Funções (12.º ano)

## 2.ª derivada (concavidades e pontos de inflexão)



Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Para um certo número real k, seja ga função, de domínio  $\mathbb{R},$  definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{k - kx} & \text{se } x < 1\\ x^2 - 10 + 8 \ln x & \text{se } x \ge 1 \end{cases}$$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão no intervalo  $]1, +\infty[$ 

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem concavidade voltada para cima;
- -a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g, caso este(s) exista(m).

Exame – 2020, Ép. especial

2. Seja f uma função, de domínio  $]0,+\infty[$ , cuja derivada, f', de domínio  $]0,+\infty[$ , é dada por  $f'(x)=\frac{2+\ln x}{x}$ 

Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:

- -o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- -a(s) abcissa(s) do<br/>(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

Exame -2020, 2.a Fase

3. Considere a função f, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = x^3 + 6 \ln x$ 

Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

Exame – 2018, Ép. especial

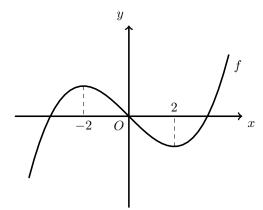
4. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, polinomial do terceiro grau.

Tal como a figura sugere, a função f tem um máximo relativo para x=-2 e tem um mínimo relativo para x=2

A origem do referencial é ponto de inflexão do gráfico

Sejam f' e f'' a primeira e a segunda derivadas da função f, respetivamente.

Qual é o conjunto solução da condição  $f'(x) \times f''(x) \ge 0$ ?



**(A)** 
$$[-2,0] \cup [2,+\infty]$$

**(B)** 
$$]-\infty,-2]\cup[0,2]$$

(C) 
$$]-\infty,0]\cup[2,+\infty]$$

(A) 
$$[-2,0] \cup [2,+\infty[$$
 (B)  $]-\infty,-2] \cup [0,2]$  (C)  $]-\infty,0] \cup [2,+\infty[$  (D)  $]-\infty,-2] \cup [0,+\infty[$ 

Exame – 2017, Ép. especial

5. Seja f a função, de domínio  $]1-\pi, +\infty[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x - 2}{\sin(x - 1)} & \text{se } 1 - \pi < x < 1 \\ \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ e^{-2x + 4} + \ln(x - 1) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

O gráfico da função f tem um único ponto de inflexão, cuja abcissa pertence ao intervalo ]1,2[Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa desse ponto. Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema;
- apresente a abcissa do ponto de inflexão arredondada às centésimas.

Exame – 2017, Ép. especial

6. Seja fuma função de domínio  $\mathbb R$ 

A tabela de variação de sinal da função f'', segunda derivada de f, é a seguinte.

$\boldsymbol{x}$		$-\infty$	-10		0		10	+∞
f	"	_	0	+	0	_	0	+

Seja g a função definida por g(x) = -f(x-5)

Em qual dos intervalos seguintes o gráfico de g tem concavidade voltada para baixo?

- **(A)** ]-15,-5[
- **(B)** ]0,10[
- (C) ]-5,5[
- **(D)** [5,15]

Exame - 2017, 2.ª Fase

7. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f Sabe-se que o único ponto de inflexão do gráfico de f tem abcissa 0

Seja f'' a segunda derivada da função f

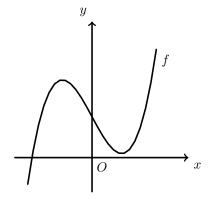
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) 
$$f''(1) + f''(2) < 0$$

**(A)** 
$$f''(1) + f''(2) < 0$$
 **(B)**  $f''(-2) + f''(-1) > 0$ 

(C) 
$$f''(-1) \times f''(-2) < 0$$
 (D)  $f''(1) \times f''(2) > 0$ 

**(D)** 
$$f''(1) \times f''(2) > 0$$



Exame - 2017, 1.a Fase

8. Seja f uma função, de domínio  $\mathbb{R}$ , cuja **derivada**, f', de domínio  $\mathbb{R}$ , é dada por

$$f('(x) = e^x (x^2 + x + 1))$$

Resolva o item seguinte recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

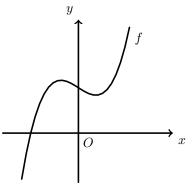
Estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão. Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

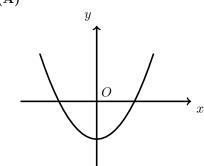
Exame – 2016, 1.<sup>a</sup> Fase

9. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f

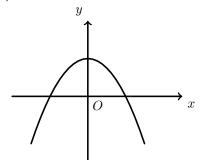
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f'', segunda derivada da função f ?



