Organização e Tratamento de Dados

Estatística

Rever + Praticar – páginas 174 a 181

1. A população é o conjunto de todos os alunos da escola. A amostra é constituída pelos 70 alunos da escola. A unidade estatística é cada um dos alunos da escola.

2. A amostra não é representativa da população, uma vez que as pessoas inquiridas estavam a sair de um jogo de futebol do SCP, por isso, é natural que o seu clube preferido seja o SCP e não represente a opinião dos outros portugueses.

3.

3.1. A população é o conjunto de todos os funcionários da fábrica.

3.2. A variável estatística é o tempo que demora cada funcionário a fazer o percurso casa-fábrica. A variável é quantitativa contínua.

4. A variável estatística é a qualidade dos menus disponibilizados pela cantina da escola. A variável é qualitativa.

5.

5.1. O João tem 2 + 6 + 4 + 8 = 20 colegas de turma.

5.2.

Disciplina	Frequência absoluta	Frequência relativa
Português	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\%$
Matemática	6	$\frac{6}{20} = 0{,}3 = 30\%$
Ciências Naturais	4	$\frac{4}{20} = 0{,}2 = 20\%$
Educação Física	8	$\frac{8}{20} = 0{,}4 = 40\%$
Total	**20**	**100%**

6.

6.1. 35% (100 – 15 – 20 – 30 = 35) dos alunos indicam o azul como cor favorita, ou seja, 60 × 0,35 = = 21 alunos.

6.2. 100% ——— 360º

20% ——— x

$$x = \frac{360 \times 20}{100} \Leftrightarrow x = 72^\circ$$

A amplitude do ângulo do setor circular associado à cor verde é 72º.

7.

7.1. O maior número de vendas registou-se no mês de junho.

7.2. O número de brinquedos vendidos no primeiro semestre foi 150 + 100 + 250 + 200 + 300 + 400 = 1400 brinquedos. Nos meses de maio e de junho venderam-se 300 + 400 = 700, ou seja, 50% da totalidade dos brinquedos.

8.

8.1. A média é:

$$\bar{x} = \frac{85 + 39 + 77 + 86 + 82}{5} = 73{,}8$$

Para calcular a mediana, teremos de ordenar os dados e indicar o valor central.

$$\cancel{39} \quad \cancel{77} \quad 82 \quad \cancel{85} \quad \cancel{86}$$

Assim, $Me = 82$.

Como não há um dado mais frequente, esta distribuição é amodal (não tem moda).

8.2. Para calcular o 1.º quartil, teremos de, depois de ordenados os dados, calcular a média dos dados à esquerda da mediana. Assim, $Q_1 = \frac{39 + 77}{2} = 58$.

Para calcular o 3.º quartil, teremos de, depois de ordenados os dados, calcular a média dos dados à direita da mediana. Assim, $Q_3 = \frac{85 + 86}{2} = 85{,}5$.

9.

9.1. Pela análise do gráfico, concluímos que o 1.º quartil é 40% e o 3.º quartil é 70%.

9.2. a) Como 70% corresponde ao 3.º quartil, temos que a percentagem de alunos que obteve uma classificação inferior ou igual a 70% foi 75%.

b) Como 50% corresponde ao 2.º quartil, temos que a percentagem de alunos que obteve uma classificação igual ou superior a 50% foi 50%.

10.

10.1. A amplitude é dada por:

Amplitude = valor máximo – valor mínimo =

= 13 – 4 =

= 9

10.2. A amplitude interquartis é $Q_3 - Q_1 = 9 - 6 = 3$.

11.

11.1. Através da observação do histograma, podemos concluir que foram 36 (24 + 12) os alunos que demo-

Propostas de Resolução

raram menos de 2 minutos a chegar à sala de aula.

11.2. Como se pode verificar da observação do histograma, 48 (24 + 12 + 5 + 4 + 3) alunos chegaram à sala de aula em menos de 5 minutos, ou seja, respeitam a tolerância referida. A percentagem referente a este valor é $\frac{48}{50} = 0{,}96 = 96\%$. Conclui-se que a tolerância de 5 minutos é respeitada por 96% dos alunos.

Praticar + – páginas 182 a 187

1.

1.1. $Q_3 - Q_1 = 30 - 3 = 27$

A amplitude interquartis da distribuição é 27.

1.2. $0{,}75 \times 40 = 30$

O João percorreu até 30 km, no mínimo, em 30 dos serviços de entrega.

1.3. $0{,}25 \times 40 = 10$

Em 10 entregas, o João percorreu pelo menos 30 km.

