Propostas de Resolução

Provas Finais Modelo

Prova Final Modelo 1 – páginas 202 a 205

Caderno 1

1.

1.1. Como ao selecionar ao acaso um dos elementos da equipa, a probabilidade de o elemento selecionado ser rapariga é 50%, então nessa equipa existem tantas raparigas como rapazes. De entre as três equipas, a única com esta característica é a equipa B.

1.2. Como é escolhido um elemento da equipa A e um elemento da equipa B, podemos organizar todos os pares de elementos que podem ser escolhidos, com recurso a uma tabela:

		Equipa B			
		Rapaz	**Rapaz**	**Rapariga**	**Rapariga**
Equipa A	**Rapaz**	♂♂	♂♂	♂♀	♂♀
	Rapaz	♂♂	♂♂	♂♀	♂♀
	Rapariga	♀♂	♀♂	♀♀	♀♀

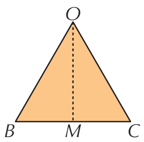
Assim, podemos observar que existem 12 pares diferentes que podem ser escolhidos, dos quais apenas 4 são compostos por dois rapazes. Assim, pela lei de Laplace, a probabilidade de os dois capitães serem ambos rapazes é:

$$P = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

2.

2.1. O plano *JDE* é estritamente paralelo ao plano que contém a face [*GHBA*] do prisma.
A opção correta é a [D].

2.2. $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{BC} = 2$ cm



Logo, $\overline{BM} = \frac{\overline{BC}}{2} = 1$ cm.

Como [*BOM*] é um triângulo retângulo em *M*, pelo teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{BO}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{OM}^2 \Leftrightarrow 2^2 = 1^2 + \overline{OM}^2$$
$$\Leftrightarrow \overline{OM}^2 = 4 - 1$$
$$\Leftrightarrow \overline{OM} = \sqrt{3} \text{ cm}, \overline{OM} > 0$$

2.3. O volume do prisma [*ABCDEFGHIJKL*] é igual a $A_b \times$ altura. A base é um hexágono regular, logo a área é igual a $\frac{\text{perímetro} \times \text{apótema}}{2}$, ou seja:

$$\frac{2 \times 6 \times \sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Como as faces laterais do prisma são quadrados, a altura é 2 cm.

$V_{[ABCDEFGHIJKL]} = 6\sqrt{3} \times 2 = 12\sqrt{3}$ cm^3, ou seja, 20,8 cm^3.

3. Como $a > b$, $-5 < 0$, $-3 < 0$ e $-5 < -3$, então $-5a < -3b$.
Assim, a opção correta é a [D].

4. 20 milhões $= 20 \times 10^6$

$\frac{6}{5}$ de 20 milhões é igual a $\frac{6}{5} \times 20 \times 10^6 = 24 \times 10^6$.

Escrevendo o número em notação científica, temos $2{,}4 \times 10^7$.

O custo real do centro comercial foi $2{,}4 \times 10^7$ euros.

5. Como o ângulo *ABC* é reto, então o triângulo [*ABC*] é retângulo em *B*. Relativamente ao ângulo *BAC*, o lado [*AB*] é o cateto adjacente e o lado [*AC*] é a hipotenusa. Usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos B\hat{A}C = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\Leftrightarrow \cos B\hat{A}C = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \cos 35° = \frac{\overline{AB}}{46}$$
$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 46 \times \cos 35°$$

Como $\cos 35° \approx 0{,}82$, vem que:

$\overline{AB} \approx 46 \times 0{,}82 \approx 37{,}72$ m

Assim, como $\overline{AB} = \overline{EF}$ (porque os triângulos [*ABC*] e [*DEF*] são iguais, pelo critério LAL), e $\overline{BF} = \overline{CD}$, temos que:

$$\overline{AE} = \overline{AB} + \underbrace{\overline{BF}}_{\overline{CD}} + \underbrace{\overline{EF}}_{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AE} = 2 \times \overline{AB} + \overline{CD}$$
$$\Leftrightarrow \overline{AE} - 2 \times \overline{AB} = \overline{CD}$$

Como $\overline{AE} = \overline{AC} + \overline{ED} = 46 + 46 = 92$ m e $\overline{AB} \approx 37{,}72$ m, então a distância entre os pontos *C* e *D*, em metros, arredondada às unidades, é:

$\overline{CD} \approx 92 - 2 \times 37{,}72 \approx 16{,}56 \approx 17$ m

Caderno 2

6. **1.ª figura:** 2 círculos pretos, **2.ª figura:** 3 círculos pretos, **3.ª figura:** 4 círculos pretos, ..., ou seja, a figura que tem 11 círculos pretos é a 10.ª Então:

1.ª figura: 3 círculos brancos
2.ª figura: 3 + 3 = 6 círculos brancos
3.ª figura: 6 + 4 = 10 círculos brancos
4.ª figura: 10 + 5 = 15 círculos brancos
5.ª figura: 15 + 6 = 21 círculos brancos

Propostas de Resolução

6.ª figura: 21 + 7 = 28 círculos brancos
7.ª figura: 28 + 8 = 36 círculos brancos
8.ª figura: 36 + 9 = 45 círculos brancos
9.ª figura: 45 + 10 = 55 círculos brancos
10.ª figura: 55 + 11 = 66 círculos brancos
A opção correta é a [D].

7.

7.1. $-2\pi \approx -6{,}28$ e $\sqrt{3} \approx 1{,}73$

O menor número inteiro pertencente a A é -6 e o maior é 1.

7.2. [A] $A \cap \mathbb{R} = A$

[B] $A \cap \mathbb{R}^+ =]0, \sqrt{3}[$

[C] $A \cap]0, +\infty[=]0, \sqrt{3}[$

[D] $A \cap [0, \sqrt{3}] = [0, \sqrt{3}[$

Logo, a opção correta é a [D].

8.

8.1. A função g é uma função de proporcionalidade inversa, ou seja, do tipo $y = \frac{a}{x}$, $x > 0$.

Como o ponto A pertence ao gráfico da função f, $f(2) = \frac{3}{4} \times 2^2 = 3$, ou seja, o ponto A tem coordenadas (2, 3). Logo, $g(x) = \frac{a}{x}$, $x > 0$, em que $a = 2 \times 3 = 6$.

Assim, $g(x) = \frac{6}{x}$, $x > 0$.

8.2. Para determinar as abcissas dos pontos, basta igualar $-\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ a $\frac{3}{4}x^2$, ou seja:

$$-\frac{3}{4}x + \frac{3}{2} = \frac{3}{4}x^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x - \underset{(\times 2)}{\frac{3}{2}} = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3x - 6 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 3$, $b = 3$ e $c = -6$, tem-se que:

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 3 \times (-6)}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 72}}{6}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{6}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 9}{6}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-12}{6} \lor x = \frac{6}{6}$$
$$\Leftrightarrow x = -2 \lor x = 1$$

C.S. = {–2, 1}

As abcissas dos pontos são –2 e 1.

9. $$\frac{3 - 8x}{2} < 2(x + 4) \Leftrightarrow \frac{3 - 8x}{2} < 2x + 8$$
$$\Leftrightarrow 3 - 8x < 4x + 16$$
$$\Leftrightarrow -8x - 4x < 16 - 3$$
$$\Leftrightarrow -12x < 13$$
$$\Leftrightarrow 12x > -13$$
$$\Leftrightarrow x > -\frac{13}{12}$$

C.S. = $\left]-\frac{13}{12}; +\infty\right[$

10. Temos que:

- $[AC]$ é um diâmetro da circunferência, logo $\overset{\frown}{AC} = 180°$.
- o ângulo ABD é o ângulo ao centro relativo ao arco AD, logo $\overset{\frown}{AD} = 130°$.
- $\overset{\frown}{DC} + \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{AC} \Leftrightarrow \overset{\frown}{DC} + 130° = 180°$
  $\Leftrightarrow \overset{\frown}{DC} = 180° - 130°$
  $\Leftrightarrow \overset{\frown}{DC} = 50°$

Como o ângulo DEC é o ângulo inscrito relativo ao arco DC, a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

$$D\hat{E}C = \frac{\overset{\frown}{DC}}{2} = \frac{50}{2} = 25°$$

11.

$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ \frac{x + y}{2} = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + y = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(26 - y) - y = -4 \\ x = 26 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 52 - 2y - y = 4 \\ \_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3y = -48 \\ \_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 26 - 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 10 \end{cases}$$

C.S. = {(10, 16)}

O par ordenado que é solução do sistema é o par (10, 16).

12.

12.1. $\overline{AB} = \mathbf{2} \times k$

12.2. $\frac{\overline{CD}}{k} = \mathbf{2}$

12.3. $\overline{BG} = \mathbf{\frac{1}{2}} \times \overline{AB}$

12.4. $\frac{\overline{BE}}{\overline{AD}} = \frac{k}{2k} = \mathbf{\frac{1}{2}}$

Prova Final Modelo 2 – páginas 206 a 209

Caderno 1

1.

1.1. Como o número total de alunos é 80, então

$4 + 14 + 40 + a = 80 \Leftrightarrow a = 22$

P("escolher um aluno com altura superior a 155 cm") =

$= \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \dfrac{40 + 22}{80} = \dfrac{62}{80} =$

$= \dfrac{31}{40} = 0{,}775$, ou seja, 77,5%.

1.2. Como são 80 elementos (número par), para determinar o 1.º quartil, fazemos $\dfrac{80}{2} = 40$, ou seja, o 1.º quartil é a mediana do subconjunto de dados de ordem inferior ou igual a 40. O 1.º quartil é 160 cm. A opção correta é a [C].

2.

2.1. Determinemos $\overline{JK}$, considerando que o cubo tem aresta a:

$$\overline{JK}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{JK}^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{JK}^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{JK} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$V_{\text{pirâmide}} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 \times a = \frac{a^3}{6}$$

Como $V_{\text{cubo}} = a^3$, então:

$$a^3 + \frac{a^3}{6} = 21 \Leftrightarrow 6a^3 + a^3 = 126$$

$$\Leftrightarrow 7a^3 = 126$$

$$\Leftrightarrow a^3 = \frac{127}{7}$$

$$\Leftrightarrow a^3 = 18$$

O volume do cubo é 18 u.v.

2.2. a) Por exemplo, *ABC* e *HGF*.

b) Por exemplo, *GF*.

c) Por exemplo, *AD*.

d) Por exemplo, *CE*.

2.3. a) Ponto *C*

b) [*CB*]

3. Como $2\pi \approx 6{,}283$ e $2\sqrt{10} \approx 6{,}325$, então o único número que pertence ao intervalo $\left[2, 2\sqrt{10}\right]$ é 6,32. A opção correta é a [C].

4. 1.º processo

$10{,}5 \text{ mil} = 10\,500 = 1{,}05 \times 10^4$

O dobro de $1{,}05 \times 10^4$ é igual a:

$2 \times 1{,}05 \times 10^4 = 2{,}1 \times 10^4$

A quantidade total de aço necessária é:

$1{,}05 \times 10^4 + 2{,}1 \times 10^4 = (1{,}05 + 2{,}1) \times 10^4 =$

$= 3{,}15 \times 10^4$

2.º processo

$10{,}5 \text{ mil} = 10\,500$

$10\,500 \times 3 = 31\,500 =$

$= 3{,}15 \times 10^4$

Na construção dos dois arranha-céus foram utilizados $3{,}15 \times 10^4$ toneladas de aço.

5.

5.1. O ponto A é o ponto de interseção da reta r com o eixo Ox. Então:

$2x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2$

O ponto A tem coordenadas $(-2, 0)$, logo $\overline{OA} = 2$ u.c.

Como o ponto B tem coordenadas $(4, 0)$, $\overline{OB} = 4$ u.c.

Os eixos Ox e Oy são perpendiculares, logo o triângulo $[OAB]$ é retângulo em O.

Usando a definição de tangente, temos:

$$\text{tg } O\hat{A}B = \frac{\text{medida do cateto oposto a } O\hat{A}B}{\text{medida do cateto adjacente a } O\hat{A}B} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} =$$

$$= \frac{4}{2} = 2$$

Assim:

$O\hat{A}B = \text{tg}^{-1}(2) \Leftrightarrow O\hat{A}B \approx 63°$

5.2. A equação da reta r é $y = 2x + 4$. Como $r \parallel s$, as retas têm o mesmo declive. Logo, s: $y = 2x + b$.

O ponto $(-5, 0)$ pertence à reta s, logo:

$2 \times (-5) + b = 0 \Leftrightarrow b = 10$

Assim, $y = 2x + 10$ é uma equação da reta s.

Caderno 2

6. Sequência do número de bolas cor de laranja: 0; 1; 4; 9; …, ou seja, segue a lei de formação $(n - 1)^2$.

$$(n - 1)^2 = 100 \Leftrightarrow n - 1 = -\sqrt{100} \ \vee \ n - 1 = \sqrt{100}$$

$$\Leftrightarrow n = -9 \ \vee \ n = 11$$

$$\Leftrightarrow n = 11, n > 0$$

O termo de ordem 11 tem 100 bolas cor de laranja.

7.

7.1. O ponto A pertence ao gráfico cartesiano de g, com abcissa 6. Como $g(x) = \dfrac{1}{2}x$, então:

$g(6) = \dfrac{1}{2} \times 6 = 3$

Logo, $A(6, 3)$.

Propostas de Resolução

Sendo a função f uma função de proporcionalidade inversa, então $f(x) = \frac{a}{x}$, $x > 0$. O ponto A pertence ao gráfico da função f, logo:

$3 = \frac{a}{6} \Leftrightarrow a = 3 \times 6 \Leftrightarrow a = 18$

Assim, $f(x) = \frac{18}{x}$, $x > 0$.

A opção correta é a [B].

7.2. Como o ponto C pertence ao gráfico de função g, tem coordenadas $\left(x, \frac{1}{2}x\right)$.

A área do triângulo é igual a 36 u.a., logo:

$$\left(x \times \frac{1}{2}x\right) : 2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} = 36$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 144$$
$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{144}$$
$$\Leftrightarrow x = -12 \ \vee \ x = 12$$

C.S. = $\{-12, 12\}$

O ponto C encontra-se no 1.º quadrante, ou seja, a abcissa é positiva. Logo, $x = 12$.