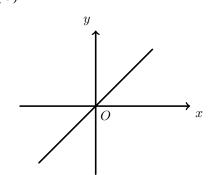
(A)



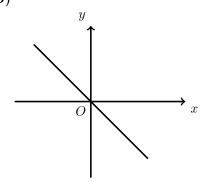
(B)



(C)



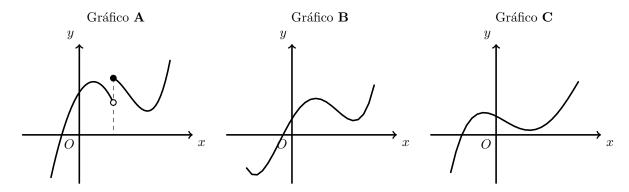
(D)



Exame -2015, Ép. especial

- 10. Seja  $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ uma função tal que:
  - f tem derivada finita em todos os pontos do seu domínio;
  - f'(0) > 0
  - f''(x) < 0, para qualquer  $x \in ]-\infty,0[$

Nenhum dos gráficos a seguir apresentados é o gráfico da função f



Elabore uma composição na qual apresente, para cada um dos gráficos, uma razão pela qual esse gráfico não pode ser o gráfico da função f

Exame - 2015, 2.a Fase

## 11. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sqrt{e}}{2x - 1} & \text{se } x < \frac{1}{2} \\ (x + 1) \ln x & \text{se } x \ge \frac{1}{2} \end{cases}$$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no intervalo  $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$ 

Na sua resposta, apresente:

- $\bullet$  o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de f tem concavidade voltada para cima;
- $\bullet$ as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de f

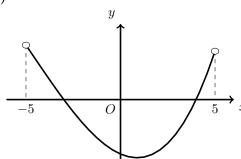
Exame – 2015, 1.ª Fase

12. Seja f uma função de domínio ] -5,5[

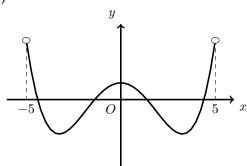
Sabe-se que o gráfico da função f tem exatamente dois pontos de inflexão.

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função f'', segunda derivada da função f?

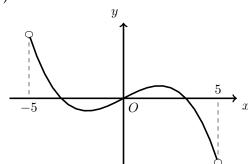
(A)



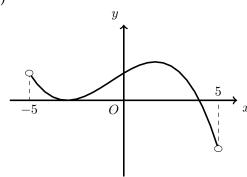
(B)



(C)



(D)

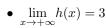


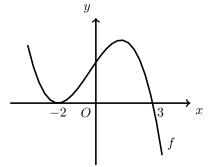
Exame - 2014, Ép. especial

13. Na figura seguinte, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f, de grau 3

Sabe-se que:

- -2 e 3 são os únicos zeros da função f
- ullet a função f tem um extremo relativo em x=-2
- h', primeira derivada de uma função h, tem domínio  $\mathbb R$  e é definida por  $h'(x)=\frac{f(x)}{e^{2x}}$





Considere as afirmações seguintes.

- I) A função h tem dois extremos relativos.
- II) h''(-2) = 0
- III) y+3=0 é uma equação da assíntota do gráfico da função h quando x tende para  $+\infty$

Elabore uma composição, na qual indique, justificando, se cada uma das afirmações é verdadeira ou falsa. Na sua resposta, apresente três razões diferentes, uma para cada afirmação.

