Exercício 1

Seja $(u_n)_n$ uma sucessão definida por: $u_n = \frac{1-3n}{n+1}$

a)

Verifique se $-\frac{14}{5}$ é um dos termos de $(u_n)_n$

$$\frac{1-3n}{n+1} = -\frac{14}{5}$$

$$n = 19$$

$$u_{19} = -\frac{14}{5}$$

b)

Estude $(u_n)_n$ quanto à monotonia

$(u_{n+1}) - (u_n) < 0$ é monótona decrescente
$(u_{n+1}) - (u_n) > 0$ é monótona crescente

$$\left[\frac{n+1}{n+1}\right]\left[\frac{-3n-2}{n+2}\right] - \left[\frac{1-3n}{n+1}\right]\left[\frac{n+2}{n+2}\right]$$

$$\frac{-3n^2-3n-2n-2}{(n+1)(n+2)} - \frac{n+2-3n^2-6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-3n^2-3n-2n-2-n-2+3n^2+6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-4}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

u_n é monótona decrescente

c)

$(u_n)_n$ é uma sucessão convergente? E limitada? Justifique.

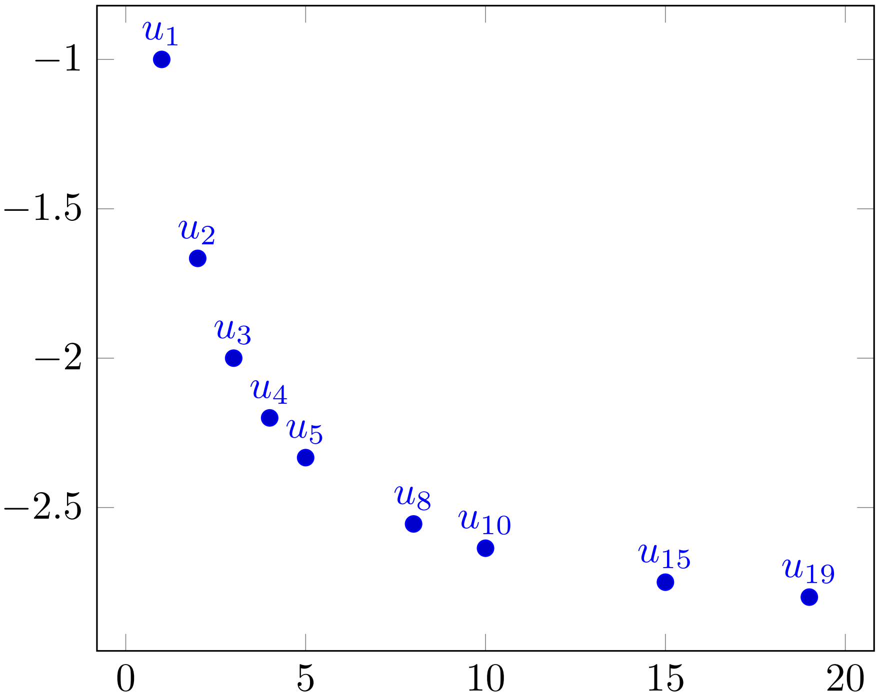
$$\lim_n \frac{1-3n}{n+1} = \lim_n \frac{\cancel{n}\left(\frac{1}{n}-3\right)}{\cancel{n}\left(1+\frac{1}{n}\right)} = \frac{\cancelto{0}{\frac{1}{n}} - 3}{1 + \cancelto{0}{\frac{1}{n}}} = -3$$

$(u_n)_n$ é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada.
Como $(u_n)_n$ é decrescente sabemos que:

$$\frac{1-3n}{n+1} = -3 + \frac{4}{n+1}$$

$$\frac{4}{n+1} > 0, \text{então qualquer termo será sempre superior a } -3$$

$$-3 < u_n < -1, \forall n \in \mathbb{N}$$



Exercício 2

Exercício 3

a)

$$\lim_n \left(\frac{-7n^3 - 5n^2 + n}{3\sqrt{n^2+1}} \right) \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$$

b)

$$\lim_n \; \left(\sqrt{2n-3} - \sqrt{2n+5} \right) \overset{\infty-\infty}{=}$$

c)

$$\lim_n \left(\frac{n-2}{n+1} \right)^{n+3} \overset{1^\infty}{=}$$

´

d)

$$\lim_n \left(n^2 - (-2)^n\, n\right) = +\infty$$

$$\begin{cases} \text{Para n par: } \lim_n \ \left(n^2 - n\right) \overset{\infty-\infty}{=} \lim_n \ \left(n^2 \left(1 - \cancelto{0}{\frac{1}{n}}\right)\right) = +\infty \\ \text{Para n ímpar: } \lim_n \ \left(n^2 + n\right) = +\infty \end{cases}$$