ANO: 10º ANO DATA: OUT

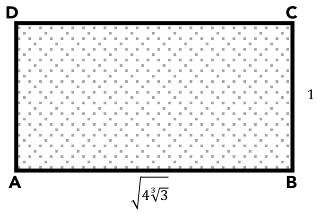
TEMA: PROBLEMAS ENVOLVENDO RADICAIS

TIPO: FICHA DE TRABALHO Nº7

1. Na figura está representado o retângulo $[ABCD]$.

   Sabe-se que $\overline{AB} = \sqrt{4\sqrt[3]{3}}\ cm$ e $\overline{BC} = 1\ cm$.

   Mostra que a área do retângulo $[ABCD]$ é igual a $2\sqrt[6]{3}\ cm^2$.



2. Considera um quadrado cuja medida do lado é igual a $\sqrt{27} - \sqrt{12}$ unidades.

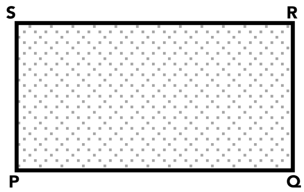
   Mostra que a medida da área do quadrado é um número inteiro.

3. Na figura está representado o retângulo $[PQRS]$. Sabe-se que:

   - $\overline{PQ} = \sqrt{8} + \sqrt{5}$
   - $\overline{QR} = \sqrt{10} - 2$

   3.1) Mostra que a medida da área do retângulo $[PQRS]$ é $2\sqrt{5} + \sqrt{2}$.

   3.2) Escreve $\overline{PR}$ na forma $a\sqrt{b},\ a, b \in \mathbb{N}$.



4. A peça representada na figura foi construída a partir de uma esfera inscrita num cubo.

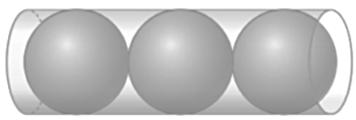
   Seja V o volume da esfera e a a aresta do cubo.

   Mostra que $a = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}}$.

5. Numa caixa cilíndrica foram introduzidas três esferas de raio igual ao das bases da caixa e diâmetro igual a um terço da altura da caixa. Seja A a área de cada uma das bases da caixa e r o raio de cada esfera.

   5.1) Exprime r em função de A.

   5.2) Designando por V o volume da esfera, mostra que $V = \frac{4A\sqrt{A\pi}}{3\pi}$.



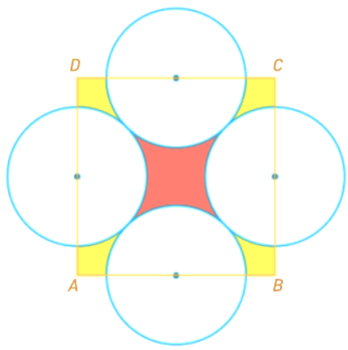
6. Na figura ao lado, está representado um quadrado $[ABCD]$ com $8\ cm$ de lado e quatro círculos cujos centros são os pontos médios dos lados do quadrado. Quaisquer dois círculos consecutivos são tangentes, conforme sugere a figura.

   6.1) Seja r o raio de cada um dos quatro círculos.

   Mostra que $r = 2\sqrt{2}\ cm$.

   6.2) Seja S a área da região colorida a vermelho.

   Mostra que:



(a) a área da região colorida a amarelo é igual a S;

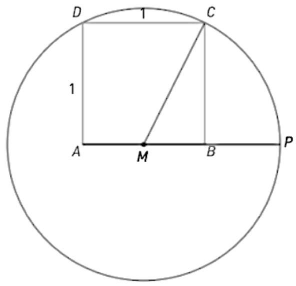
(b) $S = (32 - 8\pi)\ cm^2$

7. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado 1.

   Sabe-se que:

   - M é o ponto médio de $[AB]$;
   - M é o centro da circunferência de raio $\overline{MC}$.

   Mostra que $\overline{AP} = \phi$, sendo ϕ o número de ouro $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.



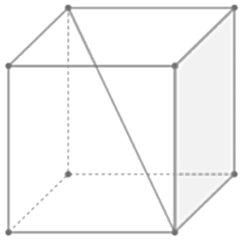
8. Em relação a um cubo sabe-se que a medida da diagonal espacial é $\sqrt[6]{108}$.

   Mostra que:

   (a) a medida da aresta do cubo é igual a $2^{\frac{1}{3}}$;

   (b) o volume do cubo é igual a 2;

   (c) a área da superfície total do cubo é igual a $6 \times \sqrt[3]{4}$.



9. Na figura está representado um retângulo $[ABCD]$ e um triângulo equilátero $[ABE]$, em que o vértice E pertence ao lado $[CD]$ do retângulo. Sabe-se que o perímetro do triângulo é $\sqrt{108}$.