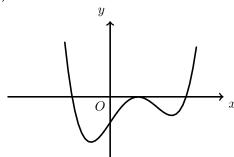
Exame - 2014, 2.a fase

14. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico da função g'', segunda derivada de uma função g

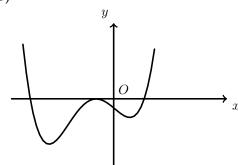
 $\begin{array}{c|c}
y \\
\hline
O \\
\end{array}$ 

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função g?

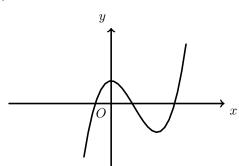




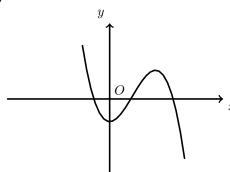
(B)



(C)



(D)



Exame – 2014, 2.ª fase

15. Seja f uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , com derivada finita em todos os pontos do seu domínio. A sua derivada, f', é definida por  $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ 

Quantos pontos de inflexão tem o gráfico da função f?

- (A) Zero
- **(B)** Um
- (C) Dois
- (D) Três

Teste Intermédio 12.º ano – 30.04.2014

- 16. Seja f uma função cuja derivada, f', de domínio  $\mathbb{R}$ , é dada por  $f'(x) = (4+x)^2$  Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
  - (A) O gráfico da função f tem a concavidade voltada para cima em  $\mathbb R$
  - (B) A função f tem um máximo relativo em x=-4
  - (C) O gráfico da função f não tem pontos de inflexão.
  - (D) O gráfico da função f tem um ponto de inflexão de coordenadas (-4, f(-4))

Exame – 2013, Ép. especial

- 17. Sejam f' e f'', de domínio  $\mathbb{R}$ , a primeira derivada e a segunda derivada de uma função f, respetivamente. Sabe-se que:
  - a é um número real;
  - $\bullet\,\,P$ é o ponto do gráfico de f de abcissa a
  - $\bullet \lim_{x \to a} \frac{f(x) f(a)}{x a} = 0$
  - f''(a) = -2

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A) a é um zero da função f
- (B) f(a) é um máximo relativo da função f
- (C) f(a) é um mínimo relativo da função f
- (D) P é ponto de inflexão do gráfico da função f

Exame - 2013, 2.a fase

18. Seja g uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , cuja derivada, g', de domínio  $\mathbb{R}^+$ , é dada por

$$g'(x) = \ln(e^x + 6e^{-x} + 4x)$$

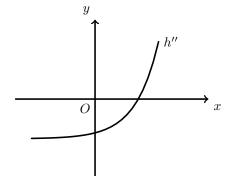
Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2013, 2.<sup>a</sup> fase

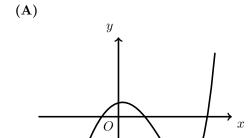
- 19. Seja f uma função de domínio  $\mathbb R$  e seja f'' a segunda derivada da função f Sabe-se que f'' tem domínio  $\mathbb R$  e é definida por  $f''(x) = e^{-x}x^2(x-1)$  Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
  - (A) O gráfico da função f tem exatamente quatro pontos de inflexão.
  - (B) O gráfico da função f tem exatamente três pontos de inflexão.
  - (C) O gráfico da função f tem exatamente dois pontos de inflexão.
  - (D) O gráfico da função f tem exatamente um ponto de inflexão.

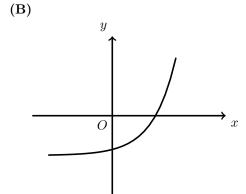
Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013

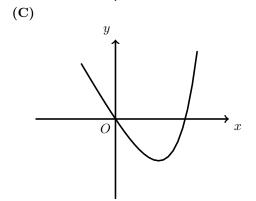
20. Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy, parte do gráfico de h'', segunda derivada de uma função h, de domínio  $\mathbb R$ 

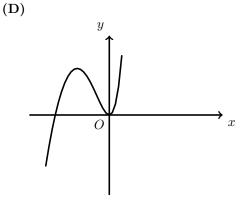


Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h?