$g(12) = \frac{1}{2} \times 12 = \frac{12}{2} = 6$

As coordenadas do ponto C são $(12, 6)$.

8. Como x é o preço, em euros, do livro *Aventuras* e y é o preço, sem desconto, em euros, do livro *Biografias*, e os três exemplares custam, no total, 39 euros, temos que $x + 2y = 39$.

Como o livro *Biografias* estava com um desconto de 4 euros, o preço de cada exemplar, nestas condições, é $y - 4$, pelo que dois exemplares do livro *Aventuras* $(2x)$ e três exemplares do livro *Biografias* $(3(x - 4))$ terem um preço total de 50 euros, corresponde a $2x + 3(x - 4) = 50$.

Assim, um sistema de equações que permita determinar o preço do livro *Aventuras* e o preço, sem desconto, do livro *Biografias* é:

$$\begin{cases} x + 2y = 39 \\ 2x + 3(x - 4) = 50 \end{cases}$$

9. $2(1 - x) < \frac{x}{2} + 12 \Leftrightarrow 2 - 2x < \frac{x}{2} + 12$

$$\Leftrightarrow 4 - 4x < x + 24$$
$$\Leftrightarrow -4x - x < 24 - 4$$
$$\Leftrightarrow -5x < 20$$
$$\Leftrightarrow 5x > -20$$
$$\Leftrightarrow x > -4$$

C.S. = $]-4, +\infty[$

10. $4x^2 + 8x = 5 \Leftrightarrow 4x^2 + 8x - 5 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 4$, $b = 8$ e $c = -5$, temos:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 4 \times (-5)}}{2 \times 4}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 80}}{8}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{8}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-8 \pm 12}{8}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{2} \ \vee \ x = \frac{1}{2}$$

C.S. = $\left\{-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

11. O ângulo $B\hat{A}D$ é inscrito no arco $\overset{\frown}{BD}$, logo:

$$B\hat{A}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} = \frac{45^\circ}{2} = 22{,}5^\circ$$

$$C\hat{E}A = E\hat{O}A + O\hat{A}E \Leftrightarrow 65^\circ = E\hat{O}A + 22{,}5^\circ$$
$$\Leftrightarrow E\hat{O}A = 65^\circ - 22{,}5^\circ$$
$$\Leftrightarrow E\hat{O}A = 42{,}5^\circ$$

Prova Final Modelo 3 – páginas 210 a 213

Caderno 1

1.

1.1. No saco existem 10 bolas: 6 bolas vermelhas e 4 bolas azuis

P("retirar uma bola azul") =

$$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

1.2. $\overline{x} = 32 \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{10}}{10} = 32$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 + \ldots + x_{10} = 320$$

Por exemplo:

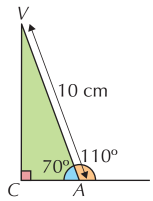
$\frac{x_1 + x_2}{2} = 28 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 56$

Então:

$$56 + x_3 + \ldots + x_{10} = 320 \Leftrightarrow x_3 + \ldots + x_{10} = 320 - 56$$
$$\Leftrightarrow x_3 + \ldots + x_{10} = 264$$
$$\Leftrightarrow \frac{x_3 + \ldots + x_{10}}{8} = \frac{264}{8}$$
$$\Leftrightarrow \frac{x_3 + \ldots + x_{10}}{8} = 33$$

2. $V\hat{A}C = 180° - 110° = 70°$

Como o triângulo $[ACV]$ é retângulo em C, então:



$$\text{sen } 70° = \frac{\text{medida do cateto oposto a } V\hat{A}C}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$\Leftrightarrow \text{sen } 70° = \dfrac{\overline{CV}}{10}$

$\Leftrightarrow \overline{CV} = 10 \times \text{sen } 70°$

$\Leftrightarrow \overline{CV} \approx 9{,}397$ cm

$$\cos 70° = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } V\hat{A}C}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$\Leftrightarrow \cos 70° = \dfrac{\overline{AC}}{10}$

$\Leftrightarrow \overline{AC} = 10 \cos 70°$

$\Leftrightarrow \overline{AC} \approx 3{,}420$ cm

O volume da semiesfera é igual a:

$$\left(\frac{4}{3}\pi \times r^3\right) : 2 = \left(\frac{4}{3}\pi \times (3{,}420)^3\right) : 2 \approx 83{,}780 \text{ cm}^3$$

O volume do cone é igual a:

$$\frac{1}{3}A_b \times \text{altura} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times \text{altura} =$$
$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3{,}420^2 \times 9{,}397 =$$
$$\approx 115{,}099 \text{ cm}^3$$

O volume do sólido é $83{,}780 + 115{,}099 \approx 199$ cm^3.

3. 10,28 milhões $= 10{,}28 \times 10^6$

5% de $10{,}28 \times 10^6$ é igual a:

$0{,}05 \times 10{,}28 \times 10^6 = 0{,}514 \times 10^6 =$

$= 5{,}14 \times 10^5$ habitantes

4. Como as grandezas são inversamente proporcionais, então $x \times y = 7{,}2 \times 21{,}6 = 155{,}52$.

Assim, $k = \dfrac{155{,}52}{18} = 8{,}64$.

5. $x \longrightarrow$ número de alunos do 5.º ano

$y \longrightarrow$ número de alunos do 6.º ano

$x + y \longrightarrow$ número total de alunos

$\dfrac{2}{3}x - \dfrac{2}{3}$ do número de alunos do 5.º ano.

$$\begin{cases} x + y = 170 \\ y = \dfrac{2}{3}x \end{cases}$$

6. $(x-3)^2 = x^2 + 2 \times x \times (-3) + (-3)^2 =$

Quadrado de um binómio $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$= x^2 - 6x + 9$

$m = -6$ e $n = 9$

A opção correta é a [C].

7. $\dfrac{(-2-x)^2}{2} = 3(x+2) \Leftrightarrow \dfrac{4+4x+x^2}{2} = 3x + 6$

$\Leftrightarrow 4 + 4x + x^2 = 6x + 12$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 6x + 4 - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -2$ e $c = -8$, temos:

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+32}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \lor x = 4$$

C.S. $= \{-2, 4\}$

Caderno 2

8. **1.º termo:** $1b + 1p \longrightarrow 2$ triângulos
2.º termo: $2b + 3p \longrightarrow 5$ triângulos
3.º termo: $3b + 5p \longrightarrow 8$ triângulos
O termo geral é $3n - 1$.

8.1. $3 \times 20 - 1 = 60 - 1 = 59$ triângulos

8.2. A sequência do número de triângulos pretos é: $1; 3; 5; \ldots; 2n - 1$

$2 \times 85 - 1 = 169$ triângulos

8.3. Como o termo geral do número de triângulos pretos é $2n - 1$, então:

$2n - 1 = 201 \Leftrightarrow 2n = 202 \Leftrightarrow n = 101$

A sequência tem 101 termos.

9. $C\hat{A}D = \dfrac{\overset{\frown}{BD}}{2} = \dfrac{80°}{2} = 40°$, pois é um ângulo inscrito no arco $\overset{\frown}{BD}$.

$D\hat{C}A = 180° - C\hat{A}D - A\hat{D}C =$

$= 180° - 40° - 30° =$

$= 110°$

10.

10.1. [A] $]13, +\infty[\cup]-4, 15[=]-4, +\infty[$

[B] $]13, +\infty[\cap]-4, 15[=]13, 15[$

Propostas de Resolução

[C] $]13, +\infty[\cap]-4, +\infty[=]13, +\infty[$
[D] $]13, +\infty[\cup]-4, +\infty[=]-4, +\infty[$
A opção correta é a [C].

10.2. $2 + \frac{4x}{3} > \frac{6 + 2(x + 13)}{3}$

$\Leftrightarrow 2 + \frac{4x}{3} > \frac{6 + 2x + 26}{3}$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 3)}{2} + \frac{4x}{3} > \frac{32 + 2x}{3}$

$\Leftrightarrow 6 + 4x > 32 + 2x$
$\Leftrightarrow 4x - 2x > 32 - 6$
$\Leftrightarrow 2x > 26$
$\Leftrightarrow x > \frac{26}{2}$
$\Leftrightarrow x > 13$
C.S. $=]13, +\infty[$
Logo, C é o conjunto-solução da inequação.

11. $\frac{7^5}{7^{-2} \times (7^3)^4} = \frac{7^5}{7^{-2} \times 7^{12}} =$

$= \frac{7^5}{7^{-2+12}} =$

$= \frac{7^5}{7^{10}} =$

$= 7^{5-10} =$

$= 7^{-5} =$

$= \left(\frac{1}{7}\right)^5$

12.
12.1. Por exemplo, os pontos C e D, porque $[CD]$ é perpendicular ao eixo Oy.
12.2. O ponto C tem coordenadas $(4, f(4))$.
Então, como $f(4) = \frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{2} = 2$, C tem coordenadas $(4, 2)$.
O ponto B tem coordenadas $(2, g(2))$.
Então, como $g(2) = 2 \times 2^2 = 8$, B tem coordenadas $(2, 8)$.
Os pontos A e B têm a mesma ordenada, logo A tem coordenadas $(0, 8)$.
Os pontos C e D têm a mesma ordenada, logo D tem coordenadas $(0, 2)$.
Concluímos, então, que $\overline{CD} = 4$, $\overline{AB} = 2$ e $\overline{AD} = 6$ (diferença entre as ordenadas de A e de D).
Assim:

$A_{\text{trapézio}} = \frac{\text{base maior} + \text{base menor}}{2} \times \text{altura} =$

$= \frac{\overline{CD} + \overline{AB}}{2} \times \overline{AD}$

$A_{\text{trapézio}} = \frac{2 + 4}{2} \times 6 = \frac{6}{2} \times 6 =$

$= 3 \times 6 =$

$= 18$

A área do trapézio $[ABCD]$ é 18 u.a.

Prova Final Modelo 4 – páginas 214 a 217

Caderno 1

1. Como os dados da tabela já estão ordenados, podemos verificar que os valores centrais são 70 e 74.

$$\underbrace{62 \quad 68 \quad 70}_{50\%} \quad \underbrace{74 \quad 75 \quad 77}_{50\%}$$

Logo, a mediana do conjunto de dados é:

$\tilde{x} = \frac{70 + 74}{2} = 72$

A opção correta é a [B].

2.
2.1. $V_{\text{prisma}} = A_b \times \text{altura} = \overline{EB} \times \overline{BC} \times \overline{CD} =$
$= 100 \times 40 \times 25 = 100\,000 \text{ m}^3$

$V_{\text{metade cilindro}} = \frac{A_b \times \text{altura}}{2} = \frac{\pi \times 20^2 \times 100}{2} =$

$= 20\,000\pi \text{ m}^3$

$V_{\text{sólido}} =$ Volume prisma + Volume metade do cilindro =

$= \frac{\pi r^2 \times \text{altura}}{2} = \frac{\pi \times \frac{\overline{BC}}{2} \times \overline{EB}}{2} =$

$= 100\,000 + 20\,000\pi \approx 162\,831{,}9$

O volume do sólido da figura 2 é, aproximadamente, $162\,831{,}9 \text{ m}^3$.

2.2. [A] Falsa, porque DC é perpendicular ao plano FAD.
[B] Falsa, porque BG é concorrente ao plano FAD.
[D] Falsa, porque GH é perpendicular ao plano FAD.
A opção correta é a [C].

2.3. Como a reta AF é paralela à reta CH, e sendo $s \,//\, AF$, então $s \,//\, CH$.

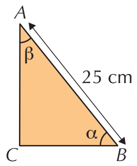
3. 9,2 milhões = 9 200 000
$9\,200\,00 \times 35\% = 9\,200\,000 \times \frac{35}{100} =$

$= 3\,220\,000 =$

$= 3{,}22 \times 10^6$

As florestas portuguesas têm $3{,}22 \times 10^6$ ha.

4.



4.1. $\overline{AC} = \frac{1}{6} \times 1{,}2 \text{ m} =$

$= 0{,}2 \text{ m}$

$= 20 \text{ cm}$

O triângulo $[ABC]$ é retângulo. Relativamente ao ângulo α, o lado $[AC]$ é o cateto oposto e o lado $[AB]$ é a hipotenusa. Usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto a } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}} \Leftrightarrow \text{sen } \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

$$\Leftrightarrow \text{sen } \alpha = \frac{20}{25}$$

$$\Leftrightarrow \text{sen } \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{4}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow \alpha \approx 53^\circ$$

4.2. $\text{sen } \beta = \frac{3}{5}$

Recorrendo à fórmula fundamental da trigonometria, como β é um ângulo agudo, então $\cos \beta > 0$.

Assim:

$$\text{sen}^2\beta + \cos^2\beta = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2\beta = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{25} + \cos^2\beta = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\beta = 1 - \frac{9}{25}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\beta = \frac{16}{25}$$

$$\Leftrightarrow \cos \beta = \sqrt{\frac{16}{25}}$$

$\cos \beta > 0$

$$\Leftrightarrow \cos \beta = \frac{4}{5}$$

Caderno 2

5.

5.1. P(“sair o número oito”) =

$$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{1}{4}$$

O acontecimento complementar de “sair o número oito” é o acontecimento “não sair o número oito”.

P(“não sair o número oito”) = 1 – P(“sair o número oito”) =

$$= 1 - \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{3}{4}$$

5.2.

Produto	2	5	7	8
2	—	10	14	16
5	10	—	**35**	40
7	14	**35**	—	56
8	16	40	56	—

O número de casos favoráveis é igual ao número de produtos ímpares. Assim:

Número de casos favoráveis: 2

Número de casos possíveis: 12

Logo:

P(“sair um número ímpar”) =

$$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

6. 1 mesa ⟶ 6 cadeiras $+4$

2 mesas ⟶ 10 cadeiras $+4$

3 mesas ⟶ 14 cadeiras

6.1. 4 mesas ⟶ 14 + 4 = 18

5 mesas ⟶ 18 + 4 = 22

6 mesas ⟶ 22 + 4 = 26 cadeiras

Se se utilizarem seis mesas, serão necessárias 26 cadeiras.

