Pág. 65

1. Os polígonos são figuras planas delimitadas apenas por segmentos de reta.
São polígonos as figuras: A; B, F; G; e H.

2.1. a) Um polígono diz-se convexo se o segmento de reta que une quaisquer dois dos seus pontos está no interior do polígono.
São convexos os polígonos: A; B; D; F; H; e J.

b) Um polígono é concavo se não for convexo, isto é, se existirem pelo menos dois pontos do polígono cujo segmento de reta que os une passa no exterior do polígono.
São côncavos os polígonos: C; E; G; e I.

c) Um polígono é regular se tiver os lados todos com o mesmo comprimento e os ângulos internos todos com a mesma amplitude.
São regulares os polígonos: B; D; e J.

d) Um polígono é irregular se apresentar lados com diferentes medidas ou ângulos internos com diferentes amplitudes.
São irregulares os polígonos: A; C; E; F; G; H; e I.

e) Os polígonos convexos e regulares são os polígonos que são simultaneamente resposta às alíneas a) e c), ou seja, são os polígonos: B; D; e J.

2.2. Se existir algum polígono regular côncavo ele será simultaneamente resposta às alíneas b) e c) da questão anterior, contudo não existe nenhum polígono nessa condição. De facto, todos os polígonos regulares são convexos.

2.3. O nome de cada polígono depende do número de lados desse polígono.
A – 3 lados – Triângulo
B – 5 lados – Pentágono
C – 10 lados – Decágono
D – 9 lados – Eneágono
E – 7 lados – Heptágono
F – 4 lados – Quadrilátero
G – 7 lados – Heptágono
H – 6 lados – Hexágono
I – 6 lados – Hexágono
J – 3 lados – Triângulo

Pág. 66

3.1. O polígono da figura tem 8 lados, pelo que se denomina de octógono.

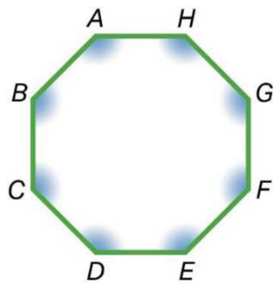
3.2. a) Os vértices do polígono são os pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* e *H*.

b) Os lados do polígono são os segmentos de reta que unem dois vértices consecutivos: [*AB*]; [*BC*]; [*CD*]; [*DE*]; [*EF*]; [*FG*]; [*GH*]; e [*HA*].

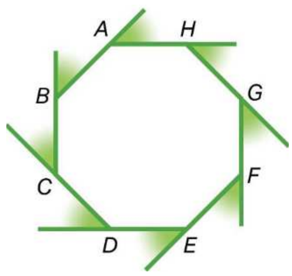
c) Dois vértices consecutivos são, por exemplo, *A* e *B*. Também podem ser: *B* e *C*; *C* e *D*; *D* e *E*; *E* e *F*; *F* e *G*; *G* e *H*; e *H* e *A*.

d) Dois lados não consecutivos são dois lados que não partilham nenhum vértice, como por exemplo: [*AB*] e [*CD*]; [*AB*] e [*FG*]; [*DE*] e [*HA*]; etc.

3.3. Os ângulos internos de um polígono são os ângulos formados por dois lados consecutivos.



3.4. Os ângulos externos de um polígono obtêm-se prolongando, em cada vértice, um dos lados do polígono.



3.5. Utilizando uma régua conclui-se que cada lado do octógono mede 2 cm, pelo que os lados têm todos a mesma medida.
Utilizando o transferidor verifica-se que os ângulos internos têm todos amplitude igual a 135º.
Como os lados têm todos a mesma medida e os ângulos internos todos a mesma amplitude, o polígono é regular.

4.1. Um pentágono é um polígono com 5 lados.
Um polígono é côncavo se não for convexo, isto é, se existirem pelo menos dois pontos do polígono cujo segmento de reta que os une passa no exterior do polígono.

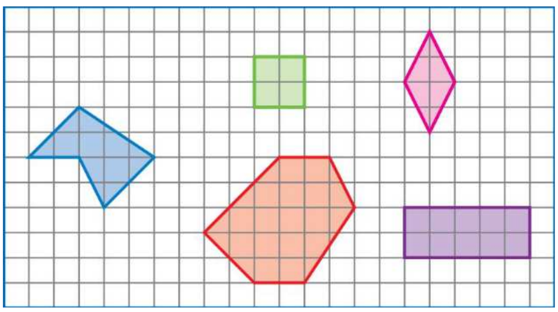
4.2. Um quadrilátero regular é um polígono de 4 lados, todos com a mesma medida, e cujos ângulos internos têm todos a mesma amplitude, ou seja, é um quadrado.

4.3. Um hexágono convexo é um polígono de 6 lados tal que quaisquer dois dos seus pontos estão unidos por um segmento de reta que está no interior do hexágono.
O polígono é irregular se os lados não tiverem todos a mesma medida ou os ângulos internos tiverem diferentes amplitudes.

4.4. Um quadrilátero é um polígono com 4 lados.
Como os lados têm de ter todos o mesmo comprimento, o quadrilátero é irregular se tiver ângulos internos com diferentes amplitudes.

