrightarrow -2x - x = -2 - 6$$

$$\Leftrightarrow -3x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$C.S. = \left\{ \frac{8}{3} \right\}$$

$$4. [A] -3 \times (-3) + 4 = 9 + 4 = 13 \neq -13$$

$$[B] -(-3) + 5 = 3 + 5 = 8 \neq 2$$

$$[C] 2(-3 + 4) = 2 \times 1 = 2$$

A afirmação é verdadeira.

$$[D] 11 + (-3) = 8 \neq 14$$

Logo, a opção correta é a [C].

5. Para verificar se 8 é solução de equação, basta substituir  $x$  por 8 e verificar a veracidade.

$$2(8-1) = \frac{8}{4} - (2 \times 8 - 4) \Leftrightarrow 2 \times 7 = 2 - (16 - 4)$$

$$\Leftrightarrow 14 = 2 - 12$$

$$\Leftrightarrow 14 = -10 \text{ (F)}$$

Então, 8 não é solução da equação.

6. Seja  $x$  a idade atual da Joana. Assim,  $x + 5$  é a idade da Joana daqui a 5 anos e  $x - 5$  é a idade da Joana há 5 anos.

$$x + 5 = 3(x - 5) \Leftrightarrow x + 5 = 3x - 15$$

$$\Leftrightarrow x - 3x = -15 - 5$$

$$\Leftrightarrow -2x = -20$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-20}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

$$C.S. = \{10\}$$

A idade atual da Joana é 10 anos.

7. Seja  $x$  o peso de uma esfera.

7.1. Como o peso total é 13 kg, então

$$4 + x + 6 = 13 \Leftrightarrow x = 13 - 4 - 6$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$$C.S. = \{3\}$$

A esfera pesa 3 kg.

$$7.2. 3x = x + 5 \Leftrightarrow 3x - x = 5$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2,5$$

$$C.S. = \{2,5\}$$

Cada esfera pesa 2,5 kg.

$$7.3. 3x + 5 = 18 \Leftrightarrow 3x = 18 - 5$$

$$\Leftrightarrow 3x = 13$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{13}{3}$$

$$C.S. = \left\{ \frac{13}{3} \right\}$$

Cada esfera pesa  $\frac{13}{3}$  kg.

$$8. P_{\text{pentágono}} = 3 \times P_{\text{triângulo}}$$

$$8.1. 5 \times 6 = 3 \times 3x \Leftrightarrow 9x = 30$$

$$8.2. 9x = 30 \Leftrightarrow x = \frac{30}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$$

$$C.S. = \left\{ \frac{10}{3} \right\}$$

$$\text{Logo, } P = 3 \times \frac{10}{3} = 10.$$

Assim, o perímetro do triângulo é 10 cm.

9.

9.1. O perímetro é igual à soma de todos os lados do polígono. Logo:

$$P = x + 2x + 2 + x + 8 + 3x - 1 =$$

$$= x + 2x + x + 3x + 2 + 8 - 1 =$$

$$= 7x + 9$$

9.2. Se  $x = 3$ :

$$P = 7 \times 3 + 9 = 30 \text{ cm}$$

Logo, a opção correta é a [B].

## Propostas de Resolução

**9.3.**  $P = 17,4$

$$7x + 9 = 17,4 \Leftrightarrow 7x = 17,4 - 9$$

$$\Leftrightarrow 7x = 8,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{1} x = \frac{42}{5}$$

$$\Leftrightarrow 35x = 42$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{42}{35}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 1,2$$

$$\text{C.S.} = \{1,2\}$$

**10.** Sejam  $n$ ,  $n + 1$  e  $n + 2$  três números inteiros consecutivos. Assim:

$$n + n + 1 + n + 2 = 99 \Leftrightarrow n + n + n = 99 - 1 - 2$$

$$\Leftrightarrow 3n = 96$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{96}{3}$$

$$\Leftrightarrow n = 32$$

$$\text{C.S.} = \{32\}$$

Logo,  $n = 32$ ;  $n + 1 = 33$  e  $n + 2 = 34$ .

Os números são 32, 33 e 34.

**11.**

$$\text{11.1. } 1 - \frac{x-6}{3} = -(x-1) \Leftrightarrow \frac{1}{1} - \frac{x-6}{3} = -\frac{x}{1} + \frac{1}{1}$$

$$\Leftrightarrow 3 - x + 6 = -3x + 3$$

$$\Leftrightarrow -x + 3x = 3 - 3 - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

$$\text{C.S.} = \{-3\}$$

Equação possível determinada

$$\text{11.2. } 2x - 3(x-4) - \frac{x-6}{2} = -\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{1} - \frac{3x}{1} + \frac{12}{1} - \frac{x-6}{2} = -\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow 12x - 18x + 72 - 3x + 18 = -4$$

$$\Leftrightarrow 12x - 18x - 3x = -4 - 72 - 18$$

$$\Leftrightarrow -9x = -94$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-94}{-9}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{94}{9}$$

$$\text{C.S.} = \left\{\frac{94}{9}\right\}$$

Equação possível determinada

$$\text{11.3. } 2(x-2) = 4(x-1) - 2x \Leftrightarrow 2x - 4 = 4x - 4 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4x + 2x = -4 + 4$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0$$

$$\text{C.S.} = \mathbb{R}$$

Equação possível indeterminada

$$\text{11.4. } 4 - \frac{2x-1}{3} = 10 \Leftrightarrow 12 - 2x + 1 = 30$$

$$\Leftrightarrow -2x = 30 - 12 - 1$$

$$\Leftrightarrow -2x = 17$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{17}{2}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{17}{2}\right\}$$

Equação possível determinada

$$\text{11.5. } 2(3-x) - \frac{x}{3} = \frac{x-3}{2} \Leftrightarrow 6 - 2x - \frac{x}{3} = \frac{x-3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 36 - 12x - 2x = 3x - 9$$

$$\Leftrightarrow -12x - 2x - 3x = -9 - 36$$

$$\Leftrightarrow -17x = -45$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{45}{17}$$

$$\text{C.S.} = \left\{\frac{45}{17}\right\}$$

Equação possível determinada

$$\text{11.6. } 1 - \frac{x-1}{4} = \frac{3(x+1)}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{1} - \frac{x-1}{4} = \frac{3x+3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4 - x + 1 = 6x + 6$$

$$\Leftrightarrow -x - 6x = 6 - 4 - 1$$

$$\Leftrightarrow -7x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{7}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{1}{7}\right\}$$

Equação possível determinada

$$\text{12. } A_{\text{trapézio}} = \frac{B+b}{2} \times h$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{x+4x-2}{2} \times 8 = \frac{5x-2}{2} \times 8 = \frac{40x-16}{2} = 20x-8$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{(3x+1) \times 8}{2} = \frac{24x+8}{2} = 12x+4$$

Como os dois polígonos têm a mesma área, basta igualar as duas expressões  $20x - 8 = 12x + 4$ . Resolvendo a equação em ordem a  $x$ , obtemos:

$$20x - 12x = 4 + 8 \Leftrightarrow 8x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{8}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1,5$$

$$\text{C.S.} = \{1,5\}$$

Assim,  $x = 1,5$  cm.

13. A opção [A] não é correta, porque

$$4 \times (-5) - 5 = 5(2 \times (-5) - 13) \Leftrightarrow -20 - 5 = 5(-10 - 13) \\ \Leftrightarrow -25 = 5 \times (-23) \text{ (Falso)}$$

As equações são equivalentes se tiverem o mesmo conjunto-solução.

Resolvendo as duas equações, tem-se:

$$\bullet 4x - 5 = 5(2x - 13) \Leftrightarrow 4x - 5 = 10x - 65 \\ \Leftrightarrow 4x - 10x = -65 + 5 \\ \Leftrightarrow -6x = -60 \\ \Leftrightarrow x = \frac{-60}{-6} \\ \Leftrightarrow x = 10$$

$$\text{C.S.} = \{10\}$$

$$\bullet \frac{2(x+2)}{3} = 8 \Leftrightarrow \frac{2x+4}{3} = \frac{8}{1} \quad (\times 3) \\ \Leftrightarrow 2x+4 = 24 \\ \Leftrightarrow 2x = 24-4 \\ \Leftrightarrow 2x = 20 \\ \Leftrightarrow x = \frac{20}{2} \\ \Leftrightarrow x = 10$$

$$\text{C.S.} = \{10\}$$

Logo, as equações são equivalentes.

A opção [C] não é a correta, porque a equação é possível determinada, C.S. = {10}

A opção [D] não é a correta, porque a equação é possível determinada, C.S. = {10}

A opção correta é a [B].

14. Seja  $x$  a herança deixada à Teresa.

Assim,  $x + 50\,000$  representa a herança deixada à Ana.

$$x + x + 50\,000 = 200\,000 \Leftrightarrow 2x = 200\,000 - 50\,000 \\ \Leftrightarrow 2x = 150\,000 \\ \Leftrightarrow x = \frac{150\,000}{2} \\ \Leftrightarrow x = 75\,000$$

Logo,  $x + 50\,000 = 75\,000 + 50\,000 = 125\,000$

A Ana recebeu de herança 125 000 €.

15. Seja  $x$  o dinheiro que a Leonor recebeu do avô.

Então,  $\frac{x}{4}$  representa a parte que a Leonor gastou numa mochila e  $\frac{x}{3}$  representa a parte que gastou num tablet.

Como sobraram 100 €, temos:

$$x = \frac{x}{4} + \frac{x}{3} + 100 \Leftrightarrow 12x = 3x + 4x + 1200 \quad (\times 12) \\ (\times 3) \quad (\times 4) \quad (\times 12) \Leftrightarrow 12x - 3x - 4x = 1200 \\ \Leftrightarrow 5x = 1200$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1200}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 240$$

$$\text{C.S.} = \{240\}$$

A Leonor recebeu 240 € do seu avô.

16. Como  $A = \frac{b \times h}{2}$  e a área é igual a 40 cm<sup>2</sup>, então

$$40 = \frac{8 \times h}{2} \Leftrightarrow \frac{8h}{2} = 40 \Leftrightarrow 8h = 80 \\ \Leftrightarrow h = \frac{80}{8} \\ \Leftrightarrow h = 10 \text{ cm}$$

A altura do triângulo relativamente a esse lado é 10 cm.

17. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, então:

$$4x + 50 + 6x + x + 20 = 180 \\ \Leftrightarrow 4x + 6x + x = 180 - 50 - 20 \\ \Leftrightarrow 11x = 110 \\ \Leftrightarrow x = \frac{110}{11} \\ \Leftrightarrow x = 10$$

$$\text{C.S.} = \{10\}$$

Como  $x = 10$ , então:

$$\bullet 4x + 50 = 4 \times 10 + 50 = 90 \\ \bullet 6x = 6 \times 10 = 60 \\ \bullet x + 20 = 10 + 20 = 30$$

Assim,  $\hat{ACB} = 90^\circ$ ,  $\hat{CBA} = 30^\circ$  e  $\hat{BAC} = 60^\circ$ .

O triângulo [ABC] é retângulo, porque um dos ângulos internos tem amplitude 90°.

18. Nos primeiros autocarros seguiam  $x$  alunos e no terceiro seguiam  $(x + 2)$  alunos. Como no total seguiam 146 alunos, então:

$$x + x + x + 2 = 146 \Leftrightarrow 3x = 146 - 2 \Leftrightarrow x = \frac{144}{3} \\ \Leftrightarrow x = 48$$

$$\text{C.S.} = \{48\}$$

$$x + 2 = 48 + 2 = 50$$

O autocarro mais cheio transportou 50 alunos.

$$19. 2(x - 3) + 1 = k - 5x$$

$$19.1. k = -2:$$

$$2(x - 3) + 1 = -2 - 5x \Leftrightarrow 2x - 6 + 1 = -2 - 5x \\ \Leftrightarrow 2x + 5x = -2 + 6 - 1 \\ \Leftrightarrow 7x = 3 \\ \Leftrightarrow x = \frac{3}{7}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{3}{7} \right\}$$

## Propostas de Resolução

19.2.  $x = 5$ :

$$\begin{aligned} 2(5 - 3) + 1 &= k - 5 \times 5 \Leftrightarrow 2 \times 2 + 1 = k - 25 \\ &\Leftrightarrow -k = -25 - 4 - 1 \\ &\Leftrightarrow -k = -30 \\ &\Leftrightarrow k = 30 \end{aligned}$$

20. Seja  $x$  o valor do aluguer de uma loja. Assim,  $x + 0,2x$  representa o aluguer da loja mais cara. Logo:

$$\begin{aligned} x + x + 0,2x &= 35\,200 \Leftrightarrow 2,2x = 35\,200 \\ &\Leftrightarrow \frac{22}{10}x = 35\,200 \\ &\Leftrightarrow 22x = 352\,000 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{352\,000}{22} \\ &\Leftrightarrow x = 16\,000 \end{aligned}$$

C.S. = {16 000}

$x = 16\,000 \text{ €}$

$x + 0,2x = 19\,200 \text{ €}$

A renda mensal de cada uma das lojas é 16 000 € e 19 200 €.

21.  $d = 100 \text{ cm}$

Se um dos quadrados tem mais 20 cm de perímetro,  $x + x + 20 = 100 \Leftrightarrow 2x = 100 - 20 \Leftrightarrow 2x = 80$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow x = \frac{80}{2} \\ &\Leftrightarrow x = 40 \end{aligned}$$

C.S. = {40}

Assim,  $x = 40 \text{ cm}$  e  $x + 20 = 60 \text{ cm}$ .

O fio de 100 cm foi dividido em dois fios com 40 cm e 60 cm.

22. Seja  $x$  o valor que o Pedro doou a instituições de caridade.

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 1000 &= x \Leftrightarrow 3x + 2x + 6000 = 6x \\ (\times 3) \quad (\times 2) \quad (\times 6) \quad (\times 6) & \\ &\Leftrightarrow 3x + 2x - 6x = -6000 \\ &\Leftrightarrow -x = -6000 \\ &\Leftrightarrow x = 6000 \end{aligned}$$

C.S. = {6000}

Seja  $y$  o valor que o Pedro recebeu.

Como pagou 23% de imposto,  $y - 0,23y = 6000$ .

Assim,  $0,77y = 6000 \Leftrightarrow y \approx 7792,21$

O Pedro recebeu da venda dos relógios 7792,21 €.

23.

	Idade atual	Idade daqui a $x$ anos
Filipa	18	$18 + x$
Ana	7	$7 + x$

$$\begin{aligned} 18 + x &= 2 \times (7 + x) \Leftrightarrow 18 + x = 14 + 2x \\ &\Leftrightarrow x - 2x = 14 - 18 \\ &\Leftrightarrow -x = -4 \\ &\Leftrightarrow x = 4 \end{aligned}$$

C.S. = {4}

Daqui a quatro anos a Filipa terá o dobro da idade da Ana.

24.  $42 + x$  – idade da mãe daqui a  $x$  anos

$13 + x$  – idade do João daqui a  $x$  anos

$15 + x$  – idade da Joana daqui a  $x$  anos

Traduzindo o problema por uma equação, temos:

$$\begin{aligned} 42 + x &= (13 + x) + (15 + x) \Leftrightarrow x - x - x = 13 + 15 - 42 \\ &\Leftrightarrow -x = -14 \\ &\Leftrightarrow x = 14 \end{aligned}$$

C.S. = {14}

Daqui a 14 anos a idade da mãe será igual à soma das idades dos filhos.

25.

$$\begin{aligned} 25.1. \quad 4x - 6 &= 4x - k \Leftrightarrow 4x - 4x - 6 = -k \\ &\Leftrightarrow -6 = -k \\ &\Leftrightarrow 6 = k \end{aligned}$$

Por exemplo, se  $k = 2$  a equação é impossível ( $6 \neq 2$ ).

25.2.  $k = 6$ , pois:

$$4x - 6 = 4x - 6 \Leftrightarrow 0x = 0$$

25.3. A afirmação é verdadeira, porque os termos com incógnita anulam-se.

26. A média dos três números é dada pela expressão:

$$\begin{aligned} \frac{(x + 9) + (7x - 3) + 2x}{3} &= \frac{x + 7x + 2x + 9 - 3}{3} = \\ &= \frac{10x + 6}{3} \end{aligned}$$

Como a média é igual a  $4x$ , então:

$$\begin{aligned} \frac{10x + 6}{3} &= 4x \Leftrightarrow 10x + 6 = 12x \\ (\times 3) & \\ &\Leftrightarrow 10x - 12x = -6 \\ &\Leftrightarrow -2x = -6 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{-6}{-2} \\ &\Leftrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

C.S. = {3}

$$\bullet x + 9 = 3 + 9 = 12$$

$$\bullet 7x - 3 = 7 \times 3 - 3 = 18$$

$$\bullet 2x = 2 \times 3 = 6$$

Os números são 6, 12 e 18.

**27.** Sejam  $x$ ,  $x + 1$  e  $x + 2$  três números inteiros consecutivos.

$$\begin{aligned}x + x + 1 + x + 2 &= 2(x + 2) - 6 \Leftrightarrow 3x + 3 = 2x + 4 - 6 \\&\Leftrightarrow 3x - 2x = 4 - 6 - 3 \\&\Leftrightarrow x = -5\end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-5\}$$

$$x = -5; x + 1 = -4 \text{ e } x + 2 = -3.$$

Os números são  $-5$ ,  $-4$  e  $-3$ .

