Teste de Matemática 12.º ANO 2022

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A prova é formada por itens de escolha múltipla e de resposta restrita. Os critérios de classificação dos itens de resposta restrita estão organizados por etapas, atribuindo-se, a cada uma delas, uma pontuação.

Caso os alunos adotem um processo não previsto nos critérios específicos, cabe ao professor corretor adaptar a distribuição da cotação atribuída.

Deve ser atribuída a classificação de zero quando um aluno apresente apenas o resultado final de um item, ou de uma etapa, quando é pedida a apresentação de cálculos ou justificações;

Nas seguintes situações deve descontar-se um ponto às cotações estabelecidas para a etapa respetiva:

- Ocorrência de um erro de cálculo;

- Apresentação de uma resposta com o formato que não esteja de acordo com o que foi solicitado;

- Apresentação de expressões com erros do ponto de vista formal.

Caso ocorram erros que revelem desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades ou o aluno apresente uma resolução incompleta de uma etapa, deve descontar-se até metade da cotação dessa etapa.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

														Grupo A			Grupo B			
Item	1.1	1.2	2	3	4	5.1	5.2	5.3	6	7.1	7.2	7.3.1	7.3.2	8	9	10	11	9.1	9.2	10	Total
Cotação	10	12	14	10	12	10	12	12	10	12	12	14	14	12	12	12	10	12	10	12	200

QUESTÃO		DESCRIÇÃO		COTAÇÃO	
1.					**22**
	1.1.	**Versão 1** (A) — **Versão 2** (B)		**10**	
	1.2	• Determinar as coordenadas do ponto Q $(0,0,4)$ • Determinar as coordenadas do ponto R $(0,-2,0)$ • Determinar $\overrightarrow{PQ}$ ou outro vetor qualquer do plano • Determinar $\overrightarrow{RQ}$ ou qualquer outro vetor do plano não colinear com $\overrightarrow{PQ}$ • Determinar um vetor normal ao plano • Escrever a equação do plano PQR $(3x-4y+2z-8=0)$ ou equivalente	**1** **1** **1** **1** **5** **3**	**12**	
2.					**14**
		• Indicar que a base menor do trapézio é igual a $2\cos\alpha$ • Indicar que a base maior do trapézio é igual a $2\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$ • Simplificar a expressão da base maior $(2\sin\alpha)$ • Indicar que a altura do trapézio é igual a $\sin\alpha+\left\lvert-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right\rvert$ • Simplificar a expressão da altura $(\sin\alpha+\cos\alpha)$ • Determinar a área do trapézio $\left(\frac{2\cos\alpha+2\sin\alpha}{2}\times(\sin\alpha+\cos\alpha)\right)$ • Simplificar a expressão da área $(1+\sin(2\alpha))$		**1** **2** **1** **3** **2** **2** **3**	
3.		**Versão 1** (B) — **Versão 2** (A)			**10**
4.					**12**
		• Escrever $w_7=8\ \wedge\ w_9=2$ • Determinar a razão de w_n $\left(\frac{1}{2}\right)$ • Escrever o termo geral de w_n • Determinar w_4 (64) • Escrever o termo geral de v_n • Determinar a ordem de 213 $(n=299)$		**2** **3** **2** **1** **1** **3**	
5.					**34**
	5.1.	**Versão 1** (D) — **Versão 2** (A)		**10**	

	5.2.	• Escrever $f(x) = \frac{x}{2}$ ou equivalente • Reduzir ao mesmo denominador • Isolar as parcelas com a variável num dos membros • Colocar em evidência o fator comum • Aplicar a lei do anulamento do produto • obter $x = \frac{\sqrt{e}}{e}$ • Determinar as coordenadas do ponto pedido $\left(\frac{\sqrt{e}}{e}; \frac{\sqrt{e}}{2e}\right)$	3 1 1 1 2 2 2	12	
	5.3.	• Determinar a expressão da primeira derivada de f, f' $\left(f'(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right) - 1\right)$ • Resolver a equação $f'(x) = 0$ $\left(x = \frac{1}{e}\right)$ • Apresentar um quadro de sinal de f' e da monotonia de f (ou equivalente). • Concluir que $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e}$ é máximo (absoluto) da função f	4 3 3 2	12	
6.		**Versão 1** **(D)** **Versão 2** **(C)**			10
7.					52
	7.1.	• Determinar $\lim\limits_{x\to 3^-} \mathrm{h}(x)$ $(-5 = \mathrm{h}(3))$ • Escrever $\lim\limits_{x\to 3^+} \mathrm{h}(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} \frac{x^2-x-6}{1-e^{x-3}}$ • Decompor $x^2 - x - 6$ em fatores • Mudar a variável do limite **NOTA: os últimos dois subcritérios podem ser realizados por ordem inversa** • Determinar o limite $(-5 = \mathrm{h}(3))$ • Concluir que a função h é contínua em $x = 3$	2 1 2 2 3 2	12	
	7.2.	• Escrever $m = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{h(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1-3x+xe^{x-3}}{x}$ • Escrever $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1-3x+xe^{x-3}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x} - \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{3x}{x} + \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{xe^{x-3}}{x}$ • Obter $m = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{h(x)}{x} = -3$ • Escrever $b = \lim\limits_{x\to-\infty} [h(x) + 3x] = \lim\limits_{x\to-\infty} (1 - 3x + xe^{x-3} + 3x)$ • Escrever $\lim\limits_{x\to-\infty} (1 - 3x + xe^{x-3} + 3x) = 1 + \lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x-3}$ • Escrever $1 + \lim\limits_{x\to-\infty} xe^{x-3} = 1 + \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x}{e^{3-x}}$ • Efetuar a mudança de variável $y = -x$ • Obter $1 - \lim\limits_{y\to+\infty} \frac{y}{e^3 \times e^y}$ • Escrever $1 - \lim\limits_{y\to+\infty} \frac{y}{e^3 \times e^y} = 1 - \lim\limits_{y\to+\infty} \frac{1}{e^3} \times \frac{1}{\lim\limits_{y\to+\infty} \frac{e^y}{y}}$ • Obter $b = \lim\limits_{x\to-\infty} [h(x) + 3x] = 1$ • Concluir que a reta de equação $y = -3x + 1$ é assíntota do gráfico de h	1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1	12	