6.2. Como a expressão geral do número de cadernos é $4n + 2$, então:

$$4n + 2 = 34 \Leftrightarrow 4n = 34 - 2$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{32}{4}$$

$$\Leftrightarrow n = 8$$

Se se utilizarem 34 cadeiras, serão necessárias oito mesas.

7. $-\frac{x-3}{4} \geq -2(x-4) + 3 \Leftrightarrow -\frac{x-3}{4} \geq \underset{(\times 4)}{-2x} + \underset{(\times 4)}{8} + \underset{(\times 4)}{3}$

$$\Leftrightarrow -x + 3 \geq -8x + 32 + 12$$

$$\Leftrightarrow -x + 8x \geq 32 + 12 - 3$$

$$\Leftrightarrow 7x \geq 41$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{41}{7}$$

$$\text{C.S.} = \left[\frac{41}{7}, +\infty\right[$$

8.

8.1. Como o ponto A tem abcissa –2 e pertence ao gráfico da função h, temos que a sua ordenada é a imagem do objeto –2 pela função h, ou seja,

$h(-2) = 3 \times (-2) = -6$.

Assim, temos que as coordenadas do ponto A são $(-2, -6)$. Como o ponto A também pertence ao gráfico da função f, substituindo as coordenadas na expressão algébrica da função, podemos calcular o valor de a:

$f(-2) = -6 \Leftrightarrow a \times (-2)^2 = -6 \Leftrightarrow a = \frac{-6}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{3}{2}$

8.2. $f(x) = 3x - 36 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x^2 = 3x - 36$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{2}x^2 - 3x + 36 = 0$

$\Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 72 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -3$, $b = -6$ e $c = 72$, temos:

$-3x^2 - 6x + 72 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times (-3) \times 72}}{2 \times (-3)}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 864}}{-6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{900}}{-6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 30}{-6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{36}{-6} \vee x = \frac{-24}{-6}$

$\Leftrightarrow x = -6 \vee x = 4$

C.S. = {–6, 4}

8.3. Como a função g é uma função de proporcionalidade inversa, então $g(x) = \frac{k}{x}$, $x > 0$

Como o ponto B tem ordenada 12 e pertence ao gráfico da função h, temos que a sua abcissa é o objeto cuja imagem é 12, pela função h, ou seja:

$h(x) = 12 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{2} \Leftrightarrow x = 4$

Assim, temos que as coordenadas do ponto B são (4, 12). Como o ponto B também pertence ao gráfico da função g, substituindo as coordenadas na expressão algébrica da função, podemos calcular o valor de k:

$g(4) = 12 \Leftrightarrow \frac{k}{4} = 12 \Leftrightarrow k = 4 \times 12 \Leftrightarrow k = 48$

Uma expressão que define a função g é $y = \frac{48}{x}$, $x > 0$.

A opção correta é a [B].

9. O ângulo AOB é um ângulo ao centro e partilha o mesmo arco de circunferência, $\overset{\frown}{AB}$, do ângulo inscrito ACB. Assim, $A\hat{O}B = 2 \times 30° = 60°$.

Desta forma, $\frac{\overset{\frown}{AB}}{5} = \frac{360°}{P_c}$, onde P_c é o perímetro do círculo.

Logo:

$\frac{60}{5} = \frac{360}{P_c} \Leftrightarrow P_c = \frac{360 \times 5}{60} \Leftrightarrow P_c = 30$

O perímetro do círculo é 30 cm.

Prova Final Modelo 5 – páginas 218 a 221

Caderno 1

1.

	1.º termo	2.º termo	3.º termo		n.º termo
Número de círculos cinzentos	1	2	3	…	n
Número de círculos brancos	3	5	7	…	$2n + 1$
Número total de círculos	4	7	10	…	$3n + 1$

O termo com 110 círculos cinzentos é o termo de ordem 110.

Logo, esse termo terá $3 \times 110 + 1 = 331$ círculos.

2.

P	2	3	4
2	**4**	**5**	**6**
3	5	6	7
4	6	7	8
7	**9**	**10**	**11**

2.1. Número de casos favoráveis: 5

Número de casos possíveis: 12

P("soma dos números inscritos nas cartas retiradas ser um número primo") $= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} =$

$= \frac{5}{12}$

2.2. a) P("sair preta") =

$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = 0{,}3 = \frac{3}{10}$

Como continuam a ser três cartas pretas, então:

$\frac{3}{x} = \frac{3}{10} \Leftrightarrow 30 = 3x \Leftrightarrow x = 10$

Se 10 é o número de casos possíveis, é necessário acrescentar três cartas vermelhas.

b) P("sair vermelha") = 0,25

$\Leftrightarrow \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = 0{,}25 \Leftrightarrow \frac{4}{x} = 0{,}25$

$\Leftrightarrow x = 4 \times 4 \Leftrightarrow x = 16$

$4 + 3 = 7$

$16 - 7 = 9$

Se 16 é o número de casos possíveis, então é necessário acrescentar nove cartas.

3.

3.1. $A\hat{B}C = 90°$, porque BC é tangente à circunferência no ponto B e AB é um raio da circunferência.

$C\hat{A}B = 180° - 90° - 27° = 63°$

$D\hat{A}E = C\hat{A}B = 63°$, porque são ângulos verticalmente opostos. Como $D\hat{A}E$ é um ângulo ao centro, então $\overset{\frown}{DE} = D\hat{A}E = 63°$.

A opção correta é a [B].

3.2. $B\hat{A}D = 180° - D\hat{A}E$, ou seja,
$B\hat{A}D = 180° - 63° = 117°$.

$$A_{\text{setor circular}} = \frac{x \times \pi \times r^2}{360°} = \frac{B\hat{A}D \times \pi \times \overline{AB}^2}{360°}$$

$$A_{\text{setor circular}} = \frac{117° \times \pi \times 10^2}{360°} = 32{,}5\pi \approx 102{,}1$$

A área da região colorida é 102,1 cm^2.

4.

4.1. Sendo a a medida da aresta do cubo, as dimensões do paralelepípedo são $a = \overline{BE}$, $2a = \overline{AB}$ e $\frac{1}{3}a = \overline{BI}$. Logo:

$$V_{\text{paralelepípedo}} = \overline{BE} \times \overline{AB} \times \overline{BI} = a \times 2a \times \frac{1}{3}a = \frac{2}{3}a^3$$

Assim, como $V_{\text{cubo}} = \overline{BE}^3 = a^3$, então $V_{\text{sólido}} = a^3 + \frac{2}{3}a^3$.

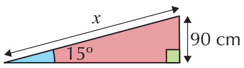
Como o volume total do sólido é 25 cm^3, temos:

$$a^3 + \frac{2}{3}a^3 = 25 \Leftrightarrow 3a^3 + 2a^3 = 75$$
$$\Leftrightarrow a^3 = 15$$
$$\Leftrightarrow a = \sqrt[3]{15}$$

Assim, $a = \sqrt[3]{15}$ cm.

4.2. [A] Falso, porque os planos LCD e BCD são concorrentes oblíquos.
[B] Falso, porque os planos LCD e AIJ são concorrentes oblíquos. É verdadeiro, os planos LCD e LNM são perpendiculares.
[C] Verdadeiro, os planos LCD e ENM são perpendiculares.
[D] Falso, porque os planos LCD e BLK são concorrentes oblíquos.
Logo, a opção correta é a [C].

5.



Como o triângulo é retângulo, usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen } 15° = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}} \Leftrightarrow \text{sen } 15° = \frac{90}{x}$$

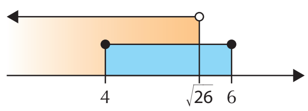
$$\Leftrightarrow x = \frac{90}{\text{sen } 15°} \Leftrightarrow x \approx 348$$

O comprimento mínimo da rampa é 348 cm.

Caderno 2

6. $\sqrt{26} \approx 5{,}1$

Representando na reta real os conjuntos A e B, temos:



Assim:
$A \cap B = [4, \sqrt{26}[$

7. Como a função f é uma função de proporcionalidade inversa, então $f(x) = \frac{k}{x}$, $x > 0$.

O ponto B pertence ao gráfico da função f e as medidas dos lados do retângulo $[DBEO]$ coincidem com as coordenadas do ponto B, que são $(\overline{OE}; \overline{OD})$. Como a área é igual a 30 u.a., $\overline{OE} \times \overline{OD} = 30$, ou seja, $f(x) = \frac{30}{x}$, $x > 0$.

O triângulo $[OAC]$ tem dimensões $\overline{AC}$ e $\overline{OC}$, em que $\overline{AC} = \overline{OD}$ e $\overline{OC} = \overline{OE}$. Podemos, então, dizer que a área do triângulo $[OAC]$ é igual a metade da área do retângulo $[DBEO]$, ou seja, 15 u.a.

8. O ponto A pertence ao gráfico cartesiano de f e tem coordenadas $(-2, 12)$, ou seja:

$$12 = a \times (-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{12}{4} \Leftrightarrow a = 3$$

Uma expressão que define a função f é $f(x) = 3x^2$.
O gráfico da função g é simétrico do gráfico da função f, relativamente ao eixo Oy, ou seja, a concavidade da parábola passa para baixo e o valor do coeficiente de x^2 na expressão passa ao simétrico, $g(x) = -3x^2$.

$$f(3) - g(-1) = 3 \times 3^2 - (-3 \times (-1)^2) =$$
$$= 27 - (-3) =$$
$$= 27 + 3 =$$
$$= 30$$

9. $x(2x - 10) = -12 \Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 12 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, em que $a = 2$, $b = -10$ e $c = 12$, temos:

$$2x^2 - 10x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 2 \times 12}}{2 \times 2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm 2}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{4} \vee x = \frac{12}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 3$$

C.S. $= \{2, 3\}$

10.

$$\underset{(\times 10)}{x} - \underset{(\times 2)}{\frac{2 + 4x}{5}} > \underset{(\times 5)}{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 10x - 4 - 8x > 5x$$
$$\Leftrightarrow 10x - 8x - 5x > 4$$
$$\Leftrightarrow -3x > 4$$
$$\Leftrightarrow 3x < -4$$
$$\Leftrightarrow x < -\frac{4}{3}$$

C.S. $= \left]-\infty, -\frac{4}{3}\right[$

Propostas de Resolução

11.

$$\begin{cases} x = -2y \\ y = \dfrac{3x+1}{2} - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 2y = 3x + 1 - 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -3x + 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -3(-2y) + 2y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 6y + 2y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 8y = -5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2\left(-\dfrac{5}{8}\right) \\ y = -\dfrac{5}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{10}{8} \\ \text{———} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{5}{4} \\ y = -\dfrac{5}{8} \end{cases}$$

C.S. $= \left\{\left(\dfrac{5}{4}, -\dfrac{5}{8}\right)\right\}$

O par ordenado que é solução do sistema é o par $\left(\dfrac{5}{4}, -\dfrac{5}{8}\right)$.

12. $16^{c+3} \times \dfrac{32^{c+1}}{8} = (2^4)^{c+3} \times \dfrac{2^{5(c+1)}}{2^3} =$

$= 2^{4c+12} \times \dfrac{2^{5c+5}}{2^3} =$

$= 2^{4c+5c+12+5-3} = 2^{9c+14}$

A opção correta é a [B].

13. Os triângulos $[ADE]$ e $[ABC]$ são semelhantes, pelo critério AA ($E\hat{D}A = C\hat{B}A = 90^\circ$ e $D\hat{A}E = B\hat{A}E$, porque são ângulos verticalmente opostos).

Assim, os lados correspondentes são diretamente proporcionais.

Desta forma, $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{DE}} = \dfrac{4}{2} = 2$.

Como $\overline{BD} = a$, vem que $\overline{AD} = a - \overline{AB}$.

Assim:

$$\frac{\overline{AB}}{a - \overline{AB}} = 2 \Leftrightarrow \overline{AB} = 2a - 2\,\overline{AB}$$
$$\Leftrightarrow 3\,\overline{AB} = 2a$$
$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{2}{3}\,a$$

Prova Final Modelo 6 – páginas 222 a 225

Caderno 1

1.

1.1. $\overline{x} = \dfrac{1 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 2 + 6 \times 3}{18} =$

$= \dfrac{63}{18} = 3{,}5$

1.2. Número de casos favoráveis: $4 + 3 + 4 + 2 = 13$

Número de casos possíveis: $2 + 4 + 3 + 4 + 2 + 3 = 18$

Logo, P(“obter pontuação inferior ou igual a 4”) =

$= \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{números de casos possíveis}} = \dfrac{13}{18}$.

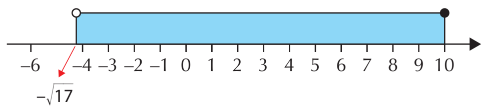
1.3. Para que a mediana dos 19 dados seja 3, é necessário que o valor central seja 3. Desta forma, os valores possíveis são 1, 2 ou 3.

O número de casos favoráveis é 3 e o número de casos possíveis é 6. Logo, P(“obter 3 como valor da mediana”) $= \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{números de casos possíveis}} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.

2. Como o gráfico é de uma função de proporcionalidade inversa, então $f(x) = \dfrac{k}{x}$, $x > 0$. Como $(2, 3)$ pertence ao gráfico de f, então $k = 2 \times 3 = 6$.

$f(6) = a \Leftrightarrow \dfrac{6}{6} = a \Leftrightarrow a = 1$

3. O conjunto A tem exatamente quinze números inteiros, como se ilustra na representação.



$-\sqrt{n} < -4$ e, como $\sqrt{16} = 4$, então $A = \left]-\sqrt{17}; 10\right]$.

Assim, $n = 17$.

4.

4.1. $\dfrac{15}{0{,}9144} \approx 16{,}4042 = 1{,}640\,42 \times 10$

15 metros equivalem a $1{,}640\,42 \times 10$ jardas.

4.2. 160 km $= 160\,000$ m $= 1{,}6 \times 10^5$

$\dfrac{1{,}6 \times 10^5}{0{,}9144} = 174\,978{,}128$

$\dfrac{1}{3} \times 174\,978{,}128 \approx 58\,326 = 5{,}8326 \times 10^4$

160 km equivalem a $5{,}8326 \times 10^4$ pés.

