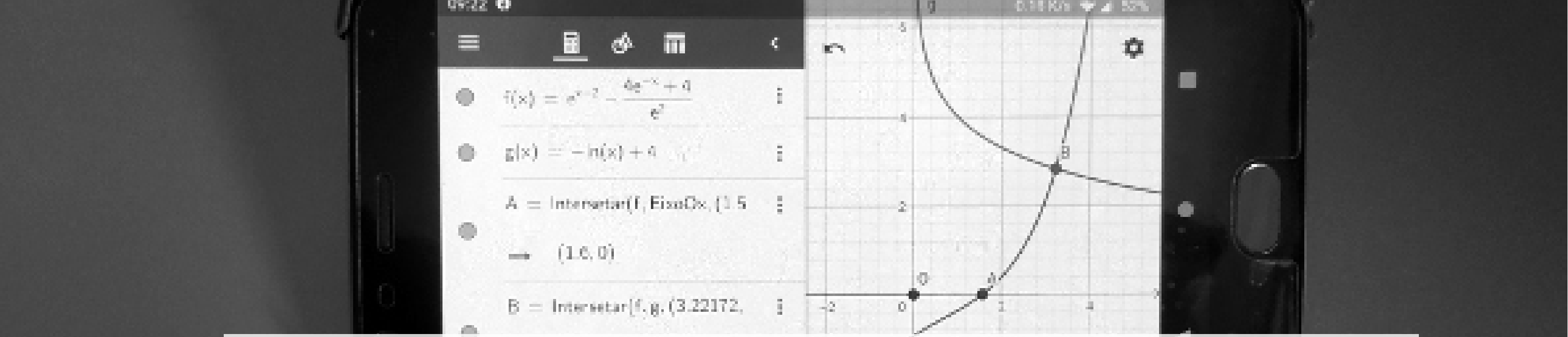


Exponenciais e logaritmos - Resolução gráfica

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução

1. Como o ponto do cabo em causa está situado a d metros do poste da esquerda, a sua altura é $h(d)$.

   Desta forma uma redução de 50% da distância, ou seja, a redução da distância para metade é expressa por $\frac{1}{2}d$, e a redução da altura em em 30 centímetros (0,3 metros) é expressa por $h(d) - 0{,}3$.

   Logo, o valor da distância d é a solução da equação $h\left(\frac{1}{2}d\right) = h(d) - 0{,}3$

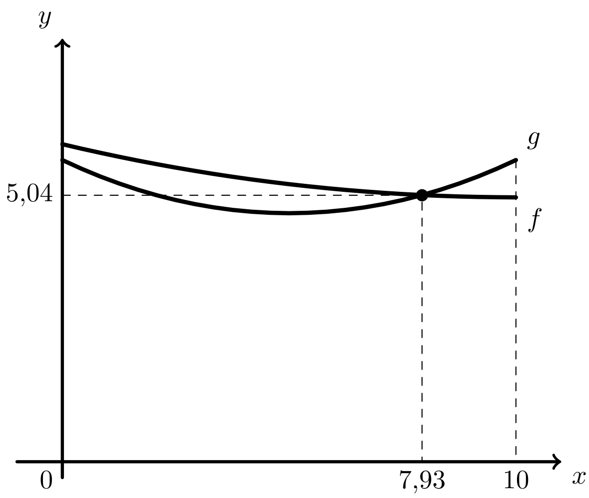
   Assim, inserindo na calculadora a função $h(x) = 6{,}3\left(e^{\frac{x-5}{12{,}6}} + e^{\frac{5-x}{12{,}6}}\right) - 7{,}6$, determinamos o valor de d como a abcissa do ponto de interseção das funções:

   - $f(x) = h\left(\frac{1}{2}x\right)$
   - $g(x) = h(x) - 0{,}3$

   Representando na calculadora as funções f e g, numa janela compatível com o domínio da função ($x \in [0{,}10]$), obtemos o gráfico representado na figura ao lado.

   Recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção dos dois gráficos, obtemos valores aproximados às décimas da abcissa do ponto de interseção dos dois gráficos:

   7,9 metros.



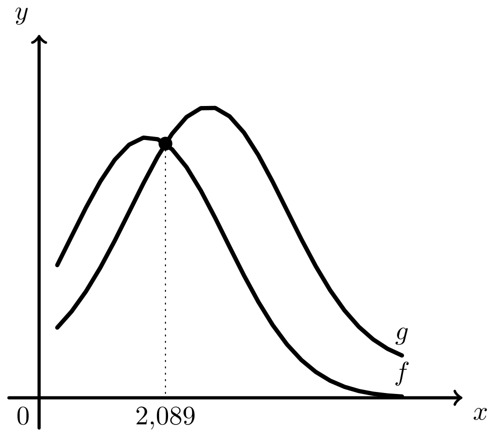
Exame – 2022, 1.ª Fase

2. Como no instante, t_1 , havia, no tubo de ensaio, mais meio milhar de bactérias vivas do que uma hora antes desse instante, temos que:

$$N(t_1) = N(t_1 - 1) + \frac{1}{2}$$

Desta forma, visualizando na calculadora gráfica os gráficos das funções $f(x) = 1{,}63e^{1{,}08x-0{,}3x^2}$ e $g(x) = -1{,}63e^{1{,}08(x-1)-0{,}3(x-1)^2} + \frac{1}{2}$, numa janela compatível com o contexto descrito ($0 < x < 6$), correspondente a 12 horas), reproduzido na figura ao lado, e usando a funcionalidade da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos o valor aproximado (às milésimas) das coordenadas do ponto de interseção, cuja abcissa é o valor de t_1:

$$(2{,}089,\ 4{,}202)$$



Assim temos que o instante $t_1 \approx 2{,}089$, e como 0,089 horas corresponde a $0{,}089 \times 60 \approx 5$ temos que o instante t_1 ocorreu 2 horas e 5 minutos após a colocação das bactérias no tubo de ensaio.

Exame – 2021, Ép. especial

3. Determinando a taxa média de variação da função T relativa aos primeiros t_2 minutos, ou seja, no intervalo $[0,t_2]$, temos:

$$TMV_{[0,t_2]} = \frac{T(t_2) - T(0)}{t_2 - 0} = \frac{20 + 100e^{-0{,}04t_2} - \left(20 + 100e^{-0{,}04\times 0}\right)}{t_2} = \frac{20 + 100e^{-0{,}04t_2} - 20 - 100e^{0})}{t_2} =$$

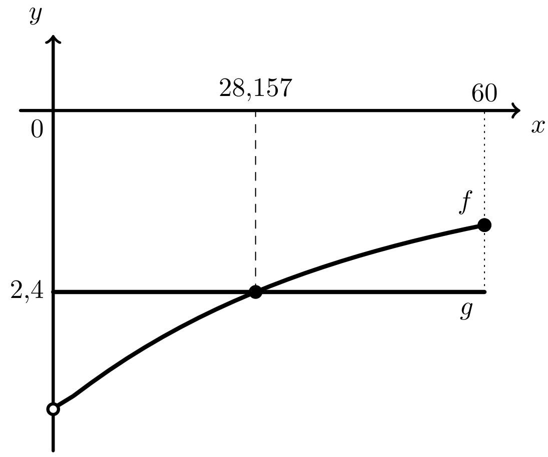
$$= \frac{100e^{-0{,}04t_2} - 100 \times 1}{t_2} = \frac{100e^{-0{,}04t_2} - 100}{t_2}$$

Assim, como durante os primeiros t_2 minutos, a taxa média de variação da função T foi igual a $-2{,}4$, o valor de t_2 é a solução da equação:

$$\frac{100e^{-0{,}04t_2} - 100}{t_2} = -2{,}4$$

Desta forma, visualizando na calculadora gráfica os gráficos das funções $f(x) = \frac{100e^{-0{,}04x} - 100}{x}$ e $g(x) = -2{,}4$, para $0 < x \leq 60$, reproduzido na figura ao lado, e usando a funcionalidade da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos o valor aproximado (às milésimas) das coordenadas do ponto de interseção, cuja abcissa é o valor de t_2:

$$(28{,}157 \quad -2{,}4)$$



Assim temos que o instante $t_2 \approx 28{,}157$, e como 0,157 minutos corresponde a $0{,}157 \times 60 \approx 9$ temos que o instante t_2 ocorreu aos 28 minutos e 9 segundos.

Exame – 2021, 2.ª Fase

4. Como se pretende que a altitude do satélite seja igual ao raio da base da respetiva calote esférica, temos que $r = h$

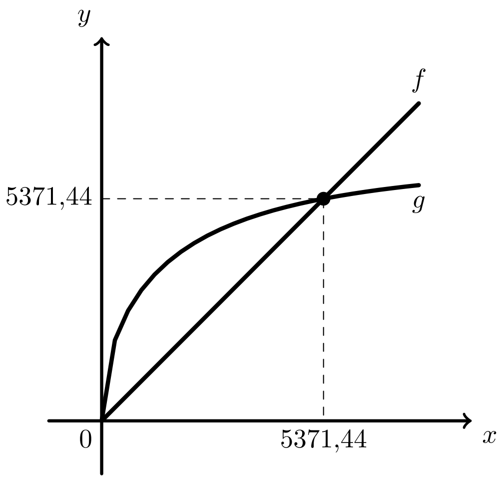
Por outro lado, sabemos que $r = \dfrac{R}{h+R}\sqrt{h^2+2hR}$, e que o raio da Terra é 6400 km, ou seja, $R = 6400$, pelo que: $r = \dfrac{6400}{h+6400}\sqrt{h^2+2h(6400)} = \dfrac{6400\sqrt{h^2+12800h}}{h+6400}$