4.5. Um quadrilátero com os ângulos todos com a mesma amplitude e irregular é um retângulo, que tem todos os ângulos retos, mas os lados apenas são iguais dois a dois.

Na figura seguinte encontra-se um exemplo de resposta à pergunta 4.



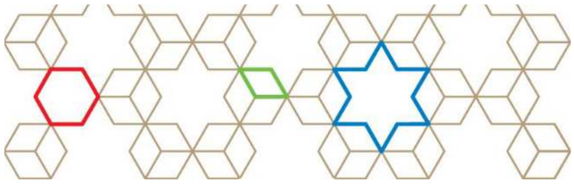
Pág. 67

5.1. Um polígono diz-se convexo se o segmento de reta que une quaisquer dois dos seus pontos está no interior do polígono.
Um polígono é irregular se os lados não tiverem todos a mesma medida ou os ângulos internos tiverem diferentes amplitudes.

5.2. Um polígono é concavo se não for convexo, isto é, se existirem pelo menos dois pontos do polígono cujo segmento de reta que os une passa no exterior do polígono.

5.3. Um polígono é regular se tiver os lados todos com o mesmo comprimento e os ângulos internos todos com a mesma amplitude.

Um exemplo de resposta à pergunta 5 é:

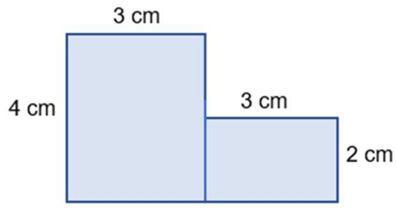


6. Os polígonos que constituem a mesa são todos regulares, logo os lados de cada polígono têm todos o mesmo comprimento.
Uma vez que os diferentes polígonos se encontram lado a lado, os lados dos triângulos, dos quadrados e dos hexágonos são iguais uns aos outros.
O perímetro da mesa corresponde ao comprimento de 12 lados dos polígonos. Já o perímetro da peça hexagonal corresponde apenas ao comprimento de 6 lados, logo o perímetro da peça hexagonal é metade do polígono da mesa, ou seja, $960 : 2 = 480 \text{ cm} = 4{,}8 \text{ m}$.

7.1. O perímetro de um polígono é a soma dos comprimentos dos seus lados.
$P_{\text{Luísa}} = 4 + 6 + 2 + 3 + 2 + 3 = 20 \text{ cm}$
$P_{\text{Filipe}} = 4 + 6 + 4 + 6 = 20 \text{ cm}$
Uma vez que os dois polígonos têm 20 cm de perímetro, ambos cumprem o pedido da professora.

7.2. Determina-se a área de cada um dos polígonos.

O polígono da Luísa pode ser decomposto em dois retângulos: o primeiro com 4 cm de comprimento e 3 cm de largura; o segundo com 3 cm de comprimento e 2 cm de largura.



A área do retângulo é dada por:

$A_{\text{retângulo}} = \text{comprimento} \times \text{largura}$.

Assim:

$A_{\text{Luísa}} = 4 \times 3 + 3 \times 2 = 12 + 6 = 18 \text{ cm}^2$.

A área do polígono do Filipe é:

$A_{\text{Filipe}} = 6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$.

O Filipe não está correto, pois as áreas dos dois polígonos são diferentes, embora eles tenham o mesmo perímetro.

Pág. 69

1. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º.

Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º.

1.1. $23° + 67° = 90°$ Ângulos complementares

1.2. $80° + 100° = 180°$ Ângulos suplementares

1.3. $10° + 80° = 90°$ Ângulos complementares

1.4. $137° + 43° = 180°$ Ângulos suplementares

2.1. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º.

São complementares os ângulos de 50º e 40º, pois $50° + 40° = 90°$, e os ângulos de 20º e 70º, já que $20° + 70° = 90°$.

2.2. Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º.

Os ângulos de 110º e 70º são suplementares, dado que $110° + 70° = 180°$, e os ângulos de 130º e 50º também são suplementares, pois $130° + 50° = 180°$.

3. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º.

Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º.

Ângulo	20º	$90° - 10° = 80°$	100º
Complementar	$90° - 20° = 70°$	10º	Não existe
Suplementar	$180° - 20° = 160°$	$180° - 80° = 100°$	$180° - 100° = 80°$
Ângulo	$180° - 11° = 169°$	$90° - 52° = 38°$	$180° - 125° = 55°$
Complementar	Não existe	52º	$90° - 55° = 35°$
Suplementar	11º	$180° - 38° = 142°$	125º

Pág. 70

4.1. Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º. Como dois ângulos agudos têm, cada um, amplitude inferior a 90º, a sua soma será inferior a $90° + 90° = 180°$, não podendo ser 180º, pelo que os ângulos não podem ser suplementares. A afirmação é **falsa**.

4.2. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º. Mas um ângulo obtuso tem amplitude superior a 90º, pelo que a soma da sua amplitude com a soma da amplitude de um ângulo agudo será sempre superior a 90º, logo os ângulos não podem ser complementares. A afirmação é **falsa**.

