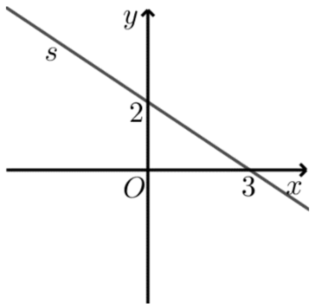
ANO: 10 º ANO | DATA: FEV

TEMA: GEOMETRIA NO PLANO E NO ESPAÇO.

TIPO: FICHA DE REVISÕES

LR MAT EXPLICAÇÕES

1. A reta r é paralela à reta s, representada na figura ao lado, em referencial o.n. do plano, e passa no ponto de coordenadas $(3{,}1)$. Qual das seguintes é uma equação vetorial da reta r?



(A) $(x.y) = (3{,}1) + k(3{,}2), k \in \mathbb{R}$

(B) $(x, y) = (0{,}3) + k(3, -2), k \in \mathbb{R}$

(C) $(x, y) = (0{,}1) + k(-3{,}2), k \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y) = (3{,}1) + k(2, -3), k \in \mathbb{R}$

2. Num referencial o.n. do espaço, o ponto C tem coordenadas $(-2{,}3, -3)$.

A superfície esférica de centro no ponto C que é tangente ao plano coordenado yOz pode ser definida pela condição:

(A) $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 4$

(B) $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 4$

(C) $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 9$

(D) $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 9$

3. Qual das equações seguintes define, num referencial o.n. do espaço, uma reta perpendicular ao plano coordenado xOz?

(A) $(x.y, z) = (0{,}1{,}0) + k(1{,}0{,}1), k \in \mathbb{R}$

(B) $(x, y, z) = (0{,}1{,}1) + k(1{,}0{,}0), k \in \mathbb{R}$

(C) $(x, y, z) = (1{,}0{,}1) + k(0{,}1{,}0), k \in \mathbb{R}$

(D) $(x, y, z) = (1{,}1{,}0) + k(0{,}0{,}1), k \in \mathbb{R}$

4. Considera a circunferência definida, num referencial o.n. do plano, por: $2x^2 - 12x + 2y^2 + 16y = -46$.

4.1 Determina o raio e as coordenadas do centro.

4.2 Determina as coordenadas dos pontos de interseção da circunferência com os eixos coordenados.

4.3 Define, através de uma equação vetorial, a reta que passa no centro da circunferência e é paralela à reta de equação $2x - y = 5$.

5. Considera, num referencial o.n. do espaço, a esfera definida por:

$$(x-2)^2+y^2+(z+1)^2 \leq 16$$

5.1 Indica o raio e as coordenadas do centro da esfera.

5.2 Escreve as equações dos planos tangente à esfera que são paralelos ao plano xOz.

5.3 Determina a área da figura definida pela interseção da esfera com o plano de equação $x=2$.

6. Considera, num referencial o.n. do plano, os vetores $\vec{u}(-1,1-t)$ e $\vec{v}(1+t,2)$, com $t \in \mathbb{R}$.

Determina os valores de t de modo que $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares.

7. Considera, num referencial o.n. do espaço, o vetor $\vec{u}=(-1,2,1)$.

Determina as coordenadas de um vetor $\vec{w}$ de norma $3\sqrt{6}$ colinear com o vetor $\vec{u}$, mas com sentido oposto.

8. Considera, num plano munido de um referencial ortonormado de origem O, os pontos $A(0,2), B(0,-3)$ e $C(-\sqrt{2},-1)$. Seja M o ponto médio de $[BC]$.

Uma condição que define a circunferência de centro M e raio $\|2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{AC}\|$ é:

(A) $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(y+2)^2=11$

(B) $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(y+2)^2=25$

(C) $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(y+1)^2=11$

(D) $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+(y+1)^2=25$

9. Num referencial o.n., $Oxyz$, considera a esfera definida por $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 \leq 18$ e a reta definida por $(x,y,z)=(1,2,3)+k(0,0,1), k \in \mathbb{R}$.

A interseção da esfera com a reta é:

(A) o conjunto vazio.

(B) um ponto.

(C) dois pontos.

(D) um segmento de reta.