5.

5.1. A única face do prisma triangular que não interseta as restantes, segundo um ângulo reto, é a face correspondente ao painel solar, ou seja, a face $[ACDE]$. Assim, o plano que não é perpendicular ao plano que contém a face $[ABFE]$ é o plano que contém a face $[ACDE]$, ou seja o plano EAC.

A opção correta é a [B].

5.2. a) Como $V_{\text{prisma}} = A_b \times h$, começamos por determinar a área da base do prisma $[ABCDEF]$, ou seja, por exemplo, a área do triângulo $[ABC]$.

$A_{\text{base}} = A_{[ABC]} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2} = \dfrac{78 \times 58{,}5}{2} = 2281{,}5 \text{ cm}^2$

Assim, podemos determinar a altura do prisma, x, recorrendo à fórmula do volume:

$V_{[ABCDEF]} = A_{\text{base}} \times \text{altura} \Leftrightarrow V_{[ABCDEF]} = A_{[ABC]} \times x$

$\Leftrightarrow 445\ 000 = 2281{,}5 \times x$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{445\ 000}{2281{,}5}$

$\Rightarrow x \approx 195{,}05 \text{ cm}$

Desta forma, a área do painel solar, ou seja, a área do retângulo $[ACDE]$, é:

$A_{[ACDE]} = \overline{AE} \times \overline{DE} = x \times 97{,}5$

$\approx 195{,}05 \times 97{,}5$

$\approx 19\ 017 \text{ cm}^2$

b) Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo, usando a definição de tangente, temos:

$\text{tg } B\hat{A}C = \dfrac{\text{medida do cateto oposto a } B\hat{A}C}{\text{medida do cateto adjacente a } B\hat{A}C}$

$\Leftrightarrow \text{tg } B\hat{A}C = \dfrac{58{,}5}{78} \Leftrightarrow B\hat{A}C = \text{tg}^{-1}(0{,}75) \Leftrightarrow B\hat{A}C \approx 37°$

Caderno 2

6. $(3^5)^{-2} \times 3^{10} + 5^{-1} + 3^{-2} = 3^{-10} \times 3^{10} + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{3^2} =$

$= 3^0 + \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{9} =$

$= \underset{(\times 45)}{1} + \underset{(\times 9)}{\dfrac{1}{5}} + \underset{(\times 5)}{\dfrac{1}{9}} =$

$= \dfrac{45}{45} + \dfrac{9}{45} + \dfrac{5}{45} =$

$= \dfrac{59}{45}$

7.

7.1. $A\hat{P}D = C\hat{P}B = 70°$ (ângulos verticalmente opostos)

$D\hat{A}C = \dfrac{\overset{\frown}{DC}}{2} = \dfrac{60°}{2} = 30°$ ($D\hat{A}C$ é um ângulo inscrito no arco $\overset{\frown}{DC}$).

Então, $B\hat{D}A = 180° - 70° - 30° = 80°$.

7.2. $B\hat{C}A = B\hat{D}A = 80°$, porque são ângulos inscritos no mesmo arco ($\overset{\frown}{BA}$).

Logo, pelo critério AA de semelhança de triângulos, os triângulos $[BCP]$ e $[ADP]$ são semelhantes.

$B\hat{D}A = B\hat{C}A = 80°$ e $C\hat{P}B = D\hat{P}A = 70°$.

8. $-x^2 + ax - 16 = 0$

8.1. Se a equação só tem uma solução, então:

$\Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 4 \times (-1) \times (-16) = 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 64 = 0$

$\Leftrightarrow a^2 = 64$

$\Leftrightarrow a = \pm\sqrt{64}$

$\Leftrightarrow a = -8 \lor a = 8$

C.S. $= \{-8, 8\}$

8.2. $-x^2 + 10x - 16 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -1$, $b = 10$ e $c = -16$, temos:

$-x^2 + 10x - 16 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times (-1) \times (-16)}}{2 \times (-1)}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-10 \pm \sqrt{100 - 64}}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-10 \pm \sqrt{36}}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-10 \pm 6}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-10 - 6}{-2} \lor x = \dfrac{-10 + 6}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-16}{-2} \lor x = \dfrac{-4}{-2}$

$\Leftrightarrow x = 8 \lor x = 2$

C.S. $= \{2, 8\}$

9. $2 - \dfrac{3 - x}{5} \leq 2\left(x + \dfrac{1}{3}\right)$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 15)}{2} - \underset{(\times 3)}{\dfrac{3 - x}{5}} \leq \underset{(\times 15)}{2x} + \underset{(\times 5)}{\dfrac{2}{3}}$

$\Leftrightarrow 30 - 9 + 3x \leq 30x + 10$

$\Leftrightarrow 3x - 30x \leq -11$

$\Leftrightarrow -27x \leq -11$

$\Leftrightarrow 27x \geq 11$

$\Leftrightarrow x \geq \dfrac{11}{27}$

C.S. $= \left[\dfrac{11}{27}, +\infty\right[$

10. $x \longrightarrow$ número de caiaques de um lugar

$y \longrightarrow$ número de caiaques de dois lugares

$x + y \longrightarrow$ número total de caiaques

$2y \longrightarrow$ número de pessoas em caiaques de dois lugares

$\begin{cases} x + y = 28 \\ x = 2y + 4 \end{cases}$

11. Como o triângulo $[ABC]$ é equilátero, então:

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC} = \dfrac{3a - 12}{3} = a - 4$

Então, a área de cada quadrado é igual a $(a - 4)^2$.

Propostas de Resolução

Como são três quadrados, então:
$3 \times (a - 4)^2 = 3 \times (a^2 - 8a + 16) =$
$= 3a^2 - 24a + 48$
Logo, a opção correta é a [C].

12. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
A opção correta é a [D].

Prova Final Modelo 7 – páginas 226 a 229

Caderno 1

1.
1.1. A percentagem de elementos do grupo B é:
$6,9 + 1,2 = 8,1$
Logo, $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,081 = 91,9\%$.
1.2. a) Como a percentagem de elementos do grupo O é $35,4 + 6,7 = 42,1\%$, então:
$2000 \times 42,1\% = 842$
É de esperar que 842 alunos tenham sangue do grupo O.
b) Tipo B: $6,9 + 1,2 = 8,1\%$
P("ser Rhesus negativo") =
$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{números de casos possíveis}} = \frac{1,2}{8,1} \approx 0,15$
A probabilidade é, aproximadamente, 15%.

2. 1.ª figura ⟶ 2 hexágonos $+5$
2.ª figura ⟶ 7 hexágonos $+5$
3.ª figura ⟶ 12 hexágonos
…
Podemos utilizar a expressão $5n - 3$ para determinar o número de total de hexágonos. Então:
$5n - 3 = 122 \Leftrightarrow 5n = 122 + 3$
$\Leftrightarrow 5n = 125$
$\Leftrightarrow n = \frac{125}{5}$
$\Leftrightarrow n = 25$
A 25.ª figura tem 122 hexágonos.
1.ª figura ⟶ 1 hexágono cinzento $+3$
2.ª figura ⟶ 4 hexágonos cinzentos $+3$
3.ª figura ⟶ 7 hexágonos cinzentos
…
Podemos utilizar a expressão $3n - 2$ para determinar o número de hexágonos cinzentos.
$3 \times 25 - 2 = 75 - 2 = 73$
O 25.º termo tem 73 hexágonos cinzentos.

3. Como o círculo está inscrito num quadrado, a medida do diâmetro do círculo é igual ao comprimento do lado do quadrado.
Como $P = 24$ cm, então $\ell = \frac{24}{4} = 6$ cm.
Sendo $d = 6$ cm, então $r = 3$ cm.
Assim, $A_{\text{círculo}} = \pi \times r^2 = 9\pi \approx 28,3$.
Logo, a opção correta é a [B].

4.
4.1. Trata-se de uma relação de proporcionalidade inversa, com $k = 4 \times 7,5 = 30$.
$30 : 6 = 5$
$30 : 10 = 3$
$30 : 2 = 15$
$30 : 1,5 = 20$
$30 : 25 = 1,2$

Número de participantes	4	**5**	10	**15**	**20**	25
Valor da participação (€)	7,5	6	**3**	2	1,5	**1,2**

4.2. $n \times v = 30$
Logo, a opção correta é a [C].

5.
5.1. Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo, usando a definição de tangente, temos:
$\text{tg } 40^\circ = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$
$\Leftrightarrow \text{tg } 40^\circ = \frac{\overline{AB}}{8} \Leftrightarrow \overline{AB} = 8 \text{ tg } 40^\circ$
$A_{[ABCD]} = 8 \times 8 \text{ tg } 40^\circ =$
$= 64 \text{ tg } 40^\circ =$
$\approx 53,7$
A área do retângulo $[ABCD]$ é, aproximadamente, 53,7 cm^2.
5.2. $V_{\text{cilindro}} = A_b \times h = \pi \times r^2 \times \overline{BC}$
$V_{\text{cilindro}} = \pi \times (8 \text{ tg } 40^\circ)^2 \times 8 \approx 1132,5$
O volume do cilindro é, aproximadamente, 1133 cm^3.

6. [A] $28 = 2^2 \times 7$
$25 = 5^2$
$28 \times 25 = 700$, afirmação falsa.
[B] $10 = 2 \times 5$
$126 = 2 \times 3 \times 21$
10 e 126 não são primos entre si.
[C] $28 = 2^2 \times 7$
$45 = 3^2 \times 5$
28 e 45 são primos entre si e $28 \times 45 = 1260$.

[D] $15 = 3 \times 5$

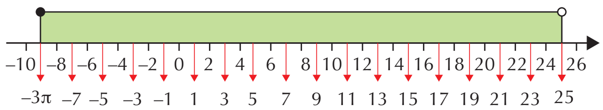
$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

15 e 84 não são primos entre si.

Logo, a opção correta é a [C].

7. $-3\pi \approx -9{,}43$ e $\sqrt{625} = 25$

Representando o intervalo na reta numérica, temos:



$24 - (-9) + 1 = 34$

No conjunto A existem 34 números inteiros.

Caderno 2

8. Se $\overline{AB} = 2 \times \overline{DE}$, então $r = 2$.

$$\frac{P_{[ABC]}}{P_{[DEF]}} = r \Leftrightarrow P_{[ABC]} = 2 \times 40$$
$$\Leftrightarrow P_{[ABC]} = 80 \text{ cm}$$

Logo, a opção correta é a [C].

9. A abcissa do ponto B é 2 e a abcissa do ponto A é 4.

Como o triângulo $[OAB]$ é isósceles ($\overline{OB} = \overline{AB}$), então a altura relativamente ao lado $[OA]$ pertence à bissetriz desse lado.

Como o ponto B é o ponto do gráfico de f que tem abcissa 2, podemos calcular a sua ordenada (y_B), recorrendo à expressão algébrica da função f:

$y_B = f(2) = 4 \times 2^2 = 4 \times 4 = 16$

Assim, temos que área do triângulo $[OAB]$ é:

$$A_{[OAB]} = \frac{\overline{OA} \times f(2)}{2} = \frac{x_A \times y_B}{2} =$$
$$= \frac{4 \times 16}{2} =$$
$$= \frac{64}{2} =$$
$$= 32 \text{ u.a.}$$

10. $n \longrightarrow$ número de *pins*

$p \longrightarrow$ número de postais

$$\begin{cases} 3n + 2p = 6{,}6 \\ 2n + 4p = 7{,}6 \end{cases}$$

11. $2n^{-5} = \dfrac{2}{n^5}$

Logo, a opção correta é a [C].

12. 1.º processo

$(-6x + 3)^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (-6x + 3)^2 - 5^2 = 0$

Como se trata de uma diferença de quadrados, fica $(-6x + 3 - 5)(-6x + 3 + 5) = 0$.

Aplicando a lei do anulamento do produto, temos:

$-6x + 3 - 5 = 0 \ \vee \ -6x + 3 + 5 = 0$

$\Leftrightarrow -6x = -3 + 5 \ \vee \ -6x = -3 - 5$

$\Leftrightarrow -6x = 2 \ \vee \ -6x = -8$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3} \ \vee \ x = \dfrac{4}{3}$

C.S. $= \left\{-\dfrac{1}{3}, \dfrac{4}{3}\right\}$

2.º processo

$(-6x + 3)^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow 36x^2 - 36x + 9 - 25 = 0$

$\Leftrightarrow 36x^2 - 36x - 16 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 36$, $b = -36$ e $c = -16$, temos:

$36x^2 - 36x - 16 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-36) \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \times 36 \times (-16)}}{2 \times 36}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{1296 + 2304}}{72}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm 60}{72}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{96}{72} \ \vee \ x = -\frac{24}{72}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \ \vee \ x = -\frac{1}{3}$$

C.S. $= \left\{-\dfrac{1}{3}, \dfrac{4}{3}\right\}$

13. $\dfrac{4(5 - x)}{3} > 4 \Leftrightarrow \dfrac{20 - 4x}{3} > 4$

$\Leftrightarrow 20 - 4x > 12$

$\Leftrightarrow -4x > 12 - 20$

$\Leftrightarrow -4x > -8$

$\Leftrightarrow 4x < 8$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{8}{4}$

$\Leftrightarrow x < 2$

C.S. $=]-\infty, 2[$

14.