**28.** Seja  $x$  o valor que cada um recebeu. Assim,  $\frac{6}{7}x$  é o valor que o João gastou e  $\frac{1}{8}x$  é o valor com que o Filipe ficou.

Como o João gastou  $\frac{6}{7}x$ , então ficou  $\frac{1}{7}x$ .

$$\begin{aligned}\frac{1}{8}x + 1 &= \frac{1}{7}x \Leftrightarrow 7x + 56 = 8x \\(\times 7) \quad (\times 56) \quad (\times 8) & \\&\Leftrightarrow 7x - 8x = -56 \\&\Leftrightarrow x = 56\end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{56\}$$

O avô deu a cada um dos netos 56 €.

**Monômios. Polinômios. Casos notáveis da multiplicação. Equações de 2º grau**  
**Rever + Praticar** – páginas 38 a 44

**1.**

**1.1. Monômio A:** coeficiente:  $-12$ ; parte literal:  $x^3$

**Monômio B:** coeficiente:  $4$ ; parte literal:  $x^2y^3$

**1.2. Monômio A:** grau 3

**Monômio B:** grau 5

**1.3.** Dois monômios dizem-se semelhantes quando têm a mesma parte literal. Assim, por exemplo,  $7x^3$  é um monômio semelhante a A.

**1.4.** O monômio  $-4x^2y^3$ , já que  $-4x^2y^3 + 4x^2y^3 = 0$ , pois têm os coeficientes simétricos e a mesma parte literal.

**2.**

**2.1. Monômio A:** coeficiente:  $3a$ ; parte literal:  $x^2$

**Monômio B:** coeficiente:  $-4$ ; parte literal:  $y$

$$\mathbf{2.2.} \quad 3ax^2 \times (-4y) = -12ayx^2$$

Este monômio tem grau  $3(1 + 2)$ .

**3.**

**3.1.** Sabemos que a largura do retângulo é  $x$  e o comprimento é  $2x$ . Assim, o perímetro é dado por:  
 $P = 2x + 2x + x + x = 4x + 2x = 6x$

**3.2.** A área do retângulo é dada por:

$$A = c \times \ell = 2x \times x = 2x^2$$

**4.**

$$\mathbf{4.1.} \quad p(x) = 2x^3 - x^2 + 5 + 4x^2 = 2x^3 + 3x^2 + 5$$

$$q(x) = -3x^4 + 2x^2 + 4x + 3x^4 = 2x^2 + 4x$$

**4.2. Polinômio p:** grau 3; termo independente: 5

**Polinômio q:** grau 2

**5.** Seja  $P$  o polinômio que representa a área do triângulo. Então:

$$\begin{aligned}P(x) &= \frac{5x \times (3x + 2)}{2} = \frac{15x^2 + 10x}{2} = \\&= \frac{15}{2}x^2 + 5x\end{aligned}$$

**6.**

$$\begin{aligned}\mathbf{6.1.} \quad A + B &= 3x^3 + 4x^2 - 6 + (2x^3 - 3x) = \\&= 3x^3 + 4x^2 - 6 + 2x^3 - 3x = \\&= 5x^3 + 4x^2 - 3x - 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{6.2.} \quad A - 2B &= 3x^3 + 4x^2 - 6 - 2(2x^3 - 3x) = \\&= 3x^3 + 4x^2 - 6 - 4x^3 + 6x = \\&= -x^3 + 4x^2 + 6x - 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{6.3.} \quad A \times B &= (3x^3 + 4x^2 - 6) \times (2x^3 - 3x) = \\&= 6x^6 - 9x^4 + 8x^5 - 12x^3 - 12x^3 + 18x = \\&= 6x^6 + 8x^5 - 9x^4 - 24x^3 + 18x\end{aligned}$$

**7.**

**7.1. Simétrico do polinômio A:**  $-4x - 12$

**Simétrico do polinômio B:**  $-3x^2 + 6x - 4$

**Simétrico do polinômio C:**  $-2x + 3x^2 - 5$

$$\mathbf{7.2. a)} \quad 2A = 2 \times (4x + 12) = 8x + 24$$

$$\begin{aligned}\mathbf{b)} \quad -(B + C) &= -(3x^2 - 6x + 4 + 2x - 3x^2 + 5) = \\&= -(-4x + 9) = \\&= 4x - 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{c)} \quad A \times B &= (4x + 12) \times (3x^2 - 6x + 4) = \\&= 12x^3 - 24x^2 + 16x + 36x^2 - 72x + 48 = \\&= 12x^3 + 12x^2 - 56x + 48\end{aligned}$$

**7.3.** A afirmação é falsa. Por exemplo, considerando os polinômios  $3x^3 + 2x^2 + 5$  e  $-3x^3 + 3x$ , cujo grau de ambos é 3, a sua soma  $3x^3 + 2x^2 + 5 - 3x^3 + 3x = 2x^2 + 3x + 5$  é um polinômio de grau 2, ou seja, basta que os termos de grau  $n$  sejam simétricos.

**8.**

$$\mathbf{8.1.} \quad (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$\mathbf{8.2.} \quad (x - 3) \times (x + 3) = x^2 - 9$$

$$\mathbf{8.3.} \quad (2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$

$$\mathbf{8.4.} \quad (2x + 1) \times (2x - 1) = 4x^2 - 1$$



## Propostas de Resolução

9.

$$9.1. 2x - 3x^2 = x(2 - 3x)$$

$$9.2. 2(x - 7) + x(x - 7) = (x - 7)(2 + x)$$

$$9.3. x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$$

$$9.4. 25 - 9x^2 = (5 - 3x)(5 + 3x)$$

$$10. x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$$

Sabemos que  $\ell \times \ell = A$ , em que  $\ell$  representa o comprimento do lado do quadrado e  $A$  representa a sua área. A expressão que representa o comprimento dos lados desse quadrado é  $x - 4$ .

11.

$$11.1. 3x^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 48$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{48}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 4$$

$$\text{C.S.} = \{-4, 4\}$$

$$11.2. x^2 - 2 = 12x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 12x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 12) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 12$$

$$\text{C.S.} = \{0, 12\}$$

$$11.3. (x + 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

$$\text{C.S.} = \{-4\}$$

$$11.4. x^2 - 4x - 6 = 2(x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 6 = 2x - 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 2x - 6 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 6$$

$$\text{C.S.} = \{0, 6\}$$

$$11.5. x^2 - 10x + 25 = -3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 28 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -10$  e  $c = 28$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 1 \times 28}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 112}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{-12}}{2}$$

equação impossível

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

12. A área do triângulo é dada por:

$$A = \frac{(70 - 2x) \times (35 + x)}{2}$$

Como sabemos que a área é 1200, temos que:

$$1200 = \frac{(70 - 2x) \times (35 + x)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2400 = 2450 + 70x - 70x - 2x^2$$

$$\Leftrightarrow -50 = -2x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 5$$

Como se trata de uma medida, temos que  $x = 5$  e  $5 \times 5 = 25$  e  $70 - 2 \times 5 = 60$ .

Assim, o perímetro do triângulo é:

$$P = 25 + 25 + 60 = 110 \text{ u.c.}$$

13.

$$13.1. 2x^2 - 20x + 50 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 2$ ,  $b = -20$  e  $c = 50$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 4 \times 2 \times 50}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 400}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$\text{C.S.} = \{5\}$$

$$13.2. x^2 - 4x = 12 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -4$  e  $c = -12$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{2} \vee x = -\frac{4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 6\}$$

$$13.3. x^2 - 6x + 13 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -6$  e  $c = 13$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 1 \times 13}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 52}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{-16}}{2}$$

equação impossível

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

**13.4.**  $3(x-2)^2 - 2(x^2 - 4) = 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 4x + 4) - 2x^2 + 8 = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 12 - 2x^2 + 8 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 20 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -12$  e  $c = 20$ , tem-se:

$\Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \times 1 \times 20}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{64}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{12 \pm 8}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{20}{2} \vee x = \frac{4}{2}$

$\Leftrightarrow x = 10 \vee x = 2$

C.S. =  $\{2, 10\}$

**14.**

**14.1.** A equação tem uma solução se  $\Delta = 0$ .

$\Delta = 0 \Leftrightarrow 36 - 4 \times 3 \times (2 - k) = 0$

$\Leftrightarrow 36 - 24 + 12k = 0$

$\Leftrightarrow 12 + 12k = 0$

$\Leftrightarrow 12k = -12$

$\Leftrightarrow k = -\frac{12}{12}$

$\Leftrightarrow k = -1$

**14.2.**  $3x^2 - 6x + 3 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 3$ ,  $b = -6$  e  $c = 3$ , tem-se:

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 3 \times 3}}{6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{6}$

$\Leftrightarrow x = 1$

C.S. =  $\{1\}$

**Praticar +** – páginas 45 a 53

**1.**

**1.1.** Parte numérica: 13

Parte literal:  $y^3$

Grau: 3

**1.2.** Parte numérica: 12

Parte literal: não tem

Grau: 0

**1.3.** Parte numérica:  $17k^7$

Parte literal:  $x^2$

Grau: 2

**1.4.** Parte numérica:  $\frac{7a^5}{3}$

Parte literal:  $b^7$

Grau: 7

**2.**

**2.1.**  $A = 5b \times 5b = 25b^2$

**2.2.**  $A = x^2y \times 2x^2y = 2x^4y^2$

**2.3.**  $A = \frac{5t \times 2t^2y}{2} = 5t^3y$

**3.**

**3.1. a)**  $A + 2B =$

$= 6x^3 - 3x + 2(-3x^3 + 2x^2 - 3x + 1) =$

$= 6x^3 - 3x - 6x^3 + 4x^2 - 6x + 2 =$

$= 4x^2 - 9x + 2$

**b)**  $B - 2C =$

$= -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 - 2(-x^2 + 2x) =$

$= -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 + 2x^2 - 4x =$

$= -3x^3 + 4x^2 - 7x + 1$

**c)**  $-B + A =$

$= -(-3x^3 + 2x^2 - 3x + 1) + 6x^3 - 3x =$

$= 3x^3 - 2x^2 + 3x - 1 + 6x^3 - 3x =$

$= 9x^3 - 2x^2 - 1$

**3.2.** O simétrico de  $B$  é:

$-B = 3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

**3.3.** Se  $x = -2$ :

$B = -3 \times (-2)^3 + 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 1 =$

$= -3 \times (-8) + 2 \times 4 + 6 + 1 =$

$= 24 + 8 + 6 + 1 =$

$= 39$

**4.**

**4.1.**  $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

**4.2.**  $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

**4.3.**  $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$

**4.4.**  $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

**4.5.**  $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

**4.6.**  $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

**4.7.**  $(x+10)^2 = x^2 + 20x + 100$

**4.8.**  $(x-7)^2 = x^2 - 14x + 49$

**5.**

**5.1.**  $x^2 - 1$

**5.2.**  $x^2 - 4$

**5.3.**  $x^2 - 25$

**5.4.**  $x^2 - 36$

**5.5.**  $x^2 - 100$

**5.6.**  $x^2 - 121$

## Propostas de Resolução

6.

6.1.  $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$

6.2.  $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$

6.3.  $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 36$

6.4.  $(2x - 7)(2x + 7) = 4x^2 - 49$

7.

7.1.  $10x - 5 = 2 \times 5 \times x - 5 = 5(2x - 1)$

7.2.  $x^2 - 12x = x \times x - 12 \times x = x(x - 12)$

7.3.  $y^3 - 7y = y \times y^2 - y \times 7 = y(y^2 - 7)$

7.4.  $t^4 - t^5 = t^4 - t \times t^4 = t^4(1 - t)$

7.5.  $80abc - 7ab = ab(80c - 7)$

7.6.  $5(x - 1) - x(x - 1) = (x - 1)(5 - x)$

8.

8.1.  $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

8.2.  $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2 = (x - 5)(x - 5)$

8.3.  $a^2 - 36 = (a - 6)(a + 6)$

8.4.  $100 - x^2 = (10 - x)(10 + x)$

8.5.  $t^2 + 6t + 9 = (t + 3)^2 = (t + 3)(t + 3)$

8.6.  $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2 = (2x + 1)(2x + 1)$

9.

9.1.  $2(x - 3) = x^2 \Leftrightarrow 2x - 6 - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + 2x - 6 = 0$

9.2.  $(x - 5)^2 - 3x = -3 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 - 3x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 13x + 28 = 0$

9.3.  $2\left(\frac{x}{3} - 2\right)\left(\frac{x}{3} + 2\right) = -1 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2}{9} - 4\right) + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{9}x^2 - 8 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{9}x^2 - 7 = 0$

( $\times 9$ )

$\Leftrightarrow 2x^2 - 63 = 0$

10.

10.1.  $(x - 1)(x - 5) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0)$ , tem-se:

$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \vee x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 5$

C.S. =  $\{1, 5\}$

10.2.  $\left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{5} - 1\right)$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0)$ , tem-se:

$\Leftrightarrow \frac{x}{2} - 3 = 0 \vee \frac{x}{5} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 3 \vee \frac{x}{5} = 1$

$\Leftrightarrow x = 6 \vee x = 5$

C.S. =  $\{5, 6\}$

10.3.  $-(-5 - x)\left(\frac{x}{3} + 3\right) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0)$ , tem-se:

$\Leftrightarrow 5 + x = 0 \vee \frac{x}{3} + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = -5 \vee \frac{x}{3} = -3$

$\Leftrightarrow x = -5 \vee x = -9$

C.S. =  $\{-9, -5\}$

11.

11.1. Substituindo  $x$  por 0, obtém-se:

$2 \times 0^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow -32 = 0$  (F)

Assim, concluímos que 0 não é solução da equação.

11.2.  $2x^2 - 32 = 2(x^2 - 16) = 2(x - 4)(x + 4) =$   
 $= (2x - 8)(x + 4)$

11.3.  $2x^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 16) = 0$   
 $\Leftrightarrow 2(x - 4)(x + 4) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0)$ , tem-se:

$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \vee x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -4$

C.S. =  $\{-4, 4\}$

12.  $A_{\square} = b \times h$  e  $A_{\square} = \ell^2$

Logo,  $A_{\square} = (x - y)(x + 2y)$  e  $A_{\square} = x^2$ . Então:

$A_{\text{azul}} = (x - y)(x + 2y) - x^2 =$   
 $= x^2 + 2xy - yx - 2y^2 - x^2 =$   
 $= xy - 2y^2$

13. [A]  $-4(x - 7) = 0 \Leftrightarrow -4x + 28 = 0$

Equação de 1.º grau.

[B]  $3(x^2 - 4x) = 2 + 3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x - 2 - 3x^2 = 0$   
 $\Leftrightarrow -12x - 2 = 0$

Equação de 1.º grau.

[C]  $4^2 + 16 = 32$

Não é uma equação.

[D]  $x(x - 4) = 7 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 7 = 0$

Equação de 2.º grau.

Logo, a opção correta é a [D].

14.  $x^2 - 4x + 8 = (x^2 - 4x) + 8 =$   
 $= (x^2 - 4x + 4) + 8 - 4 =$   
 $= (x - 2)^2 + 4$

$$\begin{aligned} 15. (-x + 5)^2 &= (-x)^2 + 2 \times (-x) \times 5 + 5^2 = \\ &= x^2 - 10x + 25 = \\ &= (x - 5)^2 \end{aligned}$$

Logo, a opção correta é a [D].

$$16. [A] (-2)^2 + (-2) - 1 = 0 \Leftrightarrow 4 - 2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 = 0 \text{ (F)}$$

-2 não é solução da equação  $x^2 + x - 1 = 0$ .

$$[B] (-2)^2 - 3 \times (-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow 4 + 6 + 2 = 0 \text{ (F)}$$

-2 não é solução da equação  $x^2 - 3x + 2 = 0$ .

$$[C] (-2 + 2)(-2 - 1) = 0 \Leftrightarrow 0 \times (-3) = 0 \text{ (V)}$$

-2 é solução da equação  $(x + 2)(x - 1) = 0$ .

$$(1 + 2)(1 - 1) = 0 \Leftrightarrow 3 \times 0 = 0 \text{ (V)}$$

1 é solução da equação  $(x + 2)(x - 1) = 0$

$\{-2, 1\}$  é o conjunto-solução da equação.

$$[D] (-2 - 2)(-2 + 1) = 0 \Leftrightarrow -4 \times (-1) = 0 \text{ (F)}$$

-2 não é solução da equação  $(x - 2)(x + 1) = 0$

Logo, a opção correta é a [C].