10. Considera, num referencial ortonormado do plano, o quadrado definido pela condição $0 \leq x \leq 5 \wedge 1 \leq y \leq 6$ e a reta r definida por $(x,y)=(0,7)+k(\sqrt{3}-1,2), k \in \mathbb{R}$.

10.1 Define, por uma condição, a circunferência inscrita neste quadrado.

10.2 Considera as proposições a, b e c:

a: "O ponto de interseção da reta r com o eixo das ordenadas é um ponto do quadrado."

b: "A reta r é paralela ao eixo das abcissas".

c: "A reta r é paralela à reta de equação $y=(\sqrt{3}+1)x$".

Indica, justificando, o valor lógico da proposição $(\sim a \wedge b) \vee c$.

11. Considera os vetores seguintes, num referencial o.n. do espaço:

$$\vec{a}(-1,2,-\sqrt{3});\ \ \vec{b}(\sqrt{3},-2\sqrt{3},3);\ \ \vec{c}(\sqrt{5},-2,4)$$

11.1 Mostra que os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são colineares.

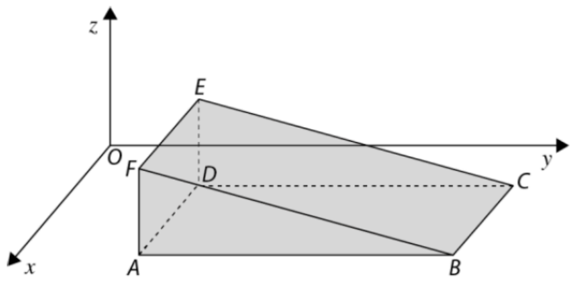
11.2 Determina a norma do vetor $\vec{b}-\vec{a}$.

11.3 Determina as coordenadas do vetor colinear ao vetor $\vec{c}$, com sentido contrário ao deste e norma 10.

12. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma triangular $[ABCDEF]$.

Sabe-se que:

- $[ABF]$ e $[DCE]$ são triângulos retângulos;
- $[ADEF]$ é um quadrado e está contido no plano de equação $y = 2$;
- $[ABCD]$ está contido no plano xOy;
- a reta EC tem equação vetorial $(x, y, z) = (2, -6, 8) + k(0, 4, -2), k \in \mathbb{R}$;
- o ponto A tem coordenadas $(6,2,0)$.



12.1 A condição $x = 6 \land z = 0$ define:

(A) a reta AF. (B) a reta AB. (C) a reta AD. (D) o plano ABC.

12.2 Mostra que o ponto E tem coordenadas $(2,2,4)$ e o ponto C tem coordenadas $(2,10,0)$.

12.3 Identifica e define, por uma condição, o conjunto de pontos do espaço equidistantes dos pontos C e E. Apresenta a condição na forma $ax + by + cz + d = 0$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

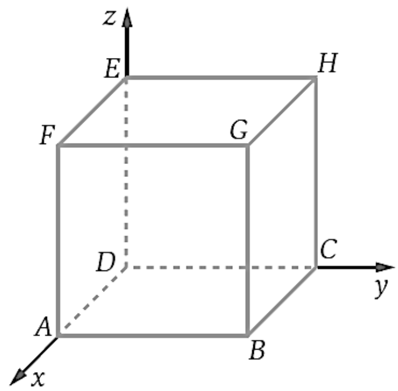
12.4 Determina o volume do prisma.

12.5 Determina equações paramétricas da reta BE.

12.6 Define, por uma condição, a superfície esférica com centro em $C + \overrightarrow{BF}$ e que é tangente ao plano xOz.

13. Considera o cubo $[ABCDEFGH]$, representa no referencial ortonormado do espaço de origem D.

As coordenadas dos vértices A e G são, respetivamente, $(1,0,0)$ e $(1,1,1)$.



13.1 Indica as coordenadas dos vértices B, C, D, E, F e H.

13.2 Indica uma equação que defina:

(a) o plano que contém a face $[ABGF]$.
(b) a face $[ABGF]$.
(c) a reta EF.
(d) o segmento de reta $[EG]$.
(e) a semirreta $\dot{H}C$.

