Tema 4 – Álgebra

Praticar – páginas 88 a 93

1.

1.1. $2x + 30$

1.2. $2(x + 30)$

1.3. $5 + 15x$

1.4. $4x - 7$

2.

2.1. 1,30 – 12 → representa a poupança em 1 kg.
Então em 20 kg poupa $20 \times (1{,}30 - 1{,}20)$
Logo, a opção correta é a [A].

2.2. $x \times (1{,}30 - 1{,}20) = x \times 0{,}10 = 0{,}10x = \frac{1}{10}x$

3.

3.1. $5x - 6 - x - 4$
$\Leftrightarrow 5x - x = -4 + 6$
$\Leftrightarrow 4x = 2$
$\Leftrightarrow 2x = 1$

3.2. $2(x - 6) = 3x - 1$
$\Leftrightarrow 2x - 12 = 3x - 1$
$\Leftrightarrow 2x - 3x = -1 + 12$
$\Leftrightarrow -x = 11$

4.

4.1. $x + 7 = 5$
$\Leftrightarrow x = 5 - 7$
$\Leftrightarrow x = -2$
C.S. = $\{-2\}$

4.2. $x - 11 = 12$
$\Leftrightarrow x = 12 + 11$
$\Leftrightarrow x = 23$
C.S. = $\{23\}$

4.3. $2x - 1 = 2x + 3$
$\Leftrightarrow 2x - 2x = 3 + 1$
$\Leftrightarrow 0x = 4$
C.S. = { } Equação impossível.

4.4. $3x = 18$
$\Leftrightarrow x = \frac{18}{3}$
$\Leftrightarrow x = 6$
C.S. = $\{6\}$

4.5. $\frac{x}{3} = 11$
$\Leftrightarrow x = 33$
C.S. = $\{33\}$

4.6. $\frac{2x - 1}{5} = 2$
$\Leftrightarrow 2x - 1 = 10$
$\Leftrightarrow 2x = 10 + 1$
$\Leftrightarrow 2x = 11$
$\Leftrightarrow x = \frac{11}{2}$
C.S. = $\left\{\frac{11}{2}\right\}$

4.7. $2(x - 5) = -x - 4$
$\Leftrightarrow 2x - 10 = -x - 4$
$\Leftrightarrow 2x + x = -4 + 10$
$\Leftrightarrow 3x = 6$
$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3}$
$\Leftrightarrow x = 2$
C.S. = $\{2\}$

4.8. $-(x - 1) + 3 = \frac{x}{2}$
$\Leftrightarrow -\underset{(\times 2)}{\frac{x}{1}} + \underset{(\times 2)}{\frac{1}{1}} + \underset{(\times 2)}{\frac{3}{1}} = \frac{x}{2}$
$\Leftrightarrow -2x + 2 + 6 = x$
$\Leftrightarrow -2x - x = -2 - 6$
$\Leftrightarrow -3x = -8$
$\Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$
C.S. = $\left\{\frac{8}{3}\right\}$

4.9. $\frac{3x}{2} - \underset{(\times 2)}{\frac{1}{1}} = \frac{x + 1}{2}$
$\Leftrightarrow 3x - 2 = x + 1$
$\Leftrightarrow 3x - x = 1 + 2$
$\Leftrightarrow 2x = 3$
$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$
C.S. = $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

5. [A] $-3 \times (-3) + 4 = 9 + 4 = 13 \neq -13$
[B] $-(-3) + 5 = 3 + 5 = 8 \neq 2$
[C] $2(-3 + 4) = 2 \times 1 = 2$, a afirmação é verdadeira.
[D] $11 + (-3) = 8 \neq 14$
Logo, a opção correta é a [C].

6. Para verificar se 8 é solução de equação, basta substituir x por 8 e verificar a veracidade.

$2(8 - 1) = \frac{8}{4} - (2 \times 8 - 4)$

$\Leftrightarrow\ 2 \times 7 = 2 - (16 - 4)$
$\Leftrightarrow\ 14 = 2 - (12)$
$\Leftrightarrow 14 = -10$ Falso
Então, 8 não é solução da equação.

7. $u_n = \frac{2n-4}{3}$

7.1. $u_8 = \frac{2 \times 8 - 4}{3} = 4$

7.2. $u_n = 78$
$\frac{2n-4}{3} = 78$
$\Leftrightarrow\ 2n - 4 = 234$
$\Leftrightarrow\ 2n = 234 - 4$
$\Leftrightarrow\ 2n = 230$
$\Leftrightarrow\ n = \frac{230}{2}$
$\Leftrightarrow\ n = 115$
R.: 78 é o termo de ordem 115.

8. Seja x a idade atual da Maria. Assim, $x + 5$ é a idade da Maria daqui a 5 anos e $x - 5$ é a idade da Maria há 5 anos.
$x + 5 = 3(x - 5)$
$\Leftrightarrow\ x + 5 = 3x - 15$
$\Leftrightarrow\ x - 3x = -15 - 5$
$\Leftrightarrow\ -2x = -20$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{-20}{-2}$
$\Leftrightarrow\ x = 10$
C.S. = {10}
R.: A idade atual da Maria é 10 anos.

9. Seja x o peso de uma esfera.
9.1. Como o peso total é 13 kg, então
$4 + x + 6 = 13 \ \Leftrightarrow\ x = 13 - 4 - 6 \ \Leftrightarrow\ x = 3$
C.S. = {3}
R.: A esfera pesa 3 kg.
9.2. $3x = x + 5 \ \Leftrightarrow\ 3x - x = 5$
$\Leftrightarrow\ 2x = 5 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{5}{2}$
$\Leftrightarrow x = 2{,}5$
C.S. = {2,5}
R.: Cada esfera pesa 2,5 kg.
9.3. $3x + 5 = 18$
$\Leftrightarrow\ 3x = 18 - 5$
$\Leftrightarrow 3x = 13$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{13}{3}$

C.S.: = $\frac{13}{3}$

R.: Cada esfera pesa $\frac{13}{3}$ kg.

10. $P_{\text{pentágono}} = 3 \times P_{\text{triângulo}}$
10.1. $5 \times 6 = 3 \times 3x \ \Leftrightarrow\ 9x = 30$
10.2. $9x = 30 \ \Leftrightarrow\ x = \frac{30}{9} \ \Leftrightarrow\ x = \frac{10}{3}$

C.S. = $\left\{\frac{10}{3}\right\}$

Logo, $P = 3 \times \frac{10}{3} = 10$

R.: $P = 10$ cm

11.
11.1. O perímetro é igual à soma de todos os lados do polígono.
Logo, $P = x + 2x + 2 + x + 8 + 3x - 1 =$
$= x + 2x + x + 3x + 2 + 8 - 1 =$
$= 7x + 9$
11.2. Se $x = 3$
$P = 7 \times 3 + 9 = 30$ cm
Logo, a opção correta é a [B].
11.3. $P = 17{,}4$
$7x + 9 = 17{,}4$
$\Leftrightarrow\ 7x = 17{,}4 - 9$
$\Leftrightarrow\ 7x = 8{,}4$
$\Leftrightarrow\ \underset{(\times 5)}{\frac{7}{1}} x = \frac{42}{5}$
$\Leftrightarrow\ 35x = 42$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{47}{35}$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{6}{5}$
$\Leftrightarrow\ x = 1{,}2$
C.S. = {1,2}

12. $f(x) = g(x) \ \Leftrightarrow\ 2x + 4 = 6x - 4$
12.1. a) primeiro membro: $2x + 4$
b) incógnita: x
c) segundo membro: $6x - 4$
12.2. $2 \times 4 + 4 = 6 \times 4 - 4$
$\Leftrightarrow\ 8 + 4 = 24 - 4$
$\Leftrightarrow\ 12 = 20$ Falso
R.: 4 não é solução da equação $f(x) = g(x)$.
12.3. $f(x) = g(x)$
$2x + 4 = 6x - 4$

$\Leftrightarrow\ 2x - 6x = -4 - 4$
$\Leftrightarrow\ -4x = -8$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{-8}{-4}$
$\Leftrightarrow\ x = 2$
C.S. = $\{2\}$

13. Sejam n, $n + 1$ e $n + 2$ três números inteiros consecutivos.
Assim, $n + n + 1 + n + 2 = 99$
$\Leftrightarrow\ n + n + n = 99 - 1 - 2$
$\Leftrightarrow\ 3n = 96$
$\Leftrightarrow\ n = \frac{96}{3}$
$\Leftrightarrow\ n = 32$
C.S. = $\{32\}$
Logo,
$n = 32$
$n + 1 = 33$
$n + 2 = 34$
R.: Os números são 32, 33 e 34.

14.
14.1. Como 40 € é um valor constante e os 15 € é em função do tempo, $C = 40 + 15n$.
Logo, a opção correta é a [B].
14.2. $n = 3$
$C = 40 + 15 \times 3 = 40 + 45 = 85$
R.: O Guilherme pagará 85 €.
14.3. $C = 190$
$40 + 15n = 190$
$\Leftrightarrow\ 15n = 190 - 40$
$\Leftrightarrow\ 15n = 150$
$\Leftrightarrow\ n = \frac{150}{15}$
$\Leftrightarrow\ n = 10$
C.S. = $\{10\}$
R.: A intervenção em casa do André demorou 10 horas.

15.
15.1. $2x - 4 = x + 8$
$\Leftrightarrow\ 2x - x = 8 + 4$
$\Leftrightarrow\ x = 12$
C.S. = $\{12\}$
15.2. $3x - 11 = -x + 1$
$\Leftrightarrow\ 3x + x = 1 + 11$
$\Leftrightarrow\ 4x = 12$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{12}{4}$
$\Leftrightarrow\ x = 3$
C.S. = $\{3\}$
15.3. $2x - 5 = 2x - 4$
$\Leftrightarrow\ 2x - 2x = -4 + 5$
$\Leftrightarrow\ 0x = 1$
Equação impossível. C.S. = $\{\ \}$
15.4. $3(x - 2) = 3x - 5$
$\Leftrightarrow\ 3x - 6 = 3x - 5$
$\Leftrightarrow\ 3x - 3x = -5 + 6$
$\Leftrightarrow\ 0x = 1$
Equação impossível. C.S. = $\{\ \}$
15.5. $2(x - 2) = 4(x - 1) - 2x$
$\Leftrightarrow\ 2x - 4 = 4x - 4 - 2x$
$\Leftrightarrow\ 2x - 4x + 2x = -4 + 4$
$\Leftrightarrow\ 0x = 0$
Equação possível e indeterminada. C.S. = $\mathbb{Q}$
15.6. $\frac{x}{2} - \underset{(\times 2)}{\frac{4x}{1}} = \underset{(\times 2)}{\frac{6}{1}}$
$\Leftrightarrow\ x - 8x = 12$
$\Leftrightarrow\ -7x = 12$
$\Leftrightarrow x = \frac{12}{-7}$
$\Leftrightarrow\ x = -\frac{12}{7}$
C.S. = $\left\{-\frac{12}{7}\right\}$
15.7. $\frac{x + 1}{2} = \underset{(\times 2)}{15}$
$\Leftrightarrow\ x + 1 = 30$
$\Leftrightarrow\ x = 30 - 1$
$\Leftrightarrow\ x = 29$
C.S. = $\{29\}$

15.8. $\underset{(\times 2)}{4} - \frac{2x - 1}{3} = \underset{(\times 2)}{10}$
$\Leftrightarrow\ 12 - 2x + 1 = 30$
$\Leftrightarrow\ -2x = 30 - 12 - 1$
$\Leftrightarrow\ -2x = 17$
$\Leftrightarrow\ x = -\frac{17}{2}$
C.S. = $\left\{-\frac{17}{2}\right\}$
15.9. $2(3 - x) - \frac{x}{3} = \frac{x - 3}{2}$
$\Leftrightarrow\ \underset{(\times 6)}{6} - \underset{(\times 6)}{2x} - \underset{(\times 2)}{\frac{x}{3}} = \underset{(\times 3)}{\frac{x - 3}{2}}$

$\Leftrightarrow\ 36 - 12x - 2x = 3x - 9$
$\Leftrightarrow\ -12x - 2x - 3x = -9 - 36$
$\Leftrightarrow\ -17x = -45$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{45}{17}$
C.S. $= \left\{\frac{45}{17}\right\}$

15.10. $1 - \frac{x-1}{4} = \frac{3(x+1)}{2}$

$\Leftrightarrow\ \underset{(\times 4)}{\frac{1}{1}} - \frac{x-1}{4} = \underset{(\times 2)}{\frac{3x+3}{2}}$
$\Leftrightarrow\ 4 - x + 1 = 6x + 6$
$\Leftrightarrow\ -x - 6x = 6 - 4 - 1$
$\Leftrightarrow\ -7x = 1$
$\Leftrightarrow\ x = -\frac{1}{7}$
C.S. $= \left\{-\frac{1}{7}\right\}$

16.

16.1. Se a imagem é zero, então $g(x) = 0$.

$3 - \frac{2}{3}(2 - 3x) = 0$
$\Leftrightarrow\ \underset{(\times 3)}{\frac{3}{1}} - \frac{4}{3} + \frac{6}{3}x = 0$
$\Leftrightarrow\ 9 - 4 + 6x$
$\Leftrightarrow\ 6x = -9 + 4$
$\Leftrightarrow\ 6x = -5$
$\Leftrightarrow\ x = -\frac{5}{6}$
C.S. $= \left\{-\frac{5}{6}\right\}$
R.: $-\frac{5}{6}$ é o zero da função g.

16.2. $f(x) = g(x)$

$2(x - 3) + \frac{1}{2} = 3 - \frac{2}{3}(2 - 3x)$
$\Leftrightarrow\ \underset{(\times 6)}{2} - \underset{(\times 6)}{6} + \underset{(\times 3)}{\frac{1}{2}} = \underset{(\times 6)}{3} - \underset{(\times 2)}{\frac{4}{3}} + \underset{(\times 2)}{\frac{6}{3}}x$
$\Leftrightarrow\ 12x - 36 + 3 = 18 - 8 + 12x$
$\Leftrightarrow\ 12x - 12x = 18 - 8 + 36 - 3$
$\Leftrightarrow\ 0x = 43$ Equação impossível.
C.S. $= \{\ \}$

17. A opção [A] não é correta porque

$4 \times (-5) - 5 = 5(2 \times (-5) - 13)$
$\Leftrightarrow\ -20 - 5 = 5(-10 - 13)$
$\Leftrightarrow\ -25 = 5 \times (-23)$ Falso

As equações são equivalentes se tiverem o mesmo conjunto-solução.

Resolvendo-as,

- $4x - 5 = 5(2x - 13)$

$\Leftrightarrow\ 4x - 5 = 10x - 65$
$\Leftrightarrow\ 4x - 10x = -65 + 5$
$\Leftrightarrow\ -6x = -60$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{-60}{-6}$
$\Leftrightarrow\ x = 10$
C.S. $= \{10\}$

- $\frac{2(x+2)}{3} = 8$

$\Leftrightarrow\ \frac{2x+4}{3} = \underset{(\times 3)}{\frac{8}{1}}$
$\Leftrightarrow\ 2x + 4 = 24$
$\Leftrightarrow\ 2x = 24 - 4$
$\Leftrightarrow\ 2x = 20$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{20}{2}$
$\Leftrightarrow\ x = 10$
C.S. $= \{10\}$

Logo, as equações são equivalentes e a opção [B] é a correta.
A opção [C] não é a correta porque a equação é possível e determinada, C.S. $= \{10\}$
A opção [D] não é a correta porque a equação é possível e determinada, C.S. $= \{10\}$
Logo, a opção correta é a [B].

18. Seja x a herança deixada à Teresa.
Assim, $x + 50\,000$ representa a herança deixada à Ana.

$x + x + 50\,000 = 200\,000$
$\Leftrightarrow\ 2x = 200\,000 - 50\,000$
$\Leftrightarrow\ 2x = 150\,000$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{150\,000}{2}$
$\Leftrightarrow\ x = 75\,000$

Logo, $x + 50\,000 = 75\,000 + 50\,000 = 125\,000$
R.: A herança da Ana foi 125 000€.

19. Como $A = \frac{b \times h}{2}$ e a área é igual a 40 cm^2, então

$40 = \frac{b \times 8}{2} \Leftrightarrow b = \frac{80}{8} \Leftrightarrow b = 10$ cm

R.: A base tem 10 cm de comprimento.

20. Seja x o número de rosas vermelhas. Assim, $2x$ é o número de rosas amarelas. Como existem 36 rosas no total, temos:

$x + 2x = 36$
$\Leftrightarrow 3x = 36$
$\Leftrightarrow x = \frac{36}{3}$
$\Leftrightarrow x = 12$

Logo, $2x \times 12 = 24$

R.: O ramo tem 24 rosas amarelas.

21. $\frac{2}{5}$ — votaram

$1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ — não votaram, que são 81 alunos

$81 : \frac{3}{5} = 81 \times \frac{5}{3} = 135$, total de alunos.

R.: A escola do Francisco tem 135 alunos.

22. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º, então

$4x + 50 + 6x + x + 20 = 180$
$\Leftrightarrow 4x + 6x + x = 180 - 50 - 20$
$\Leftrightarrow 11x = 110$
$\Leftrightarrow x = \frac{110}{11}$
$\Leftrightarrow x = 10$

C.S. = {10}

Como $x = 10$, então

- $4x + 50 = 4 \times 10 + 50 = 90^o$
- $6x = 6 \times 10 = 60^o$
- $x + 20 = 10 + 20 = 30^o$

O triângulo [*ABC*] é retângulo, porque um dos ângulos internos tem 90º de amplitude.

23. $146 - 2 = 144$

Como são três autocarros, $144 : 3 = 48$.

Logo, 48 é o número de alunos de dois autocarros.

$48 + 2 = 50$

R.: O autocarro mais cheio transportou 50 alunos.

24. $2(x - 3) + 1 = k - 5x$

24.1. $k = -2$

$2(x - 3) + 1 = -2 - 5x$
$\Leftrightarrow 2x - 6 + 1 = -2 - 5x$
$\Leftrightarrow 2x + 5x = -2 + 6 - 1$
$\Leftrightarrow 7x = 3$
$\Leftrightarrow x = \frac{3}{7}$

C.S. = $\left\{\frac{3}{7}\right\}$

24.2. $x = 5$

$2(5 - 3) + 1 = k - 5 \times 5$
$\Leftrightarrow 2 \times 2 + 1 = k - 25$
$\Leftrightarrow -k = -25 - 4 - 1$
$\Leftrightarrow -k = -30$
$\Leftrightarrow k = 30$

25. $d = 100$ cm

Se um dos quadrados tem mais 20 cm de perímetro,

$x + x + 20 = 100$
$\Leftrightarrow 2x = 100 - 20$
$\Leftrightarrow 2x = 80$
$\Leftrightarrow x = \frac{80}{2}$
$\Leftrightarrow x = 40$

C.S. = {10}

Assim, $x = 40$ cm e $x + 20 = 60$ cm.

R.: O fio de 100 cm foi dividido em dois fios com 40 cm e 60 cm.

26. Seja x o valor do aluguer de uma loja. Assim, $x + 0{,}2x$ representa o aluguer da loja mais cara.

Logo, $x + x + 0{,}2x = 35\,000$

$\Leftrightarrow 2{,}2x = 35\,200$
$\Leftrightarrow \frac{22}{10}k = 35\,200$
$\Leftrightarrow 22x = 352\,000$
$\Leftrightarrow x = \frac{352\,000}{22}$
$\Leftrightarrow x = 16\,000$

C.S. = {16 000}

$x = 16\,000$ €

$x + 0{,}2x = 19200$ €

R.: A renda mensal de cada uma das lojas é 16 000 € e 19 200 €.

27.

