

AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE PARA A FREQUÊNCIA DE CURSO SUPERIOR - 1º CICLO DE ESTUDOS

PROVA ESPECÍFICA DE CONHECIMENTOS E COMPETÊNCIAS: CULTURA MATEMÁTICA

ESTG - IPVC

Duração da Prova: 1h45. Tolerância: 15 minutos

17 de abril de 2019 6 páginas

INSTRUÇÕES

Identifique com o seu nome e número do Cartão do Cidadão todas as folhas de resposta.

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta, exceto nas respostas que impliquem construções, desenhos ou outras representações, que podem ser primeiramente feitos a lápis e a seguir passados a tinta.

É permitido o uso de régua e de calculadora elementar (não alfanumérica e não programável).

Não é permitido o uso de corretor. Deve riscar aquilo que pretende que não seja classificado. Para cada resposta, identifique o grupo e o item.

Em todas as respostas, indique todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Apresente as suas respostas de forma legível.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

A prova é constituída por 4 grupos cada um com uma cotação de 5 valores. No grupo 4 tem duas questões opcionais (A ou B). Assinale de forma clara qual a questão escolhida.

GRUPO I

1. Os candidatos Maiores de 23 anos à ESTG-IPVC responderam a um inquérito no ato da sua inscrição. Alguns dos dados recolhidos, depois de organizados, foram apresentados na forma que se segue. A Figura 1 apresentada a distribuição do tempo diário de estudo para as provas; a Figura 2 o diagrama circular construído a partir do registo do número de cursos a que se candidatam e na Tabela 1 estão registadas as idades dos candidatos por sexo.

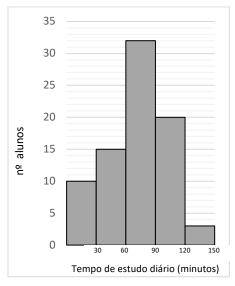


Figura 1: Distribuição do tempo diário de estudo

| IDADE | Sexo | | |
|-------|----------|-----------|--|
| | FEMININO | MASCULINO | |
| 24 | 16 | 5 | |
| 25 | 15 | 12 | |
| 28 | 8 | 5 | |
| 30 | 10 | 9 | |

Tabela 1: Distribuição das idades por sexo

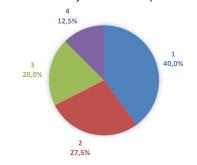


Figura 2: Distribuição do número de cursos a que se candidatam os Maiores 23 anos

Apresente todos os resultados com duas casas decimais.

- 1.1 Qual a percentagem de candidatos do sexo feminino?
- 1.2 Quantos candidatos manifestaram preferência por apenas um curso?
- 1.3 Quantos candidatos afirmam que estudam diariamente pelo menos uma hora?
- **1.4** Determine a mediana da idade dos candidatos do sexo masculino. Como interpreta este resultado no contexto apresentado.
- **1.5** Em relação à distribuição das idades, independentemente do sexo, construa a tabela de frequências absolutas e relativas em percentagem (simples e acumuladas).
- 1.6 Considerando a distribuição do tempo de estudo diário, calcule a média e o desvio padrão.
- 1.7 Sabe-se que dos candidatos que participaram neste estudo 48 realizaram a prova de Cultura Matemática, 33 realizaram a prova de Biologia & Química e 15 não realizaram nenhuma destas duas provas. Considere a experiência aleatória que consiste na seleção, ao acaso, de um candidato. Em relação à experiência referida, sejam M e B os acontecimentos:

M: realizou a prova de Cultura Matemática

B: realizou a prova de Biologia & Química

- **1.7.1.** Determine $P(M \cap B)$.
- 1.7.2. Traduza em linguagem simbólica o acontecimento "realizou pelo menos uma das provas".

GRUPO II

1. Considere a função $g(x) = \frac{1-x}{x}$ e a função f representada na Figura 3.

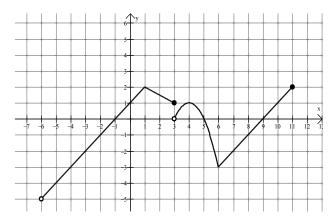


Figura 3: Representação gráfica da função f

- **1.1** Indique o domínio da função g e o contradomínio da função f.
- **1.2** Estude o sinal da função g, apresentado a respetiva tabela de sinais.
- 1.3 Indique conjunto solução das condições:

1.3.1.
$$f(x) = 0$$
.

1.3.2.
$$f(x) > 0$$

- **1.4** Estude a monotonia da função f, ou seja, indique os intervalos onde a função f é estritamente crescente e estritamente decrescente.
- **1.5** Indique, caso exista, $\lim_{x\to 3} f(x)$. Justifique a sua resposta.
- 2. Uma loja lançou uma campanha promocional com o objetivo de aumentar a venda de computadores. Tendo-se verificado que o incremento na venda de computadores após t dias de campanha promocional é dado por $h(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 10t$, t > 0.
 - 2.1 Determine o(s) zero(s) da função. Como interpreta este resultado no contexto do problema.
 - **2.2** Identifique a função h e represente-a graficamente.
 - 2.3 Qual o incremento na venda de computadores após o 4º dia da campanha promocional?
 - **2.4** Em que dia, após a campanha promocional ter iniciado, houve o maior aumento de computadores vendidos?