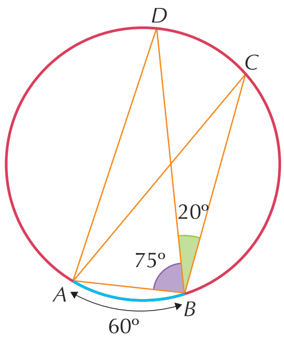
14.1. O ponto A, pois:

$$A + \frac{1}{2}\overrightarrow{BL} = A + \overrightarrow{BF} =$$
$$= A + \overrightarrow{AG} =$$
$$= G$$

14.2. O quadrado $[GFKJ]$.

15. Como o ângulo BDA é o ângulo inscrito relativo ao arco AB, a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja:

$B\hat{D}A = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$



Como, num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos com a mesma amplitude e $\overline{AD} = \overline{BD}$, então $D\hat{B}A = B\hat{A}D$. Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º, vem que:

$D\hat{B}A + B\hat{A}D + B\hat{D}A = 180^\circ$

$\Leftrightarrow D\hat{B}A + D\hat{B}A + 30^\circ = 180^\circ$

$\Leftrightarrow 2\,D\hat{B}A = 180^\circ - 30^\circ$

$\Leftrightarrow D\hat{B}A = \frac{150}{2}$

$\Leftrightarrow D\hat{B}A = 75^\circ$

Desta forma, como $C\hat{B}D = 20^\circ$, vem que:

$C\hat{B}A = D\hat{B}A + C\hat{B}D = 75^\circ + 20^\circ = 95^\circ$

Prova Final Modelo 8 – páginas 230 a 233
Caderno 1

1. Cinco cartões

1.1. A: "sair vogal"

$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{2}{5}$

O acontecimento complementar de A é igual a:

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

1.2. Como a Susana retirou uma consoante, agora só existem duas consoantes, ou seja, o número de casos favoráveis é 2 e o número de casos possíveis é 4.

$P(\text{"sair consoante"}) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} =$

$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

2.

2.1. Organizando os pagamentos do André aos pais e o montante em dívida numa tabela, temos:

Data	Pagamento	Montante em dívida
31 dez 2019	–	178 – 50 = 128
1 jan 2020	8	128 – 8 = 120
1 fev 2020	8	120 – 8 = 112
1 Mar 2020	8	112 – 8 = 104
1 abr 2020	8	104 – 8 = 96
2 abr 2020	–	96

A opção correta é a [D].

2.2. Como em cada prestação, o André paga 8 euros, então, ao fim de n prestações, terá pago $n \times 8 = 8n$ euros.

Observando que a dívida inicial era de $178 - 50 = 128$ euros, temos que uma expressão que representa a quantia, em euros, que o André ficará a dever aos pais, após pagar n prestações, é $128 - 8n$.

3. Cada arco de circunferência tem amplitude 72º, pois $360^\circ : 5 = 72^\circ$.

Assim, $216^\circ : 72^\circ = 3$.

Logo, trata-se do triângulo $[OEA]$.

A opção correta é a [A].

4. 1.º processo

$x(x + 1) - 4(x + 1) = 0$

Colocando $x + 1$ em evidência, temos:

$(x + 1)(x - 4) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto, temos:

$x + 1 = 0 \ \vee \ x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \ \vee \ x = 4$

C.S. $= \{-1, 4\}$

2.º processo

$x^2 + x - 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -3$ e $c = -4$, temos:

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 - 5}{2} \ \vee \ x = \frac{3 + 5}{2}$$

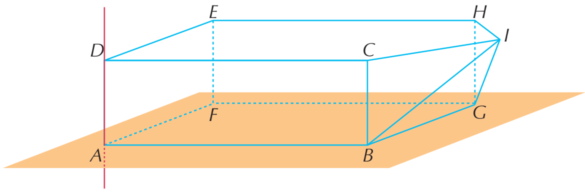
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{2} \ \vee \ x = \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \ \vee \ x = 4$$

C.S. = {–1, 4}

5.

5.1. Como o plano definido pelas retas *AG* e *BF* é o plano *AFG*, ou seja, o plano que contém a face lateral [*AFGB*] do paralelepípedo retângulo, então, qualquer reta que contenha uma aresta de uma base do paralelepípedo que não pertença a esta face nem seja paralela, é perpendicular a este plano, como, por exemplo, a reta *AD*.



5.2. Recorrendo à fórmula do volume da esfera, podemos calcular o raio r de cada tanque esférico:

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Leftrightarrow 33\,750 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\Leftrightarrow \frac{33\,750 \times 3}{4\pi} = r^3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{33\,750 \times 3}{4\pi}} = r$$

$$\Rightarrow r \approx 20{,}05 \text{ m}$$

Como os quatro tanques esféricos estão encostados sem serem deformados, o valor de x corresponde a quatro diâmetros dos tanques, ou seja, $2 \times 4 = 8$ diâmetros, pelo que o valor de x em metros, arredondado às unidades, é:

$x = 8r \approx 8 \times 20{,}05 \approx 160{,}4 \approx 160$ m

Caderno 2

6. Como a função f é uma função de proporcionalidade inversa, então $f(x) = \frac{k}{x}$, $x > 0$.

Como $f(4) = \frac{3}{2}$, então o valor da constante de proporcionalidade k pode ser calculado, substituindo as coordenadas do ponto na expressão algébrica da função f:

$$\frac{3}{2} = \frac{k}{4} \Leftrightarrow \frac{3 \times 4}{2} = k$$

$$\Leftrightarrow k = 6$$

Assim, uma expressão que define a função f é:

$$f(x) = \frac{6}{x}, \ x > 0$$

7.

7.1. O ponto *A* pertence aos gráficos das funções f e g e tem abcissa 4. Então, $g(4) = 4$.

Assim, as coordenadas do ponto *A* são (4, 4). Substituindo as coordenadas na expressão algébrica da função f, calculamos o valor de a:

$$f(4) = 4 \Leftrightarrow a \times 4^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 16a = 4$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{4}{16}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{4}$$

7.2. Como a reta s é paralela à reta definida pela função g, então têm o mesmo declive, ou seja, 1.

A reta s passa no ponto *B*, ou seja, tem ordenada na origem 6. Então, s: $y = x + 6$.

A opção correta é a [A].

8. Como *BDC* é um ângulo inscrito no arco $\overset{\frown}{BC} = 154°$, então:

$$B\hat{D}C = \frac{154°}{2} = 77°$$

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°, então:

$C\hat{B}D = 180° - (77° + 51°) = 52°$

9. Substituindo x por –2 e y por 1, obtemos:

$$\begin{cases} -2\,(-2-4) = \dfrac{-3 \times 1 + 1}{2} \\ 5 \times (-2) + 10 \times 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \times (-6) = \dfrac{-2}{4} \\ -10 + 10 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 = -\dfrac{1}{2} \ \text{(F)} \\ 0 = 0 \ \text{(V)} \end{cases}$$

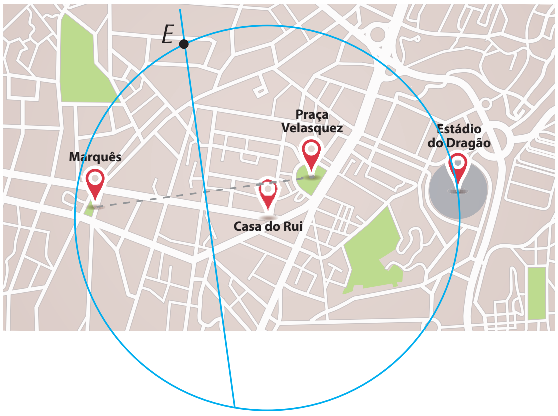
O par ordenado (–2, 1) não é solução do sistema porque não é solução da 1.ª equação.

10. 1.º Traçar uma circunferência de centro na casa do Rui e raio igual à distância da casa do Rui ao estádio do Dragão.

2.º Traçar a mediatriz do segmento de reta que liga o Marquês à Praça Velasquez.

3.º Marcar o ponto *E*, ponto de interseção da mediatriz com a circunferência.

Propostas de Resolução



11. As retas r, s e t são concorrentes num ponto. Seja I o ponto de interseção das três retas.
Assim, os triângulos $[UXI]$ e $[VYI]$ são semelhantes.
Logo:
$$\frac{\overline{XI}}{\overline{YI}} = \frac{\overline{UX}}{\overline{VY}} \Leftrightarrow \frac{\overline{XI}}{\overline{YI}} = \frac{9}{4}$$
Os triângulos $[XWI]$ e $[YZI]$ também são semelhantes.
Logo:
$$\frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{\overline{XI}}{\overline{YI}} \Leftrightarrow \frac{\overline{XW}}{\overline{YZ}} = \frac{9}{4}$$
A opção correta é a [C].

Prova Final Modelo 9 – páginas 234 a 237

Caderno 1

1.

1.1. Como no total são 200 jornalistas, então:
$200 - (12 + 4 + 24 + 12 + 12 + 12 + 12 + 20 + 33$
$+ 15 + 14) =$
$= 200 - 170 =$
$= 30$
Assim, $a = 30$.

1.2. Número de casos favoráveis: 12
Número de casos possíveis: 200
Logo, P("selecionar um português do sexo masculino") =
$$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{12}{200} = \frac{3}{50} = 0{,}06$$

1.3. Ordenando as idades dos jornalistas, podemos identificar a posição dos quartis da distribuição:
$$\underbrace{26\ 28\ 29\ 32\ 32\ 33\ 34\ 35}_{8}\ \underbrace{37\ 38\ 38\ \overbrace{40\ 40}^{Q_3}\ 42\ 42\ 50}_{8}$$
Logo o 3.º quartil deste conjunto de dados corresponde à média das 12.ª e 13.ª idades, ou seja,
$$\frac{40 + 40}{2} = 40.$$

2.

2.1. Cada construção é constituída por quadrados divididos em dois triângulos do tipo dos que são contados.
Verificamos que:
– na 1.ª construção existe 1 quadrado e, por isso, $2 \times 1 = 2$ triângulos;
– na 2.ª construção existem $2^2 = 4$ quadrados e, por isso, $2 \times 4 = 8$ triângulos;
– na 3.ª construção existem $3^2 = 9$ quadrados e, por isso, $2 \times 9 = 18$ triângulos.
Então, na 5.ª construção existem $5^2 = 25$ quadrados e, por isso, $2 \times 25 = 50$ triângulos.

2.2. De acordo com a alínea anterior, na n-ésima construção existem n^2 quadrados e, por isso,
$2 \times n^2 = 2n^2$ triângulos.
Logo, a opção correta é a [D].

3. Como $a < b$, então $-a > -b \Leftrightarrow -\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$
A opção correta é a [D].

4.

4.1. O volume da cisterna pode ser dado pela soma dos volumes do cilindro e das duas semiesferas (ou de uma esfera com o mesmo diâmetro).

Volume do cilindro

$V_{\text{cilindro}} = A_b \times h$

Cálculo auxiliar
$h = 6{,}4 - 2{,}4 = 4$
$A_b = \pi \times (1{,}2)^2$

$V_{\text{cilindro}} = 1{,}44\pi \times 4 =$
$= 5{,}75\pi$

Volume da esfera

$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Cálculo auxiliar
$r = \frac{2{,}4}{2} = 1{,}2$

$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi \times 1{,}2^3 =$
$= 2{,}304\pi$
$V_{\text{cisterna}} = 5{,}76\pi + 2{,}304\pi \approx 25{,}3$
O volume da cisterna é, aproximadamente, $25{,}3\ \text{m}^3$.

4.2. $[ABC]$ é um triângulo retângulo em B. Assim, pelo teorema de Pitágoras:
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6{,}4^2 + 2{,}4^2$
$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 40{,}96 + 5{,}76$
$\Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{46{,}72}$

Como $\overline{AC} > 0$, $\overline{AC} \approx 6{,}8$
Assim, $\overline{AC} = 6{,}8$ m.

5. Como $C \curvearrowright -\sqrt{2}$ e $B \curvearrowright -2\sqrt{2}$ e $-2\sqrt{2} < 1 - 2\sqrt{2} < -\sqrt{2}$, então $1 - 2\sqrt{2}$ pertence ao segmento de reta $[CB]$.
Logo, a opão correta é a [A].

Caderno 2

6.
$$\frac{2^{-3} \times 64 \times (2^2)^3}{2^{-4} \times 8} = \frac{2^{-3} \times 2^6 \times 2^6}{2^{-4} \times 2^3} = \frac{2^{-3+6+6}}{2^{-4+3}} = \frac{2^9}{2^{-1}} = 2^{9-(-1)} = 2^{10}$$

7. $a \longrightarrow$ número de automóveis
$b \longrightarrow$ número de bicicletas
$4a \longrightarrow$ número de rodas dos automóveis
$2b \longrightarrow$ número de rodas das bicicletas
Como há 252 rodas, então $4a + 2b = 252$.
Como o número de automóveis é o quadrúplo do número de bicicletas, então $a = 4b$.

$$\begin{cases} a = 4b \\ 4a + 2b = 252 \end{cases}$$

8.

8.1. $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$. Como o ponto C pertence ao gráfico da função f, então:
$1{,}5 = a \times 1^2 \Leftrightarrow a = 1{,}5$
Logo, $f(x) = \frac{3}{2}x^2$.

8.2. Como o ponto A pertence ao gráfico da função f e tem ordenada 6, então:
$f(x) = 6 \Leftrightarrow 6 = 1{,}5x^2 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2$, $x < 0$
O ponto A tem coordenadas $(-2, 6)$.
O ponto B pertence ao eixo dos xx e tem a mesma abcissa que o ponto C, logo tem coordenadas $(1, 0)$.
Então, a base do triângulo mede 1,5 e a altura é 3.
Assim:
$$A_{[ABC]} = \frac{1{,}5 \times 3}{2} = 2{,}25 \text{ u.a.}$$

8.3. A reta passa nos pontos A e C. Então:
$$m_{AC} = \frac{6 - 1{,}5}{-2 - 1} = \frac{4{,}5}{-3} = -1{,}5 = -\frac{3}{2}$$
Assim, $y = -\frac{3}{2}x + b$.

Substituindo, por exemplo, pelas coordenadas de A, determinamos a ordenada na origem.
$$6 = -\frac{3}{2} \times (-2) + b \Leftrightarrow b = 6 - 3 \Leftrightarrow b = 3$$
$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

8.4. Como a representação gráfica da função f é no semiplano não negativo definido pelo eixo Oy, $p \in]-\infty, 0[$.

9.
$$\underset{(\times 2)}{\frac{1}{2}} - \underset{(\times 4)}{3x} < \underset{(\times 1)}{\frac{7}{4}} + \underset{(\times 2)}{\frac{x}{2}} \Leftrightarrow 2 - 12x < 7 + 2x$$
$$\Leftrightarrow -12x - 2x < 7 - 2$$
$$\Leftrightarrow -14x < 5$$
$$\Leftrightarrow 14x > -5$$
$$\Leftrightarrow x > -\frac{5}{14}$$
$$\text{C.S.} = \left]-\frac{5}{14}, +\infty\right[$$

10. $x(1 + 3x) - 2x = x^2 + 1 \Leftrightarrow x + 3x^2 - 2x = x^2 + 1$
$\Leftrightarrow 3x^2 - x^2 + x - 2x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 2$, $b = -1$ e $c = -1$, temos:
$$2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 8}}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 - 3}{4} \vee x = \frac{1 + 3}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \vee x = 1$$
$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$$

11. Como a escala é 2 cm : 60 km, ou seja, $\frac{2}{6\,000\,000} = \frac{1}{3\,000\,000}$, então:
$3{,}5 \times 3\,000\,000 = 10\,500\,000$ cm $= 105$ km
A distância real entre as duas cidades é 105 km.