27.1. $3(x - 1) + \frac{4x + 2}{4} = \frac{x}{2} - (x - 4)$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 4)}{3x} - \underset{(\times 4)}{3} + \frac{4x + 2}{4} = \underset{(\times 2)}{\frac{x}{2}} - \underset{(\times 4)}{x} + \underset{(\times 4)}{4}$
$\Leftrightarrow 12x - 12 + 4x + 2 = 2x - 4x + 16$
$\Leftrightarrow 12x + 4x - 2x + 4x = 16 + 12 - 2$
$\Leftrightarrow 18x = 26$
$\Leftrightarrow x = \frac{26}{18}$
$\Leftrightarrow x = \frac{13}{9}$

C.S. = $\left\{\frac{13}{9}\right\}$

27.2. $-\dfrac{3(x-1)}{2}+\dfrac{x}{3}=0$

$\Leftrightarrow -\underset{(\times 3)}{\dfrac{3x-3}{2}}+\underset{(\times 2)}{\dfrac{x}{3}}=0$

$\Leftrightarrow -9x+9+2x=0$

$\Leftrightarrow -9x+2x=-9$

$\Leftrightarrow -7x=-9$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{7}$

C.S. $=\left\{\dfrac{9}{7}\right\}$

27.3. $4-\dfrac{x-2}{5}-\dfrac{\frac{x-1}{2}+3}{3}=0{,}2$

$\Leftrightarrow 4-\dfrac{x-2}{5}-\dfrac{\frac{x-1}{2}+\frac{6}{2}}{2}=\dfrac{2}{10}$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 30)}{4}-\underset{(\times 6)}{\dfrac{x-2}{5}}-\underset{(\times 5)}{\dfrac{x-1+6}{6}}=\underset{(\times 3)}{\dfrac{2}{10}}$

$\Leftrightarrow 120-6x+12-5x+5-30=6$

$\Leftrightarrow -6x-5x=6-120-12-5+30$

$\Leftrightarrow -11x=-101$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{101}{11}$

C.S. $=\left\{\dfrac{101}{11}\right\}$

27.4. $4x-\dfrac{x-\frac{x}{3}+2}{3}=-2(-x-3)$

$\Leftrightarrow 4x-\dfrac{\frac{3x-x-6}{3}}{3}=2x+6$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 9)}{4x}-\dfrac{2x+6}{9}=\underset{(\times 9)}{2x}+\underset{(\times 9)}{6}$

$\Leftrightarrow 36x-2x-6=18x+54$

$\Leftrightarrow 36x-2x-18x=54+6$

$\Leftrightarrow 16x=60$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{60}{16}$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{15}{4}$

C.S. $=\left\{\dfrac{15}{4}\right\}$

28.

28.1. Seja x o número de eleitores.

$\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{6}x+80=x$

28.2. $\underset{(\times 2)}{\dfrac{2}{3}}x+\dfrac{1}{6}x+\underset{(\times 6)}{80}=\underset{(\times 6)}{x}$

$\Leftrightarrow 4x+x+480=6x$

$\Leftrightarrow 4x+x-6x=-480$

$\Leftrightarrow -x=-480$

$\Leftrightarrow x=480$

C.S. $=\{480\}$

Como são 480 eleitores, a lista B recebeu 80 votos $\left(\dfrac{1}{6}x=\dfrac{1}{6}\times 480=80\right)$.

29. Seja x o valor que o Pedro recebeu.

$\underset{(\times 3)}{\dfrac{x}{2}}+\underset{(\times 2)}{\dfrac{x}{3}}+\underset{(\times 6)}{100}=\underset{(\times 6)}{x}$

$\Leftrightarrow 3x+2x+6000=6x$

$\Leftrightarrow 3x+2x-6x=-6000$

$\Leftrightarrow -x=-6000$

$\Leftrightarrow x=6000$

C.S. $=\{6000\}$

Como pagou 23% de imposto, $x-0{,}23x=6000$.

Assim, $0{,}77x=6000 \Leftrightarrow x=7792{,}21$

R.: O Pedro recebeu 7792,21 € pela venda dos relógios.

30. Como $f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$, o conjunto-solução é o mesmo, ou seja, $\{1, 2, 3\}$.

Logo, a opção correta é a [D].

31. Traduzindo o problema por uma equação, temos:

$x+42=(13+x)+(15+x)$

$\Leftrightarrow x-x-x=13+15-42$

$\Leftrightarrow -x=-14$

$\Leftrightarrow x=14$

C.S. $=\{14\}$

R.: Daqui a 14 anos a idade da mãe será igual à soma das idades dos filhos.

32. Sabemos que $f(x)=3x-12$.

32.1. $g(x)=7$ e $x=2$.

Então, por exemplo, $g(x)=3x+1$.

32.2. Por exemplo, $3x-12=3x-1$ é uma equação impossível, então $g(x)=3x-1$.

32.3. Por exemplo, $x-12=6x-24$ é uma equação possível e determinada. Então, $g(x)=6x-24$.

33. Para que $f(x) - g(x)$ seja igual a zero é necessário que $f(x)$ seja igual a $g(x)$, ou seja,
$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = g(x)$
Como $f(2) = g(2) = -2$ e $f(0) = g(0) = 4$, então
$f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \lor x = 2$
C.S. = {0, 2}

34. $\frac{x-1}{3} - (x-1) = 0$
$\Leftrightarrow \frac{x-1}{3} - \underset{(\times 3)}{x} + \underset{(\times 3)}{1} = 0$
$\Leftrightarrow \frac{x-1}{3} - \frac{3x}{3} + \frac{3}{3} = 0$
$\Leftrightarrow x - 1 - 3x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow x - 3x = 1 - 3$
$\Leftrightarrow -2x = -2$
$\Leftrightarrow x = 1$
C.S. = {1}
A afirmação falsa é a da opção [B].

35. Seja x o valor que cada um recebeu. Assim, $\frac{6}{7}x$ é o valor que o João gastou e $\frac{1}{8}x$ é o valor com que o Filipe ficou.
Como o João gastou $\frac{6}{7}x$, então ficou $\frac{1}{7}x$.

$\underset{(7)}{\frac{1}{8}x} + \underset{(56)}{1} = \underset{(8)}{\frac{1}{7}x}$
$\Leftrightarrow 7x + 56 = 8x$
$\Leftrightarrow 7x - 8x = -56$
$\Leftrightarrow x = 56$
C.S. = {56}
R.: O avô deu a cada um dos netos 56 €.

36. $50 - 10 = 40$ cm
36.1. $40 : 2 = 20$
Cada fita tem $(20 + 10)$ cm $= 30$ cm de comprimento.

36.2. Como cada fita mede 30 cm $30 + 30 = 60$ cm
$60 - 56 = 4$ cm, sobrepostos.
R.: A zona sobreposta tem 4 cm de comprimento.

Monómios

Praticar – páginas 98 a 103

1.
1.1. Parte numérica: 13
Parte literal: y^3
1.2. Parte numérica: 12
Parte literal: não tem
1.3. Parte numérica: $17k^7$
Parte literal: x^2
1.4. Parte numérica: $\frac{7a^5}{3}$
Parte literal: b^7

2.
2.1. $A = 5b \times 5b = 25b^2$
2.2. $A = x^2y \times 2x^2y = 2x^4y^2$
2.3. $A = \frac{5t \times 2t^2y}{2} = 5t^3y$

3.
3.1. a) $A + 2B =$
$= 6x^3 - 3x + 2(-3x^3 + 2x^2 - 3x + 1) =$
$= 6x^3 - 3x - 6x^3 + 4x^2 - 6x + 2 =$
$= 4x^2 - 9x + 2$
b) $B - 2C =$
$= -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 - 2(-x^2 + 2x) =$
$= -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 + 2x^2 - 4x =$
$= -3x^3 + 4x^2 - 7x + 1$
c) $-B + A =$
$= -(-3x^3 + 2x^2 - 3x + 1) + 6x^3 - 3x =$
$= 3x^3 - 2x^2 + 3x - 1 + 6x^3 - 3x =$
$= 9x^3 - 2x^2 - 1$
3.2. O simétrico de B é:
$-B = 3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$
3.3. Se $x = -2$
$B = -3 \times (-2)^3 + 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 1 =$
$= -3 \times (-8) + 2 \times 4 + 6 + 1 =$
$= 24 + 8 + 6 + 1 =$
$= 39$

4.
4.1. $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$
4.2. $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$
4.3. $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$
4.4. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$
4.5. $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$
4.6. $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$
4.7. $(x + 10)^2 = x^2 + 20x + 100$

4.8. $(x-7)^2 = x^2 - 14x + 49$

5.
5.1. $x^2 - 1$
5.2. $x^2 - 4$
5.3. $x^2 - 25$
5.4. $x^2 - 36$
5.5. $x^2 - 100$
5.6. $x^2 - 121$

6.
6.1. $(x - \mathbf{5})^2 = \boldsymbol{x^2} - 10x + 25$
6.2. $(x-7)^2 = x^2 - 14x + \mathbf{49}$
6.3. $(x - \mathbf{6})(x + \mathbf{6}) = x^2 - 36$
6.4. $(2x-7)(2x + \mathbf{7}) = \boldsymbol{4x^2} - 49$

7.
7.1. $10x - 5 = 2 \times 5 \times x - 5 = 5(2x - 5)$
7.2. $x^2 - 12x = x \times x - 12 \times x = x(x - 12)$
7.3. $y^3 - 7y = y \times y^2 - 7y = y(y^2 - 7)$
7.4. $t^4 - t^5 = t^4 - t \times t^4 = t^4(1 - t)$
7.5. $80abc - 7ab = ab(80c - 7)$
7.6. $5(x-1) - x(x-1) = (x-1)(5-x)$

8. [A] $2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 - 12x + 18$
[B] $2(x-3)^2 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 - 12x + 18$
[C] $2(x-3)(x-3) = 2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 - 12x + 18$
[D] $2(x-3)(x+3) = 2(x^2 - 9) = 2x^2 - 18$
A opção correta é a [D].

9.
9.1. $x^2 - 16 = (x-4)(x+4)$
9.2. $x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2 = (x-5)(x-5)$
9.3. $a^2 - 36 = (a-6)(a+6)$
9.4. $100 - x^2 = (10 - x)(10 + x)$
9.5. $t^2 + 6t + 9 = (t+3)^2 = (t+3)(t+3)$
9.6. $4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2 = (2x+1)(2x+1)$

10.
10.1. $2(x-3) = x^2$
$\Leftrightarrow\ 2x - 6 - x^2 = 0$
$\Leftrightarrow\ -x^2 + 2x - 6 = 0$
10.2. $(x-5)^2 - 3x = -3$
$\Leftrightarrow\ x^2 - 10x + 25 - 3x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow\ x^2 - 13x + 28 = 0$
10.3. $2\left(\frac{x}{3} - 2\right)\left(\frac{x}{3} + 2\right) = -1$
$\Leftrightarrow\ 2\left(\frac{x^2}{9} - 4\right) + 1 = 0$
$\Leftrightarrow\ \frac{2}{9}x^2 - 8 + 1 = 0$
$\Leftrightarrow\ \frac{2}{9}x^2 - 7 = 0$

11.
11.1. $(x-1)(x-5) = 0$
$\Leftrightarrow\ x - 1 = 0 \ \vee\ x - 5 = 0$
$\Leftrightarrow\ x = 1 \ \vee\ x = 5$
C.S. $= \{1, 5\}$
11.2. $(2x-4)(x-1) = 0$
$\Leftrightarrow\ 2x - 4 = 0 \ \vee\ x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow\ 2x = 4 \ \vee\ x = 1$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{4}{2} \ \vee\ x = 1$
$\Leftrightarrow\ x = 2 \ \vee\ x = 1$
C.S. $= \{1, 2\}$
11.3. $\left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{5} - 1\right) = 0$
$\Leftrightarrow\ \frac{x}{2} - 3 = 0 \ \vee\ \frac{x}{5} - 1 = 0$
$\Leftrightarrow\ \frac{x}{2} = 3 \ \vee\ \frac{x}{5} = 1$
$\Leftrightarrow\ x = 6 \ \vee\ x = 5$
C.S. $= \{5, 6\}$
11.4. $(7x-6)(2x-5) = 0$
$\Leftrightarrow\ 7x - 6 = 0 \ \vee\ 2x - 5 = 0$
$\Leftrightarrow\ 7x = 6 \ \vee\ 2x = 5$
$\Leftrightarrow\ x = \frac{6}{7} \ \vee\ x = \frac{5}{2}$
C.S. $= \left\{\frac{6}{7}, \frac{5}{2}\right\}$
11.5. $-(-5 - x)\left(\frac{x}{3} + 3\right) = 0$
$\Leftrightarrow\ 5 + x = 0 \ \vee\ \frac{x}{3} + 3 = 0$
$\Leftrightarrow\ x = -5 \ \vee\ \frac{x}{3} = -3$
$\Leftrightarrow\ x = -5 \ \vee\ x = -9$
C.S. $= \{-9, -5\}$
11.6. $(x+11)(2x-5) = 0$
$\Leftrightarrow\ x + 11 = 0 \ \vee\ 2x - 5 = 0$
$\Leftrightarrow\ x = -11 \ \vee\ 2x = 5$
$\Leftrightarrow\ x = -11 \ \vee\ x = \frac{5}{2}$
C.S. $= \left\{-11, \frac{5}{2}\right\}$

12.

12.1. Substituindo x por 0 obtém-se:

$2 \times 0^2 - 32 = 0 \;\Leftrightarrow\; -32 = 0$ Falso

Assim, concluímos que 0 não é solução da equação.

12.2. $2x^2 - 32 = 2(x^2 - 16) = 2(x - 4)\,(x + 4) =$
$= (2x - 8)\,(x + 4)$

12.3. $2x^2 - 32 = 0$
$\Leftrightarrow\; 2(x^2 - 16) = 0$
$\Leftrightarrow\; 2(x - 4)\,(x + 4) = 0$
$\Leftrightarrow\; x - 4 = 0 \;\vee\; x + 4 = 0$
$\Leftrightarrow\; x = 4 \;\vee\; x = -3$
C.S. = $\{-4, 4\}$

13. $A_{\square} = b \times h$ e $A_{\square} = \ell^2$
Logo, $A_{\square} = (x - y)(x + 2y)$ e $A_{\square} = x^2$.
Então, $A_{\text{amarelo}} = (x - y)(x + 2y) - x^2 =$
$= x^2 + 2xy - yx - 2y^2 - x^2 =$
$= xy - 2y^2$

14. A equação que traduz o problema é
$2 \times (x^2 + 5) = 18$.
Resolvendo a equação temos:
$\Leftrightarrow\; 2x^2 + 10 = 18$
$\Leftrightarrow\; 2x^2 = 18 - 10$
$\Leftrightarrow\; x^2 = \dfrac{8}{2}$
$\Leftrightarrow\; x^2 = 4$
$\Leftrightarrow\; x \pm \sqrt{4}$
$\Leftrightarrow\; x = -2 \;\vee\; x = 2$
C.S. = $\{-2, 2\}$
R.: Existem dois números nestas condições, –2 e 2.

15. $x^2 + 100 = 0 \;\Leftrightarrow\; x^2 = -100$. Equação impossível
C.S. = { }
Logo, a opção correta é a [B].

16. $? \times 4kw^2 = 16^2w^2$ ou seja, $\dfrac{16k^2w^3}{4kw^2} = 4kw$

17.

17.1. Monómios semelhantes são monómios com a mesma parte literal.

Por exemplo, $-3a^2b^3$ e $\dfrac{4}{5}a^2b^3$.

17.2. $a = -1$ e $b = 2$
$3(-1)^2 \times 2^3 = 3 \times 8 = 24$

18.

18.1. Por exemplo, $-5xy$.

18.2. Por exemplo, $x + 8$.

18.3. Por exemplo, $x^2 + 2x + 1$.

18.4. Por exemplo, $y^3 + 6$.

19.

19.1. $2 + (2x - 6)\,(2x + 6) - (x - 3)^2 =$
$= 2 + 4x^2 - 36 - (x^2 - 6x + 9) =$
$= 2 + 4x^2 - 36 - x^2 + 6x - 9 =$
$= 3x^2 + 6x - 43$

19.2. $(-x + 1)^2 - 3(x - 1)(x + 1) =$
$= x^2 - 2x + 1 - 3(x^2 - 1) =$
$= x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 3 =$
$= -2x^2 - 2x + 4$

20. Consideremos, por exemplo, os polinómios
$x^3 - 2x^2 + x + 3$ e $x^3 - 2x^2 + 4x - 1$
$x^3 - 2x^2 + x + 3 - (x^3 - 2x^2 + 4x - 1) =$
$= x^3 - x^3 - 2x^2 + 2x^2 + x - 4x + 3 + 1 =$
$= -3x + 4$
Ou seja, a diferença entre os dois polinómios é um polinómio do 1.º grau.
Nota: Basta que a parte numérica dos termos de grau 3 e de grau 2 seja igual nos dois polinómios.

21. $P = \dfrac{b \times h}{2}$.

Assim, $P = \dfrac{4x \times (3x + 5)}{2} = 2x(2x + 5) = 4x^2 + 10x$

22. A área do setor circular é igual a $\dfrac{3}{4}$ da área do círculo. Assim,

$\dfrac{3}{4}\pi \times r^2 = \pi \times x^2 = \dfrac{3\pi x^2}{4}$

Logo, a opção correta é a [D].

23. $V_{\text{paralelepípedo}} = c \times \ell \times h$
Logo, $V_{\text{caixa}} = (2x - 4) \times 2x \times x = (2x - 4) \times 2x^2 =$
$= 4x^3 - 8x^2$

24.

24.1. $A = b \times h$
Logo, $A = (x + 5)\,(x - 2) = x^2 - 2x + 5x - 10 =$
$= x^2 + 3x - 10$

24.2. $A = 36 \;\Leftrightarrow\; x^2 = 36 \;\Leftrightarrow\; x = 6$
O perímetro do retângulo que se obtém é:
$P = 2(x + 5) + 2(x - 2) =$
$= 2x + 10 + 2x - 4 =$
$= 4x + 6$

Para $x = 6$, temos $P = 4 \times 6 + 6 = 24 + 6 = 30$

R.: $P = 30$ u.c.

25.

25.1. $(2x-8)(x-3)=0$
$\Leftrightarrow 2x-8=0 \vee x-3=0$
$\Leftrightarrow 2x=8 \vee x=3$
$\Leftrightarrow x=\frac{8}{2} \vee x=3$
$\Leftrightarrow x=4 \vee x=3$
C.S. $=\{3, 4\}$

25.2. $9x^2+16=24x$
$\Leftrightarrow 9x^2-24x+16=0$
$\Leftrightarrow (3x-4)^2=0$
$\Leftrightarrow (3x-4)(3x-4)=0$
$\Leftrightarrow 3x-4=0$
$\Leftrightarrow 3x=4$
$\Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$
C.S. $=\left\{\frac{4}{3}\right\}$

25.3. $21x^2=7x$
$\Leftrightarrow 21x^2-7x=0$
$\Leftrightarrow 7x(3x-1)=0$
$\Leftrightarrow 7x=0 \vee 3x-1=0$
$\Leftrightarrow x=0 \vee 3x=1$
$\Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{1}{3}$
C.S. $=\left\{0, \frac{1}{3}\right\}$

25.4. $4x^2-36=0$
$\Leftrightarrow (2x-6)(2x+6)=0$
$\Leftrightarrow 2x-6=0 \vee 2x+6=0$
$\Leftrightarrow 2x=6 \vee 2x=-6$
$\Leftrightarrow x=\frac{6}{2} \vee x=-\frac{6}{2}$
$\Leftrightarrow x=3 \vee x=-3$
C.S. $=\{-3, 3\}$

25.5. $7x^2=28$
$\Leftrightarrow x=\frac{28}{7}$
$\Leftrightarrow x^2=4$
$\Leftrightarrow x=\sqrt{4} \vee x=\sqrt{4}$
$\Leftrightarrow x=-2 \vee x=2$
C.S. $=\{-2, 2\}$

25.6. $49-9x^2=0$
$\Leftrightarrow -9x^2=-49$
$\Leftrightarrow x^2=\frac{49}{9}$
$\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{49}{9}}$
$\Leftrightarrow x=-\frac{7}{3} \vee x=\frac{7}{3}$
C.S. $=\left\{-\frac{7}{3}, \frac{7}{3}\right\}$

26. Seja x o comprimento do lado de um quadrado e $2x$ o comprimento do lado de um outro quadrado. Assim,
$(2x)^2-x^2=27$
$\Leftrightarrow 4x^2-x^2=27$
$\Leftrightarrow 3x^2=27$
$\Leftrightarrow x^2=\frac{27}{3}$
$\Leftrightarrow x^2=9$
$\Leftrightarrow x=\pm 3$
C.S. $=\{3\}$
Como $x>0$, então $x=3$ cm.
Logo, o quadrado maior tem 6 cm de lado $(2\times 3=6)$, e o seu perímetro é igual a 24 cm $(6\times 4=24)$.

27. $A_{[ABCD]}=(x+3+x)\times(x+2+x+2)=$
$=(2x+3)(2x+4)=$
$=4x^2+8x+6x+12=$
$=4x^2+14x+12$
$A_{[BGFE]}=(x+3)\times(x+2)=$
$=x^2+2x+3x+6=$
$=x^2+5x+6$
Logo, $A_{\text{verde}}=4x^2+14x+12-(x^2+5x+6)=$
$=4x^2-x^2+14x-5x+12-6=$
$=3x^2+9x+6$

28.

28.1. Se não tem termo independente,
$a^2-4=0 \Leftrightarrow a^2=4 \Leftrightarrow a=-2 \vee a=2$
C.S. $=\{-2, 2\}$
R.: $a=-2$ ou $a=2$

28.2. $a-2=0 \Leftrightarrow a=2$, mas se $a=2$ o polinómio não tem termo independente.
R.: Impossível, não existe nenhum valor de a nas condições pedidas.

29.

29.1. Por exemplo, $4x^2-3x$ e $3x^4+2x+1$.

29.2. Por exemplo, $3x^4+3x^3+x$ e $3x^4+2x+5$.

29.3. Por exemplo, $2x^4+3x^2+7$ e $2x^4+3x^2+2x$.

30.