Logo, foram realizadas 5 (10 : 2 = 5) entregas de moto.

2.

2.1. A variável estatística em estudo é a velocidade a que circulavam os 180 automóveis na autoestrada.

A variável é quantitativa contínua.

2.2. $k = 180 - (15 + 45 + 60 + 24 + 6) =$

$= 180 - 150 =$

$= 30$

Assim, foram 90 (45 + 15 + 30 = 90) os condutores em excesso de velocidade.

3. A opção correta é a [C].

4. $\frac{28 + 28 + x}{3} = 30 \Leftrightarrow \frac{56 + x}{3} = 30$

$\Leftrightarrow 56 + x = 90$

$\Leftrightarrow x = 90 - 56$

$\Leftrightarrow x = 34$

O guarda-redes mais velho tem 34 anos.

5.

5.1. $\overline{x} = \frac{7 \times 0 + 2 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 0 + 4 \times 1 + 5 \times 2 + 6 \times 3 + 7 \times 2 + 8 \times 1}{20} =$

$= \frac{2 + 4 + 4 + 10 + 18 + 14 + 8}{20} =$

$= \frac{60}{20} =$

$= 3$

Em média, foram rejeitados três pratos por dia.

5.2. $Q_1 = \frac{0 + 0}{0} = 0$ $\quad Q_3 = \frac{6 + 6}{2} = 6$

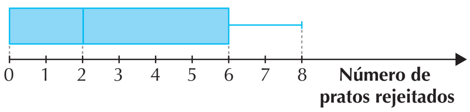
0 0 0 0 $\boxed{0\ 0}$ 0 1 1 2 2 4 5 5 $\boxed{6\ 6}$ 6 7 7 8

$Me = \frac{2 + 2}{2} = 2$

Amplitude = 8 – 0 = 8

Amplitude interquartis = $Q_3 - Q_1 = 6 - 0 = 6$

5.3.



6.

6.1. O paciente mais novo tem 26 anos e o paciente mais velho tem 70 anos.

6.2. 32 transplantados.

6.3. Como o conjunto de dados tem um número ímpar de elementos (49), a mediana é o valor central do conjunto.

Logo, a mediana das idades dos transplantados é 44.

7.

7.1. O residente mais novo do lar tem 64 anos e o mais velho tem 96 anos.

7.2. Não. Do gráfico apresentado, apenas se pode concluir que 25% dos residentes tem entre 76 anos e 81 anos.

7.3. 75% dos residentes tem 76 anos, ou mais.

Assim, $0{,}75 \times 80 = 60$.

Logo, 60 residentes são avaliados semanalmente.

7.4. Amplitude interquartis: $Q_3 - Q_1 = 86 - 76 = 10$

8.

8.1. A amplitude do setor circular correspondente às vendas efetuadas pela Ana é 90º.

Assim, $\frac{90}{360} = 0{,}25 = 25\%$.

A Ana fez 25% das vendas.

8.2. A percentagem de vendas do Cristiano é 25% (100% – (20% + 30% + 25%) = 100% – 75% = 25%).

Assim, a amplitude do setor circular correspondente é 90º (0,25 × 360º = 90º).

9.

9.1. A variável em estudo é o "número de faltas, por doença, de cada funcionário de uma fábrica".

É uma variável quantitativa discreta.

9.2.

Número de faltas	Contagem	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	𝍸 𝍸 |	11	27,5% $\left(\frac{11}{40}\right)$
1	𝍸 ||	7	17,5% $\left(\frac{7}{40}\right)$
2	𝍸 𝍸 |	11	27,5% $\left(\frac{11}{40}\right)$
3	𝍸 |	6	15% $\left(\frac{6}{40}\right)$
4	||||	4	10% $\left(\frac{4}{40}\right)$
5		0	0% $\left(\frac{0}{40}\right)$
6	|	1	2,5% $\left(\frac{1}{40}\right)$
Total		**40**	**100%** $\left(\frac{40}{40}\right)$

9.3. $\frac{11}{40} = 0{,}275$

Logo, 27,5% dos funcionários não faltaram por doença.