4.3. Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º. Ora, é possível que a soma das amplitudes de um ângulo agudo, que tem amplitude inferior a 90º, e de um ângulo obtuso, com amplitude superior a 90º, seja 180º. Por exemplo, o ângulo agudo de 20º e o ângulo obtuso de 160º são suplementares. A afirmação é **verdadeira**.

4.4. Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º. Dado a amplitude de dois ângulos obtusos ser, em cada um, superior a 90º, a soma das suas amplitudes será sempre superior a

$90° + 90° = 180°$, não podendo ser igual a 180º. A afirmação é **falsa**.

4.5. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º. Escolhendo dois ângulos agudos, de amplitude, cada um, inferior a 90º, mas cuja soma das amplitudes seja igual a 90º obtêm-se dois ângulos agudos complementares, como por exemplo, os ângulos de 50º e 40º. A afirmação é **verdadeira**.

4.6. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º. Contudo, dois ângulos obtusos têm, cada um, amplitude superior a 90º, pelo que a soma das suas amplitudes nunca poderá ser igual a 90º. A afirmação é **falsa**.

5. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º.
Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º.
(A) $33° + 57° = 90°$ Ângulos complementares.
(B) $56° + 124° = 180°$ Ângulos suplementares.
(C) $74° + 17° = 91°$ Não são ângulos complementares nem suplementares.
(D) $49° + 131° = 180°$ Ângulos suplementares.
Opção correta: (C)

6.1. A soma da amplitude dos dois ângulos é igual à amplitude do ângulo reto assinalado, 90º, logo:

$$x = 90° - 21° = 69°.$$

6.2. A soma da amplitude dos dois ângulos é igual à amplitude de um ângulo raso, 180º, pelo que:

$$x = 180° - 57° = 123°.$$

6.3. Os três ângulos agudos assinalados formam, em conjunto, um ângulo reto, com 90º de amplitude, de onde resulta que:

$$x = 90° - 27° - 31° = 32°.$$

6.4. Na figura encontram-se assinalados quatro ângulos, um deles reto, com 90º de amplitude, que no seu conjunto formam um ângulo raso, com 180º de amplitude. Assim:

$$x = 180° - 23° - 90° - 19° = 48°.$$

6.5. Os quatro ângulos assinalados na figura formam um ângulo giro, com 360º de amplitude, pelo que:

$$x = 360° - 145° - 120° - 60° = 35°.$$

6.6. Os quatro ângulos de amplitude igual a x formam um ângulo raso, com 180º de amplitude, logo cada um dos ângulos tem de amplitude:

$$x = \frac{180°}{4} = 45°.$$

6.7. O ângulo reto é composto por três ângulos de igual amplitude, pelo que a amplitude de cada um deles é:

$$x = \frac{90°}{3} = 30°.$$

6.8. O ângulo raso da figura, com 180º de amplitude, está decomposto em 4 ângulos: um reto, de 90º de amplitude; um agudo, com 36º de amplitude; dois ângulos geometricamente iguais de amplitude x. Uma vez que a soma das amplitudes dos quatro ângulos é 180º, a soma da amplitude dos dois ângulos desconhecidos é:

$$180° - 90° - 36° = 54°.$$

Estes 54º correspondem ao dobro de x, logo:

$$x = \frac{54°}{2} = 27°.$$

6.9. Os cinco ângulos assinalados na figura formam um ângulo giro, com 360º de amplitude, dos quais apenas três têm amplitude conhecida.
Assim, a soma das duas amplitudes desconhecidas é:

$$360° - 60° - 50° - 50° = 200°.$$

Estes 200º correspondem à soma da amplitude de dois ângulos geometricamente iguais, pelo que a amplitude de cada um é:

$$x = \frac{200°}{2} = 100°.$$

Pág. 71

7. Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º.
Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º.
Uma vez que um ângulo obtuso tem amplitude superior a 90º ele não admite complementar, pelo que o ângulo em causa é um ângulo agudo.

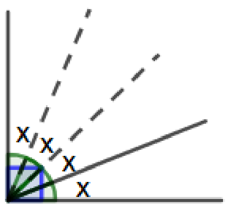
Determinando a amplitude do ângulo complementar e do ângulo suplementar dos ângulos agudos listados vem:

Ângulo	33º	27º	68º
Ângulo complementar	$90° - 33°$ $= 57°$	$90° - 27°$ $= 63°$	$90° - 68°$ $= 22°$
Ângulo suplementar	$180° - 33°$ $= 147°$	$180° - 27°$ $= 153°$	$180° - 68°$ $= 112°$
Ângulo	57º	22º	64º
Ângulo complementar	$90° - 57°$ $= 33°$	$90° - 22°$ $= 68°$	$90° - 64°$ $= 26°$
Ângulo suplementar	$180° - 57°$ $= 123°$	$180° - 22°$ $= 158°$	$180° - 64°$ $= 116°$

O ângulo que tem o seu complementar e o seu suplementar também listado é o ângulo de 68º.