30.1. Se P é do 2.º grau, então $k-3=0 \Leftrightarrow k=3$

30.2. Se $k=3$ e $k-2=0 \Leftrightarrow k=2$

Não é possível porque se $k = 3$ o polinómio é do 2.º grau e se $k = 2$, o polinómio é do 4.º grau.

31.

31.1. $3x^2 \times (x-6) - (x-6) \times 7 = (x-6)(\mathbf{3x^2} - \mathbf{7})$

31.2. $\mathbf{4y^2} - \mathbf{8xy} + 4x^2 = (2y - \mathbf{2x})^2$

32.

32.1. $5(x-3)^2 = 125$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = \frac{125}{5}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 = 25$

$\Leftrightarrow x - 3 = -5 \vee x - 3 = 5$

$\Leftrightarrow x = -5 + 3 \vee x = 5 + 3$

$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 8$

C.S. = $\{-2, 8\}$

32.2. $(x-3)^2 - 5(x-3) = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x-3-5) = 0$

$\Leftrightarrow x-3 = 0 \vee x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 8$

C.S. = $\{3, 8\}$

32.3. $2(x \cdot 3)^2 = 19 + (x-1)(x+1)$

$\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x + 9) = 19 + x^2 - 1$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 18 - 19 - x^2 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 12x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-12) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 12$

C.S. = $\{0, 12\}$

32.4. $3x^2 = 24(x-2)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 48 = 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 8x + 16) = 0$

$\Leftrightarrow 3(x-4)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 4$

C.S. = $\{4\}$

33. $(3x - n)^2 = 9x^2 - 42x + n^2 =$

$= 2 \times 3 \times x \times (-n) =$

$= -6xn$

$-42x = -6xn \Leftrightarrow n = \frac{-42x}{-6x} \Leftrightarrow n = 7$

Logo, a opção correta é a [D].

34.

34.1. $x^2 + 3x - 18 =$

$= (x^2 - 3x) + (\mathbf{6x} - 18) =$

$= x(\mathbf{x} - 3) + \mathbf{6}(x-3) =$

$= (\mathbf{x} - \mathbf{3})(x+6)$

34.2. $x^2 = -3(x-6)$

$\Leftrightarrow x^2 + 3(x-6) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 18 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)(x+6) = 0$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \vee x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -6$

C.S. = $\{-6, 3\}$

35.

35.1. $(ax^2 - 4y)(3bx^3 - 4cz + 4) + 16(y - cyz) =$

$= 3abx^5 - 4aczx^2 + 49x^2 - 12bx^3y + 16czy - 16y +$

$+16y - 16cyz =$

$= 3abx^5 + 4ax^2 - 4aczx^2 - 12bx^3y$

35.2. $ax(3x^2 - 4by + 1) - 3x(aby) + 7ax =$

$= 3ax^3 - 4abxy + ax - 3abxy + 7ax =$

$= 3ax^3 - 7abyx + 6ax$

36. Se $A = 18x^2$ então, como $A_{\triangle} = \frac{b \times h}{2}$,

$18x^2 = \frac{2x \times h}{2} \Leftrightarrow h = \frac{18x^2 \times 2}{2x} \Leftrightarrow h = 18x$

37. $A_{[ABCD]} - A_{[EFGH]} = g^2 - h^2 = (g-h)(g+h)$

38.

38.1. **a)** Se $t = 0$, então $h = -(-0-2)^2 + 10$

$\Leftrightarrow h = -4 + 20$

$\Leftrightarrow h = 6$ m

b) Se $t = 1$, então $h = -(1-2)^2 + 10$

$\Leftrightarrow h = -1 + 10$

$\Leftrightarrow h = 9$ m

38.2. $h = 0$

$-(t-2)^2 + 10$

$\Leftrightarrow -(t-2)^2 = -10$

$\Leftrightarrow (t-2)^2 = 10$

$\Leftrightarrow t - 2 = -\sqrt{10} \vee t - 2 = \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow t = \underbrace{-\sqrt{10} - 2}_{<0} \vee t = \sqrt{10} + 2$

Logo, $t \approx 5{,}2$ s.

39. $2(x^3 - 25) + 7(x-5) =$

$= \sqrt{2}(x-5)(x+5) + 7(x-5) =$

$= (x-5)(2x + 10 + 7) =$

$= (x-5)(2x+17)$

40.

40.1. As dimensões do paralelepípedo II são $x - y$, y e y, então o volume é igual a

$V = (x-y) \times y \times y = xy^2 - y^3$

40.2. $V_{III} = (x - y) \times y\ (x - y) = (x - y)^2 \times y =$
$= (x^2 - 2xy + y^2)y = x^2y - 2xy^2 + y^3$
$V_{IV} = (x - y)\ (x - y) \times y = (x - y)^2 \times y = \ldots =$
$= x^2y - 2xy^2 + y^3$

40.3. $V_{cubo} - V_I - V_{II} - \underbrace{V_{III} - V_{IV}}_{\text{são iguais}} =$
$= x^3 - y^3 - (xy^2 - y^3) - 2 \times (x^2y - 2xy^2 + y^3) =$
$= x^3 - y^3 - xy^2 + y^3 - 2x^2y + 4xy^2 + 2y^3 =$
$= x^3 - y^3 + 3xy^2 + y^3 - 2x^2y - 2y^3 =$
$= x^3 - y\ (2x^2 - 3xy + 2y^2)$

41. $A = \dfrac{9}{2}$

$\dfrac{(x - 4) \times (x + 4)}{2} = \dfrac{9}{2}$
$\Leftrightarrow\ (x - 4)\ (x + 4) = 9$
$\Leftrightarrow\ x^2 - 16 - 9 = 0$
$\Leftrightarrow\ x^2 - 25 = 0$
$\Leftrightarrow\ x - 5)\ (x + 5) = 0$
$\Leftrightarrow\ x = 5\ \vee\ x = -5$
C.S. = {–5, 5}
Como $x > 0$, então $x = 5$ cm.
O cateto maior mede 9 cm ($x + 4 = 5 + 4 = 9$).

42. Como $A = 900\text{ cm}^2$, então $(a - 30)^2 = 900$
$\Leftrightarrow\ (a - 30)^2 - 30^2 = 0$
$\Leftrightarrow\ (a - 30 - 30)\ (a - 30 + 30) = 0$
$\Leftrightarrow\ a - 60 = 0\ \vee\ a = 0$
$\Leftrightarrow\ a = 60\ \vee\ \underbrace{a = 0}_{a > 0}$
$\Leftrightarrow\ a = 60$
R.: $a = 60$ m

Equações literais. Sistemas de duas equações

Praticar – páginas 106 a 111

1. $5x - 3y = -20$, se $x = -1$ e $y = 5$
$5 \times (-1) - 3 \times 5 = -20\ \times\ -5 - 15 = -20\ \times\ -20 = 20$
Verdade
(–1, 5) é solução da equação $5x - 3y = -20$

2. $2x - y = 6$
Por exemplo, (1, –4) é solução de equação:
$2 \times \underset{\substack{\uparrow \\ x}}{1} - \underset{\substack{\uparrow \\ y}}{\underbrace{(-4)}} = 2 + 4 = 6$

(2, –2) é solução de equação:
$2 \times \underset{\substack{\uparrow \\ x}}{2} - \underset{\substack{\uparrow \\ y}}{\underbrace{(-2)}} = 4 + 2 = 6$

(–3, –12) é solução de equação:
$2 \times \underset{\substack{\uparrow \\ x}}{\underbrace{(-3)}} - \underset{\substack{\uparrow \\ y}}{\underbrace{(-12)}} = -6 + 12 = 6$

Logo, (1, –4), (2, –2) e (–3, –12) são soluções de equação $2x - y = 6$.

3. Por exemplo, $(\underset{\substack{\uparrow \\ x}}{-5}, \underset{\substack{\uparrow \\ y}}{1})$

$2 \times \underset{\substack{\uparrow \\ x}}{(-5)} + \underset{\substack{\uparrow \\ y}}{1} = -10 + 1 = 9$, então $2x + y = -9$.

4.
4.1. $x - 5y - 7 = 0\ \Leftrightarrow\ x = 5y + 7$
4.2. $2x - 8y = 10$
$\Leftrightarrow\ 2x = 8y + 10$
$\Leftrightarrow\ x = \dfrac{8y + 10}{2}$
$\Leftrightarrow\ x = 4y + 5$
4.3. $3y = 5x - 11$
$\Leftrightarrow\ 5x - 11 = 34$
$\Leftrightarrow\ 5x = 3y + 11$
$\Leftrightarrow\ x = \dfrac{3}{5}y + \dfrac{11}{5}$

5. Verificar se (2, 4) é solução do sistema é verificar se é solução das duas equações.

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 4 \times 4 = 12 \\ -2 + 4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 16 = 12 \\ 2 = 2\ \text{ V} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12 = 12 \text{ Falso} \\ \end{cases}$$

Concluímos que (2, 4) não é solução do sistema porque não é solução de uma das equações.

6. [A] (8,2)

$$\begin{cases} 8 - 2 = 7 \\ -2 \times 8 + 5 \times 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 7 \text{ Falso} \\ \end{cases}$$

Logo, (8, 2) não é solução do sistema.

[B] (10, 3)

$$\begin{cases} 10 - 3 = 7 \\ -2 \times 10 + 5 \times 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ -20 + 15 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7\ \text{ V} \\ -5 = -5\ \text{ V} \end{cases}$$

Logo (10, 3) é solução do sistema.

[C] (2, 8)

$$\begin{cases} 2-8=7 \\ -2\times 2+5\times 8=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6=7 \text{ Falso} \\ \end{cases}$$

Logo, (2, 8) não é solução do sistema.

[D] (3, 10)

$$\begin{cases} 3-10=7 \\ -2\times 3+5\times 10=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7=7 \text{ Falso} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

Logo, (3, 10) não é solução do sistema.
A opção correta é a [B].

7.

7.1. Forma canónica

$$\begin{cases} x+y=9 \\ x+y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-(15-x)=9 \\ y=15-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-15+x=9 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+x=9+15 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=24 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{24}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ y=3 \end{cases}$$

C.S. = {(12, 3)}

7.2. Forma canónica

$$\begin{cases} x+y=1 \\ -x+y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1-x \\ -x+1-x=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ -2x=9-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ x=\frac{8}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1-(-4) \\ x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5 \\ x=-4 \end{cases}$$

C.S. = {(–4, 5)}

7.3. Forma canónica

$$\begin{cases} 2x+y=-10 \\ x+y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3-x=-10 \\ y=-3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-x=-10+3 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-7 \\ y=-3-(-7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-7 \\ y=4 \end{cases}$$

C.S. = {(–7, 4)}

7.4. Forma canónica

$$\begin{cases} 2y-x=7 \\ -y+x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+2y=7 \\ x-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(-1+y)+2y=7 \\ x=-1+y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-y+2y=7 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y+2y=7-1 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=6 \\ x=-1+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=6 \\ x=5 \end{cases}$$

C.S. = {(5, 6)}

7.5. Forma canónica

$$\begin{cases} 2x+y=2 \\ -7y-3x=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=2 \\ -3x-7y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2-2x \\ -3x-7(2-2x)=-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ -3x-14+14x=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y+2y=7-1 \\ -3x+14x=-3+14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 11x=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ x=\frac{11}{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2-2\times 1 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=2-2 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases}$$

C.S. = {(1, 0)}

7.6. Forma canónica

$$\begin{cases} 4x-2y=14 \\ 2y+x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=7 \\ x+2y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-4-2y)-y=7 \\ x=-4-2y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8-4y-y=7 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4y-y=7+8 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5y=15 \\ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{15}{-5} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=-4-2\times(-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3 \\ x=2 \end{cases}$$

C.S. = {(2, –3)}

8.

8.1. Por exemplo, (0, 4) porque
$3\times 0+2\times 4=8 \Leftrightarrow 8=8$ Verdadeiro
e $4=2\times 0-3 \Leftrightarrow 4=-3$ Falso

8.2. Por exemplo, (3, 3) porque
$3=2\times 3-3 \Leftrightarrow 3=3$ Verdadeiro
e $3\times 3+2\times 3=8 \Leftrightarrow 6+6=8$ Falso

8.3. A solução do sistema é o par ordenado (2, 1). É o ponto de interseção das duas retas.

8.4. Resolvendo o sistema pelo método de substituição,

$$\begin{cases} 3x+2y=8 \\ y=2x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=8 \\ -2x+y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2(-3+2x)=8 \\ y=-3+2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6 + 4x = 8 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4x = 8 + 6 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

C.S. $= \{(2, 1)\}$

9. Como o perímetro é igual a 100 cm,

$P = 100$

$2 \times (2x + y) + 2 \times (3x + 2y) = 10$

$\Leftrightarrow 4x + 2y + 6x + 4y = 100$

$\Leftrightarrow 10x + 6y = 10$

$\Leftrightarrow 5x + 3y = 50$

9.1. Se $x = 4$, $5 \times 4 + 3y = 50$

$\Leftrightarrow 20 + 3y = 50$

$\Leftrightarrow 3y = 50 - 20$

$\Leftrightarrow 3y = 30$

$\Leftrightarrow y = \frac{30}{3}$

$\Leftrightarrow y = 10$

9.2. Se $y = 5$, $5x + 3 \times 5 = 50$

$\Leftrightarrow 5x + 15 = 50$

$\Leftrightarrow 5x = 50 - 15$

$\Leftrightarrow 5x = 35$

$\Leftrightarrow x = \frac{35}{5}$

$\Leftrightarrow x = 7$

Como $x = 7$ e $y = 5$

$A = (3x + 2y) \times (2x + y)$, ou seja,

$A = (3 \times 7 + 2 \times 5) \times (2 \times 7 + 5) =$

$= (21 + 10) \times (14 + 5) = 31 \times 19 = 589$

R.: $A = 589$ cm^2

10. Para determinar o par ordenado (x, y) basta resolver o sistema pelo método de substituição.

Forma canónica

$$\begin{cases} 2(x - 1) = 4 + y \\ -y - x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 - y = 4 \\ -x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 4 + 2 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 6 \\ -x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ -x = 1 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-y - 1) - y = 6 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3y = 8 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{8}{3} \\ x = -\left(-\frac{8}{3}\right) - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ x = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{8}{3} \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

C.S. $= \left\{\left(\frac{5}{3}, -\frac{8}{3}\right)\right\}$

10.1. Para $x = \frac{5}{3}$ e $y = -\frac{8}{3}$, temos

$2x + 3y = 2 \times \frac{5}{3} + 3 \times \left(-\frac{8}{3}\right) = \frac{10}{3} - \frac{24}{3} = -\frac{14}{3}$

10.2. Para $x = \frac{5}{3}$ e $y = -\frac{8}{3}$, temos

$x - y = \frac{5}{3} - \left(-\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{5}{3} - \frac{64}{9} = \frac{15}{9} - \frac{64}{9} = -\frac{49}{9}$

10.3. Para $x = \frac{5}{3}$ e $y = -\frac{8}{3}$, temos

$(x + y)^2 = \left(\frac{5}{3} + \left(-\frac{8}{3}\right)\right)^2 = \left(\frac{5}{3} - \frac{8}{3}\right)^2 =$

$= \left(-\frac{3}{3}\right)^2 = (-1)^2 = 1$

11. x: idade do Fernando

y: idade da filha mais velha do Fernando

- $x + y = 42$

$x + 5$ – idade do Fernando daqui a 5 anos.

$y + 5$ – idade da filha mais velha do Fernando daqui a 5 anos

- $x + 5 = 3 \times (y + 5)$

Resolvendo o sistema com as duas equações

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 = 3(y + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 = 3y + 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ y = 8 \end{cases}$$

Forma canónica

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 41 \\ x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42 - y \\ 42 - y - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -4y = -32 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 42 - 8 \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 \\ y = 8 \end{cases}$$

C.S. $= \{(34, 8)\}$

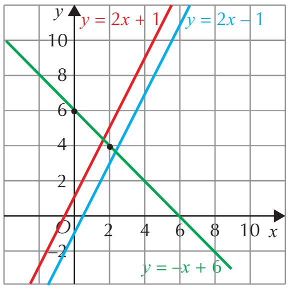
R.: O Fernando tem 34 anos.

12.

12.1. Como as retas são estritamente paralelas, o sistema é impossível.

12.2.

x	$y = -x + 6$
0	$6 \rightarrow -0 + 6 = 6$
2	$4 \rightarrow -2 + 6 = 4$



Logo, a reta contém os pontos (0, 6) e (2, 4).

12.3. a) Por exemplo,

$$\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$ porque são retas concorrentes

b) Por exemplo,

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$$ porque são retas coincidentes

13. Sejam x o preço de cada martelo e y o preço de cada chave inglesa

$$\begin{cases} 3x + 2y = 29 \\ 2x + 3y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 29 - 2y \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{29 - 2y}{3} \\ 2\left(\dfrac{29 - 2y}{3}\right) + 3y = 31 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ \dfrac{58}{3} - \dfrac{4}{3} + 3y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 58 - 4y + 9y = 93 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ -4y + 9y = 93 - 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ y = \dfrac{35}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{29 - 2 \times 7}{3} \\ y = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{15}{3} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$$

Como cada martelo custa 5 € e cada chave inglesa 7 €.
5 martelos custam $5 \times 5 = 25$ € e cada chave inglesa 7 €.
Então 5 martelos e chave inglesa fica por
$27 + 7 = 32$ €
R.: O novo *pack* custará 32 €.

14.

14.1. Como se trata de um hexágono, $n = 6$
$S = (6 - 2) \times 180 = 720^\circ$

14.2. Como $x = 1080^\circ$, $(n - 2) \times 180^\circ = 1980^\circ$

$\Leftrightarrow n - 2 = \dfrac{1980}{180}$

$\Leftrightarrow n - 2 = 11$
$\Leftrightarrow n = 11 + 2$
$\Leftrightarrow n = 13$
R.: O polígono tem 13 lados.

14.3. Como se trata de um pentágono, $n = 5$
$S = (5 - 2) \times 180 \Leftrightarrow S = 540^\circ$
O pentágono tem cinco ângulos internos então, cada ângulo tem 108° ($540^\circ : 5 = 108^\circ$).

14.4. $S = (n - 2) \times 180^\circ$
$\Leftrightarrow (n - 2) \times 180^\circ = S$

$\Leftrightarrow n - 2 = \dfrac{S}{180}$

$\Leftrightarrow n = \dfrac{S}{180} + 2$

15.

15.1. Se $x = 3$, $y - 2 - \dfrac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow y - \dfrac{2}{3} \times 3 = 4$

$\Leftrightarrow y = 4 + 2$
$\Leftrightarrow y = 6$

Se $x = 6$, $y - \dfrac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow y - \dfrac{2}{3} \times 6 = 4$

$\Leftrightarrow y = 4 + 4$
$\Leftrightarrow y = 8$

Se, por exemplo, $x = 9$,

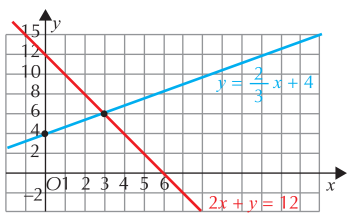
$y - \dfrac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow y - \dfrac{2}{3} \times 9 = 4$

$\Leftrightarrow y = 4 + 6$
$\Leftrightarrow y = 10$

Então

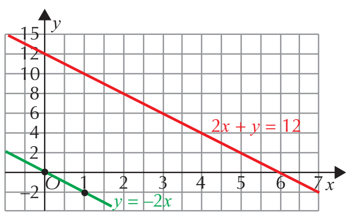
x	0	3	6	**9**
y	4	**6**	**8**	**10**

15.2. Marcar, por exemplo, os pontos (0, 4) e (3, 6) no referencial e traçar a reta que contém esses pontos.



15.3. A solução do sistema é (3, 6), ponto onde as duas retas se intersetam.

15.4. Por exemplo, $y = -2x$. Basta que as duas retas tenham o mesmo declive.



Como as retas são estritamente paralelas, o sistema é impossível.

16. Para que (3, –2) seja solução de um sistema é necessário que seja solução das duas equações.

[A] $\begin{cases} 2k + y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \times 3 + (-2) = 4 \\ 3 + (-2) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 2 = 4 \quad \text{V} \\ 3 - 2 = 5 \quad \text{F} \end{cases}$

(3, –2) não é solução da 2.ª equação. Logo, não é solução do sistema.

[B] $\begin{cases} -x - \dfrac{y+2}{3} = 3 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - \dfrac{-2+2}{3} = 3 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 - 0 = 3 \quad \text{Falso} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$

Como (3, –2) não é solução da 1.ª equação não é solução do sistema.

[C] $\begin{cases} \dfrac{x}{3} - y = -\dfrac{3}{2} \\ -(x - 2y) + 1 = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{3} - (-2) = -\dfrac{3}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2 = -\dfrac{3}{2} \quad \text{Falso} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$

Como (3, –2) não é solução da 1.ª equação não é solução do sistema.