9.4. 0 0 0 0 0 0 0 0 0 **0 0** 1 1 1 1 1 1 1 2 **2 2** 2 2 2 2 2 2 2 2 **3 3** 3 3 3 3 4 4 4 4 6

Assim:

Mínimo = 0

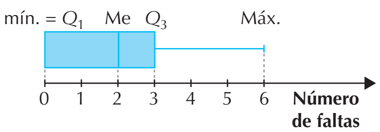
Máximo = 6

$Q_1 = 0$

$Me = 2$

$Q_3 = 3$

Logo:

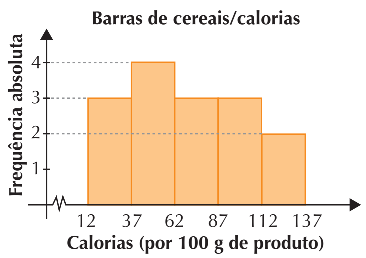


10.

10.1.

Classes	Frequência absoluta
[12, 37[	3
[37, 62[	4
[62, 87[	3
[87, 112[	3
[112, 137[	2

10.2.



10.3. 3 + 3 + 2 = 8

Oito barras de cereais tinham pelo menos 62 kcal.

11. Como o conjunto é composto por sete números e a mediana é 23, então 23 é o quarto número do conjunto ordenado e existem três números maiores que 23. Como se trata de um conjunto de números consecutivos, o maior número é o 26.

Logo, a opção correta é a [D].

12.

12.1. $k = 28 - (4 + 2 + 3 + 5 + 8 + 2 + 1) =$

$= 28 - 25 =$

$= 3$

12.2. A moda das idades dos alunos da turma do Daniel é 15 anos.

12.3. $\bar{x} = \frac{4 \times 13 + 3 \times 14 + 5 \times 15 + 2 \times 16}{14} =$

$= \frac{52 + 42 + 75 + 32}{14} =$

$= \frac{20}{14} =$

$\approx 14{,}36$

A média das idades dos rapazes da turma é, aproximadamente, 14,36.

13.

13.1. A amplitude do setor circular correspondente aos livros policiais é 90º. Assim:

$\frac{90º}{x} = \frac{360º}{80}$, ou seja, $x = \frac{90 \times 80}{360} = 20$

Há 20 pessoas que preferem livros policiais.

13.2. 360º – (90º + 90º + 135º) = 45º

Assim, $\frac{360º}{100} = \frac{45º}{x}$, ou seja, $x = \frac{100 \times 5}{360} = 12{,}5$.

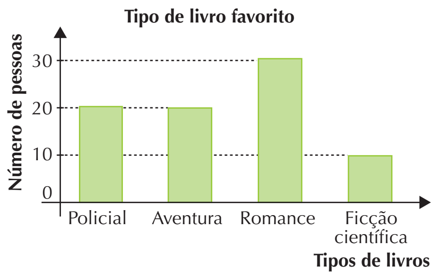
A percentagem de pessoas que preferem livros de ficção científica é 12,5%.

13.3. Policial: 20

Aventura: 20

Ficção científica: 0,25 × 80 = 10

Romance: 80 – (20 + 20 + 19) = 80 – 50 = 30



Propostas de Resolução

14. Como a média dos números é 20, temos que $20 \times 200 = 4000$ é a soma de todos os números.
Então, $4000 - 30 = 3970$.

$$\bar{x} = \frac{3970 + 230}{200} = \frac{4200}{200} = 21$$

A média passará a ser 21.

15. $$\bar{x} = \frac{16 \times 72 + 8 \times 78}{24} = \frac{1152 + 624}{24} = \frac{1776}{24} = 74$$

A média das classificações de todos os alunos é 74%.

16.

16.1. $$\bar{x} = \frac{50 \times 44 + 30 \times 28}{80} = \frac{2200 + 840}{80} = \frac{3040}{80} = 38$$

A média das idades de todos os funcionários é 38 anos.

16.2. Seja x a idade dos novos funcionários.

$$\frac{30 \times 28 + 2 \times x}{32} = 29 \Leftrightarrow \frac{840 + 2x}{32} = 29 \Leftrightarrow 840 + 2x = 928 \Leftrightarrow 2x = 88 \Leftrightarrow x = \frac{88}{2} \Leftrightarrow x = 44$$

A idade dos dois novos funcionários era 44 anos.

17.

17.1. a) 25% **b)** 25%

17.2. Turma A

Amplitude = 12 – 1 = 11

Amplitude interquartis = 10 – 5 = 5

Turma B

Amplitude = 18 – 6 = 12

Amplitude interquartis = 16 – 10 = 6

17.3. O aluno que dedica, semanalmente, mais tempo à leitura pertence à turma B porque é nesta turma que o valor máximo é maior.

17.4. 75% dos alunos da turma B dedicam pelo menos 10 h à leitura.
Como $0,75 \times 24 = 18$, então são 18 os alunos da turma B que dedicam pelo menos 10 h à leitura.