8. Enigma A

O enigma refere dois ângulos complementares, sendo, por isso, soma das suas amplitudes igual 90º. O maior dos ângulos é o triplo do complementar, logo é possível decompô-lo em três ângulos de igual amplitude ao menor. Esquematicamente:



Logo, o ângulo reto fica dividido em quatro ângulos geometricamente iguais, sendo a amplitude de cada um:

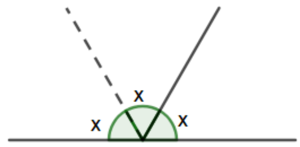
$$x = \frac{90°}{4} = 22{,}5°.$$

O ângulo procurado tem o triplo desta amplitude, ou seja, é o ângulo de $3 \times 22{,}5° = 67{,}5°$.

Enigma B

O enigma contempla dois ângulos suplementares, pelo que a soma das suas amplitudes é 180º. Sendo um o dobro do outro, o ângulo de 180º pode ser dividido em três ângulos geometricamente iguais.

Esquematizando a situação:



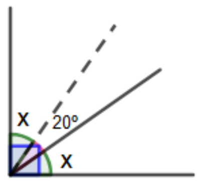
Assim, a amplitude x é dada por:

$$x = \frac{180°}{3} = 60°.$$

O ângulo procurado tem o dobro desta amplitude, ou seja, $2 \times 60° = 120°$.

Enigma C

O enigma refere dois ângulos complementares, ou seja, a sua das suas amplitudes é 90º, sendo a amplitude de um deles, mais 20º do que a amplitude do outro. Construindo um esquema que representa a situação:



A soma da amplitude dos dois ângulos desconhecidos é:

$$90° - 20° = 70°.$$

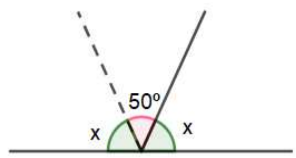
A amplitude de cada um dos ângulos desconhecido é dada por:

$$x = \frac{70°}{2} = 35°.$$

O ângulo procurado é o maior dos dois ângulos complementares e tem amplitude $35° + 20° = 55°$.

Enigma D

A soma da amplitude dos dois ângulos referidos no enunciado é 180º, uma vez que se tratam de ângulos suplementares. O maior dos ângulos pode ser decomposto em dois, um igual ao seu suplementar e outro de 50º, tal como se vê no esquema que representa a situação.



Deste modo, a soma da amplitude dos dois ângulos desconhecidos é $180° - 50° = 130°$.

Assim: $x = \frac{130°}{2} = 65°$.

O ângulo pretendido é o maior dos dois suplementares, tendo de amplitude $65° + 50° = 115°$.

Pág. 73

1.1. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º.

1.2. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares.

1.3. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos externos é 360º.

2.1. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º.
A soma das amplitudes dos dois ângulos conhecidos é:

$$60° + 40° = 100°,$$

pelo que a amplitude do ângulo desconhecido é:

$$a = 180° - 100° = 80°.$$

Opção correta: (C)

2.2. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, logo os ângulos de amplitudes 40º e b são suplementares, pelo que:

$$b = 180° - 40° = 140°.$$

Opção correta: (B)

3. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º.
(A) $35° + 120° + 35° = 190° \neq 180°$, logo as amplitudes dos ângulos não estão corretas.
(B) $35° + 55° + 90° = 180°$
(C) $50° + 70° + 60° = 180°$
(D) $57° + 83° + 40° = 180°$
Opção correta: (A)

4. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos externos é 360º.
(A) $120° + 120° + 120° = 360°$
(B) $100° + 150° + 110° = 360°$
(C) $60° + 140° + 160° = 360°$
(D) $105° + 125° + 120° = 350° \neq 360°$, pelo que não se pode tratar das amplitudes dos ângulos externos de um triângulo.
Opção correta: (D)

5.1. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º.
A soma das amplitudes dos dois ângulos internos conhecidos é:

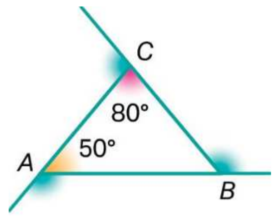
$$50° + 80° = 130°.$$

Então:

$$C\hat{B}A = 180° - 130° = 50°.$$

5.2. O triângulo apresenta dois ângulos iguais. Como num triângulo qualquer, a ângulos iguais se opõem lados iguais, o triângulo [ABC] apresenta dois lados iguais e um diferente, logo, quantos aos lados, é isósceles.
Os três ângulos do triângulo têm amplitude inferior a 90º, ou seja, são os três agudos, logo, quanto aos ângulos, o triângulo é acutângulo.

5.3. Os ângulos externos de um polígono obtêm-se prolongando, em cada vértice, um dos lados do polígono.



5.4. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, ou seja, a soma das suas amplitudes é 180º.

$$\hat{A} = 180° - 50° = 130°$$
$$\hat{B} = 180° - 50° = 130°$$
$$\hat{C} = 180° - 80° = 100°.$$

Pág. 74

6.1. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º.
A soma das amplitudes dos dois ângulos internos conhecidos é:

$$27° + 54° = 81°.$$

Então:

$$x = 180° - 81° = 99°.$$

6.2. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos externos é 360º.