Assim, o raio, em quilómetros, da base da calote esférica cuja superfície é coberta pelo satélite (ou a respetiva altura) é a solução da equação da equação:

$$h = \frac{6400\sqrt{h^2+12800h}}{h+6400}$$

Desta forma, visualizando na calculadora gráfica os gráficos das funções $f(x) = x$ e $g(x) = \dfrac{6400\sqrt{x^2+12800h}}{x+6400}$, para $0 < x < 6400$, reproduzido na figura ao lado, e usando a funcionalidade da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos o valor aproximado (às centésimas) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, o raio, em quilómetros, da base da calote esférica cuja superfície é coberta pelo satélite e a respetiva altura, quando estas são iguais:

$$(5371{,}44\,;\,5371{,}44)$$



Assim, temos que $R = 6400$ e $r \approx 5371{,}44$, pelo que a percentagem, arredondada às unidades, da área da superfície terrestre coberta pelo satélite, naquela posição, é:

$$50\left(1-\sqrt{1-\left(\frac{5371{,}44}{6400}\right)^2}\right) \approx 23\%$$

Exame – 2020, 2.ª Fase

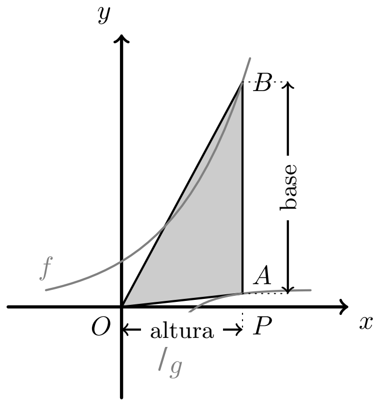
5. Considerando como a base do triângulo o lado $[AB]$, temos que:

$$\overline{AB} = f(a) - g(a) = e^a - \frac{\ln a}{a}$$

Considerando o ponto P (de ordenada nula e abcissa a), temos que a altura correspondente à base anterior é $[OP]$, e que:

$$\overline{OP} = a$$

Pelo que a área do triângulo $[OAB]$ é dada, em função de a, por:



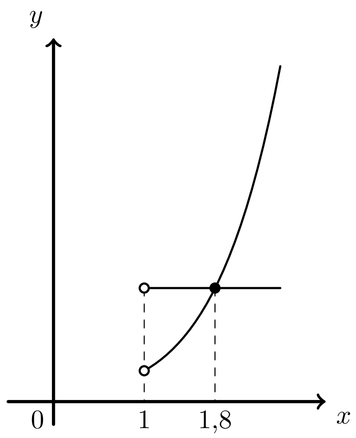
$$A_{[OAB]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{OP}}{2} = \frac{\left(e^a - \frac{\ln a}{a}\right) \times a}{2} = \frac{ae^a - \ln a}{2},\ (a > 1)$$

Assim, o valor de a para o qual a área do triângulo $[OAB]$ é igual a 5, é a solução da equação:

$$\frac{ae^a - \ln a}{2} = 5$$

Desta forma, visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função $y = \frac{xe^x - \ln x}{2}$, e a reta horizontal de equação $y = 5$, numa janela compatível com a restrição do valor de a $(x > 1)$, (reproduzido na figura ao lado), e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos um valor aproximado (às décimas) para a abcissa do ponto de interseção, ou seja, a solução da equação:

$$x \approx 1{,}8$$



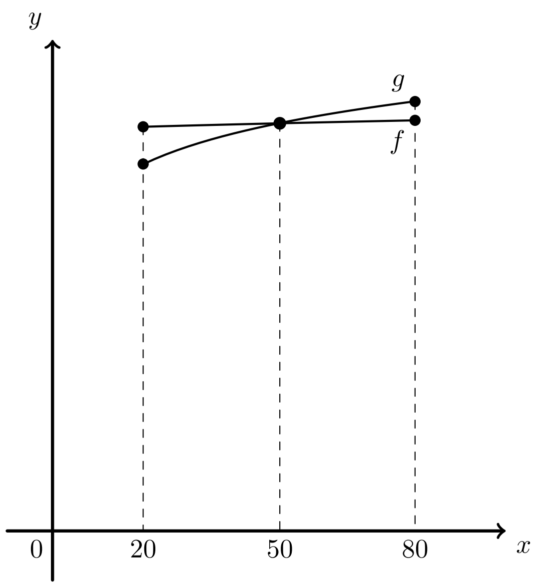
Exame – 2019, Ép. especial

6. Relativamente a um nível de som inicial do despertador, um aumento da respetiva intensidade em 150 $\mu W/m^2$ é representado por $60 + 10\log_{10}(I + 150)$ e 1,4% do quadrado do nível inicial é representado por $0{,}014\,(60 + 10\log_{10} I)^2$, pelo que o valor da intensidade inicial do som desse despertador, é a solução da equação:

$$60 + 10\log_{10}(I + 150) = 0{,}014\,(60 + 10\log_{10} I)^2$$

Assim, visualizando na calculadora gráfica os gráficos das funções $f(x) = 60 + 10\log_{10}(I + 150)$ e $g(x) = 0{,}014\,(60 + 10\log_{10} I)^2$, para $20 < x < 80$, reproduzido na figura ao lado, e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos o valor aproximado (às unidades) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, o valor da intensidade inicial do som desse despertador:

$$50\ \mu W/m^2$$



Exame – 2019, 2.ª Fase

7. Como a lente de contacto foi obtida a partir de superfícies esféricas com 7 mm e 8 mm de raio, e $r_2 > r_1$, temos que $r_2 = 8$ e $r_1 = 7$.

   Assim, temos que:

   $$\frac{\sqrt{[(7+8)^2 - x^2]\,[x^2 - (7-8)^2]}}{x} \text{ , com } 8 - 7 < x < \sqrt{8^2 - 7^2}$$

   Ou seja:

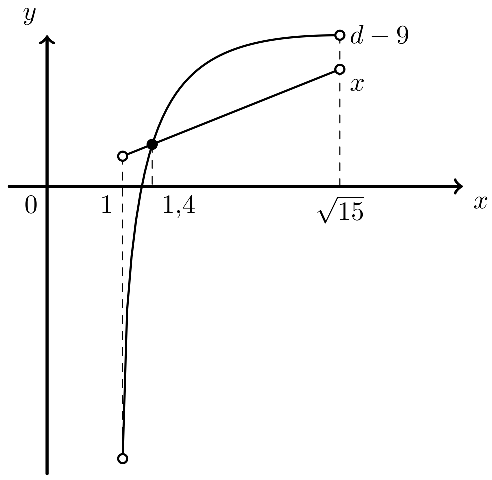
   $$\frac{\sqrt{(225 - x^2)(x^2 - 1)}}{x} \text{ , com } 1 < x < \sqrt{15}$$

   Como o diâmetro da lente d excede em 9 mm a distância entre os centros das duas superfícies esféricas, ou seja, x, temos que:

   $$d - 9 = x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{(225 - x^2)(x^2 - 1)}}{x} - 9 = x$$

   Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função $d-9$ e a reta $y = x$, para os valores de x indicados,$1 < x < \sqrt{15}$, (reproduzidos na figura ao lado), e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos um valor aproximado (às décimas) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, a solução da equação:

   $$x \approx 1{,}4$$



Exame – 2019, 1.ª Fase

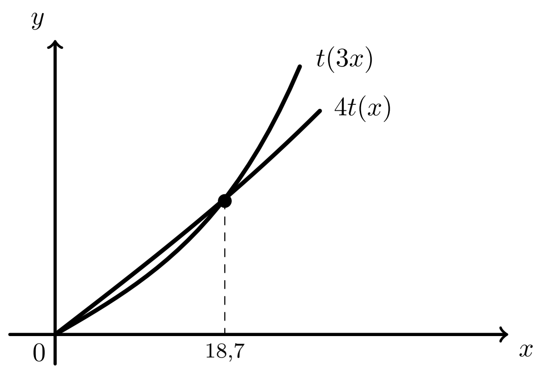
8. Como x é a distância, em metros, do ponto F à reta OC, designando por x_G a distância, em metros, do ponto G à reta OC, temos, de acordo com os dados do enunciado, que:

   - $x_G = 3 \times x$
   - o tempo que o ascensor demora a percorrer o arco que vai de F até G é $t(x_G) - t(x)$, pelo que:

   $$t(x_G) - t(x) = 3 \times t(x) \Leftrightarrow t(x_G) = 3 \times t(x) + t(x) \Leftrightarrow t(\underbrace{x_G}_{3x}) = 4 \times t(x) \Leftrightarrow t(3x) = 4t(x)$$

   Assim, visualizando na calculadora gráfica os gráficos das funções $t(3x)$ e $4t(x)$, numa janela compatível com o domínio da função t, reproduzido na figura ao lado, e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos o valor aproximado (às décimas) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, a distância, em metros, do ponto F à reta OC:

   $$x \approx 18{,}7$$

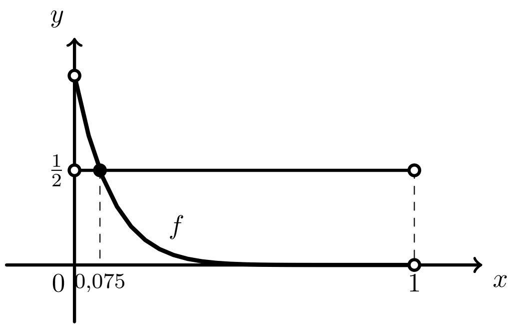


Exame – 2018, Ép. especial

9. Como os coeficientes de reflexão, R, e o de absorção λ têm o mesmo valor numérico, temos que $R = \lambda$
Como a luz transmitida, L, é igual a metade da potência da luz incidente, I, temos que $L = \frac{I}{2}$
Assim, de acordo com as condições anteriores, temos que:

$$L = I(1-R)^6\, e^{-3\lambda} \Leftrightarrow \frac{I}{2} = I(1-\lambda)^6\, e^{-3\lambda} \Leftrightarrow \frac{I}{2I} = (1-\lambda)^6\, e^{-3\lambda} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = (1-\lambda)^6\, e^{-3\lambda}$$

Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função $f(x) = (1-x)^6\, e^{-3x}$, e a reta horizontal de equação $y = \frac{1}{2}$, para $0 < x < 1$ (porque $\lambda > 0$ e $R < 1$), reproduzido na figura ao lado, e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos o valor aproximado (às milésimas) da abcissa do ponto de interseção, ou seja, o valor comum aos coeficientes de absorção e reflexão do material: 0,075



Exame – 2018, 1.ª Fase

10. Como o ponto A é o ponto de abcissa negativa $(x < 1)$ que é a intersecção do gráfico da função g com o eixo das abcissas, tem ordenada nula, e assim, calculamos a abcissa resolvendo a equação:

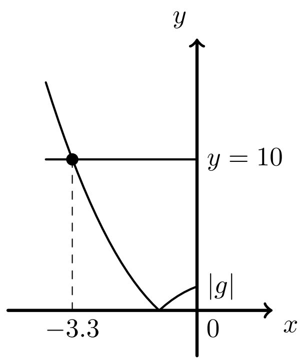
$$\frac{1-x^2}{1-e^{x-1}} = 0 \underset{x \neq 1}{\Leftrightarrow} 1 - x^2 = 0 \Leftrightarrow 1 = x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \underset{x<0}{\Rightarrow} x = -1$$

Assim, temos que $\overline{OA} = |-1| = 1$ e considerando o lado $[OA]$ como a base do triângulo $[OAP]$, a altura é o valor absoluto da ordenada do ponto P, pelo que a área do triângulo é igual a 5, se:

$$\frac{\overline{OA} \times |g(x)|}{2} = 5 \Leftrightarrow 1 \times |g(x)| = 5 \times 2 \Leftrightarrow |g(x)| = 10 \Leftrightarrow \left|\frac{1-x^2}{1-e^{x-1}}\right| = 10$$

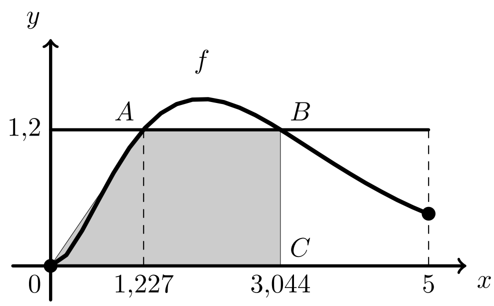
Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função $|g|$, para valores inferiores a zero e a reta $y = 10$ (reproduzidos na figura ao lado), e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos um valor aproximado (às décimas) da abcissa do ponto P:

$$x_P \approx -3{,}3$$



Exame – 2017, 1.ª Fase

11. Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função f, e a reta horizontal de equação $y = 1{,}2$, numa janela compatível com o intervalo definido ($x \in [0{,}5]$), (reproduzido na figura ao lado), e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos valores aproximados (às milésimas) para as coordenadas dos pontos A e B:
$A(1{,}227; 1{,}2)$ e $B(3{,}044; 1{,}2)$
Assim, podemos também assumir o valor aproximado de 3,044 para a abcissa do ponto C e representar o quadrilátero $[OABC]$, constatando que é um trapézio.

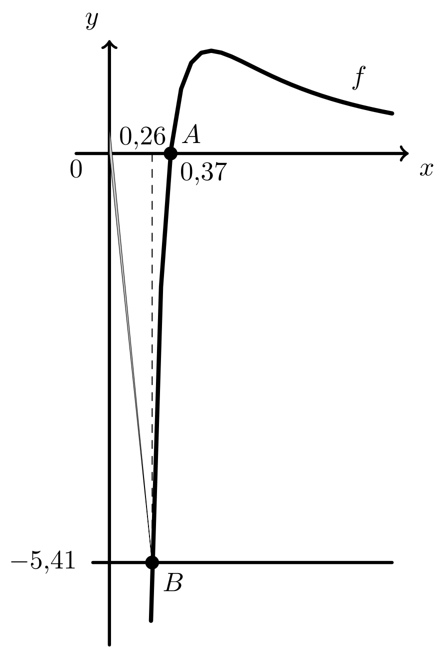


Desta forma temos as medidas aproximadas da base maior ($\overline{OC} = x_C - x_O \approx 3{,}044 - 0 \approx 3{,}044$), da base menor ($\overline{AB} = x_B - x_A \approx 3{,}044 - 1{,}227 \approx 1{,}817$) e da altura ($\overline{BC} = y_B - y_C \approx 1{,}2 - 0 \approx 1{,}2$), pelo que a área do trapézio $[OABC]$, arredondada às centésimas, é

$$A_{[OABC]} = \frac{\overline{OC} + \overline{AB}}{2} \times \overline{BC} \approx \frac{3{,}044 + 1{,}817}{2} \times 1{,}2 \approx 2{,}92$$

Exame – 2015, Ép. especial

12. Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função g, numa janela coerente com o domínio da função, (reproduzido na figura ao lado) e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados dos zeros de uma função, obtemos um valor aproximado (às centésimas) da abcissa do ponto A, $x_A \approx 0{,}37$, que é também o comprimento do segmento $[OA]$ que podemos tomar como a base do triângulo $[OAB]$



Como sabemos que o ponto B está sobre uma reta que passa na origem e tem declive negativo, é um ponto do 4º quadrante, com abcissa menor que a abcissa do ponto A, e cuja distância ao eixo das abcissas, ou seja, a abcissa do ponto B é um valor de x tal que $|g(x)|$ é a medida da altura relativa à base $[OA]$, do triângulo $[OAB]$

Desta forma, como a área do triângulo é 1, procuramos um valor de x tal que

$$\frac{|g(x)| \times x_A}{2} = 1 \Rightarrow |g(x)| \approx \frac{2}{0{,}37} \Leftrightarrow |g(x)| \approx 5{,}41$$

Assim, como o ponto B tem ordenada negativa, traçamos também a reta $y = -5{,}41$, também reproduzida na figura anterior, e recorremos à função da calculadora para determinar valores aproximados (às centésimas) das coordenadas do ponto de interseção dos gráficos de duas funções para determinar a abcissa do ponto B, ou seja $x_B \approx 0{,}26$
Assim, para que a área do triângulo $[OAB]$ seja 1, as abcissas dos pontos A e B, com arredondamento às centésimas, são, respetivamente $x_A \approx 0{,}37$ e $x_B \approx 0{,}26$

Exame – 2014, Ép. especial

13. Como o ponto A pertence ao eixo das ordenadas, tem abcissa $x = 0$; como também pertence ao gráfico de f, tem ordenada $f(0)$. Assim, calculando a ordenada do ponto A, temos:

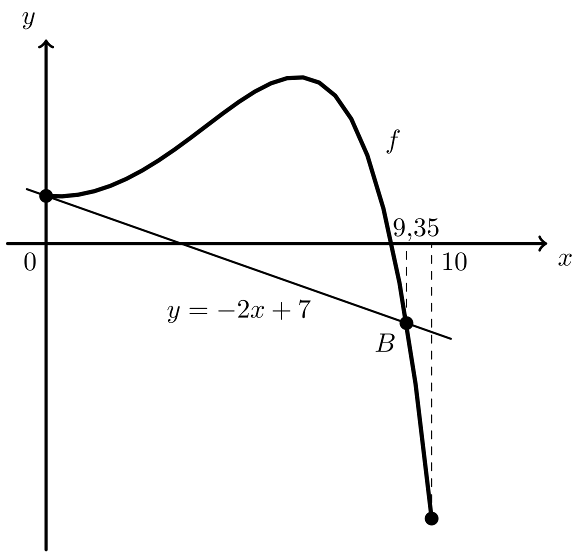
$$f(0) = -e^{\frac{0}{2}} + 0^2 + 8 = -e^0 + 0 + 8 = -1 + 8 = 7$$

A reta AB tem declive -2 e passa no ponto A, logo é a reta de equação $y = -2x + 7$, e assim, o ponto B é a interseção da reta AB com o gráfico da função f, pelo que a abcissa do ponto B é a solução da equação

$$f(x) = -2x + 7 \Leftrightarrow -e^{\frac{x}{2}} + x^2 + 8 = -2x + 7$$

Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função f, numa janela coerente com o domínio da função, e a reta AB (reproduzidos na figura ao lado), e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos um valor aproximado (às centésimas) da abcissa do ponto B:

$$x_B \approx 9{,}35$$



Exame – 2014, 2.ª Fase

14. Seja k a abcissa do ponto B ($k \in \mathbb{R}^-$).
Como o ponto B pertence ao gráfico da função f, tem coordenadas $\big(k,f(k)\big)$, e como o ponto C pertence ao eixo Oy e tem ordenada igual à do ponto B, tem coordenadas $\big(0,f(k)\big)$

Podemos ainda considerar a mediada da base do triângulo como $b = |k|$, e a altura como a diferença das ordenadas dos pontos C e A, ou seja, $a = f(k) - (-2) = f(k) + 2$

Assim, a área do triângulo $[ABC]$ é

$$A_{[ABC]} = \frac{b \times a}{2} = \frac{|k| \times (f(k)+2)}{2} \underset{k<0}{=} \frac{-k \times (f(k)+2)}{2} = \frac{-k \times (-\ln(k+e^2)+2)}{2}$$

E como a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 8, temos que

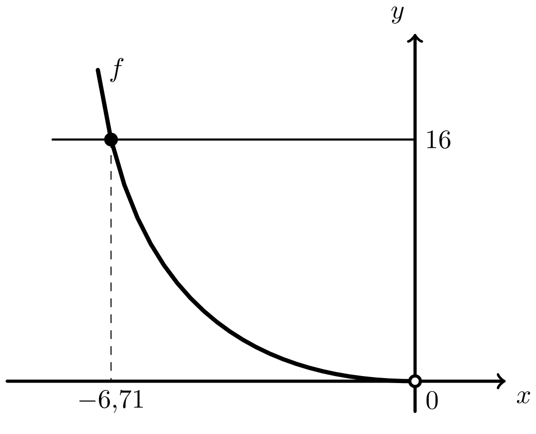
$$\frac{-k \times (-\ln(k+e^2)+2)}{2} = 8 \Leftrightarrow -k \times (-\ln(k+e^2)+2) = 16$$

Pelo que a abcissa do ponto B é a solução negativa da equação anterior.