17.5. A. A afirmação é verdadeira porque o 1.º quartil da turma A é menor que o mínimo da turma B.

B. A afirmação é falsa. A percentagem é a mesma (75%).

18.

18.1. A população são todos os colaboradores da empresa. A amostra são todos os colaboradores da empresa. A unidade estatística é cada um dos colaboradores da empresa.

18.2. A variável em estudo é o número de idas ao teatro dos colaboradores de uma empresa nos últimos 2 anos. A variável é quantitativa discreta.

18.3. Para determinar a mediana temos que ordenar os dados e indicar o valor central.

0 3 5 7 8 8 10 10 11 12 12 12 13
14 14 14 14 14 15 16 16 18

$$\text{Mediana} = \frac{12 + 12}{2} = 12$$

18.4.

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & & & & Q_1 & & & & & & & \\ & & & & & \downarrow & & & & & & & \\ 0 & 3 & 5 & 7 & 8 & 8 & 10 & 10 & 11 & 12 & 12 & 12 & 13 \\ 14 & 14 & 14 & 14 & 14 & 15 & 16 & 16 & 18 & & & & \\ & & & \uparrow & & & & & & & & & \\ & & & Q_3 & & & & & & & & & \end{array}$$

$Q_1 = 8$ $Q_3 = 14$ mín. = 0 Máx. = 18

Amplitude = 18 – 0 = 18

Amplitude interquartis = 14 – 8 = 6

19.

19.1. 150 jornais

19.2. 240 jornais

19.3. Como os dados foram recolhidos ao longo de 16 dias, 180 é o 1.º quartil e 210 é o 3.º quartil, então as vendas diárias do jornal A foram superiores a 179 e inferiores a 211 jornais durante 8 dias.

19.4. Do jornal B, porque 190 jornais corresponde ao 1.º quartil dessa distribuição, o que quer dizer que os valores superiores a 190 correspondem a $\frac{3}{4}$ dos dias, enquanto no jornal A o valor 189 corresponde ao 2.º quartil.

19.5. O jornal B, porque 50% dos jornais vendidos corresponde, no jornal B, ao valor 220, enquanto no jornal A corresponde ao valor 190.

20. Se o Filipe tivessse tido 75% em exatamente cinco testes, no sexto teste não teria 75%, o que implicaria que a média dos seis testes fosse, obrigatoriamente, diferente de 75%.
Logo, a opção correta é a [C].

21. [A] Falsa, pois o relógio mais barato da loja custa 173 €.
[B] Falsa, pois o preço de metade dos relógios é 239 €.
[C] Verdadeira, uma vez que entre o valor mínimo e o 1.º quartil estão compreendidos preços do mesmo número de relógios que entre o 3.º quartil e o valor máximo.
[D] Falsa, pois a amplitude interquartis é 76 € (257 – 181).
Logo, a opção correta é a [C].

22. $6 \times 20 = 120$
$5 \times 17 = 85$
$120 - 85 = \mathbf{35} \longrightarrow$ número retirado
Logo, a opção correta é a [C].

Probabilidades

Rever + Praticar – páginas 188 a 191

1.
1.1. Ω = {copas, espadas, paus, ouros}
1.2. Ω = {(face europeia, face europeia), (face europeia, face nacional), (face nacional, face europeia), (face nacional, face nacional)}

2.
2.1. A experiência é aleatória, uma vez que não é possível prever o resultado que se obtém, mesmo que repetida nas mesmas condições.
2.2. A experiência é determinista porque, produzida nas mesmas condições, produz sempre o mesmo resultado.

3.
3.1. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
3.2. a) Por exemplo, "sair o número 4", pois é constituído por um só elemento do universo de resultados, {4}.
b) Por exemplo, "sair um número par", pois é constituído por mais do que um elemento do universo de resultados.
c) Por exemplo, "sair um número menor que 10", pois contém todos os elementos do universo de resultados.
d) Por exemplo, "sair o número 15", pois não tem qualquer elemento do universo de resultados.
3.3. O acontecimento contrário de A é: "sair um setor com um número ímpar inscrito".
3.4. Por exemplo, $B = \{1, 2, 3\}$ e $C = \{5\}$.
Os acontecimentos B e C são incompatíveis mas não contrários, uma vez que $B \cap C = \{1, 2, 3\} \cap \{5\} = \{\ \}$ e $B \cup C = \{1, 2, 3\} \cup \{5\} = \{1, 2, 3, 5\} \neq \Omega$.