A soma das amplitudes dos dois ângulos externos conhecidos é:

$$140° + 120° = 260°.$$

Assim:

$$x = 360° - 260° = 100°.$$

6.3. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º.

A soma das amplitudes dos dois ângulos internos conhecidos é:

$$27° + 119° = 146°.$$

Então:

$$x = 180° - 146° = 34°.$$

Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, ou seja, a soma das suas amplitudes é 180º, pelo que:

$$y = 180° - 34° = 146°$$

6.4. Num triângulo qualquer, a lados iguais opõem-se ângulos iguais, pelo que o ângulo interno que não está assinalado tem 77º de amplitude.

A soma das amplitudes dos dois ângulos internos da base é:

$$77° + 77° = 154°.$$

Uma vez que, a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º:

$$x = 180° - 154° = 26°.$$

6.5. Num triângulo qualquer, a lados iguais opõem-se ângulos iguais. Uma vez que os três lados do triângulo são iguais, os três ângulos do triângulo também são iguais.

Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo:

$$x = \frac{180°}{3} = 60°.$$

6.6. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º. Como um dos ângulos internos tem 130º de amplitude, a soma das amplitudes dos outros dois ângulos é:

$$180° - 130° = 50°.$$

Uma vez que, num triângulo qualquer, a lados iguais se opõem lados iguais, os outros dois ângulos internos do triângulo são iguais, pelo que:

$$x = \frac{50°}{2} = 25°.$$

6.7. O ângulo interno adjacente ao ângulo de 130º é-lhe suplementar, uma vez que num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, logo a sua amplitude é:

$$180° - 130° = 50°.$$

Como num triângulo qualquer, a lados iguais se opõem ângulos iguais, o ângulo interno adjacente a x também é igual a $50°$, pelo que:

$$x = 180° - 50° = 130°.$$

Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos externos é 360º, logo:

$$y = 360° - 130° - 130° = 100°.$$

6.8. Como [*ABCD*] é um retângulo, o ângulo em *A* é reto. Uma vez que num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º:

$$x = 180° - 38° - 90° = 52°.$$

Do mesmo modo, o ângulo em *B* também é reto, e como a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º tem-se:

$$y = 180° - 90° - 27° = 63°.$$

Os ângulos x, y e z formam um ângulo raso, de amplitude 180º, logo:

$$z = 180° - 52° - 63° = 65°.$$

6.9. O triângulo [*ABE*] tem os três lados iguais, logo os seus ângulos internos também são iguais, pois num triângulo a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

Uma vez que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, cada ângulo interno do triângulo [*ABE*] tem amplitude:

$$\frac{180°}{3} = 60°.$$

O ângulo *CBE* é suplementar do ângulo *EBA*, logo:

$$C\hat{B}E = 180° - 60° = 120°.$$

Dado que, num triângulo qualquer, a lados iguais se opõem ângulos iguais, os ângulos *ECB* e *BEC* são iguais. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, a soma da amplitude destes dois ângulos iguais é:

$$180° - 120° = 60°,$$

pelo que cada um deles tem de amplitude:

$$E\hat{C}B = C\hat{E}B = \frac{60°}{2} = 30°.$$

As retas *AC* e *DE* são paralelas e o ângulo em *D* é reto, logo o ângulo *DCB* também é reto. Deste modo, os ângulos *DCE* e *ECB* são complementares, ou seja:

$$x = 90° - 30° = 60°.$$

Uma vez que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º:

$$y = 180° - 60° - 90° = 30°.$$

7.1. a) Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo a amplitude do terceiro ângulo interno é:

$$180° - 125° = 55°.$$

b) Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos externos é 360º, pelo que o terceiro ângulo externo tem de amplitude:

$$360° - 215° = 145°.$$

7.2. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, pelo que o ângulo interno adjacente ao de 145º tem de amplitude:

$$180° - 145° = 35°.$$

O triângulo [*ABC*] tem assim um ângulo interno com 35º de amplitude e outro com 55º de amplitude. Já que, num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos á 180º, o terceiro ângulo interno tem de amplitude:

$$180° - 35° - 55° = 90°.$$

Conclui-se, então, que o triângulo [*ABC*] tem um ângulo reto, logo é retângulo.

Pág. 75

8.1. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, logo:

$$a = 180° - 100° = 80°.$$

8.2. Num triângulo qualquer, a lados iguais opõem-se ângulos iguais, pelo que o ângulo interno não assinalado tem amplitude b.

Uma vez que num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, a soma da amplitude dos dois ângulos iguais é:

$$180° - 80° = 100°,$$

pelo que cada um é:

$$b = \frac{100°}{2} = 50°.$$

8.3. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, logo:

$$c = 180° - 100° = 80°.$$

8.4. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo:

$$d = 180° - 70° - 80° = 30°.$$

8.5. Os ângulos d e e são complementares, logo a soma das suas amplitudes é 90º, pelo que:

$$e = 90° - 30° = 60°.$$

8.6. Os ângulos d, e e f formam um ângulo giro, de 360º de amplitude, sendo que:

$$f = 360° - 30° - 60° = 270°.$$

8.7. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo:

$$g = 180° - 60° - 50° = 70°.$$

8.8. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, vindo que:

$$h = 180° - 70° = 110°.$$

9. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º. Deste modo:

$$B\hat{C}A = 180° - 35° - 125° = 20°.$$

Os triângulos [*ABC*] e [*ADC*] são geometricamente iguais, logo os ângulos correspondentes são iguais. Então $C\hat{A}D = B\hat{C}A = 20°$.