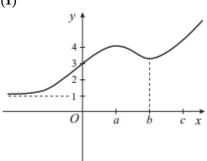


Exame – 2012, Ép. especial

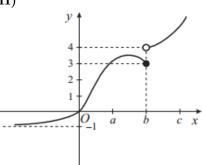
- 21. Considere, num referencial o. n. xOy, o gráfico de uma função h, de domínio  $\mathbb R$ Sabe-se que:
  - $a, b \in c$  são números reais positivos e a < b < c
  - h tem um mínimo relativo em a,c
  - h é crescente em  $]-\infty,0[$
  - $\lim_{x \to -\infty} (h(x) 1) = 0$
  - $\bullet\,$ a segunda derivada,  $h^{\prime\prime},$ da função h é tal que  $h^{\prime\prime}(x)>0$  para x>b

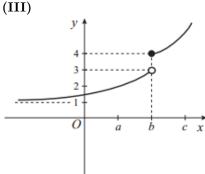
Apenas uma das opções seguintes pode representar uma parte do gráfico da função h

**(I)** 

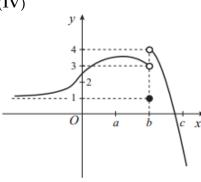


(II)





(IV)



Elabore uma composição na qual:

- $\bullet$  indique a opção que pode representar h
- apresente três razões para rejeitar as restantes opções, uma por cada opção rejeitada.

Exame - 2012, Ép. especial

22. Considere a função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1 - x^3}} & \text{se } x < 0\\ 1 - e^{k+1} & \text{se } x = 0 \text{ com } k \in \mathbb{R} \\ \frac{1 - e^{4x}}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Seja g uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , cuja derivada, g', de domínio  $\mathbb{R}^+$ , é dada por  $g'(x) = f(x) - \frac{1}{x}$ Estude, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Exame - 2012, 2.ª Fase

23. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f, de domínio  $\mathbb R$ 

Sejam f' e f'', de domínio  $\mathbb{R}$ , a primeira derivada e a segunda derivada de f, respetivamente.

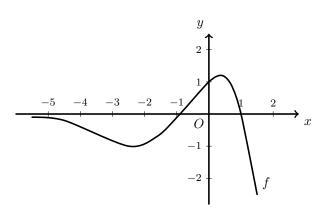
Qual dos valores seguintes pode ser positivo?



**(B)** 
$$f'(-3)$$

(C) 
$$f''(-3)$$

**(D)** 
$$f''(1)$$

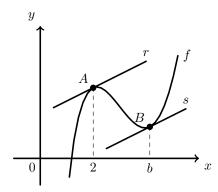


Exame – 2012, 1.<sup>a</sup> Fase

- 24. De uma certa função f sabe-se que:
  - o seu domínio é  $]1, +\infty[$
  - a sua **derivada** é dada por  $f'(x) = x^2 4x + \frac{9}{2} 4\ln(x-1)$

Na figura ao lado, está representada parte do gráfico da função f. Tal como a figura sugere, o gráfico da função f tem um ponto de inflexão.

Determine a abcissa desse ponto, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.



Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2012

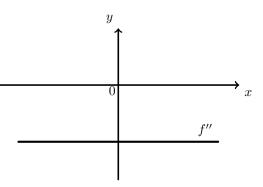
25. Para um certo número real a, seja a função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = ax^2 - 1$ 

Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n. xOy, parte do gráfico da função f'', segunda derivada da função f

Qual dos valores seguintes pode ser o valor de a?

(B) 
$$\pi$$

(D) 
$$-3$$



Exame – 2011, Ép. especial

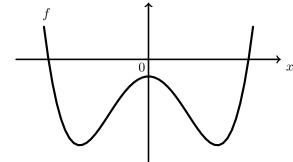
26. De uma função g sabe-se que tem domínio  $\left]-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right[$ , e g', primeira derivada de g, tem domínio,  $\left]-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right[$ ; e é definida por  $g'(x)=\log_2\left(-\frac{\pi}{6}-x\right)$ 

Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão no intervalo  $\left]-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{3}\right[$ 

Exame – 2011, Ép. especial

27. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico de uma função polinomial f, de grau 4

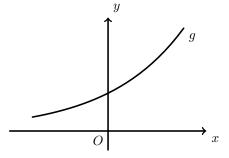
Qual das expressões seguintes pode definir a função f'', segunda derivada de f?