17.

$$17.1. x^2 + 4x + 3 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = 4$  e  $c = 3$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 - 2}{2} \vee x = \frac{-4 + 2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{2} \vee x = -\frac{2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1$$

$$\text{C.S.} = \{-3, -1\}$$

$$17.2. 2k^2 - 50 = 0 \Leftrightarrow 2k^2 = 50$$

$$\Leftrightarrow k^2 = \frac{50}{2}$$

$$\Leftrightarrow k^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow k = \pm 5$$

$$\text{C.S.} = \{-5, 5\}$$

$$17.3. (3t + 1)(2t - 1) = 0$$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0)$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow 3t + 1 = 0 \vee 2t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3t = -1 \vee 2t = 1$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{3} \vee t = \frac{1}{2}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$$

$$17.4. x^2 - 9x = 0$$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0)$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x(x - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 9$$

$$\text{C.S.} = \{0, 9\}$$

$$17.5. 2x^2 + 5x - 7 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 2$ ,  $b = 5$  e  $c = -7$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-7)}}{2 \times 2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 - 9}{4} \vee x = \frac{-5 + 9}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{14}{4} \vee x = \frac{4}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \vee x = 1$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{7}{2}, 1\right\}$$

$$17.6. x(x - 1) = 6 - 2x - 4x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 + 2x + 4x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + x - 6 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 5$ ,  $b = 1$  e  $c = -6$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 5 \times (-6)}}{2 \times 5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 11}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{10} \vee x = \frac{10}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{5} \vee x = 1$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{6}{5}, 1\right\}$$

## Propostas de Resolução

**18.** Para determinar o número de soluções de uma equação de 2.º grau, é necessário verificar o sinal do binómio discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$ .

**18.1.**  $x^2 + 4x + 12 = 0$ ,  $a = 1$ ,  $b = 4$  e  $c = 12$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16 - 48 = -32$$

Como  $\Delta < 0$ , então a equação  $x^2 + 4x + 12 = 0$  é impossível, logo não tem soluções.

**18.2.**  $2x^2 - 3x - 8 = 0$ ,  $a = 2$ ,  $b = -3$  e  $c = -8$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-8) = 9 + 64 = 73$$

Como  $\Delta > 0$ , então a equação é possível e tem duas soluções distintas.

**19.** Duas equações são equivalentes se tiverem o mesmo conjunto-solução.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -1$  e  $c = -6$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 - 5}{2} \vee x = \frac{1 + 5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{2} \vee x = \frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 3\}$$

**[A]**  $x^2 + x - 6 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = 1$  e  $c = -6$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{2} \vee x = \frac{4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{-3, 2\}$$

A equação  $x^2 + x - 6 = 0$  não é equivalente à equação dada.

**[B]**  $x^2 - x + 6 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -1$  e  $c = 6$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 24}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{-23}}{2}$$

equação impossível

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

A equação  $x^2 - x + 6 = 0$  não é equivalente à equação dada.

**[C]**  $7(x - 3)(x + 2) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

( $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$ ), tem-se:

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \vee x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 3\}$$

A equação  $7(x - 3)(x + 2) = 0$  é equivalente à equação dada.

**[D]**  $2(x + 3)(x - 2) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

( $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$ ), tem-se:

$$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \vee x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{-3, 2\}$$

A equação  $2(x + 3)(x - 2) = 0$  não é equivalente à equação dada.

Logo, a opção correta é a **[C]**.

**20.** Verificar se 4 é solução, é substituir na equação o  $x$  por 4:

$$2 \times 4^2 - 7 \times 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \times 16 - 28 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 7 = 0 \text{ (F)}$$

Logo, 4 não é solução da equação  $2x^2 - 7x + 3 = 0$ .

**21.**  $x^2 - 6x + k = 0$

**21.1.** Se  $k = 0$ :

$$x^2 - 6x = 0$$

Aplicando a lei do anulamento do produto

( $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$ ), tem-se:

$$\Leftrightarrow x(x - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 6$$

$$\text{C.S.} = \{0, 6\}$$

**21.2.** Se  $x = 5$ :

$$5^2 - 6 \times 5 + k = 0 \Leftrightarrow 25 - 30 + k = 0 \\ \Leftrightarrow k = 5$$

C.S. =  $\{5\}$

Substituindo  $k$  por 5, tem-se:

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -6$  e  $c = 5$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \vee x = \frac{10}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 5$$

C.S. =  $\{1, 5\}$

A outra solução é 1.

**22.** A área do retângulo é dada por  $A = b \times h$  ou seja,  $A = (2x - 23) \times (x + 6)$ .

A área do quadrado é dada por  $A = \ell^2$ , ou seja,  $A = (x - 4)^2$ .

Como os dois polígonos têm a mesma área, igualamos as duas expressões:

$$(2x - 23)(x + 6) = (x - 4)^2$$

Resolvendo a equação, obtemos:

$$2x^2 + 12x - 23x - 138 = x^2 - 8x + 16$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x^2 + 12x - 23x + 8x - 138 - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 154 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -3$  e  $c = -154$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-154)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 616}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{625}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 - 25}{2} \vee x = \frac{3 + 25}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{2} \vee x = \frac{28}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -11 \vee x = 14$$

Como  $2x - 23 > 0$ , então  $x > \frac{23}{2}$ .

Logo,  $x = 14$ .

Assim,  $x = 14$ .

**23.** A equação que traduz o problema é:

$$2 \times (x^2 + 5) = 18$$

Resolvendo a equação, temos:

$$2(x^2 + 5) = 18 \Leftrightarrow 2x^2 + 10 = 18$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 18 - 10$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x \pm \sqrt{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$$

C.S. =  $\{-2, 2\}$

Existem dois números nestas condições,  $-2$  e  $2$ .

**24.**  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Como  $a + b = 3$ , então  $(a + b)^2 = 3^2 = 9$ .

**25.** Sejam  $\ell$  a largura do terreno e  $c$  o comprimento do terreno.

$$\ell = c - 160 \text{ e } A = 8000.$$

Então:

$$\begin{cases} \ell = c - 160 \\ c \times \ell = 8000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ c(c - 160) = 8000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ c^2 - 160c - 8000 = 0 \end{cases}$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -160$  e  $c = -8000$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ c = \frac{160 \pm \sqrt{(160)^2 - 4 \times 1 \times (-8000)}}{2 \times 1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ c = \frac{160 \pm \sqrt{25\,600 + 32\,000}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ c = \frac{160 \pm \sqrt{57\,600}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ c = \frac{160 \pm 240}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ c = -40 \vee c = 200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ell = 200 - 160 \\ c = 200, c > 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ell = 40 \\ c = 200 \end{cases}$$

C.S. =  $\{(200, 40)\}$

O terreno tem 40 metros de largura e 200 metros de comprimento.

## Propostas de Resolução

**26.** Recorrendo ao sistema:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = 3y \\ x \times y = 48 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3y \times y = 48 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y^2 = 16 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = -\sqrt{16} \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} \text{---} \\ y = \sqrt{16} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \times (-4) \\ y = -4 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x = 3 \times 4 \\ y = 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -4 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{(-12, -4), (12, 4)\}$$

Como os números são positivos, então são 12 e 4.

**27.**  $? \times 4kw^2 = 16^2k^2w^3$ , ou seja,  $\frac{16k^2w^3}{4kw^2} = 4kw$ .

**28.**

**28.1.** Monómios semelhantes são monómios com a mesma parte literal.

Por exemplo,  $-3a^2b^3$  e  $\frac{4}{5}a^2b^3$ .

**28.2.** Se  $a = -1$  e  $b = 2$ :

$$3 \times (-1)^2 \times 2^3 = 3 \times 8 = 24$$

**29.**

$$\begin{aligned} \textbf{29.1.} \quad &2 + (2x - 6)(2x + 6) - (x - 3)^2 = \\ &= 2 + 4x^2 - 36 - (x^2 - 6x + 9) = \\ &= 2 + 4x^2 - 36 - x^2 + 6x - 9 = \\ &= 3x^2 + 6x - 43 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textbf{29.2.} \quad &(-x + 1)^2 - 3(x - 1)(x + 1) = \\ &= x^2 - 2x + 1 - 3(x^2 - 1) = \\ &= x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 3 = \\ &= -2x^2 - 2x + 4 \end{aligned}$$

**30.** Consideremos, por exemplo, os polinómios

$$x^3 - 2x^2 + x + 3 \quad \text{e} \quad x^3 - 2x^2 + 4x - 1$$

A diferença entre eles é:

$$\begin{aligned} &x^3 - 2x^2 + x + 3 - (x^3 - 2x^2 + 4x - 1) = \\ &x^3 - 2x^2 + x + 3 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = \\ &= x^3 - x^3 - 2x^2 + 2x^2 + x - 4x + 3 + 1 = \\ &= -3x + 4 \end{aligned}$$

Ou seja, a diferença entre estes dois polinómios de grau 3 é um polinómio de 1º grau.

**Nota:** Basta que a parte numérica dos termos de grau 3 e de grau 2 seja igual nos dois polinómios.

**31.**  $P = \frac{b \times h}{2}$

Assim:

$$P = \frac{4x \times (2x + 5)}{2} = 2x(2x + 5) = 4x^2 + 10x$$

**32.**  $V_{\text{paralelepípedo}} = c \times \ell \times h$

Logo:

$$\begin{aligned} V_{\text{caixa}} &= (2x - 4) \times 2x \times x = (2x - 4) \times 2x^2 = \\ &= 4x^3 - 8x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textbf{33.} \quad A_{[ABCD]} &= \overline{BC} \times \overline{AB} = (x + 3 + x) \times (x + 2 + x + 2) = \\ &= (2x + 3)(2x + 4) = \\ &= 4x^2 + 8x + 6x + 12 = \\ &= 4x^2 + 14x + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{[BGFE]} &= \overline{BG} \times \overline{BE} = \\ &= (x + 3) \times (x + 2) = x^2 + 2x + 3x + 6 = \\ &= x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

Logo:

$$\begin{aligned} A_{\text{verde}} &= A_{[ABCD]} - A_{[BGFE]} = \\ &= 4x^2 + 14x + 12 - (x^2 + 5x + 6) = \\ &= 4x^2 + 14x + 12 - x^2 - 5x - 6 = \\ &= 4x^2 - x^2 + 14x - 5x + 12 - 6 = \\ &= 3x^2 + 9x + 6 \end{aligned}$$

**34.**

**34.1.** Como o polinómio não tem termo independente:

$$a^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow a = -2 \quad \vee \quad a = 2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 2\}$$

Para ser um polinómio de 3º grau,  $a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$ .

Assim,  $a = -2$ .

**34.2.** Para ser um polinómio de 2º grau,  $a - 2 = 0$

$\Leftrightarrow a = 2$ . Mas se  $a = 2$ , o polinómio não tem termo independente.

Impossível, não existe nenhum valor de  $a$  nas condições pedidas.

**35. [A]**  $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

[B]  $3x - 9x^2 = 3x(1 - 3x)$

[C]  $(x - 7)(x + 7) = x^2 - 49$

[D]  $2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x - 2)^2$

Logo, a opção correta é a [D].

$$\begin{aligned} \textbf{36.} \quad &3x^2 + 12x - 1 = (3x^2 + 12x) - 1 = \\ &= 3(x^2 + 4x) - 1 = \\ &= 3(x^2 + 4x + 4) - 1 - 12 = \\ &= 3(x + 2)^2 - 13 \end{aligned}$$

**37.** Como  $A_{\text{sombreado}} = A_{[ACEF]} - A_{[BCDG]}$ , então:

$$A_{[ACEF]} = x \times x = x^2 \text{ cm}^2$$

$$A_{[BCDG]} = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$$

$$A_{[ACEF]} - A_{[BCDG]} = x^2 - 100$$

Como a área da região a sombreado é igual a  $156 \text{ cm}^2$ , então:

$$x^2 - 100 = 156 \Leftrightarrow x^2 = 156 + 100$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 256$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{256}$$

$$\Leftrightarrow x = -16 \vee x = 16$$

Como  $x > 10$ , então  $x = 16$ .

**38.**

**38.1.** Por exemplo,  $4x^4 - 3x$  e  $3x^4 + 2x + 1$ .

**38.2.** Por exemplo,  $3x^4 + 3x^3 + x$  e  $3x^4 + 2x + 5$ .

**38.3.** Por exemplo,  $2x^4 + 3x^2 + 7$  e  $2x^4 + 3x^2 + 2x$ .

**39.**

**39.1. a)** Se  $t = 0$ , então:

$$h(0) = -(0 - 2)^2 + 10 \Leftrightarrow h(0) = -4 + 10$$

$$\Leftrightarrow h(0) = 6$$

A altura do projétil é 6 m.

**b)** Se  $t = 1$ , então:

$$h(1) = -(1 - 2)^2 + 10 \Leftrightarrow h(1) = -1 + 10$$

$$\Leftrightarrow h(1) = 9$$

A altura do projétil é 9 m.

**39.2.** O projétil atinge o solo quando  $h$  é zero, ou seja, quando  $h(t) = 0$ .

$$-(t - 2)^2 + 10 = 0 \Leftrightarrow -(t - 2)^2 = -10$$

$$\Leftrightarrow (t - 2)^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow t - 2 = -\sqrt{10} \vee t - 2 = \sqrt{10}$$

$$\Leftrightarrow t = -\sqrt{10} + 2 \vee t = \sqrt{10} + 2$$

$< 0$

Logo,  $t \approx 5,2$  s.

**40.**  $A = \frac{9}{2}$

Como a área é igual a  $\frac{b \times h}{2}$ , então:

$$\frac{(x - 4) \times (x + 4)}{2} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow (x - 4)(x + 4) = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 16 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)(x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \vee x = -5$$

C.S. =  $\{-5, 5\}$

Como  $x > 4$ , então  $x = 5$  cm.

O cateto maior mede 9 cm ( $x + 4 = 5 + 4 = 9$ ).

**41.** Como  $A = 900 \text{ cm}^2$ , então:

$$\overline{OA}^2 = 900 \Leftrightarrow (a - 30)^2 = 900$$

$$\Leftrightarrow (a - 30)^2 - 30^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 30 - 30)(a - 30 + 30) = 0$$

$$\Leftrightarrow a - 60 = 0 \vee a = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 60 \vee a = 0$$

$a > 30$  porque é a medida do lado do quadrado.

$$\Leftrightarrow a = 60$$

Assim,  $a = 60$  m.

**42.** Como  $x = -2 \vee x = 5$ , então:

$$x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 5) = 0$$

Simplificando a equação, temos:

$$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$$

**43.** Como a equação admite duas soluções distintas, então  $\Delta > 0$ , com  $a = 2$ ,  $b = 3$  e  $c = -k$ .

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-k) = 9 + 8k$$

Então:

$$9 + 8k > 0 \Leftrightarrow 8k > -9 \Leftrightarrow k > -\frac{9}{8}$$

$$k \in \left] -\frac{9}{8}, +\infty \right[$$

Por exemplo,  $k = 1$ .

**44.**

**44.1.**  $9x^2 + 16 = 24x \Leftrightarrow 9x^2 - 24x + 16 = 0$

$$\Leftrightarrow (3x - 4)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 4)(3x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$

**44.2.**  $21x^2 = 7x \Leftrightarrow 21x^2 - 7x = 0$

$$\Leftrightarrow 7x(3x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 7x = 0 \vee 3x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{3}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ 0, \frac{1}{3} \right\}$$

**44.3.**  $4x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow (2x - 6)(2x + 6) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x - 6 = 0 \vee 2x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 6 \vee 2x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{2} \vee x = -\frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$$

$$\text{C.S.} = \{-3, 3\}$$



## Propostas de Resolução

**44.4.**  $49 - 9x^2 = 0 \Leftrightarrow -9x^2 = -49$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{49}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{49}{9}}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{3} \vee x = \frac{7}{3}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{7}{3}, \frac{7}{3} \right\}$$

**45.** Seja  $x$  o comprimento do lado do quadrado menor e  $2x$  o comprimento do lado do quadrado maior. Assim:

$$(2x)^2 - x^2 = 27 \Leftrightarrow 4x^2 - x^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{27}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 3$$

$$\text{C.S.} = \{-3, 3\}$$

Como  $x > 0$ , então  $x = 3$  cm.

Logo, o quadrado maior tem 6 cm de lado ( $2 \times 3 = 6$ ), e o seu perímetro é igual a 24 cm ( $6 \times 4 = 24$ ).