O triângulo [*ACE*] tem, assim, dois ângulos internos de amplitude 20º. Uma vez que num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, o ângulo procurado é:

$$A\hat{E}C = 180° - 20° - 20° = 140°.$$

10.1. $C\hat{B}A + A\hat{C}B = 38° + 27° = 65°$

$F\hat{E}D + D\hat{F}E = 52° + 64° = 116°$

10.2. Num triângulo qualquer, a soma da amplitude dos ângulos internos é 180º, pelo que:

$$B\hat{A}C = 180° - 65° = 115°.$$

Dado num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice serem suplementares, tem-se que:

$$x = 180° - 115° = 65°.$$

Analogamente, no triângulo [*DEF*]:

$$E\hat{D}F = 180° - 116° = 64°$$

$$y = 180° - 64° = 116°.$$

10.3. Pode concluir-se que o valor de x é igual à soma das amplitudes dos dois ângulos internos assinalados no triângulo [*ABC*].

Do mesmo modo, o valor de y também é igual à soma das amplitudes dos dois ângulos internos assinalados no triângulo [*DEF*].

De facto, num triângulo qualquer, a amplitude de um ângulo externo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes.

Pág. 76

1. (A) O polígono não é convexo pois é possível encontrar dois pontos cujo segmento de reta que os une esteja no exterior do polígono.

(B) O polígono é convexo, uma vez que o segmento de reta que une quaisquer dois dos seus pontos está no interior do polígono. Os seus lados têm todos o mesmo comprimento e o polígono é irregular, já que tem ângulos internos com diferentes amplitudes.

(C) O polígono é regular pois tem os lados todos com o mesmo comprimento e os ângulos internos todos com a mesma amplitude, pois, num triângulo qualquer, a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

(D) Os lados do polígono não têm todos o mesmo comprimento, sendo apenas iguais dois a dois.

Opção correta: (B)

2.1. a) Um polígono diz-se convexo se o segmento de reta que une quaisquer dois dos seus pontos está no interior do polígono.

São convexos os polígonos: B; D; E; F; e G.

b) Um polígono é regular se tiver os lados todos com o mesmo comprimento e os ângulos internos todos com a mesma amplitude.

São regulares os polígonos: B; E; e G.

c) Um polígono é concavo se não for convexo, isto é, se existirem pelo menos dois pontos do polígono cujo segmento de reta que os une passa no exterior do polígono.

Um polígono é irregular se apresentar lados com diferentes medidas ou ângulos internos com diferentes amplitudes.

São côncavos e irregulares os polígonos A e C.

d) Um polígono é irregular se apresentar lados com diferentes medidas ou ângulos internos com diferentes amplitudes. Como se pretendem polígonos com os lados com o mesmo comprimento é necessário que o polígono tenha ângulos internos com diferentes amplitudes.

Têm os lados todos com o mesmo comprimento, mas são irregulares, os polígonos C e F.

e) Um hexágono é um polígono com seis lados, logo são hexágonos os polígonos A e E.

2.2. O perímetro de um polígono é a soma das medidas do comprimento dos seus lados.

$P_A = 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 8 \text{ u. c.}$

$P_B = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ u. c.}$

$P_C = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 =$ 12 u. c.

$P_D = 2 + 3 + 2 + 3 = 10 \text{ u. c.}$

$P_E = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6 \text{ u. c.}$

$P_F = 2 + 2 + 2 + 2 = 8 \text{ u. c.}$

$P_G = 2 + 2 + 2 = 6 \text{ u. c.}$

2.3. A unidade de medida de área corresponde a um triângulo da grelha, pelo que a área de cada polígono será o número de triângulos que tem no seu interior.

$A_A = 6 \text{ u. a.}$ $\quad A_B = 1 \text{ u. a.}$ $\quad A_C = 12 \text{ u. a.}$

$A_D = 12 \text{ u. a.}$ $\quad A_E = 6 \text{ u. a.}$ $\quad A_F = 8 \text{ u. a.}$

$A_G = 4 \text{ u. a.}$

2.4. Duas figuras são equivalentes se tiverem a mesma área. Dos polígonos da figura são equivalentes os polígonos A e E, ambos com 6 u.a., e os polígonos C e D, ambos com 12 u.a.

Contudo, estes polígonos não têm o mesmo perímetro, já que o perímetro de A é 8 u.c. enquanto o perímetro de E é 6 u.c. Já o polígono C tem 12 u.c. de perímetro, enquanto o polígono D tem apenas 10 u.c. de perímetro.

Logo, é possível concluir que figuras equivalentes não têm o mesmo perímetro.