- **(A)**  $(x-3)^2$  **(B)**  $(x+3)^2$
- (C)  $9 x^2$  (D)  $x^2 9$

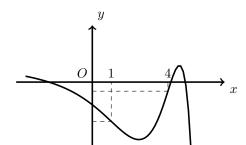
Exame - 2011, 2.a fase

- 28. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal xOy, parte do gráfico da função gSabe-se que:
  - $\bullet \;\; g$ é uma função contínua em  $\mathbb R$
  - $\bullet$  g não tem zeros
  - $\bullet$ a segunda derivada  $f^{\prime\prime}$  de uma certa função ftem domínio  $\mathbb R$ e é definida por  $f''(x) = g(x) \times (x^2 - 5x + 4)$
  - $f(1) \times f(4) > 0$

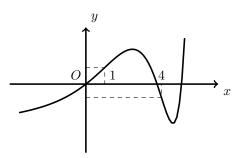


Apenas uma das opções seguintes pode representar a função f

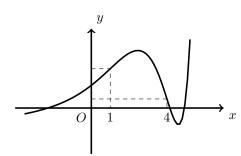
**(I)** 



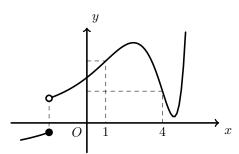
(II)



(III)



(IV)



Elabore uma composição na qual

- $\bullet$  indique a opção que pode representar f
- indique as razões que o levam a rejeitar as restantes opções Apresente três razões, uma por cada gráfico rejeitado.

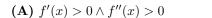
Exame - 2011, 1.<sup>a</sup> fase

29. Na figura ao lado, está o gráfico de uma função f cujo domínio é o intervalo [1,3]

A função f tem primeira derivada e segunda derivada finitas em todos os pontos do seu domínio.

Seja  $x \in ]1,3[$ 

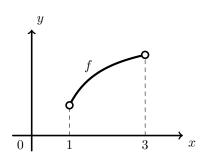
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



**(B)** 
$$f'(x) < 0 \land f''(x) > 0$$

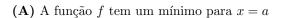
(C) 
$$f'(x) > 0 \land f''(x) < 0$$

(C) 
$$f'(x) > 0 \land f''(x) < 0$$
 (D)  $f'(x) < 0 \land f''(x) < 0$ 

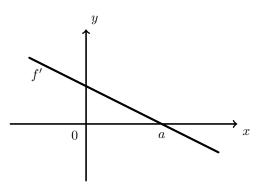


Teste Intermédio  $12.^{\circ}$  ano -26.05.2011

30. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função f', primeira derivada de fSeja  $a \in \mathbb{R}^+$  um ponto do domínio de f, tal que f'(a) = 0Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



- (B) A função f tem um ponto de inflexão para x = a
- (C) A função f é crescente em ]0, a[
- (**D**) A função f é decrescente em  $\mathbb{R}$

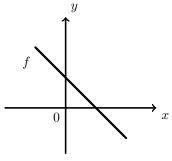


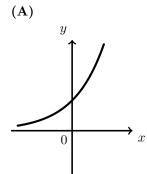
Exame -2010, 2.a fase

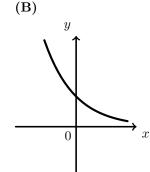
31. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função afim f, de domínio  $\mathbb{R}$ 

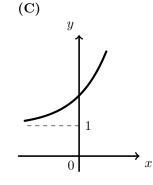
Seja h a função definida por  $h(x) = f(x) + e^x$ 

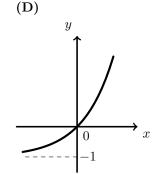
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função h'', segunda derivada de h?









