Escola Secundária de Paredes

Proposta de Resolução da Ficha de Trabalho 1

Matemática A

H

12.º Ano de Escolaridade | Turma: $B+C+H$

1. .

1.1. $D_f = \{x \in \mathbb{R} : 1-2x \neq 0\} = \left\{x \in \mathbb{R} : x \neq \frac{1}{2}\right\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

Cálculos auxiliares

$1-2x=0 \Leftrightarrow -2x=-1 \Leftrightarrow x=\frac{-1}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

1.2. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : -3x^2-x \neq 0\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \wedge x \neq -\frac{1}{3}\right\} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}; 0\right\}$

Cálculos auxiliares

$-3x^2-x=0 \Leftrightarrow -x(3x+1)=0 \Leftrightarrow -x=0 \vee 3x+1=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 3x=-1 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-\frac{1}{3}$

1.3. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : x^2+1 \neq 0\right\} = \mathbb{R}$

Cálculos auxiliares

$x^2+1=0 \Leftrightarrow x^2=-1 \mapsto$ equação impossível em $\mathbb{R}$

1.4. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : -x^2+x+1 \neq 0\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} : x \neq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \wedge x \neq \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

Cálculos auxiliares

$-x^2+x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1 \pm \sqrt{1^2-4\times(-1)\times 1}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \vee x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

1.5. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : x^2+10x+25 \neq 0\right\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -5\} = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$

Cálculos auxiliares

$x^2+10x+25=0 \Leftrightarrow (x+5)^2=0 \Leftrightarrow x+5=0 \Leftrightarrow x=-5$

1.6. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : x^2+2x+4 \neq 0\right\} = \mathbb{R}$

Cálculos auxiliares

$x^2+2x+4=0 \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times 1\times 4}}{2\times 1} \Leftrightarrow x=\frac{-2\pm\sqrt{-12}}{2} \mapsto$ equação impossível em $\mathbb{R}$

1.7. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : x^2-2x+1 \neq 0\right\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Cálculos auxiliares

$x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

1.8. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : -3x^2 + 2x + 1 \neq 0\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} : x \neq -\frac{1}{3} \wedge x \neq 1\right\} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{3}; 1\right\}$

Cálculos auxiliares

$$-3x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-3) \times 1}}{2 \times (-3)} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{-6} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 4}{-6} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-2-4}{-6} \vee x = \frac{-2+4}{-6} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -\frac{1}{3}$$

2. $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : -x^3 - x^2 + 2x + 2 \neq 0\right\} = \left\{x \in \mathbb{R} : x \neq -\sqrt{2} \wedge x \neq -1 \wedge x \neq \sqrt{2}\right\} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\sqrt{2}; -1; \sqrt{2}\right\}$

Cálculos auxiliares

Se, $-1 \notin D_f$, então, -1 é zero do denominador

Assim,

$-x^3 - x^2 + 2x + 2 = (x - (-1)) \times Q(x) = (x+1) \times Q(x)$

Determinemos $Q(x)$, recorrendo, por exemplo, à regra de Ruffini

$$\begin{array}{c|ccc|c} & -1 & -1 & 2 & 2 \\ -1 & & 1 & 0 & -2 \\ \hline & -1 & 0 & 2 & 0 \end{array}$$

Logo, $Q(x) = -x^2 + 2$

$-x^3 - x^2 + 2x + 2 = (x+1) \times Q(x) = (x+1) \times (-x^2 + 2)$

Assim,

$-x^3 - x^2 + 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1) \times (-x^2+2) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \vee -x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x^2 = 2 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \pm\sqrt{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$

3. $D_g = \left\{x \in \mathbb{R} : x^3 - 2x^2 - 9x + 18 \neq 0\right\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -3 \wedge x \neq 2 \wedge x \neq 3\} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2; 3\}$

Cálculos auxiliares

Se, $2 \notin D_g$, então, 2 é zero do denominador

Assim,

$x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = (x-2) \times Q(x)$

Determinemos $Q(x)$, recorrendo, por exemplo, à regra de Ruffini

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 1 & -2 & -9 & 18 \\ 2 & & 2 & 0 & -18 \\ \hline & 1 & 0 & -9 & 0 \end{array}$$

Logo, $Q(x) = x^2 - 9$

$x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = (x-2) \times (x^2 - 9)$

Assim,

$x^3 - 2x^2 - 9x + 18 = 0 \Leftrightarrow (x-2) \times (x^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \vee x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x^2 = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -3 \vee x = 3$

4. .

