
TESTE DE MATEMÁTICA – MOCK TESTE

2021

11.º ano de Escolaridade

(quatro páginas)

Para cada resposta, identifique o grupo e o item.

Apresente as suas respostas de forma legível.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

Não é permitido o uso de máquina de calcular.

Na resposta aos itens de **escolha múltipla**, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

1. No referencial ortonormado xOy da Figura 1 estão representados a circunferência trigonométrica e um trapézio retângulo $[ABCD]$.

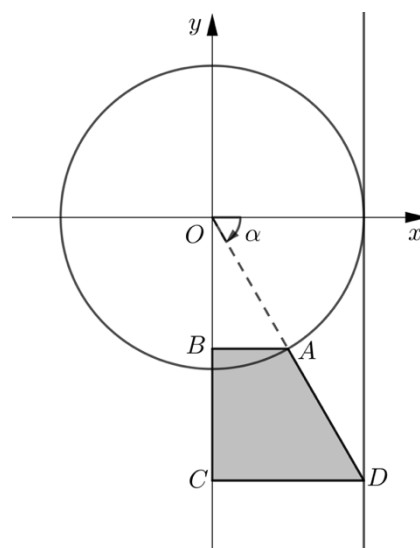


Figura 1

Sabe-se que:

- o ponto A pertence à circunferência trigonométrica;
- os pontos B e C pertencem ao eixo Oy ;
- a semirreta \vec{OA} intersesta a reta $x = 1$ no ponto D ;
- $\alpha \in \left] -\frac{\pi}{2}, 0 \right[$.

1.1. Sabe-se que $\overline{OB} = \frac{2}{3}$ para uma posição do ponto A . Mostre que, nesse caso, $\overline{OC} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

1.2. Mostre que a área do trapézio, em função de α , é dada por $f(\alpha) = \frac{\sin^3(-\alpha)}{2 \cos \alpha}$

2. Sejam f e g duas funções reais de variável real definidas por:

$$f(x) = -4 \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{e} \quad g(x) = 4 \sin\left(\frac{x}{3}\right)$$

Admita que os gráficos das funções f e g estão representados num mesmo referencial ortonormado xOy . Determine uma expressão geral das abscissas dos pontos de interseção dos dois gráficos.

3. Considere num referencial ortonormado xOy , a reta r de equação $x + 2y = 10$ e a circunferência δ de centro C definida pela equação $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 5$.

3.1. Determine a equação reduzida da reta s que passa no ponto C e é perpendicular à reta r .

3.2. A circunferência δ intersesta o eixo Ox em dois pontos, e o eixo Oy em outros dois pontos.

Destes pontos, seja A o que tem abscissa negativa, e B o que tem ordenada negativa.

A inclinação, em graus, da reta AB é:

- (A) 135° (B) 120° (C) 60° (D) 45°

4. Na Figura 2 está representado, num referencial ortonormado $Oxyz$, a pirâmide quadrangular regular $[ABCDV]$.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(12, 0, 8)$;
- o ponto B tem coordenadas $(0, -4, 14)$;
- o ponto V tem coordenadas $(-2, 7, 1)$;
- $3x - 6y + 2z - 52 = 0$ é uma equação do plano ABC .

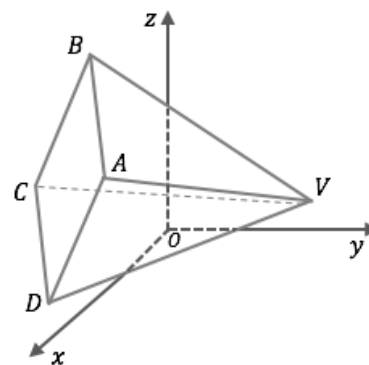


Figura 2

4.1. O plano ABV pode ser definido pela equação seguinte:

- (A) $6x + 2y - 3z + 1 = 0$ (B) $x + 12y + 10z - 92 = 0$
 (C) $-2x + 11y - 13z + 128 = 0$ (D) $x + y + z = 10$

4.2. Seja T o ponto de tangência da superfície esférica de centro V com o plano ABC .

Determine as coordenadas do ponto T .

