



Matemática

10.º Ano de Escolaridade

novembro de 2018

1. Considera, num referencial ortonormado, $Oxyz$, um cubo $[ABCDEFGH]$ de aresta 4, como o que se apresenta na figura 1

Sabe-se que:

- a origem do referencial é o ponto G
- a face $[BCGF]$ está contida no plano xOz
- a face $[EFGH]$ está contida no plano xOy
- a face $[CDHG]$ está contida no plano yOz

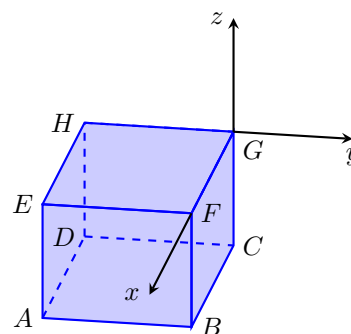


Figura 1

- 1.1. Escreve uma condição que defina:
- 1.1.1. a reta BF
 - 1.1.2. a aresta $[EH]$
 - 1.1.3. a face $[EFGH]$
- 1.2. Considera o ponto $P(2k+1; -4; -3)$, $k \in \mathbb{R}$
Determina os valores de k de modo que o ponto P pertença à face $[ADHE]$
- 1.3. Escreve uma equação do plano que contém o ponto médio do segmento $[DH]$ e é paralelo ao plano xOy
2. Considera a condição $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 1 = 0$
Identifica o conjunto de pontos do espaço definido pela condição dada
3. Na figura 2 estão representados, em referencial *o.n.* xOy , uma circunferência C_1 e uma região colorida

Sabe-se que:

- a circunferência C_1 tem centro no ponto $A(4; -2)$ e raio 3
- o ponto B é ponto de interseção da circunferência com o eixo Ox
- a reta AB intersecta o eixo Oy no ponto C

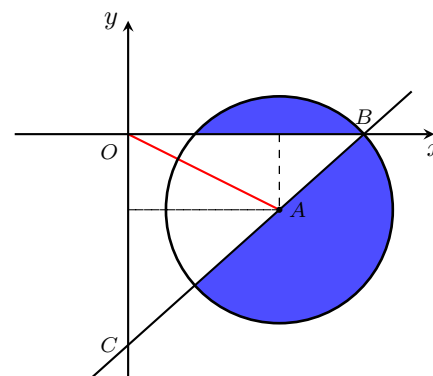


Figura 2

- 3.1. Escreve a equação reduzida da mediatriz do segmento $[OA]$
- 3.2. Indica as coordenadas do ponto C
- 3.3. Define, através de uma condição, a região colorida, incluindo a fronteira

4. Na figura 3 está representado, em referencial *o.n.* $Oxyz$, um sólido, que pode se decomposto num prisma $[ABCDEFGH]$, quadrangular regular reto e numa pirâmide $[EFGHI]$, quadrangular regular reta

Sabe-se que:

- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOz
- a base da pirâmide coincide com a face $[EFGH]$ do prisma e está contida no plano de equação $y = 6$
- a altura da pirâmide é 3
- a origem do referencial é o centro face $[ABCD]$
- os pontos A e C pertencem ao eixo Ox
- os pontos B e D pertencem ao eixo Oz
- o volume do sólido é igual a 224 u.v.

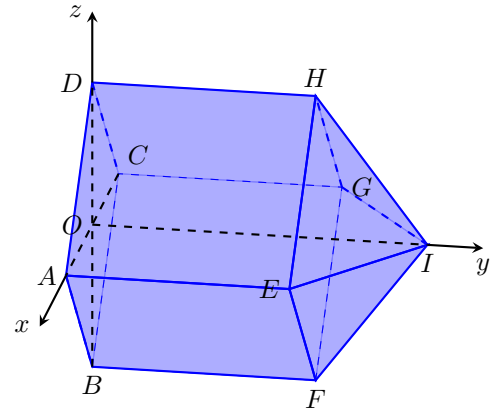


Figura 3

- 4.1. Mostra que $A(4; 0; 0)$ e escreve as coordenadas dos restantes vértices do sólido
 - 4.2. Define, por uma condição, o quadrilátero $[ACGE]$
 - 4.3. Determina o valor exato do perímetro do triângulo $[EHI]$
 - 4.4. Determina uma equação reduzida da superfície esférica de centro na origem e que contém os pontos A, B, C e D , e escreve as equações dos planos paralelos ao plano xOy e tangentes a esta superfície esférica
 - 4.5. Escreve, na forma $ax + by + cz + d = 0$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, uma equação do plano mediador do segmento $[ET]$, sendo T o ponto médio do segmento $[GI]$
5. Na figura 4 está representado, num referencial ortonormado $Oxyz$, um octaedro $[CABDEF]$

Sabe-se que:

- os vértices A, B e C , pertencem, respetivamente, aos semieixos positivos das abcissas, das ordenadas e das cotas
- os vértices D, E e F , pertencem, respetivamente, aos semieixos negativos das abcissas, das ordenadas e das cotas
- o centro do octaedro é a origem do referencial
- as faces do octaedro são triângulos equiláteros
- o quadrilátero $[ACDF]$ é um quadrado
- o ponto A tem coordenadas $(4; 0; 0)$

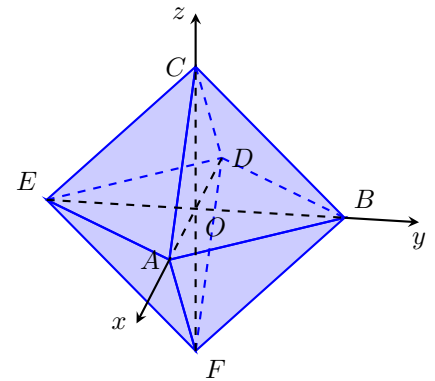


Figura 4

- 5.1. Determina a distância entre os pontos C e P , sendo P o ponto médio da aresta $[BF]$
- 5.2. Determina a área da superfície do octaedro