Pág. 49

1. Uma sequência é de crescimento se cada termo, a partir do segundo, é maior do que o anterior.
Uma sequência é de decrescimento se cada termo, a partir do segundo, é menor do que o anterior.

1.1. É uma sequência de crescimento, pois cada termo, a partir do segundo, é maior duas unidades do que o anterior.

1.2. A sequência é de decrescimento, pois cada termo, a partir do segundo, é menor cinco unidades do que o anterior.

1.3. Os termos da sequência são frações com o mesmo numerador e denominadores crescentes. Como em frações com o mesmo numerador, quanto maior o denominador menor é a fração, os termos são cada vez mais pequenos, sendo por isso uma sequência de decrescimento.

1.4. É uma sequência de crescimento, uma vez que os termos se obtêm dividindo 17 por um número cada vez menor, pelo que cada termo é maior do que o anterior.

2.

a. A sequência apresentada corresponde aos múltiplos de 4, logo o seu termo geral é $4n$.

b. Nesta sequência o primeiro termo é 40 e cada termo obtém-se retirando 5 unidades ao termo anterior. O seu termo geral obtém-se retirando múltiplos de 5 (cujo termo geral é $5n$) a uma determinada quantidade, sendo a única opção o termo geral $45 - 5n$.

c. Cada termo corresponde à divisão da unidade pelo quadrado da sua ordem $\left(\frac{1}{1^2}; \frac{1}{2^2}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{4^2}; \frac{1}{5^2}\right)$, tendo como termo geral $\frac{1}{n^2}$.

d. Os termos da sequência obtêm-se dividindo 11 pela sequência dos múltiplos de dois (cujo termo geral é $2n$), logo o termo geral da sequência é $\frac{11}{2n}$.

e. Nesta sequência, o primeiro termo é 30 e obtém-se o termo seguinte subtraindo 4 unidades ao termo anterior, pelo que o seu termo geral se obtém subtraindo a um dado valor os múltiplos de 4 (de termo geral $4n$), pelo que a sequência tem de termo geral $34 - 4n$.

f. Os termos da sequência são frações de numerador 11 e cujos denominadores seguem uma dada sequência. A sequência dos denominadores é tal que o primeiro termo é 2 e cada termo se obtém adicionando 3 unidades ao termo anterior, pelo que a sequência dos denominadores tem termo geral $3n - 1$.
O termo geral da sequência dada é $\frac{11}{3n-1}$.
Assim, a correspondência entre as duas colunas é:
a. 4 **b.** 6 **c.** 2 **d.** 5 **e.** 1 **f.** 3

3.1. O primeiro termo da sequência é o primeiro valor apresentado, $\frac{1}{2}$.
Opção correta: (B)

3.2. Cada termo, a partir do segundo, obtém-se multiplicando o termo anterior por $\frac{1}{2}$. Como o quarto termo é $\frac{1}{16}$, o quinto termo é dado por $\frac{1}{16} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$.
Opção correta: (D)

3.3. Os termos da sequência são o quociente entre a unidade e uma potência de base 2 e expoente igual à ordem do termo. Como $\mathbf{64 = 2^6}$, tem-se que $\frac{1}{64} = \frac{1}{2^6}$, logo trata-se do termo de ordem 6.
Opção correta: (C)

4. Determinando a diferença entre os dias de aniversário da família do Vítor vem que:

$\mathbf{19 - 7 = 12}$ $\mathbf{24 - 19 = 5}$

$\mathbf{31 - 24 = 7}$ $\mathbf{31 - 19 = 12}$

Como a diferença entre 19 e 7 é igual à diferença entre 31 e 19, o número que não faz parte da sequência do Vítor é o 24.
Opção correta: (C)

Pág. 50

5.1. A figura número 2 é composta por $2^2 = 2 \times 2 = 4$ azulejos, enquanto a figura número 3 é composta por $3^2 = 3 \times 3 = 9$ azulejos.
Aplicando o mesmo raciocínio para as figuras seguintes, a figura número 4 terá $4^2 = 4 \times 4 = 16$ azulejos, pelo que a figura n terá n^2 azulejos.
Colocando os valores correspondentes na tabela:

Ordem	1	2	3	4	…	n
Termo	1	4	9	16	…	n^2

5.2. O sexto termo corresponde ao número de azulejos da sexta figura que é dado por $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

5.3. Para determinar a ordem do termo 81 é necessário descobrir o número cujo quadrado é 81.
Como $9^2 = 9 \times 9 = 81$, 81 é o termo de ordem 9.

5.4. Não, pois não existe nenhum número natural que ao quadrado dê 90.

5.5. Como a Sofia decidiu construir o painel correspondente à figura número 10, a Sofia vai utilizar $10^2 = 10 \times 10 = 100$ azulejos.
Os azulejos são quadrados com 15 cm de lado, pelo que a área de cada azulejo é:
$A_{\text{azulejo}} = \text{lado} \times \text{lado} = 15 \times 15 = 225 \text{ cm}^2$
A área total do painel é dada por:
$A_{\text{painel}} = 100 \times A_{\text{azulejo}}$
$= 100 \times 225 = 22\,500 \text{ cm}^2 = 2{,}25 \text{ m}^2$.