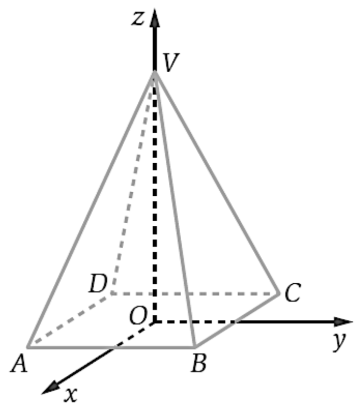
13.3 Determina $\|\overrightarrow{DG}\|$.

13.4 Determina, recorrendo a letras da figura:

(a) $F + \overrightarrow{AC}$;
(b) $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{GH}$;
(c) $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{FH} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GE}$.

14. Na figura está representada, em referencial o.n. do espaço, a pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$.

Sabe-se que:



- $A(3,-3,0)$ e $C(-3,3,0)$;
- o vértice V pertence ao eixo Oz;
- o volume da pirâmide é 96.

14.1 Indica as coordenadas dos vértices B e D.

14.2 Identifica, recorrendo a letras da figura, o vetor soma $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

14.3 Define, por meio de uma equação cartesiana, o plano mediador do segmento de reta $[AB]$.

14.4 Mostra que o vértice V tem coordenadas $(0,0,8)$.

14.5 Determina a área do polígono que resulta da interseção da pirâmide com o plano de equação $x=0$.

14.6 Determina a equação reduzida da superfície esférica de centro no vértice V e que contém os vértices da base da pirâmide.

14.7 Indica as coordenadas do ponto simétrico do vértice V relativamente ao plano xOy.

14.8 Indica uma equação vetorial da reta AV.

15. Mostra que a proposição $\sqrt{50}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ é verdadeira.

16. Calcula simplificando o resultado o mais possível:

(a) $\sqrt{2}\times\sqrt{5}+\frac{1}{2}\sqrt{10}$

(b) $\sqrt[3]{18} : \sqrt[3]{9} \times \left(\sqrt[3]{2}\right)^2$

(c) $\sqrt{\sqrt{36}}+\sqrt{24}+\sqrt{54}-\sqrt{216}$

17. Racionaliza os denominadores seguintes.

(a) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

(d) $\frac{2}{\sqrt{3}-3}$ (e) $\frac{3}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$ (f) $\frac{7+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

18. Considera os conjuntos A e B tais que $A=\{-2,-1,0,1,2\}$ e $B=\{-10,-5,0,5,10\}$.

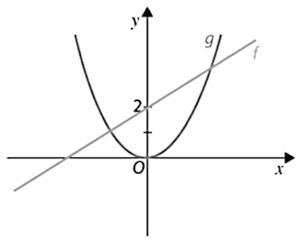
Representa em extensão os seguintes conjuntos:

(a) $A\cap B$ (b) $A\cup B$

(c) $B\backslash A$ (d) $A\cap\mathbb{N}$

19. Considera as funções f e g cujos gráficos se encontram representados na figura.

Sabe-se que o ponto de coordenas $(0,2)$ é um ponto do gráfico de f.



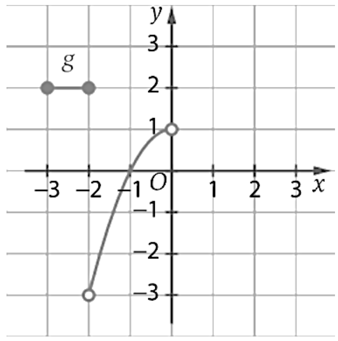
19.1 Qual das seguintes proposições é verdadeira?

(A) $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) > 0$ (B) $\forall x \in \mathbb{R}^-, g(x) \geq f(x)$

(C) $\exists x \in \mathbb{R}, f(x) = g(x)$ (D) $\exists x \in \mathbb{R}^+ : f(x) = -1$

19.2 De acordo com as condições da figura e sabendo que f é uma função afim cujo zero é -3, determina a expressão analítica que defina a função f.

20. Relativamente à função g, cujo gráfico se apresenta na figura ao lado:



20.1 É correto afirmar que:

(A) o contradomínio é $[-3,2]$.