**46.**

$$\begin{aligned} \text{46.1. } 2x^2 + 20x - 1 &= (2x^2 + 20) - 1 = \\ &= 2(x^2 + 10) - 1 = \\ &= 2(x^2 + 10x + 25) - 1 - 50 = \\ &= 2(x + 5)^2 - 51 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{46.2. } -x^2 - 4x - 20 &= (-x^2 - 4x) - 20 = \\ &= -(x^2 + 4x) - 20 = \\ &= -(x^2 + 4x + 4) - 20 + 4 = \\ &= -(x + 2)^2 - 16 \end{aligned}$$

**47.**  $(x - 2)(x + 2) + 16 = 7x + 2(x - 3)^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 + 16 = 7x + 2(x^2 - 6x + 9)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 + 16 = 7x + 2x^2 - 12x + 18$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 - 7x + 12x - 4 + 16 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 6 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = -1$ ,  $b = 5$  e  $c = -6$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-1) \times (-6)}}{2 \times (-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm 1}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{-2} \vee x = \frac{-4}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2, 3\}$$

**48.**

**48.1.**  $(x - 4)^2 = 25$

$$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{25} \vee x - 4 = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow x = -5 + 4 \vee x = 5 + 4$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 9$$

$$\text{C.S.} = \{-1, 9\}$$

**48.2.**  $x^2 + 8x - 9 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x = 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 9 + 16$$

$$\Leftrightarrow (x + 4)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x + 4 = -\sqrt{25} \vee x + 4 = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow x = -5 - 4 \vee x = 5 - 4$$

$$\Leftrightarrow x = -9 \vee x = 1$$

$$\text{C.S.} = \{-9, 1\}$$

**48.3.**  $x^2 = 4(x + 3)$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4x + 12$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 12$$

$$\Leftrightarrow x - 4x + 4 = 12 + 4$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{16} \vee x - 2 = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow x = -4 + 2 \vee x = 4 + 2$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 6$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 6\}$$

**48.4.**  $3x^2 - 30x + 75 = 0$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 - 10x) + 75 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 - 10x + 25) + 75 - 75 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$\text{C.S.} = \{5\}$$

**49.**

**49.1.**  $(x + 2)^2 = 3x \left( x + \frac{2}{3} \right)$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x^2 + 4x - 2x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = -2$ ,  $b = 2$  e  $c = 4$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-2) \times 4}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 6}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{-4} \vee x = \frac{-8}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{-1, 2\}$$

**49.2.**  $(x + 3)^2 + 2 = 2x^2 + x + 5$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + 2 - 2x^2 - x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 5x + 6 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = -1$ ,  $b = 5$  e  $c = 6$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-1) \times 6}}{2 \times (-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm 7}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12}{-2} \vee x = \frac{2}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -1$$

$$\text{C.S.} = \{-1, 6\}$$

**50.**

**50.1.** A equação tem uma solução dupla se  $\Delta = 0$ . Como  $\Delta = b^2 - 4ac$ , temos  $b^2 - 4ac = 0$ . Como  $a = 2$ ,  $b = -1$  e  $c = k$ , tem-se:

$$(-1)^2 - 4 \times 2 \times k = 0 \Leftrightarrow 1 - 8k = 0$$

$$\Leftrightarrow -8k = -1$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{8}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{1}{8} \right\}$$

Assim,  $k = \frac{1}{8}$ .

**50.2.** A equação admite duas soluções distintas se  $\Delta > 0$ , ou seja:

$$-8k + 1 > 0 \Leftrightarrow -8k > -1 \Leftrightarrow 8k < 1$$

$$\Leftrightarrow k < \frac{1}{8}$$

$$\text{C.S.} = \left] -\infty, \frac{1}{8} \right[$$

$$\text{Assim, } k \in \left] -\infty, \frac{1}{8} \right[.$$

**50.3.** A equação é impossível se  $\Delta < 0$ , ou seja:

$$-8k + 1 < 0 \Leftrightarrow -8k < -1 \Leftrightarrow k > \frac{1}{8}$$

$$\text{C.S.} = \left] \frac{1}{8}, +\infty \right[$$

$$\text{Assim, } k \in \left] \frac{1}{8}, +\infty \right[.$$

**50.4.** Se  $-5$  é solução da equação, então:

$$2 \times (-5)^2 - (-5) + k = 0 \Leftrightarrow 2 \times 25 + 5 + k = 0$$

$$\Leftrightarrow k = -55$$

$$\text{C.S.} = \{-55\}$$

Assim,  $k = -55$ .

**51.** Como 4 é solução da equação, basta substituir  $x$  por 4:

$$-k \times 4^2 + 4(4 + 4) = 0 \Leftrightarrow -16k + 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow -16k = -32$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-32}{-16}$$

$$\Leftrightarrow k = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

Substituindo  $k$  por 2 na equação  $-kx^2 + 4(x + 4) = 0$ , obtemos:

$$-2x^2 + 4x + 16 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = -2$ ,  $b = 4$  e  $c = 16$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-2) \times (16)}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 128}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 - 12}{-4} \vee x = \frac{-4 + 12}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-16}{-4} \vee x = \frac{8}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 4\}$$

A outra solução da equação é  $-2$ .

**52. 1º processo**

Considerando  $x$  e  $y$  as dimensões do terreno e sabendo que o terreno tem área  $3200 \text{ m}^2$ , obtemos a equação  $x \times y = 3200 \Leftrightarrow y = \frac{3200}{x}$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$ .

Como foi utilizado 220 metros de rede e o perímetro do terreno, sem a porta, é igual a  $2x + y + y - 20 = 0$ , obtemos:

$$2x + y + y - 20 = 220 \Leftrightarrow 2x + 2y = 240$$

$$\Leftrightarrow x + y = 120$$

$$\Leftrightarrow x + \frac{3200}{x} = 120$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3200 = 120x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 120x + 3200 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = -120$  e  $c = 3200$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \times 1 \times 3200}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{120 \pm \sqrt{14\,400 - 12\,800}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{120 \pm \sqrt{1600}}{2}$$

## Propostas de Resolução

$$\Leftrightarrow x = \frac{120 \pm 40}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 40 \vee x = 80$$

$$\text{C.S.} = \{40, 80\}$$

$$\text{Se } x = 40, \text{ então } y = \frac{3200}{40} = 80.$$

$$\text{Se } x = 80, \text{ então } y = \frac{3200}{80} = 40.$$

As dimensões do terreno são 40 metros de largura e 80 metros de comprimento.

### 2º processo

Considerando  $x$  e  $y$  as dimensões do terreno e sabendo que o terreno tem área  $3200 \text{ m}^2$ , obtemos a equação  $x \times y = 3200$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$ .

Como foi utilizado 220 metros de rede e o perímetro do terreno, sem a porta, é igual a  $2x + y + y - 20$ , obtemos:

$$2x + y + y - 20 = 220 \Leftrightarrow 2x + 2y = 240$$

$$\Leftrightarrow x + y = 120$$

Escrevendo o sistema:

$$\begin{cases} x \times y = 3200 \\ x + y = 120 \end{cases}$$

Para obter o valor de  $x$  e o valor de  $y$ , resolvemos o sistema pelo método de substituição:

$$\begin{cases} x \times y = 3200 \\ x + y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (120 - y) \times y = 3200 \\ x = 120 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 120y - y^2 = 3200 \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 120y + 3200 = 0 \\ \text{_____} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \times 1 \times 3200}}{2 \times 1} \\ \text{_____} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{120 \pm \sqrt{14\,400 - 12\,800}}{2} \\ \text{_____} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{120 \pm \sqrt{1600}}{2} \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{120 \pm 40}{2} \\ \text{_____} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{80}{2} \\ \text{_____} \end{cases} \vee \begin{cases} y = \frac{160}{2} \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 80 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 80 \\ x = 40 \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \{(80, 40); (40, 80)\}$$

As dimensões do terreno são 40 metros de largura e 80 metros de comprimento.

**53.** A área atual do parque é  $700 \text{ m}^2$ , ou seja,  $20 \times y = 700$ .

O novo parque terá área  $1750 \text{ m}^2$ , ou seja:

$$(x + 20) \times (x + y) = 1750$$

Como  $20 \times y = 700$ , então  $y = 35$ .

Substituindo o  $y$  por 35 na equação

$$(x + 20) \times (x + y) = 1750, \text{ obtemos:}$$

$$(x + 20) \times (x + 35) = 1750$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 35x + 20x + 700 - 1750 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 55x - 1050 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = 55$  e  $c = -1050$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \times 1 \times (-1050)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-55 \pm \sqrt{3025 + 4200}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-55 \pm \sqrt{7225}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-55 \pm 85}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -70 \vee x = 15$$

$$\text{C.S.} = \{-70, 15\}$$

Como  $x > 0$ , então  $x = 15$ .

$$x + 20 = 15 + 20 = 35 \text{ e } y + x = 35 + 15 = 50$$

As dimensões do novo parque de estacionamento são 35 metros de largura e 50 metros de comprimento.

**54.**  $a^2 + 2 \times a \times b + b^2 = 16$

$$\Leftrightarrow (a + b)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow a + b = -\sqrt{16} \vee a + b = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow a + b = -4 \vee a + b = 4$$

$$\Leftrightarrow 3(a + b) = -4 \times 3 \vee 3(a + b) = 4 \times 3$$

$$\Leftrightarrow 3a + 3b = -12 \vee 3a + 3b = 12$$

Logo, a opção correta é a **[C]**.

**55.**

**55.1.**  $P$  é um polinómio de 2º grau se e só se  $k - 3 = 0$  e  $k - 2 \neq 0$ , ou seja,  $k = 3$  e  $k \neq 2$ .

Assim,  $k = 3$ .

**55.2.** Se  $k = 3$  e  $k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$

Não é possível porque, se  $k = 3$ , o polinómio é de 2º grau e, se  $k = 2$ , o polinómio é de 4º grau.

**56.**

**56.1.**  $5(x - 3)^2 = 125 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = \frac{125}{5}$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = -5 \vee x - 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow x = -5 + 3 \vee x = 5 + 3$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 8$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 8\}$$

$$\begin{aligned}
 56.2. \quad & 2(x-3)^2 = 19 + (x-1)(x+1) \\
 \Leftrightarrow & 2(x^2 - 6x + 9) = 19 + x^2 - 1 \\
 \Leftrightarrow & 2x^2 - 12x + 18 - 19 - x^2 + 1 = 0 \\
 \Leftrightarrow & x^2 - 12x = 0 \\
 \Leftrightarrow & x(x-12) = 0 \\
 \Leftrightarrow & x = 0 \vee x - 12 = 0 \\
 \Leftrightarrow & x = 0 \vee x = 12 \\
 \text{C.S.} = & \{0, 12\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 57. \quad & (3x-n)^2 = 9x^2 - 42x + n^2 \\
 2 \times 3 \times x \times (-n) = & -6xn \\
 -42x = -6xn \Leftrightarrow & -42x + 6xn = 0 \\
 \Leftrightarrow & 6x(-7+n) = 0 \\
 \Leftrightarrow & 6x = 0 \vee -7+n = 0 \\
 \Leftrightarrow & n = 7
 \end{aligned}$$

Logo, a opção correta é a [D].

$$58. A_{[ABCD]} - A_{[EFGH]} = g^2 - h^2 = (g-h)(g+h)$$

$$\begin{aligned}
 59. \quad & 2(x^2 - 25) + 7(x-5) = 2(x-5)(x+5) + 7(x-5) = \\
 & = (x-5)(2x+10+7) = \\
 & = (x-5)(2x+17)
 \end{aligned}$$

60.

60.1. As dimensões do paralelepípedo II são  $x-y$ ,  $y$  e  $y$ . Então, o volume é igual a:

$$V = (x-y) \times y \times y = xy^2 - y^3$$

$$\begin{aligned}
 60.2. \quad V_{III} = (x-y) \times y \times (x-y) &= (x-y)^2 \times y = \\
 &= (x^2 - 2xy + y^2)y = \\
 &= x^2y - 2xy^2 + y^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{IV} = (x-y)(x-y) \times y &= (x-y)^2 \times y = \\
 &= (x^2 - 2x + y^2)y = \\
 &= x^2y - 2xy^2 + y^3
 \end{aligned}$$

$$60.3. V_{\text{cubo}} - V_I - V_{II} - \underbrace{V_{III} - V_{IV}}_{\text{são iguais}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= x^3 - y^3 - (xy^2 - y^3) - 2 \times (x^2y - 2xy^2 + y^3) = \\
 &= x^3 - y^3 - xy^2 + y^3 - 2x^2y + 4xy^2 + 2y^3 = \\
 &= x^3 + 3xy^2 - 2x^2y - 2y^3 = \\
 &= x^3 - y(2x^2 - 3xy + 2y^2)
 \end{aligned}$$

61.

61.1. Substituindo na equação  $k$  por 2, obtemos:

$$-2x^2 - 2x + 4 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = -2$ ,  $b = -2$  e  $c = 4$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-2) \times 4}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 6}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4}{-4} \vee x = \frac{8}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = -2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 1\}$$

61.2. Uma equação de 2º grau admite duas soluções distintas se  $\Delta > 0$ . Então:

$$b^2 - 4ac = (-k)^2 - 4 \times (-2) \times 4 = k^2 + 32$$

$k^2 + 32$  é sempre maior que zero.

62.

62.1. A área do quadrado de lado  $[AP]$  é igual a  $3^2 = 9$  u.a.

$$62.2. \overline{PB} = \overline{AB} - \overline{AP}$$

$$\overline{PB} = 12 - x$$

Então, a área do quadrado de lado  $[PB]$  é igual a  $(12-x)^2$ .

Logo,  $A = (12-x)^2$ .

62.3. A área do quadrado de lado  $[PB]$  é igual a  $(12-x)^2$ .

A área do quadrado de lado  $[AP]$  é igual a  $x^2$ .

Então,  $(12-x)^2 = 25 \times x^2$ .

Para determinar o valor de  $x$ , basta resolver a equação anterior.

$$144 - 24x + x^2 - 25x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -24x^2 - 24x + 144 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 1$ ,  $b = 1$  e  $c = -6$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

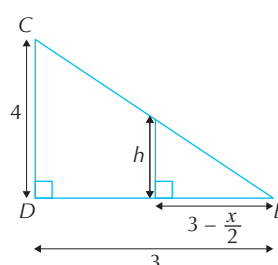
$$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{-3, 2\}$$

Como  $0 < x < 12$ , então  $x = 2$ .

63.

63.1.



## Propostas de Resolução

Como os triângulos são semelhantes, então:

$$\frac{h}{4} = \frac{3 - \frac{x}{2}}{3} \Leftrightarrow 3h = 12 - 4 \cdot \frac{x}{2}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{12 - 2x}{3}$$

$$\Leftrightarrow h = 4 - \frac{2}{3}x$$

**63.2.**  $A_{\text{total}} = A_{[ABC]} = \frac{b \times h}{2}$

$$A_{[ABC]} = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ u.a.}$$

A área ocupada pelo preçário é dada por  $A_{\square} = b \times h$ .

$$x \times h = x \times \left(4 - \frac{2}{3}x\right) = 4x - \frac{2}{3}x^2$$

A área destinada às fotografias é igual à diferença entre a área total e a área do preçário. Então,

$$12 - \left(4x - \frac{2}{3}x^2\right) = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 12$$

**63.3.** Como a expressão da área do preçário é igual a  $4x - \frac{2}{3}x^2$ , então:

$$4x - \frac{2}{3}x^2 = 6 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 12x - 18 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = -2$ ,  $b = 12$  e  $c = -18$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times (-2) \times (-18)}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

C.S. = {3}

Assim,  $x = 3$  u.c.

**64.** A caixa tem volume  $588 \text{ cm}^3$  e os quadrados cortados têm área  $9 \text{ cm}^2$ .

$\sqrt{9} = 3 \text{ cm}$ , lado do quadrado recortado

$x - 6$ , lado da base da caixa

$$V = 588$$

$$(x - 6)(x - 6) \times 3 = 588$$

$$\Leftrightarrow 3 \times (x^2 - 12x + 36) - 588 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x + 108 - 588 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x - 480 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com  $a = 3$ ,  $b = -36$  e  $c = -480$ , tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \times 3 \times (-480)}}{2 \times 3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{1296 + 5760}}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{7056}}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm 84}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = -8 \vee x = 20$$

Como  $x > 0$ , então  $x = 20 \text{ cm}$ .

A folha de papel tinha 20 cm de lado.

**65.**

**65.1.** Para determinar a altura do 2º poste, basta substituir  $x$  por 30 na expressão  $\frac{1}{40}(x - 10)^2 + 5$ , ou seja:

$$\frac{1}{40}(30 - 10)^2 + 5 = \frac{1}{40} \times 20^2 + 5 =$$

$$= \frac{400}{40} + 5 = 15$$

O 2º poste tem 15 metros de altura.

**65.2.** Se o ponto se situa a 5 metros de altura, basta igualar a expressão  $\frac{1}{40}(x - 10)^2 + 5$  a 5, e resolver a equação:

$$\frac{1}{40}(x - 10)^2 + 5 = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{40}(x - 10)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

C.S. = {10}

O ponto situa-se a 10 metros de distância do 1º poste.

### Equações literais. Sistemas de duas equações

**Rever + Praticar** – páginas 54 a 56

**1.** Para  $(-1, 3)$  ser solução da equação, quando substituirmos na equação a variável  $x$  por  $-1$  e a variável  $y$  por  $3$ , teremos de obter uma proposição verdadeira:

$$5x - y = -8 \Rightarrow 5 \times (-1) - 3 = -8 \Leftrightarrow -8 = -8$$

$(x, y) = (-1, 3)$

Logo,  $(-1, 3)$  é solução da equação.

**2.** Para encontrar um par ordenado que seja solução da equação, basta atribuir um valor a uma das variáveis, determinando o valor da outra variável através da resolução da equação resultante dessa substituição.

Assim:

- para  $x = -1$ :  $3 \times (-1) - y = 4 \Leftrightarrow -3 - y = 4$   
 $\Leftrightarrow -y = 7$   
 $\Leftrightarrow y = -7$
- para  $x = 2$ :  $3 \times 2 - y = 4 \Leftrightarrow 6 - y = 4$   
 $\Leftrightarrow -y = -2$   
 $\Leftrightarrow y = 2$
- para  $x = 3$ :  $3 \times 3 - y = 4 \Leftrightarrow 9 - y = 4$   
 $\Leftrightarrow -y = -5$   
 $\Leftrightarrow y = 5$

Logo,  $(-1, -7)$ ,  $(2, 2)$  e  $(3, 5)$  são soluções da equação.