12. A área da região sombreada, A_s, pode ser calculada como a diferença entre as áreas dos quadrados de lados $[BC]$ e $[AE]$.
Assim, temos que:
$$A_s = \overline{BC}^2 - \overline{AE}^2 = (a + 1)^2 - (a - 1)^2 =$$
$$= a^2 + 2 \times a \times 1 + 1^2 - (a^2 - 2 \times a \times 1 + 1^2) =$$

Propostas de Resolução

$= a^2 + 2a + 1 - (a^2 - 2a + 1) =$
$= a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1 =$
$= a^2 - a^2 + 2a + 2a + 1 - 1 =$
$= 2a + 2a =$
$= 4a$

Prova Final Modelo 10 – páginas 238 a 241

Caderno 1

1.

1.1. Existem 6 casos possíveis (morango, baunilha, chocolate, framboesa, limão e caramelo) e um caso favorável. Recorrendo à lei de Laplace, temos que a probabilidade, escrita na forma de fração, é:

P(“selecionar gelado de chocolate”) =

$$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{1}{6}$$

1.2. Vamos organizar todos os sabores, com recurso a uma tabela:

	M	B	Ch	F	L	Ca
M	~~MM~~	MB	MCh	MF	ML	MCa
B	BM	~~BB~~	BCh	BF	BL	BCa
Ch	ChM	ChB	~~ChCh~~	ChF	ChL	ChCa
F	FM	FB	FCh	~~FF~~	FL	FCa
L	LM	LB	LCh	LF	~~LL~~	LCa
Ca	CaM	CaB	CaCh	CaF	CaL	~~CaCa~~

Assim, é possível verificar que, de entre os 30 casos possíveis, 12 são favoráveis:

Logo P(“não ter nenhum dos seus sabores favoritos”) =

$$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}.$$

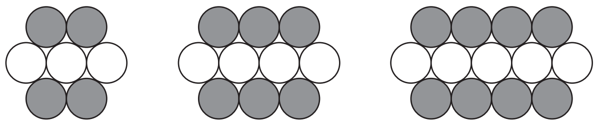
1.3. Identificando, no diagrama, os quartis deste conjunto de dados, temos que $Q_1 = 94$ e $Q_3 = 103$. Logo, a amplitude interquartis do conjunto de dados é:

$$Q_3 - Q_1 = 103 - 94 = 9$$

A opção correta é a [A].

2. Considerando que o primeiro termo é constituído por 4 círculos (2 brancos e 2 cinzentos) e mais 3 círculos (2 cinzentos e 1 branco), e que em cada termo são adicionados mais 3 círculos (2 cinzentos e 1 branco), o termo de ordem n terá um total de 4 círculos mais $3 \times n$ círculos adicionados, ou seja, um total de:

$$4 + \underbrace{3 + 3 + \ldots + 3}_{n \text{ vezes}} = 4 + 3 \times n = 3n + 4 \text{ círculos}$$



1.º termo 2.º termo 3.º termo

A opção correta é a [C].

3.

3.1. Como o triângulo $[ADE]$ é retângulo no vértice E e, relativamente ao ângulo DAE, o lado $[AE]$ é o cateto adjacente e o lado $[AD]$ é a hipotenusa, usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos D\hat{A}E = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } D\hat{A}E}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\Leftrightarrow \cos D\hat{A}E = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \Leftrightarrow \cos 32° = \frac{\overline{AE}}{0{,}90}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AE} = 0{,}9 \times \cos 32°$$

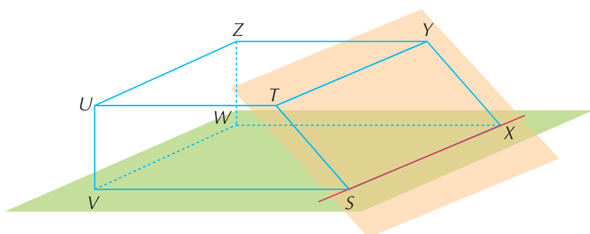
Como $\cos 32° \approx 0{,}848$, vem que:

$\overline{AE} \approx 0{,}9 \times 0{,}848 \approx 0{,}963$ m

Como $\overline{EF} + \overline{AE} = \overline{AF} \Leftrightarrow \overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE}$, temos que a distância, em metros, do vértice D à parede do quarto, arredondado às centésimas, é:

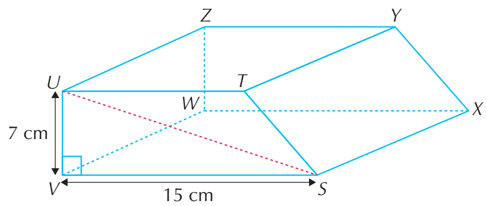
$\overline{EF} = \overline{AF} - \overline{AE} \approx 1{,}05 - 0{,}763 \approx 0{,}29$ m

3.2. a) Como os dois planos contêm o ponto S e o ponto X e não são coincidentes, a sua interseção é a reta SX.



b) Como o triângulo $[UVS]$ é um triângulo retângulo em V, recorrendo ao teorema de Pitágoras, temos que:

$$\overline{US}^2 = \overline{UV}^2 + \overline{VS}^2$$



Como $[SXWV]$ é um quadrado cujos lados têm comprimento 15 cm, temos que $\overline{VS} = 15$ cm.

Logo, como $\overline{UV} = 7$ cm, vem que:

$$\overline{US}^2 = 7^2 + 15^2 \Leftrightarrow \overline{US}^2 = 49 + 225$$
$$\Leftrightarrow \overline{US}^2 = 274$$
$$\underset{\overline{US} > 0}{\Rightarrow} \overline{US} = \sqrt{274}$$

Assim, como $\sqrt{274} \approx 16{,}6$, o valor de $\overline{US}$, arredondado às décimas, é 16,6 cm.

Caderno 2

4.

[A] $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$ não é irracional.

[B] $\left(\frac{105}{3}\right)^2 = 35^2 = 1225$ não é irracional.

[C] $\left(2 - \sqrt{8}\right)\left(2 + \sqrt{8}\right) = 4 - 8 = -4$ não é irracional.

[D] $\left(5 - \sqrt{3}\right)^2 = 25 - 10\sqrt{3} + 3 = 28 - 10\sqrt{3}$ é irracional.

Logo, a opção correta é a [D].

5. O ponto A pertence ao gráfico da função f e tem abcissa 2, logo a ordenada é $y = \frac{8}{2} \Leftrightarrow y = 4$.

O ponto A tem coordenadas (2, 4) e pertence ao gráfico da função g, logo:

$4 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 4 = a \times 4 \Leftrightarrow a = 1$

Uma expressão algébrica da função g é $g(x) = x^2$.

O ponto B pertence ao gráfico da função g e tem ordenada 2, então $2 = x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Como a abcissa do ponto B é negativa, então é $-\sqrt{2}$.

6. $2(3 - x) > 4 - \frac{x+3}{2} \Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{6} - \underset{(\times 2)}{2x} > \underset{(\times 2)}{4} - \underset{(\times 1)}{\frac{x+3}{2}}$

$$\Leftrightarrow 12 - 4x > 8 - x - 3$$
$$\Leftrightarrow -4x + x > 8 - 3 - 12$$
$$\Leftrightarrow -3x > -7$$
$$\Leftrightarrow 3x < 7$$
$$\Leftrightarrow x < \frac{7}{3}$$

C.S. $= \left]-\infty, \frac{7}{3}\right[$

7. $-6x^2 + 12 = x \Leftrightarrow -6x^2 - x + 12 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -6$, $b = -1$ e $c = 12$, temos:

$$-6x^2 - x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times (-6) \times 12}}{2 \times (-6)}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 288}}{-12}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 17}{-12}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-16}{-12} \vee x = \frac{18}{-12}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \vee x = -\frac{3}{2}$$

C.S. $= \left\{-\frac{3}{2}, \frac{4}{3}\right\}$

8. $x \longrightarrow$ número de rapazes

$y \longrightarrow$ número de raparigas

$\frac{1}{3}y \longrightarrow \frac{1}{3}$ do número de raparigas

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}y \\ x + 3 = \frac{y+1}{2} \end{cases}$$

9.

9.1. Os triângulos $[ABP]$ e $[CDP]$ são semelhantes, pelo critério AA, $D\hat{A}B = D\hat{C}B$ (ângulos inscritos no mesmo arco $\overset{\frown}{DB}$) e $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ (ângulos inscritos no mesmo arco $\overset{\frown}{AC}$).

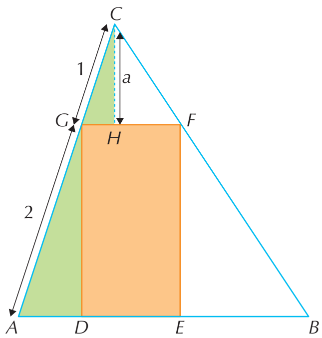
9.2. $D\hat{A}B$ é um ângulo inscrito relativo ao arco $\overset{\frown}{DB}$. Assim, a amplitude do ângulo é metade da amplitude do arco, ou seja, $P\hat{A}B = D\hat{A}B = \frac{\overset{\frown}{DB}}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$.

Temos que:

$$B\hat{P}A + P\hat{A}B + A\hat{B}P = 180^\circ \Leftrightarrow B\hat{P}A = 180^\circ - 55^\circ - 30^\circ$$
$$\Leftrightarrow B\hat{P}A = 95^\circ$$

10. Como $\overline{AC} = 3$ e $\overline{CG} = 1$ e o ponto G pertence ao lado $[AC]$, temos que:

$$\overline{AG} + \overline{CG} = \overline{AC} \Leftrightarrow \overline{AG} + 1 = 3$$
$$\Leftrightarrow \overline{AG} = 3 - 1$$
$$\Leftrightarrow \overline{AG} = 2$$



Como os triângulos $[ADG]$ e $[GHC]$ são semelhantes (pelo critério AA, têm ambos um ângulo reto e os ângulos DAG e HGC são ângulos de lados paralelos), então:

Propostas de Resolução

$\frac{\overline{DG}}{\overline{CH}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{CG}} \Leftrightarrow \frac{\overline{DG}}{a} = \frac{2}{1} \Leftrightarrow \overline{DG} = 2a$

Assim, como $\overline{FG} = a$, temos que a área do retângulo $[DEFG]$, em função de a, é:

$A_{[DEFG]} = \overline{DG} \times \overline{FG} = 2a \times a = 2a^2$

Prova Final Modelo 11 – páginas 242 a 245

Caderno 1

1.

1.1. Existem 4 livros que não são de Gil Vicente, ou seja, existem 4 casos possíveis e 3 que são de Camilo Castelo Branco, ou seja, 3 casos favoráveis. Assim, aplicando a regra de Laplace, a probabilidade, escrita na forma de fração, é:

P("receber um livro de Camilo Castelo Branco") =

$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{3}{4}$

1.2. Como são selecionados dois dos quatro livros, podemos organizar todos os pares de elementos que podem ser selecionados, com recurso a uma tabela:

	ABI_1	**ABI_2**	**AI**	**FIP**
ABI_1	X	ABI_1/ABI_2	ABI_1/AI	ABI_1/FIP
ABI_2		X	ABI_2/AI	ABI_2/FIP
AI			X	AI/FIP
FIP				X

Podemos observar que existem 6 pares de livros que podem ser selecionados, dos quais somente um com dois livros iguais. Usando a lei de Laplace, e escrevendo o resultado na forma de uma fração irredutível, temos:

P(selecionar dois livros iguais") =

$= \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{1}{6}$

2. Como 25% da área total ardida foi extinguida, temos:

3 milhões de hectares $\times \frac{25}{100}$ = 0,75 milhões de hectares. Assim, escrevendo este número em hectares e em notação científica, vem:

0,75 milhões de hectares $= 0{,}75 \times 10^6$ hectares =

$= 7{,}5 \times 10^5$ hectares

3. $[BCDE]$ é um quadrado cuja área é 25 cm^2, então $\overline{CB} = \overline{CD} = \sqrt{25} = 5$ cm.

O triângulo $[ABC]$ é retângulo em A. Relativamente ao ângulo CBA, o lado $[AB]$ é o cateto adjacente e o lado $[BC]$ é a hipotenusa. Assim, usando a definição de cosseno, temos:

$$\cos C\hat{B}A = \frac{\text{medida do cateto adjacente a } C\hat{B}A}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\Leftrightarrow \cos C\hat{B}A = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{\overline{AB}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 5 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

Relativamente ao ângulo CBA, o lado $[AC]$ é o cateto oposto e o lado $[BC]$ é a hipotenusa. Usando a definição de seno, temos:

$$\text{sen } C\hat{B}A = \frac{\text{medida do cateto oposto a } C\hat{B}A}{\text{medida da hipotenusa}}$$

$$\Leftrightarrow \text{sen } C\hat{B}A = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \text{sen } 45^\circ = \frac{\overline{AC}}{5}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 5 \text{ sen } 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

Como o volume de um prisma pode ser calculado como o produto da área da base pela altura, começamos por determinar a área de base do prisma $[ABCDEF]$, ou seja, por exemplo, a área do triângulo $[ABC]$:

$$A_{\text{base}} = A_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{AC}}{2} =$$

$$= \frac{\frac{5}{2}\sqrt{2} \times \frac{5}{2}\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \frac{\frac{50}{4}}{2} =$$

$$= \frac{50}{8} =$$

$$= \frac{25}{4} =$$

$$= 6{,}25 \text{ cm}^2$$

Desta forma:

$$V_{[ABCDEF]} = A_{\text{base}} \times \text{altura} = 6{,}25 \times \overline{CD} =$$

$$= 6{,}25 \times 5 =$$

$$= 31{,}25$$

$$\approx 31 \text{ cm}^3$$

4. Como $\frac{1}{27}$ e $\frac{1}{3}$ são razões de números inteiros, então são números racionais, ou seja, representam-se por dízimas finitas ou infinitas periódicas.
Como $\sqrt{25} = 5$ é um número inteiro, então não é uma dízima infinita não periódica. $\sqrt{3}$ é um número irracional, pelo que a sua representação na forma de dízima corresponde a uma dízima infinita não periódica.
A opção correta é a [D].