6.1. Para calcular os termos basta, no termo geral, substituir n pelo valor da ordem correspondente.
1.º termo: $\frac{3}{6\times1-4} = \frac{3}{6-4} = \frac{3}{2}$
2.º termo: $\frac{3}{6\times2-4} = \frac{3}{12-4} = \frac{3}{8}$
3.º termo: $\frac{3}{6\times3-4} = \frac{3}{18-4} = \frac{3}{14}$
4.º termo: $\frac{3}{6\times4-4} = \frac{3}{24-4} = \frac{3}{20}$

6.2. Para determinar o termo de ordem 15 substitui-se, no termo geral, n por 15, obtendo:
$\frac{3}{6\times15-4} = \frac{3}{90-4} = \frac{3}{86}$

6.3. Não, uma vez que todos os termos da sucessão são o quociente entre 3 e um número par, mas $\frac{3}{205}$ tem denominador ímpar.

6.4. Pretende-se determinar a ordem do termo $\frac{3}{596}$.
Para isso, é necessário determinar qual o valor de n para o qual $6n - 4$ é igual a 596.
Para obter 596 subtrai-se 4 ao resultado de $6n$, pelo que o resultado de $6n$ terá de ser $596 + 4 = 600$.
Logo, o valor de n é o número que multiplicado por 6 dá 600, ou seja, $n = 100$.
Concluiu-se que a sequência tem 100 termos.

Pág. 51

7.1. Cada termo da sequência é dado pela parte da piza a que corresponde uma fatia, o que se obtém através do quociente entre o número de fatias considerado, 1, e o número total de fatias.
Com 1 corte a piza fica dividida em 2 fatias, com 2 cortes em 4 fatias, com 3 cortes em 6 fatias, com 4 cortes em 8 fatias e com 5 cortes em 10 fatias.

Ordem	1	2	3	4	5
Termo	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$

7.2. O sétimo termo da sequência corresponde ao caso em que se efetuam 7 cortes, obtendo-se 14 fatias.
A parte da piza a que corresponde uma fatia é $\frac{1}{14}$, logo o sétimo termo da sequência é $\frac{1}{14}$.

7.3. O termo de ordem n corresponde a serem feitos n cortes na piza, obtendo-se $2n$ fatias. Logo, o termo geral da sequência é $\frac{1}{2n}$.

7.4. Uma vez que o número de fatias aumenta com o número de cortes, a parte correspondente a cada fatia diminui, logo cada termo é inferior ao anterior, pelo que se trata de uma sequência de decrescimento.

7.5. Se uma fatia corresponde a $\frac{1}{20}$ da piza, a piza está dividida em 20 fatias. Sendo o número de fatias o dobro do número de cortes, foram efetuados 10 cortes.

8. Esquematizando a situação numa tabela:

Loja	1	2	3	4	5	6
Dinheiro gasto	$\frac{64}{2} = 32$	$\frac{32}{2} = 16$	$\frac{16}{2} = 8$	$\frac{8}{2} = 4$	$\frac{4}{2} = 2$	2
Dinheiro que sobra	32	16	8	4	2	0

A Sara fez compras em 6 lojas.

9. O número total de tulipas do canteiro corresponde ao número de tulipas floridas no 6.º dia, ou seja, ao sexto termo da sequência que dá o número de tulipas floridas em cada dia.
O primeiro termo da sequência é 1, pois corresponde ao primeiro dia, onde apenas floriu uma tulipa.
O segundo termo da sequência é 3, correspondendo às 3 tulipas floridas no segundo dia.
O terceiro termo da sequência é 9, o número de tulipas floridas no terceiro dia.
Logo, trata-se de uma sequência cujo primeiro termo é 1 e cada termo se obtém multiplicando o termo anterior por 3.
Assim, os termos seguinte são:
4.º termo: $9 \times 3 = 27$
5.º termo: $27 \times 3 = 81$
6.º termo: $81 \times 3 = 243$
O canteiro tinha 243 tulipas.

Pág. 53

1. A razão entre duas quantidades comparáveis é o seu quociente.
1.1. Na figura existe 1 peça azul e 5 peças vermelhas, pelo que a razão entre o número de peças azuis e o número de peças vermelhas é 1:5.

1.2. Dado existirem 3 peças amarelas e 2 peças verdes na figura, a razão entre o número de peças amarelas e o número de peças verdes é 3:2.

1.3. A figura apresenta 4 peças cor de laranja e um total de 15 peças, sendo a razão entre o número de peças cor de laranja e o número total de peças de 4:15.

2. Para simplificar uma razão deve dividir-se os dois termos da razão pelo maior divisor comum.
2.1. O maior divisor comum a 8 e 12 é 4, pelo que dividindo ambos os termos da razão 8:12 por 4 obtém-se a razão simplificada 2:3.