**3.**

**3.1.** Seja  $P$  o perímetro do retângulo.

Assim:

$$P = x + x + y + y \Leftrightarrow 20 = 2x + 2y$$

$$\Leftrightarrow -2x = 2y - 20$$

$$\Leftrightarrow x = -y + 10$$

**3.2.** Se  $x = 6$ , então, substituindo na equação anterior, obtém-se:

$$6 = -y + 10 \Leftrightarrow y = 4$$

A medida da largura do retângulo é 4 cm.

**4.** Vejamos se o par ordenado  $(-1, 1)$  é solução das duas equações.

Por um lado,  $1 + 1 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2$ , que é verdadeira.

Logo,  $(-1, 1)$  é solução da equação  $-x + y = 2$ .

Por outro lado,  $2 \times (-1) + 1 = 1 \Leftrightarrow -1 = 1$ , que é falsa.

$(-1, 1)$  não é solução da equação  $2x + 1 = y$ , logo não é solução do sistema.

**5.** Como as duas retas se intersectam no ponto de coordenadas  $(2, 1)$ , este ponto é solução do sistema.

**6.**

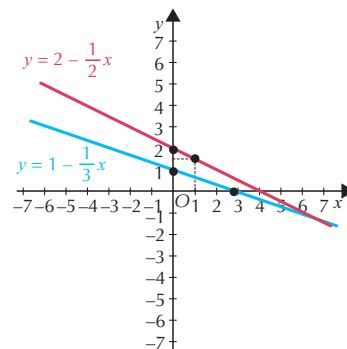
**6.1. Sistema A**

$$x + 2y = 4 \Leftrightarrow 2y = 4 - x \Leftrightarrow y = 2 - \frac{1}{2}x$$

$x$	$y = 2 - \frac{1}{2}x$	Ponto
0	2	$(0, 2)$
1	$\frac{3}{2}$	$(1, \frac{3}{2})$

$$x + 3y = 3 \Leftrightarrow 3y = 3 - x \Leftrightarrow y = 1 - \frac{1}{3}x$$

$x$	$y = 1 - \frac{1}{3}x$	Ponto
0	1	$(0, 1)$
3	0	$(3, 0)$



Sistema possível determinado

$$C.S. = \{(6, -1)\}$$

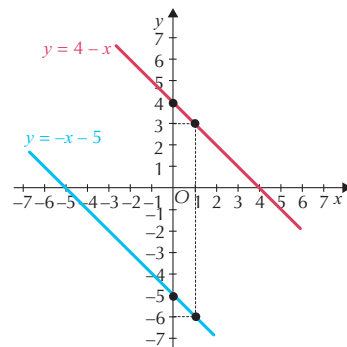
**Sistema B**

$$2x + 2y = 8 \Leftrightarrow 2y = 8 - 2x \Leftrightarrow y = 4 - x$$

$x$	$y = 4 - x$	Ponto
0	4	$(0, 4)$
1	3	$(1, 3)$

$$x + 5 = -y \Leftrightarrow y = -x - 5$$

$x$	$y = -x - 5$	Ponto
0	-5	$(0, -5)$
1	-6	$(1, -6)$



Sistema impossível

$$C.S. = \{ \}$$

**6.2. Sistema A**

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2y \\ 4 - 2y + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2 \times (-1) \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$C.S. = \{(6, -1)\}$$

**Sistema B**

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ x + 5 = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 8 - 2y \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ 4 - y + 5 = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 0y = -9 \end{cases}$$

$$C.S. = \{ \}$$

## Propostas de Resolução

7. Sejam  $x$  e  $y$  os dois números procurados.

Suponhamos que  $x > y$ .

Sabemos que:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 2(3 - y) - 3y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 6 - 2y - 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

C.S. =  $\{(4, -1)\}$

Os dois números procurados são o  $-1$  e o  $4$ .

**Praticar +** – páginas 57 a 61

1.  $5x - 3y = -20$ , se  $x = -1$  e  $y = 5$

$$5 \times (-1) - 3 \times 5 = -20 \Leftrightarrow -5 - 15 = -20$$

$$\Leftrightarrow -20 = -20 \text{ (V)}$$

$(-1, 5)$  é solução da equação  $5x - 3y = -20$ .

2.

2.1.  $x - 5y - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 5y + 7$

2.2.  $2x - 8y = 10 \Leftrightarrow 2x = 8y + 10$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8y + 10}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 4y + 5$$

2.3.  $3y = 5x - 11 \Leftrightarrow 5x - 11 = 3y$

$$\Leftrightarrow 5x = 3y + 11$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{5}y + \frac{11}{5}$$

3. Verificar se  $(2, 4)$  é solução do sistema, é verificar se é solução das duas equações.

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 4 \times 4 = 12 \\ -2 + 4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 16 = 12 \\ 2 = 2 \text{ (V)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12 = 12 \text{ (F)} \\ \text{---} \end{cases}$$

Concluimos que  $(2, 4)$  não é solução do sistema porque não é solução de uma das equações.

4. [A]  $(8, 2)$

$$\begin{cases} 8 - 2 = 7 \\ -2 \times 8 + 5 \times 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 7 \text{ (F)} \\ \text{---} \end{cases}$$

Logo,  $(8, 2)$  não é solução do sistema.

[B]  $(10, 3)$

$$\begin{cases} 10 - 3 = 7 \\ -2 \times 10 + 5 \times 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ -20 + 15 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \text{ (V)} \\ -5 = -5 \text{ (V)} \end{cases}$$

Logo  $(10, 3)$  é solução do sistema.

[C]  $(2, 8)$

$$\begin{cases} 2 - 8 = 7 \\ -2 \times 2 + 5 \times 8 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = 7 \text{ (F)} \\ \text{---} \end{cases}$$

Logo,  $(2, 8)$  não é solução do sistema.

[D]  $(3, 10)$

$$\begin{cases} 3 - 10 = 7 \\ -2 \times 3 + 5 \times 10 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 = 7 \text{ (F)} \\ \text{---} \end{cases}$$

Logo,  $(3, 10)$  não é solução do sistema.

A opção correta é a [B].

5.

5.1. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - (15 - x) = 9 \\ y = 15 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 15 + x = 9 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + x = 9 + 15 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 24 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{24}{2} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases}$$

C.S. =  $\{(12, 3)\}$

5.2. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 1 - x - x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -2x = 9 - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{8}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - (-4) \\ x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = -4 \end{cases}$$

C.S. =  $\{(-4, 5)\}$

5.3. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} 2x + y = -10 \\ x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 - x = -10 \\ y = -3 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x = -10 + 3 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = -3 - (-7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 4 \end{cases}$$

C.S. =  $\{(-7, 4)\}$

5.4. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} 2y - x = 7 \\ -y + x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(-1 + y) + 2y = 7 \\ x = -1 + y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - y + 2y = 7 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y + 2y = 7 - 1 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = -1 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 5 \end{cases}$$

C.S. =  $\{(5, 6)\}$

**5.5.** O sistema já está escrito na forma canônica:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 2 \\ -7y - 3x = -3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 2 \\ -3x - 7y = -3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2x \\ -3x - 7(2 - 2x) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -3x - 14 + 14x = -3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -3x + 14x = -3 + 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 11x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{11}{11} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2 \times 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{(1, 0)\}$$

**5.6.** O sistema já está escrito na forma canônica:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 2y + x = -4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-4 - 2y) - y = 7 \\ x = -4 - 2y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -8 - 4y - y = 7 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4y - y = 7 + 8 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5y = 15 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{15}{-5} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -4 - 2 \times (-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{(2, -3)\}$$

**6.**

**6.1.** Por exemplo, (0, 4) porque

$$3 \times 0 + 2 \times 4 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 \quad (\text{V})$$

$$\text{e } 4 = 2 \times 0 - 3 \Leftrightarrow 4 = -3 \quad (\text{F})$$

**6.2.** Por exemplo, (3, 3) porque

$$3 = 2 \times 3 - 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \quad (\text{V})$$

$$\text{e } 3 \times 3 + 2 \times 3 = 8 \Leftrightarrow 9 + 6 = 8 \quad (\text{F})$$

**6.3.** A solução do sistema é o par ordenado (2, 1).

É o ponto de interseção das duas retas.

**6.4.** Resolvendo o sistema pelo método de substituição:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ y = 2x - 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2(2x - 3) = 8 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4x - 6 = 8 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4x = 8 + 6 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{(2, 1)\}$$

**7.** Como o perímetro é igual a 100 cm,

$$P = 100$$

$$2 \times (2x + y) + 2 \times (3x + 2y) = 100$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2y + 6x + 4y = 100$$

$$\Leftrightarrow 10x + 6y = 100$$

$$\Leftrightarrow 5x + 3y = 50$$

**7.1.** Se  $x = 4$ :

$$5 \times 4 + 3y = 50 \Leftrightarrow 20 + 3y = 50$$

$$\Leftrightarrow 3y = 50 - 20$$

$$\Leftrightarrow 3y = 30$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{30}{3}$$

$$\Leftrightarrow y = 10$$

**7.2.** Se  $y = 5$ :

$$5x + 3 \times 5 = 50 \Leftrightarrow 5x + 15 = 50$$

$$\Leftrightarrow 5x = 50 - 15$$

$$\Leftrightarrow 5x = 35$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{35}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

Como  $x = 7$  e  $y = 5$ :

$$A = (3x + 2y) \times (2x + y), \text{ ou seja:}$$

$$A = (3 \times 7 + 2 \times 5) \times (2 \times 7 + 5) =$$

$$= (21 + 10) \times (14 + 5) =$$

$$= 31 \times 19 =$$

$$= 589$$

A área do retângulo é 589 cm<sup>2</sup>.

**8.**  $x$  – idade do Fernando

$y$  – idade da filha mais velha do Fernando

$$\bullet x + y = 42$$

$x + 5$  – idade do Fernando daqui a 5 anos

$y + 5$  – idade da filha mais velha do Fernando daqui a 5 anos

$$\bullet x + 5 = 3 \times (y + 5)$$

Resolvendo, pelo método de substituição, o sistema com as duas equações:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 = 3(y + 5) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 = 3y + 15 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x - 3y = 15 - 5 \end{cases} \end{aligned}$$

Escrevendo na forma canônica, tem-se:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 42 \\ x - 3y = 10 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 42 - y \\ 42 - y - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -4y = -32 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 42 - 8 \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 \\ y = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{(34, 8)\}$$

O Fernando tem atualmente 34 anos.



## Propostas de Resolução

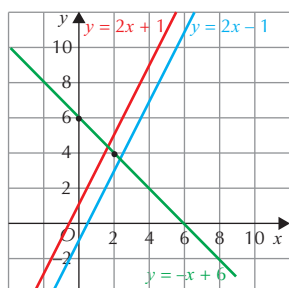
9.

9.1. Como as retas são estritamente paralelas, o sistema é impossível.

C.S. = { }

9.2.

x	y = -x + 6
0	-0 + 6 = 6
2	-2 + 6 = 4



Logo, a reta contém os pontos (0, 6) e (2, 4).

9.3. a) Por exemplo:

$$\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \quad \text{porque são retas concorrentes.}$$

b) Por exemplo:

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \quad \text{porque são retas coincidentes.}$$

10. Sejam  $x$  o preço de cada martelo e  $y$  o preço de cada chave inglesa.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x + 2y = 29 \\ 2x + 3y = 31 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 29 - 2y \\ \text{—} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{29 - 2y}{3} \\ 2\left(\frac{29 - 2y}{3}\right) + 3y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ \frac{58}{3} - \frac{4}{3}y + 3y = 31 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 58 - 4y + 9y = 93 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ -4y + 9y = 93 - 58 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ y = \frac{35}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{29 - 2 \times 7}{3} \\ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{3} \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = {(5, 7)}

Como cada martelo custa 5 €, cinco martelos custam  $5 \times 5 = 25$  € e cada chave inglesa custa 7 €.

Então, cinco martelos e uma chave inglesa custarão 32 € ( $25 + 7 = 32$ ).

O novo pack custará 32 €.

11. [A] (2, -8)

$$\begin{cases} 2 \times 2 - (-8) = 4 \\ \frac{2 \times 2 + (-8)}{3} = 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 8 = 4 \text{ (F)} \\ -\frac{4}{3} = 4 \text{ (F)} \end{cases}$$

(2, -8) não é solução do sistema porque não é solução das equações do sistema.

[B] (-2, -8)

$$\begin{cases} 2 \times (-2) - (-8) = 4 \\ \frac{2 \times (-2) + (-8)}{3} = 2 \times (-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + 8 = 4 \text{ (V)} \\ -\frac{4 - 8}{3} = -4 \text{ (V)} \end{cases}$$

(-2, -8) é solução do sistema porque é solução das duas equações do sistema.

[C] (-2, 8)

$$\begin{cases} 2 \times (-2) - 8 = 4 \\ \frac{2 \times (-2) + 8}{3} = 2 \times (-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - 8 = 4 \text{ (F)} \\ -\frac{4 + 8}{3} = -4 \text{ (F)} \end{cases}$$

(-2, 8) não é solução do sistema porque não é solução das equações do sistema.

[D] (2, 8)

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 8 = 4 \\ \frac{2 \times 2 + 8}{3} = 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 8 = 4 \text{ (F)} \\ \frac{4 + 8}{3} = 4 \text{ (V)} \end{cases}$$

(2, 8) não é solução do sistema porque não é solução de uma das equações do sistema.

Logo, a opção correta é a [B].

12.

12.1. Como as retas  $r$  e  $s$  são paralelas, então têm o mesmo declive.

Sendo  $r: y = 25 + 10x$ , então  $s: y = 10x + b$ .

A reta  $s$  intersecta o eixo  $Oy$  no ponto (0, 40).

Logo, a ordenada na origem é 40.

$s: y = 10x + 40$

12.2. A abscissa do ponto  $A$  é 2 e  $A$  é um ponto da reta  $r$ . Logo:

$$y = 25 + 10 \times 2 \Leftrightarrow y = 25 + 20 \Leftrightarrow y = 45$$

Então,  $A(2, 45)$ .

12.3. O sistema é impossível porque as retas são estritamente paralelas.

13.

13.1. Se  $x = 3$ :

$$y - \frac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow y - \frac{2}{3} \times 3 = 4 \Leftrightarrow y = 4 + 2 \Leftrightarrow y = 6$$

$$\text{Se } x = 6: y - \frac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow y - \frac{2}{3} \times 6 = 4 \Leftrightarrow y = 4 + 4 \Leftrightarrow y = 8$$

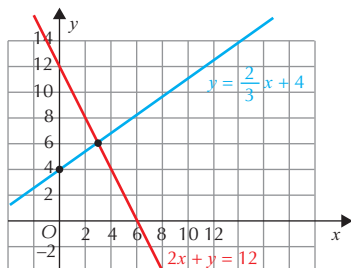
$$\text{Se } y = 10: y - \frac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow 10 - \frac{2}{3}x = 4 \quad (\times 3) \quad (\times 3)$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow 30 - 2x = 12 \\
&\Leftrightarrow -2x = 12 - 30 \\
&\Leftrightarrow -2x = -18 \\
&\Leftrightarrow x = \frac{-18}{-2} \\
&\Leftrightarrow x = 9
\end{aligned}$$

Então:

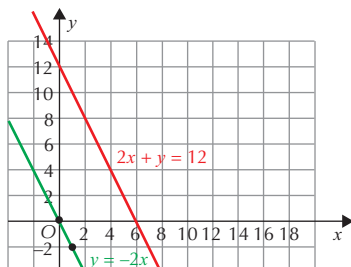
x	0	3	6	9
y	4	6	8	10

**13.2.** Marcar no referencial dois pontos da reta  $r$ , por exemplo, os pontos (0, 4) e (3, 6) e traçar a reta que contém esses pontos.



**13.3.** A solução do sistema é (3, 6), ponto de interseção das duas retas.

**13.4.** Por exemplo,  $y = -2x$ . Basta que as duas retas tenham o mesmo declive, ou seja,  $-2$ .



Como as retas são estritamente paralelas, o sistema é impossível.

**14.**

**14.1.** O sistema III, porque está escrito na forma

$$\begin{cases} ax + bx = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

**14.2.**

$$\begin{cases} 2x - \frac{1}{2}(y - 3) = -2 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2} = -2 \\ 3x - 2y = -18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = -7 \\ 3x - 2y = -18 \end{cases} \quad (\text{Forma canónica})$$

**14.3. [A]** (1, 5)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times 1 = -1 + 2 \times 5 \\ 1 - 3 \times 5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{5} = 9 \text{ (F)} \\ \text{—} \end{cases}$$

Logo, (1, 5) não é solução do sistema II porque não é solução da 1ª equação do sistema.

**[B]** (-1, -1)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times (-1) = -1 + 2 \times (-1) \\ -1 - 3 \times (-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{5} = -3 \text{ (F)} \\ 2 = 2 \text{ (V)} \end{cases}$$

Logo, (-1, -1) não é solução do sistema II porque não é solução da 1ª equação do sistema.

**[C]** (5, 1)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times 5 = -1 + 2 \times 1 \\ 5 - 3 \times 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \text{ (V)} \\ 2 = 2 \text{ (V)} \end{cases}$$

Logo, (5, 1) é solução do sistema II porque é solução das duas equações do sistema.

**[D]** (1, 1)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times 1 = -1 + 2 \times 1 \\ 1 - 3 \times 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{5} = 1 \text{ (F)} \\ -2 = 2 \text{ (F)} \end{cases}$$

Logo, (1, 1) não é solução do sistema porque não é solução das duas equações.