5.

5.1. Como o triângulo [*ABC*] é um triâgulo retângulo em *A*, recorrendo ao teorema de Pitágoras, podemos afirmar que:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 9^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36 + 81$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 117$$
$$\underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{117} \text{ cm}$$

A opção correta é a [B].

5.2. Como o quadrilátero [*AFED*] é um retângulo e o ponto *F* pertence ao segmento de reta [*AB*], podemos afirmar que os ângulos *BAC* e *BFE* são ambos retos ($B\hat{A}C = B\hat{F}E$).
Como os ângulos *CBA* e *EBF* são coincidentes, também são iguais ($C\hat{B}A = E\hat{B}F$).
Assim, pelo critério AA (ângulo-ângulo), podemos afirmar que os triângulos [*ABC*] e [*FBE*] são semelhantes.

5.3. Como os triângulos [*ABC*] e [*FBE*] são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre os lados correspondentes é diretamente proporcional, ou seja:

$$\frac{\overline{FE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{FB}}{\overline{AB}}$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\frac{\overline{FE}}{9} = \frac{4}{6} \Leftrightarrow \overline{FE} = \frac{9 \times 4}{6} \Leftrightarrow \overline{FE} = \frac{36}{6}$$
$$\Leftrightarrow \overline{FE} = 6$$

Como $\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{FB}$, temos que:
$6 = \overline{AF} + 4 \Leftrightarrow 6 - 4 = \overline{AF} \Leftrightarrow 2 = \overline{AF}$
Assim, como $\overline{AD} = \overline{FE}$ e $\overline{AF} = \overline{DE}$, o perímetro do retângulo [*AFED*] é:

$$P_{[AFED]} = 3 \times \overline{FE} + 2 \times \overline{AF} =$$
$$= 2 \times 6 + 2 \times 2 =$$
$$= 12 + 4 =$$
$$= 16 \text{ cm}$$

Caderno 2

6. $$\frac{(12^5)^2 \times 12^6}{4^{16}} = \frac{12^{10} \times 12^6}{4^{16}} =$$
$$= \frac{12^{16}}{4^{16}} =$$
$$= 3^{16}$$

7. Como o perímetro do quadrado [*OBCD*] é 24 cm, o comprimento do lado é $\frac{24}{4} = 6$ cm, ou seja, o ponto *B* tem coordenadas (6, 0), o ponto *D* tem de coordenadas (0, 6) e o ponto *C* tem coordenadas (6, 6).
A função *f* é uma função de proporcionalidade inversa, ou seja, é da forma $f(x) = \frac{k}{x}$, $x > 0$. Assim, podemos calcular o valor da constante de proporcionalidade, ou seja, o valor de *k*, substituindo as coordenadas do ponto *C* (que pertence ao gráfico da função *f*):

$$g(6) = 6 \Leftrightarrow 6 = \frac{k}{6} \Leftrightarrow k = 36$$

Desta forma, como a função *f* é definida por $f(x) = \frac{36}{x}$, $x > 0$, substituindo a abcissa 6 na expressão *f*, podemos calcular o valor da ordenada, ou seja, $f(6) = \frac{36}{6} = 6$.

8. $$4(1 - x) \leq \frac{x}{2} + 3 \Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{4} - \underset{(\times 2)}{4x} \leq \underset{(\times 1)}{\frac{x}{2}} + \underset{(\times 2)}{3}$$
$$\Leftrightarrow 8 - 8x \leq x + 6$$
$$\Leftrightarrow -8x - x \leq 6 - 8$$
$$\Leftrightarrow -9x \leq -2$$
$$\Leftrightarrow 9x \geq 2$$
$$\Leftrightarrow x \geq \frac{2}{9}$$

C.S. $= \left[\frac{2}{9}, +\infty\right[$

9. $$(x - 1)(x + 1) = 4x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 4x - 4$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 + 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$, temos:

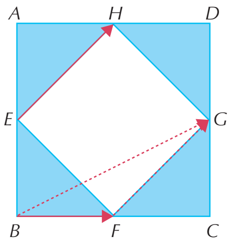
$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$$

C.S. = {1, 3}

Propostas de Resolução

10. Observando que $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EH}$ (porque são vetores com a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento), então temos que:

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{BG}$$



A opção correta é a [A].

11. Analisando as representações geométricas apresentadas, podemos verificar que, relativamente à reta de equação $y = x - 3$, todas apresentam uma reta com declive positivo ($m = 1$).
Relativamente à reta $y = 2$, podemos observar que apenas as opções [B] e [C] apresentam uma reta horizontal de equação $y = 2$.
Em relação à reta $y = x - 3$, a opção [B] apresenta uma reta com ordenada na origem igual a -3.
A opção correta é a [B].

12. Como a reta t é tangente à circunferência no ponto B, $A\hat{B}O = 90°$.

$O\hat{A}B + A\hat{B}O + B\hat{O}A = 180° \Leftrightarrow B\hat{O}A = 180° - 40° - 90°$
$\Leftrightarrow B\hat{O}A = 50°$

Como $[CO]$ e $[OB]$ são raios de circunferência, $\overline{CO} = \overline{OB}$. Então, $O\hat{C}B = C\hat{B}O = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$.

O ângulo BOC é um ângulo ao centro, logo o arco correspondente $\widehat{BC} = B\hat{O}C = 50°$.
O ângulo $D\hat{C}B$ é inscrito no arco DB e $D\hat{C}B = 40°$, logo $\widehat{DB} = 2 \times 40° = 80°$.
O arco maior CD tem amplitude
$360° - 50° - 80° = 230°$.

13. Como a reta r contém os pontos de coordenadas $(0,\ 0)$ e $(4,\ -1)$, então podemos calcular o valor do declive:

$$m_r = \frac{-1-0}{4-0} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

Como a reta s é paralela à reta r, os respetivos declives são iguais, pelo que uma equação da reta s é da forma:

$$y = -\frac{1}{4}x + b$$

Substituindo as coordenadas do ponto da reta s, $(8,\ -5)$, podemos determinar o valor da ordenada na origem (b):

$$-5 = -\frac{1}{4} \times 8 + b \Leftrightarrow -5 = -2 + b$$
$$\Leftrightarrow 2 - 5 = b$$
$$\Leftrightarrow -3 = b$$

Assim, a equação da reta s é:

$$y = -\frac{1}{4}x - 3$$

Prova Final Modelo 12 – páginas 246 a 249

Caderno 1

1.

1.1. Observando os dados do gráfico, podemos concluir que o número total de alunos é $2 + 10 + 8 + 3 = 23$, dos quais 11 $(8 + 3)$ têm pelo menos 15 anos.
Existem 11 casos favoráveis para que um aluno escolhido tenha pelo menos 15 anos e 23 casos possíveis.
Utilizando a regra de Laplace, temos que a probabilidade de escolher ao acaso um aluno da turma com pelo menos 15 anos é igual a:

$$P = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}} = \frac{11}{23}$$

1.2. Como a moda das idades é 14, os dois alunos que entraram têm 14 anos, pelo que a média das idades dos alunos é:

$$\overline{x} = \frac{13 \times 2 + 14 \times 12 + 15 \times 8 + 16 \times 3}{25} = \frac{362}{25} =$$
$$= 14{,}48$$

2.

2.1. Por observação dos quatro primeiros termos, é possível afirmar que o termo de ordem n tem n azulejos brancos, pelo que o termo de ordem 2012, ou o 2012º termo, terá 2012 azulejos brancos.
A opção correta é a [B].

2.2. Calculando o número total de azulejos em cada termo, como a soma dos azulejos brancos e cinzentos, temos:

- **1.º termo:** 1 branco e 1×2 cinzentos, $1 + 1 \times 2 = 3$ azulejos
- **2.º termo:** 2 brancos e 2×3 cinzentos, $2 + 2 \times 3 = 8$ azulejos
- **3.º termo:** 3 brancos e 3×4 cinzentos, $3 + 3 \times 4 = 15$ azulejos

- **4.º termo:** 4 brancos e 4 × 5 cinzentos, 4 + 4 × 5 = 24 azulejos

Assim, identificando a regularidade, podemos calcular o número total de azulejos do 9.º termo da sequência:
9.º termo: 9 brancos e 9 × 10 cinzentos, 9 + 9 × 10 = 99 azulejos

3. $4 \times x^{18} + \dfrac{8}{x^{-6}} = 4 \times (x^6)^3 + 8 \times x^6$, com $x^6 = 2$

$= 4 \times 2^3 + 8 \times 2 =$

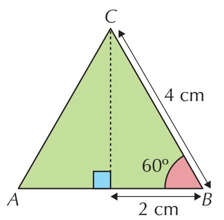
$= 4 \times 8 + 16 =$

$= 48$

4. Como $\overline{AB} = \overline{BC}$, então o triângulo $[ABC]$ é isósceles. O ângulo $B\hat{C}A$ é inscrito no arco $\widehat{BA}$, logo

$B\hat{C}A = \dfrac{120^\circ}{2} = 60^\circ = C\hat{A}B$.

Então, $A\hat{B}C = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.



Pelo teorema de Pitágoras:

$4^2 = 2^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 16 - 4$

$\Leftrightarrow x^2 = 12$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{12}$

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{12} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3}$ cm.

A área do triângulo $[ABC]$ é igual a:

$\dfrac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \dfrac{4 \times 2\sqrt{3}}{2} =$

$= 4\sqrt{3}$ cm²

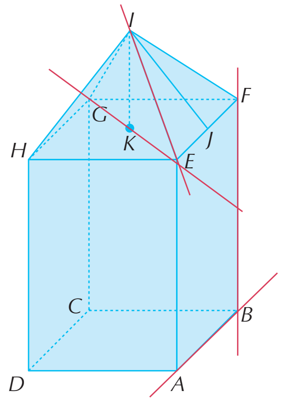
5.

5.1. Comparando cada uma das retas com o plano *ADH*, temos que:

- a reta *AB* não é paralela ao plano *ADH*, porque se intersetam no ponto *A*;
- a reta *IE* não é paralela ao plano *ADH*, porque se intersetam no ponto *E*;
- como a face [*ABFE*] é um retângulo, então a reta *BF* é paralela à reta *AE*, e como a reta *AE* pertence ao plano *ADH*, então a reta *BF* é paralela ao plano *ADH*;
- a reta *EG* não é paralela ao plano *ADH*, porque se intersetam no ponto *E*.

A opção correta é a [C].

5.2.



Começamos por determinar a altura da pirâmide [*EFGHI*]. Como o triângulo [*JKI*] é retângulo em *K*, recorrendo ao teorema de Pitágoras, temos que:

$$\overline{IK}^2 + \overline{KJ}^2 = \overline{IJ}^2$$

Como $\overline{KJ} = \dfrac{\overline{AD}}{2} = \dfrac{1{,}2}{2} = 0{,}6$ m, substituindo os valores conhecidos na equação anterior, vem que:

$\overline{IK}^2 + 0{,}6 = 1^2 \Leftrightarrow \overline{IK}^2 + 0{,}36 = 1$

$\Leftrightarrow \overline{IK}^2 = 1 - 0{,}36$

$\Leftrightarrow \overline{IK}^2 = 0{,}64$

$\underset{\overline{IK} > 0}{\Rightarrow} \overline{IK} = \sqrt{0{,}64}$

Assim, temos que $\overline{IK} = 0{,}8$.

Podemos agora determinar o volume da pirâmide:

$V_{[EFGHI]} = \dfrac{1}{3} \times A_{[EFGH]} \times \overline{IK} =$

$= \dfrac{1}{3} \times 1{,}2^2 \times 0{,}8 =$

$= 0{,}384$ m³

Determinando o volume do prisma, vem que:

$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{DA} \times \overline{AB} \times \overline{DH} =$

$= 1{,}2 \times 1{,}2 \times 1{,}7 =$

$= 2{,}448$ m³

Logo, podemos determinar o volume total do sólido V_T, como a soma dos volumes da pirâmide e do prisma:

$V_T = V_{[EFGHI]} = V_{[ABCDEFGH]} =$

$= 0{,}384 + 2{,}448 =$

$= 2{,}832$ m³

Caderno 2

6. A área de qualquer retângulo é igual a:

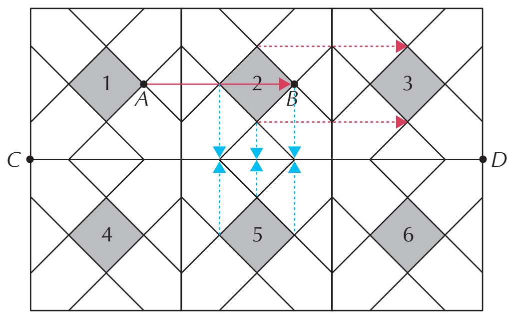
comprimento × largura

Propostas de Resolução

Nesta situação:
$c \times \ell = 20 \Leftrightarrow \ell = \dfrac{20}{c}$, $c > 0$, ou seja trata-se de uma função de proporcionalidade inversa, cujo gráfico é uma hipérbole. Podemos assim excluir as opções [A] e [C].
Como $c \times \ell = 20$, por exemplo, o ponto de coordenadas (1, 20) pertence ao gráfico da opção [D] e não ao gráfico da opção [B].
A opção correta é a [D].

7. Temos que:
- a reflexão do quadrado 5, relativamente ao eixo CD, é o quadrado 2;
- a translação do quadrado 2 associada ao vetor $\overrightarrow{AB}$ é o quadrado 3.