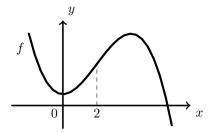


Exame - 2010, 1.ª Fase

32. Na figura ao lado, está parte da representação gráfica de uma função polinomial f

O ponto de abcissa 2 é o único ponto de inflexão do gráfico da função f

Qual das expressões seguintes pode definir f'', segunda derivada da função f?



**(A)** 
$$(x-2)^2$$
 **(B)**  $(2+x)^2$  **(C)**  $2-x$ 

**(B)** 
$$(2+x)^2$$

(C) 
$$2 - a$$

**(D)** 
$$x-2$$

Teste Intermédio  $12.^{\circ}$  ano -19.05.2010

33. De uma função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua **derivada**, f', é definida por

$$f'(x) = (2x+4)e^x$$

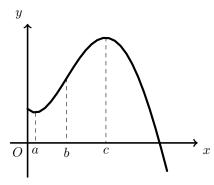
Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

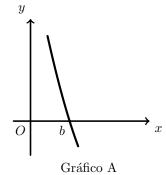
Teste Intermédio  $12.^{\circ}$  ano -27.05.2009

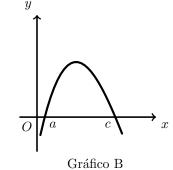
34. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função h, de domínio  $\mathbb{R}_0^+$ .

Em cada uma das figuras abaixo está representada parte do gráfico de uma função de domínio $\mathbb{R}_0^+$ .

Uma das funções representadas é h', primeira derivada de h, e a outra é h'', segunda derivada de h.







Numa pequena composição, explique em qual das figuras está representado o gráfico da primeira derivada e em qual está representado o gráfico da segunda derivada. Na sua composição, deve referir-se à variação de sinal das funções h' e h'', relacionando-a com características da funções h (monotonia e sentido das concavidades do seu gráfico).

Exame -2007, 2.<sup>a</sup> fase

35. De uma certa função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua segunda derivada é dada por  $f''(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 5)(x + 6)^2$ 

Quantos pontos de inflexão tem o gráfico de f?

- **(A)** 1
- **(B)** 2
- **(C)** 3
- **(D)** 4

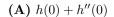
Exame – 2006, Ép. especial

36. Na figura ao lado está parte do gráfico de uma função h, de domínio  $\mathbb{R}$ .

Sejam h' e h'' a primeira e a segunda derivadas de h, respetivamente.

Admita que estas duas funções também têm domínio  $\mathbb{R}$ .

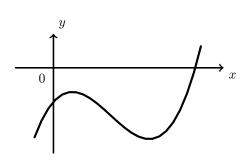
Qual das expressões seguintes designa um número positivo?



**(B)** 
$$h(0) - h'(0)$$

(C) 
$$h'(0) - h''(0)$$

(C) 
$$h'(0) - h''(0)$$
 (D)  $h'(0) \times h''(0)$ 



Exame – 2006, 2.ª Fase

37. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função polinomial f.

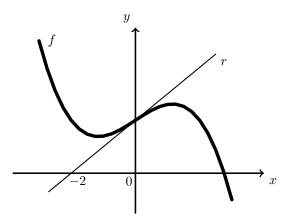
Tal como a figura sugere, o gráfico de tem a concavidade voltada para cima em  $]-\infty,0]$  e voltada para baixo em  $[0,+\infty[$ .

A reta r, tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 0, é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e interseta o eixo Ox no ponto de abcissa -2.

Sabendo que f' e f'' designam, respetivamente, a primeira e a segunda derivadas de f, indique o valor de f(0) + f'(0) + f''(0)?







Exame - 2006, 1.ª Fase

38. De uma certa função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua **derivada** é dada por

$$f'(x) = x^3 - 3x + 1$$

Em qual dos conjunto seguintes, o **gráfico de** f tem a concavidade voltada para baixo?

**(A)** 
$$]-1,1[$$

**(B)** 
$$]-\infty,-1[$$

**(D)** 
$$]0, +\infty[$$

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

39. Seja f uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , tal que a sua **derivada** é dada por

$$f'(x) = 2 + x \ln x, \ \forall x \in \mathbb{R}^+$$

Sem recorrer à calculadora, estude a função f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Exame – 2005, 1.<sup>a</sup> Fase (cód. 435)

40. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função f, polinomial do terceiro grau.