Pág. 77

3.1. a) Dois ângulos são complementares quando a soma das suas amplitudes é igual a 90º.
O único par de ângulos complementares é o par (A), já que $30° + 60° = 90°$.

b) Dois ângulos são suplementares quando a soma das suas amplitudes é 180º.
São suplementares os pares de ângulos (B), pois $70° + 110° = 180°$, e (D), já que $50° + 130° = 180°$.

3.2. Os pares que não são complementares nem suplementares são os pares (C), dado que $35° + 65° = 100°$, (E), uma vez que $20° + 170° = 190°$, e (F), já que $118° + 42° = 160°$.

4.
(A) Os ângulos da figura são complementares, sendo a soma das suas amplitudes 90º, logo:
$$x = 90° - 37° = 53°.$$
(B) Os três ângulos representados formam um ângulo raso, com 180º de amplitude, pelo que:
$$x = 180° - 105° - 37° = 38°.$$
(C) Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é $180°$, de onde resulta que:
$$x = 180° - 90° - 37° = 53°.$$
(D) Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos externos é 360º, vindo que:
$$x = 360° - 159° - 164° = 37°.$$
Opção correta: (D)

5.
(A) A afirmação é **falsa** pois, num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º. Se dois dos seus ângulos forem retos, a soma das amplitudes desses dois ângulos já seria 180º, pelo que o terceiro ângulo seria o ângulo nulo, não existindo triângulo.

(B) A afirmação é **falsa.** Um triângulo retângulo tem um ângulo reto, com 90º de amplitude, e um triângulo equilátero tem os três lados com o mesmo comprimento. Mas, num triângulo qualquer, a lados iguais opõem-se ângulos iguais, logo, num triângulo equilátero, também os três ângulos são iguais. Se um deles for reto, os outros dois ângulos internos também seriam retos, pelo que a soma das amplitudes dos ângulos internos seria $90° + 90° + 90° = 270°$, o que não pode acontecer, uma vez que a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º.

(C) A afirmação é **verdadeira**, já que dois ângulos são complementares se a soma das suas amplitudes for 90º. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, a soma das amplitudes de dois deles pode ser 90º, desde que o terceiro tenha 90º de amplitude. Por exemplo, o triângulo que tem como ângulos internos os ângulos de amplitude 90º, 20º e 70º tem dois ângulos internos complementares $(20° + 70° = 90°)$ e a soma das amplitudes dos três ângulos internos é 180º.

(D) A afirmação é **falsa**, pois dois ângulos são suplementares se a soma das suas amplitudes for 180º. Uma vez que num triângulo, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, se dois deles forem suplementares o terceiro tem de ser nulo, logo não existe triângulo.
Opção correta: (C)

6.1. A soma das amplitudes dos três ângulos agudos assinalados na figura é igual à amplitude de um ângulo reto, 90º, logo:
$$x = 90° - 10° - 15° = 65°.$$

6.2. Os quatro ângulos assinalados na figura formam um ângulo raso, pelo que a soma das suas amplitudes é 180º. Deste modo:
$$x = 180° - 17° - 55° - 32° = 76°.$$

6.3. Os cinco ângulos assinalados na figura formam um ângulo giro com 360º de amplitude. Deste modo, a soma das amplitudes dos dois ângulos desconhecidos é:
$$360° - 127° - 62° - 119° = 52°.$$

Uma vez que os dois ângulos são iguais, tem-se que:

$$x = \frac{52°}{2} = 26°.$$

6.4. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º. Assim:

$$x = 180° - 62° - 49° = 69°.$$

6.5. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos externos é 360º. Logo, a soma das amplitudes dos dois ângulos desconhecidos é:

$$360° - 90° = 270°$$

Dado os dois ângulos serem iguais, resulta que:

$$x = \frac{270°}{2} = 135°.$$

6.6. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares, pelo que a amplitude do ângulo interno não assinalado é:

$$180° - 152° = 28°.$$

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, tem-se que:

$$x = 180° - 28° - 28° = 124°.$$

Pág. 78

7. Num triângulo qualquer, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares. Deste modo, o ângulo interno não assinalado tem $180° - 110° = 70°$ de amplitude.

Dado que, num triângulo qualquer, a lados iguais se opõem ângulos iguais, $x = 70°$.

Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo:

$$y = 180° - 70° - 70° = 40°.$$

Opção correta: (C)

8.1. O triângulo [*ABC*] é equilátero, logo tem os lados todos com o mesmo comprimento. Uma vez que, num triângulo qualquer, a lados iguais se opõem ângulos iguais, os três ângulos internos do triângulo têm a mesma amplitude. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo qualquer é 180º, tem-se que:

$$B\hat{A}C = \frac{180°}{3} = 60°.$$

8.2. Uma vez que $\overline{BC} = \overline{CD}$ e, em qualquer triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais:

$$C\hat{B}D = B\hat{D}C = 50°.$$

8.3. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo:

$$D\hat{C}B = 180° - 50° - 50° = 80°.$$

8.4. Uma vez que *BDE* é um ângulo reto, os ângulos *BDC* e *CDE* são complementares, vindo que:

$$C\hat{D}E = 90° - 50° = 40°.$$

8.5. O ângulo *ACE* forma, em conjunto com os ângulos *BCA*, *DCB* e *ECD* um ângulo giro, com 360º de amplitude, pelo que:

$$A\hat{C}E = 360° - 60° - 80° - 90° = 130°.$$

8.6. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo:

$$D\hat{E}C = 180° - 90° - 40° = 50°.$$

8.7. Uma vez que *DEF* é um ângulo raso, *DEC* e *CEF* são ângulos suplementares, resultando que:

$$C\hat{E}F = 180° - 50° = 130°.$$

9. Para o hexágono [*ABCDEF*] ser regular os seus lados têm de ter todos o mesmo comprimento, o que se verifica pelo enunciado, e as amplitudes dos seus ângulos internos têm de ser todas iguais.