Assim a abcissa do ponto B é a interseção da reta de equação $y = 16$ com o gráfico da função f, sendo

$$f(x) = -x \times (-\ln(x+e^2)+2), x \in \mathbb{R}^-$$

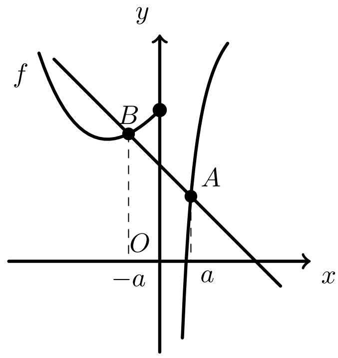
Visualizando na calculadora gráfica o gráfico da função f, numa janela coerente com o domínio da função, e a reta de equação $y = 16$ (reproduzidos na figura ao lado), e usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos um valor aproximado (às centésimas) da abcissa do ponto B, $x_B \approx -6{,}71$



Exame – 2014, 1.ª Fase

15. Como a abcissa do ponto A é $x_A = a$ e a abcissa do ponto B é $x_B = -a$, podemos calcular as ordenadas dos pontos A e B:

- $y_A = f(a) = \dfrac{3a + \ln a}{a}$
- $y_B = f(-a) = 2(-a) + 1 + e^{-(-a)} = -2a + 1 + e^a$

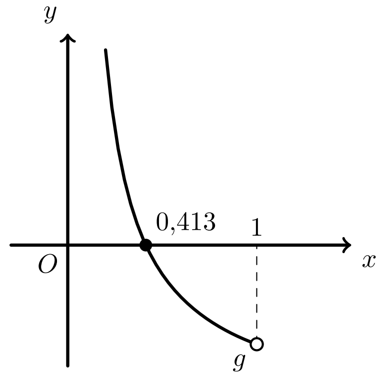


Como o declive da reta AB pode se calculado como $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ e o declive da reta AB é -1 (por ser paralela à bissetriz dos quadrantes pares), vem:

$$m = -1 \Leftrightarrow \frac{-2a + 1 + e^a - \dfrac{3a + \ln a}{a}}{-a - a} = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2a+1+e^a-\frac{3a + \ln a}{a} = -(-2a) \Leftrightarrow -2a+1+e^a-3-\frac{\ln a}{a} = 2a \Leftrightarrow -4a-2+e^a-\frac{\ln a}{a} = 0$$

Como $a \in]0,1[$ podemos determinar o valor de a, como zero da função $g(x) = -4x - 2 + e^x - \dfrac{\ln x}{x}$, para $x \in]0,1[$.



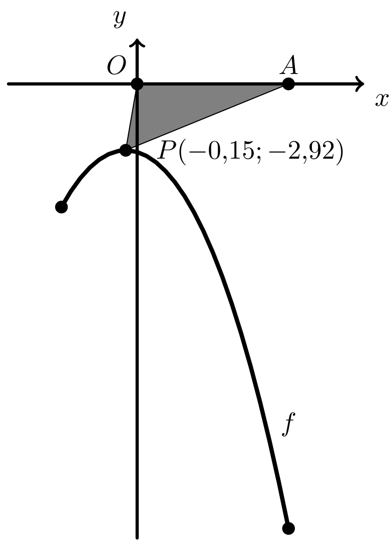
Assim, representando a função g, numa janela compatível com o domínio, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.

Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados de um zero de uma função num intervalo, determinamos o valor, aproximado às milésimas, do zero de g, que corresponde à abcissa do ponto A:

$$a \approx 0{,}413$$

Teste Intermédio 12.º ano – 30.04.2014

16. Representado o gráfico de f, no domínio definido (reproduzido na figura ao lado, numa janela compatível com o domínio da função ($-1 \leq x \leq 2$)), podemos observar que o triângulo $[OAP]$ terá área mínima quando a ordenada do ponto P corresponder ao máximo da função.



Usando a função da calculadora gráfica para determinar o máximo de uma função num intervalo, determinámos valores aproximados às centésimas para as coordenadas de $P(-0{,}15; -2{,}92)$.

Designado a ordenada do ponto P por y_P, temos que o valor da área do triângulo $[OAP]$ (arredondado às centésimas) é:

$$A_{[AOP]} = \frac{\overline{OA} \times |y_P|}{2} = \frac{2 \times |-2{,}92|}{2} = 2{,}92$$

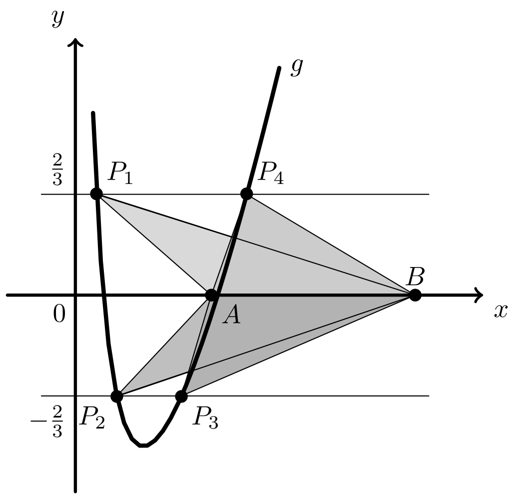
Exame – 2013, 2.ª Fase

17. Designado por a a altura do triângulo e o segmento $[AB]$ como a base do triângulo ($\overline{AB} = 5 - 2 = 3$), temos que:

$A_{[ABP]} = 1 \Leftrightarrow \frac{3 \times a}{2} = 1 \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$

Ou seja os pontos P que geram triângulos de área 1 têm ordenada $\frac{2}{3}$ ou $-\frac{2}{3}$, pelo que as abcissas desses pontos, são as soluções da equação $|g(x)| = \frac{2}{3}$

Representando o gráfico da função g, no domínio definido (reproduzido na figura ao lado, numa janela compatível com o domínio da função ($x > 0$)), e as retas $y = \frac{2}{3}$ e $y = -\frac{2}{3}$, recorremos à função da calculadora gráfica para determinar as coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, para encontrar os valores, aproximados às centésimas, das abcissas dos quatro pontos, ou seja das soluções da equação.



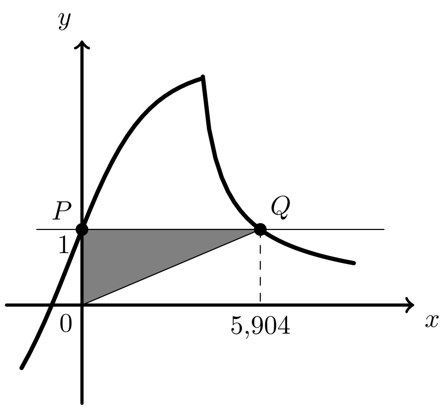
Os valores aproximados das abcissas dos quatro pontos são:

$$x_{P_1} \approx 0{,}31\ ,\ x_{P_2} \approx 0{,}61\ ,\ x_{P_3} \approx 1{,}56\ e\ x_{P_4} \approx 2{,}52$$

Exame – 2013, 1.ª Fase

18. Começamos por determinar a ordenada do ponto P, calculando $f(0) = \frac{3(0)+3}{\sqrt{0+9}} = \frac{3}{\sqrt{9}} = 1$; ou seja as coordenadas do ponto P, são $P(0,1)$, pelo que a ordenada do ponto Q também é 1, logo o ponto Q é o ponto de interseção da reta $y = 1$ como o gráfico da função, que tem abcissa maior que 4.

Traçando, na calculadora gráfica, o gráfico da função, de acordo com a restrição de cada ramo da função, e a reta $y = 1$(reproduzido na figura ao lado), e recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas de um ponto de interseção de duas funções, encontramos o valor 5,904 para a abcissa do ponto Q.



Como o triângulo $[OPQ]$ é retângulo, ($[OP] \perp [PQ]$), podemos considerar $\overline{OP} = 1$ como a medida da base e $\overline{PQ} \approx 5{,}904$ como a medida da altura, e temos:

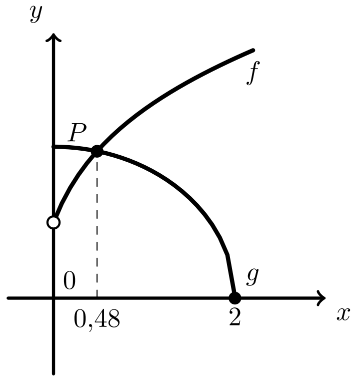
$$A_{[OPQ]} \approx \frac{1 \times 5{,}904}{2} \approx 2{,}95$$

Teste Intermédio 12.º ano – 28.02.2013

19. Para que um ponto esteja a 2 unidades de distância da origem, deve estar sobre a circunferência de centro na origem e raio 2, ou seja verificar a condição $x^2 + y^2 = 2^2 \quad \Leftrightarrow \quad y^2 = 4 - x^2 \quad \Leftrightarrow \quad y = \pm\sqrt{4 - x^2}$

Logo temos que a abcissa do ponto do gráfico de f que dista 2 unidades da origem é a solução da equação $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ ou então da equação $f(x) = -\sqrt{4 - x^2}$

Assim, traçando, na calculadora gráfica, o gráfico da função f, numa janela compatível com o domínio f, $(x > 0)$ - reproduzido na figura ao lado, vemos que a abcissa pretendida é a solução da equação $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$, pelo que também é necessário traçar o gráfico de $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ (também reproduzido na figura ao lado).

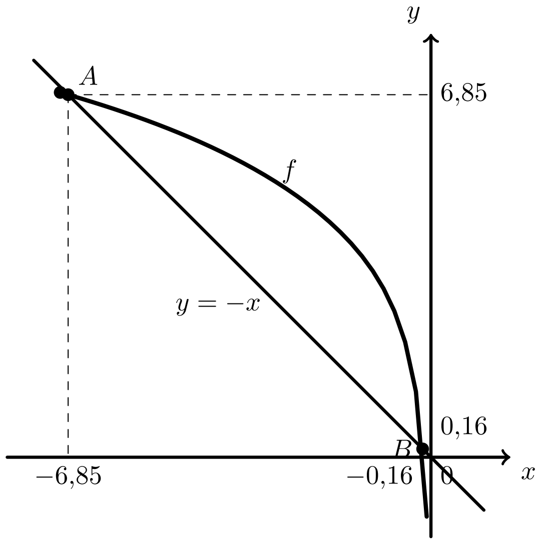


Recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos o valor, aproximado às centésimas, de 0,48 para a abcissa do ponto P

Exame – 2012, Ép. especial

20. A bissetriz dos quadrantes pares, é a reta de equação $y = -x$, logo as coordenadas dos pontos A e B podem ser determinadas através da interseção do gráfico da função f com a reta $y = -x$.

