

Duração: 90 minutos

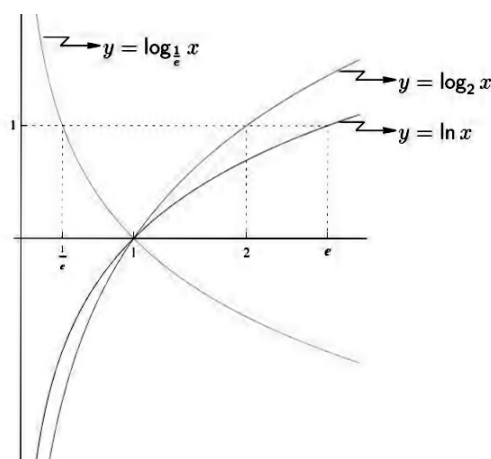
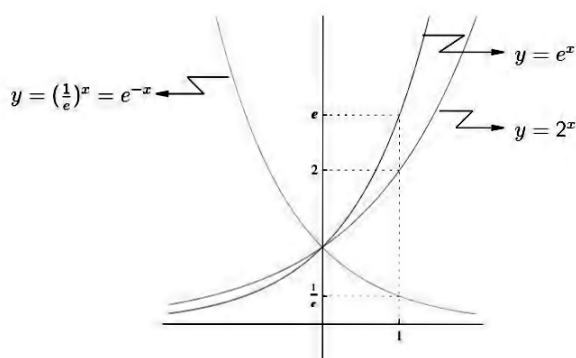
Nome:

N.º de identificação civil:

Turma:

Formulário

Gráficos de funções exponenciais e logarítmicas



Regras de derivação

$$(a)' = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$(x)' = 1$$

$$(ax + b)' = a \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

$$(ax^p)' = apx^{p-1} \quad (a \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^n)' = n f^{n-1} f' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin f)' = f' \cos f$$

$$(\cos f)' = -f' \sin f$$

$$(\operatorname{tg} f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$$

$$(e^f)' = f' e^f$$

$$(a^f)' = f' a^f \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$$

$$(\log_a f)' = \frac{f'}{f \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

Cotações:

1. a) 15 b) 20 2. 20 3. 20 4. a) 16 b) 16 c) 16

5. a) 15 b) 20 6. a) 16 b) 16 7. 10

Exercício 1 Considere a função polinomial definida em \mathbb{R} por $p(x) = x^3 - 3x - 2$.

a) Mostre, usando a regra de Ruffini, que $p(x) = (x + 1)(x^2 - x - 2)$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

b) Determine, sob a forma de intervalo ou união de intervalos, o conjunto de números reais que verificam a condição $\frac{p(x)}{x} \leq 0$.

Exercício 2 Resolva, em \mathbb{R} , a inequação $\log(x - 4) - \log(10 - x) \geq 0$.

Exercício 3 Caracterize a função inversa da função g definida por $g(x) = \log(2x + 5) + 1$.

Exercício 4 Considere a função real, de variável real, definida por $f(x) = 2 - e^x$.

a) Calcule as coordenadas do ponto de interseção do gráfico da função f com a reta de equação $y = -5$.

b) Determine o contradomínio da função f .

c) Mostre que a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 0 tem declive -1 .

Exercício 5 Seja f a função definida em $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ por $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-64}{x-4} & \text{se } x < 4 \\ \frac{\sqrt{x}-2}{x-4} & \text{se } x > 4. \end{cases}$

Calcule analiticamente, se existirem, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$. Diga se existe $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$, justificando.

Exercício 6 Calcule y' , sendo:

a) $y = (4x + 1)^3$

b) $y = (2x - 1)(x^3 - 3)$

Exercício 7 Sabe-se que $\log_2 a = \frac{1}{5}$. Determine o valor de $\log_2\left(\frac{a^5}{8}\right)$.