[D] $\begin{cases} x = 1 - y \\ y = -x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 1 - (-2) \\ -2 = -3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 3 \quad \text{V} \\ -2 = -2 \quad \text{V} \end{cases}$

(3, –2) é solução do sistema, porque é solução das duas equações.
Logo, a opção correta é a [D].

17. (1, –7) e (4, 5) são pontos da reta r.

Assim, o declive da reta é:

$a = \dfrac{5 - (-7)}{4 - 1} = \dfrac{12}{3} = 4$

Substituindo, por exemplo, $x = 4$ e $y = 5$, na equação $y = ax + b$ obtemos:
$5 = 4 \times b \Leftrightarrow b = 16 + 5 \Leftrightarrow b = -11$
Logo, $a = 4$ e $b = -11$

18.

18.1. O sistema III, porque está escrito na forma

$\begin{cases} ax + bx = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

18.2.

$\begin{cases} 2x - \dfrac{1}{2}(y - 3) = 2 \\ \underset{(\times 3)}{\dfrac{x}{2}} - \underset{(\times 2)}{\dfrac{y}{3}} = \underset{(\times 6)}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underset{(\times 2)}{2x} - \dfrac{1}{2}y + \underset{(\times 2)}{\dfrac{3}{2}} = 2 \\ 3x - 2y = -18 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = 1 \\ 3x - 2y = -18 \end{cases}$ (Forma canónica)

18.3. [A] (1, 5)

$\begin{cases} \dfrac{1}{5} \times 1 = -1 + 2 \times 5 \\ 1 - 3 \times 5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{5} = 9 \quad \text{Falso} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$

Logo, (1, 5) não é solução do sistema II porque não é solução da 1.ª equação do sistema.

[B] (–1, –1)

$\begin{cases} \dfrac{1}{5} \times (-1) = -1 + 2 \times (-1) \\ -1 - 3 \times (-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{5} = -3 \quad \text{F} \\ 2 = 2 \quad \text{V} \end{cases}$

Logo, (–1, –1) não é solução do sistema II porque não é solução da 1.ª equação do sistema.

[C] (5, 1)

$\begin{cases} \dfrac{1}{5} \times 5 = -1 + 2 \times 1 \\ 5 - 3 \times 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \quad \text{V} \\ 2 = 2 \quad \text{V} \end{cases}$

Logo, (5, 1) é solução do sistema II porque é solução das duas equações do sistema.

[D] (1, 1)

$\begin{cases} \dfrac{1}{5} \times 1 = -1 + 2 \times 1 \\ 1 - 3 \times 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{5} = 1 \quad \text{F} \\ -2 = 2 \quad \text{F} \end{cases}$

Logo, (1, 1) não é solução do sistema porque não é solução das duas equações.
Assim a opção correta é a [C].

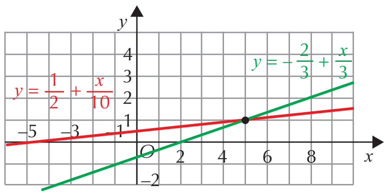
18.4. Escrevendo o sistema na forma canónica, obtemos

$$\begin{cases} \frac{1}{5}x = -1 + 2y \quad {\scriptstyle (\times 5)\quad (\times 5)} \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 + 10y \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 10y = -5 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

Resolvendo as duas equações em ordem a y

$$\begin{cases} -10y = -5 - x \\ -3y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-5 - x}{-10} \\ y = \frac{2 - x}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{x}{10} \\ y = -\frac{2}{3} + \frac{x}{3} \end{cases}$$

x	$y = \frac{1}{2} + \frac{x}{10}$	x	$y = -\frac{2}{3} + \frac{x}{3}$
5	$1 \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$	2	$0 \rightarrow -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$
–5	$0 \rightarrow \frac{1}{2} - \frac{5}{10} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$	–1	$-1 \rightarrow -\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = -1$



Sistema possível e determinado.
C.S. = {(5, 1)}

18.5.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 4 \\ -3x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5(-2 + 3x) = 4 \\ y = -2 + 3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10 - 15x = 4 \\ \underline{\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 15x = 4 - 10 \\ \underline{\qquad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -13x = -6 \\ \underline{\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -2 + 3 \times \frac{6}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -2 + \frac{18}{13} \\ {\scriptstyle (\times 13)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ y = -\frac{26}{13} + \frac{18}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -\frac{8}{13} \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{6}{13}, -\frac{8}{13} \right\}$$

19. O sistema I é impossível porque as retas r e s são estritamente paralelas.
O sistema II é possível e indeterminado porque as retas r e s são coincidentes.
Os sistemas III e IV são possíveis e determinados porque as retas r e s são concorrentes.

20. Sejam x o preço de um par de calças e y o preço de uma blusa.
20.1. $x + y$ – preço de um par de calças e de uma blusa.

$$\begin{cases} x + y = 85 \\ x - 6 = y + 7 \end{cases}$$

20.2. $x + y$ – preço de um par de calças e de uma blusa.

$$\begin{cases} x + y = 85 \\ x - 6 = y + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 85 \\ x - y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 85 \\ 85 - y - y = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ -y - y = 13 - 85 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ -2y = -72 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 85 - 36 \\ y = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 49 \\ y = 36 \end{cases}$$

C.S. = {(49, 36)}
R.: As calças custaram 49 € e a blusa 36 €.

21. Seja x a idade do João e y a idade do Filipe.
21.1. $x + 5$ representa a idade do João daqui a 5 anos e $y + 5$ representa a idade do Filipe daqui a 5 anos.

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 + y + 5 = 52 \end{cases}$$

21.2.

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + y = 52 - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x + y = 42 \end{cases}$$

Como as equações são equivalentes, o sistema é possível e indeterminado, o que significa que o sistema tem uma infinidade de soluções.
21.3. Por exemplo, (10, 32), (15, 27), (20, 22) e (21, 21).

22. Seja x o número de notas de 20 € e y o número de notas de 100 €.

$$\begin{cases} 20x + 100y = 1000 \\ x + y = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20(26 - y) + 100y = 1000 \\ x = 26 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 520 - 20y + 100y = 1000 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -20y + 100y = 1000 - 520 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 80y = 480 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{480}{80} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 26 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 20 \end{cases}$$

C.S. = {(20, 6)}

O Pedro tem 20 notas de 20 € e 6 notas de 100 €.

Em notas de 20 €, o Pedro tem 20 × 20 = 400 €, ou seja, a quantia é inferior a 419,99 €.

R.: O Pedro não consegue comprar a bicicleta, apenas com as notas de 20 €.

23. Para determinar as coordenadas de A basta resolver o sistema.

$$\begin{cases} y = 4x - 8 \\ y = 3x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 4x - 8 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4x = -8 - 3 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -11 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{11}{2} \\ y = 2 \times \dfrac{11}{2} + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ y = 11 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{11}{2} \\ y = 14 \end{cases}$$

C.S. $= \left\{\left(\dfrac{11}{2}, 14\right)\right\}$

Logo, $A = \left(\dfrac{11}{2}, 14\right)$

O ponto B é um ponto do eixo Ox, ou seja, tem de ordenada zero. A abcissa de B é igual à abcissa de A, $\dfrac{11}{2}$.

Logo, B tem coordenadas $\left(\dfrac{11}{2}, 0\right)$.

$$A_{[OBA]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[OBA]} = \frac{\frac{11}{2} \times 14}{2} = \frac{154}{4} = 38{,}5 \text{ u.a.}$$

24.

24.1. Como a 1.ª equação, $y = ax + 2$, tem ordenada na origem 2, corresponde à reta vermelha.

Determinando o declive, o valor de a:

a reta contém por exemplo, o ponto (1, 0), então

$0 = a \times 1 + 2 \Leftrightarrow a = -2$

$y = -2x + 2$

Os pontos (3, –2) e (6, 0) pertencem à reta de equação $bx + cy = d$ e –4 é a ordenada na origem, então

$bx + cy = d \Leftrightarrow y = -\dfrac{b}{c}x + \dfrac{d}{c}$ e $\dfrac{d}{c} = -4$.

Assim, $y = -\dfrac{b}{c}x - 4$

Utilizando, por exemplo, os pontos (3, –2) e (6, 0), podemos determinar o seu declive.

$\dfrac{0-(-2)}{6-3} = \dfrac{2}{3}$, ou seja, $-\dfrac{b}{c} = \dfrac{2}{3}$.

Escrevendo a equação $y = \dfrac{2}{3}x - 4$ na forma $bx + cy = d$, temos:

$y = \dfrac{2}{3}x - 4 \Leftrightarrow -\dfrac{2}{3}x + 3y = -4 \Leftrightarrow -2x + 3y = -12$

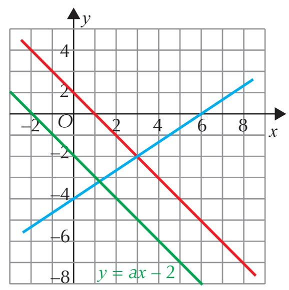
ou seja, $b = -2$, $c = 3$ e $d = -12$.

R.: $a = -2$ e, por exemplo, $b = -2$, $c = 3$ e $d = -12$.

24.2. O sistema é possível e determinado porque as retas são concorrentes. Como as retas se intersetam no ponto de coordenadas (3, –2), a solução do sistema é C.S. = {(3, –2)}.

24.3. Como $a = -2$ (por 24.1.), pretendemos representar a reta de equação $y = -2x - 2$.

x	y
0	–2
–1	0



24.4. O sistema é impossível porque as retas de equações $y = ax + 2$ (a vermelho) e $y = ax - 2$ (alínea 24.3.) são paralelas.

25. [A] $-4 \times \dfrac{1}{2} + (-3) = 5 \Leftrightarrow -2 - 3 = 5 \Leftrightarrow -5 = 5$

Falso.

$\left(\dfrac{1}{2}, -5\right)$ não é solução da equação.

[B] $6 \times \dfrac{1}{2} + (-3) = 2 \Leftrightarrow 3 - 3 = 2$ Falso

$\left(\frac{1}{2}, -5\right)$ não é solução da equação.

[C] $-2 \times \frac{1}{2} - (-3) = 20 \Leftrightarrow -1 + 3 = 20$ Falso

$\left(\frac{1}{2}, -5\right)$ não é solução da equação.

[D] $\frac{1}{2} + \frac{(-3)}{2} = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{2} = -1$ Verdadeiro

Assim, a outra equação é $x + \frac{y}{2} = -1$ e a opção correta é a [D].

26. $A = \pi \times r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{A}{\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

Logo, a opção correta é a [B].

27.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 2x - 2 + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 11 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2(6 - 2x) = 11 \\ y = 6 - 2x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 12 - 4x = 11 \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4x = 11 - 12 \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x = -1 \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 - 2 \times 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 14 \end{cases}$$

C.S. = $\{(1, 4)\}$

Como $(k - 2p, k - p)$ é solução do sistema, temos:

$$\begin{cases} k - 2p = 1 \\ k - p = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 + 2p \\ 1 + 2p - p = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 7 \\ p = 3 \end{cases}$$

Logo, $k = 7$ e $p = 3$.

28.

$$\begin{cases} -6x + 3y = 12 \\ -ax + y = b \end{cases}$$

28.1. Por exemplo, $a = 1$ e $b = 2$.
28.2. $a = 2$ e, por exemplo, $b = 2$.
28.3. Por exemplo, $a = 2$ e $b = 2$.

29. Seja x o número de adultos e y o número de crianças.

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 10x + 3y = 2440 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 - y \\ 10(300 - y) + 3y = 2440 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ 3000 - 10y + 3y = 2440 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ -7y = -560 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 - 80 \\ y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 220 \\ y = 80 \end{cases}$$

C.S. = $\{(220, 80)\}$
R.: Assistiram à peça 80 crianças.

30.
30.1.

$$\begin{cases} 4 - \frac{x + y}{2} = 6 \\ \frac{2x - 6}{2} = 2\left(x + \frac{y}{2}\right) - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{\underset{(\times 2)}{1}} - \frac{x + y}{2} = \frac{6}{\underset{(\times 2)}{1}} \\ \frac{2x}{2} - \frac{6}{2} = 2x + \frac{2y}{2} - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 - x - y = 12 \\ x - 3 = 2x + y - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = 12 - 8 \\ x - 2x + x - y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = 4 \\ 0x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ -y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - (-3) = 4 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3 = 4 \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 4 - 3 \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 1 \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

C.S. = $\{(-1, 3)\}$

30.2.

$$\begin{cases} \frac{3x - 1}{3} + y = 2 \\ -\frac{x - 1}{3} = 2y - (2x - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x - 1}{3} + \frac{y}{\underset{(\times 3)}{1}} = \frac{2}{\underset{(\times 3)}{1}} \\ -\frac{x - 1}{3} = \frac{2y}{\underset{(\times 3)}{2}} - \frac{2x}{\underset{(\times 3)}{2}} + \frac{1}{\underset{(\times 3)}{1}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 + 3y = 6 \\ -x + 1 = 6y - 6x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 6 + 1 \\ -x + 6x - 6y = 3 - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 5 \\ 5x - 6y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 5 - 3y \\ \underline{\qquad\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} - y \\ 5 \times \left(\frac{5}{3} - y\right) - 6y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ \frac{25}{3} - \frac{5y}{\underset{(\times 3)}{1}} - \frac{6y}{\underset{(\times 3)}{1}} = \frac{2}{\underset{(\times 3)}{1}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ 25 - 15y - 18y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ -33y = -19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ y = \frac{19}{33} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \underset{(\times 11)}{\frac{5}{3}} - \frac{19}{33} \\ \underline{\qquad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{55}{33} - \frac{19}{33} \\ \underline{\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{36}{33} \\ \underline{\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{11} \\ y = \frac{19}{33} \end{cases}$$

C.S. $= \left\{\left(\frac{12}{11}, \frac{19}{33}\right)\right\}$

31. Como $\frac{x+4y}{3} = x - 2y = 6$ podemos escrever

$$\begin{cases} \frac{x+4y}{3} = 6 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y = 18 \\ x = 6 + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2y + 4y = 18 \\ \underline{\qquad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 12 \\ \underline{\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 + 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 10 \end{cases}$$

C.S. $= \{(10, 2)\}$

R.: $x = 10$ e $y = 2$.

32. Seja $\frac{x}{y}$ a fração pedida.

$$\begin{cases} \frac{x-6}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{x}{y+2} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 24 = y \\ 2x = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ 2x = 4x - 24 + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ 2x - 4x = -24 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ -2x = -22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \times 11 - 24 = y \\ x = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 11 \end{cases}$$

C.S. $= \{(11, 20)\}$

R.: A fração é $\frac{11}{20}$.

33. $x + \frac{y}{2} = 3y - \frac{x}{5} + 2 + 6$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 10)}{x} + \underset{(\times 2)}{\frac{x}{5}} + \underset{(\times 5)}{\frac{y}{2}} - \underset{(\times 10)}{3y} = \underset{(\times 10)}{8}$

$\Leftrightarrow 10x + 2x + 5y - 30y = 80$

$\Leftrightarrow 12x - 25y = 80$

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º e o triângulo é retângulo, ou seja, um dos ângulos tem de amplitude 90º, temos:

$$\begin{cases} x + \frac{y}{2} + 3y - \frac{x}{5} + 2 + 90 = 180^{\circ} \\ 12x - 25y = 80 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underset{(\times 10)}{x} - \underset{(\times 2)}{\frac{x}{5}} + \underset{(\times 5)}{\frac{y}{2}} + \underset{(\times 10)}{3} = \underset{(\times 10)}{88} \\ 12x - 25y = 802 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underset{(\times 10)}{10x} - \underset{(\times 2)}{2x} + \underset{(\times 5)}{5y} + \underset{(\times 10)}{30y} = \underset{(\times 10)}{880} \\ \underline{\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 35y = 880 \\ x = \frac{80 + 25y}{12} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8\left(\frac{80 + 25y}{12}\right) + 35y = 880 \\ \underline{\qquad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{640}{12} + \frac{200}{12}\underset{(\times 12)}{y} + \underset{(\times 12)}{35y} = 880 \\ \underline{\qquad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 640 + 200y + 420y = 10\,560 \\ \underline{\qquad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 620y = 9920 \\ \underline{\qquad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = \frac{80 + 25 \times 16}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 40 \end{cases}$$

C.S. $= \{(40, 16)\}$

R.: $x = 40$ e $y = 16$

34. Seja x o número de quilogramas de café da Colômbia e y o número de quilogramas de café de São Tomé e Príncipe.

Assim, podemos construir a seguinte tabela:

CAFÉ	Número de quilogramas	Preço do quilograma	Custo total
Colômbia	x kg	35€	$35x$€
São Tomé e Príncipe	y kg	25€	$25y$€
Mistura	6 kg	32€	192€

Logo, ficamos a saber que $x + y = 6$ e $35x + 25y = 192$.

Para determinar x e y basta resolver o sistema.

$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 35x + 25y = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - y \\ 35(6 - y) + 25y = 192 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad} \\ 210 - 35y + 25y = 192 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -35y + 25y = 192 - 210 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 10y = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - \frac{9}{5} \\ y = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{21}{5} \\ y = \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4{,}2 \\ y = -1{,}8 \end{cases}$$

C.S. = {(4,2; 1,8)}
R.: A mistura deve conter 4,2 kg de café da Colômbia.

Equações completas do 2.º grau

Praticar – páginas 114 a 119

1.
1.1. $x^2 - 4x + 8 = (x^2 - 4x) + 8 =$
$= (x^2 - 4x + \mathbf{4}) + 8 - \mathbf{4} =$
$= (x - \mathbf{2})^2 + \mathbf{4}$
1.2. $x^2 + 16x - 5 = (x^2 + 16x) - \mathbf{5} =$
$= (x^2 - 16x + \mathbf{64}) - \mathbf{5} - \mathbf{64} =$
$= (\mathbf{x} + \mathbf{8})^2 - \mathbf{69}$

2.
2.1. $x^2 - 10x + 12 = (x^2 - 10x) + 12 =$
$= (x^2 - 10x + 25) + 12 - 25 =$
$= (x - 5)^2 - 13$
2.2. $x^2 + 8x = (x^2 + 8x + 16) + 16 =$
$= (x - 4)^2 - 16$
2.3. $x^2 - 2x + 12 = (x^2 - 2x) + 12 =$
$= (x^2 - 2x + 1) + 12 - 1 =$
$= (x - 1)^2 + 11$
2.4. $x^2 - x + 15 = (x^2 - x) + 15 =$
$= \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + 15 - \frac{1}{4} =$
$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{59}{4}$

3. $2x^2 + 2x - 12 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - 6 - \frac{1}{4} = 0$
$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$
$\Leftrightarrow x - \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{25}{4}} \lor x + \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{25}{4}}$
$\Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \lor x + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$
$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \lor x = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}$
$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2} \lor x = -\frac{6}{2}$
$\Leftrightarrow x = 2 \lor x = -3$

4. [A] $(-2) + (-2) - 1 = 0 \Leftrightarrow -2 + 2 - 1 = 0$
$\Leftrightarrow -1 = 0$ Falso
-2 não é solução da equação $x^2 + x - 1 = 0$.
[B] $(-2)^2 - 3 \times (-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow 4 + 6 + 2 = 0$ Falso
-2 não é solução da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$.
[C] $(-2 + 2)(-2 - 1) = 0 \Leftrightarrow 0 \times (-3) = 0$ Verdadeiro
-2 é solução da equação $(x + 2)(x - 1) = 0$.
$(1 + 2)(1 - 1) = 0 \Leftrightarrow 3 \times 0 = 0$ Verdadeiro
1 é solução da equação $(x + 2)(x - 1) = 0$
{–2; 2} é o conjunto-solução da equação.
[D] $(-2 - 2)(-2 + 1) = 0 - 4 \times (-1) = 0$ Falso
-2 não é solução da equação $(x - 2)(x + 1) = 0$
$(1 - 2)(1 + 1) = 0 \Leftrightarrow (-1) \times 2 = 0$ Falso
Assim, 1 não é solução da equação $(x - 2)(x + 1) = 0$.
Logo, a opção correta é a [C].