4.
4.1. Temos uma bola azul num total de cinco bolas. Assim:
$P(\text{"sair uma bola azul"}) = \frac{1}{5}$
4.2. Temos duas bolas verdes num total de cinco bolas. Assim:
$P(\text{"sair uma bola verde"}) = \frac{2}{5}$
4.3. Temos duas bolas vermelhas, num total de cinco bolas, logo três bolas não são vermelhas (5 – 2). Assim, a probabilidade de não sair uma bola vermelha é dada por:
$1 - P(\text{"sair uma bola vermelha"}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$
ou:
$P(\text{"não sair uma bola vermelha"}) = \frac{3}{5}$

5. $\frac{2}{n} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow n = 12 \longrightarrow$ Estavam 12 bolas dentro da caixa.
$12 - 6 - 2 = 4$. Estavam dentro da caixa quatro bolas amarelas.

6. Para que os números saídos nos três lançamentos sejam todos diferentes, a terceira pessoa terá de obter uma face com um dos seguintes números: 1, 2, 4 ou 6. Assim, existem quatro casos favoráveis e seis casos possíveis. Logo, $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Praticar + – páginas 192 a 198

1. Pela lei de Laplace, sabemos que:
$$P = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$$

Propostas de Resolução

1.1. a) Como a caixa não tem bolas verdes, o número de casos favoráveis é 0 e, portanto, $P = 0$.
b) A caixa tem seis bolas, das quais duas são vermelhas. Assim, temos dois casos favoráveis e seis casos possíveis. Logo, $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
1.2. Depois de retirar uma bola preta, a caixa fica com cinco bolas: duas vermelhas e três pretas.
a) O número de casos possíveis é cinco e o número de casos favoráveis é três. Logo, $P = \frac{3}{5}$.
b) O número de casos possíveis é cinco e o número de casos favoráveis é dois. Logo, $P = \frac{2}{5}$.

2. Pela lei de Laplace, sabemos que:
$P = \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$
2.1. Número de casos possíveis:
$90 + 42 + 12 + 8 + 16 + 32 = 200$
Número de casos favoráveis:
$90 + 12 + 16 = 118$
Logo:
P (“ser do sexo masculino”) $= \frac{118}{200} = \frac{59}{100}$
2.2. Número de casos possíveis: 200
Número de casos favoráveis: 32
Logo:
P (“ser do sexo feminino e ter um doutoramento”) =
$= \frac{32}{200} = \frac{4}{25}$

3.
3.1. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
3.2. a) Composto mas não certo.
b) Composto mas não certo.
c) Impossível.
d) Composto e certo.
e) Elementar.
f) Composto mas não certo.
3.3. A opção correta é a [D].
3.4. $\overline{G} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
3.5. Por exemplo, $A = \{1, 2\}$ e $B = \{5, 7\}$. A e B são incompatíveis, pois $A \cap B = \emptyset$, mas não são contrários, pois $A \cup B \neq \Omega$.

4.
4.1. Elementar.
4.2. Composto mas não certo.
4.3. Composto e certo.
4.4. Impossível.
4.5. Composto mas não certo.
4.6. Composto mas não certo.
4.7. Composto mas não certo.
4.8. Composto mas não certo.

5. Se o Custódio tirou o ás, ficaram quatro cartas disponíveis, sendo uma delas o rei (que garante a viagem).
Logo, como o Luís é o próximo a tirar uma carta, ele tem 25% $\left(\frac{1}{4} = 0{,}25\right)$ de hipóteses de ganhar.

6. Como $80 + 130 + 12 = 222$, concluímos que 42 dos inquiridos ($222 - 180 = 42$) têm cão e gato.
Assim, o número de casos favoráveis é 42 e o número de casos possíveis é 180.
Logo, pela lei de Laplace:
P (“ter cão e gato”) $= \frac{42}{180} = \frac{7}{30}$

7. [A] Número total de bailarinos:
$12 + 14 + 9 + 0 + 1 + 2 + 4 + 2 + 0 + 4 + 1 + 5 = 54$
Número de bailarinos russos: $12 + 14 = 26$
Como $\frac{26}{54} \approx 0{,}48$, então a opção [A] não é a correta.
[B] Número de bailarinos ucranianos: 9
P (“ser ucraniano”) $= \frac{9}{54} = \frac{1}{6}$, logo a opção [B] é a correta.
[C] Número de bailarinos do sexo feminino:
$12 + 9 + 1 + 4 + 0 + 1 = 27$
P (“ser do sexo feminino”) $= \frac{27}{54} = 0{,}5$, logo a opção [C] não é a correta.
[D] Número de bailarinos do sexo masculino:
$14 + 0 + 2 + 2 + 4 + 5 = 27$
Número de bailarinos do sexo feminino: 27
A opção [D] não é a correta.
Logo, a opção correta é a [B].