4.1. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação $f(x) = 0$

Assim,

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2-2x}{2x+3} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 - 2x = 0 \wedge 2x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x = -2 \wedge 2x \neq -3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2}{-2} \wedge x \neq -\frac{3}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 1 \wedge x \neq -\frac{3}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 1$

Resposta: 1 é o zero da função f

4.2. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação $f(x) = 0$

Assim,

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \wedge x^2 + 1 \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = 4 \wedge x^2 \neq -1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \wedge$ Condição universal em $\mathbb{R} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$

Cálculo auxiliar:

$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 \mapsto$ Equação impossível em $\mathbb{R}$

Resposta: -2 e 2 são os zeros da função f

4.3. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação $f(x) = 0$

Assim,

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \wedge x^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x(x+3) = 0 \wedge x \neq -3 \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x = 0 \vee x + 3 = 0) \wedge x \neq -3 \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x = 0 \vee x = -3) \wedge x \neq -3 \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0$

Cálculo auxiliar:

$x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 9$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$

Resposta: 0 é o zero da função f

4.4. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação $f(x) = 0$

Assim,

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2 - 4x - 6}{x^2 + x} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \wedge x^2 + x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2} \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x = -1 \vee x = 3) \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 3$

Cálculo auxiliar:

$x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$

Resposta: 3 é o zero da função f

4.5. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação $f(x) = 0$

Assim,

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^2 + x + 2}{x^2 - x} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2 + x + 2 = 0 \wedge x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{-12}}{4} \wedge x \neq 0 \wedge x \neq 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ Equação impossível em $\mathbb{R}$ $\wedge x \neq 0 \wedge x \neq 1$

Cálculo auxiliar:

$x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$

Resposta: A função f não tem zeros reais

4.6. Determinar os zeros de f consiste em determinar as soluções da equação $f(x) = 0$

Assim,

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x-3)^2} = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \wedge (x-3)^2 \neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 2} \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x = -1 \vee x = 3) \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1$

Cálculo auxiliar:

$(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 3$

Resposta: -1 é o zero da função f

5. .

5.1. Determinar os zeros de g consiste em determinar as soluções da equação $g(x) = 0$

Assim,

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-3} - \frac{x}{x+1} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+1) - x(x-3)}{(x-3)(x+1)} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 3x}{(x-3)(x+1)} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{5x+1}{(x-3)(x+1)} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 5x + 1 = 0 \wedge (x-3)(x+1) \neq 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 5x = -1 \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{5} \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{5} \wedge x \neq -1 \wedge x \neq 3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{5}$$

Cálculo auxiliar:

$(x-3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \vee x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1$

Resposta: $-\frac{1}{5}$ é o zero da função g

5.2. Determinar os zeros de g consiste em determinar as soluções da equação $g(x) = 0$

Assim,

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{x-2} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{x}{(x-2)(x+2)} + \frac{2}{x-2} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{x + 2(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{x + 2x + 4}{(x-2)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{3x+4}{(x-2)(x+2)} = 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3x + 4 = 0 \wedge (x-2)(x+2) \neq 0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3x = -4 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4}{3} \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$$

Cálculo auxiliar:

$(x-2)(x+2) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 2 = 0 \vee x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

Resposta: $-\frac{4}{3}$ é o zero da função g

6. Comecemos por fatorizar o numerador da fração

   $2x^3 + x^2 - 2x - 1$ é divisível por $2x + 1$, então,

   $2x^3 + x^2 - 2x - 1 = (2x+1) \times Q(x) = 2\left(x + \dfrac{1}{2}\right) \times Q(x) = \left(x + \dfrac{1}{2}\right) \times [2 \times Q(x)]$

   Determinemos $Q(x)$, recorrendo, por exemplo, à regra de Ruffini

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & 1 & -2 & -1 \\ -\frac{1}{2} & & -1 & 0 & 1 \\ \hline & 2 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

   O quociente é $2 \times Q(x) = 2x^2 - 2 \Leftrightarrow Q(x) = x^2 - 1$

   Logo, $2x^3 + x^2 - 2x - 1 = (2x+1) \times (x^2 - 1)$

   Assim,

   Determinar os zeros de g consiste em determinar as soluções da equação $g(x) = 0$