5.
5.1. $x^2 + 4x + 3 = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$
$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 2}{2}$
$\Leftrightarrow x = \frac{-4 - 2}{2} \lor x = \frac{-4 + 2}{2}$
$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{2} \lor x = -\frac{2}{2}$
$\Leftrightarrow x = -3 \lor x = -1$
C.S. = {–3, –1}
5.2. $2k^2 - 50 = 0$
$\Leftrightarrow 2k^2 = 50$
$\Leftrightarrow k^2 = \frac{50}{2}$
$\Leftrightarrow k^2 = 25$
$\Leftrightarrow k = -\sqrt{25} \lor k = \sqrt{25}$
$\Leftrightarrow k = -5 \lor k = 5$
C.S. = {–5, 5}
5.3. $c^2 + 12 = 7c$
$\Leftrightarrow c^2 - 7c + 12 = 0$
$\Leftrightarrow c = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 12}}{2 \times 1}$
$\Leftrightarrow c = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 48}}{2}$

$\Leftrightarrow\ c = \frac{7 \pm 1}{2}$

$\Leftrightarrow\ c = \frac{8}{2}\ \vee\ c = \frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow\ c = 4\ \vee\ c = 3$

C.S. $= \{3, 4\}$

5.4. $(3t + 1)(2t - 1) = 0$

$\Leftrightarrow\ 3t + 1 = 0\ \vee\ 2t - 1 = 0$

$\Leftrightarrow\ 3t = -1\ \vee\ 2t = 1$

$\Leftrightarrow\ t = -\frac{1}{3}\ \vee\ t = \frac{1}{2}$

C.S. $= \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$

5.5. $x^2 - 5x - 14 = 0$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-14)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{5 - 9}{2}\ \vee\ x = \frac{5 + 9}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = -\frac{4}{2}\ \vee\ x = \frac{14}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = -2\ \vee\ x = 5$

C.S. $= \{-2, 7\}$

5.6. $x^2 - x = 0$

$\Leftrightarrow\ x(x - 9) = 0$

$\Leftrightarrow\ x = 0\ \vee\ x - 9 = 0$

$\Leftrightarrow\ x = 0\ \vee\ x = 9$

C.S. $= \{0, 9\}$

5.7. $2x^2 + 5x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-7)}}{2 \times 2}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{4}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-5 - 9}{4}\ \vee\ x = \frac{-5 + 9}{4}$

$\Leftrightarrow\ x = -\frac{14}{4}\ \vee\ x = \frac{4}{4}$

$\Leftrightarrow\ x = -\frac{7}{2}\ \vee\ x = 1$

C.S. $= \left\{-\frac{7}{2}, 1\right\}$

5.8. $a^2 - 8a + 7 = 0$

$\Leftrightarrow\ a = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 7}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow\ a = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2}$

$\Leftrightarrow\ a = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2}$

$\Leftrightarrow\ a = \frac{8 - 6}{2}\ \vee\ a = \frac{8 + 6}{2}$

$\Leftrightarrow\ a = \frac{2}{2}\ \vee\ a = \frac{14}{2}$

$\Leftrightarrow\ a = 1\ \vee\ a = 7$

C.S. $= \{1, 7\}$

5.9. $x(x - 1) = 6 - 2x - 4x^2$

$\Leftrightarrow\ x^2 - x - 6 + 2x + 4x^2 = 0$

$\Leftrightarrow\ 5x^2 - x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 5 \times (-6)}}{2 \times 5}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 121}}{10}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{-1 \pm 11}{10}$

$\Leftrightarrow\ x = -\frac{12}{10}\ \vee\ x = \frac{10}{10}$

$\Leftrightarrow\ x = -\frac{6}{5}\ \vee\ x = 1$

C.S. $= \left\{-\frac{6}{5}, 1\right\}$

5.10. $2(x^2 - 2x) = 16$

$\Leftrightarrow\ x^2 - 2x = 8$

$\Leftrightarrow\ x^2 - 2x - 8 = 0$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = \frac{2 - 6}{2}\ \vee\ x = \frac{2 + 6}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = -2\ \vee\ x = 4$

C.S. $= \{-2, 4\}$

6. Para determinar as coordenadas dos pontos A e B, basta resolver a equação.

$x^2 = -x + 12$

$\Leftrightarrow\ x^2 + x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{49}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm 7}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1-7}{2} \lor x = \dfrac{-1+7}{2}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{8}{2} \lor x = \dfrac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x = -4 \lor x = 3$

C.S. = $\{-4, 3\}$

Como a abcissa do ponto A é -4, então a ordenada é 16 ($y = (-4)^2 \Leftrightarrow y = 16$).

Logo, $A\,(-4, 16)$.

A abcissa do ponto B é 3, então $y = 3^2 \Leftrightarrow y = 9$, a ordenada é 9.

Logo, $B\,(3, 9)$.

R.: $A(-4, 16)$ e $B(3, 9)$

7. Para determinar o número de soluções de uma equação do 2.º grau é necessário verificar o sinal do binómio discriminante $\triangle = b^2 - 4ac$.

7.1. $x^2 + 4x + 12 = 0$, $a = 1$, $b = 4$ e $c = 12$

$\triangle = 4^2 - 4 \times 1 \times 12$

$= 16 - 48$

$= -32$

$\triangle < 0$, então a equação $x^2 + 4x + 12 = 0$ é impossível, logo não tem soluções.

7.2. $2x^2 - 3x - 8 = 0$, $a = 2$, $b = -3$ e $c = -8$

$\triangle = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-8) =$

$= 9 + 64 =$

$= 3$

Como $\triangle > 0$, então a equação é possível. Logo, tem duas soluções distintas.

7.3. $x^2 - \sqrt{24}x + 6 = 0$, $a = 1$, $b = -\sqrt{24}$ e $c = 6$.

$\triangle = (-\sqrt{24})^2 - 4 \times 1 \times 6 =$

$= 24 - 24 =$

$= 0$

$\triangle = 0$, então a equação é possível e tem apenas uma solução.

8. Duas equações são equivalentes se tiverem o mesmo conjunto solução.

$x^2 - x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 + \sqrt{1 + 24}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{25}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm 5}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1-5}{2} \lor x = \dfrac{1+5}{2}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{4}{2} \lor x = \dfrac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x = -2 \lor x = 3$

C.S. = $\{-2, 3\}$

[A] $x^2 + x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm 5}{2}$

$\Leftrightarrow x = -3 \lor x = 2$

C.S. = $\{-3, 2\}$

$x^2 + x - 6 = 0$ não é equivalente à equação dada.

[B] $x^2 - x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{-23}}{2}$ equação impossível. C.S. = { }

$x^2 - x + 6 = 0$ não é equivalente à equação dada.

[C] $7(x - 3)(x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \lor x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3 \lor x = -2$

$7(x - 3)(x + 2) = 0$ é equivalente à equação dada.

[D] $2(x + 3)(x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \lor x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = -3 \lor x = 2$

C.S. = $\{-3, 2\}$

$2(x + 3)(x - 2) = 0$ é equivalente à equação dada.

Logo, a opção correta é a [C].

9. Verificar se 4 é solução, é substituir o x por 4,

$2 \times 4^2 - 7 \times 4 + 3 \Leftrightarrow 2 \times 16 - 28 + 3 = 0 \Leftrightarrow 7 = 0$

Falso. 4 não é solução da equação $2x^2 - 7x + 3 = 0$

10. $g(x) = x^2 - 5x + 6$

Se a imagem é 0, então $g(x) = 0$.

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2} \vee x = \frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 3$

C.S. = {2, 3}

R.: Os objetos 2 e 3 têm imagem 0.

11. $x^2 - 6x + k = 0$

11.1. Se $k = 0$

$x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 6) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 6$

C.S. = {0, 6}

11.2. Se $x = 5$

$5^2 - 6 \times 5 + k = 0 \Leftrightarrow 25 - 30k = 0 \Leftrightarrow k = 5$

C.S. = {5}

Substituindo k por 5,

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 4}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \vee x = \frac{10}{2}$

$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 5$

C.S. = {1, 5}

A outra solução é 1.

12. Seja ℓ a largura do terremo e c o comprimento do terreno.

$\ell = c - 160$ e $A = 8000$ então,

$\begin{cases} \ell = c - 160 \\ c \times \ell = 8000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c(c - 160) - 8000 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c^2 - 160c - 8000 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ \frac{160 \pm \sqrt{(160)^2 - 4 \times 1 \times (-8000)}}{2 \times 1} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ \frac{160 \pm 240}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c = -45 \vee c = 200 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \ell = 200 - 160 \\ \text{———} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ell = 40 \\ c = 200 \end{cases}$

R.: O terreno tem 40 metros de largura e 200 metros de comprimento.

13. A área do retângulo é dada por $A = b \times h$ ou seja, $A(2x - 23) \times (x + 6)$.

A área do quadrado é dada por $A = \ell^2$, ou seja, $A = (x - 4)^2$.

Como os dois polígonos têm a mesma área

$(2x - 23)(x + 6) = (x - 4)^2$

Resolvendo a equação, obtemos

$2x^2 + 12x - 23x - 138 = x^2 - 8x + 16$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x^2 + 12x - 23x + 8x - 138 - 16 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 154 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-154)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{625}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3 - 25}{2} \vee x = \frac{3 + 25}{2}$

$\Leftrightarrow x = -11 \vee x = 14$

Como $2x - 23 > 0$, então $x > \frac{23}{2}$. Logo, $x = 14$.

R.: $x = 14$

14. Recorrendo ao sistema,

$\begin{cases} x - 3y \\ x \times y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 3y \times y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y^2 = 16 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \times (-4) \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \times 4 \\ y = 4 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

C.S. = {(–12, –4), (12, 4)}

R.: Como os números são positivos, então são 12 e 4.

15.

15.1. $2x^2 - 20x + 5 = (2x^2 - 20x) + 5 =$
$= 2(x^2 - \mathbf{10x}) + 5 =$
$= 2(x^2 - \mathbf{10x} + \mathbf{25}) + 5 - \mathbf{50} =$
$= 2(\mathbf{x} - \mathbf{5})^2 - \mathbf{45}$

15.2. $3x^2 + 12x - 1 = (3x^2 + 12x) - 1 =$
$= 3(x^2 - \mathbf{4x}) - 1 =$
$= 3(x^2 + \mathbf{4x} + \mathbf{4}) - 1 - \mathbf{12} =$
$= 3(x + \mathbf{2})^2 - \mathbf{13}$

16

16.1. $2x^2 + 20x - 1 = (2x^2 + 20) - 1 =$
$= 2(x^2 + 10) - 1 =$
$= 2(x^2 + 10x + 25) - 1 - 50 =$
$= 2(x + 5)^2 - 51$

16.2. $3x^2 - 18x + 15 = (3x^2 - 18x) + 15 =$
$= 3(x^2 - 6x) + 15 =$
$= 3(x^2 - 6x + 9) + 15 - 27 =$
$= 3(x - 3)^2 - 12$

16.3. $-x^2 - 4x - 20 = (-x^2 - 4x) - 20 =$
$= -(x^2 + 4x) - 20 =$
$= -(x^2 + 4x + 4) - 20 + 4 =$
$= -(x + 2)^2 - 16$

16.4. $4x^2 - 4x - 17 = (4x^2 - 4x) - 17 =$
$= 4(x^2 - x) - 17 =$
$= 4\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - 17 - 1 =$
$= 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 18$

17.

17.1. $(x - 4)^2 = 25$
$\Leftrightarrow x = -4 = -\sqrt{25} \vee x - 4 = \sqrt{25}$
$\Leftrightarrow x - 5 + 4 \vee x = 5 + 4$
$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 9$
C.S. = {–1, 9}

17.2. $x^2 + 8x - 9 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + 8x = 9$
$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 9 + 16$
$\Leftrightarrow (x + 4)^2 = 25$
$\Leftrightarrow x + 4 = -\sqrt{25} \vee x + 4 = \sqrt{25}$
$\Leftrightarrow x = -5 - 4 \vee x = 5 - 4$
$\Leftrightarrow x = -9 \vee x = 1$
C.S. = {–9, 1}

17.3. $x^2 = 4(x + 3)$
$\Leftrightarrow x^2 = 4x + 12$
$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 12$
$\Leftrightarrow x - 4x + 4 = 12 + 4$
$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 16$
$\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{16} \vee x - 2 = \sqrt{16}$
$\Leftrightarrow x = -4 + 2 \vee x = 4 + 2$
$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 6$
C.S. = {–2, 6}

17.4. $3x^2 - 30x + 75 = 0$
$\Leftrightarrow 3(x^2 - 10x) + 75 = 0$
$\Leftrightarrow 3(x^2 - 10x + 25) + 75 - 75 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$
$\Leftrightarrow x - 5 = 0$
$\Leftrightarrow x = 5$
C.S. = {5}

18.

18.1. $(x + 2)^2 = 3x\left(x + \frac{2}{3}\right)$
$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 2x$
$\Leftrightarrow x^2 - 3x^2 + 4x - 2x + 4 = 0$
$\Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-2) \times 4}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 6}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{-4} \vee x = \frac{-8}{-4}$$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$
C.S. = {–1, 2}

18.2. $\frac{(2x - 2)^2}{24} - \frac{4}{\underset{(\times 2)}{12}} - \frac{2x}{\underset{(\times 8)}{3}} = \underset{(\times 24)}{1}$
$\Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 4 - 8 - 16x = 24$
$\Leftrightarrow 4x^2 - 24x - 28 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \times 4 \times (-28)}}{2 \times 4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{24 \pm \sqrt{1024}}{8}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{24 - 32}{8} \vee x = \frac{24 + 32}{8}$$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 7$
C.S. = {–1, 7}

18.3. $(x + 3)^2 + 2 = 2x^2 + x + 5$

$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + 2 - 2x^2 - x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + 5x + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-1) \times 6}}{2 \times (-1)}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm 7}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-12}{-2} \vee x = \dfrac{2}{-2}$

$\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -1$

C.S. = $\{-1, 6\}$

18.4. $2(x - 1)(x + 1) = 3x$

$\Leftrightarrow 2(x^2 - 1) - 3x = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 2 - 3x = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{3 \pm 5}{4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{3 - 5}{4} \vee x = \dfrac{3 + 5}{4}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2} \vee x = 2$

C.S. = $\left\{-\dfrac{1}{2}, 2\right\}$

19. Como o ponto A pertence ao gráfico da função f, para determinar o valor de a basta substituir x e y na expressão $f(x) = 2x - 3$, pelas coordenadas do ponto A. Ou seja,

$f(x) = 2x - 3$

$y = 2x - 3$

$\Leftrightarrow a^2 = 2\left(\dfrac{a + 15}{2}\right) - 3$

$\Leftrightarrow a^2 = a + 15 - 3$

$\Leftrightarrow a^2 - a - 12 = 0$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{1 + \sqrt{1 + 48}}{2}$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{1 \pm \sqrt{49}}{2}$

$\Leftrightarrow a = \dfrac{1 \pm 7}{2}$

$\Leftrightarrow a = -\dfrac{6}{2} \vee a = \dfrac{8}{2}$

$\Leftrightarrow a = -3 \vee a = 4$

C.S. = $\{-3, 4\}$

Se $a - 3$, $A\left(\dfrac{-3 + 15}{2}; (-3)^2\right) = (6,9)$

Se $a = 4$, $A\left(\dfrac{4 + 15}{2}, 4^2\right) = \left(\dfrac{19}{2}, 16\right)$

20.

20.1. A equação tem uma solução dupla se $\triangle = 0$, então, como $\triangle = b^2 - 4ac$, temos $b^2 - 4ac = 0$.

$(-1)^2 - 4 \times 2 \times k = 0$

$\Leftrightarrow -8k = -1$

$\Leftrightarrow k = \dfrac{1}{8}$

C.S. = $\left\{\dfrac{1}{8}\right\}$

R.: $k > \dfrac{1}{8}$

20.2. A equação admite duas soluções distintas se $\triangle > 0$, ou seja,

$-8k + 1 > 0$

$\Leftrightarrow -8k > -1$

$\Leftrightarrow 8k < 1$

$\Leftrightarrow k < \dfrac{1}{8}$

C.S. = $\left]-\infty, \dfrac{1}{8}\right[$

R.: $k \in \left]+\infty, \dfrac{1}{8}\right[$

20.3. A equação é impossível se $\triangle < 0$, ou seja,

$-8k + 1 < 0$

$\Leftrightarrow -8k < -1$

$\Leftrightarrow k = \dfrac{1}{8}$

C.S. = $\left]\dfrac{1}{8}, +\infty\right[$

R.: $k \in \left]\dfrac{1}{8}, +\infty\right[$

20.4. Se -5 é solução da equação então

$2 \times (-5)^2 - (-5) + k = 0$

$\Leftrightarrow 2 \times 25 + 5 + k = 0$

$\Leftrightarrow k = -55$

C.S. = $\{-55\}$

R.: $k = -55$

21. Como $A_{sombreado} = A_{[ACEF]} - A_{[BCDG]}$, então

$A_{[ACEF]} = x \times x = x^2$ cm^2

$A_{[BCDG]} = 10^2 = 100$ cm^2

$A_{[ACEF]} - A_{[BCDG]} = x^2 - 100$

Com a área da região sombreada é igual a 156 cm^2, então

$x^2 - 100 = 156$

$\Leftrightarrow x^2 = 256$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{256}$

$\Leftrightarrow x = -16 \vee x = 16$

Como $x > 10$, então $x = 16$.

R.: $x = 16$ cm

22. Como 4 é solução da equação, basta substituir x por 4.

$-k \times 4^2 + 4(4 + 4) = 0$

$\Leftrightarrow -16k + 32 = 0$

$\Leftrightarrow k = 2$

C.S. = {2}

Substituindo k por 2 na equação $-kx^2 + 4(x + 4) = 0$ obtemos: $-2x^2 + 4x + 16 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-2) \times (16)}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{144}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 - 12}{-4} \vee x = \frac{-4 + 12}{-4}$$

$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$

C.S. = {–2, 4}

R.: A outra soluçao é –2.

23. $y = x^2$ e $y = 2(x + 1)^2 - 7$

Para determinar a abcissa do ponto de interseção das duas parábolas, basta resolver a equação.

$x^2 = 2(x + 1)^2 - 7$

$\Leftrightarrow x^2 = 2(x^2 + 2x + 1) - 7$

$\Leftrightarrow x^2 = 2x^2 + 4x + 2 - 7$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 - 4x - 2 + 7 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times (-1) \times 5}}{2 \times (-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 6}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{-2} \vee x = \frac{10}{-2}$$

$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = -5$

C.S. = {–5, 1}

Como a abcissa do ponto A é 1, então a ordenada é $y = 1^2 \Leftrightarrow y = 1$

R.: As coordenadas do ponto A são (1, 1).

24. Considerando x e y as dimensões do terreno e sabendo que o terreno tem 3200 m^2 de área, obtemos a equação $x \times y = 3200$.

Como foi utilizado 220 metros de rede,

$2x + y + y - 20 = 220$

$\Leftrightarrow 2x + 2y = 240$

$\Leftrightarrow x + y = 120$

Escrevendo o sistema

$$\begin{cases} x \times y = 3200 \\ x + y = 120 \end{cases}$$

Para obter o valor de x e o valor de y resolvemos o sistema

$$\begin{cases} x \times y = 3200 \\ x + y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (120 - y) \times y = 3200 \\ x = 120 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 120y - y^2 = 3200 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 120y + 3200 = 0 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \times 1 \times 3200}}{2 \times 1} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{120 \pm \sqrt{14\,400 - 12\,800}}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x = \dfrac{120 \pm 40}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 80 \\ x = 40 \end{cases}$$

R.: As dimensões do terreno são 40 metros de largura e 80 metros de comprimento.

25. A área atual do parque é 700 m^2, ou seja, $20 \times y = 700$.

O novo parque terá 1000 m^2 de área, ou seja, $(x + 20) \times (x + y) = 1000$

Como $20 \times y = 700$ então $y = 35$.

Substituindo o y por 35 na equação $(x + 20) \times (x + y) = 1000$ obtemos

$(x + 20) \times (x + 35) = 1000$

$\Leftrightarrow x^2 + 35x + 20x + 700 - 1000 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 55x - 300 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \times 1 \times (-300)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm \sqrt{3025 + 1200}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm \sqrt{4225}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm 65}{2}$

$\Leftrightarrow x = -60 \ \vee \ x = 5$

C.S. = $\{-60, 5\}$

Como $x > 0$ então $x = 5$.

$x + 20 = 5 + 20 = 25$ e $y + x = 35 + 5 = 40$

R.: As dimensões do novo parque de estacionamento são 25 metros de largura e 40 metros de comprimento.

26. Como $x = -2 \ \vee \ x = 5$, então $(x + 2)(x - 5) = 0$, simplificando a equação temos

$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$

27.

27.1. Substituindo k por 2, obtemos

$-2x^2 - 2x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-2) \times 4}}{2 \times (-2)}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2 \pm 6}{-4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4}{4} \vee x = \dfrac{8}{-4}$

$\Leftrightarrow x = 1 \ \vee \ x = -2$

C.S. = $\{-2, 1\}$

27.2. Uma equação do 2.º grau admite duas soluções distintas se $\triangle > 0$, então

$b^2 - 4ac = (-k)^2 - 4 \times (-2) \times 4 = k^2 + 32$

$k^2 + 32$ é sempre maior do que zero.

28. Escrevendo o sistema,

$\begin{cases} x + y = 4 \\ x \times y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ (4 - y)y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 4y - y^2 = 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -y^2 + 4y - 3 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y = \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-1) \times (-3)}}{2 \times (-1)} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

Obtêm-se os pontos (1, 3) e (3, 1).

Se $x = 1$ e $y = 3$, $2x - 3y = 2 \times 1 - 3 \times 3 = -7$.

Se $x = 3$ e $y = 1$, $2x - 3y = 2 \times 3 - 3 \times 1 = 3$.