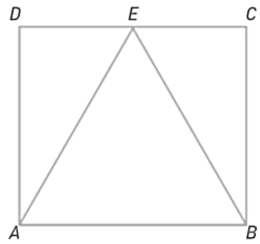
   Determina:

   9.1) o perímetro do retângulo.

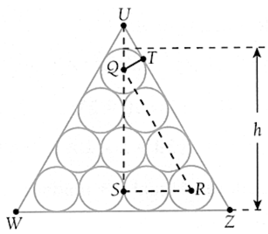
   Apresenta o resultado na forma $a + b\sqrt{3}$, com $a, b \in \mathbb{N}$.

   9.2) a área do triângulo $[ABE]$.

   Apresenta o resultado na forma de potência de base 3.



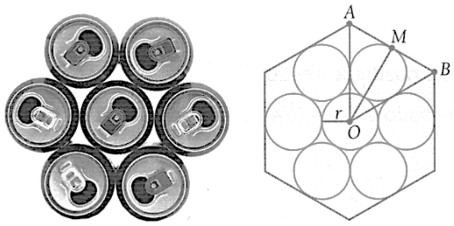
10. Uma empresa têxtil produz rolos de fio de várias cores. Os rolos são colocados no mercado em caixas com a forma de um prisma triangular regular. Cada rolo tem a forma de um cilindro cuja base tem diâmetro igual a 8 cm. Considera a imagem e o esquema que ilustra a situação.



10.1) Determina a altura da pilha de rolos, designada no esquema por h.

10.2) Determina a área da base da caixa representada no esquema pelo triângulo $[UMZ]$.

11. Uma fábrica comercializa as suas latas de refrigerantes em caixas com a forma de um prisma hexagonal regular. As latas são cilindros de raio r. O esquema representado mostra uma vista superior da caixa.

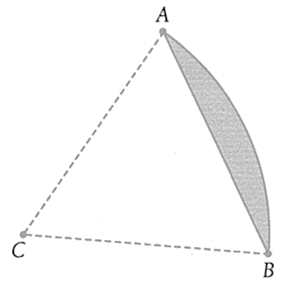


11.1) Determina, em função de r, o perímetro e a área da base da caixa.

11.2) Calcula o raio da base de uma lata de refrigerante, sabendo que o perímetro da caixa é $36\sqrt{5}\ cm$.

11.3) Calcula o raio da base de uma lata de refrigerante, sabendo que área da base da caixa é $162\sqrt{5}\ cm^2$.

12. Na figura encontra-se representado um triângulo equilátero e um arco de circunferência de centro em C e raio de igual a $2\sqrt{3}\ cm$. A área da parte colorida, em centímetros quadrados, é igual a:

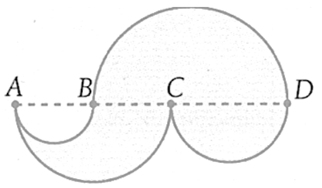


(A) $2\pi - 2\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3} - 2\pi$

(C) $3\pi - 3\sqrt{3}$ (D) $2\pi - 3\sqrt{3}$

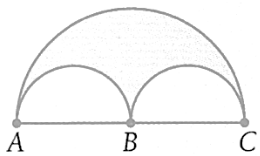
13. Determina a área, em centímetros quadrados, da região colorida de cada uma das figuras construídas a partir de arcos de semicircunferências. As medidas indicadas nas figuras estão em centímetros.

13.1



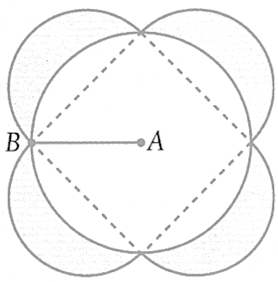
$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{3}$
$\overline{CD} = 2\sqrt{2}$

13.2



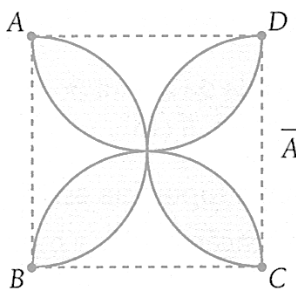
$\overline{AC} = 2\overline{AB}$
$\overline{AB} = \sqrt[4]{8}$

13.3



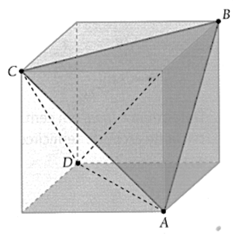
$\overline{AB} = 3$

13.4

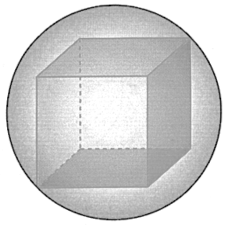


$\overline{AC} = \sqrt{24}$

14. Um tetraedro regular $[ABCD]$ está inscrito num cubo, tal como sugere a figura. Sabendo que a aresta do cubo mede a unidades, mostra que a soma das áreas das faces do tetraedro é igual a $2\sqrt{3}a^2$ unidades quadradas.