2.2. Na razão 5:15 o maior divisor comum aos dois termos é 5, pelo que dividindo ambos os termos por 5 obtém-se a razão simplificada 1:3.

2.3. Como $40 = 8 \times 5$ e $25 = 5 \times 5$, para simplificar a razão $\frac{40}{25}$ dividem-se ambos os termos por 5, obtendo a razão simplificada $\frac{8}{5}$.

2.4. Uma vez que $45 = 9 \times 5$, é possível dividir ambos os termos da razão por 9, obtendo-se a razão simplificada $\frac{1}{5}$.

2.5. Uma percentagem é uma razão de consequente 100, logo $50\% = \frac{50}{100}$. Como 50% corresponde a metade, a razão simplificada é $\frac{1}{2}$.

2.6. Tem-se que $30\% = \frac{30}{100}$. Ora, $30 = 3 \times 10$ e $100 = 10 \times 10$, logo para se obter a razão simplificada, dividem-se ambos os termos da razão por 10, ficando a razão simplificada $\frac{3}{10}$.

3. O comprimento do retângulo é 20 cm e a sua largura 10 cm, pelo que a razão entre o comprimento e a largura do retângulo é 20:10.
Dividindo ambos os termos desta razão por divisores comuns a 20 e a 10, obtemos outras razões equivalentes.
Dividindo ambos os termos por 2 obtém-se a razão 10:5.
Dividindo ambos os termos por 10 obtém-se a razão 2:1.
Dividindo ambos os termos por 5 obtém-se a razão 4:2.
Devem então assinalar-se as razões 20:10, 10:5, 4:2 e 2:1.

4. Para estabelecer as correspondências é necessário determinar, em cada figura, a razão entre o número de triângulos vermelhos e o número total de triângulos. Para ser mais fácil estabelecer as correspondências, deve escrever-se cada razão na sua forma simplificada.
A: Existem 2 triângulos vermelhos num total de 6 triângulos, pelo que a razão pedida é 2:6, que simplificada é 1:3.
B: A figura tem 2 triângulos vermelhos num total de 8, sendo a razão entre o número de triângulos vermelhos e o número total de triângulos 2:8, que simplificada é 1:4.

C: Na figura existem 3 triângulos vermelhos num total de 9 triângulos, pelo que a razão pedida é $3:9=1:3$.
D: Existem 2 triângulos vermelhos num total de 5 triângulos, tendo-se a razão 2:5 que já se encontra simplificada.
E: A figura apresenta 3 triângulos vermelhos num total de 12 triângulos, pelo que a razão pedida é 3:12, que na forma simplificada é 1:4.
F: Dos 10 triângulos da figura, 4 são vermelhos, sendo a razão pedida 4:10, que simplificada é 2:5.
Os pares correspondentes são os que apresentam as mesmas razões simplificadas, ou seja, A – C; B – E; D – F.

5.1. Os meios de uma proporção são o consequente da primeira razão e o antecedente da segunda razão, ou seja, o 5 e o 6.

5.2. Os extremos de uma proporção são o antecedente da primeira razão e o consequente da segunda razão, isto é, o 2 e o 15.

5.3. A leitura da proporção é: "Dois está para cinco, assim como, seis está para quinze".

Pág. 54

6. Propriedade fundamental das proporções: Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
6.1. Para 5 ser um extremo terá de ser o antecedente da primeira razão ou o consequente da segunda razão. Além disso, a proporção tem de satisfazer a propriedade fundamental das proporções.
Como $5\times 6=3\times 10=30$, tem-se, por exemplo, a proporção $\frac{5}{10}=\frac{3}{6}$.

6.2. 5 é um meio da proporção se for o consequente da primeira razão ou o antecedente da segunda razão. Dado que $5\times 14=70$ e $7\times 10=70$, a proporção $\frac{7}{5}=\frac{14}{10}$ tem 5 como meio e verifica a propriedade fundamental das proporções.

6.3. Se 6 e 7 são os extremos, logo os meios terão de ser dois números tais que o seu produto é igual ao produto $6\times 7=42$.
Uma vez que $3\times 14=42$, a proporção terá 6 e 7 como extremos e 3 e 14 como meios, sendo, por exemplo, $\frac{6}{3}=\frac{14}{7}$.

7. Para saber se cada opção é ou não uma proporção é necessário confirmar se verificam a propriedade fundamental das proporções.
Propriedade fundamental das proporções: Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
(A) $3\times 20=60$ e $5\times 12=60$. É proporção.
(B) $10\times 21=210$ e $7\times 30=210$, logo é proporção.
(C) $7\times 48=336$ e $6\times 49=294$, pelo que não se trata de uma proporção.
(D) $1\times 32=32$ e $8\times 4=32$, sendo uma proporção.
Opção correta: (C)

8. Propriedade fundamental das proporções: Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
8.1. O produto dos extremos é $3\times 12=36$. Logo, x é o número que multiplicado por 4 dá 36, ou seja, $x=\frac{36}{4}=9$.
Ou, aplicando a regra prática da página 52 tem-se:
$\frac{3}{4}=\frac{x}{12}$ $\quad x=\frac{3\times 12}{4}=\frac{36}{4}=9$.