29. Uma equação do 2.º grau admite duas soluções distintas se $\triangle > 0$, então $(-a)^2 - 4(-1) \times 5 = a^2 + 20$.

$a^2 + 20$ é sempre maior do que zero.

30. Como a equação admite duas soluções distintas, $\triangle > 0$, com $a = 2$, $b = 3$ e $c = -b$.

$\triangle = 3^2 - 4 \times 2 \times (-b) = 9 + 8b$

Por exemplo, se $b = 1$, $9 + 8b > 0$.

31. $(x^2 + 12x + 32)(x^2 - 5) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 12x + 32 = 0 \ \vee \ x^2 - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-12 \pm 1\sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (32)}}{2 \times 1} \vee x^2 = 5$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{144 - 128}}{2} \vee x = \pm\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-12 \pm \sqrt{16}}{2} \vee x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-12 - 4}{2} \vee x = \dfrac{-12 + 4}{2} \vee x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow x = -8 \ \vee \ x = -4 \ \vee \ x = -\sqrt{5} \ \vee \ x = \sqrt{5}$

C.S. = $\{-8, -4, -\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

$-8 \times (-4) \times (-\sqrt{5}) \times \sqrt{5} = -160$

32. Considerando c o comprimento e ℓ a largura, como o seu comprimento é igual a 200 cm, então $2c + 2\ell = 200$.

Se a área é igual a 2400 cm^2, $c \times \ell = 2400$.

O sistema que traduz o enunciado é

$\begin{cases} 2c + 2c = 200 \\ c \times \ell = 2400 \end{cases}$

Resolvendo o sistema, obtém-se:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = \dfrac{200 - 2\ell}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 100 - \ell \\ (100 - \ell) \times \ell = 2400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 100\ell - \ell^2 - 2400 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ -\ell^2 + 100\ell - 2400 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ \ell = \dfrac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \times (-1) \times (-2400)}}{2 \times (-1)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ \ell = \dfrac{-100 \pm \sqrt{400}}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ \ell = \dfrac{-100 \pm 20}{-2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 100 - 60 \\ \ell = 60 \end{cases} \vee \begin{cases} c = 100 - 40 \\ \ell = 40 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 40 \\ \ell = 60 \end{cases} \vee \begin{cases} c = 60 \\ \ell = 40 \end{cases}$$

R.: As dimensões do retângulo são 40 cm de largura e 60 cm de comprimento.

33.

33.1. Os pontos A e B são os pontos de interseção dos dois gráficos, então:

$-x^2 + 2 = -x$

$\Leftrightarrow -x^2 + x + 2 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times (-1) \times 2}}{2 \times (-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{-2}$$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$

C.S. = $\{-1, 2\}$

As abcissas dos pontos A e B são respetivamente -1 e 2.

Para determinar as ordenadas, basta substituir o valor de cada uma das abcissas numa das equações,

$y_A = -(-1) = 1$, a ordenada de A é 1.

$y_B = -2 = -2$, a ordenada de B é -2.

Logo, $A(-1, 1)$ e $B(2, -2)$.

33.2. Os pontos C e D têm ordenada nula e pertencem ao gráfico de função f.

Basta substituir y por zero e determinar as abcissas de C e de D.

$y = -x^2 + 2 \Leftrightarrow -x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 = -2$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \Leftrightarrow x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$

C.S. = $\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

As abcissas dos pontos C e D são respetivamente $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$.

$C(-\sqrt{2}, 0)$ $D(\sqrt{2}, 0)$

$$A_{[BCD]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[BCD]} = \frac{2 \times \sqrt{2} \times 2}{2} = 2\sqrt{2}$$

R.: $A_{[BCD]} = 2\sqrt{2}$ u.a.

34.

34.1. A área do quadrado de lado $[AP]$ é igual a $3^2 = 9$ u.a.

34.2. $\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{AP}$

$\overline{PB} = 12 - x$

Então a área do quadrado de lado $[PB]$ é igual a $(12 - x)^2$

$A = (12 - x)^2$

34.3. A área do quadrado de lado $[PB]$ é igual a $(12 - x)^2$.

A área do quadrado de lado $[AP]$ é igual a x^2.

Então, $(12 - x)^2 = 25 \times x^2$.

Para determinar o valor de x basta resolver a equação anterior.

$144 - 24x + x^2 - 25x^2 = 0$

$\Leftrightarrow -24x^2 - 24x + 144 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = 2$

C.S. = $\{-3, 2\}$

Como $0 < x < 12$, então $x = 2$.

35

35.1. Recorrendo ao teorema de Pitágoras,

$h^2 = c_1^2 + c_2^2$

$5^2 = 3^2 + \overline{CD}^2$

$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 25 - 9$

$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 16$

$\Leftrightarrow \overline{CD} = \pm\sqrt{16} \underset{\overline{CD}>0}{\Leftrightarrow} \overline{CD} = 4$

R.: $\overline{CD} = 4$ u.c.

35.2. Como os triângulos são semelhantes, então

$$\frac{h}{4} = \frac{3 - \frac{x}{2}}{3} \Leftrightarrow 3h = 12 - 4\frac{x}{2}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{12 - 2x}{3}$$

$$\Leftrightarrow h = 4 - \frac{2}{3}x$$

35.3. $A_{\text{total}} = A_{[ABC]} = \frac{b \times h}{2}$

$A_{[ABC]} = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12$ u.a.

A área ocupada pelo preçário é dada por $A_{\square} = b \times h$.

$$x \times h = x \times \left(4 - \frac{2}{3}x\right) = 4x - \frac{2}{3}x^2$$

A área destinada às fotografias é igual à diferença entre a área total e a área do preçário. Então,

$$12 - \left(4x - \frac{2}{3}x^2\right) = \frac{2}{3}x^2 - 4x + 12$$

35.4. Como a expressão de área do preçário é igual a $4x - \frac{2}{3}x^2$, então $4x - \frac{2}{3}x^2 = 6$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 12x - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times (-2) \times (-18)}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

C.S. = {3}

R.: $x = 3$

36.

36.1. Como a abcissa de A é x e pertence ao gráfico da função $y = 2x^2$, então $A(x, 2x^2)$.

36.2. Os pontos A e B têm a mesma ordenada, então $B(0, 18)$. Como A pertence ao gráfico da função $y = 2x^2$, então $2x^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$

$\Leftrightarrow x = 3\ (x > 0)$

Logo, $A(3, 9)$.

$$A_{[AOB]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[AOB]} = \frac{18 \times 9}{2} = 81 \text{ u.a.}$$

36.3. Como B tem a mesma ordenada que A, então $B(0, 2x^2)$.

Logo, $A_{[AOB]} = \frac{x \times 2x^2}{2} = x^3$

37. A caixa tem 588 cm³ de volume e os quadrados cortados têm 9 cm² de área

$\sqrt{9} = 3$ cm, lado do quadrado recortado

$x - 6$, lado da base da caixa

$V = 588$

$$(x - 6)(x - 6) \times 3 = 588$$

$$\Leftrightarrow 3 \times (x^2 - 12x + 36) - 588 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x + 108 - 588 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x - 480 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \times 3 \times (-480)}}{2 \times 3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{1296 + 5760}}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm 84}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = -8 \vee x = 20$$

$$\underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = 20 \text{ cm}$$

R.: A folha de papel tinha 20 cm de lado.

38.

38.1. Para determinar a altura do 2.º poste, basta substituir x por 30 na expressão $\frac{1}{40}(x - 10)^2 + 5$, ou seja,

$$\frac{1}{40}(30 - 10)^2 + 5 = \frac{1}{40} \times 20^2 + 5 = \frac{400}{40} + 5 = 15$$

R.: O 2.º poste tem 15 metros de altura.

38.2. Se o ponto situa-se a 5 metros de altura, basta igualar a expressão $\frac{1}{40}(x - 10)^2 + 5$ a 5, e resolver a equação

$$\frac{1}{40}(x - 10)^2 + 5 = 5$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{40}(x - 10)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

C.S. = {10}

R.: O ponto situa-se a 10 metros de distância do 1.º poste.

$\Leftrightarrow\ (x-10)^2 = 0$
$\Leftrightarrow\ x - 10 = 0$
$\Leftrightarrow\ x = 10$
C.S. = {10}
R.: O ponto situa-se a 10 metros de distância do 1.º poste.

Relação de ordem. Intervalos. Inequações

Praticar – páginas 124 a 129

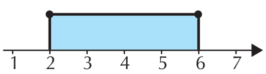
1.
1.1. Se $y < 11 \Leftrightarrow y + 4 < 11 + 4 \Leftrightarrow y + 4 < 15$
1.2. Se $y < 11 \Leftrightarrow 2y < 11 \times 2 \Leftrightarrow 2y < 22$
1.3. Se $y < 11 \Leftrightarrow 5y < 11 \times 5 \Leftrightarrow 5y < 55$
$\Leftrightarrow 5y - 10 < 55 - 10 \Leftrightarrow 5y - 10 < 45$

2.
2.1. $-5 < x < 10$
$\Leftrightarrow -5 - 3 < x - 3 < 10 - 3$
$\Leftrightarrow -8 < x - 3 < 7$
2.2. $-5 < x < 10$
$\Leftrightarrow -5 \times 2 < 2x < 10 \times 2$
$\Leftrightarrow -10 < 2x < 20$
2.3. $-5 < x < 10$
$\Leftrightarrow -5 \times 4 < 4x < 10 \times 4$
$\Leftrightarrow -20 < 4x < 40$
$\Leftrightarrow -20 - 1 < 4x - 1 < 40 - 1$
$\Leftrightarrow -21 < 4x - 1 < 39$

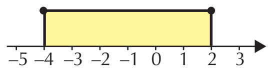
3.
3.1. O perímetro é igual à soma de todos os lados
$P = 1 + 1 + \sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$
3.2. Se $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$ então
$2 + 1{,}414 < 2 + \sqrt{2} < 2 + 1{,}415$
$\Leftrightarrow 3{,}414 < 2 + \sqrt{2} < 3{,}415$

4.
4.1. $a > b \Leftrightarrow 2 \times a > 2 \times b$
4.2. $a > b \Leftrightarrow -a < -b$
4.3. $a > b \Leftrightarrow 3a > 3b \Leftrightarrow -3a < -3b$
4.4. $a > b \Leftrightarrow a - 3 > b - 3$
4.5. $a > b \Leftrightarrow -a < -b \Leftrightarrow -a + 5 < -b + 5$
4.6. $a > b \Leftrightarrow 3a > 3b \Leftrightarrow 3a - 2 > 3b - 2$

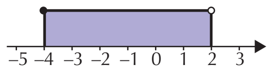
5.
5.1. [2, 6]



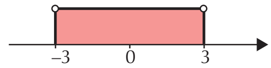
5.2. [–4, 2]



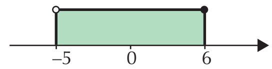
5.3. [–4, 2[



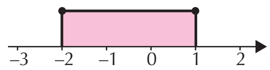
5.4.]–3, 3[



5.5.]–5, 6]



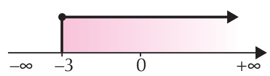
5.6. [–2, 1]



6.
6.1. $x > -3 \ \wedge\ x \leq 1 \Leftrightarrow -3 < x \leq 1$
R.:]–3, 1] e $-3 < x \leq 1$
6.2. $x \geq -7 \ \wedge\ x \leq -5 \Leftrightarrow -7 \leq x \leq -5$
R.: [–7, –5] e $-7 \leq x \leq -5$
6.3.]–7, + ∞[e $x > -7$
6.4.]–∞, 3] e $x \leq 3$
6.5. $x > -11 \ \wedge\ x \leq -3 \Leftrightarrow -11 < x \leq -3$
R.:]–11, –3] e $-11 < x \leq -3$
6.6.]–∞, 700] e $x \leq 700$

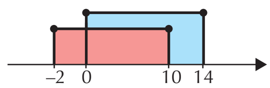
7.
7.1.

7.2.

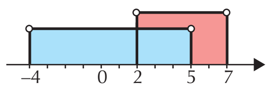


8. $C = [-2, \sqrt{10}[,\ \sqrt{10} \approx 3{,}16$
8.1. São todos os números inteiros compreendidos entre –2 e 3, ou seja, –2, –1, 0, 1, 2 e 3.
8.2. $c = \{x \in \mathbb{R}: \mathbf{-2} \leq x \leq \mathbf{\sqrt{10}}\}$

9.
9.1. Geometricamente:

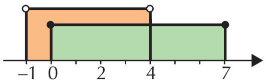


Na forma de intervalo: [0, 10]
9.2. Geometricamente:



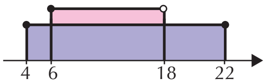
Na forma de intervalo:]–4, 7[

9.3. Geometricamente:



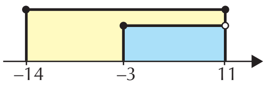
Na forma de intervalo:]–1, 7]

9.4. Geometricamente:



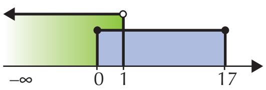
Na forma de intervalo: [6, 18]

9.5. Geometricamente:



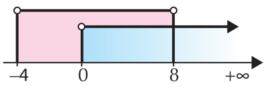
Na forma de intervalo: [–3, 11[

9.6. Geometricamente:



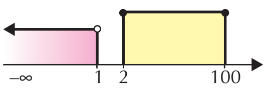
Na forma de intervalo:]–∞, 17]

9.7. Geometricamente:



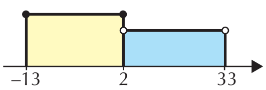
Na forma de intervalo:]–4, +∞[

9.8. Geometricamente:



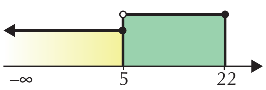
Na forma de intervalo: ∅

9.9. Geometricamente:



Na forma de intervalo: {2}

9.10. Geometricamente:



Na forma de intervalo:]–∞, 22]

10.

10.1. $2x - 3 \geq 3$

$\Leftrightarrow 2x \geq 3 + 3$

$\Leftrightarrow 2x \geq 6$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x \geq 3$

C.S. = $[3, +\infty[$

10.2. $5f - 10 < 0$

$\Leftrightarrow 5f < 10$

$\Leftrightarrow f < \frac{10}{5}$

$\Leftrightarrow f < 2$

C.S. = $]-\infty, 2[$

10.3. $5g + 2 < 14 - g$

$\Leftrightarrow 5g + g > 14 - 2$

$\Leftrightarrow 6g > 12$

$\Leftrightarrow g > \frac{12}{6}$

$\Leftrightarrow g > 2$

C.S. = $]2, +\infty[$

10.4. $4x - 10 \geq 2x + 16$

$\Leftrightarrow 4x - 2x \geq 16 + 10$

$\Leftrightarrow 2x \geq 26$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{26}{2}$

$\Leftrightarrow x \geq 14$

C.S. = $[13, +\infty[$

10.5. $5x \geq 7x - 8$

$\Leftrightarrow 5x - 7x \geq -8$

$\Leftrightarrow -2x \geq -8$

$\Leftrightarrow 2x \leq 8$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{8}{2}$

$\Leftrightarrow x \leq 4$

C.S. = $]-\infty, 4]$

10.6. $x + 5 > 7 + 3x$

$\Leftrightarrow x - 3x > 7 - 5$

$\Leftrightarrow -2x > 2$

$\Leftrightarrow 2x < -2$

$\Leftrightarrow x < -\frac{2}{2}$

$\Leftrightarrow x < -1$

C.S. = $]-\infty, -1[$

10.7. $3a - 2 < 19 + 49$

$\Leftrightarrow 3a - 4a < 19 + 2$

$\Leftrightarrow -a < 21$

$\Leftrightarrow a > -21$

C.S. = $]-21, +\infty[$

10.8. $3a - 1 \geq a + 4$

$\Leftrightarrow 3a - a \geq 4 + 1$

$\Leftrightarrow 2a > 5$

$\Leftrightarrow a > \frac{5}{2}$

C.S. = $\left]\frac{5}{2}, +\infty\right[$

10.9. $-11a - 11 > -7a + 13$
$\Leftrightarrow\ -11a + 7a > 13 + 11$
$\Leftrightarrow\ -4a > 24$
$\Leftrightarrow\ 4a < -24$
$\Leftrightarrow\ a < -\frac{24}{4}$
$\Leftrightarrow\ a < -6$
C.S. = $]-\infty, -6[$

10.10. $-3(a - 1) < a + 2$
$\Leftrightarrow\ -3a + 3 < a + 2$
$\Leftrightarrow\ -3a - a < 2 - 3$
$\Leftrightarrow\ -4a < -1$
$\Leftrightarrow\ 4a > 1$
$\Leftrightarrow\ a > \frac{1}{4}$
C.S. = $\left]\frac{1}{4}, +\infty\right[$

11.

11.1. $2(x - 6) > -(-x + 4)$
$\Leftrightarrow\ 2x - 12 > x - 4$
$\Leftrightarrow\ 2x - x > -4 + 12$
$\Leftrightarrow\ x > 8$
C.S. = $]8, +\infty[$

11.2. 8 não é solução da inequação porque o intervalo do conjunto solução é aberto em 8, logo 8 não é elemento desses conjunto.

11.3. O menor número inteiro é 9, porque é o menor número inteiro maior do que 8.

12.

12.1. $2x - 1 \geq 7\ \wedge\ 2x \leq 12$
$\Leftrightarrow\ 2x \geq 7 + 1\ \wedge\ x \leq \frac{12}{2}$
$\Leftrightarrow\ 2x \geq 8\ \wedge\ x \leq 6$
$\Leftrightarrow\ x \geq \frac{8}{2}\ \wedge\ x \leq 6$
$\Leftrightarrow\ x \geq 4\ \wedge\ x \leq 6$
$[4, +\infty[\ \cap\ ]-\infty, 6] = [4, 6]$
C.S. = $[4, 6]$

12.2. $3(x - 5) < -15\ \vee\ 2x \geq x - 3$
$\Leftrightarrow\ 3x - 15 < -15\ \vee\ 2x - x \geq -3$
$\Leftrightarrow\ 3x < -15 + 15\ \vee\ x \geq -3$
$\Leftrightarrow\ 3x < 0\ \vee\ x \geq -3$
$\Leftrightarrow\ x < 0\ \vee\ x \geq -3$
$]-\infty, 0[\ \cap\ ]-3, +\infty[\ = \ ]-\infty, +\infty[\ = \mathbb{R}$
C.S. = $\mathbb{R}$

12.3. $-2x - 4 < -8\ \wedge\ 2(x - 3) \leq 4$
$\Leftrightarrow\ -2x < -8 + 4\ \wedge\ 2x - 6 \leq 4$
$\Leftrightarrow\ -2x < -4\ \wedge\ 2x \leq 4 + 6$
$\Leftrightarrow\ 2x < 4\ \wedge\ 2x \leq 10$
$\Leftrightarrow\ x < \frac{4}{2}\ \wedge\ x \leq \frac{10}{2}$
$\Leftrightarrow\ x < 2\ \wedge\ x \leq 5$
$]-\infty, 2[\ \cap\ ]-\infty, 5] = \ ]-\infty, 2[$
C.S. = $]-\infty, 2[$

13. [A] $\sqrt{2}$ é um número irracional.
[B] $-3x > -27\ \Leftrightarrow\ 3x < 27\ \Leftrightarrow\ x < \frac{27}{3}\ \Leftrightarrow\ x < 9$
[C] $\sqrt{13}$ não pertence a A porque o intervalo é aberto em $\sqrt{13}$.
[D] $[-1; 4[\ \cap\ [2; 7] = [2; 4[$, verdadeira.
Logo, a opção correta é a [D].

14. $P = x + x + 2x + 6 + x + 4$, simplificando a expressão $P = 5x + 10$.
Como o perímetro é inferior a 25, $P < 25$
$5x + 10 < 25$
$\Leftrightarrow\ 5x < 25 - 10$
$\Leftrightarrow\ 5x < 15$
$\Leftrightarrow\ x < \frac{15}{5}$
$\Leftrightarrow\ x < 3$
C.S. = $]-\infty, 3[$, como $x > 0$, então $x \in\ ]0, 3[$.

15. Se $a \leq b$ e $b \leq a$, então $a = b$.

16. [A] $a < a\ \Leftrightarrow\ a - a < 0\ \Leftrightarrow\ 0 < 0$ falso
[B] $a \leq a\ \Leftrightarrow\ a - a \leq 0\ \Leftrightarrow\ 0 < 0$, a é um valor indefinido
[C] $a > a\ \Leftrightarrow\ a - a > 0\ \Leftrightarrow\ 0 > 0$ falso
[D] $a > 0$, a é um número positivo.
Logo, a opção correta é a [B].

17. [A] $a - 3 \leq b - 3\ \Leftrightarrow\ a \leq b$ verdadeiro
[B] $-c \leq -d\ \Leftrightarrow\ c \geq d$ falsa, porque $c \leq d$
[C] $a + c \leq b + d$ verdadeiro
[D] $6a \leq 6b\ \Leftrightarrow\ a \leq b$ verdadeiro
Logo, a opção correta é a [B].