Assim, traçando, na calculadora gráfica, os gráficos da função f e da reta, numa janela compatível como o domínio da função f, $(-7 \leq x < 0)$ - reproduzidos na figura ao lado - e recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos valores, aproximado às centésimas, para as coordenadas dos pontos $A(-6{,}85; 6{,}85)$ e $B(-0{,}16; 0{,}16)$



Calculando a distância entre dois pontos pela fórmula $d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2)}$ vem que:

$$d \approx \sqrt{(-0.16 - (-6.85))^2 + (0.16 - 6.85)^2} \approx$$

$$\approx \sqrt{6{,}69^2 + (-6{,}69)^2} \approx \sqrt{44{,}756 + 44{,}756} \approx$$

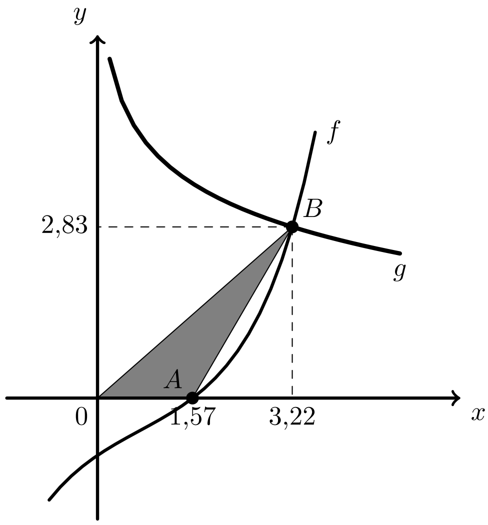
$$\approx \sqrt{89{,}512} \approx 9{,}46$$

Exame – 2012, 2.ª Fase

21. Assim, traçando, na calculadora gráfica, os gráficos das funções f e g, numa janela que permita visualizar a interseção dos dois gráficos, bem como a interseção do gráfico de f com o eixo das abcissas, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.

Determinando um valor aproximado às centésimas do zero da função f, com a opção de determinar o valor dos zeros de uma função, obtemos as coordenadas do ponto $A(1{,}57;0)$, belo que podemos assumir o valor 1,57 para a medida da base do triângulo.

Usando a opção da calculadora para determinar as coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, obtemos os valores, aproximados às centésimas, para as coordenadas do ponto $B(3{,}22;2{,}83)$. Logo podemos considerar o valor da ordenada (2,83) como a medida da altura do triângulo.



Assim, calculando o valor da área do triângulo $[OAB]$, arredondado às décimas, vem:

$$A_{[OAB]} \approx \frac{1{,}57 \times 2{,}83}{2} \approx 2{,}2$$

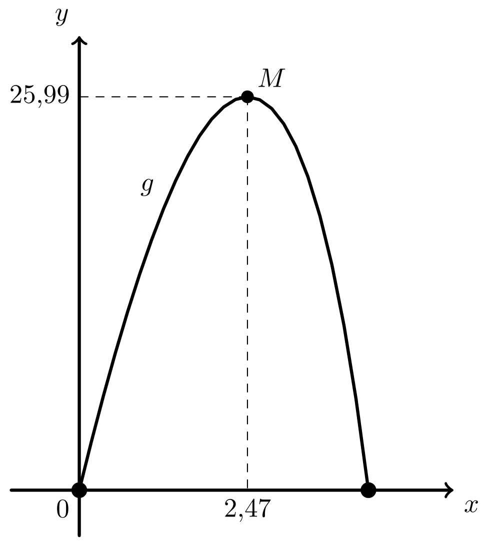
Exame – 2012, 1.ª Fase

22. Considerando a abcissa x do ponto A, como a medida do lado horizontal do retângulo e a medida (correspondente) do lado vertical é $f(x)$, ou seja, a área $A_{[OACB]}$ é dada pela função g definida, pela condição:

$$g(x) = x \times f(x) = x\left(2 + 15\ln\left(3 - \frac{1}{2}x\right)\right) \text{ , } (g(x) \geq 0)$$

Traçando na calculadora gráfica o gráfico da função A, numa janela compatível com o domínio, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.

Utilizando a função da calculadora gráfica que permite determinar valores aproximados para o maximizante (e para o máximo) da função, determinamos as coordenadas do ponto $M(2{,}47;25{,}99)$, o que nos permite concluir que o retângulo $[OACB]$ tem área máxima quando o ponto A (e o ponto C) tem abcissa $x \approx 2{,}5$



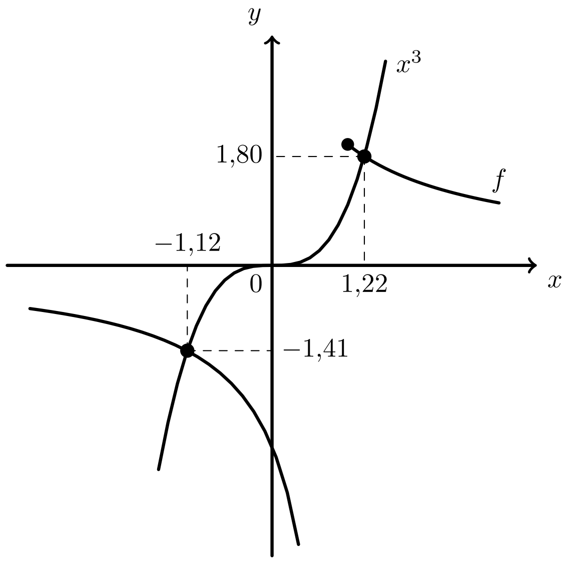
Exame – 2011, Prova especial

23. Os pontos do plano cuja ordenada é o cubo da abcissa estão sobre o gráfico da função $g(x) = x^3$.

Assim, as abcissas dos pontos do gráfico de f que verificam esta condição são as soluções da equação:

$$f(x) = x^3$$

Logo, traçando na calculadora o gráfico da função f, respeitando o domínio de cada um dos ramos, e a função $g(x) = x^3$ numa janela que permita identificar os pontos de interseção dos gráficos, obtemos o gráfico que se reproduz na figura ao lado.



Recorrendo à função da calculadora que permite determinar valores aproximados de um ponto de interseção de dois gráficos, determinamos o valor das coordenadas dos dois pontos em que o gráfico da função f interseta o gráfico da função g. Os valores das coordenadas (com aproximação às centésimas) são $(-1{,}12; -1.41)$ e $(1{,}22{,}1{,}80)$

Exame – 2011, 1.ª fase

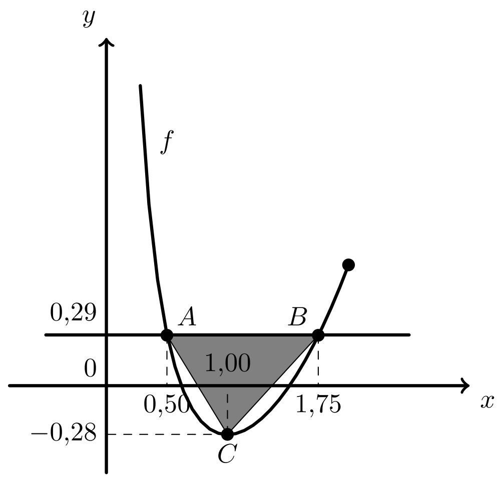
24. Como as abcissas dos pontos A e B são soluções da equação $f(x) = f(15)$, começamos por calcular $f(15) = \frac{1}{5}(15) - \ln(15) = 3 - \ln(15) \approx 0{,}29$

Podemos depois traçar na calculadora o gráfico da função f, no intervalo $]0{,}2]$, e a reta $y = 0{,}29$, para determinar os valores aproximados das soluções da equação $f(x) = f(15)$, ou seja as abcissas dos pontos A e B, e obtemos o gráfico que se reproduz na figura seguinte.

Recorrendo à função da calculadora que permite determinar as coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, determinamos valores aproximados, às centésimas, das coordenadas dos pontos A e B:
$A(0{,}50; 0{,}29)$ e $B(1{,}75; 0{,}29)$

Para determinar as coordenadas do ponto C, usamos a função da calculadora que permite determinar o mínimo (e o minimizante) de uma função, num intervalo, e obtemos valores aproximados para as coordenadas do ponto C:

$$C(1{,}00; -0{,}28)$$



Logo podemos considerar como a medida da base do triângulo, a diferença das abcissas dos pontos A e B, e como a medida da altura a soma dos valores absolutos das ordenadas dos pontos A e C (como se pode ver na figura).
Assim, calculando a área do triângulo, e arredondando o resultado às décimas, vem:

$$A_{[OAB]} = \frac{(x_B - x_A) \times (y_A + |y_C|)}{2} \approx \frac{(1{,}75 - 0{,}50)(0{,}29 + 0{,}28)}{2} \approx 0{,}4$$

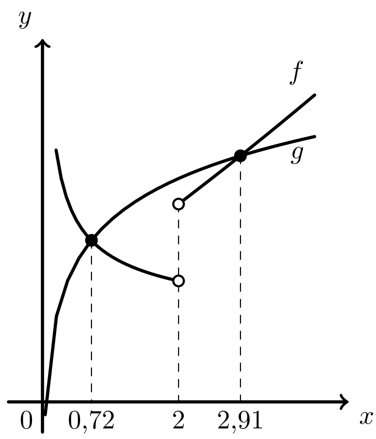
Exame – 2010, 2.ª Fase

25. Representando na calculadora gráfica a função g e os dois ramos da função f, numa janela compatível com o domínio obtemos o gráfico que está reproduzido na figura ao lado.

Depois, como as soluções da equação $f(x) = g(x)$ são as abcissas dos pontos em que os gráficos das duas funções se intersetam, recorremos à função da calculadora que permite determinar as coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, para determinar valores, aproximados às centésimas, das abcissas dos dois pontos de interseção.