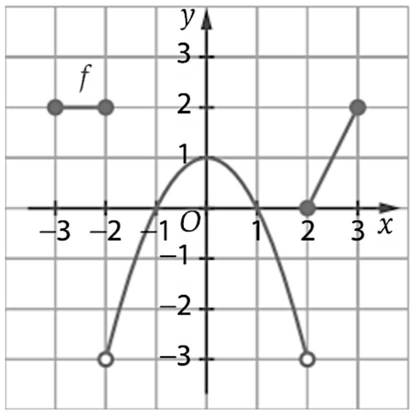
(B) é uma função crescente.

(C) -3 é o mínimo.

(D) 2 é o máximo.

20.2 Constrói um quadro de variação de sinal da função g, representada graficamente.

21. Na figura ao lado, apresenta-se o gráfico da função f.



21.1 Identifica, relativamente à função f:

(a) o domínio e o contradomínio;

(b) os zeros;

(c) os intervalos de monotonia;

(d) os extremos e os respetivos extremantes;

(e) o sentido da concavidade do gráfico, no intervalo $]-2,2[$.

21.2 Indica os conjuntos solução das seguintes condições:

(a) $f(x) = 2$ (b) $f(x) + 3 = 0$ (c) $f(x) \geq 0$

21.3 O gráfico da função f é constituída por dois segmentos de reta e por um arco de parábola definida por $y = -x^2 + 1$. Define analiticamente a função f por ramos.

22. Considera as funções reais de variável real definidas por:

$$f(x) = 2x + 6; \;\; g(x) = 2x^2 - 8$$

22.1 Determina os zeros de cada função.

22.2 Determina os valores de x para os quais f é positiva.

22.3 Sabe-se que $y = -8$ é um mínimo de g. Determina o minimizante associado.

22.4 Mostra analiticamente que f é monótona crescente e que g é decrescente em $\mathbb{R}^-$.

23. Considera a função f definida pelo seu gráfico apresentado abaixo.

23.1 Determina os seguintes valores:

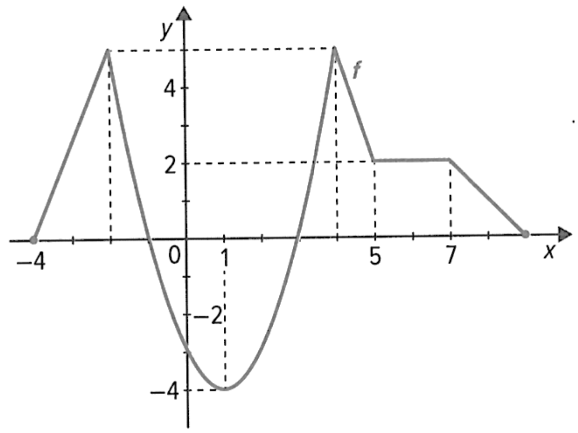
(a) $f(-2)$

(b) $f(0)$

(c) $f(1)$

(d) $f(4)$

(e) $f(6)$



23.2 Determina o conjunto dos zeros da função.

23.3 Indica o domínio e o contradomínio da função.

23.4 Indica o máximo absoluto da função.

23.5 Indica o minimizante absoluto da função.

23.6 Constrói uma tabela de sinais da função f.

23.7 Constrói a tabela de variação de f.

24. Dois grupos de amigos foram viajar à ilha da Madeira e, num desses dias decidiram alugar um automóvel para passear. Foram a duas agências diferentes que tinham o seguinte esquema de pagamentos (t em horas):

CARS (grupo 1)	AUTO (grupo 2)
$f(t) = 120 + 20t$ (€)	$g(t) = \begin{cases} 150 + 20t & se \quad t \leq 3 \\ 210 + 10(t-3) & se \quad t > 3 \end{cases}$ (€)

24.1 Qual foi a entrada paga pelo grupo 1?

24.2 Quanto paga cada um dos grupos se a viagem durar:

(a) $2\ h$?

(b) $4h\ 30\ min$?

(c) $8\ h$?

24.3 No final do passeio constatou-se que ambos os grupos pagaram exatamente o mesmo pelo aluguer dos carros.

(a) Quanto tempo durou o passeio de automóvel?

(b) Quanto pagou cada grupo?

24.4 Estuda o sinal e a monotonia das funções f e g.