8.
8.1. Número de casos favoráveis: 1
Número de casos possíveis: 5
Logo, P(“escolher o criminoso”) $= \frac{1}{5}$.
8.2. Número de casos favoráveis: 1
Número de casos possíveis: 5
Logo, P(“escolher o Sr. Barreira”) $= \frac{1}{5}$.

9. Sabemos que $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ e $C = \{1, 2\}$.
[A] Verdadeira, pois $A \cap B = \{2\}$ é um acontecimento elementar.

[B] Falsa, pois $A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{2, 3, 5\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ é um acontecimento composto mas não certo.
[C] Falsa, pois $A \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{2, 4\} = \{2, 4, 6\}$ é um acontecimento composto.
[D] Falsa, pois $C \cap B = \{2, 4\} \cap \{2, 3, 5\} = \{2\}$ é um acontecimento elementar.
Logo, a opção correta é a [A].

10. Sabemos que há 5 berlindes pretos e que a probabilidade de retirar um berlinde preto da gaveta é $\frac{1}{6}$.
Assim:
$\frac{1}{6} = \frac{5}{n} \Leftrightarrow n = \frac{5 \times 1}{1} \Leftrightarrow n = 30$
Logo, o Samuel tem, no total, 30 berlindes.
A probabilidade de retirar um berlinde azul é:
$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{6}\right) = \frac{13}{30}$
Logo, o número de berlindes amarelos é $\frac{2}{5} \times 30 = 12$ e o número de berlindes azuis é $\frac{13}{30} \times 30 = 13$.

Na gaveta estão 12 berlindes amarelos e 13 berlindes azuis.

11. Suponhamos que *P*, *E* e *F* representam, respetivamente, os ministros de Portugal, Espanha e França.
Esquematicamente, temos:

PEF *EFP* *FPE*
PFE *EPF* *FEP*

Assim, apenas nas situações *PEF*, *EPF*, *EPF*, *FPE* e *FEP* o ministro espanhol fica junto ao ministro português.
Logo, $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

12. O número de casos possíveis é 16 ($4 \times 4 = 16$) e o número de casos favoráveis é 4 ($4 \times 1 = 4$).
Logo:
P (“as duas pessoas escreverem a mesma letra”) =
$= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ e, portanto, a opção correta é a [A].

13. Se 60% dos alunos são rapazes, então 40% são raparigas.
$0,4 \times 30 = 12$
Sabemos que 50% das 12 raparigas estão inscritas no desporto escolar.
$0,5 \times 12 = 6$
Logo, a probabilidade de ser escolhida uma rapariga que pratique desporto escolar é $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.

14. Seja x o número de bolas amarelas.
O número de casos favoráveis ao acontecimento “sair uma bola preta” é 15 e o número de casos possíveis é $17 + x$ (15 bolas pretas + 2 bolas amarelas + x bolas amarelas que existiam inicialmente).
Como a probabilidade de sair uma bola preta é 0,5, temos que:
$P(\text{“sair uma bola preta”}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{15}{17 + x} = \frac{1}{2}$
$\Leftrightarrow 17 + x = 30$
$\Leftrightarrow x = 13$
Existiam inicialmente no saco 13 bolas amarelas.

15. $P(A) = \frac{1}{4}$

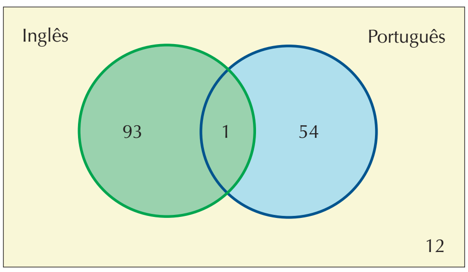
		2.º lançamento			
	×	–1	1	2	3
1.º lançamento	–1	+1	–1	–2	–3
	1	–1	1	2	3
	2	–2	2	4	6
	3	–3	3	6	9

$P(B) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

Como $\frac{5}{8} > \frac{1}{4}$, então o acontecimento *B* tem maior probabilidade de ocorrer.

16.
16.1. $0,25 \times 16 = 4$
A bola azul foi retirada quatro vezes.
16.2. Não. Repetindo a experiência, é de esperar que a frequência relativa estabilize em 0,5.