Ou seja, as soluções da equação são:

$$x_1 \approx 0{,}72 \quad \text{e} \quad x_2 \approx 2{,}91$$



Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2010

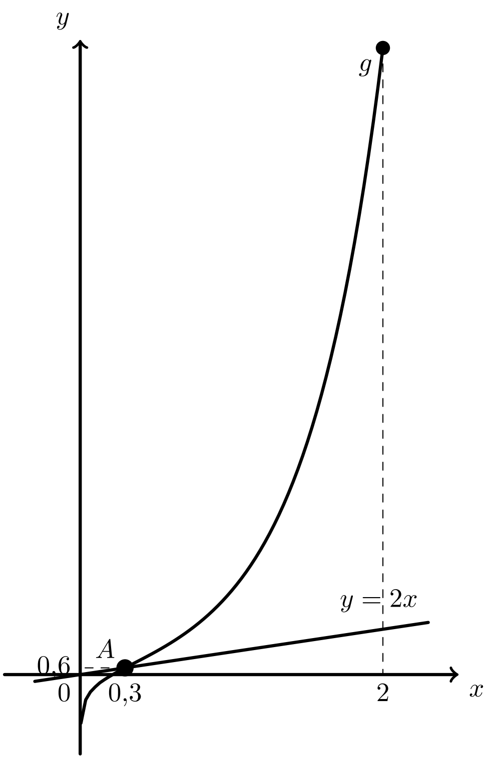
26. Os pontos em que a ordenada (y) é o dobro da abcissa ($2x$) estão sobre a reta de equação $y = 2x$. Assim o ponto A é a interseção do gráfico da função g com a reta de equação $y = 2x$, ou seja, a abcissa do ponto A é a solução da equação

$$g(x) = 2x \quad \Leftrightarrow \quad e^{2x} + \ln x = 2x$$

Assim, traçando o gráfico da função g e a reta $y = 2x$, na calculadora gráfica, numa janela compatível com o domínio da função g, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado, onde também está assinalado o ponto de interseção, ou seja o ponto A.

Depois, usando a função da calculadora que permite determinar valores aproximados para as coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, determinamos as coordenadas, aproximadas às décimas do ponto A:

$$A(0{,}3; 0{,}6)$$



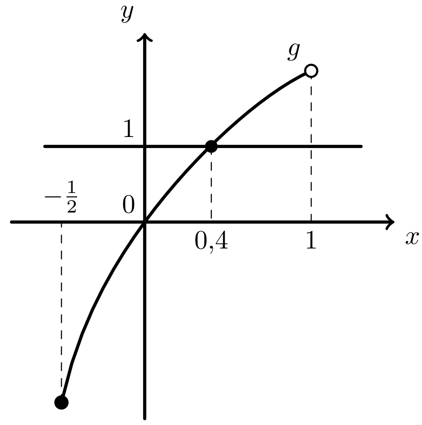
Exame – 2009, 1.ª Fase

27. Para resolver a equação $g(x) = -2 + g(4)$, começamos por calcular $g(4) = \frac{4-1}{\sqrt{4}-1} = \frac{3}{2-1} = 3$

Assim temos que $g(x) = -2 + g(4) \;\Leftrightarrow\; g(x) = -2 + 3 \;\Leftrightarrow\; g(x) = 1$

Ou seja, o valor que procuramos é a abcissa do ponto de interseção do gráfico de f com a reta de equação $y = 1$.

Como procuramos as soluções no intervalo $\left[-\frac{1}{2}, 1\right[$, representamos, na calculadora gráfica, a restrição da função g a este intervalo e a reta de equação $y = 1$, obtendo o gráfico que se reproduz na figura ao lado.



Depois, usando a função da calculadora que permite determinar valores aproximados para as coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, determinamos a abcissa do ponto de interseção, arredondado às décimas:

$$x \approx 0{,}4$$

Teste Intermédio 12.º ano – 27.05.2009

28. Observando figura dada podemos observar que a medida da altura do retângulo é dada pela ordenada do ponto B, x_B. Como os pontos B e A têm a mesma abcissa, temos que

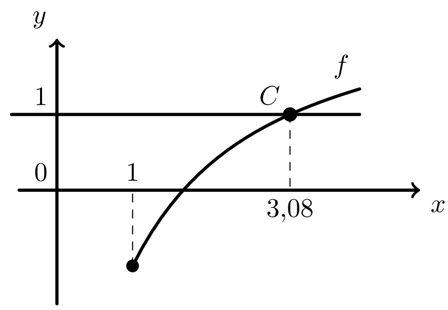
$$x_B = f(-2) = \frac{3 \times (-2)^2 - 3}{(-2)^2 - 2(-2) + 1} = \frac{12-3}{4+4+1} = \frac{9}{9} = 1$$

A base do triângulo é dada pelo valor absoluto da diferença das abcissas dos pontos C e D, $(x_C - x_B)$, ou seja:

$$x_C - x_B = x_C - (-2) = x_C + 2$$

A abcissa do ponto C é a solução da equação $f(x) = 1$, no intervalo $[1, +\infty[$, porque os pontos B e C têm ambos ordenada 1.

Como procuramos a solução no intervalo $[1, +\infty[$, representamos, na calculadora gráfica, a restrição da função f a este intervalo e a reta de equação $y = 1$, obtendo o gráfico que se reproduz na figura ao lado.



Depois, usando a função da calculadora que permite determinar valores aproximados para as coordenadas do ponto de interseção de dois gráficos, determinamos a abcissa do ponto de interseção, arredondado às centésimas:

$$x_C \approx 3{,}08$$

Assim, calculando a área do retângulo e apresentando o resultado com arredondamento às centésimas, temos:

$$A_{[ABCD]} = x_B \times (x_C - x_B) = 1 \times (x_C + 2) \approx 3{,}08 + 2 \approx 5{,}08$$

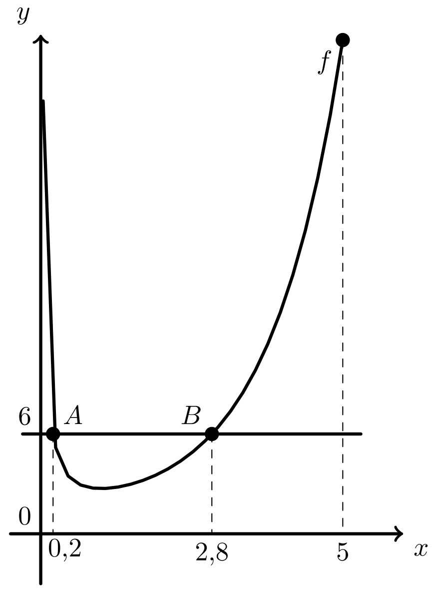
Teste Intermédio 12.º ano – 11.03.2009

29. Traçando na calculadora gráfica o gráfico da função f, no intervalo $]0{,}5]$ e a reta de equação $y = 6$ podemos visualizar o gráfico reproduzido na figura ao lado.

Assim, as abcissas dos pontos A e B, também assinalados na figura ao lado, podem ser determinadas com aproximação às décimas, usando a função da calculadora que permite determinar valores aproximados para as coordenadas de pontos de interseção de dois gráficos.

As coordenadas são $A(0{,}2; 6)$ e $B(2{,}8; 6)$, pelo que podemos calcular a distância, com aproximação às décimas, como o valor absoluto da diferença das abcissas:

$$\overline{AB} = |x_B - x_A| \approx |2{,}8 - 0{,}2| \approx 2{,}6$$



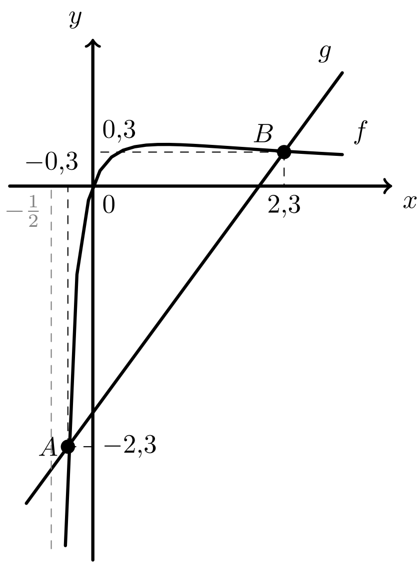
Exame – 2008, Ép. especial

30. Traçando na calculadora gráfica os gráficos das funções f e g numa janela compatível com o intervalo $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ podemos visualizar o gráfico reproduzido na figura seguinte.

Assim, as abcissas dos pontos A e B, também assinalados na figura ao lado, podem ser determinadas com aproximação às décimas, usando a função da calculadora que permite determinar valores aproximados para as coordenadas de pontos de interseção de dois gráficos.
As coordenadas, aproximadas às décimas, são $A(-0{,}3; -2{,}3)$ e $B(2{,}3; 0{,}3)$.

Pela observação do gráfico podemos observar que os pontos do gráfico de f têm ordenada maior que os pontos do gráfico de g, quando as respetivas abcissas estão compreendidos entre as abcissas dos pontos A e B, pelo que a solução da inequação $f(x) > g(x)$, no intervalo $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$, é o conjunto $]-0{,}3; 2{,}3[$; logo os números inteiros que pertencem a este intervalo, ou seja as soluções inteiras de inequação são:

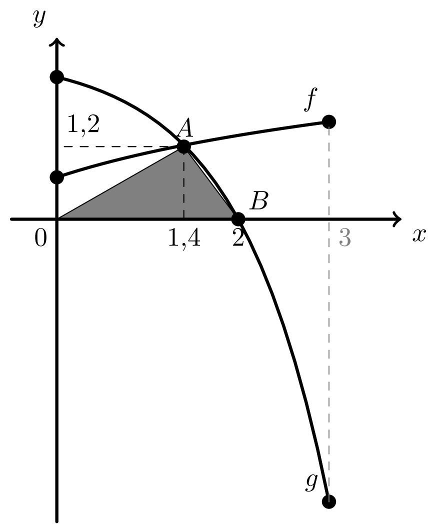
$$x_1 = 0\,,\ \ x_2 = 1 \text{ e } x_3 = 2$$



Exame – 2008, 2.ª Fase

31. Traçando na calculadora gráfica os gráficos das restrições das funções f e g ao intervalo [0,3] podemos visualizar o gráfico reproduzido na figura seguinte.