   Assim,

   $g(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x^3 + x^2 - 2x - 1}{x^2 + 2x + 1} = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + x^2 - 2x - 1 = 0 \wedge x^2 + 2x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow (2x+1)(x^2-1) = 0 \wedge (x+1)^2 \neq 0 \Leftrightarrow (2x+1 = 0 \vee x^2 - 1 = 0) \wedge x \neq -1 \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow (2x = -1 \vee x^2 = 1) \wedge x \neq -1 \Leftrightarrow (x = -\dfrac{1}{2} \vee x = \pm\sqrt{1}) \wedge x \neq -1 \Leftrightarrow$

   $\Leftrightarrow (x = -\dfrac{1}{2} \vee x = -1 \vee x = 1) \wedge x \neq -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2} \vee x = 1$

   Resposta: $-\dfrac{1}{2}$ e 1, são os zeros da função g

   Cálculo auxiliar:

   $x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

   Logo, $x^2 + 2x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

7. .

   7.1. O domínio da função f é $D_f = \{x \in \mathbb{R} : 2 - x \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

   Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

   $\twoheadrightarrow$ **Numerador**

   Zeros: $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

Sinal:

$x+3>0 \Leftrightarrow x>-3$

$x+3<0 \Leftrightarrow x<-3$

$\twoheadrightarrow$ **Denominador**

Zeros: $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$

Sinal:

$2-x>0 \Leftrightarrow -x>-2 \Leftrightarrow x<2$

$2-x<0 \Leftrightarrow -x<-2 \Leftrightarrow x>2$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-3		2	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$\frac{x+3}{2-x}$	$-$	0	$+$	$n.d.$	$-$

Concluindo:

$f(x)>0 \Leftrightarrow x \in]-3;2[$

$f(x)<0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-3[\cup]2;+\infty[$

7.2. O domínio da função f é $D_f=\left\{x \in \mathbb{R}: x^2-3x \neq 0\right\}=\mathbb{R} \setminus \{0;3\}$

Cálculo auxiliar:

$x^2-3x=0 \Leftrightarrow x(x-3)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-3=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

$\twoheadrightarrow$ **Numerador**

Zeros: $2x+4=0 \Leftrightarrow 2x=-4 \Leftrightarrow x=-2$

Sinal:

$2x+4>0 \Leftrightarrow 2x>-4 \Leftrightarrow x>-2$

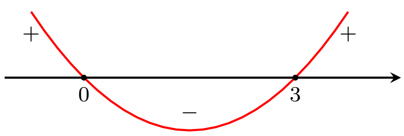
$2x+4<0 \Leftrightarrow 2x<-4 \Leftrightarrow x<-2$

$\twoheadrightarrow$ **Denominador**

Zeros: $x^2-3x=0 \Leftrightarrow x(x-3)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-3=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal
pela representação gráfica da parábola



Assim,

$x^2-3x>0 \Leftrightarrow x<0 \vee x>3$

$x^2-3x<0 \Leftrightarrow 0<x<3$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-2		0		3	$+\infty$
$2x+4$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
x^2-3x	$+$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$
$\dfrac{2x+4}{x^2-3x}$	$-$	0	$+$	$n.d.$	$-$	$n.d.$	$+$

Concluindo:

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-2;0[\cup]3;+\infty[$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-2[\cup]0;3[$

7.3. O domínio da função f é $D_f = \{x \in \mathbb{R} : x+1 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

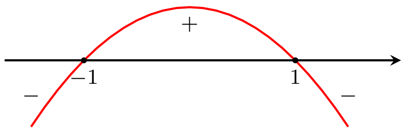
Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

$\twoheadrightarrow$ **Numerador**

Zeros: $-x^2+1=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x=-1 \vee x=1$

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal
pela representação gráfica da parábola



Assim,

$-x^2+1 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$

$-x^2+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 1$

$\twoheadrightarrow$ **Denominador**

Zeros: $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

Sinal:

$x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$

$x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
$-x^2+1$	$-$	0	$+$	0	$-$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$\dfrac{-x^2+9}{-x+3}$	$+$	$n.d.$	$+$	0	$-$

Concluindo:

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-1[\cup]-1;1[$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]1;+\infty[$

7.4. O domínio da função f é $D_f = \{x \in \mathbb{R} : 4-2x \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Cálculos auxiliares