8.2. $\frac{x}{5}=\frac{16}{20}$ $\quad x=\frac{5\times 16}{20}=\frac{80}{20}=4$.

8.3. $\frac{7}{x}=\frac{25}{20}$ $\quad x=\frac{7\times 20}{25}=\frac{140}{25}=5{,}6$.

8.4. $\frac{0{,}5}{3}=\frac{4}{x}$ $\quad x=\frac{3\times 4}{0{,}5}=\frac{12}{0{,}5}=24$.

9. A melhor compra é o pacote onde a razão preço/quantidade é menor, pelo que se deve calcular esta razão para cada pacote.
Pacote A: $\frac{2{,}70}{250}=0{,}0108\ €/\text{g}$
Pacote B: $\frac{1{,}70}{150}=0{,}0113\ €/\text{g}$
Pacote C: $\frac{1{,}40}{120}=0{,}0117\ €/\text{g}$

A melhor compra é o pacote A, pois é aquele em que o preço por grama é mais baixo.

10.1. Seja x o número de panquecas que o João comeu nesse dia. A razão entre o número de panquecas comidas pelo Francisco e o número de panquecas comidas pelo João é $6 : x$. Como essa razão tem de ser 3:2, obtém-se a proporção:

$\frac{6}{x} = \frac{3}{2}$ $\quad x = \frac{6 \times 2}{3} = \frac{12}{3} = 4$

O João comeu 4 panquecas nesse dia.

10.2. Se x representar o número de panquecas comidas pelo Francisco, a razão entre o número de panquecas comidas pelo Francisco e o número de panquecas comidas pelo João é $x : 6$. Dado essa razão ser de 3:2, tem-se a proporção:

$\frac{x}{6} = \frac{3}{2}$ $\quad x = \frac{6 \times 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$

O Francisco comeu 9 panquecas.

10.3. A razão de 3:2 significa que, em cada $3 + 2 = 5$ panquecas, o Francisco come 3 e o João 2.

Dividindo as 500 panquecas em 5 grupos, cada grupo tem $500 : 5 = 100$ panquecas.

Destes 5 grupos, o Francisco come 3 e o João 2, logo o Francisco comeu $3 \times 100 = 300$ panquecas e o João $2 \times 100 = 200$ panquecas.

Pág. 55

11.1. A receita leva 200 g de chocolate e 150 g de manteiga, pelo que a razão entre a quantidade de chocolate e a quantidade de manteiga é $\frac{200}{150}$.

Para simplificar esta razão, calcula-se o máximo divisor comum entre o antecedente e o consequente.

200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

$200 = 2^3 \times 5^2$ $\quad 150 = 2 \times 3 \times 5^2$

$\text{m.d.c.}(200, 150) = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Dividindo ambos os termos da razão por 50, obtém-se a razão simplificada $\frac{4}{3}$.

11.2. Como a receita é para 4 pessoas, querendo confecionar mousse para 8 pessoas é necessário duplicar a quantidade de mousse. Mantendo a proporção, será necessário duplicar a quantidade de ovos. Como a receita original leva 6 ovos, a nova receita levara o dobro, ou seja $2 \times 6 = 12$ ovos.

11.3. Estabelecendo a proporção que relaciona a razão entre o número de pessoas e a quantidade de chocolate nas duas receitas tem.se:

$\frac{4}{200} = \frac{x}{700}$ $\quad x = \frac{4 \times 700}{200} = \frac{2800}{200} = 14$

O Mário fez *mousse* para 14 pessoas.

12. Começamos por determinar o número de rapazes e o número de raparigas de cada uma das escolas.

<u>Escola da Beatriz:</u> 140 alunos e uma razão de 4:3 entre o número de rapazes e o número de raparigas.

$4 + 3 = 7$ $\quad 140 : 7 = 20$

N.º rapazes: $4 \times 20 = 80$

N.º raparigas: $3 \times 20 = 60$

<u>Escola do Leandro:</u> 210 alunos, sendo a razão entre o número de rapazes e o número de raparigas de 3:4.

$3 + 4 = 7$ $\quad 210 \div 7 = 30$

N.º rapazes: $3 \times 30 = 90$

N.º raparigas: $4 \times 30 = 120$

No total das duas escolas existem $80 + 90 = 170$ rapazes e $60 + 120 = 180$ raparigas, logo a Beatriz não tem razão.

13.1. De modo a garantir a proporção entre as duas cores terá de se ter:

$\frac{5}{4} = \frac{2}{x}$ $\quad x = \frac{4 \times 2}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6 \text{ l}$

Utilizando 2 litros de tinta amarela, terão de utilizar 1,6 litros de tinta vermelha.

13.2. Utilizando 3 litros de tinta amarela e 2 litros de tinta vermelha, obtém-se uma razão entre a tinta amarela e a tinta vermelha de 3:2.

Mas a razão 3:2 (que é igual a 1,5) é diferente da razão 5:4 (que é igual a 1,25), logo o tom de laranja obtido pela Bruna não é igual ao pretendido.