Assim, a opção correta é a **[C]**.

**14.4.** Escrevendo o sistema na forma canónica, obtemos:

$$\begin{cases} \frac{1}{5}x = -1 + 2y \\ x - 3y = 2 \end{cases} \xrightarrow{(\times 5)} \begin{cases} x = -5 + 10y \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 10y = -5 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

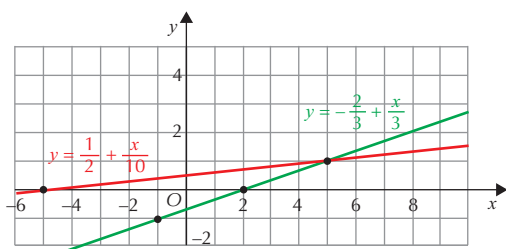
Resolvendo as duas equações em ordem a  $y$ :

$$\begin{cases} -10y = -5 - x \\ -3y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-5 - x}{-10} \\ y = \frac{2 - x}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} + \frac{x}{10} \\ y = -\frac{2}{3} + \frac{x}{3} \end{cases}$$

x	$y = \frac{1}{2} + \frac{x}{10}$
5	$\frac{1}{2} + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
-5	$\frac{1}{2} - \frac{5}{10} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

x	$y = -\frac{2}{3} + \frac{x}{3}$
2	$-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$
-1	$-\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = -1$

## Propostas de Resolução



Sistema possível determinado.

$$C.S. = \{(5, 1)\}$$

**14.5.**

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x - 5y = 4 \\ -3x + y = -2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5(-2 + 3x) = 4 \\ y = -2 + 3x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10 - 15x = 4 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 15x = 4 - 10 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -13x = -6 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -2 + 3 \times \frac{6}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -2 + \frac{18}{13} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = -\frac{26}{13} + \frac{18}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -\frac{8}{13} \end{cases} \end{aligned}$$

$$C.S. = \left\{ \left( \frac{6}{13}, -\frac{8}{13} \right) \right\}$$

**15.** O sistema I é impossível porque as retas  $r$  e  $s$  são estritamente paralelas.

O sistema II é possível indeterminado porque as retas  $r$  e  $s$  são coincidentes.

Os sistemas III e IV são possíveis determinados porque as retas  $r$  e  $s$  são concorrentes.

**16.** Sendo  $x$ ,  $y$  e  $z$  os comprimentos dos lados do triângulo escaleno e  $x < y < z$ .

$$\frac{z}{x} = 2; x + y = z + 2 \text{ e } x + y + z = 24$$

$$\text{Como } \frac{z}{x} = 2 \Leftrightarrow z = 2x.$$

Substituindo  $z$  por  $2x$  nas expressões, obtemos:

- $x + y = z + 2 \Leftrightarrow x + y = 2x + 2$   
 $\Leftrightarrow x - 2x + y = 2$   
 $\Leftrightarrow -x + y = 2$
- $x + y + z = 24 \Leftrightarrow x + y + 2x = 24$   
 $\Leftrightarrow 3x + y = 24$

Resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{aligned} \begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + y = 24 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + x \\ 3x + 2 + x = 24 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3x + x = 24 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4x = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{22}{4} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + \frac{11}{2} \\ x = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{15}{2} \\ x = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7,5 \\ x = 5,5 \end{cases} \end{aligned}$$

$$C.S. = \{(5,5; 7,5)\}$$

O comprimento do lado maior é  $z$ , então

$$z = 2x, \text{ ou seja, } z = 2 \times 5,5 = 11.$$

O lado maior tem comprimento 11 cm.

**17.** Como o aluguer da caravana custa  $D$  euros por dia, então, em 17 dias, custa  $17D$ .

Como cada quilómetro percorrido custa  $K$  centimos, então percorrendo 5300 km custa  $5300K$ , ou seja,  $53K$  euros.

Assim, no total, pagará  $17D + 53K$  centimos.

Logo, a opção correta é a **[B]**.

**18.** Sejam  $x$  a idade do João e  $y$  a idade do Filipe.

**18.1.**  $x + 5$  representa a idade do João daqui a 5 anos e  $y + 5$  representa a idade do Filipe daqui a 5 anos.

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 + y + 5 = 52 \end{cases}$$

**18.2.**

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + y = 52 - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x + y = 42 \end{cases}$$

Como as equações são equivalentes, o sistema é possível indeterminado, o que significa que o sistema tem uma infinidade de soluções.

**18.3.** Por exemplo, (10, 32), (15, 27), (20, 22) e (21, 21).

**19.** Sejam  $x$  o número de notas de 20 € e  $y$  o número de notas de 100 €.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 20x + 100y = 1000 \\ x + y = 26 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 20(26 - y) + 100y = 1000 \\ x = 26 - y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 520 - 20y + 100y = 1000 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -20y + 100y = 1000 - 520 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 80y = 480 \\ \text{---} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{480}{80} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 26 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 20 \end{cases}$$

C.S. =  $\{(20, 6)\}$

O Pedro tem 20 notas de 20 € e 6 notas de 100 €.

Em notas de 20 €, o Pedro tem  $20 \times 20 = 400$  €, ou seja, a quantia é inferior a 419,99 €.

O Pedro não consegue comprar a bicicleta, apenas com as notas de 20 €.

**20.** Para determinar as coordenadas de A, basta resolver o sistema.

$$\begin{cases} y = 4x - 8 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 4x - 8 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4x = -8 - 3 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -11 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = 2 \times \frac{11}{2} + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 11 + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = 14 \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \left( \frac{11}{2}, 14 \right) \right\}$$

$$\text{Logo, } A = \left( \frac{11}{2}, 14 \right)$$

O ponto B é um ponto do eixo Ox, ou seja, tem ordenada zero. A abcissa de B é igual à abcissa de

$$A, \frac{11}{2}.$$

$$\text{Logo, } B \text{ tem coordenadas } \left( \frac{11}{2}, 0 \right).$$

$$A_{[OBA]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[OBA]} = \frac{\frac{11}{2} \times 14}{2} = \frac{154}{4} = 38,5 \text{ u.a.}$$

**21.**

**21.1.** Como a 1ª equação,  $y = ax + 2$ , tem ordenada na origem 2, corresponde à reta vermelha.

Determinando o declive, o valor de a:

a reta contém por exemplo, o ponto (3, -2), então

$$-2 = a \times 3 + 2 \Leftrightarrow 3a = -2 - 2$$

$$\Leftrightarrow 3a = -4$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 2$$

Os pontos (3, -2) e (6, 0) pertencem à reta de equação  $bx + cy = d$  e -4 é a ordenada na origem, então

$$bx + cy = d \Leftrightarrow y = -\frac{b}{c}x + \frac{d}{c} \text{ e } \frac{d}{c} = -4.$$

$$\text{Assim, } y = -\frac{b}{c}x - 4$$

Utilizando, por exemplo, os pontos (3, -2) e (6, 0), podemos determinar o seu declive.

$$\frac{0 - (-2)}{6 - 3} = \frac{2}{3}, \text{ ou seja, } -\frac{b}{c} = \frac{2}{3}.$$

Escrevendo a equação  $y = \frac{2}{3}x - 4$  na forma  $bx + cy = d$ , temos:

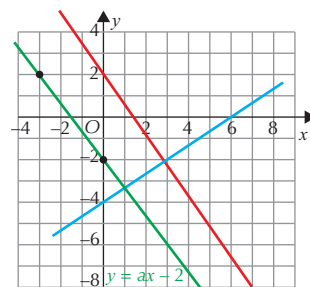
$$y = \frac{2}{3}x - 4 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + 3y = -4 \Leftrightarrow -2x + 3y = -12$$

$$a = -\frac{4}{3} \text{ e, por exemplo, } b = -2, c = 3 \text{ e } d = -12.$$

**21.2.** O sistema é possível determinado porque as retas são concorrentes. Como as retas se intersectam no ponto de coordenadas (3, -2), a solução do sistema é (3, -2), ou seja, C.S. =  $\{(3, -2)\}$ .

**21.3.** Como  $a = -\frac{4}{3}$  (por 21.1.), pretendemos representar a reta de equação  $y = -\frac{4}{3}x - 2$ .

x	y	Ponto
0	-2	(0, -2)
-3	2	(-3, 2)



**21.4.** O sistema é impossível porque as retas de equações  $y = ax + 2$  (a vermelho) e  $y = ax - 2$  (a verde) são paralelas (alínea 21.3.).

$$\text{22. [A]} -4 \times \frac{1}{2} + (-3) = 5 \Leftrightarrow -2 - 3 = 5 \Leftrightarrow -5 = 5 \text{ (F)}$$

$$\left( \frac{1}{2}, -3 \right) \text{ não é solução da equação.}$$

$$\text{[B]} 6 \times \frac{1}{2} + (-3) = 2 \Leftrightarrow 3 - 3 = 2 \text{ (F)}$$

$$\left( \frac{1}{2}, -3 \right) \text{ não é solução da equação.}$$

$$\text{[C]} -2 \times \frac{1}{2} - (-3) = 20 \Leftrightarrow -1 + 3 = 20 \text{ (F)}$$

$$\left( \frac{1}{2}, -3 \right) \text{ não é solução da equação.}$$

$$\text{[D]} \frac{1}{2} + \frac{(-3)}{2} = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{2} = -1 \text{ (V)}$$

Assim, a outra equação é  $x + \frac{y}{2} = -1$  e a opção correta é a [D].

$$\text{23. } A = \pi \times r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{A}{\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Logo, a opção correta é a [B].

## Propostas de Resolução

**24.** Sejam  $x$  o número de adultos e  $y$  o número de crianças.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 300 \\ 10x + 3y = 2440 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 - y \\ 10(300 - y) + 3y = 2440 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3000 - 10y + 3y = 2440 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -7y = -560 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 - 80 \\ y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 220 \\ y = 80 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\{(220, 80)\}$

Assistiram à peça 80 crianças.

**25.**

**25.1.**

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4 - \frac{x+y}{2} = 6 \\ \frac{2x-6}{2} = 2\left(x + \frac{y}{2}\right) - x \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{1} - \frac{x+y}{2} = \frac{6}{1} \\ \frac{2x-6}{2} - \frac{6}{2} = 2x + \frac{2y}{2} - x \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 8 - x - y = 12 \\ x - 3 = 2x + y - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = 12 - 8 \\ x - 2x + x - y = 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = 4 \\ 0x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - (-3) = 4 \\ y = -3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3 = 4 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 4 - 3 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 1 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\{(-1, -3)\}$

**25.2.**

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{3x-1}{3} + y = 2 \\ -\frac{x-1}{3} = 2y - (2x-1) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-1}{3} + \frac{y}{1} = \frac{2}{1} \\ -\frac{x-1}{3} = \frac{2y}{1} - \frac{2x}{1} + \frac{1}{1} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 + 3y = 6 \\ -x + 1 = 6y - 6x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 6 + 1 \\ -x + 6x - 6y = 3 - 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 7 \\ 5x - 6y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 7 - 3y \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} - y \\ 5 \times \left(\frac{7}{3} - y\right) - 6y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ \frac{35}{3} - \frac{5y}{1} - \frac{6y}{1} = \frac{2}{1} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 35 - 15y - 18y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -33y = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = \frac{29}{33} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} - \frac{29}{33} \\ \text{---} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{77}{33} - \frac{29}{33} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{48}{33} \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{11} \\ y = \frac{29}{33} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\left\{\left(\frac{16}{11}, \frac{29}{33}\right)\right\}$

**26.** Como  $\frac{x+4y}{3} = x - 2y = 6$ , podemos escrever:

$\frac{x+4y}{3} = 6 \wedge x - 2y = 6$ , ou seja:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{x+4y}{3} = 6 \\ x - 2y = 6 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y = 18 \\ x = 6 + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2y + 4y = 18 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 12 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 + 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\{(10, 2)\}$

Assim,  $x = 10$  e  $y = 2$ .

**27.** Seja  $\frac{x}{y}$  a fração pedida.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{x-6}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{x}{y+2} = \frac{1}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 24 = y \\ 2x = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 2x = 4x - 24 + 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 2x - 4x = -24 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -2x = -22 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4 \times 11 - 24 = y \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 11 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\{(11, 20)\}$

A fração é  $\frac{11}{20}$ .

**28.** Num triângulo, a lados de maior comprimento opõem-se ângulos de maior amplitude, logo  $\widehat{BAC} > \widehat{CBA}$ .

$$x + \frac{y}{2} = 3y - \frac{x}{5} + 2 + 6$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow x + \frac{x}{5} + \frac{y}{2} - 3y &= 8 \\ (\times 10) \quad (\times 2) \quad (\times 5) \quad (\times 10) \quad (\times 10) \\ \Leftrightarrow 10x + 2x + 5y - 30y &= 80 \\ \Leftrightarrow 12x - 25y &= 80 \end{aligned}$$

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$  e o triângulo é retângulo, ou seja, um dos ângulos tem de amplitude  $90^\circ$ , temos:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + \frac{y}{2} + 3y - \frac{x}{5} + 2 + 90 = 180 \\ 12x - 25y = 80 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{x}{5} + \frac{y}{2} + 3y = 88 \\ 12x - 25y = 80 \end{cases} \quad \begin{matrix} (\times 10) & (\times 2) & (\times 5) & (\times 10) & (\times 10) \end{matrix} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 2x + 5y + 30y = 880 \\ 12x - 25y = 80 \end{cases} \quad \begin{matrix} (\times 10) & (\times 2) & (\times 5) & (\times 10) & (\times 10) \end{matrix} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 35y = 880 \\ x = \frac{80 + 25y}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\left(\frac{80 + 25y}{12}\right) + 35y = 880 \\ \text{---} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{640}{12} + \frac{200}{12}y + 35y = 880 \\ \text{---} \end{cases} \quad \begin{matrix} (\times 12) & (\times 12) \end{matrix} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} 640 + 200y + 420y = 10\,560 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 620y = 9920 \\ \text{---} \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = \frac{80 + 25 \times 16}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 40 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\{(40, 16)\}$

Assim,  $x = 40$  e  $y = 16$ .

**29.** Sejam  $x$  o número de cachorros “simples” e  $y$  o número de cachorros “com tudo”.

Como foram vendidos 25 cachorros, então  $x + y = 25$ .

Como o António faturou 59,5 €, então

$$2x + 3,5y = 69,5.$$

Obtém-se o sistema de equações:

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3,5y = 69,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - y \\ 20x + 35y = 695 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - y \\ 20(25 - y) + 35y = 695 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 500 - 20y + 35y = 695 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 15y = 195 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = \frac{195}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - 13 \\ y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 13 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\{(12, 13)\}$

O António vendeu 13 cachorros “com tudo”.

**30.** Como foram necessários três autocarros de 50 lugares, significa que foram 150 pessoas ( $50 \times 3 = 150$ ).

Sejam  $x$  o número de alunos e  $y$  o número de professores.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 150 \\ 8x + 15y = 1410 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 - y \\ 8(150 - y) + 15y = 1410 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 1200 - 8y + 15y = 1410 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 7y = 210 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = \frac{210}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 30 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 - 30 \\ y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 30 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. =  $\{(120, 30)\}$

Acompanharam o grupo 30 professores.

## Relações de ordem em $\mathbb{R}$ . Intervalos de números reais. Inequações de 1º grau

**Rever + Praticar** – páginas 62 a 65

### 1.

**1.1.** Como  $x > 12$ , então:

$$x + 7 > 12 + 7 \Leftrightarrow x + 7 > 19$$

**1.2.** Sabendo que  $x > 12$ , então:

$$2x > 12 \times 2 \Leftrightarrow 2x > 24$$

**1.3.** Como  $x > 12$ , então:

$$3x > 12 \times 3 \Leftrightarrow 3x > 36$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 > 36 + 4$$

$$\Leftrightarrow 3x + 4 > 40$$

### 2.

**2.1.** Sabendo que  $k < 13$ , então:

$$k - 15 < 13 - 15 \Leftrightarrow k - 15 < -2$$

**2.2.** Sabendo que  $k < 13$ , então:

$$3k < 3 \times 13 \Leftrightarrow 3k < 39$$

$$\Leftrightarrow -3k > -39$$

**2.3.** Sabendo que  $k < 13$ , então:

$$-k > -13 \Leftrightarrow -k + 4 > -13 + 4$$

$$\Leftrightarrow -k + 4 > -9$$

**3.** Sejam  $x$  o número em que a Filipa pensou e  $y$  o número em que a Catarina pensou.

Sabemos que  $x < 12$  e  $y < 15$ .

Então, podemos ter, por exemplo,  $x = -20$  e  $y = -10$ .

Assim, a Cidália não tem razão porque

$$x \times y = -20 \times (-10) = 200 \text{ e } 200 \text{ não é menor que } 180.$$

## Propostas de Resolução

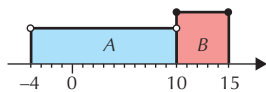
4. Começemos por representar graficamente os conjuntos  $A$  e  $B$  na reta real:

4.1.  $A \cap B = \{ \}$

4.2.  $A \cup B = ]-4, 15]$

4.3.  $A \cap \mathbb{R} = A$

4.4.  $B \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$



5.