Assim, as coordenadas do ponto A, também assinalado na figura ao lado, podem ser determinadas com aproximação às décimas, usando a função da calculadora que permite determinar valores aproximados para as coordenadas de pontos de interseção de dois gráficos, tendo sido obtidos os valores, arredondados às décimas, das coordenadas do ponto $A(1{,}4; 1{,}2)$



O valor da abcissa do ponto B, também representado na figura, pode ser determinado com recurso à função da calculadora gráfica que permite determinar valores aproximados para os zeros de uma função. Assim, o valor, arredondado às décimas, da abcissa do ponto B é $x_B \approx 2{,}0$

Logo a área do triângulo, também desenhado na figura, pode ser calculada usando o valor da abcissa do ponto B, x_B, como medida da base e o valor da ordenada do ponto A, y_A, como o valor da altura. Assim, calculando o valor arredondado às décimas da área do triângulo, temos:

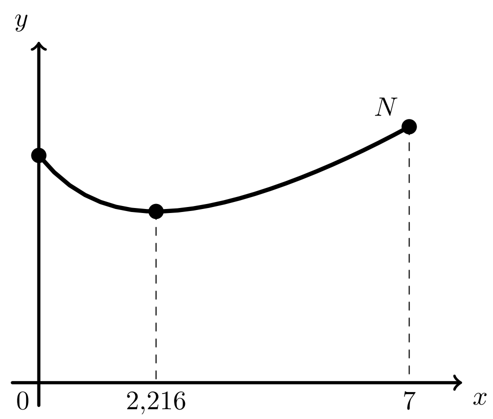
$$A_{[OAB]} = \frac{x_B \times y_A}{2} \approx \frac{2{,}0 \times 1{,}2}{2} \approx 1{,}2$$

Exame – 2008, 1.ª Fase

32. O número total de indivíduos das duas populações, em função do tempo, é dado pela soma dos indivíduos da estirpe A (P_A) e da estirpe B (P_B):

$$N(t) = P_A + P_B = 500e^{-0{,}6931} + 500e^{0{,}1155} \quad \left(t \in \mathbb{R}_+^0\right)$$

Representando esta função no intervalo [0,7], na calculadora gráfica, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.



Depois, recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados do minimizante de uma função num intervalo, obtemos o valor do minimizante com aproximação às milésimas:

$$x \approx 2{,}216$$

Assim concluímos que o número mínimo de indivíduos das duas espécies foi atingido 2,216 dias após as zero horas do dia 1, do mês corrente.
Como 1 dia = 24 horas, 0,216 dias são $0{,}216 \times 24 = 5{,}184$ horas.

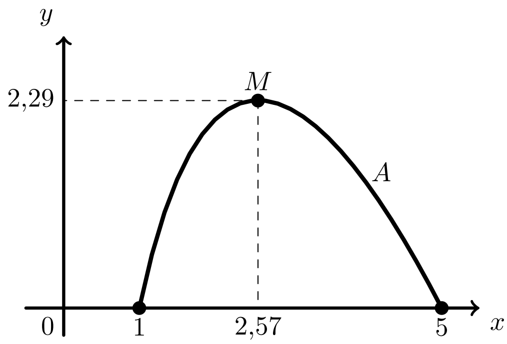
Desta forma, concluímos que o número mínimo de indivíduos no dia 3 (2 dias depois do dia 1), pouco depois das 5 horas.

Teste Intermédio 12.º ano – 17.01.2008

33. Como o ponto P tem de coordenadas $P(x, \ln x)$, podemos considerar a medida da base do retângulo, $b = 5 - x$ e a altura $a = \ln x$, assim temos:

$$A = b \times a = (5 - x) \ln x \ , \ x \in [1{,}5]$$

Representando a função que dá a área do retângulo em função de x, na calculadora gráfica, numa janela compatível com o domínio da função, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.



Depois, usando a função da calculadora gráfica que permite determinar valores aproximados das coordenadas de pontos de ordenada máxima, obtemos valores, arredondados às décimas, do ponto $M(2{,}57; 2{,}29)$ (também representado na figura).

Assim, quando o ponto P tem abcissa $x \approx 2{,}57$, a área do retângulo $A \approx 2{,}29$ é máxima.

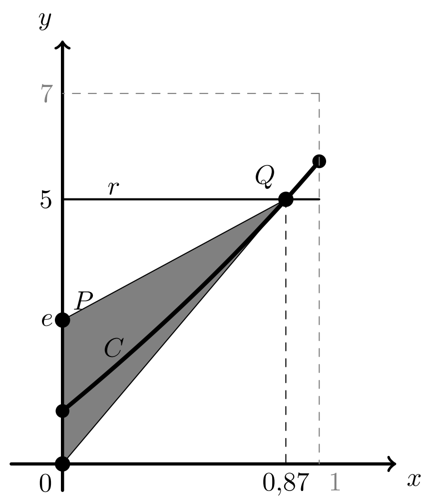
Exame – 2007, 1.ª Fase

34. Traçando a curva C e a reta r na janela de visualização indicada, visualizamos o gráficos reproduzidos na figura ao lado, onde também se assinalaram os pontos O, P e Q, e ainda o triângulo $[OPQ]$.

As abcissa do ponto Q, $x_Q \approx 0{,}87$, pode ser obtida com recurso à função da calculadora para determinar valores aproximados de coordenadas de pontos de interseção de dois gráficos.

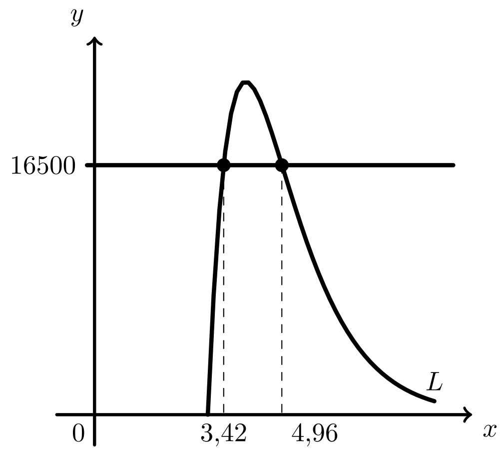
Pela observação do esboço do triângulo, podemos considerar a medida da base do retângulo, $\overline{OP} = e$ e a medida da altura será a distância do vértice oposto à reta que contém a base, ou seja, a abcissa do ponto ponto Q, $x_Q \approx 0{,}87$, pelo que a área do triângulo, arredondada às décimas, é:

$$A_{[OPQ]} = \frac{\overline{OP} \times x_Q}{2} \approx \frac{e \times 0{,}87}{2} \approx 1{,}2$$



Teste Intermédio 12.º ano – 15.03.2007

35. Como se pretende determinar os valores de x, que satisfazem a condição $L(x) > 16500$, representamos na calculadora os gráficos da função L e a reta de equação $y = 16500$, para valores positivos da função L. A figura ao lado reproduz os gráficos visualizados.



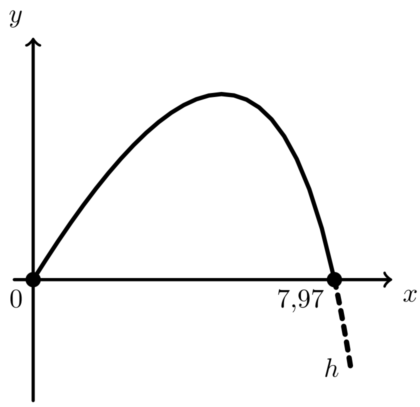
Usando a função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos as abcissas, arredondadas às centésimas, dos pontos do gráfico de L com ordenada 16500,

$$x_1 \approx 3{,}42 \text{ e } x_2 \approx 4{,}96$$

Assim, por observação do gráfico, podemos concluir que o conjunto solução da inequação $L(x) > 16500$ é o intervalo $]3{,}42; 4{,}96[$, ou seja se o preço do azeite estiver compreendido entre 3,42€ e 4,96€, o lucro esperado é superior a 16500€.

Teste Intermédio 12.º ano – 17.03.2006

36. Como a altura da bola é zero quando é pontapeada e no ponto onde caiu, a é com o zero da função (diferente de zero).



Traçando o gráfico da função h, por forma a permitir observar o ponto de abcissa positiva em que o gráfico interseta o eixo dos xx, visualizamos o gráfico que se reproduz na figura ao lado.

Depois, usando a funcionalidade da calculadora para determinar valores aproximados do zero de uma função, obtemos o valor de a, arredondado às centésimas,

$$a \approx 7{,}97$$

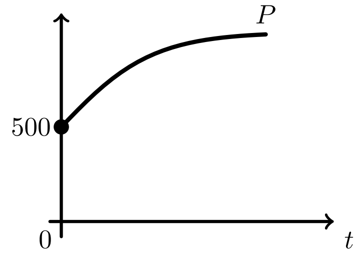
Exame – 2005, 2.ª Fase (cód. 435)

37. A **expressão correta** é a expressão da **opção B**.

Podemos rejeitar a **opção A** porque no início de 1972, ($t = 0$), esta expressão dá um valor diferente de 400 para o número de lobos:

$$P(0) = \frac{1000}{1+e^{-0,5\times 0}} = \frac{1000}{1+e^{0}} = \frac{1000}{1+1} = 500$$

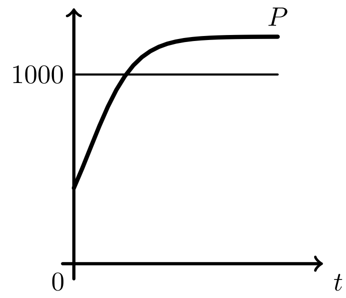
O que também podemos confirmar, traçando na calculadora o gráfico da função correspondente e calculando a ordenada do ponto de abcissa 0.



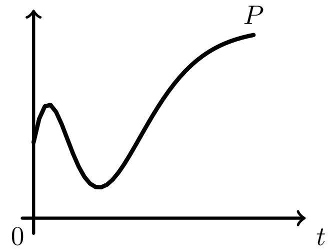
Podemos rejeitar a **opção C** porque, de acordo com este modelo o número de lobos irá ultrapassar um milhar, e atingir valores próximos de 1200:

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{1200}{1+2e^{-t}} = \frac{1200}{1+2e^{-\infty}} = \frac{1200}{1+2\times 0^{+}} = \frac{1200}{1+0^{+}} = 1200$$

O que também pode ser observado na calculadora gráfica, traçando o gráfico da função e a reta de equação $y = 1000$.



Podemos rejeitar a **opção D** porque, de acordo com este modelo o número de lobos não será sempre crescente, o que pode ser verificado com recurso à calculadora gráfica, traçando o gráfico da função.