5. Sabe-se que a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética é igual a -360 , que a razão é -2 e que o quarto termo é igual a -5 . Determine o valor de n .

6. Considera a sucessão de termo geral $v_n = \frac{5 \times 3^{n+2}}{2^{n+1}}$. Prove que é uma progressão geométrica, indicando a respetiva razão.

7. Na Figura 3 estão representados, num referencial ortonormado xOy , parte do gráfico de uma função racional j de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$, bem como, a tracejado, as duas assíntotas do seu gráfico, as retas de equação $y = 2$ e $x = -3$

Considere a sucessão (u_n) tal que $\lim j(u_n) = +\infty$

Então o termo geral de (u_n) pode ser igual a

- (A) $2 + \frac{1}{n}$ (B) $-3 - \frac{2}{n}$ (C) $2 - \frac{1}{n}$ (D) $-3 + \frac{2}{n}$

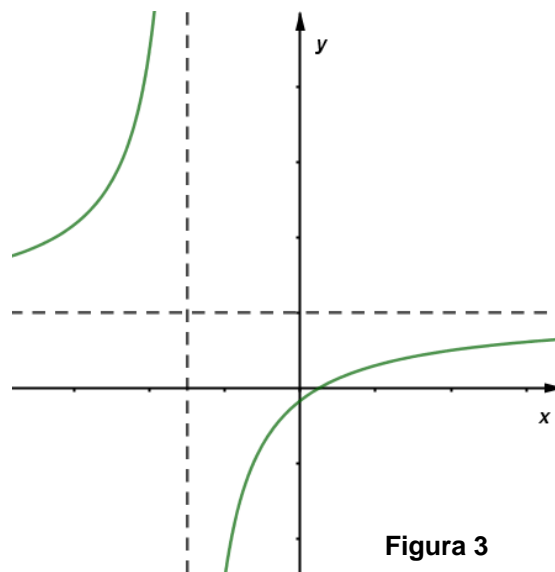


Figura 3

8. Considere a função h , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, definida por $h(x) = x - \frac{3}{x-2}$

8.1. Resolva a condição $h(x) \geq 0$.

8.2. Prove que $h(x) \times h(-x) = \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{4 - x^2}$ em $\mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$.

9. Considere a função f , de domínio \mathbb{R}^+ , definida por $f(x) = \frac{3}{2x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

Determine a abcissa do ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo Ox .

10. O valor de $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{|2x-1|}{4x^2-4x+1}$ é igual a

(A) $+\infty$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) $-\infty$

11. Na Figura 4 está representada, num referencial ortonormado xOy , uma função polinomial f e a reta secante ao gráfico de f nos pontos A e B . Sabe-se que:

- o ponto B tem coordenadas $(3, 12)$;
- o ponto A de abcissa a tem ordenada 6;
- a taxa média de variação da função f no intervalo $[a, 3]$ é igual a 3.

A abcissa de A é igual a:

(A) 2

(B) $\frac{3}{2}$

(C) 1

(D) $\frac{1}{2}$

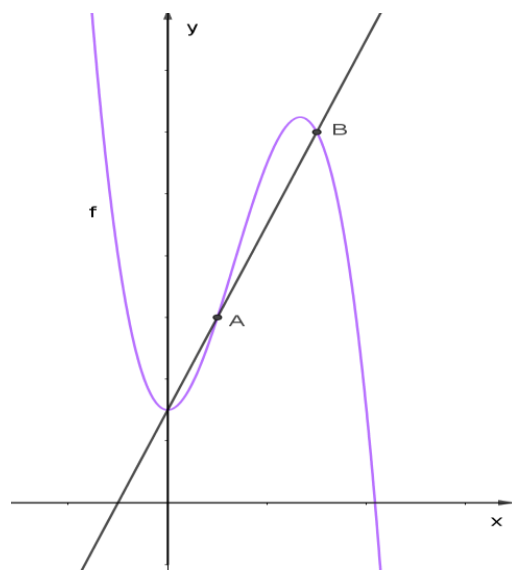


Figura 4

FIM