Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turmas G e K

1. Considera o plano α de equação cartesiana $ax - y - z = 0$ e o plano β de equação cartesiana $(-a^2 + 5)y + z = 0$, com $a \in \mathbb{R}$.

   O plano α é perpendicular ao plano β se:

   (A) $a \in [-\sqrt{6}; \sqrt{6}]$
   (B) $a \in \{-6; 6\}$
   (C) $a \in \{-\sqrt{6}; \sqrt{6}\}$
   (D) $a \in \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

2. Considera a reta s de equação vetorial $(x; y; z) = (1; -1; -1) + k(1; 0; 0), k \in \mathbb{R}$ e o plano β de equação cartesiana $-2y + 2 = 0$.

   Pode-se afirmar que:

   (A) a reta s é oblíqua ao plano β
   (B) a reta s é perpendicular ao plano β
   (C) a reta s é estritamente paralela ao plano β
   (D) a reta s está contida no plano β

3. Sejam $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{b}$ dois vetores num referencial o.n., tais que $\|\overrightarrow{a}\| = \|\overrightarrow{b}\| = 5$ e $\sin(\theta) = \frac{7}{25}$, onde θ é a amplitude do ângulo agudo formado por $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{b}$.
   Qual é o valor de $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$?

   (A) 24
   (B) 7
   (C) $\frac{24}{25}$
   (D) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$

4. Considera, num referencial ortonormado xOy, uma circunferência $\gamma : (x-1)^2 + y^2 = 4$, a reta $s : y = x - 1$ e a reta t, tal como se apresenta na figura 1.

   4.1. Escreve uma equação vetorial e a equação reduzida da reta t, perpendicular à reta s e que "passa"no ponto de ordenada 2, situado no eixo das ordenadas.

   4.2. Determina as coordenadas do ponto de interseção das retas r e s.

   4.3. Determina as coordenadas dos pontos A e B, de interseção da reta s com a circunferência γ.

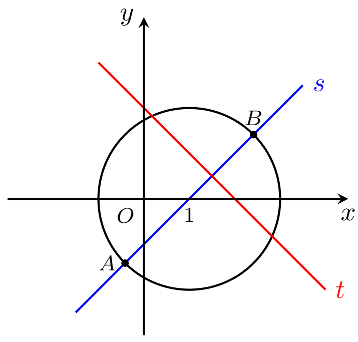

Figura 1

5. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura 2 está representado um sólido que pode ser decomposto em duas pirâmides $[ABCOV]$ e $[ABCOP]$, quadrangulares regulares.

Sabe-se que:

- A pertence ao semieixo positivo das abcissas;
- C pertence ao semieixo positivo das cotas;
- a face $[ABCO]$ das pirâmides está contida no plano xOz;
- T é o centro do polígono $[ABCO]$;
- o volume do sólido é igual a $\frac{32}{3}u.v.$;
- o plano α de equação $x + y - z - 2 = 0$, contém o ponto A.

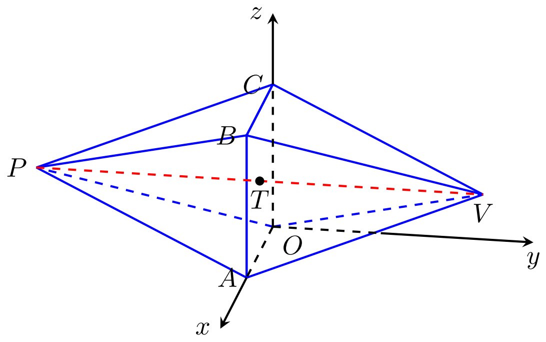

Figura 2

5.1. Mostra que o ponto A tem coordenadas $(2; 0; 0)$ e escreve a equação cartesiana da superfície esférica de diâmetro $[AP]$.

5.2. Mostra que a área da superfície do sólido é igual a $8\sqrt{17}u.a.$

5.3. Escreve as equações paramétricas da reta CV.

5.4. Escreve, na forma $ax + by + cz + d = 0, a, b, c, d \in \mathbb{R}$, a equação do plano ATV.

5.5. Mostra que os planos α e ATV são perpendiculares.

6. Na figura 3, está representada, num referencial o.n. $Oxyz$, uma pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$, cuja base está contida no plano xOy e cujo vértice V tem cota positiva.
O ponto T é o centro da base da pirâmide.

Admite que:

- o vértice A pertence ao eixo Ox e o vértice D pertence ao eixo Oy
- o vértice V tem abcissa e ordenada iguais a 5
- a área da base da pirâmide é igual a $50u.a.$
- $\overline{AV} = 13$

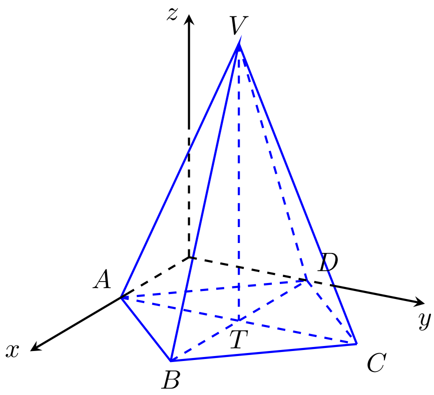

Figura 3

6.1. Mostra que o vértice V tem cota igual 12 e determina o volume da pirâmide.

6.2. Seja M o ponto médio da aresta $[CV]$.
Determina uma equação vetorial da reta BM.

6.3. Determina uma equação cartesiana do plano que passa no ponto T e é perpendicular à aresta $[AV]$.