13.3. A razão entre a tinta amarela e a tinta vermelha é 5:4, o que perfaz um total de $5+4=9$ litros.

Como foram gastos 18 litros e $18:9=2$, gastaram-se $2\times5=10$ litros de tinta amarela e $2\times4=8$ litros de tinta vermelha.

Gastaram-se 2 litros de tinta amarela a mais do que vermelha.

Pág. 57

1. Duas grandezas dizem-se diretamente proporcionais quando o quociente entre os seus valores correspondentes é constante.

1.1. É proporcionalidade direta, pois a razão entre o preço a pagar e o número de rebuçados comprados é sempre igual ao preço de um rebuçado.

1.2. Não é proporcionalidade direta, visto duas pessoas com a mesma altura podem ter pesos diferentes, obtendo-se razões diferentes.

1.3. É proporcionalidade direta, uma vez que o quociente entre o número de bolachas e o número de embalagens é sempre igual ao número de bolachas de uma embalagem.

1.4. Não é proporcionalidade direta, pois duas pessoas da mesma idade podem ter diferente número de horas de sono, obtendo-se razões diferentes.

1.5. Não é proporcionalidade direta visto, na proporcionalidade direta, quanto maior for uma grandeza, maior é a outra e, neste caso, quanto mais torneiras abertas. menor é o tempo necessário para encher a piscina.

1.6. É proporcionalidade direta, uma vez que o perímetro é o quadruplo da medida do lado, pelo que a razão entre o perímetro e a medida do lado será sempre 4, o número de lados do quadrado.

1.7. É proporcionalidade direta, pois o quociente entre o preço a pagar e o "peso" dos morangos é sempre o preço por unidade de "peso".

2. Duas grandezas dizem-se diretamente proporcionais quando o quociente entre os seus valores correspondentes é constante.

Ao valor do quociente entre duas grandezas diretamente proporcionais chama-se constante de proporcionalidade direta.

2.1. $\frac{1,5}{1}=\frac{3}{2}=\frac{7,5}{5}=1,5$

As grandezas são diretamente proporcionais, pois o seu quociente é constante.

A constante de proporcionalidade direta é 1,5 e significa que 1 chocolate custa 1,5€.

2.2. $\frac{30}{40}=0,75$ $\frac{50}{80}=0,625$

As grandezas não são diretamente proporcionais, pois o seu quociente não é constante.

2.3. $\frac{1,8}{40}=\frac{4,5}{100}=\frac{18}{400}=0,045$

As grandezas são diretamente proporcionais, pois o seu quociente é constante.

A constante de proporcionalidade direta é 0,045 e significa que são gastos 0,045 litros de combustível por cada quilómetro percorrido.

2.4. $\frac{150}{5}=\frac{360}{12}=\frac{900}{30}=30$

As grandezas são diretamente proporcionais, uma vez que o seu quociente é constante.

A constante de proporcionalidade direta é 30 e significa que se ganham 30 € por cada dia de trabalho.

3. A constante de proporcionalidade direta é $k=\frac{y}{x}=\frac{7}{2}=3,5$.

Para obter os valores de y em falta basta, multiplicar o correspondente valor de x pela constante de proporcionalidade direta.

Para $x=6$, tem-se $y=6\times3,5=21$.

Para $x=11$, tem-se $y=11\times3,5=38,5$.

Para obter os valores de x em falta, basta dividir o correspondente valor de y pela constante de proporcionalidade direta.

Para $y = 28$, tem-se $x = \frac{28}{3,5} = 8$.

Para $y = 84$, tem-se $x = \frac{84}{3,5} = 24$.

x	2	6	8	11	24
y	7	21	28	38,5	84

4. A representação gráfica de uma situação de proporcionalidade direta corresponde a uma semirreta com origem na origem do referencial.

Opção correta: (A)

Pág. 58

5.1. Para obter os valores de y em falta, basta multiplicar o correspondente valor de x pela constante de proporcionalidade direta.

Para $x = 1$, tem-se $y = 4 \times 1 = 4$.

Para $x = 3$, tem-se $y = 4 \times 3 = 12$.

Para $x = 6$, tem-se $y = 4 \times 6 = 24$.

Para obter os valores de x em falta, basta dividir o correspondente valor de y pela constante de proporcionalidade direta.

Para $y = 1$, tem-se $x = \frac{1}{4} = 0,25$.

Para $y = 10$, tem-se $x = \frac{10}{4} = 2,5$.

x	1	0,25	3	2,5	6
y	4	1	12	10	24

5.2. Sendo k a constante de proporcionalidade direta, a relação entre as duas grandezas pode ser escrita como $\frac{y}{x} = k$ ou como $y = k \times x$.

Neste caso $k = 4$, logo tem-se $\frac{y}{x} = 4$ ou $y = 4 \times x = 4x$.

Opção correta: (C)

6.1. Duas grandezas dizem-se diretamente proporcionais quando o quociente entre os seus valores correspondentes é constante.