GRUPO III

- **1.** Num referencial o.m. xoy, considere a reta r que passa nos pontos A = (3,2); B = (-1,6) e a reta s de equação y = 4x 2.
 - **1.1** Escreva a equação reduzida da reta r.
 - **1.2** Determine o valor de k de forma a que o ponto P = (k, 2k + 1) pertença à reta s.
 - 1.3 Determine o ponto de intersecção da reta s com a bissetriz dos quadrantes ímpares. Represente graficamente (com rigor) a reta s, a bissetriz dos quadrantes ímpares e o respetivo ponto de interseção.



- **1.4.1.**Defina por condições a região a sombreado.
- **1.4.2.** Determine a equação da reta paralela à reta y = x que passa no ponto (1,0).

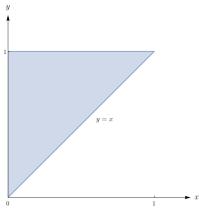


Figura 4

- **2.** Na Figura 5 está representado, em referencial o.n. Oxyz, o octaedro [ABCDEF], cujos vértices pertencem aos eixos coordenados. Sabe-se que o vértice D tem coordenadas (0, -6, 0).
 - **2.1** Indique as coordenadas dos vértices $A \in E$.
 - **2.2** Mostre que o perímetro do triângulo [ABE] é $3\sqrt{72}$.

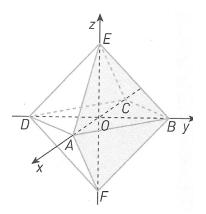


Figura 5

GRUPO IV – Responda apenas a uma das questões A ou B

- **A.** O Manuel terminou a licenciatura no último ano letivo e anda à procura de emprego. Fez uma pesquisa de ofertas de emprego com início no mês de Janeiro de 2019 e chegou à conclusão de que estava interessado numa das seguintes situações.
 - X: contrato de trabalho com vencimento constante no valor de 1280€;
 - Y: contrato de trabalho com vencimento mensal, em euros, dado por $v_n = 800 \times 1,05^{n-1}$.

 v_n significa o vencimento no mês n (por exemplo, v_3 significa o vencimento no mês de Março, mês 3). A partir do início do segundo ano de contrato, vencimento constante e dado por v_{12} .

Nas questões que se seguem, não contabilize outros pagamentos (ex. subsídios de férias/Natal).

Apresente todos os resultados com duas casas decimais.

- **A.1** A sucessão (v_n) para $n \le 12$ é uma progressão aritmética ou geométrica? Justifique.
- **A.2** Determine o valor do vencimento do Manuel, no mês de Dezembro 2019, em ambas as situações.
- **A.3** Verifique se 1500€ é termo da sucessão (v_n) . Em caso afirmativo indique a que mês corresponde este vencimento.
- **A.4** A sucessão (v_n) , $\forall n \in \mathbb{N}$ é limitada? Justifique a sua resposta.
- **A.5** Indique, justificando, qual das duas situações, *X* ou *Y*, é mais vantajosa para o Manuel, se o contrato tiver a duração de um ano.
- **A.6** A vantagem em escolher a situação X ou Y altera-se se o contrato tiver a duração de 5 anos? Justifique a sua resposta.

- **B.** Sabe-se que $A(\alpha) = sen(\pi + \alpha)$ e $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{3\pi}{2}$.
 - **B.1** Apenas para as três alíneas que se seguem considere $A(\alpha) = \frac{3}{5}$:
 - **B.1.1.** Indique, justificando, o quadrante a que pertence o ângulo α .
 - **B.1.2.** Determine $sen(\alpha) + cos(\alpha)$.
 - **B.1.3.** Determine $tg^2(\alpha)$.
 - **B.2** Verifique que $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) + sen(\pi \alpha) + tg(\pi + \alpha) = tg(\alpha)$
 - **B.3** Indique o valor máximo da função $A(\alpha)$ e o respetivo maximizante. Justifique
 - **B.4** Determine as soluções da equação $-2cos(\pi \theta) = 1$ no intervalo $[0,2\pi]$.
 - **B.5** Considere a condição $tg(\beta) = 2$. Indique, justificando, o número de soluções da condição em cada um dos seguintes intervalos:

B.5.1.
$$\beta \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$$

B.5.2.
$$\beta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS:

| | $\theta = \frac{\pi}{6}$ | $\theta = \frac{\pi}{4}$ | $\theta = \frac{\pi}{3}$ |
|---------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| sen θ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos \theta$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| tg θ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ |

FIM