18.

18.1. $\left]-\infty, \frac{2}{5}\right[$

18.2. $]3, 5[$

19.

19.1. $\{x \in \mathbb{R}: x > 12\} =]\mathbf{12}, +\infty[$

19.2. $\{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x < \mathbf{17}\} =]\mathbf{-3}, 17[$

19.3. $\{x \in \mathbb{N}: x < 5\} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}\}$

19.4. $\{x \in \mathbb{Z}: -2 < x \leq 2\} = \{\mathbf{-1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}\}$

20. Por exemplo, $\{x \in \mathbb{R}: x \geq -4 \ \wedge \ x < 7\}$.

21. Por exemplo, $\{x \in \mathbb{R}: x > -6 \ \vee \ x < 3\}$.

22. $A_{\text{trapézio}} = \dfrac{B+b}{2} \times h$ ou seja, $\dfrac{2x+1+5x}{2} \times 3$, simplificando-a obtemos

$\dfrac{7x+1}{2} \times 3 = \dfrac{21}{2}x + \dfrac{3}{2}$

Como a área é inferior a 19, temos:

$\dfrac{21}{2}x + \dfrac{3}{2} < 19$

$\Leftrightarrow \ 21x + 3 < 38$

$\Leftrightarrow \ 21x < 38 - 3$

$\Leftrightarrow \ 21x < 35$

$\Leftrightarrow \ x < \dfrac{35}{21}$

$\Leftrightarrow \ x < \dfrac{5}{3}$

C.S. $= \left]-\infty, \dfrac{5}{3}\right[$

Como $x > 0$, então $x \in \left]0, \dfrac{5}{3}\right[$.

23. $4(-d+6) - 5 = -4d + 24 - 5 = -4d + 19$

23.1. Um valor não negativo é um valor superior ou igual a zero.

Logo, $-4d + 19 \geq 0$

$\Leftrightarrow \ -4d \geq -19$

$\Leftrightarrow \ 4d \leq 19$

$\Leftrightarrow \ d \leq \dfrac{19}{4}$

C.S. $= \left]-\infty, \dfrac{19}{4}\right]$

$d \in \left]-\infty, \dfrac{19}{4}\right]$

23.2. Se o valor da expressão pertence ao intervalo $[-3, +\infty[$, então é superior ou igual a -3. Assim,

$-4d + 19 \geq -3$

$\Leftrightarrow \ -4d \geq -3 - 19$

$\Leftrightarrow \ -4d \geq -22$

$\Leftrightarrow \ 4d \leq 22$

$\Leftrightarrow \ d \leq \dfrac{22}{4}$

$\Leftrightarrow \ d \leq \dfrac{11}{2}$

C.S. $= \left]-\infty, \dfrac{11}{2}\right]$

$d \in \left]-\infty, \dfrac{11}{2}\right]$

23.3. Se a expressão assume um valor positivo, então $-4d + 19 > 0$.

Se a expressão é menor do que 10 então $-4d + 19 < 10$. Então, obtemos a conjunção

$-4d + 19 > 0 \ \wedge \ -4d + 19 < 10$

$\Leftrightarrow \ -4d > -19 \ \wedge \ -4d < 10 - 19$

$\Leftrightarrow \ 4d < 19 \ \wedge \ -4d < -9$

$\Leftrightarrow \ d < \dfrac{19}{4} \ \wedge \ 4d > 9$

$\Leftrightarrow \ d < \dfrac{19}{4} \ \wedge \ d > \dfrac{9}{4}$

C.S. $= \left]\dfrac{9}{4}, \dfrac{19}{4}\right]$

Logo, $d \in \left]\dfrac{9}{4}, \dfrac{19}{4}\right]$.

24.

24.1. $A \cap B =]-\infty, 5[\cap [-4, 6[= [-4, 5[$

Logo, a opção correta é a [C].

24.2. a) $A \cap \mathbb{R} =]-\infty, 5[\cap \mathbb{R} =$
$=]-\infty, 5[$

b) $A \cup B =]-\infty, 5[\cup [-4, 6] =$
$=]-\infty, 6]$

c) $B \cap \mathbb{R}^+ = [-4, 6] \cap \mathbb{R}^+ =$
$=]0, 6]$

25. [A] $\sqrt{3} \notin [0, \sqrt{3}[$, porque o intervalo é aberto em $\sqrt{3}$.

[B] $\sqrt{3} \in [\sqrt{2}; 7[$, porque $\sqrt{3} > \sqrt{2}$ e $\sqrt{3} < 7$.

[C] $\sqrt{3} \notin \{\sqrt{2}, 7\}$

[D] $\sqrt{3} \notin \{\sqrt{2} + 1\}$

Logo, a opção correta é a [B].

26. I. $2 - \dfrac{x-6}{3} \geq -(x-3)$

$\Leftrightarrow \ 2 - \dfrac{x-6}{3} \geq -x + 3$

$\Leftrightarrow \ 6 - x + 6 \geq -3x + 9$

$\Leftrightarrow \ -x + 3x \geq 9 - 6 - 6$

$\Leftrightarrow \ 2x \geq -3$

$\Leftrightarrow \ x \geq -\dfrac{3}{2}$

C.S. $= \left[-\dfrac{3}{2}, +\infty\right[$

II. $2(-x + 4) < \frac{x}{2} - 1$

$\Leftrightarrow -2x + 8 < \frac{x}{2} - 1$
$\Leftrightarrow -4x + 16 < x - 2$
$\Leftrightarrow -4x - x < -2 - 16$
$\Leftrightarrow -5x < -18$
$\Leftrightarrow 5x > 18$
$\Leftrightarrow x > \frac{18}{5}$

C.S. $= \left]\frac{18}{5}, +\infty\right[$

III. $3 - \frac{x-1}{2} \leq -3(2 - x) + 1$

$\Leftrightarrow 3 - \frac{x-1}{2} \leq -6 + 3x + 1$
$\Leftrightarrow 6 - x + 1 \leq -12 + 6x + 2$
$\Leftrightarrow -x - 6x \leq -12 + 2 - 6 - 1$
$\Leftrightarrow -7x \leq -17$
$\Leftrightarrow 7x \geq 17$
$\Leftrightarrow x \geq \frac{17}{7}$

C.S. $= \left[\frac{17}{7}, +\infty\right[$

27. Sendo x o número de bilhetes, temos:

$50 + 2x \leq 12x$
$\Leftrightarrow -12x + 2x \leq -50$
$\Leftrightarrow -10x \leq 50$
$\Leftrightarrow 10x \geq 50$
$\Leftrightarrow x \geq 5$

C.S. $= [5, +\infty[$

R.: O Filipe terá de assistir a mais de cinco jogos para que compense tornar-se sócio.

28. Seja x o peso de cada esfera.

$3x + 10 < x + 17$
$\Leftrightarrow 3x - x < 17 - 10$
$\Leftrightarrow 2x < 7$
$\Leftrightarrow x < \frac{7}{2}$

C.S. $= \left]-\infty; \frac{7}{2}\right[$

Cada esfera pesa menos do que 3,5 kg.
Então, $k = 3$.
Logo, a opção correta é a [C].

29. O perímetro do triângulo é dado pela expressão $2x + 2x + 3 + x + 1 = 5x + 4$

O perímetro do hexágono é dado pela expressão $x \times 6 = 6x$.

Então, $5x + 4 > 6x$.
$\Leftrightarrow 5x - 6x > -4$
$\Leftrightarrow -x > -4$
$\Leftrightarrow x < 4$

C.S. $=]-\infty, 4[$

Como $x > 0$ então, $x \in]0, 4[$.

30. [A] A afirmação é verdadeira.
[B] A afirmação é falsa. Se $a < b$ então $a \neq b$.
[C] A afirmação é falsa porque $-a < -b \Leftrightarrow a > b$.
[D] A afirmação é falsa porque
$-3 + a > -3 + b \Leftrightarrow a > b$.

Logo, a opção correta é a [B].

31. Seja x o preço dos sapatos e o y o preço da blusa.

Como os sapatos custam mais 20 € do que a blusa, então $x = 20 + y$.

A Margarida pretende comprar uns sapatos e uma blusa, sem gastar mais de 200 €, então $x + y \leq 200$.

Como $x = 20 + y$, temos:

$20 + y + y \leq 200$
$\Leftrightarrow 2y \leq 200 - 20$
$\Leftrightarrow 2y \leq 180$
$\Leftrightarrow y \leq \frac{180}{2}$
$\Leftrightarrow y \leq 90$

C.S. $=]-\infty, 90]$

R.: A blusa custará, no máximo, 90 €.

32

32.1. $\{x \in \mathbb{R}: 2x - 4 \geq 12\} \cap \{x \in \mathbb{R}: 2(x - 5) - 3 < 7\}$

$2x \geq 12 + 4 \ \wedge \ 2x - 10 - 3 < 7$
$\Leftrightarrow 2x \geq 16 \ \wedge \ 2x < 7 + 10 + 3$
$\Leftrightarrow x \geq \frac{16}{2} \ \wedge \ 2x < 20$
$\Leftrightarrow x \geq 8 \ \wedge \ x < \frac{20}{2}$
$\Leftrightarrow x \geq 8 \ \wedge \ x < 10$

$[8, +\infty[\cap]-\infty, 10[= [8, 10[$

C.S. $= [8, 10[$

32.2. $\{x \in \mathbb{Z}: x \geq 11\} \cap \{x \in \mathbb{R}: x < 15\}$

$x \geq 11 \ \wedge \ x < 15$
$\Leftrightarrow 11 \leq x < 15, x \in \mathbb{Z}$

$x \in \{11, 12, 13\}$

32.3. $\{x \in \mathbb{N}: -2(x + 3) \geq -14\} \cup \{-3, -2, -1\}$

$-2x - 6 \geq -14$
$\Leftrightarrow -2x \geq -14 + 6$
$\Leftrightarrow -2x \geq -8$

$\Leftrightarrow\ 2x \leq 8$

$\Leftrightarrow\ x \geq \frac{8}{2}$

$\Leftrightarrow\ x \leq 4,\ x \in \mathbb{N}$

$\{1, 2, 3, 4\} \cup \{-3, -2, -1\} = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

C.S. $= \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

33. Se $Q \in 3.^{\text{o}}$ Quadrante, então as coordenadas têm valor negativo. Logo,

$\frac{4(m-1)-5}{3} < 0 \ \wedge\ -m+2 < 0$

$\Leftrightarrow\ \frac{4m-4-5}{3} < 0 \ \wedge\ -m < -2$

$\Leftrightarrow\ 4m-9 < 0 \ \wedge\ m > 2$

$\Leftrightarrow\ 4m < 9 \ \wedge\ m > 2$

$\Leftrightarrow\ m > \frac{9}{4} \ \wedge\ m > 2$

$\Leftrightarrow\ 2 < m < \frac{9}{4}$

$m \in \left]2, \frac{9}{4}\right[$

34. Se C.S. $= \left]-\infty, \frac{7}{2}\right[$, então $x < \frac{7}{2}$

$\Leftrightarrow\ 2x < 7$

$\Leftrightarrow\ 2(x-6) + \mathbf{12} < 7$

35.

$$\begin{cases} \frac{3(x-4)}{7} < 0 \\ \frac{2}{3}(x-2) > -\frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x-12}{7} \leq 0 \\ \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} > \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \leq 12 \\ 2x > -8+4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{12}{3} \\ 2x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > -\frac{4}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > -2 \end{cases}$$

C.S. $= \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

36. $3\left(x^2 - \frac{4}{3}x\right) = -k \ \Leftrightarrow\ 3x^2 - 4x + k = 0$

A equação é impossível se $b^2 - 4ac < 0$, ou seja,

$(-4)^2 - 4 \times 3 \times k < 0$

$\Leftrightarrow\ 16 - 12k < 0$

$\Leftrightarrow\ -12k < -16$

$\Leftrightarrow\ 12k > 16$

$\Leftrightarrow\ k > \frac{16}{12}$

$\Leftrightarrow\ k = \frac{4}{3}$

C.S. $= \left]\frac{4}{3}, +\infty\right[$

$k \in \left]\frac{4}{3}, +\infty\right[$

37. $2x+1$, $2x+3$ e $2x+5$ são três números ímpares consecutivos.

$2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 > 53$

$\Leftrightarrow\ 6x > 53 - 1 - 3 - 5$

$\Leftrightarrow\ 6x > 44$

$\Leftrightarrow\ x > \frac{44}{6}$

$\Leftrightarrow\ x > \frac{22}{3}$

C.S. $= \left]\frac{22}{3}, +\infty\right[$

Como $\frac{22}{3} \approx 7{,}(3)$, então os três números são

$2 \times 8 + 1 = 17$

$2 \times 8 + 3 = 19$

$2 \times 8 + 5 = 21$

R.: 17, 19 e 21

38. $B =]-\sqrt{8}, \pi[$

$B \cap \mathbb{N} =]-\sqrt{8}, \pi[\cap \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\} = \{1, 2, 3\}$

Os elementos comuns aos dois cojuntos são 1, 2 e 3.

39.

39.1. $3t + 27 \leq 81$

$\underset{(:3)}{\Leftrightarrow}\ \frac{3t}{3} + \frac{27}{3} \leq \frac{81}{3}$

$\Leftrightarrow\ t + 9 \leq \mathbf{27}$

39.2. $3t + 27 \leq 81$

$\Leftrightarrow\ t + 9 \leq 27$

$\Leftrightarrow\ t + 9 - 27 \leq 0$

$\Leftrightarrow\ t - 18 \leq 0$

$\underset{(\times 5)}{\Leftrightarrow}\ 5t - 5 \times 18 \leq 0$

$\Leftrightarrow\ 5t - \mathbf{90} \leq 0$

40. Começando por resolver a inequação, temos

$-2(x-3) - 3 < 11$

$\Leftrightarrow\ -2x + 8 - 3 < 11$

$\Leftrightarrow\ -2x < 11 - 8 + 3$

$\Leftrightarrow\ -2x < 6$

$\Leftrightarrow\ 2x > 6$

$\Leftrightarrow\ x > -\frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow\ x > -3$

$]-3, +\infty[\cap \mathbb{Z}^- = \{-2, -1\}$

Logo, há dois números, -2 e -1, que satisfazem a condição $-2(x-4) - 3 < 11$.

41.

41.1. $3x < 3x \Leftrightarrow 3x - 3x < 0 \Leftrightarrow 0 < 0$

Inequação impossível. C.S. = { }

41.2. $x \geq x \Leftrightarrow x - x \geq 0 \Leftrightarrow 0x > 0$

C.S. = $\mathbb{R}$

41.3. $5x - 1 < 5x \Leftrightarrow 5x - 5x < 1 \Leftrightarrow 0x < 1$

C.S. = $\mathbb{R}$

42. Como $\pi \approx 3{,}1415\ldots$

[A] $\pi \notin]-\infty; 3{,}14]$ porque $\pi > 3{,}14$.

[B] $\pi \in]0; \pi[$ porque o intervalo é aberto em π.

[C] $\pi \in]3{,}14; +\infty[$, porque $\pi > 3{,}14$.

[D] $\pi \notin]\pi; +\infty[$, porque o intervalo é aberto em π.

Logo, a opção correta é a [C].

43. $w \geq -\sqrt{3} + 1 \ \wedge \ \frac{2}{5}(4 - w) > \frac{8}{5}$

$\Leftrightarrow w \geq -\sqrt{3} + 1 \ \wedge \ \frac{8}{5} - \frac{2}{5}w > \frac{8}{5}$

$\Leftrightarrow w \geq -\sqrt{3} + 1 \ \wedge \ -2w \geq 8 - 8$

$\Leftrightarrow w \geq -\sqrt{3} + 1 \ \wedge \ 2w \leq 0$

$\Leftrightarrow w \geq -\sqrt{3} + 1 \ \wedge \ w \leq 0$

$w \in [-\sqrt{3} + 1; 0]$

Como $-\sqrt{3} + 1 \approx -0{,}73$, então, por exemplo:

$w = -0{,}5 = -\frac{1}{2}$

R.: $w = -\frac{1}{2}$

44. [A] $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, +\infty[\cap]-1, 4] = [-\sqrt{2}, 4]$

[B] $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, 8[\cap]-1, 4] = [\sqrt{2} - 1, 4]$

[C] $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, 4[\cap]-1, 4] = [\sqrt{2} - 1, 4]$

[D] $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, 4[\cap]-1, 4] = [\sqrt{2} - 1, 4]$

Logo, a opção correta é a [B].

45. Seja c o comprimento do retângulo e ℓ a largura do retângulo.

Sabemos que $c = 7 + \ell$ e $P = 2\ell + 2c$. Então,

$P = 2\ell + 2(7 + \ell) =$

$= 2\ell + 14 + 2\ell =$

$= 4\ell + 14$

Como $P \geq 54$, temos:

$4\ell + 14 \geq 54$

$\Leftrightarrow 4\ell \geq 54 - 14$

$\Leftrightarrow 4\ell \geq 40$

$\Leftrightarrow \ell \geq \frac{40}{4}$

$\Leftrightarrow \ell \geq 10$

$\ell \in [10, +\infty[$

A largura tem, no mínimo, 10 cm.

$c = 7 + \ell \Leftrightarrow c = 7 + 10 \Leftrightarrow c = 17$ cm

R.: As dimensões mínimas do retângulo são 10 cm de largura e 17 cm de comprimento.

46. A média dos três valores é dado pela expressão

$\frac{8{,}11 + 8{,}42 + x}{3} = \frac{1}{3}x + 5 + 5{,}1$

Como a média deve ser inferior a 8,6 e superior a 8,3, então:

$\frac{1}{3}x + 5 + 5{,}1 > 8{,}3 \ \wedge \ \frac{1}{3}x + 5{,}51 < 8{,}6$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x > 2{,}79 \ \wedge \ \frac{1}{3}x < 3{,}09$

$\Leftrightarrow x > 8{,}37 \ \wedge \ x < 9{,}27$

C.S. = $]8{,}37; 9{,}27[$

R.: Na última medição o valor de PH poderá estar entre 8,37 e 9,27.

Praticar + – páginas 130 a 136

1.

1.1. Como as retas r e s são paralelas, então têm o mesmo declive.

Sendo $r: y = 25 + 10x$, então $s: y = 10x + b$.

A reta s interseta o eixo Oy no ponto (40, 0).

Logo, a ordenada na origem é 40.

$s: y = 10x + 40$

1.2. A abcissa do ponto A é 2 e A é um ponto de reta r. Logo,

$y = 25 + 10 \times 2 \Leftrightarrow y = 25 + 20 \Leftrightarrow y = 45$

Então, $A(2, 45)$

1.3. O sistema é impossível porque as retas são estritamente paralelas.

2. Substituindo a por 7 e b por 3 na expressão

$\frac{2a - 3b}{5} + (a + b)^2$, obtém-se:

$\frac{2 \times 7 - 3 \times 3}{5} + (7 + 3)^2 =$

$= \frac{14 - 9}{5} + 10^2 =$

$= \frac{5}{5} + 100 =$

$= 101$

Logo, $7 \ \Psi \ 3 = 101$

3. Resolvendo o sistema

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(5 - y) - y = 8 \\ x = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - 2y - y = 8 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2y - y = 8 - 10 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3y = -2 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ x = 5 - \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ x = \frac{15}{3} - \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3} \\ x = \frac{13}{3} \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \left\{\left(\frac{13}{3}, \frac{2}{3}\right)\right\}$$

$$(x, y) = \left(\frac{13}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

4. Seja x a quantidade procurada.

Assim, $\frac{1}{3}x$ é terça parte dessa quantidade

$$\underset{(\times 3)}{\frac{x}{1}} + \frac{1}{3}x = \underset{(\times 3)}{\frac{400}{1}}$$

$\Leftrightarrow 3x + x = 1200$

$\Leftrightarrow 4x = 1200$

$\Leftrightarrow x = \frac{1200}{4}$

$\Leftrightarrow x = 300$

C.S. = {300}

R.: A quantidade procurada é 300.

5. A opção [A] não é a correta porque $\pi \notin A$, uma vez que $\pi > \sqrt{2}$.

Como $\sqrt{2} \notin A$, as opções [B] e [C] não são corretas.

Logo, a opção correta é a [D].

6. A média dos três números é dada pela expressão

$$\frac{(x + 9) + (7x - 3) + (2x)}{3} = \frac{x + 7x + 2x + 9 - 3}{2} =$$

$$= \frac{10x + 6}{3} = \frac{10}{3}x + 2$$

Como a média é igual a $4x$, então

$$\underset{(\times 3)}{\frac{10}{3}x + 2} = \underset{(\times 3)}{4x}$$

$\Leftrightarrow 10x + 6 = 12x$

$\Leftrightarrow 10x - 12x = -6$

$\Leftrightarrow -2x = -6$

$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{-2}$

$\Leftrightarrow x = 3$

C.S. = {3}

- $x + 9 = 3 + 9 = 12$
- $7x - 3 = 7 \times 3 - 3 = 18$
- $2x = 2 \times 3 = 6$

R.: Os números são 6, 12 e 18.

