1. 1.1. Volume do cubo: $V_{cubo} = 2^3 = 8$
Volume da pirâmide: $\frac{1}{3} \times areadabase \times altura$
área da base:
$\overline{AB}^2 = \overline{AP}^2 + \overline{PB}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 2$
Área da base $= 2$
Altura da pirâmide: h
Volume da pirâmide:
$V_{Piramide} = \frac{1}{3} \times areadabase \times altura = \frac{1}{3} \times 2 \times h = \frac{2}{3}h$

$V_{solido} = 10 \Leftrightarrow V_{cubo} + V_{Piramide} = 10 \Leftrightarrow 8 + V_{Piramide} = 10 \Leftrightarrow V_{Piramide} = 2 \Leftrightarrow \frac{2}{3}h = 2 \Leftrightarrow$
$h = 3$
Assim, a cota do ponto E é 3
$E(1; 1; 3)$

1.2. $T(2; 0; -2)$; $C(1; 2; 0)$
Raio da superfície esférica: $\overline{TC} = \sqrt{(2-1)^2 + (0-2)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{9} = 3$
Equação da superfície esférica: $(x-2)^2 + (y-0)^2 + (z+2)^2 = 3^2$, ou seja, $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$

1.3. $B(2; 1; 0)$; $E(1; 1; 3)$

Seja $P(x; y)$ um ponto genérico do plano mediador do segmento de reta $[BE]$

$M\left(\frac{2+1}{2}; \frac{1+1}{2}; \frac{0+3}{2}\right)$
$M\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$
$\overrightarrow{BE} = E - B = (1-2; 1-1; 3-0) = (-1; 0; 3)$
$\overrightarrow{MP} = P - M = \left(x - \frac{3}{2}; y - 1; z - \frac{3}{2}\right)$
$\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \Leftrightarrow (-1; 0; 3) \cdot \left(x - \frac{3}{2}; y - 1; z - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow -\left(x - \frac{3}{2}\right) + 0 + 3\left(z - \frac{3}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -x + \frac{3}{2} + 3z - \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow -x + 3z - 3 = 0$

1.4. $A(1; 0; 0)$ $B(2; 1; 0)$; $E(1; 1; 3)$
Seja $\overrightarrow{\alpha} = (a; b; c)$ um vetor normal ao plano ABC
$\overrightarrow{AB} = B - A = (2-1; 1-0; 0-0) = (1; 1; 0)$
$\overrightarrow{AE} = E - A = (1-1; 1-0; 3-0) = (0; 1; 3)$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{\alpha} = 0 \wedge \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{\alpha} = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (1; 1; 0) \cdot (a; b; c) = 0 \wedge (0; 1; 3) \cdot (a; b; c) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow a + b = 0 \wedge b + 3c = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow a = -b \wedge c = -\frac{1}{3}b$
assim, $\overrightarrow{\alpha} = \left(-b; b; -\frac{1}{3}b\right), b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Fazendo, $b = 3$, vem, $\overrightarrow{\alpha} = (-3; 3; -1)$

Equação cartesiana do plano:
$-3x + 3y - z + d = 0$, como o plano contém o ponto A, vem,
$-3 \times 1 + 3 \times 0 - 0 + d = 0 \Leftrightarrow d = 3$
assim, $-3x + 3y - z + 3 = 0 \rightarrow$ Equação cartesiana do plano

2. Por semelhança de triângulos aplicada aos triângulos $[BCK]$ e $[IGK]$, resulta que,

$\dfrac{\overline{BC}}{\overline{IG}} = \dfrac{\overline{CK}}{\overline{GK}}$
$\Leftrightarrow \dfrac{6}{\overline{IG}} = \dfrac{12}{6} \Leftrightarrow \overline{IG} = \dfrac{6 \times 6}{12} = 3$
Por observação da figura, tem-se que $\overline{IG} = \overline{JG}$
Portanto, $V_{Piramide} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{\overline{IG} \times \overline{JG}}{2} \times \overline{GK} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{3 \times 3}{2} \times 6 = 9u.v.$
Resposta: (D)