$\frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{18}{12} = 1,5$

As grandezas são diretamente proporcionais, pois o quociente entre o preço e a quantidade é constante.

6.2. A constante de proporcionalidade direta é $k = 1,5$ e representa o preço de 1 *cupcake*.

6.3. Como cada *cupcake* custa 1,5 €, os 20 *cupcakes* custariam $20 \times 1,5 = 30$ €.

6.4. Sendo 1,5 € o preço de 1 *cupcake*, 54 € correspondem a $54 : 1,5 = 36$ *cupcakes*.

7.1. Duas grandezas dizem-se diretamente proporcionais quando o quociente entre os seus valores correspondentes é constante.

$\frac{38}{100} = \frac{4,18}{11} = 0,38$

Como o quociente entre a quantidade de açúcar e o "peso" das bolachas é constante, as grandezas são diretamente proporcionais.

A constante de proporcionalidade direta é $k = 0,38$ e representa a quantidade de açúcar, em g, presente em cada grama de bolachas.

7.2. Estabelecendo a proporção entre a quantidade de açúcar e o número de bolachas tem-se:

$\frac{1}{4,18} = \frac{x}{90}$ $\qquad$ $x = \frac{1 \times 90}{4,18} = \frac{90}{4,18} \cong 21,5$

A Mónica pode comer 21 bolachas.

7.3. Para saber se a escolha da Mónica é acertada, é necessário determinar a quantidade de açúcar presente em cada grama das novas bolachas.

$\frac{5,8}{25} = 0,232$

Nestas bolachas, a quantidade de açúcar por grama de bolacha é menor, pelo que se trata de uma escolha acertada.

Pág. 59

8.1. Por observação do gráfico tem-se a seguinte tabela:

Número de laranjas, (*x*)	3	6	9
Litros de laranjada, (*y*)	1	2	3

8.2. A representação gráfica de duas grandezas diretamente proporcionais é uma semirreta com origem na origem do referencial, tal como se encontra representado no gráfico da figura. Então, a quantidade de laranjada é diretamente proporcional ao número de laranjas.

A constante de proporcionalidade direta é $k = \frac{1}{3} = 0{,}33$ e representa a quantidade de laranjada, em litros, que é possível fazer com 1 laranja.

8.3. Utilizando uma regra de 3 simples, determinamos o número de litros de laranjada necessários.

$$\text{4 pessoas} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad \text{2 litros}$$

$$\text{10 pessoas} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad x \text{ litros}$$

$$x = \frac{10 \times 2}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ litros}$$

Em seguida, calculamos quantas laranjas são necessárias.

$$\text{1 litro} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad \text{3 laranjas}$$

$$\text{5 litros} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad x \text{ laranjas}$$

$$x = \frac{5 \times 3}{1} = \frac{15}{1} = 15 \text{ laranjas}$$

9.1. O preço dos cadernos é diretamente proporcional ao seu número na papelaria "Só Papel", uma vez que o gráfico desta papelaria é uma semirreta com origem na origem do referencial.

9.2. A constante de proporcionalidade direta é $k = \frac{7}{2} = 3{,}5$ e representa o preço, em euros, de 1 caderno.

9.3. Na papelaria "Só Papel" 4 cadernos custam 14 €, enquanto na papelaria "Papelada" custam 16 €, logo deve comprar na papelaria "Só Papel", pois os cadernos ficam mais baratos.

9.4. Na papelaria "Papelada", seis cadernos custam 20 €.

Na papelaria "Só Papel", como cada caderno custa 3,5 €, os seis cadernos custam $6 \times 3{,}5 = 21$ €.

O Guilherme comprou os cadernos na papelaria "Papelada", tendo poupado $21 - 20 = 1$ €.

Pág. 60

1.1. Os termos da sequência são frações com o mesmo numerador e denominadores crescentes, logo as frações são cada vez menores, pelo que cada termo será menor do que o anterior; trata-se de uma sequência de decrescimento.

1.2. Observando os quatro primeiros termos, é possível concluir que, a partir do segundo termo, cada termo se obtém multiplicando o termo anterior por $\frac{1}{3}$, logo o quinto termo é dado por: $\frac{1}{3} \times \frac{1}{81} = \frac{1}{243}$.

1.3. O primeiro termo é $\frac{1}{3}$ e cada termo a partir do segundo obtém-se multiplicando o termo anterior por $\frac{1}{3}$.