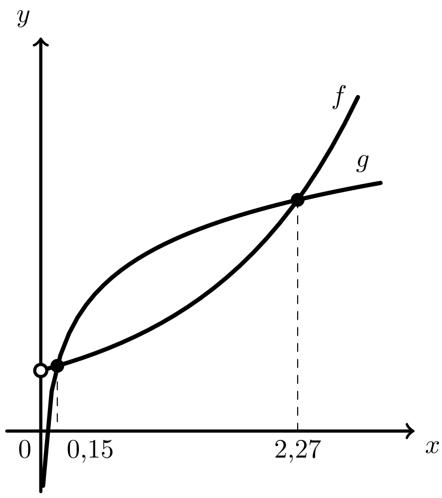
Exame – 2005, 2.ª Fase (cód. 435)

38. Representando na calculadora a função f e também a função $g(x) = 3 + \ln(x)$, numa janela compatível com o domínio da função f, obtemos o gráfico representado na figura ao lado.

O conjunto solução da inequação é o conjunto dos valores de x, para os quais a imagem por f é inferior ou igual à imagem por g.

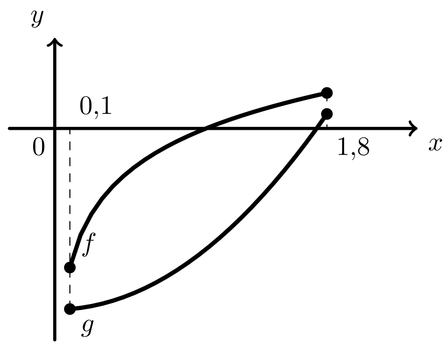
Recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção dos dois gráficos, obtemos valores aproximados às centésimas das abcissas dos dois pontos de interseção, 0,15 e 2,27. Como o conjunto solução é um intervalo $[a,b]$, temos que

$$a \approx 0{,}15 \text{ e } b \approx 2{,}27$$



Exame – 2004, 2.ª Fase (cód. 435)

39. Traçando na calculadora os gráficos das funções f e g, no intervalo $[0{,}1; 1{,}8]$, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.



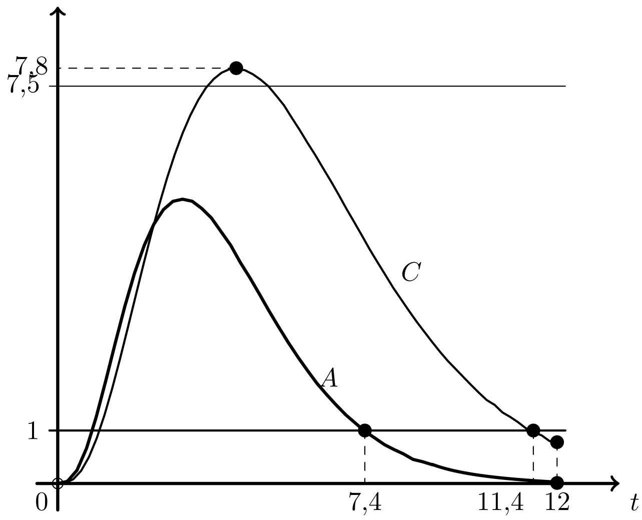
Assim, é possível observar que no intervalo definido, para cada valor de x, todos os pontos do gráfico de f têm ordenada superior aos pontos do gráfico de g, ou seja,

$$\forall x \in [0{,}1; 1{,}8], f(x) > g(x)$$

Logo, de facto, todo o número x do intervalo $[0{,}1; 1{,}8]$ é solução da inequação $f(x) > g(x)$.

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)

40. Traçando na calculadora os gráficos das funções A e C, no intervalo correspondente ao domínio, $[0{,}12]$, obtemos o gráfico reproduzido na figura seguinte.



Para responder à questão 1, traçamos ainda a reta $y = 7{,}5$, também reproduzida na figura, e podemos constatar que a concentração do medicamento irá ultrapassar os 7,5 miligramas por litro de sangue, apenas no Carlos (a concentração no caso da Ana está sempre abaixo dos $7{,}5\,mg/l$).

Depois, recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados do máximo de uma função num intervalo, obtemos o valor máximo da concentração, no caso do Carlos, arredondado às décimas de $7{,}8\,mg/l$, ou seja a concentração de medicamento, no sangue do Carlos irá ultrapassar em $0{,}3\,mg/l$ o limiar em que pode desencadear efeitos secundários ($0{,}3 = 7{,}8 - 7{,}5$).

Para responder à questão 2, traçamos a reta $y = 1$, também reproduzida na figura, e em seguida, utilizando a função da calculadora que permite determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, determinamos o valor arredondado às décimas das abcissas dos pontos, onde cada uma das funções é decrescente e interseta a reta $y = 1$:

$$t_A \approx 7{,}4 \text{ e } t_C \approx 11{,}4$$

Assim, é possível concluir, que a Ana irá necessitar de tomar uma nova dose do medicamento, antes do Carlos. Mais concretamente, aproximadamente 4 horas antes ($t_C - t_A \approx 11{,}4 - 7{,}4 \approx 4$).

Exame – 2002, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

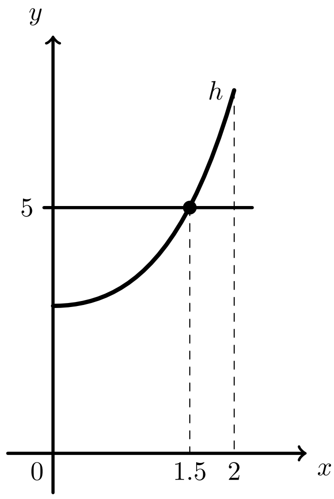
41. No intervalo [0,2], a distância entre os pontos A e B, para cada valor de x é dada por:

$$\overline{AB} = f(x) + (-g(x)) = f(x) - g(x)$$

Ou seja para que $\overline{AB} = 5$, procuramos a solução da equação

$$f(x) - g(x) = 5 \quad \Leftrightarrow \quad e^x - (x-2) = 5$$

Assim, representando na calculadora o gráfico da função $h(x) = e^x - (x-2)$ no domínio [0,2] e a reta de equação $y = 5$, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.



Depois, recorrendo à função da calculadora para encontrar valores aproximados das coordenadas de pontos de interseção de dois gráficos, determinamos o valor, arredondado às décimas, de x para o qual a distância entre os pontos A e B é 5:

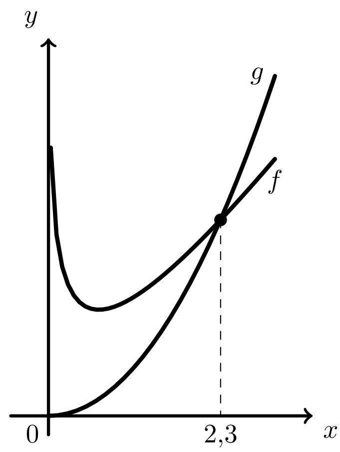
$$x \approx 1{,}5$$

Exame – 2001, Ép. especial (cód. 435)

42. Como os pontos em que a ordenada é o quadrado da abcissa verificam a condição $y = x^2$, temos que o ponto que procuramos é a interseção do gráfico de f, com o gráfico da função $g(x) = x^2$, ou seja, a abcissa do ponto é a solução da equação

$$f(x) = x^2 \quad \Leftrightarrow \quad 3x - 2\ln x = x^2$$

Assim, representando na calculadora os gráficos das funções f e g, numa janela compatível com o domínio de f, obtemos o gráfico reproduzido na figura ao lado.

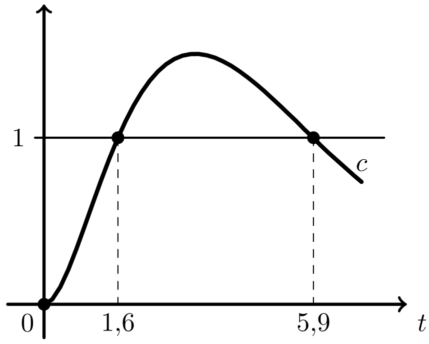


Depois, recorrendo à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas dos pontos de interseção de dois gráficos, obtemos o valor da abcissa do ponto procurado, arredondado às décimas:

$$x \approx 2{,}3$$

Exame – 2001, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

43. Representando na calculadora, a função c, numa janela que permita analisar a variação da concentração do medicamento nas primeiras horas, obtemos um gráfico que se reproduz na figura ao lado.



Traçamos ainda a reta de equação $y = 1$, também reproduzida na figura, para determinar os valores de t (superiores a 1), em que o medicamento esteve a produzir efeito.

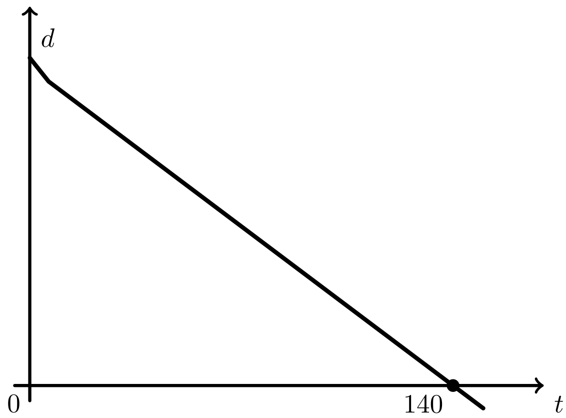
Depois, com recurso à função da calculadora para determinar valores aproximados das coordenadas de pontos de interseção de dois gráficos, obtemos os valores 1,6 e 5,9, como os valores de t que correspondem a uma concentração de 1 dg/l, ou seja que o medicamento produziu efeito entre as 1,6 horas e as 5,9 horas.

Assim, concluímos que o medicamento só começou a produzir efeito 1,6 horas depois de ter sido tomado (substancialmente mais do que a meia hora definida para poder ser considerado bom), pelo que se conclui que não tem uma ação rápida.

Por outro lado, podemos calcular que o efeito se vai prolongar por 4,3 horas ($5{,}9 - 1{,}6 = 4{,}3$), ou seja, menos que as 5 horas exigidas para ser considerado bom, pelo que podemos afirmar que também não deve ser considerado eficaz.

Exame – 2000, Prova modelo (cód. 435)

44. Representando na calculadora, a função d, numa janela que permita visualizar o zero da função, obtemos um gráfico que se reproduz na figura ao lado.



Depois, com recurso à opção da calculadora para determinar valores aproximados dos zeros de uma função, obtemos o valor 140, para a abcissa do ponto do gráfico como ordenada nula.

Assim, podemos concluir que o paraquedista demora 140 segundos a atingir o solo, após a abertura do paraquedas.

Exame – 1998, Prova para militares (cód. 135)