17. Como $94 + 55 + 12 = 161$ e são 160 participantes, então um dos participantes fala português e inglês. Logo, 93 jovens falam apenas inglês e 54 jovens ($55 - 1 = 54$) falam apenas português.
Esquematicamente, temos:



Propostas de Resolução

Pela lei de Laplace:

$P = \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$

17.1. P(“não falar português nem inglês”) $= \dfrac{12}{160} = \dfrac{3}{40}$

17.2. P(“falar apenas português”) $= \dfrac{54}{160} = \dfrac{27}{80}$

18. Seja x o número de bolas brancas.
O número de casos favoráveis ao acontecimento “sair uma bola vermelha” é 14 e o número de casos possíveis é $14 + x$.
Como a probabilidade de sair uma bola vermelha é 0,25, ou seja, $\dfrac{1}{4}$, temos que:

P(“sair uma bola vermelha”) $= \dfrac{1}{4} \Leftrightarrow \dfrac{14}{14 + x} = 4$

$\Leftrightarrow 14 + x = 56$

$\Leftrightarrow x = 42$

Existiam inicialmente no saco 42 bolas brancas.

19. Seja k o número de bolas vermelhas. O número de casos favoráveis ao acontecimento “retirar uma bola azul” é 4 e o número de casos possíveis é $8 + 4 + 12 + k$. Como a probabilidade de retirar uma uma azul é $\dfrac{1}{8}$, temos que:

$\dfrac{4}{8 + 4 + 12 + k} = \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow 32 = 24 + k$

$\Leftrightarrow 8 = k$

O valor de k é 8.

20. Sabemos que foi escolhido um convidado que gosta de gelatina. Logo, temos oito casos possíveis. Dos convidados que gostam de gelatina, há três que também gostam de mousse de chocolate.
Logo, existem três casos favoráveis.

Como $P = \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$, então:

$P = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$

Logo, a opção correta é a [B].

21. $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
$B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
$A \cup B = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
O acontecimento contrário de $A \cup B$ é:
$\overline{A \cup B} = \{1, 3, 5\}$

22.

		2.ª roleta			
	×	2	3	5	6
1.ª roleta	1	2	3	5	6
	3	6	9	15	18
	4	8	12	20	24

Como $P = \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$, então:

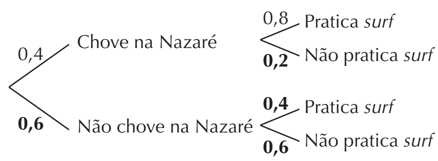
P(“produto ser par”) $= \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$.

23. Para que a face 1 saia, pela primeira vez, no 2.º lançamento, no 1.º lançamento não pode sair face 1 e no 2.º lançamento tem de sair face 1.

Logo, $P = \dfrac{5}{6} \times \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{36}$.

24.

24.1.



24.2. P(“Catarino praticar *surf*”) =
$= 0{,}4 \times 0{,}8 + 0{,}6 \times 0{,}4 =$
$= 0{,}32 + 0{,}24 =$
$= 0{,}56$

25. As opções [A], [B] e [D] não podem ser as corretas, pois a interseção de B com outros acontecimentos é igual a B ou a um acontecimento com probabilidade menor que a de B.
Logo, a opção correta é a [C].

26.

	N_1	N_2	A_1	A_2
N_1	N_1N_1	$\mathbf{N_1N_2}$	N_1A_1	N_1A_2
N_2	N_2N_1	N_2N_2	N_2A_1	N_2A_2
A_1	A_1N_1	A_1N_2	A_1A_1	A_1A_2
A_2	A_2N_1	A_2N_2	A_2A_1	A_2A_2

$P = \dfrac{1}{6}$

27. Seja x a probabilidade de nascer um rapaz. Então, $3x$ é a probabilidade de nascer uma rapariga.
Assim:

$x + 3x = 1 \Leftrightarrow 4x = 1$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}$

Logo, $P(\text{"nascer rapaz"}) = \dfrac{1}{4}$ e

$P(\text{"nascer rapariga"}) = \dfrac{3}{4}$.

Então, $P(\text{"ter duas filhas"}) = \dfrac{3}{4} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{16}$.

28. Sabemos que o saco contém 12 bolas vermelhas e x bolas pretas. Assim:

$$\frac{x}{x+12} = \frac{15}{21} \Leftrightarrow x \times 21 = 15 \times (x+12)$$
$$\Leftrightarrow 21x = 15x + 180$$
$$\Leftrightarrow 6x = 180$$
$$\Leftrightarrow x = 30$$

Dentro do saco existem 30 bolas pretas, pelo que a razão entre o número de bolas vermelhas e o número de bolas pretas é 12 : 30.

