Escola Secundária de Paredes

3ª Ficha Formativa

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: J

abril de 2021

1. Seja f, a função real de variável real, definida por $f(x) = 2\sin\left(\frac{x}{4}\right)\cos\left(\frac{x}{4}\right)$

   1.1. Em qual das opções está o valor de $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{f(x)}$?

   (A) 2

   (B) 4

   (C) $\frac{1}{2}$

   (D) $\frac{1}{4}$

   1.2. Escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa $\frac{\pi}{2}$

2. Seja g, a função real de variável real, definida por, $g(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{e^{x-3}-e} & se \quad x < 4 \\ e^{k+1} & se \quad x = 4 \\ \frac{4\sin(x-4)\cos(x-4)}{ex^2-4ex} & se \quad x > 4 \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$

   Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = 4$

3. Sejam f e g, duas funções reais de variável real, definidas nos respetivos domínios, por $f(x) = 2x - 1 + \ln(x^2)$ e $g(x) = e^x - \frac{3}{e^x}$, respetivamente

   No referencial ortonormado xOy da figura 1, está representado parte do gráfico da função f

   - o gráfico da função f atinge um máximo relativo no ponto A assinalado no gráfico

   3.1. Determina, analiticamente, os intervalos de monotonia da função f

   3.2. Em qual das opções está a abcissa do ponto A assinalado no gráfico de f?

   (A) -1

   (B) -2

   (C) -3

   (D) -4

   3.3. Resolve, em $\mathbb{R}$, a condição $g(x) \leq -2$

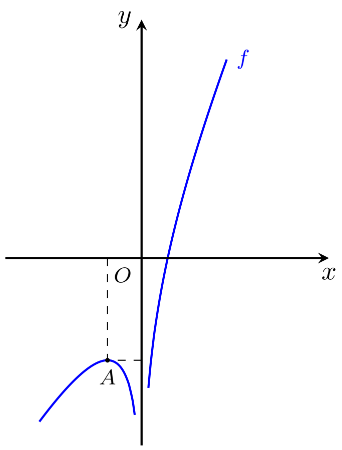

Figura 1

4. Sejam f e g, duas funções reais de variável real, definidas nos respetivos domínios, por $f(x)=\log_a(x-a)$, com $a>1$, e $g(x)=2+3^x$, respetivamente

   No referencial ortonormado xOy da figura 2, estão representados partes dos gráficos das funções f e g, e um triângulo $[ABO]$

   - o ponto A é o ponto de interseção do gráfico de g com o eixo das ordenadas
   - o ponto B é o ponto do gráfico de f
   - o ponto B tem ordenada 1

   Em qual das opções está o valor da área do triângulo $[ABO]$?

   (A) $2a$

   (B) $3a$

   (C) $5a$

   (D) $6a$

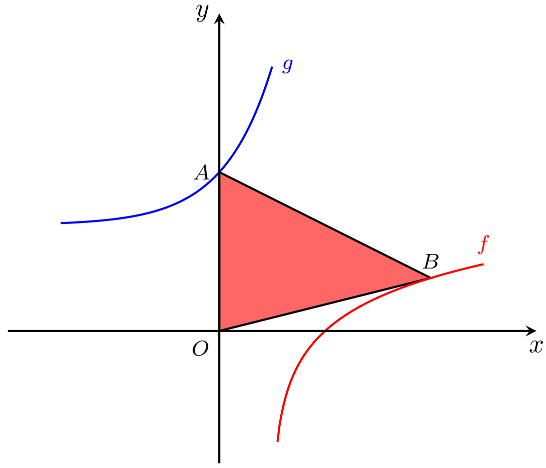

Figura 2

5. Resolve a equação $-2\sin^3(x)+2\sin^2(x)\cos(x)+\sin(x)=0$

   Sugestão de resolução:
   Começa por provar que $-2\sin^3(x)+2\sin^2(x)\cos(x)+\sin(x)=\sin(x)(\sin(2x)+\cos(2x))$

6. Na figura 3, estão representados uma circunferência centrada no ponto O, e um quadrilátero $[ABCD]$ inscrito na circunferência

   - $[AC]$ é um diâmetro da circunferência
   - o raio da circunferência é 2
   - a, é a amplitude do ângulo BAC
   - b, é a amplitude do ângulo DCA

   Mostra que a expressão que dá a área do quadrilátero $[ABCD]$, em função de a e de b, é $A_{[ABCD]}=4\left(\sin(2a)+\sin(2b)\right)$

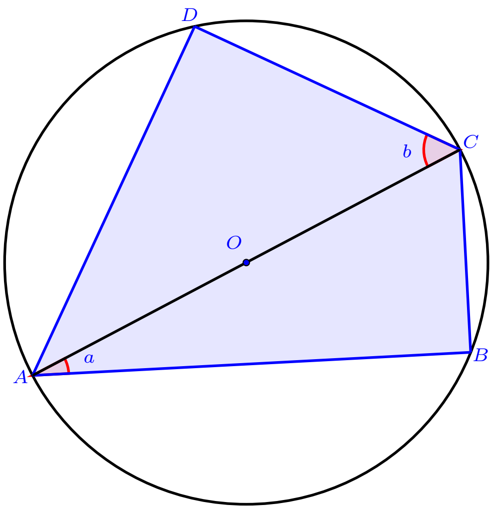

Figura 3

7. Considera em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, dois números complexos, $z_1=\sqrt[3]{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$ e $z_2=1-i$

   7.1. Determina os números reais a e b, de modo que $\dfrac{\overline{a-2bi}}{i^{39}}=z_1^3-2\overline{z_2}$

   7.2. Resolve a equação $z^4-\overline{z_2}^2=0$, e interpreta geometricamente as suas soluções

8. Seja $\mathbb{C}$, o conjunto dos números complexos

   Sendo $z_1=\cos(x)+i\sin(x)$ e $z_2=\cos(y)+i\sin(y)$, dois números complexos unitários, mostra que $\dfrac{z_1}{z_2}=\cos(x-y)+i\sin(x-y)$