1.4. Aplicando a lei de formação da alínea anterior tem-se que:

- o primeiro termo é $\frac{1}{3}$;
- o segundo termo é $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$;
- o terceiro termo é $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3$;
- o quarto termo é $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$;

Logo, o termo geral é $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

Opção correta: (B)

2.1. Para determinar termos da sequência, basta no seu termo geral substituir n pelo valor da ordem correspondente.

1.º termo: $\frac{1+1}{1^2} = \frac{2}{1} = 2$

2.º termo: $\frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4}$

2.2. Os terceiro e quarto termos são dados por:

3.º termo: $\frac{3+1}{3^2} = \frac{4}{9}$

4.º termo: $\frac{4+1}{4^2} = \frac{5}{16}$

O produto entre estes dois termos é:

$\frac{4}{9} \times \frac{5}{16} = \frac{20}{144} = \frac{10}{72} = \frac{5}{36}$

2.3. Uma vez que a sequência é formada por 10 termos, os dois últimos são:

9.º termo: $\frac{9+1}{9^2} = \frac{10}{81}$

10.º termo: $\frac{10+1}{10^2} = \frac{11}{100}$

Para que o quociente entre estes dois termos seja maior do que um, o dividendo tem de ser maior do que o divisor. Como a sequência é de decrescimento, o nono termo é maior do que o décimo termo, logo pretende-se o quociente:

$\frac{10}{81} : \frac{11}{100} = \frac{10}{81} \times \frac{100}{11} = \frac{1000}{891}$.

3. Começamos por representar a situação através de uma tabela.

Dia	1	2	3	4	5	6	7
Matilde	21	25	29	33	37	41	45
Benedita	2	4	8	16	32	64	128

No total, a Matilde leu: $21 + 25 + 29 + 33 + 37 + 41 + 45 = 231$ páginas.

A Benedita leu: $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 254$ páginas.

A irmã que leu mais páginas foi a Benedita.

Pág. 61

4. Cartão A

Se cada termo se obtém subtraindo 2 ao termo anterior, para determinar o termo anterior a um dado termo é necessário somar 2.

Uma vez que o quarto termo é 10 tem-se que:

3.º termo: $10 + 2 = 12$

2.º termo: $12 + 2 = 14$

1.º termo: $14 + 2 = 16$

Cartão B

O quarto termo obtém-se substituindo n por 4 no termo geral. Assim:

4.º termo: $\frac{2\times4+3}{4+1} = \frac{8+3}{5} = \frac{11}{5}$.

Cartão C

Aplicando a lei de formação apresentada, vem:

2.º termo: $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3}$

3.º termo: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{9}$

4.º termo: $\frac{2}{3} \times \frac{8}{9} = \frac{16}{27}$

5.º termo: $\frac{2}{3} \times \frac{16}{27} = \frac{32}{81}$

Cartão D

Por aplicação da lei de formação tem-se:

7.º termo: $100 : 2 = 50$

8.º termo: $50 : 2 = 25$

9.º termo: $25 : 2 = \frac{25}{2}$

10.º termo: $\frac{25}{2} : 2 = \frac{25}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{4}$

O Pedro e a Inês terão de responder 16 no cartão A, $\frac{11}{5}$ no cartão B, $\frac{32}{81}$ no cartão C e $\frac{25}{4}$ no cartão D.

5.

(A) Multiplicando ambos os termos da razão por 6. obtém-se $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$.

(B) Multiplicando ambos os termos da razão por 2, obtém-se $\frac{6}{15} = \frac{12}{30}$.

(C) Dividindo ambos os termos da razão por 10, vem $\frac{120}{300} = \frac{12}{30}$.

(D) Dada a razão $\frac{42}{60}$, para se obter uma razão equivalente com consequente 30 é necessário dividir ambos os termos da razão por 2, obtendo $\frac{42}{60} = \frac{24}{30}$, que não é equivalente a $\frac{12}{30}$.

Opção correta: (D)

6.1. Na figura encontram-se 6 laços azuis e quatro laços cor-de-rosa, pelo que a razão entre o número de laços azuis e o número de laços cor-de-rosa é 6:4, que na forma simplificada é 3:2.

6.2. Na figura encontram-se 12 laços. Sendo x o número de laços da cor procurada, representa-se a situação por uma proporção.

$\frac{1}{3} = \frac{x}{12}$ $\qquad$ $x = \frac{1\times12}{3} = \frac{12}{2} = 4$

Trata-se da cor que tem 4 laços, ou seja, cor-de-rosa.

6.3. A Matilde tem 6 laços azuis e pretende ficar com x laços verdes, de forma que $\frac{x}{6} = \frac{2}{3}$.

Então $x = \frac{6\times2}{3} = \frac{12}{3} = 4$.

Como a Matilde já tem 2 laços verdes e pretende ficar com 4, terá de comprar mais 2 laços verdes.

7. Um par de razões forma uma proporção se verificar a propriedade fundamental das proporções: numa proporção o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

(A) $0{,}5 \times 6 = 3$ e $1{,}2 \times 2{,}5 = 3$, logo pode escrever-se uma proporção.

(B) $3 \times 6 = 18$ e $5 \times 4 = 20$, pelo que não se pode escrever proporção.

(C) $1 \times 2 = 2$ e $3 \times 3 = 9$, não sendo possível escrever uma proporção.

(D) $0{,}2 \times 7 = 1{,}4$ e $1{,}5 \times 1 = 1{,}5$, logo não se pode escrever uma proporção.

Opção correta: (A)

8. Tratando-se de uma proporção, verifica a propriedade fundamental das proporções: numa proporção o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

O produto dos meios é $6 \times 20 = 120$, pelo que o produto dos extremos terá de ser $a \times b = 120$.