	7.3.1.	• Determinar a expressão da primeira derivada de h, h' no intervalo $]0, 2[$ $(h'(x) = -3 + e^{x-3} + xe^{x-3})$ • Escrever $h'(x) = h(x) \Leftrightarrow h'(x) - h(x) = 0 \Leftrightarrow$ $e^{x-3} + 3x - 4 = 0$ ou equivalente • Designando $m(x) = h'(x) - h(x)$ justificar que m é contínua no intervalo $[0; 2]$ • Determinar $m(0)$ e $m(2)$ • Concluir pelo (Corolário do) Teorema de Bolzano que $\exists\ c \in]0; 2[: m(c) = 0$, ou seja, que $\exists\ c \in]0; 2[:$ $h(c) = h'(c)$ • Conclusão	2 2 3 3 3 1	**14**	
	7.3.2.	• Apresentar a equação $h'(x) = h(x)$ (ou equivalente) • Reproduzir o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) h e h' visualizado(s) na calculadora • Determinar através da calculadora as coordenadas do ponto I, arredondadas às centésimas $(1{,}27; -2{,}60)$ ou $(1{,}27; -2{,}59)$ • Determinar $\overline{OI} = \sqrt{(1{,}27-0)^2 + (-2{,}60-0)^2}$ $(2{,}8935\ldots)$ Ou $\overline{OI} = \sqrt{(1{,}27-0)^2 + (-2{,}59-0)^2}$ $(2{,}884614\ldots)$ • Apresentar o valor arredondado às décimas (2,9)	2 4 4 3 1	**14**	
8.					**12**
		• Calcular a primeira derivada de f, f' $(f'(x) = k\sin(-kx) - 2k\cos(-2kx))$ • Calcular a segunda derivada de f, f'' $(f''(x) = -k^2\cos(-kx) - 4k^2\sin(-2kx))$ • Simplificar a expressão $f''(x)$ $(f''(x) = -k^2\cos(kx) + 4k^2\sin(2kx))$ • Aplicar a fórmula da duplicação do seno $(f''(x) = -k^2\cos(kx) + 8k^2\sin(kx)\cos(kx))$ • Colocar o fator comum em evidência $(f''(x) = -k^2\cos(kx)(1 - 8\sin(kx)))$		**2** **2** **3** **3** **2**	
Grupo A					
9.					**12**
		• Decompor $z^3 - 2z + 4$ em fatores $\left((z+2)(z^2 - 2z + 2)\right)$ • Determinar as raízes de $z^2 - 2z + 2$ $(z = 1 + i \ \vee z = 1 - i)$ • Calcular $\|z_1 - z_2\|$; $\|z_2 - z_3\|$; $\|z_3 - z_1\|$ • Determinar o perímetro do triângulo $\left(2 + 2\sqrt{10}\right)$		**2** **2** **6** **2**	

10				**12**
		• Simplificar $2e^{i\frac{\pi}{4}}\ (\sqrt{2}+i\sqrt{2})$ • Simplificar $\sqrt{2}i^{25}\ (\sqrt{2}i)$ • Escrever w_2 na forma algébrica (ou equivalente) $\left(\frac{\sqrt{2}}{8}-\frac{\sqrt{6}}{8}i\right)$ • Calcular $\lvert w_2\rvert = \lvert w_1\rvert\ \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ • Determinar o argumento de w_1 (Por exemplo, $\theta=\frac{3\pi}{4}$) • Escrever $w_1=\frac{\sqrt{2}}{4}e^{i\frac{3\pi}{4}}$, por exemplo	**2** **2** **2** **1** **4** **1**	
11		**Versão 1** (C) **Versão 2** (B)		**10**

Grupo B

9.					**22**
	9.1.	Designemos por M o acontecimento "o *utilizador escolhido é professor de Matemática*" e por R o acontecimento "o utilizador escolhido usa máscara respiratória" • Escrever $P(\bar{M})=0{,}65$ • Da condição $P(R\mid M)=\frac{4}{7}$, obter $P(R\cap M)=0{,}2$ • Da condição $P(M\cup\bar{R})=0{,}45$, obter $P(\bar{R})=0{,}25$ • Determinar $P(\bar{M}\mid\bar{R})=0{,}4$ • Responder $P(\bar{M}\mid\bar{R})=40\%$	1 3 3 4 1	**12**	
	9.2.	**Versão 1** (B) **Versão 2** (D)		**10**	
10					**12**
	10	• Simplificar $P(A\mid\bar{B})$ e $P(\bar{A}\mid B)$ • Simplificar $P(\bar{A}\cap B)+P(A)=P(A\cup B)$ • Efetuar a propriedade distributiva • Reduzir ao mesmo denominador • Simplificar a expressão obtida e concluir		2 2 1 4 3	