



---

**Matemática A**

---

**12.º Ano de Escolaridade • Turma: B + C + H**

---

Aula de Apoio

---

março de 2023

---

**Números complexos - Funções trigonométricas, exponenciais, logarítmicas - Sucessões**

---

1. Seja  $\mathbb{C}$ , o conjunto dos números complexos

Resolve, em  $\mathbb{C}$ , cada uma das seguintes equações

**1.1.**  $i\bar{z} - \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right| z = \bar{z} + i$

**1.2.**  $z^5 + 3z^3 + 2z = 0$

2. Seja  $\mathbb{C}$ , o conjunto dos números complexos e sejam  $z_1 = -1 + i^{73}$  e  $z_2 = 4 + 4i$ , dois números complexos

**2.1.** Representa os números complexos  $z_1$  e  $z_2$  na forma trigonométrica

**2.2.** Representa os números complexos  $-z_2$  e  $\bar{z}_2$ , na forma algébrica e na forma trigonométrica

3. Seja  $k$  um número real positivo

Em qual das opções está uma expressão igual a  $e^{3 \ln k}$ ?

(A)  $k^3$

(B)  $3k$

(C)  $k + 3$

(D)  $3^k$

4. Considera a função  $f$ , real, de variável real, definida em  $\mathbb{R}^+$ , por  $f(x) = 1 + \ln(5x)$

Em qual das opções está um ponto do gráfico da função  $f$ ?

(A)  $(e; 1 + e \ln 5)$

(B)  $(e; 1 + \ln 5)$

(C)  $(e; 2 + \ln 5)$

(D)  $(e; 1 + e + \ln 5)$

5. Resolve, em  $\mathbb{R}$ , a equação  $\cos x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$

6. Considera a função  $g$ , real, de variável real, definida por  $g(x) = \frac{x+1}{1-\tan(2x)}$

Em qual das opções está o domínio da função  $g$ ?

(A)  $D_g = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(B)  $D_g = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(C)  $D_g = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

(D)  $D_g = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

7. Seja  $h$ , a função real, de variável real, definida por  $h(x) = \ln(e^x - 1)$

**Resolve, analiticamente, os quatro itens seguintes**

**7.1.** Calcula  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x^2}$

**7.2.** Estuda a função  $h$  quanto a assíntotas do seu gráfico

**7.3.** Estuda a função  $h$  quanto à monotonia e existência de extremos relativos, e determina esses extremos, caso existam

Na tua resposta, apresenta o(s) intervalo(s) de monotonia

**7.4.** Estuda a função  $h$ , quanto ao sentido das concavidades e existência de pontos de inflexão do seu gráfico

8. Resolve, em  $\mathbb{R}$ , a condição  $\ln(2x)e^{2x} - e^{2x} = 2\ln(2x) - \ln(e^2)$

9. Resolve, em  $\mathbb{R}$ , a condição  $e^x - 3 < -2e^{-x}$

10. Em qual das opções está  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$ ?

(A) 0

(B) -1

(C) 1

(D)  $+\infty$

11. Seja  $(u_n)$ , uma sucessão de números reais, definida por  $u_n = \begin{cases} n+7 & \text{se } n \leq 3 \\ \frac{10n+1}{n} & \text{se } n > 3 \end{cases}$

Estuda a sucessão  $(u_n)$  quanto à monotonia

12. Considera a sucessão  $(v_n)$ , definida por  $v_n = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

**12.1.** Averigua se  $\frac{3}{512}$  é termo da sucessão  $(v_n)$ . Em caso afirmativo, indica a sua ordem

**12.2.** Mostra que a sucessão  $(v_n)$  é uma progressão geométrica, e indica a razão

**12.3.** Define a sucessão  $(v_n)$  por recorrência

**12.4.** Estuda a sucessão  $(v_n)$ , quanto à monotonia

**12.5.** Determina o valor de  $S = v_{17} + v_{18} + v_{19} + \dots + v_{25}$