(A) $4 \times 24 = 96 \neq 120$

(B) $15 \times 11 = 165 \neq 120$

(C) $0{,}2 \times 0{,}6 = 0{,}12 \neq 120$

(D) $8 \times 15 = 120$ **Opção correta: (D)**

Pág. 62

9. $\frac{3}{5} = \frac{x}{3}$ $\quad x = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} = 1{,}8$

10.1. Utilizando uma régua, verifica-se que a distância em linha reta entre Olhão e Tavira são 2 cm.

10.2. A escala de um mapa é a razão simplificada entre a distância no mapa, em centímetros, e a distância real, também em centímetros, entre duas localidades.

A distância, em linha reta, entre Olhão e Tavira no mapa são 2 cm.

A distância real, em linha reta, entre Olhão e Tavira são 20 km = 2 000 000 cm.

A razão entre estas duas distâncias é 2:2 000 000. Na forma simplificada obtém-se a escala do mapa, que é 1:1 000 000.

10.3. A distância em linha reta, no mapa, entre Sagres e Aljezur é de 3,5 cm.

Aplicando uma regra de três simples com a escala do mapa tem-se:

$\text{1cm mapa} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad 1\,000\,000 \text{ cm real}$

$\text{3,5 cm mapa} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad x$

$$x = \frac{3{,}5 \times 1\,000\,000}{1} = \frac{3\,500\,000}{1} = 3\,500\,000 \text{ cm}$$

Na realidade, Sagres e Aljezur estão a uma distância de 3 500 000 cm = 35 km, em linha reta.

11.1. A receita leva 250 g de coco e dá para 20 bolinhos, pelo que a razão entre a quantidade de coco e o número de bolinhos é 250:20. Dividindo ambos os termos da razão por 10 obtém-se a razão simplificada que é 25:2.

11.2. Utilizando regras de 3 simples, determinam-se as quantidades dos restantes ingredientes.

Açúcar

$\text{3 ovos} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad \text{150 g açúcar}$

$\text{5 ovos} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad x$

$$x = \frac{5 \times 150}{3} = \frac{750}{3} = 250 \text{ g } açúcar$$

Manteiga

$\text{3 ovos} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad \text{80 g manteiga}$

$\text{5 ovos} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad x$

$$x = \frac{5 \times 80}{3} = \frac{400}{3} \approx 133 \text{ g manteiga}$$

Coco

$\text{3 ovos} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad \text{250 g coco}$

$\text{5 ovos} \quad \_\_\_\_\_\_ \quad x$

$$x = \frac{5 \times 250}{3} = \frac{1250}{3} = 417 \text{ g coco}$$

O Miguel terá de utilizar 250 g de açúcar, 133 g de manteiga e 417 g de coco.

11.3. Para comparar a quantidade de gordura em cada bolinho é necessário calcular, para cada uma das receitas, a razão entre a quantidade de manteiga e a quantidade de bolinhos.

Receita do Miguel: $\frac{80}{20} = 4$ g/bolinho

Receita da Maria: $\frac{70}{14} = 5$ g/bolinho

A receita da Maria leva mais gordura, pois leva 5 g de manteiga por cada bolinho, enquanto que a receita do Miguel só leva 4 g de manteiga por bolinho.

Pág. 63

12. Como a razão entre o número de alunos dos cursos profissionais e dos cursos gerais é de 3:7 e são 210 alunos, o número de alunos que frequenta cada tipo de curso é dado por:

$3 + 7 = 10$ $\quad 210 \div 10 = 21$

Cursos profissionais: $3 \times 21 = 63$ alunos

Cursos gerais: $7 \times 21 = 147$ alunos

O número de alunos que estão nos cursos gerais a mais do que nos cursos profissionais é $147 - 63 = 84$ alunos.

13.1. As grandezas são diretamente proporcionais porque a sua representação gráfica é uma semirreta com origem na origem do referencial.

A constante de proporcionalidade direta é $k = \frac{25{,}4}{10} = 2{,}54$ e significa que cada polegada equivale a 2,54 centímetros.

13.2. Traduzindo a situação por uma proporção, sendo x a medida da diagonal da televisão antiga em polegadas, tem-se:

$\frac{25{,}4}{10} = \frac{81}{x}$ $\quad$ $x = \frac{10 \times 81}{25{,}4} = \frac{810}{25{,}4} \approx 32$ polegadas

13.3. a) Duas grandezas são diretamente proporcionais quando o quociente entre os seus valores correspondentes é constante.

$\frac{32}{1{,}80} \approx 17{,}8$ $\quad$ $\frac{42}{2{,}40} = 17{,}5$

Como a razão entre as grandezas não é constante, elas não são diretamente proporcionais.

b) Por observação da tabela, concluímos que a diagonal da televisão que a Manuela deve comprar deve ter 60 polegadas.

Como cada polegada corresponde a 2,54 cm, as 60 polegadas são $60 \times 2{,}54 = 152{,}4$ cm.