5.1. Ao intervalo  $[-3, 0]$  pertencem os números inteiros  $-3, -2, -1$  e  $0$ .

Ao intervalo  $[-1, 2]$  pertencem os números inteiros  $-1, 0, 1$  e  $2$ .

Ao conjunto  $A$  pertencem os números inteiros que pertencem ao intervalo  $[-3, 0]$  ou ao intervalo  $[1, 2]$ , ou seja, pertencem os números inteiros  $-3, -2, -1, 0, 1$  e  $2$ .

5.2. Ao intervalo  $[3, +\infty[$  pertencem todos os números inteiros maiores que  $3$  e o próprio  $3$ .

Ao intervalo  $]-\infty, 5[$  pertencem todos os números inteiros menores que  $5$ .

Ao conjunto  $B$  pertencem os números inteiros que pertencem, simultaneamente, ao intervalo  $[3, +\infty[$  e ao intervalo  $]-\infty, 5[$ , ou seja, os números inteiros  $3$  e  $4$ .

6.

6.1.  $d + 12 < 16 \Leftrightarrow d < 16 - 12$   
 $\Leftrightarrow d < 4$

C.S. =  $]-\infty, 4[$

6.2.  $3 \leq -g + 5 \Leftrightarrow 3 - 5 \leq -g$   
 $\Leftrightarrow -2 \leq -g$   
 $\Leftrightarrow -g \geq -2$   
 $\Leftrightarrow g \leq 2$

C.S. =  $]-\infty, 2]$

6.3.  $4c - 12 > 5c - 12 \Leftrightarrow 4c > 5c - 12 + 12$   
 $\Leftrightarrow 4c > 5c$   
 $\Leftrightarrow 4c - 5c > 0$   
 $\Leftrightarrow -c > 0$   
 $\Leftrightarrow c < 0$

C.S. =  $]-\infty, 0[$

6.4.  $x + 5 \geq 8 \Leftrightarrow x \geq 8 - 5$   
 $\Leftrightarrow x \geq 3$

C.S. =  $[3, +\infty[$

6.5.  $3b + 4 < -5b + 9 \Leftrightarrow 3b + 5b < 9 - 4$   
 $\Leftrightarrow 8b < 5$   
 $\Leftrightarrow b < \frac{5}{8}$

C.S. =  $]-\infty, \frac{5}{8}[$

6.6.  $-12 + 3a \leq -6a \Leftrightarrow 3a + 6a \leq 12$

$\Leftrightarrow 9a \leq 12$

$\Leftrightarrow a \leq \frac{12}{9}$

$\Leftrightarrow a \leq \frac{4}{3}$

C.S. =  $]-\infty, \frac{4}{3}]$

7.

7.1. Uma equação de 2.º grau com duas soluções reais distintas garante que o binómio discriminante seja positivo.

Assim:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$a = 1, b = -6, c = k$

$(-6)^2 - 4 \times 1 \times k > 0 \Leftrightarrow 36 - 4k > 0$

$\Leftrightarrow -4k > -36$

$\Leftrightarrow 4k < 36$

$\Leftrightarrow k < \frac{36}{4}$

$\Leftrightarrow k < 9$

C.S. =  $]-\infty, 9[$

7.2. Escrevendo a equação na forma canónica, fica  $k^2 - 5x + 3 = 0$ .

Uma equação de 2.º grau impossível em  $\mathbb{R}$  garante que o binómio discriminante seja negativo.

Assim:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$a = k, b = -5, c = 3$

$(-5)^2 - 4 \times k \times 3 < 0 \Leftrightarrow 25 - 12k < 0$

$\Leftrightarrow -12k < -25$

$\Leftrightarrow 12k > 25$

$\Leftrightarrow k > \frac{25}{12}$

C.S. =  $]\frac{25}{12}, +\infty[$

7.3. Escrevendo a equação na forma canónica, fica  $-x^2 + 6x + 3k = 0$ .

Uma equação de 2.º grau sem soluções é impossível em  $\mathbb{R}$ , por isso devemos garantir que o binómio discriminante seja negativo. Assim:

$\Delta = b^2 - 4ac$

$a = -1, b = 6, c = 3k$

$6^2 - 4 \times (-1) \times 3k < 0 \Leftrightarrow 36 + 12k < 0$

$\Leftrightarrow 12k < -36$

$\Leftrightarrow k < -\frac{36}{12}$

$\Leftrightarrow k < -3$

C.S. =  $]-\infty, -3[$

8.

8.1.  $x \geq 8 \wedge x \leq -5$

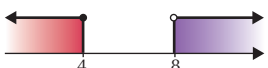


$$C.S. = ]-\infty, -5] \cap [8, +\infty[ = \emptyset$$

8.2.  $3x - 12 \leq 0 \wedge -2x < -16 \Leftrightarrow 3x \leq 12 \wedge 2x > 16$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{12}{3} \wedge x > \frac{16}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \leq 4 \wedge x > 8$$



$$C.S. = ]-\infty, 4] \cap [8, +\infty[ = \emptyset$$

8.3.  $-3x - \frac{x}{3} \leq -2 \wedge x - (3x - 4) \geq 0$

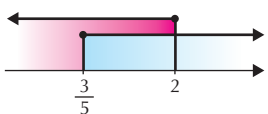
$$\Leftrightarrow -9x - x \leq -6 \wedge x - 3x + 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -10x \leq -6 \wedge -2x \geq -4$$

$$\Leftrightarrow 10x \geq 6 \wedge 2x \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{6}{10} \wedge x \leq \frac{4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{3}{5} \wedge x \leq 2$$



$$C.S. = ]-\infty, 2] \cap \left[\frac{3}{5}, +\infty\right[ = \left[\frac{3}{5}, 2\right]$$

8.4.  $\frac{2x - 10}{3} \leq 0 \wedge \frac{-3(x - 6)}{2} > -4(x - 1)$

$$\Leftrightarrow 2x - 10 \leq 0 \wedge \frac{-3x + 18}{2} > -\frac{4x}{1} + \frac{4}{1}$$

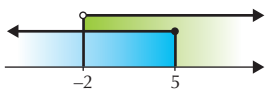
$$\Leftrightarrow 2x \leq 10 \wedge -3x + 18 > -8x + 8$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{10}{2} \wedge -3x + 8x > 8 - 18$$

$$\Leftrightarrow x \leq 5 \wedge 5x > -10$$

$$\Leftrightarrow x \leq 5 \wedge x > -\frac{10}{5}$$

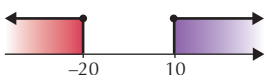
$$\Leftrightarrow x \leq 5 \wedge x > -2$$



$$C.S. = ]-\infty, 5] \cap ]-2, +\infty[ = ]-2, 5]$$

8.5.  $x \geq 10 \vee 2x \leq -40 \Leftrightarrow x \geq 10 \vee x \leq -\frac{40}{2}$

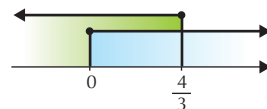
$$\Leftrightarrow x \geq 10 \vee x \leq -20$$



$$C.S. = ]-\infty, -20] \cup [10, +\infty[$$

8.6.  $3x - 4 \leq 0 \vee x \geq 0 \Leftrightarrow 3x \leq 4 \vee x \geq 0$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3} \vee x \geq 0$$



$$C.S. = \left]-\infty, \frac{4}{3}\right] \cup [0, +\infty[ = \mathbb{R}$$

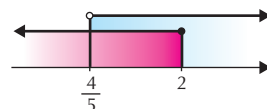
8.7.  $\frac{5x - 10}{2} > -3 \vee -3(x - 2) \geq 0$

$$\Leftrightarrow 5x - 10 > -6 \vee -3x + 6 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 5x > -6 + 10 \vee -3x \geq -6$$

$$\Leftrightarrow 5x > 4 \vee x \leq \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{4}{5} \vee x \leq 2$$



$$C.S. = \left]\frac{4}{5}, +\infty\right[ \cup ]-\infty, 2] = \mathbb{R}$$

8.8.  $\frac{3x}{2} - 5 \leq -x \vee 2(x - 4) - x \geq -3$

$$\Leftrightarrow 3x + 2x \leq 10 \vee 2x - x \geq -3 + 8$$

$$\Leftrightarrow 5x \leq 10 \vee x \geq 5$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{10}{5} \vee x \geq 5$$

$$\Leftrightarrow x \leq 2 \vee x \geq 5$$



$$C.S. = ]-\infty, 2] \cup [5, +\infty[$$

9. Determinemos uma expressão para a área,  $A$ , do triângulo:

$$A = \frac{(3x - 4) \times 3}{2} = \frac{9x - 12}{2}$$

Pretende-se que a área do triângulo seja inferior a 50 cm². Sendo assim,  $\frac{9x - 12}{2} < 50$ . Por outro lado,

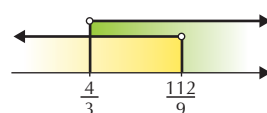
sabe-se que  $3x - 4 > 0$ , pois  $3x - 4$  corresponde à medida do comprimento de um dos lados do triângulo. Assim, temos:

$$\frac{9x - 12}{2} < 50 \wedge 3x - 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow 9x - 12 < 100 \wedge 3x - 4 > 0$$

$$\Leftrightarrow 9x < 112 \wedge 3x > 4$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{112}{9} \wedge x > \frac{4}{3}$$



Podemos, então, concluir que a área do triângulo da figura é inferior a 50 cm² quando  $x \in \left]\frac{4}{3}, \frac{112}{9}\right[$ .



# Propostas de Resolução

**Praticar +** – páginas 66 a 70

1.

1.1. Se  $y < 11$ , então  $y + 4 < 11 + 4 \Leftrightarrow y + 4 < 15$ .

1.2. Se  $y < 11$ , então  $y < 11 \times 2 \Leftrightarrow 2y < 22$ .

1.3. Se  $y < 11$ , então:

$$5y < 11 \times 5 \Leftrightarrow 5y < 55 \Leftrightarrow 5y - 10 < 55 - 10 \\ \Leftrightarrow 5y - 10 < 45$$

2.

$$2.1. -5 < x < 10 \Leftrightarrow -5 - 3 < x - 3 < 10 - 3 \\ \Leftrightarrow -8 < x - 3 < 7$$

$$2.2. -5 < x < 10 \Leftrightarrow -5 \times 2 < 2x < 10 \times 2 \\ \Leftrightarrow -10 < 2x < 20$$

$$2.3. -5 < x < 10 \Leftrightarrow -5 \times 4 < 4x < 10 \times 4 \\ \Leftrightarrow -20 < 4x < 40 \\ \Leftrightarrow -20 - 1 < 4x - 1 < 40 - 1 \\ \Leftrightarrow -21 < 4x - 1 < 39$$

3.

3.1. O perímetro é igual à soma de todos os lados.

Assim:

$$P = 1 + 1 + \sqrt{2} = (2 + \sqrt{2}) \text{ u.c.}$$

3.2. Se  $1,414 < \sqrt{2} < 1,415$ , então:

$$2 + 1,414 < 2 + \sqrt{2} < 2 + 1,415$$

$$\Leftrightarrow 3,414 < 2 + \sqrt{2} < 3,415$$

$$\Leftrightarrow 3,414 < P < 3,415$$

4.

$$4.1. a > b \Leftrightarrow 2 \times a > 2 \times b$$

$$4.2. a > b \Leftrightarrow 3a > 3b \Leftrightarrow -3a < -3b$$

$$4.3. a > b \Leftrightarrow -a < -b \Leftrightarrow -a + 5 < -b + 5$$

$$4.4. a > b \Leftrightarrow 3a > 3b \Leftrightarrow 3a - 2 > 3b - 2$$

5. A opção [A] não é a correta porque  $\pi \notin A$ , uma vez que  $\pi > \sqrt{2}$ .

Como  $\sqrt{2} \notin A$ , as opções [B] e [C] não são corretas.

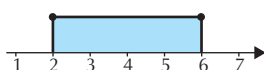
Logo, a opção correta é a [D].

$$6. -3x \geq 9 \Leftrightarrow 3x \leq -9 \Leftrightarrow x \leq -\frac{9}{3} \\ \Leftrightarrow x \leq -3$$

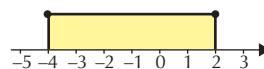
Logo, a opção correta é a [D].

7.

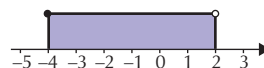
7.1.  $[2, 6]$



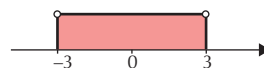
7.2.  $[-4, 2]$



7.3.  $[-4, 2[$



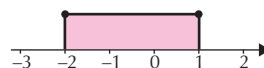
7.4.  $] -3, 3[$



7.5.  $] -5, 6]$



7.6.  $[-2, 1]$



8.

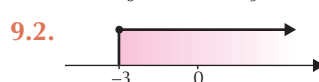
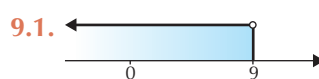
$$8.1. x > -3 \wedge x \leq 1 \Leftrightarrow -3 < x \leq 1$$

$$]-3, 1] \text{ e } -3 < x \leq 1$$

$$8.2. ]-7, +\infty[ \text{ e } x > -7$$

$$8.3. ]-\infty, 3] \text{ e } x \leq 3$$

9.

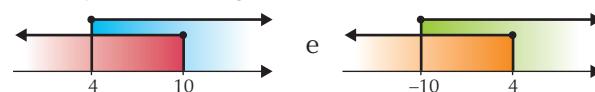


$$10. C = [-2, \sqrt{10}[, \sqrt{10} \approx 3,16$$

10.1. São todos os números inteiros compreendidos entre -2 e 3, ou seja, -2, -1, 0, 1, 2 e 3.

$$10.2. C = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x < \sqrt{10}\}$$

11. Representando graficamente:



$$[A] ]-\infty, 10] \cap [4, +\infty[ = [4, 10]$$

$$[B] ]-\infty, 4] \cap [-10, +\infty[ = [-10, 4]$$

$$[C] ]-\infty, 10] \cup [4, +\infty[ = \mathbb{R}$$

$$[D] ]-\infty, 4] \cup [-10, +\infty[ = \mathbb{R}$$

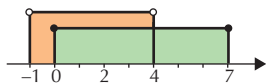
Logo, a opção correta é a [B].

12.

12.1. Geometricamente:

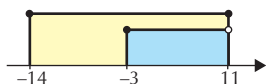


**12.2.** Geometricamente:



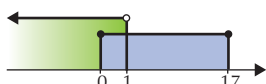
Na forma de intervalo:  $[-1, 7]$

**12.3.** Geometricamente:



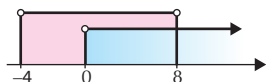
Na forma de intervalo:  $[-3, 11[$

**12.4.** Geometricamente:



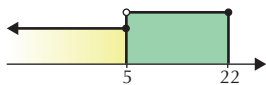
Na forma de intervalo:  $]-\infty, 17]$

**12.5.** Geometricamente:



Na forma de intervalo:  $]0, 8[$

**12.6.** Geometricamente:



Na forma de intervalo:  $]-\infty, 22]$

**13.**

$$13.1. 2x - 3 \geq 3 \Leftrightarrow 2x \geq 3 + 3 \Leftrightarrow 2x \geq 6$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 3$$

C.S. =  $[3, +\infty[$

$$13.2. 5g + 2 > 14 - g \Leftrightarrow 5g + g > 14 - 2$$

$$\Leftrightarrow 6g > 12$$

$$\Leftrightarrow g > \frac{12}{6}$$

$$\Leftrightarrow g > 2$$

C.S. =  $]2, +\infty[$

$$13.3. 4x - 10 \geq 2x + 16 \Leftrightarrow 4x - 2x \geq 16 + 10$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq 26$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{26}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 13$$

C.S. =  $[13, +\infty[$

$$13.4. 3a - 2 < 19 + 4a \Leftrightarrow 3a - 4a < 19 + 2$$

$$\Leftrightarrow -a < 21$$

$$\Leftrightarrow a > -21$$

C.S. =  $]-21, +\infty[$

$$13.5. 3a - 1 \geq a + 4 \Leftrightarrow 3a - a \geq 4 + 1$$

$$\Leftrightarrow 2a \geq 5$$

$$\Leftrightarrow a \geq \frac{5}{2}$$

C.S. =  $\left[\frac{5}{2}, +\infty\right[$

$$13.6. -3(a - 1) < a + 2 \Leftrightarrow -3a + 3 < a + 2$$

$$\Leftrightarrow -3a - a < 2 - 3$$

$$\Leftrightarrow -4a < -1$$

$$\Leftrightarrow 4a > 1$$

$$\Leftrightarrow a > \frac{1}{4}$$

C.S. =  $\left]\frac{1}{4}, +\infty\right[$

**14.**

$$14.1. 2(x - 6) > -(-x + 4) \Leftrightarrow 2x - 12 > x - 4$$

$$\Leftrightarrow 2x - x > -4 + 12$$

$$\Leftrightarrow x > 8$$

C.S. =  $]8, +\infty[$

**14.2.** 8 não é solução da inequação porque o intervalo do conjunto-solução é aberto em 8. Logo, 8 não é elemento desse conjunto.

