ESCOLA SECUNDÁRIA DE PAREDES

4ª Ficha Formativa

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: $B + C + H$

março de 2023

1. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = e^{x+k} + 1$, em que k designa um número real
O gráfico da função f interseta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada 5

   Qual é o valor de k?

   (A) $\ln 5$ (B) e^4 (C) $\ln 4$ (D) e^5

2. Sejam a e b, dois números reais positivos
Qual das seguintes igualdades é equivalente a $\ln b - \frac{1}{2}\ln a = 0$?

   (A) $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ (B) $b - \sqrt{a} = 1$ (C) $b\sqrt{a} = 1$ (D) $b + \sqrt{a} = 1$

3. Resolve, em $\mathbb{R}$, a condição $(1 - 2^x)\ln(3x + 1) - 2^x \ln x = -\ln x$

4. Na figura 1 está representado um triângulo $[ABC]$, retângulo em B

   Sabe-se que a hipotenusa do triângulo $[ABC]$ mede 4 unidades

   4.1. Qual das expressões seguintes, dá, a área do triângulo $[ABC]$, em função da amplitude α, do ângulo ACB?

   (A) $2\sin(2\alpha)$

   (B) $4\sin(2\alpha)$

   (C) $4\cos(2\alpha)$

   (D) $8\sin(\alpha)\tan(\alpha)$

   4.2. Determina o valor de α, para o qual a área do triângulo $[ABC]$ é máxima, e indica esse valor máximo da área

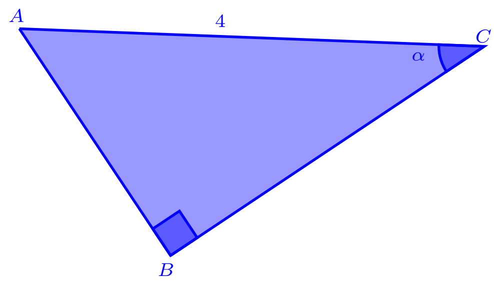

Figura 1

5. Calcula $\lim_{x \to 1} \frac{x + \ln x - 1}{\sin(x - 1)}$

6. Seja $\mathbb{C}$, o conjunto dos números complexos e sejam $z_1 = 1 + i^{43}$ e $z_2 = 1 + i$, dois números complexos

   6.1. Mostra, analiticamente, que o número complexo $\frac{z_1 \times \overline{-z_2}}{iz_2 + 1}$ é um número real

   6.2. Determina os números reais a e b, de modo que $az_2 - i \times \overline{2 - 2i} = (1 + 2bi)z_1 + b$

7. Seja f, a função real, de variável real, definida em $[0;\pi]$, por $f(x)=\dfrac{\cos(2x)}{\sin(2x)+2}$

Resolve, analiticamente, os dois itens seguintes

7.1. Estuda a função f quanto à monotonia e existência de extremos relativos, e determina esses extremos, caso existam

Na tua resposta, apresenta o(s) intervalo(s) de monotonia

7.2. Escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f, no ponto de abcissa $\dfrac{\pi}{2}$

8. Seja g, a função real, de variável real, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $g(x)=ex-\ln x$

Resolve, analiticamente, os dois itens seguintes

8.1. Estuda a função g quanto à existência de assíntotas ao seu gráfico

8.2. Mostra que a função g tem um único mínimo, e indica o valor desse mínimo

9. Seja h, a função real, de variável real, de domínio $\mathbb{R}^+$, e duas vezes diferenciável

Sabe-se que a sua derivada h', é definida por $h'(x)=\dfrac{2+\ln x}{x}$

Estuda a função h quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e existência de pontos de inflexão

10. Seja f, a função real, de variável real, definida em $]-1;0[\cup]0;+\infty[$, por $f(x)=\dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+ex\right)}{\ln(x+1)}$

Em qual das opções está o valor de $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$?

(A) $-\dfrac{1}{e}$ (B) $\dfrac{1}{e}$ (C) $-e$ (D) e

11. Seja f, a função real de variável real, definida por $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e-e^x}{e-ex} & se \quad x<1\\ e^{2k}-3 & se \quad x=1\\ \dfrac{\sin(2x-2)}{2x^2-2x} & se \quad x>1\end{cases}$, com $k\in\mathbb{R}$

Averigua, analiticamente, se existe algum $k\in\mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x=1$