Assim, a imagem do quadrado 5 pela reflexão deslizante de eixo CD e vetor $\overrightarrow{AB}$ é o quadrado 3.



A opção correta é a [B].

8. $1 - \dfrac{x-4}{2} < 3x + 2 \Leftrightarrow 2 - x + 4 < 6x + 4$
$\Leftrightarrow -x - 6x < 4 - 2 - 4$
$\Leftrightarrow -7x < -2$
$\Leftrightarrow 7x > 2$
$\Leftrightarrow x > \dfrac{2}{7}$

C.S. $= \left]\dfrac{2}{7}, +\infty\right[$

9. $\dfrac{x+3}{2} \underset{(\times 2)}{=} x^2 \Leftrightarrow x + 3 = 2x^2$
$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0$

Usando a fórmula resolvente, com $a = 2$, $b = -1$ e $c = -3$, temos:

$2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{25}}{4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm 5}{4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4}{4} \lor x = \dfrac{6}{4}$
$\Leftrightarrow x = -1 \lor x = \dfrac{3}{2}$

C.S. $= \left\{-1, \dfrac{3}{2}\right\}$

10.

10.1. Como o ponto A é o ponto de interseção das retas de equações $y = 2x + 1$ e $y = -x + 3$, tem-se:

$2x + 1 = -x + 3 \Leftrightarrow 2x + x = 3 - 1$
$\Leftrightarrow 3x = 2$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$, ou seja, o ponto a tem abcissa $\dfrac{2}{3}$.

Para obter o valor da ordenada, substituímos o valor de x numa das equações:

$y = 2 \times \dfrac{2}{3} + 1 = \dfrac{4}{3} + 1 =$
$= \dfrac{4}{3} + \dfrac{3}{3} =$
$= \dfrac{7}{3}$

O ponto A tem coordenadas $\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{7}{3}\right)$.

10.2. Se B é o ponto de interseção da reta s com o eixo Ox, a ordenada é zero:

$-x + 3 = 0 \Leftrightarrow -x = -3$
$\Leftrightarrow x = 3$, ou seja, o ponto B tem coordenadas (3, 0).

C é o ponto de interseção da reta s com o eixo Oy, então a abcissa é zero, logo:
$y = -0 + 3 \Leftrightarrow y = 3$, ou seja, o ponto C tem coordenadas (0, 3).
D é o ponto de interseção da reta r com o eixo Oy, então a abcissa é zero, logo:
$y = 2 \times 0 + 1 \Leftrightarrow y = 1$, ou seja, o ponto D tem coordenadas (0, 1).
Concluímos que $\overline{CD} = 3 - 1 = 2$ e $\overline{BO} = 3$, ou seja a área do triângulo $[BCD]$ é igual a:

$\dfrac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \dfrac{2 \times 3}{2} = 3$ u.a.

11. Pelo algoritmo da divisão, obtém-se:

$$\begin{array}{r|l} 5{,}00 & 3 \\ \hline 20 & 1{,}66\ldots \\ 20 & \\ \vdots & \end{array}$$

$-\dfrac{5}{3} = -1{,}(6)$, logo $-1{,}70 < -1{,}(6)$.

A opção correta é a [B].

Prova Final – 2023 (1.ª Fase) – páginas 254 a 260

1. $\frac{\sqrt{17}}{5} \approx 0{,}82462\ldots$ $\frac{\pi}{2} \approx 1{,}57079\ldots$

$\frac{13}{17} \approx 0{,}76470\ldots$ $\frac{\sqrt{13}}{11} \approx 0{,}32777\ldots$

Como $\frac{13}{17}$ é uma razão de números inteiros, é um número racional, e, por isso, uma dízima finita ou infinita periódica.
A opção correta é a [C].

2. 30,5 milhões = 30 500 000
60% de 30 500 000 é $30\,500\,000 \times \frac{60}{100} = 18\,300\,000$.

Assim, em 2023, a estimativa para o número de dormidas em estabelecimentos de alojamento turístico em Portugal é:
30 500 000 + 18 300 000 = 48 800 000
$48\,800\,000 = 4{,}88 \times 10^7$ (em notação científica)

3.
3.1. Existem 6 amigos, dos quais 4 preferem fazer atividades no mar e os restantes 2 preferem atividades em rios.
Assim, pela regra de Laplace, a probabilidade de a pessoa selecionada preferir fazer atividades em rios é $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
A opção correta é a [B].
3.2. Sendo S, B, W, P, M e C os nomes das atividades, organizando todas as atividades numa tabela, vamos observar todos os pares de atividades diferentes que se podem organizar:

	S	B	W	P	M	C
S	—	S + B	S + W	S + P	S + M	S + C
B	—	—	B + W	B + P	B + M	B + C
W	—	—	—	W + P	W + M	W + C
P	—	—	—	—	P + M	P + C
M	—	—	—	—	—	M + C
C	—	—	—	—	—	—

Assim, existem 15 pares de atividades diferentes (número de casos possíveis), sendo que 6 deles (número de casos favoráveis) são constituídos por duas atividades que se realizam com prancha. Assim, pela regra de Laplace, e apresentando o resultado na forma de fração irredutível, a probabilidade pedida é $p = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

4. Como $\sqrt{50} \approx 7{,}071$ e $\sqrt{51} \approx 7{,}141$, então $\sqrt{50} < 7{,}14 < \sqrt{51}$.
A opção correta é a [C].

5. A área do triângulo $[ABC]$ é:
$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{BC} \times \overline{AM}}{2} = \frac{15 \times 12}{2} = 90$$
Como os triângulos $[ABC]$ e $[AED]$ são semelhantes (têm um ângulo comum e os lados opostos são paralelos), a razão das áreas é o quadrado da razão de semelhança, ou seja:
$$r^2 = \frac{A_{[ABC]}}{A_{[AED]}} \Leftrightarrow r^2 = \frac{90}{10} \Leftrightarrow r^2 = 9 \underset{r>0}{\Rightarrow} r = \sqrt{9} \Leftrightarrow r = 3$$
Assim, como $[AP]$ e $[AM]$ são as alturas dos dois triângulos, temos que:
$$r = \frac{\overline{AM}}{\overline{AP}} \Leftrightarrow 3 = \frac{12}{\overline{AP}} \Leftrightarrow \overline{AP} = \frac{12}{3} \Leftrightarrow \overline{AP} = 4$$
Como $\overline{EF} = \overline{PM}$, temos que:
$$\overline{AP} + \overline{PM} = \overline{AP} \Leftrightarrow 4 + \overline{EF} = 12 \Leftrightarrow \overline{EF} = 12 - 4 \Leftrightarrow \overline{EF} = 8$$

6.

Ordem	N.º de quadrados cinzentos	N.º total de quadrados
1	$1 = 1^2$	$9 = 3^2 = (1+2)^2$
2	$4 = 2^2$	$16 = 4^2 = (2+2)^2$
3	$9 = 3^2$	$25 = 5^2 = (3+2)^2$
4	$16 = 4^2$	$36 = 6^2 = (4+2)^2$
5	$25 = 5^2$	$49 = 7^2 = (5+2)^2$
…	…	…
n	n^2	$(n+2)^2$

Assim:
$$(n+2)^2 = 529 \Leftrightarrow n + 2 = \sqrt{529} \Leftrightarrow n + 2 = 23$$
$$\Leftrightarrow n = 21$$
O número de quadrados brancos desta sequência é igual a $4 \times 21 + 4 = 88$.

7. Uma equação do segundo grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$ tem duas soluções reais distintas se $b^2 - 4ac > 0$. No caso da equação apresentada, temos que $a = 1$ e $b = -4$, pelo que:
$$(-4)^2 - 4 \times 1 \times c > 0 \Leftrightarrow 16 - 4c > 0 \Leftrightarrow -4c > -16$$
$$\Leftrightarrow 4c < 16$$
$$\Leftrightarrow c < \frac{16}{4}$$
$$\Leftrightarrow c < 4$$

Desta forma, de entre os valores apresentados, o único que gera uma equação com duas soluções reais distintas é o 3.
A opção correta é a [A].

8. $V_{[ABCDEF]} = V_{total} - V_{[BCEFGHIJ]} = 134{,}1 - V_{[BCEFGHIJ]} =$
$= 134{,}1 - A_{[GHIJ]} \times \overline{BH} =$
$= 134{,}1 - 25{,}8 \times 4 =$
$= 134{,}1 - 103{,}2 =$
$= 30{,}9\ m^3$

9. Como a reta que representa a função f contém os pontos $(-1, -2)$ e $(0, 2)$, o seu declive é:
$\frac{-2-2}{-1-0} = 4$
Assim, $f(x) = 4x + 2$.
A opção correta é a [D].

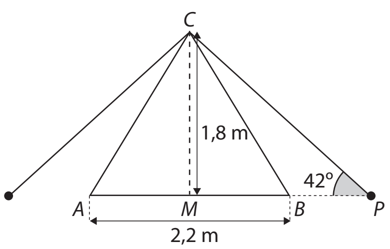
10. Como D pertence à semirreta $\dot{A}C$, então $D\hat{C}A = 180°$, pelo que $B\hat{C}A = D\hat{A}C - B\hat{C}D = 180 - 100 = 80°$.
Como o ângulo BAC é o ângulo inscrito relativo ao arco AB, a amplitude do arco é o dobro da amplitude do ângulo, ou seja, $\overset{\frown}{BA} = 2 \times B\hat{C}A = 2 \times 80 = 160°$.
Assim, temos que $\overset{\frown}{BCA} = 360 - \overset{\frown}{BA} = 360 - 160 = 200°$.

11.
11.1. M é o ponto médio de $[AB]$, logo $\overline{MB} = \frac{\overline{AB}}{2} =$
$= \frac{2{,}2}{2} = 1{,}1$ m.

O triângulo $[CBM]$ é retângulo em M (porque o triângulo $[ABC]$ é isósceles), logo, pelo teorema de Pitágoras:
$\overline{BC}^2 = \overline{CM}^2 + \overline{MB}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 1{,}82 + 1{,}12$
$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 3{,}24 + 1{,}21$
$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 4{,}45$
$\underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{4{,}45}$ m

Como $\sqrt{4{,}45} \approx 2{,}1$, o valor de $\overline{BC}$, em metros, arredondado às unidades, é 2 m.

11.2.



O triângulo $[PMC]$ é retângulo em M, logo o lado $[MP]$ é o cateto adjacente ao ângulo CPM e o lado $[CM]$ é o cateto oposto ao mesmo ângulo, pelo que, como $\overline{CM} = 1{,}8$, temos:
$\text{tg}(C\hat{P}M) = \frac{\overline{CM}}{\overline{PM}} \Leftrightarrow \text{tg } 42° = \frac{1{,}8}{\overline{PM}} \Leftrightarrow \overline{PM} = \frac{1{,}8}{\text{tg } 42°}$
$\Leftrightarrow \overline{PM} \approx 1{,}9991$
Assim, $\overline{PB} = \overline{PM} - \overline{MB} = 1{,}9991 - 1{,}1 \approx 0{,}9$ m.

12. $\frac{3(1-x)}{4} \geq \frac{x}{3} + 1 \Leftrightarrow \underset{(\times 3)}{\frac{3-3x}{4}} \geq \underset{(\times 4)}{\frac{x}{3}} + \underset{(\times 12)}{\frac{1}{1}}$
$\Leftrightarrow \frac{9-9x}{12} \geq \frac{4x}{12} + \frac{12}{12}$
$\Leftrightarrow 9 - 9x \geq 4x + 12$
$\Leftrightarrow -9x - 4x \geq 12 - 9$
$\Leftrightarrow -13x \geq 3$
$\Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{13}$

C.S. $= \left]-\infty, -\frac{3}{13}\right]$

13. Observando os dois gráficos, temos que:
• o gráfico A não representa a função f porque, no início da viagem, d deveria ser O e, no gráfico A, é 1.
• o gráfico B também não representa a função f porque o barco fica parado no cais durante a visita pedestre à ilha, pelo que d deveria manter-se igual a 9,2 e, no gráfico B, d vai variando.

14. Recorrendo à expressão algébrica da função f, vamos determinar a ordenada do ponto A:
$f(2) = 3 \times 2^2 = 3 \times 4 = 12$
Como o ponto A também pertence ao gráfico da função g, temos que $g(2) = 12$, pelo que, substituindo as coordenadas do ponto na expressão algébrica da função g, temos:
$g(2) = \frac{a}{2} \Leftrightarrow 12 = \frac{a}{2} \Leftrightarrow 12 \times 2 = a \Leftrightarrow a = 24$

15. Como a média dos valores registados na tabela é 1122, temos que:
$\overline{x} = 1122 \Leftrightarrow \frac{770 + k + 2900 + 1500 + 262 + 1000}{6} = 1122$
$\Leftrightarrow k + 6432 = 1122 \times 6$
$\Leftrightarrow k + 6432 = 6732$
$\Leftrightarrow k = 6732 - 6432$
$\Leftrightarrow k = 300$

16. Calculando o aumento do número de dormidas, de 2020 para 2021, nas diferentes regiões, temos:

	Número de dormidas (milhões)			
Regiões (Portugal Continental)	**2020**	**2021**	**Aumento**	
Alentejo	0,3	0,5	0,5 – 0,3 = 0,2	Menor aumento
Algarve	4,1	5,6	5,6 – 4,1 = 1,5	
Área Metropolitana de Lisboa (AML)	3,3	5,1	5,1 – 3,3 = 1,8	Maior aumento
Centro	0,7	1,4	1,4 – 0,7 = 0,7	Aumentou 100%
Norte	1,6	2,5	2,5 – 1,6 = 0,9	

Assim, podemos verificar que:

(1) A região onde o aumento foi mais elevado foi na Área Metropolitana de Lisboa.

(2) A região onde o aumento foi menor foi no Alentejo.

(3) Na região Centro o número duplicou, o que corresponde a um aumento de 100%.

		Alentejo	Algarve	AML	Centro	Norte
(1)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais elevado.			X		
(2)	Região onde o aumento do número de dormidas, em milhões, de 2020 para 2021, foi o mais baixo.	X				
(3)	Região onde o aumento do número de dormidas, de 2020 para 2021, aumentou 100%.				X	