**14.3.** O menor número inteiro é 9, porque é o menor número inteiro maior que 8.

**15.**

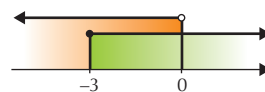
$$15.1. 3(x - 5) < -15 \vee 2x \geq x - 3$$

$$\Leftrightarrow 3x - 15 < -15 \vee 2x - x \geq -3$$

$$\Leftrightarrow 3x < -15 + 15 \vee x \geq -3$$

$$\Leftrightarrow 3x < 0 \vee x \geq -3$$

$$\Leftrightarrow x < 0 \vee x \geq -3$$



$]-\infty, 0] \cup [-3, +\infty[ = ]-\infty, +\infty[ = \mathbb{R}$

C.S. =  $\mathbb{R}$

$$15.2. -2x - 4 < -8 \wedge 2(x - 3) \leq 4$$

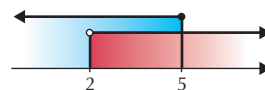
$$\Leftrightarrow -2x < -8 + 4 \wedge 2x - 6 \leq 4$$

$$\Leftrightarrow -2x < -4 \wedge 2x \leq 4 + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x > 4 \wedge 2x \leq 10$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{4}{2} \wedge x \leq \frac{10}{2}$$

$$\Leftrightarrow x > 2 \wedge x \leq 5$$



$]2, +\infty[ \cap ]-\infty, 5] = [2, 5]$

C.S. =  $]2, 5]$

## Propostas de Resolução

16.  $P = x + x + 2x + 6 + x + 4$

Simplificando a expressão, tem-se  $P = 5x + 10$ .

Como o perímetro é inferior a 25,  $P < 25$ .

$$5x + 10 < 25 \Leftrightarrow 5x < 25 - 10 \Leftrightarrow 5x < 15$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{15}{5}$$

$$\Leftrightarrow x < 3$$

$$\text{C.S.} = ]-\infty, 3[$$

Como  $x > 0$ , então  $x \in ]0, 3[$ .

17. Se  $a \leq b$  e  $b \leq a$ , então  $a = b$ .

18. [A]  $a - 3 \leq b - 3 \Leftrightarrow a \leq b$  (V)

[B]  $-c \leq -d \Leftrightarrow c \geq d$  (F, porque  $c \leq d$ .)

[C]  $a + c \leq b + d$  (V)

[D]  $6a \leq 6b \Leftrightarrow a \leq b$  (V)

Logo, a opção correta é a [B].

19.  $-0,002x < 0,04 \Leftrightarrow -\frac{2}{1000}x < \frac{4}{100}$

$$\Leftrightarrow -2x < 40$$

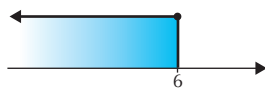
$$\Leftrightarrow 2x > -40$$

$$\Leftrightarrow x > -\frac{40}{2}$$

$$\Leftrightarrow x > -20$$

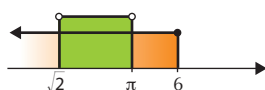
$$\text{C.S.} = ]-20, +\infty[$$

20. Representando graficamente o conjunto A:



20.1. 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6

20.2.  $]\sqrt{2}, \pi[ \cap A = ]\sqrt{2}, \pi[ \cap ]-\infty, 6[ = ]\sqrt{2}, \pi[$



21.

21.1.  $\{x \in \mathbb{R} : -3 \leq x < 17\} = [-3, 17[$

21.2.  $\{x \in \mathbb{N} : x < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$

22.  $A_{\text{trapézio}} = \frac{B+b}{2} \times h$ , ou seja,  $\frac{2x+1+5x}{2} \times 3$ .

Simplificando a expressão, obtemos:

$$\frac{7x+1}{2} \times 3 = \frac{21}{2}x + \frac{3}{2}$$

Como a área é inferior a 19, temos:

$$\frac{21}{2}x + \frac{3}{2} < 19 \Leftrightarrow 21x + 3 < 38 \Leftrightarrow 21x < 38 - 3$$

$$\Leftrightarrow 21x < 35$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{35}{21}$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{5}{3}$$

$$\text{C.S.} = ]-\infty, \frac{5}{3}[$$

Como  $x > 0$ , então  $x \in ]0, \frac{5}{3}[$ .

23.

23.1. Se o valor da expressão pertence ao intervalo  $[-3, +\infty[$ , então é superior ou igual a  $-3$ . Assim:

$$4(-d+6) - 5 \geq -3 \Leftrightarrow -4d + 24 - 5 \geq -3$$

$$\Leftrightarrow -4d + 19 \geq -3$$

$$\Leftrightarrow -4d \geq -3 - 19$$

$$\Leftrightarrow -4d \geq -22$$

$$\Leftrightarrow 4d \leq 22$$

$$\Leftrightarrow d \leq \frac{22}{4}$$

$$\Leftrightarrow d \leq \frac{11}{2}$$

$$\text{C.S.} = ]-\infty, \frac{11}{2}]$$

$$d \in ]-\infty, \frac{11}{2}]$$

23.2. Se a expressão assume um valor positivo, então  $-4d + 19 > 0$ .

Se a expressão é menor que 10, então:

$$-4d + 19 < 10$$

Então, obtemos a conjunção:

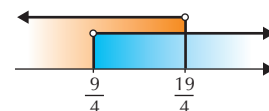
$$-4d + 19 > 0 \wedge -4d + 19 < 10$$

$$\Leftrightarrow -4d > -19 \wedge -4d < 10 - 19$$

$$\Leftrightarrow 4d < 19 \wedge -4d < -9$$

$$\Leftrightarrow d < \frac{19}{4} \wedge 4d > 9$$

$$\Leftrightarrow d < \frac{19}{4} \wedge d > \frac{9}{4}$$



$$\text{C.S.} = ]\frac{9}{4}, \frac{19}{4}[$$

Logo,  $d \in ]\frac{9}{4}, \frac{19}{4}[$ .

24. Representando graficamente os conjuntos A e B:



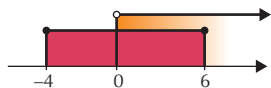
24.1.  $A \cap B = ]-\infty, 5[ \cap [-4, 6] = [-4, 5[$

Logo, a opção correta é a [C].

24.2. a)  $A \cap \mathbb{R} = ]-\infty, 5[ \cap \mathbb{R} = ]-\infty, 5[$

b)  $A \cup B = ]-\infty, 5[ \cup [-4, 6] = ]-\infty, 6]$

c)  $B \cap \mathbb{R}^+ = [-4, 6] \cap \mathbb{R}^+ = ]0, 6]$



25. [A]  $\sqrt{3} \notin [0, \sqrt{3}[$ , porque o intervalo é aberto em  $\sqrt{3}$ .

[B]  $\sqrt{3} \in [\sqrt{2}, 7[$ , porque  $\sqrt{3} > \sqrt{2}$  e  $\sqrt{3} < 7$ .

[C]  $\sqrt{3} \notin \{\sqrt{2}, 7\}$

[D]  $\sqrt{3} \notin \{\sqrt{2} + 1\}$

Logo, a opção correta é a [B].

26. I.  $2 - \frac{x-6}{3} \geq -(x-3) \Leftrightarrow 2 - \frac{x-6}{3} \geq -x + 3$

$$\Leftrightarrow 6 - x + 6 \geq -3x + 9$$

$$\Leftrightarrow -x + 3x \geq 9 - 6 - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq -3$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\text{C.S.} = \left[-\frac{3}{2}, +\infty\right[$$

II.  $2(-x+4) < \frac{x}{2} - 1 \Leftrightarrow -2x + 8 < \frac{x}{2} - 1$

$$\Leftrightarrow -4x + 16 < x - 2$$

$$\Leftrightarrow -4x - x < -2 - 16$$

$$\Leftrightarrow -5x < -18$$

$$\Leftrightarrow 5x > 18$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{18}{5}$$

$$\text{C.S.} = \left]\frac{18}{5}, +\infty\right[$$

III.  $3 - \frac{x-1}{2} \leq -3(2-x) + 1$

$$\Leftrightarrow 3 - \frac{x-1}{2} \leq -6 + 3x + 1$$

$$\Leftrightarrow 6 - x + 1 \leq -12 + 6x + 2$$

$$\Leftrightarrow -x - 6x \leq -12 + 2 - 6 - 1$$

$$\Leftrightarrow -7x \leq -17$$

$$\Leftrightarrow 7x \geq 17$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{17}{7}$$

$$\text{C.S.} = \left[\frac{17}{7}, +\infty\right[$$

27. Seja  $x$  o peso de cada esfera.

$$3x + 10 < x + 17 \Leftrightarrow 3x - x < 17 - 10 \Leftrightarrow 2x < 7$$

$$\Leftrightarrow x < \frac{7}{2}$$

$$\text{C.S.} = \left]-\infty; \frac{7}{2}\right[$$

Cada esfera pesa menos do que 3,5 kg.

Então,  $k = 3$ .

Logo, a opção correta é a [C].

28. O perímetro do triângulo é dado pela expressão

$$2x + 2x + 3 + x + 1 = 5x + 4.$$

O perímetro do hexágono é dado pela expressão

$$x \times 6 = 6x. \text{ Então:}$$

$$5x + 4 > 6x \Leftrightarrow 5x - 6x > -4$$

$$\Leftrightarrow -x > -4$$

$$\Leftrightarrow x < 4$$

$$\text{C.S.} = ]-\infty, 4[$$

Como  $x > 0$ , então  $x \in ]0, 4[$ .

29. [A] A afirmação é falsa. Se  $a < b$ , então  $a \neq b$ .

[B] A afirmação é verdadeira.

[C] A afirmação é falsa porque  $-a < -b \Leftrightarrow a > b$ .

[D] A afirmação é falsa porque

$$-3 + a > -3 + b \Leftrightarrow a > b.$$

Logo, a opção correta é a [B].

30. Sejam  $x$  o preço dos sapatos e o  $y$  o preço da blusa. Como os sapatos custam mais 20 € do que a blusa, então  $x = 20 + y$ .

A Margarida pretende comprar uns sapatos e uma blusa, sem gastar mais de 200 €, então  $x + y \leq 200$ .

Como  $x = 20 + y$ , temos:

$$20 + y + y \leq 200 \Leftrightarrow 2y \leq 200 - 20 \Leftrightarrow 2y \leq 180$$

$$\Leftrightarrow y \leq \frac{180}{2}$$

$$\Leftrightarrow y \leq 90$$

$$\text{C.S.} = ]-\infty, 90]$$

A blusa pode custar, no máximo, 90 €.

31

$$31.1. \{x \in \mathbb{R}: 2x - 4 \geq 12\} \cap \{x \in \mathbb{R}: 2(x - 5) - 3 < 7\}$$

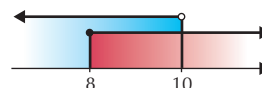
$$2x \geq 12 + 4 \wedge 2x - 10 - 3 < 7$$

$$\Leftrightarrow 2x \geq 16 \wedge 2x < 7 + 10 + 3$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{16}{2} \wedge 2x < 20$$

$$\Leftrightarrow x \geq 8 \wedge x < \frac{20}{2}$$

$$\Leftrightarrow x \geq 8 \wedge x < 10$$

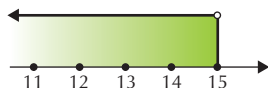


$$[8, +\infty[ \cap ]-\infty, 10[ = [8, 10[$$

$$\text{C.S.} = [8, 10[$$

## Propostas de Resolução

**31.2.**  $\{x \in \mathbb{Z}: x \geq 11\} \cap \{x \in \mathbb{R}: x < 15\}$   
 $\{11, 12, 13, \dots\} \wedge x < 15 \Leftrightarrow 11 \leq x < 15, x \in \mathbb{Z}$



C.S. =  $\{11, 12, 13, 14\}$

**31.3.**  $\{x \in \mathbb{N}: -2(x+3) \geq -14\} \cup \{-3, -2, -1\}$

$-2x - 6 \geq -14 \Leftrightarrow -2x \geq -14 + 6$

$\Leftrightarrow -2x \geq -8$

$\Leftrightarrow 2x \leq 8$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{8}{2}$

$\Leftrightarrow x \leq 4, x \in \mathbb{N}$

$\{1, 2, 3, 4\} \cup \{-3, -2, -1\} = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

C.S. =  $\{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

**32.**  $2x + 1$ ,  $2x + 3$  e  $2x + 5$ , sendo  $x$  um número natural, são três números ímpares consecutivos.

$2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 > 53 \wedge$

$\wedge 2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 < 60$

$\Leftrightarrow 6x > 53 - 1 - 3 - 5 \wedge 6x < 60 - 1 - 3 - 5$

$\Leftrightarrow 6x > 44 \wedge 6x < 51$

$\Leftrightarrow x > \frac{44}{6} \wedge x < \frac{51}{6}$

$\Leftrightarrow x > \frac{22}{3} \wedge x < \frac{17}{2}$

C.S. =  $\left] \frac{22}{3}, \frac{17}{2} \right[$

Como  $\frac{22}{3} \approx 7,33$ ,  $\frac{17}{2} = 8,5$  e  $x$  é um número natural,

então  $x = 8$  e os três números são:

$2 \times 8 + 1 = 17$

$2 \times 8 + 3 = 19$

$2 \times 8 + 5 = 21$

Os números são 17, 19 e 21.

**33.**  $B = ]-\sqrt{8}, \pi[$  e  $-\sqrt{8} \approx -2,8$  e  $\pi \approx 3,14$

$B \cap \mathbb{N} = ]-\sqrt{8}, \pi[ \cap \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} = \{1, 2, 3\}$

Os elementos comuns aos dois conjuntos são 1, 2 e 3.

**34.** Começando por resolver a inequação, temos:

$-2(x-4) - 3 < 11 \Leftrightarrow -2x + 8 - 3 < 11$

$\Leftrightarrow -2x < 11 - 8 + 3$

$\Leftrightarrow -2x < 6$

$\Leftrightarrow 2x > -6$

$\Leftrightarrow x > -\frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x > -3$

$] -3, +\infty[ \cap \mathbb{Z}^- = \{-2, -1\}$

( $\mathbb{Z}^-$  – números inteiros negativos)

Logo, há dois números inteiros negativos,  $-2$  e  $-1$ , que satisfazem a condição  $-2(x-4) - 3 < 11$ .

**35.**

**35.1.**  $3x < 3x \Leftrightarrow 3x - 3x < 0$

$\Leftrightarrow 0 < 0$

Inequação impossível.

C.S. =  $\{\}$

**35.2.**  $x \geq x \Leftrightarrow x - x \geq 0$

$\Leftrightarrow 0x \geq 0$

C.S. =  $\mathbb{R}$

**35.3.**  $5x - 1 < 5x \Leftrightarrow 5x - 5x < 1$

$\Leftrightarrow 0x < 1$

C.S. =  $\mathbb{R}$

**36.** Como  $\pi \approx 3,1415\dots$

[A]  $\pi \notin ]-\infty; 3,14]$  porque  $\pi > 3,14$ .

[B]  $\pi \notin ]0, \pi[$  porque o intervalo é aberto em  $\pi$ .

[C]  $\pi \in ]3,14; +\infty[$ , porque  $\pi > 3,14$ .

[D]  $\pi \notin ]\pi, +\infty[$ , porque o intervalo é aberto em  $\pi$ .

Logo, a opção correta é a [C].

**37.** [A]  $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, +\infty[ \cap ]-1, 4] = [\sqrt{2} - 1, 4]$

[B]  $I \cap A = ]\sqrt{2} - 1, 8[ \cap ]-1, 4] = ]\sqrt{2} - 1, 4]$

[C]  $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, 4[ \cap ]-1, 4] = [\sqrt{2} - 1, 4[$

[D]  $I \cap A = ]\sqrt{2} - 1, 4[ \cap ]-1, 4] = ]\sqrt{2} - 1, 4[$

Logo, a opção correta é a [B].

**38.** Sejam  $c$  o comprimento e  $\ell$  a largura do retângulo.

Sabemos que  $c = 7 + \ell$  e  $P = 2\ell + 2c$ .

Então:

$P = 2\ell + 2(7 + \ell) = 2\ell + 14 + 2\ell =$

$= 4\ell + 14$

Como  $P \geq 54$ , temos:

$4\ell + 14 \geq 54 \Leftrightarrow 4\ell \geq 54 - 14$

$\Leftrightarrow 4\ell \geq 40$

$\Leftrightarrow \ell \geq \frac{40}{4}$

$\Leftrightarrow \ell \geq 10$

$\ell \in [10, +\infty[$

A largura tem, no mínimo, 10 cm.

$c = 7 + \ell \Leftrightarrow c = 7 + 10$

$\Leftrightarrow c = 17$  cm

As dimensões mínimas do retângulo são 10 cm de largura e 17 cm de comprimento.

39. A média dos três valores é dada pela expressão:

$$\frac{8,11 + 8,42 + x}{3} = \frac{1}{3}x + 5,51$$

Como a média deve ser inferior a 8,6 e superior a 8,3, então:

$$\frac{1}{3}x + 5,51 > 8,3 \wedge \frac{1}{3}x + 5,51 < 8,6$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x > 2,79 \wedge \frac{1}{3}x < 3,09$$

$$\Leftrightarrow x > 8,37 \wedge x < 9,27$$

$$\text{C.S.} = ]8,37; 9,27[$$

Na última medição, o valor de PH poderá estar entre 8,37 e 9,27.