3. Seja $\overline{AP} = a$, assim, $\overline{BP} = h - a$
$V_{cone1} = \dfrac{1}{3} \times \pi r^2 \times a$
$V_{cone2} = \dfrac{1}{3} \times \pi r^2 \times (h - a)$

assim, $V_{cone1} + V_{cone2} = \dfrac{1}{3} \times \pi r^2 \times a + \dfrac{1}{3} \times \pi r^2 \times (h - a) = \dfrac{1}{3} \times \pi r^2 \times (a + h - a) = \dfrac{1}{3} \times \pi r^2 h \rightarrow$ constante, visto não depender de a
Concluímos, assim, que a soma dos volumes dos dois cones não depende da posição do ponto P.

4. .

4.1. Para a primeira extração existem dez possibilidades (números de 1 a 10). Para a segunda bola extraída volta a haver dez possibilidades (números de 1 a 10), pois a primeira bola extraída é colocada na caixa antes da segunda extração. Por fim, voltamos a ter dez possibilidades (números de 1 a 10) para a terceira bola extraída, pela mesma razão apontada anteriormente.
Assim, existem $10 \times 10 \times 10 = 10^3 = 1000$ sequências distintas.

4.2. Se, se fizesse uma quarta extração nas mesmas condições das anteriores passaríamos a ter $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4 = 10000$ sequências distintas.

5. Para o primeiro dígito existem nove possibilidades (números de 1 a 9). Para o segundo dígito volta a haver nove possibilidades (números de 1 a 9), pois podemos repetir o número colocado no primeiro dígito. para o terceiro, quarto e quinto dígitos, voltamos a ter nove possibilidades (números de 1 a 9) para cada, pela mesma razão apontada anteriormente.
Assim, existem $9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5 = 59049$ códigos diferentes.

6. Para o primeiro jogo existem três possibilidades $(1; \times; 2)$. Para o segundo jogo volta a haver três possibilidades $(1; \times; 2)$, pois podemos repetir o resultado colocado no primeiro jogo. para o terceiro, quarto, quinto , ..., décimo quarto jogo , voltamos a ter três possibilidades $(1; \times; 2)$ para cada, pela mesma razão apontada anteriormente.
Assim, existem $3^{14} = 4782969$ apostas diferentes. O apostador teria de fazer 4782969 apostas simples.

7. .

7.1. Para cada uma das primeiras quatro letras existem vinte e três possibilidades, e para cada um dos três números existem nove possibilidades, uma vez que não tem zeros na matrícula.
Assim, existem, $23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 9 \times 9 \times 9 = 23^4 \times 9^3 = 204004089$ matrículas diferentes.

7.2. Para a primeira letra existem vinte e três possibilidades e para a segunda letra apenas uma possibilidade, dado que tem de ser igual à primeira letra. Para cada uma das duas últimas letras existem vinte e três possibilidades, e para cada um dos três números existem nove possibilidades, uma vez que não tem zeros na matrícula.
Assim, existem, $23 \times 1 \times 23 \times 23 \times 9 \times 9 \times 9 = 23^3 \times 9^3 = 8869743$ matrículas diferentes que têm as duas primeiras letras iguais.

8. .

8.1. Para cada um dos seis números finais do número de telefone existem dez possibilidades.
Assim, podem ser constituídos, $10^6 = 1000000$ números de telefone diferentes no concelho de Paredes.

8.2. de 0 a 9 há exatamente quatro números primos, que são $2; 3; 5; 7$

Assim, para cada um dos seis números finais do número de telefone existem quatro possibilidades.
Portanto, podem ser constituídos, $4^6 = 4096$ números de telefone diferentes no concelho de Paredes só com números primos.

8.3. Para o último algarismo do número de telefone existem apenas duas possibilidades, colocar um zero ou um cinco, uma vez que quero que o número de telefone seja múltiplo de cinco.
Escolhido este número, para cada um dos quatro números restantes do número de telefone existem dez possibilidades.
Assim, podem ser constituídos, $10^4 \times 2 = 20000$ números de telefone diferentes no concelho de Paredes a terminarem num número múltiplo de cinco.