Seguindo a sugestão, determinam-se os ângulos internos de todos os triângulos representados.

$C\hat{B}A = 180° - 60° = 120°$, pois num triângulo, os ângulos interno e externo no mesmo vértice são suplementares.

Como os lados do hexágono têm todos o mesmo comprimento e, num triângulo qualquer, a lados iguais se opõem ângulos iguais, os ângulos *ACB* e *BAC* são iguais. Além disso, num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, logo:

$$A\hat{C}B = B\hat{A}C = \frac{180° - 120°}{2} = \frac{60°}{2} = 30°.$$

Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, pelo que:

$$A\hat{D}C = 180° - 90° - 30° = 60°.$$

Analogamente,

$$D\hat{A}E = 180° - 90° - 60° = 30°.$$

Dado que $\overline{AF} = \overline{FE}$ e que, num triângulo, a lados iguais se opõem ângulos iguais:

$$F\hat{E}A = E\hat{A}F = 30°.$$

Sendo a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo qualquer 180º:

$$A\hat{F}E = 180° - 30° - 30° = 120°.$$

Conclui-se então que os ângulos internos do hexágono têm de amplitude:

$$B\hat{A}F = 30° + 30° + 30° + 30° = 120°$$

$$C\hat{B}A = 120°$$

$$D\hat{C}B = 90° + 30° = 120°$$

$$E\hat{D}C = 60° + 60° = 120°$$

$$F\hat{E}D = 30° + 90° = 120°$$

$$A\hat{F}E = 120°$$

Como os ângulos internos do hexágono têm todos a mesma amplitude e os lados todos o mesmo comprimento, o hexágono [*ABCDEF*] é regular.

Pág. 79

10.1. Num triângulo qualquer, a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, logo:

$$x = 180° - 50° - 90° = 40°.$$

Pelo mesmo motivo:

$$y = 180° - 40° - 45° = 95°.$$

O ângulo de amplitude *z* forma, em conjunto com o ângulo reto da janela e com o ângulo de 50º um ângulo raso, vindo que:

$$z = 180° - 50° - 90° = 40°.$$

Uma vez que w é o ângulo interno de um triângulo, do qual se sabe que a soma das amplitudes dos ângulos internos é 180º, tem-se que:

$$w = 180° - 95° - 40° = 45°.$$

10.2. Os três ângulos internos do triângulo [*ABC*] têm amplitudes diferentes, logo os três lados têm comprimentos diferentes (num triângulo qualquer, a lados iguais opõem-se ângulos iguais), logo, quanto aos lados, o triângulo é escaleno.

O ângulo interno em *A* tem 95º de amplitude, logo é obtuso, pelo que, quanto aos ângulos, o triângulo é obtusângulo.

10.3. O pentágono não é regular pois apresenta lados com diferentes comprimentos. Na alínea anterior foi visto que os lados do triângulo [*ABC*] tinham diferentes comprimentos. Como dois desses lados são lados do pentágono, o pentágono não tem os lados todos com o mesmo comprimento, pelo que não pode ser regular.

11.1. Os triângulos da figura são geometricamente iguais, logo os ângulos internos de vértice O são geometricamente iguais, formando no seu conjunto um ângulo giro. Deste modo:

$$A\hat{O}B = \frac{360°}{8} = 45°.$$

11.2. O triângulo [*AOB*] é isósceles, logo $\overline{AO} = \overline{OB}$. Uma vez que, num triângulo qualquer, a lados iguais se opõem ângulos iguais, os ângulos *BAO* e *OBA* são iguais.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180º, vem que:

$$B\hat{A}O = \frac{180° - 45°}{2} = \frac{135°}{2} = 67{,}5°.$$

11.3. Como os triângulos são geometricamente iguais, os seus ângulos correspondentes também são iguais. Logo, cada ângulo interno do octógono tem de amplitude o dobro da amplitude de um dos ângulos da base dos triângulos. Assim, a amplitude de um ângulo interno do octógono é:

$$2 \times 67{,}5° = 135°.$$

11.4. O octógono é um polígono regular pois, como visto na alínea anterior, os seus ângulos internos têm todos a mesma amplitude, 135º. Além disso, como os triângulos são geometricamente iguais, as suas bases também são iguais, pelo que os lados do octógono têm todos o mesmo comprimento.

Uma vez que um polígono é regular se tiver os lados todos com o mesmo comprimento e os ângulos internos todos com a mesma amplitude, o octógono [*ABCDEFGH*] é regular.