15. Um cubo está inscrito numa superfície esférica, tal como sugere a figura.

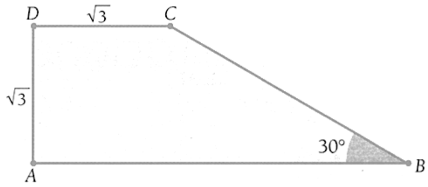


15.1) Calcula a medida da aresta do cubo se o volume da superfície esférica for igual a $8\ cm^3$.

15.2) Considera que superfície esférica tem volume V.

Exprima, em função de V, a medida da aresta do cubo.

16. Considera o trapézio retângulo $[ABCD]$ representado na figura.

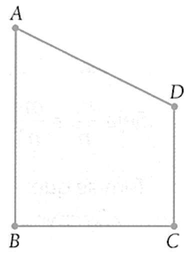


Sabe-se que a base menor é igual à altura do trapézio e mede $\sqrt{3}\ cm$ e o ângulo CBA tem amplitude $30°$.

16.1) Calcula o perímetro do trapézio.

16.2) Calcula a área do trapézio.

17. Na figura ao lado está representado um trapézio retângulo em que:



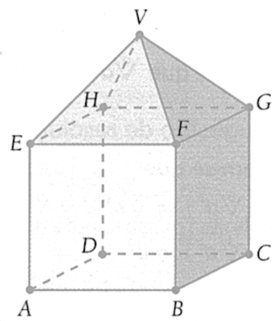
- $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\ cm$
- $\overline{BC} = 4\sqrt{3}\ cm$
- $\overline{CD} = 3\sqrt{3}\ cm$

17.1) Determina a área do trapézio.

17.2) Considera o sólido obtido pela rotação de $360°$, do trapézio, em torno do eixo CD.

Indica a forma de sólido que se obtém e mostra que tem volume igual a $208\pi\sqrt{3}\ cm^3$.

18. Na figura está representado um sólido que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular de base igual à face do cubo. Considera que o cubo tem aresta igual a $6\ cm$ e que o volume da pirâmide é igual a $\frac{2}{9}$ do volume do cubo.



18.1) Determina a altura da pirâmide.

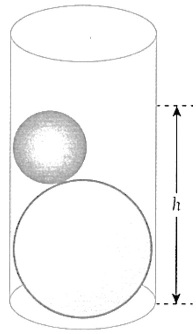
18.2) Determina $\overline{AV}$.

18.3) Considera um plano paralelo à base do cubo divide o sólido em duas partes.

Determina a que distância do ponto V deve estar esse plano para que o sólido seja dividido em duas partes com o mesmo volume.

19. Um recipiente em vidro tem a forma de um cilindro com $12\ cm$ de diâmetro.

Introduziram-se duas esferas no recipiente: uma com $12\ cm$ de diâmetro e outra com $3\ cm$ de raio.



19.1) Determina a altura das bolas no recipiente, representada por h.

Apresenta o resultado na forma $a + \sqrt{b}$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

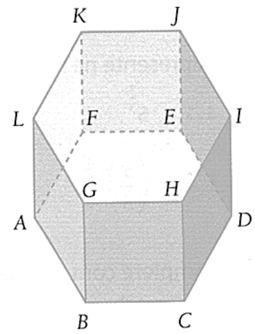
19.2) De seguida encheu-se o recipiente com água.

Determina a altura do recipiente, sabendo que foi necessário $1{,}5\ l$ de água para o encher.

Apresenta o resultado arredondado às décimas do centímetro.

20. Na figura está representado um prisma hexagonal $[ABCDEFGHIJKL]$. Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 6^{\frac{1}{2}}\ cm$
- $\overline{AL} = 2^{\frac{3}{2}}\ cm$



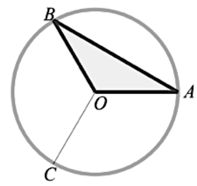
Mostra que:

20.1) a área lateral do prisma é igual a $12^{\frac{3}{2}}\ cm^2$;

20.2) a área da base do prisma é igual a $3^{\frac{5}{2}}\ cm^2$;

20.3) o volume do prisma é igual a $18\sqrt{6}\ cm^3$.

21. Na figura está representada a circunferência centrada em O, de perímetro $2\ m$, dividida em três setores circulares de igual amplitude. Na mesma figura, a sombreado, está representado o triângulo $[OAB]$.



Qual é, em m^2, o valor da área do triângulo $[OAB]$?

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{4\pi^2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi^2}$