

## Exercício 1

Seja  $(u_n)_n$  uma sucessão definida por:  $u_n = \frac{1-3n}{n+1}$

a)

Verifique se  $-\frac{14}{5}$  é um dos termos de  $(u_n)_n$

$$\frac{1-3n}{n+1} = -\frac{14}{5}$$

$$n = 19$$

$$u_{19} = -\frac{14}{5}$$

b)

Estude  $(u_n)_n$  quanto à monotonia

$(u_{n+1}) - (u_n) < 0$  é monótona decrescente

$(u_{n+1}) - (u_n) > 0$  é monótona crescente

$$\left[ \frac{n+1}{n+1} \right] \left[ \frac{-3n-2}{n+2} \right] - \left[ \frac{1-3n}{n+1} \right] \left[ \frac{n+2}{n+2} \right]$$

$$\frac{-3n^2 - 3n - 2n - 2}{(n+1)(n+2)} - \frac{n+2 - 3n^2 - 6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-3n^2 - 3n - 2n - 2 - n - 2 + 3n^2 + 6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-4}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

$u_n$  é monótona decrescente

c)

$(u_n)_n$  é uma sucessão convergente? E limitada? Justifique.

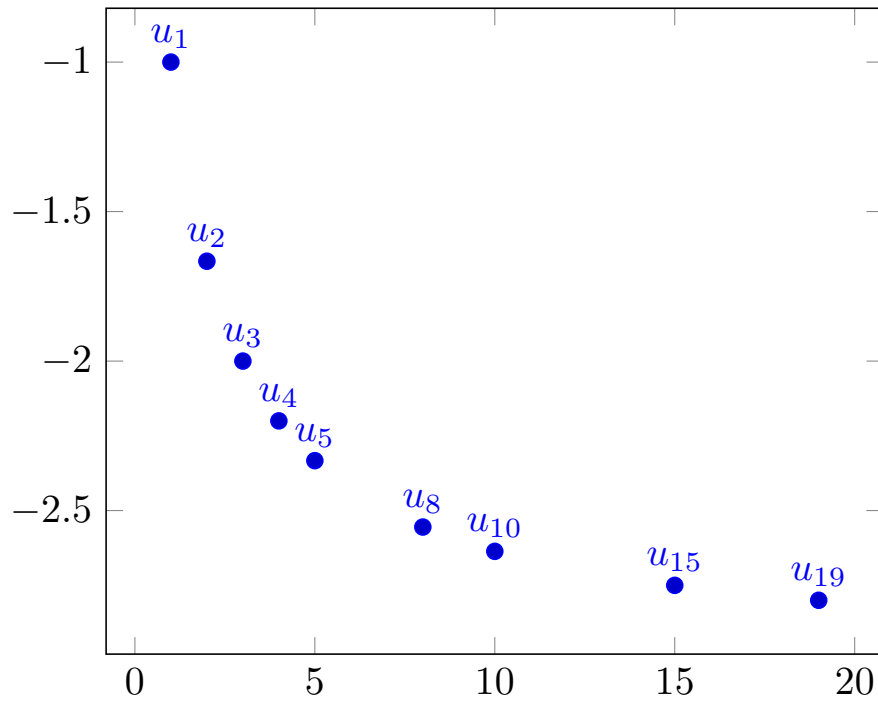
$$\lim_n \frac{1-3n}{n+1} = \lim_n \frac{\mathcal{N}\left(\frac{1}{n} - 3\right)}{\mathcal{D}\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{\overset{0}{\nearrow} \frac{1}{n} - 3}{1 + \underset{\nearrow 0}{\frac{1}{n}}} = -3$$

$(u_n)_n$  é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada. Como  $(u_n)_n$  é decrescente sabemos que:

$$\frac{1-3n}{n+1} = -3 + \frac{4}{n+1}$$

$\frac{4}{n+1} > 0$ , então qualquer termo será sempre superior a  $-3$

$$-3 < u_n < -1, \forall n \in \mathbb{N}$$

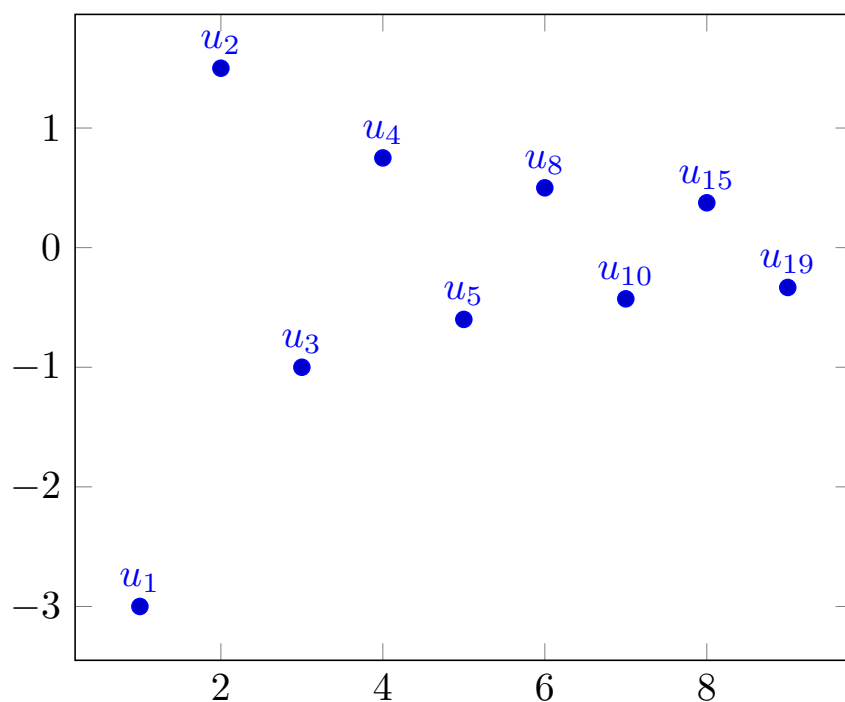


## Exercício 2

Dê um exemplo concreto de uma sucessão  $(a_n)_n$ , que verifique em simultâneo as seguintes afirmações:

- $(a_n)_n$  é uma sucessão limitada e não monótona
- $\lim_n (3a_n) = 0$   
Justifique a sua resposta.

$$a_n = \frac{3(-1)^n}{n}$$



### Exercício 3

a)

$$\lim_n \left( \frac{-7n^3 - 5n^2 + n}{3\sqrt{n^2 + 1}} \right) \stackrel{\infty}{\equiv}$$

b)

$$\lim_n (\sqrt{2n-3} - \sqrt{2n+5}) \stackrel{\infty}{\equiv}$$

c)

$$\lim_n \left( \frac{n-2}{n+1} \right)^{n+3} \stackrel{1^\infty}{\equiv}$$

d)

$$\lim_n (n^2 - (-2)^n n) = +\infty$$

$$\begin{cases} \text{Para } n \text{ par: } \lim_n (n^2 - n) \stackrel{\infty}{\equiv} \lim_n \left( n^2 \left( 1 - \frac{1}{n} \right) \right) = +\infty \\ \text{Para } n \text{ ímpar: } \lim_n (n^2 + n) = +\infty \end{cases}$$