$4-2x=0 \Leftrightarrow -2x=-4 \Leftrightarrow x=2$

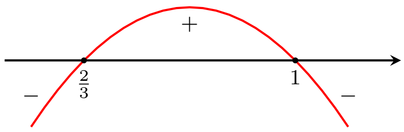
Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

$\twoheadrightarrow$ **Numerador**

Zeros: $-3x^2+5x-2=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times(-3)\times(-2)}}{2\times(-3)} \Leftrightarrow x=1 \vee x=\dfrac{2}{3}$

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola



Assim,

$-3x^2+5x-2>0 \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}<x<1$

$-3x^2+5x-2<0 \Leftrightarrow x<\dfrac{2}{3} \vee x>1$

$\twoheadrightarrow$ **Denominador**

Zeros: $4-2x=0 \Leftrightarrow -2x=-4 \Leftrightarrow x=2$

Sinal:

$4-2x>0 \Leftrightarrow -2x>-4 \Leftrightarrow x<2$

$4-2x<0 \Leftrightarrow -2x<-4 \Leftrightarrow x>2$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$		1		2	$+\infty$
$-3x^2+5x-2$	$-$	0	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$4-2x$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$\dfrac{-3x^2+5x-2}{4-2x}$	$-$	0	$+$	0	$-$	$n.d.$	$+$

Concluindo:

$f(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left]\dfrac{2}{3};1\right[\cup]2;+\infty[$

$f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;\dfrac{2}{3}\right[\cup]1;2[$

7.5. O domínio da função f é $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 16 \neq 0\right\} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 4\}$

Cálculos auxiliares

$x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = \pm 4$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

$\twoheadrightarrow$ **Numerador**

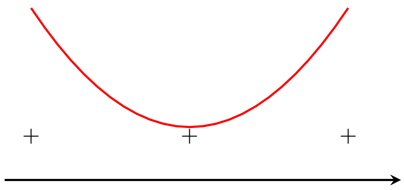
Zeros: $x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2} \mapsto$ Equação impossível em $\mathbb{R}$

Não existem zeros reais

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola



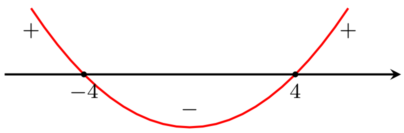
Assim,

$x^2 + 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\twoheadrightarrow$ **Denominador**

Zeros: $x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = \pm 4$

Sinal:



$x^2 - 16 > 0 \Leftrightarrow x < -4 \vee x > 4$

$x^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < x < 4$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-4		4	$+\infty$
$x^2 + 2x + 5$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$x^2 - 16$	$+$	0	$-$	0	$+$
$\dfrac{x^2 + 2x + 5}{x^2 - 16}$	$+$	$n.d.$	$-$	$n.d.$	$+$

Concluindo:

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -4[\cup]4; +\infty[$

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-4; 4[$

7.6. O domínio da função f é $D_f = \left\{x \in \mathbb{R} : x^2+4x+4 \neq 0\right\} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Cálculos auxiliares

$x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2=0 \Leftrightarrow x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$

Estudemos o numerador e o denominador, quanto a zeros e sinal

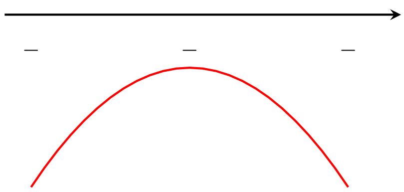
$\twoheadrightarrow$ **Numerador**

Zeros: $-x^2-2=0 \Leftrightarrow x^2=-2 \mapsto$ Equação impossível em $\mathbb{R}$

Não existem zeros reais

Sinal:

Como se trata de uma função quadrática, estuda-se o sinal pela representação gráfica da parábola



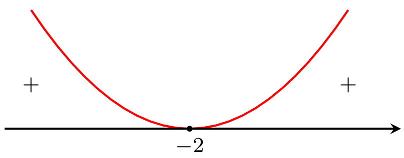
Assim,

$-x^2-2<0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\twoheadrightarrow$ **Denominador**

Zeros: $x^2+4x+4 \Leftrightarrow (x+2)^2=0 \Leftrightarrow x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$

Sinal:



$x^2+4x+4>0, \forall x \neq -2$

Tabela de sinais

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$-x^2-2$	$-$	$-$	$-$
x^2+4x+4	$+$	0	$+$
$\dfrac{-x^2-2}{x^2+4x+4}$	$-$	$n.d.$	$-$

Concluindo:

$f(x)<0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$