29. Consideremos que, inicialmente, a caixa tem a bolas vermelhas e b bolas castanhas. Então:

$P(\text{"extrair uma bola vermelha"}) = \dfrac{a}{a+b} = \dfrac{6}{17}$

Ao acrescentar seis bolas vermelhas, a caixa fica com $a + 6$ bolas vermelhas e b bolas castanhas.

Neste caso:

$P(\text{"extrair uma bola vermelha"}) = \dfrac{a+6}{a+6+b} = \dfrac{9}{20}$

Assim:

$$\begin{cases} \dfrac{a}{a+b} = \dfrac{6}{17} \\[2ex] \dfrac{a+6}{a+6+b} = \dfrac{9}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17a = 6a + 6b \\[2ex] 20a + 120 = 9a + 54 + 9b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11a = 6b \\[2ex] 11a - 9b = 54 - 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{6b}{11} \\[2ex] 6b - 9b = -66 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\[2ex] -3b = -66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\[2ex] b = \dfrac{-66}{-3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{6 \times 22}{11} \\[2ex] b = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\[2ex] b = 22 \end{cases}$$

Estão 22 bolas castanhas dentro da caixa.

30.

30.1. Sabemos que cada uma das três turmas tem 20 alunos. Logo, existem 20 casos favoráveis e 60 casos possíveis.

Então, $P(\text{"pertencer à turma 1"}) = \dfrac{20}{60} = \dfrac{1}{3}$.

30.2. Como 14 + 18 = 32, então há 12 alunos (32 – 20 = 12) da turma 1 a frequentar as aulas das duas disciplinas. Logo, $P = \dfrac{12}{20} = \dfrac{3}{5}$.

30.3. Vimos na alínea anterior que 12 alunos da turma 1 frequentam as aulas das duas disciplinas. Então, 6 alunos frequentam apenas Matemática, pois 18 – 12 = 6.

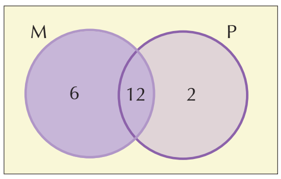
Na turma 2 há 7 alunos a frequentar as aulas das duas disciplinas: 15 + 12 = 27 e 27 – 20 = 7. Então, 5 alunos frequentam apenas Matemática, pois 12 – 7 = 5.

Na turma 3 há 6 alunos a frequentar as aulas das duas disciplinas: 10 + 16 = 26 e 26 – 20 = 6.

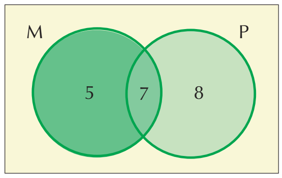
Então, 10 alunos frequentam apenas Matemática, pois 16 – 6 = 10.

Esquematicamente, temos:

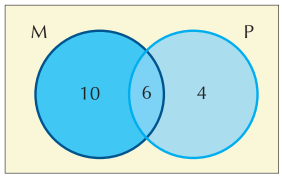
Turma 1



Turma 2



Turma 3



Concluímos, então, que há 21 alunos a frequentar só Matemática (6 + 5 + 10 = 21).

Logo:

$P = \dfrac{21}{60} = \dfrac{7}{20}$

31. Sabemos que $P = \dfrac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}$.

Logo, $P = \dfrac{A_{[BCD]}}{A_{[ABCD]}}$.

$A_{\triangle} = \dfrac{b \times h}{2}$

$A_{[ABD]} = \dfrac{5 \times 3{,}5}{2} = 8{,}75$

$A_{[BCD]} = \dfrac{9 \times 4}{2} = 18$

$A_{[ABCD]} = A_{[ABD]} + A_{[BCD]}$

$A_{[ABCD]} = 8{,}75 + 18 = 26{,}75$

Logo:

$P = \dfrac{18}{26{,}75} = \dfrac{72}{107}$

Propostas de Resolução

32.

32.1. Existem três cofres, cada um com três letras. O número de códigos possível depende das combinações possíveis dessas letras. Assim, existem 33 possibilidades, ou seja, existem 27 códigos diferentes.

32.2. Conhecendo a letra "certa" para um dos cofres, os casos possíveis dependem apenas dos outros cofres. Assim, temos dois cofres com três possibilidades de escolha cada. Para cada uma das letras do 1.º cofre há três possíveis escolhas (no 3.º cofre), o que faz com que os casos possíveis sejam 9.

$P(\text{"abrir o cofre"}) = \frac{1}{9}$