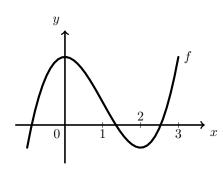
Seja f'' a **segunda** derivada de f

Qual dos valores seguintes pode ser solução da equação f''(x) = 0?

**(B)** 1

**(C)** 2

**(D)** 3



Exame - 2004, Ép. especial (cód. 435)

41. Considere, para cada  $\alpha \in ]0,1[$ , a função, de **domínio**  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x)=x^{\alpha}$ Prove que, qualquer que seja o valor de  $\alpha \in ]0,1[$ , o gráfico da função f tem a concavidade voltada para baixo.

Exame - 2004, 2.ª Fase (cód. 435)

42. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função polinomial h.

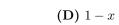
O ponto de abcissa 1 é o único ponto de inflexão do gráfico de h.

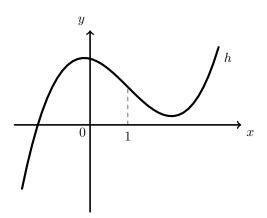
Qual das expressões seguintes pode definir h'', segunda **derivada**, da função h?



**(B)** 
$$(1+x)^2$$

(C) 
$$x - 1$$





Exame - 2004, 1.ª Fase (cód. 435)

- 43. Considere a função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = (x-5)^3$ . Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
  - (A) A função f tem um extremo relativo para x = 5
  - (B) A função f tem um extremo relativo para x = -5
  - (C) O gráfico da função f tem um ponto de inflexão para x=5
  - (D) O gráfico da função f tem um ponto de inflexão para x = -5

Exame - 2003, Prova para militares (cód. 435)

44. De uma função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua derivada é dada por

$$f'(x) = (x+1)e^x - 10x$$

Seja A o único ponto de inflexão do gráfico de f.

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine a abcissa do ponto A, arredondada às décimas.

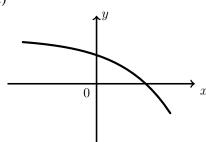
Explique como procedeu. Inclua, na sua explicação, o(s) gráfico(s) que obteve na calculadora.

Exame – 2003, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

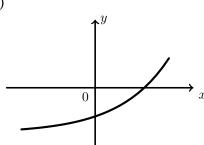
45. Seja f uma função de domínio  $\mathbb{R}$ .

Sabe-se que a primeira e a segunda derivadas de f são negativas em  $\mathbb{R}$ . Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f?

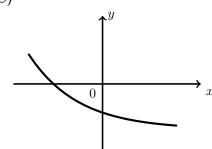
(A)



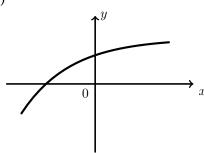
(B)



(C)



(D)



Exame – 2003,  $1.^a$  fase -  $1.^a$  chamada (cód. 435)

- 46. Seja f uma função de domínio  $\mathbb{R}$  e a um ponto do domínio de tal f que f'(a) = 0 Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?
  - (A) a é zero de f

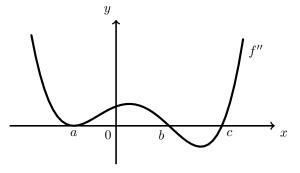
- **(B)** f(a) é extremo relativo de f
- (C) (a, f(a)) é ponto de inflexão do gráfico de f
- (D) A reta de equação y = f(a) é tangente ao gráfico de f

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)

47. Seja f uma função de domínio  $\mathbb R$ 

Na figura ao lado está representada parte do gráfico de f'', segunda derivada da função f.

Relativamente ao gráfico da **função** f, qual das afirmações seguintes é verdadeira?



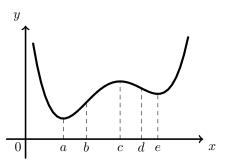
- (A) O ponto de abcissa a é um ponto de inflexão.
- (B) O ponto de abcissa c é um ponto de inflexão.
- (C) A concavidade está virada para baixo no intervalo [0,b]
- (D) A concavidade está sempre virada para cima

Exame – 2002, 2.ª fase (cód. 435)

48. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio  $\mathbb R.$ 

Numa das alternativas seguintes estão os quadros de sinais de f' e de f'', respetivamente primeira e segunda derivadas de f.