7. $3 \times f(a) = g(2a)$

$$3 \times \frac{a^2 + 4}{3} = 2 \times 2a$$

$\Leftrightarrow a^2 + 4 - 4a = 0$

$\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 = 0$

$\Leftrightarrow (a - 2)^2 = 0$

$\Leftrightarrow a = 2$

C.S. = {a}

Logo, a opção correta é a [B].

8.

8.1. $2(2x - 3) = 4x - 1$

$\Leftrightarrow 4x - 6 = 4x - 1$

$\Leftrightarrow 4x - 4x = -1 + 6$

$\Leftrightarrow 0x = 5$

C.S. = { }

Equação impossível.

8.2. $1 - \frac{x - 6}{3} = -(x - 1)$

$$\Leftrightarrow \underset{(\times 3)}{\frac{1}{1}} - \frac{x - 6}{3} = -\underset{(\times 3)}{\frac{x}{1}} + \underset{(\times 3)}{\frac{1}{1}}$$

$\Leftrightarrow 3 - x + 6 = -3x + 3$

$\Leftrightarrow -x + 3x = 3 - 3 - 6$

$\Leftrightarrow 2x = -6$

$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{2}$

$\Leftrightarrow x = -3$

C.S. = {–3}

Equação possível e determinada.

8.3. $2(x - 3) = \frac{4x - 6}{2} - 3$

$$\Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{\frac{2x}{1}} - \underset{(\times 2)}{\frac{6}{1}} = \frac{4x - 6}{2} - \underset{(\times 2)}{\frac{3}{1}}$$

$\Leftrightarrow 4x - 12 = 4x - 6 - 6$

$\Leftrightarrow 4x - 4x = -6 - 6 + 12$

$\Leftrightarrow 0x = 0$

C.S. = $\mathbb{R}$

Equação possível e indeterminada.

8.4. $2x - 3(x - 4) - \frac{x-6}{2} = -\frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow \underset{(\times 6)}{\frac{2x}{1}} - \underset{(\times 6)}{\frac{3x}{1}} + \underset{(\times 6)}{\frac{12}{1}} - \underset{(\times 3)}{\frac{x-6}{2}} = -\underset{(\times 2)}{\frac{2}{3}}$

$\Leftrightarrow 12x - 18x + 72 - 3x + 18 = -4$

$\Leftrightarrow 12x - 18x - 3x = -4 - 72 - 18$

$\Leftrightarrow -9x = -94$

$\Leftrightarrow x = \frac{-94}{-9}$

$\Leftrightarrow x = \frac{94}{9}$

C.S. $= \left\{\frac{94}{9}\right\}$

Equação possível e determinada.

9.

9.1. $2x = 18$

$\Leftrightarrow x = \frac{18}{2}$

$\Leftrightarrow x = 9$

C.S. $= \{9\}$

9.2. $x^2 - 10x + 25 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 5$

C.S. $= \{5\}$

10.

10.1. $P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + $
$+ \overline{HA}$

$\overline{FG} = 2x - (x - 4 + x - 4) = 2x - x + 4 - x + 4 = 8$

$P = 2x + 4 + x - 4 + 4 + 8 + 4 + x - 4 + 4 = 4x + 16$

10.2. $P = 36$

$4x + 16 = 36$

$\Leftrightarrow 4x = 36 - 16$

$\Leftrightarrow 4x = 20$

$\Leftrightarrow x = \frac{20}{4}$

$\Leftrightarrow x = 5$

R.: $x = 5$

10.3. $A_{\text{polígono}} = A_{[ABCH]} + A_{[DEFG]}$

$A_{[ABCH]} = b \times h$

$A_{[ABCH]} = 2x \times 4 = 8x$

$A_{[DEFG]} = b \times h$

$A_{[DEFG]} = 8 \times 4 = 32$

Logo, $A_{\text{polígono}} = 8x + 32$

10.4. Se a área do polígono é igual a 80, então

$8x + 32 = 80$

$\Leftrightarrow 8x = 80 - 32$

$\Leftrightarrow 8x = 48$

$\Leftrightarrow x = \frac{48}{8}$

$\Leftrightarrow x = 6$

R.: $x = 6$

11. Se $a = 2$, então $3a - 5b^2 = 6$

$\Leftrightarrow 3 \times 2 - 5b^2 = 6$

$\Leftrightarrow -5b^2 = 6 - 6$

$\Leftrightarrow -5b^2 = 0$

$\Leftrightarrow b^2 = \frac{0}{-5}$

$\Leftrightarrow b^2 = 0$

$\Leftrightarrow b = 0$

C.S. $= \{0\}$

R.: $b = 0$

12. [A] $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

[B] $3x - 9x^2 = 3x(1 - 3x)$

[C] $(x - 7)(x + 7) = x^2 - 49$

[D] $2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x - 2)^2$

Logo, a opção correta é a [D].

13. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$.

Como $a + b = 3$, então $(a + b)^2 = 3^2 = 9$.

14. [A] Se $x > y$, $ax + ay \neq 0$

[B] Se $x = y$, $ax + ay \neq 0$

[C] Se $x < y$, $ax + ay \neq 0$

[D] Se $x = -y$, $ax + ay = 0$. Substituindo x por $-y$, temos $-ay + ay = 0$

Logo, a opção correta é a [D].

15. $A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$

$A_{\text{trapézio}} = \frac{x + 4x - 2}{2} \times 8 = \frac{5x - 2}{2} \times 8 = 20x - 8$

$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \times h}{2}$

$A_{\text{triângulo}} = \frac{(3x + 1) \times 8}{2} = 12x + 4$

Como os dois polígonos têm a mesma área, basta igualar as duas expressões $20x - 8 = 12x + 4$, resolvendo a equação em ordem a x, obtemos

$20x - 12x = 4 + 8$

$\Leftrightarrow 8x = 12$

$\Leftrightarrow x = \frac{12}{8}$

$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow\ x = 1{,}5$
C.S. = {1,5}
R.: $x = 1{,}5$ cm

16. $-x \geq -10$. Trocando os sinais de desigualdade obtemos $x \leq 10$.
C.S. = $]-\infty, 10]$

17. A soma dos ângulos internos de um polígono é dada pela expressão $S = (n - 2) \times 180°$.
Como se trata de um pentágono, $n = 5$.
Logo, $S = (5 - 2) \times 180° = 3 \times 180° = 540°$
A amplitude de cada ângulo interno é 108°
(540 : 5 = 108).
Então, $x + y + 2 = 108$ e
$3y + x - 22 + x + y + 2 = 180$, porque é um ângulo raso.
Resolvendo o sistema com as duas equações

$$\begin{cases} x + y + 2 = 108 \\ 3x + x - 22 + x + y + 2 = 180 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 108 - 2 \\ x + x + 3y + y = 180 + 22 - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 106 \\ 2x + 4y = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 106 - y \\ 2(106 - y) + 4y = 200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 212 - 2y + 4y = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -2y + 4y = 200 - 212 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 2y + 4y = 200 - 212 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 2y = -12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y = \dfrac{-12}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 106 + 6 \\ y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 112 \\ y = -6 \end{cases}$$

C.S. = {(112, –6)}
R.: $x = 112$ e $y = -6$

18. Seja x o número de cachorros "simples" e y o número de cachorros "com tudo".
Como vendeu 25 cachorros, então $x + y = 25$.
Como faturou 59,5 €, então $2x + 3{,}5y = 69{,}5$.
Obtém-se o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3{,}5y = 69{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 20x + 35y = 695 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - y \\ 20(25 - y) + 35y = 695 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 500 - 20y + 35y = 695 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 15y = 195 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y = \dfrac{195}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - 13 \\ y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 13 \end{cases}$$

R.: O António vendeu 13 cachorros "com tudo".

19. $a^2 + 2 \times a \times b + b^2 = 16$
$\Leftrightarrow\ (a + b)^2 = 16$
$\Leftrightarrow\ a + b = -\sqrt{16}\ \vee\ a + b = \sqrt{16}$
$\Leftrightarrow\ a + b = -4\ \vee\ a + b = 4$
$\Leftrightarrow\ 3(a + b) = -4 \times 3\ \vee\ 3(a + b) = 4 \times 3$
$\Leftrightarrow\ 3a + 3b = -12\ \vee\ 3a + 3b = 12$
Logo, a opção correta é a [C].

20. Sendo x, y e z os comprimentos dos lados do triângulo escaleno e $x < y < z$.
$\dfrac{z}{x} = 2$; $x + y = z + 2$ e $x + y + z = 24$

Como $\dfrac{z}{x} = 2 \Leftrightarrow x = 2x$
Substituindo z por $2x$ nas expressões
- $x + y = z + 2 \Leftrightarrow x + y = 2x + 2$? $-x + y = 2$
- $x + y + z = 24 \Leftrightarrow x + y + 2x = 24 \Leftrightarrow 3x + y = 24$

Resolvendo o sistema de equações

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + x \\ 3x + 3 + x = 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 3x + x = 24 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 4x = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ x = \dfrac{22}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + \dfrac{11}{2} \\ x = \dfrac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{15}{2} \\ x = \dfrac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7{,}5 \\ x = 5{,}5 \end{cases}$$

$(x; y) = (5{,}5; 7{,}5)$
O comprimento do lado maior é z, então
$z = 2x$ ou seja $z = 2 \times 5{,}5 = 11$
R.: O lado maior tem 11 cm de comprimento.

21. $\frac{a}{b} = \frac{x}{1} \Leftrightarrow x = \frac{a}{b}$

Logo, a opção correta é a [A].

22. Seja x o dinheiro que a Inês recebeu do avô.

Então, $\frac{x}{4}$ representa o que gastou numa mochila e $\frac{x}{3}$ representa o que gastou num *tablet*.

Como sobraram 100 €, temos:

$$\underset{(\times 12)}{x} = \underset{(\times 3)}{\frac{x}{4}} + \underset{(\times 4)}{\frac{x}{3}} + \underset{(\times 12)}{100}$$

$\Leftrightarrow 12x = 3x + 4x + 1200$

$\Leftrightarrow 12x - 3x - 4x = 1200$

$\Leftrightarrow 5x = 1200$

$\Leftrightarrow x = \frac{1200}{5}$

$\Leftrightarrow x = 240$

C.S. = $\{240\}$

R.: A Inês recebeu 240 € do seu avô.

23.

	Idade atual	Idade daqui a x anos
Filipa	18	$18 + x$
Ana	7	$7 + x$

$18 + x = 2 \times (7 + x)$

$\Leftrightarrow 18 + x = 14 + 2x$

$\Leftrightarrow x - 2x = 14 - 18$

$\Leftrightarrow -x = -4$

$\Leftrightarrow x = 4$

C.S. = $\{4\}$

R.: Daqui a quatro anos a Filipa terá o dobro da idade da Ana.

24.

24.1. 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6

24.2. $]\sqrt{2}, \pi[\cap A =$

$=]\sqrt{2}, \pi[\cap]-\infty, 6[=$

$=]\sqrt{2}, \pi[$

25. $0{,}002x < 0{,}04$

$\Leftrightarrow -\frac{2}{1000}x < \underset{(\times 10)}{\frac{4}{100}}$

$\Leftrightarrow -2x < 40$

$\Leftrightarrow 2x > -40$

$\Leftrightarrow x > \frac{40}{2}$

$\Leftrightarrow x > -20$

C.S. = $]-20, +\infty[$

26. Sejam x, $x + 1$, $x + 2$ três números inteiros consecutivos.

$x + x + 1 + x + 2 = (2x + 2) - 6$

$\Leftrightarrow 3x + 3 = 2x + 4 - 6$

$\Leftrightarrow 3x - 2x = 4 - 6 - 3$

$\Leftrightarrow x = -5$

C.S. = $\{-5\}$

$x = -5$

$x + 1 = -4$

$x + 2 = -3$

R.: -5, -4 e -3

27. Como a e b são números naturais, então $a > 0$ e $b > 0$ e, portanto, $a + b > 0$, $a \times b > 0$ e $\frac{a}{b} > 0$.

Logo, as opções [A] e [B] são verdadeiras e a opção [C] é falsa.

A opção [D] pode ser verdadeira.

Por exemplo, $1 - 3 < 0$.

Logo, a opção correta é a [C].

28. Como o aluguer da caravana custa D euros por dia, em 17 dias custa $17D$.

Como cada quilómetro percorrido custa K cêntimos percorrendo, 5300 km, custa $5300k$, ou seja $53k$ euros.

Assim, no total, pagará $17D + 53K$ cêntimos.

Logo, a opção correta é a [B].

29. Uma fração equivalente a $\frac{5}{6}$ é do tipo $\frac{5k}{6k}$, sendo $k \neq 0$.

Então, como adicionando 5 ao numerador obtém-se 15,

$5k + 5 = 15$

$\Leftrightarrow 5k = 10$

$\Leftrightarrow k = 2$

e $6 \times 2 - y = 7$

$\Leftrightarrow -y = 7 - 12$

$\Leftrightarrow y = 5$

Logo, $\frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$.

30. A opção [A] é falsa, porque se $c > d$ e $a > 0$, então $a \times c > a \times d$.
A opção [B] é falsa, porque se $a > 0$, $b > 0$, $b = a$, então $a \times c > b \times d$.
A opção [C] é verdadeira, porque se $d < c$ e $b > 0$, então $b \times d < b \times d$.
A opção [D] é falsa, porque se $c > d$ e $b = a$, $a > 0$, então $b \times c > a \times d$.
Logo, a opção correta é a [C].

31. $-3x \geq 9$
$\Leftrightarrow 3x < -9$
$\Leftrightarrow x \leq -\frac{9}{3}$
$\Leftrightarrow x \leq -3$
Logo, a opção correta é a [D].

32. [A] (2, –8)

$$\begin{cases} 2 \times 2 - (-8) = 4 \\ \dfrac{2 \times 2 + (-8)}{3} = 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 8 = 4 \text{ falso} \\ -\dfrac{4}{3} = 4 \text{ falso} \end{cases}$$

(2, –8) não é solução do sistema porque não é solução das equações do sistema.
[B] (–2, –8)

$$\begin{cases} 2 \times (-2) - (-8) = 4 \\ \dfrac{2 \times (-2) + (-8)}{3} = 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + 8 = 4 \text{ verdadeiro} \\ \dfrac{-4 - 8}{3} = -4 \text{ verdadeiro} \end{cases}$$

(2, –8) é solução do sistema porque é solução das duas equações do sistema.
[C] (–2, 8)

$$\begin{cases} 2 \times (-2) - 8 = 4 \\ \dfrac{2 \times (-2) + 8}{3} = 2 \times (-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - 8 = 4 \text{ falso} \\ \dfrac{-4 + 8}{3} = 4 \text{ verdadeiro} \end{cases}$$

(–2, 8) não é solução do sistema porque não é solução das equações do sistema.
[D] (2, 8)

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 8 = 4 \\ \dfrac{2 \times 2 + 8}{3} = 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 8 = 4 \text{ falso} \\ \dfrac{4 + 8}{3} = 4 \text{ verdadeiro} \end{cases}$$

(2, 8) não é solução do sistema porque não é solução de uma das equações do sistema.
Logo, a opção correta é a [B].

33. $(x - 2)(x + 2) + 16 = 7x + 2(x - 3)^2$?
$\Leftrightarrow x^2 - 4 + 16 = 7x + 2(x^2 - 6x + 9)$
$\Leftrightarrow x^2 - 4 + 16 = 7x + 2x^2 - 12x + 18$
$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 - 7x + 12x - 4 + 16 - 18 = 0$
$\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-1) \times (-6)}}{2 \times (-1)}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm 1}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-6}{-2} \vee x = \dfrac{-4}{-2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$
C.S. = {2, 3}

34. Como foram necessários três autocarros de 50 lugares, significa que foram 150 pessoas (50 × 3 = 150).
Seja x o número de alunos e y o número de professores.

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 8x + 15y = 1410 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 - y \\ 8(150 - y) + 15y = 1410 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ 1200 - 8y + 15y = 1410 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ -7y = -210 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ y = \dfrac{210}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\qquad} \\ y = 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 - 30 \\ y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 30 \end{cases}$$

R.: Acompanharam o grupo 30 professores.

35. [A] $]-\infty; 10] \cap [4; +\infty[= [4; 10]$
[B] $]-\infty; 4] \cap [-10; +\infty[= [-10, 4]$
[C] $]-\infty; 10] \cup [4; +\infty[= \mathbb{R}$
[D] $]-\infty; 4] \cup [-10; +\infty[= \mathbb{R}$
Logo, a opção correta é a [B].

36. $\underset{(\times 2)}{8x} < \underset{(\times 2)}{17} \Leftrightarrow 16x < 34$

Logo, a opção correta é a [C].

37. $f(x) = \frac{2(x-3)}{3} + 4x$

Se a imagem é $\frac{5}{3}$ então $f(x) = \frac{5}{3}$

$\frac{2(x-3)}{3} + 4x = \frac{5}{3}$
$\Leftrightarrow \frac{2x-6}{3} + 4x = \frac{5}{3}$
$\Leftrightarrow 2x - 6 + 12x = 5$
$\Leftrightarrow 2x + 12x = 5 + 6$
$\Leftrightarrow 14x = 11$
$\Leftrightarrow x = \frac{11}{14}$

C.S. $= \left\{\frac{11}{14}\right\}$

R.: O objeto é $\frac{11}{14}$.

38.

38.1. a) Como g é uma função afim, é do tipo $y = ax + b$. Como $A(1, 5)$ e $B(2, 4)$ pertencem ao seu gráfico, temos:

$$\begin{cases} 5 = 1 \times a + b \\ 4 = 2 \times a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - b \\ 2(5-b) + b = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 10 - 2b + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -2b + b = 4 - 10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 - 6 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 6 \end{cases}$$

$(a, b) = (-1, 6)$
Então, $g(x) = -x + 6$.

b) Como a função f é uma função quadrática com vértice na origem do referencial, então $f(x) = ax^2$.
Sendo $B(2, 4)$ um ponto do seu gráfico, então
$4 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 4a = 4 \Leftrightarrow a = 1$
Logo, $f(x) = x^2$.

c) $y = -x^2$

38.2. $f(x) = 25$
$x^2 = 25$
$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25}$
$\Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5$
C.S. $= \{-5, 5\}$
R.: Os objetos são -5 e 5.

38.3. Como o ponto c é o ponto de interseção dos gráficos das duas funções, basta igualar as funções e determinar o valor de x, ou seja,

$x^2 = -x + 6$
$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$
$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times (-6)}}{2 \times 1}$
$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2}$
$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = 2$
C.S. $= \{-3, 2\}$
↓
abcissa do ponto B.

Se $x = -3$, então $g(-3) = -(-3) + 6 = 3 + 6 = 9$
R.: $C(-3, 9)$.

39. $(-x + 5)^2 = (-x)^2 + 2 \times (-x) \times 5 + 5^2 =$
$= x^2 - 10x + 25$
Logo, a opção correta é a [D].

40. [A] $14x - 8y$ é um binómio.
[B] $2x + 3y$ é um binómio.
[C] $4xy$ é um monómio.
[D] $\frac{-x + y}{3} = -\frac{x}{3} + \frac{y}{3}$ é um binómio.
Logo, a opção correta é a [C].

41. $2x^2 - 8x + 8 = 0$
$\Leftrightarrow 2(x^2 - 4x + 4) = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = \frac{0}{2}$
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0$
$\Leftrightarrow (x - 2) = 0$
$\Leftrightarrow x = 2$
C.S. $= \{2\}$

42. Seja x a idade do Fernando.
Então, $x - 1$ é a idade da Catarina.
Como a soma das duas idades é 69, temos:
$x + (x - 1) = 69$
$\Leftrightarrow 2x = 70$
$\Leftrightarrow x = \frac{70}{2}$
$\Leftrightarrow x = 35$
C.S. $= \{35\}$
$x - 1 = 35 - 1 = 34$
R.: A Catarina tem 34 anos.

43.

43.1. $m_{AB} = \frac{10-8}{0-4} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$

43.2. Se a reta s é paralela à reta AB, então as retas têm o mesmo declive, ou seja, $-\frac{1}{2}$.

s: $y = \frac{1}{2}x + b$

Como a reta AB passa no ponto $(0, -3)$, então tem ordenada na origem -3. Logo, s: $y = -\frac{1}{2}x - 3$.

6. [A] $-4(x-7) = 0 \Leftrightarrow -4x + 28 = 0$

Equação do 1.º grau.

[B] $3(x^2 - 4x) = 2 + 3x^2$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x - 2 - 3x^2 = 0$

$\Leftrightarrow -12x - 2 = 0$

Equação do 2.º grau.

[C] $4^2 + 16 = 32$

Não é uma equação.

[D] $x(x-4) = 7 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 7 = 0$

Equação do 2.º grau.

Logo, a opção correta é a [D].