Em qual delas?

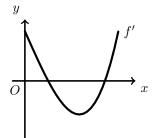


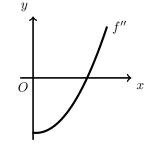
Exame – 2002,  $1.^a$  fase -  $1.^a$  chamada (cód. 435)

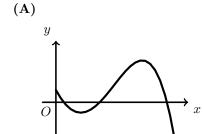
49. Seja f uma função de domínio  $[0, +\infty[$ 

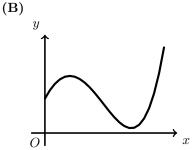
Na figura ao lado, à esquerda, está parte da representação gráfica da função f' e, à direita, parte da representação gráfica da função f'', respetivamente **primeira** e **segunda** derivadas de f.

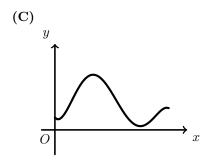
Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica da função f?

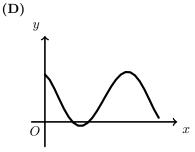












Exame – 2001, Prova para militares (cód. 435)

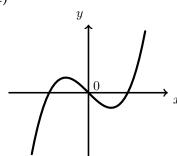
mat.absolutamente.net

50. Seja g uma função, de domínio  $\mathbb{R}$ , tal que a sua **segunda derivada** é definida por

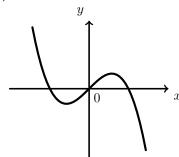
$$g''(x) = 1 - x^2$$

Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica da função g?

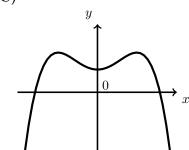
(A)



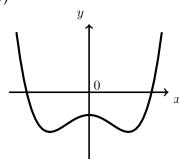
(B)



(C)



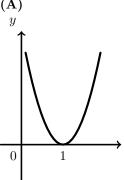
(D)



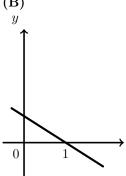
Exame – 2001,  $1.^a$  fase -  $1.^a$  chamada (cód. 435)

51. Seja g uma função cujo gráfico tem um ponto de inflexão de abcissa 1. Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da **segunda derivada** da função g?

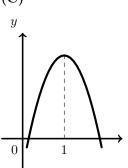
(A)

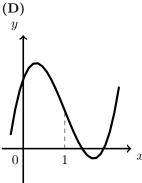


(B)



(C)



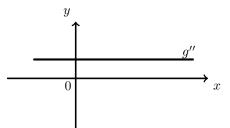


Exame – 2000, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

52. Considere a função f, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = e^x(x^2 + x)$ Sabendo que  $f'(x) = e^x(x^2 + 3x + 1)$  e recorrendo exclusivamente a processos analíticos, estude f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

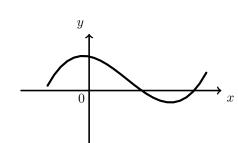
Exame – 2000, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

53. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de  $g^{\prime\prime},$  segunda derivada de uma certa função g

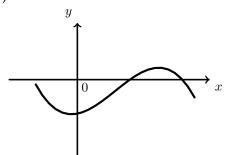


Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função g?

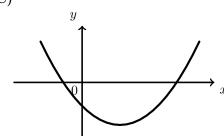
(A)



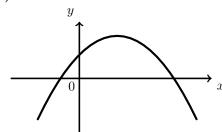
(B)



(C)



(D)



Exame – 2000, Prova modelo (cód. 435)

54. De uma certa função f, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , sabe-se que a sua derivada, f', é definida por  $f'(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$ Mostre que  $f''(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$  e estude f quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

Exame – 1998,  $1.^{\rm a}$ fase -  $2.^{\rm a}$  chamada (cód. 135)