

## Teorema de Pitágoras

Propostas de resolução Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



- 1. Como no canteiro foram plantadas túlipas, exceto na zona representada pelo retângulo [ABCD], a área desta zona do canteiro é a diferença das áreas do círuclo e do retângulo. Determinando cada uma das áreas temos:
  - $\bullet \ A_{[ABCD]} = 7 \times 5 = 35 \text{ m}^2$
  - Como o triângulo [ABC] é retângulo em B, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para calcular  $\overline{AC}$ , temos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 7^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 49 + 25 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 74 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{74} \text{ m}$$

Assim, temos que o raio do círculo é  $\frac{\sqrt{74}}{2}$ , pelo que a área do círculo é:

$$A_{\circ} = \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right) = \pi \times \left(\frac{\sqrt{74}}{2}\right)^2 = \pi \times \frac{74}{4} \approx 58,12 \text{ m}^2$$

Assim a área da zona do canteiro das túlipas, arredondado às unidades, é:

$$A_{\text{Túlipas}} = A_{\circ} - A_{[ABCD]} \approx 58,12 - 35 \approx 23 \text{ m}^2$$

Instrumento de Aferição Amostral, 8.º ano - 2021

2. Considerando o ponto P, como a interseção da reta perpendicular a AB pelo ponto C, com a reta AB, temos que:

• 
$$\overline{PA} = \overline{CD} = 7 \text{ cm}$$

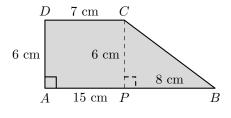
• 
$$\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{PA} = 15 - 7 = 8 \text{ cm}$$

• 
$$\overline{PC} = \overline{AD} = 6 \text{ cm}$$

Assim, usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 100 \Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{BC} = 10 \text{ m}$$



Instrumento de Aferição Amostral, 8.º ano - 2021

3. Como o triângulo [ABC] é retângulo em B, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para calcular  $\overline{BC}$ , temos:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 7^2 = 6^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 49 - 36 = \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 13 = \overline{BC}^2 \underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow} \sqrt{13} = \overline{BC} \Rightarrow \overline{BC} \approx 3,6 \text{ m}$$

Assim, o valor de  $\overline{BC}$  em metros, arredondado às décimas é 3,6 m.

Prova de Matemática,  $9.^{\rm o}$ ano – 2021

4. Como a plataforma tem a forma de um retângulo, [ABC] é um triângulo retângulo em B, e assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para calcular  $\overline{AC}$ , temos:

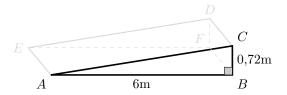
$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6.4^2 + 2.4^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 40.96 + 5.76 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 46.72 \underset{\overline{AC} > 0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{46.72} \text{ m}$$

Assim, como  $\sqrt{46,72}\approx 6.8$ , o valor de  $\overline{AC}$ , ou seja, o comprimento da barra diagonal, em metros, arredondado às décimas é  $6.8\,$  m.

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 2.ª fase

5. Como o triângulo [ABC] é retângulo, porque  $A\hat{B}C = 90^{\circ}$ , podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, para calcular o valor de  $\overline{AC}$ :

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 6^2 + 0.72^2 \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 36 + 0.5184 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 36.5184 \underset{\overline{AC} > 0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{36.5184} \text{ m}$$

Assim, como  $\sqrt{36,5184} \approx 6,043$ , o valor de  $\overline{AC}$ , ou seja, o comprimento da rampa, em metros, arredondado às centésimas é  $6,04\,$  m.

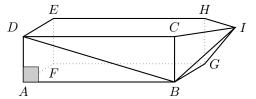
Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

6. Como o triângulo [ABD] é um triângulo retângulo em A, (porque [ABCDEFGH] é paralelepípedo retângulo) podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, para calcular o valor de  $\overline{BD}$ :

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 10^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 100 + 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 109 \underset{\overline{BD} > 0}{\Rightarrow} \overline{BD} = \sqrt{109} \text{ cm}$$

Assim, como  $\sqrt{109}\approx 10{,}4,$ o valor de  $\overline{BD}$ arredondado às décimas é 10,4 cm

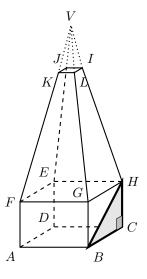


Prova Final 3.º Ciclo - 2018, Época especial

7. Como o triângulo [BCH] é um triângulo retângulo em C, (porque [ABCDEFGH] é prisma reto) podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, para calcular o valor de  $\overline{BH}$ :

$$\overline{BH}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CH}^2 \Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 9^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 81 + 36 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 117 \underset{\overline{BH}>0}{\Rightarrow} \overline{BH} = \sqrt{117} \text{ cm}$$

Assim, como  $\sqrt{117} \approx 10.8$ , o valor de  $\overline{BH}$  arredondado às décimas é 10.8 cm

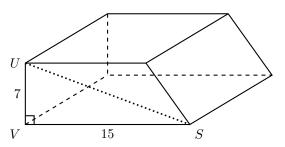


Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 2.ª fase

8. Como o triângulo [UVS] é um triângulo retângulo em V, podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, e afirmar que:

$$\overline{US}^2 = \overline{UV}^2 + \overline{VS}^2$$

Como [SXWV]é um quadrado cujos lados têm 15 cm de comprimento, temos que  $\overline{VS}=15$  cm



Logo, como  $\overline{UV}=15$  cm, vem que:

$$\overline{US}^2 = 7^2 + 15^2 \iff \overline{US}^2 = 49 + 225 \iff \overline{US}^2 = 274 \underset{\overline{US} > 0}{\Longrightarrow} \overline{US} = \sqrt{274} \text{ cm}$$

Assim, como  $\sqrt{274} \approx 16,6$ , o valor de  $\overline{US}$  arredondado às décimas é 16,6 cm

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª fase

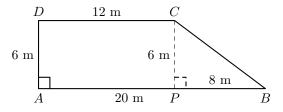
- 9. O comprimento da rede que irá delimitar a horta, é o perímetro do trapézio. Para calcular o perímetro do trapézio, é necessário determinar o comprimento  $\overline{BC}$  Considerando o ponto P, como a interseção da reta perpendicular a AB pelo ponto C, com a reta AB, temos que:
  - $\overline{PB} = \overline{AB} \overline{CD} = 20 12 = 8 \text{ m}$
  - $\overline{CP} = \overline{AD} = 6 \text{ m}$

Assim, usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{CP}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 100 \underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{BC} = 10 \text{ m}$$



Assim, vem que ao comprimento da rede, ou seja o perímetro do trapézio [ABCD], é:

$$P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{DC} + \overline{AD} = 20 + 10 + 12 + 6 = 48 \text{ m}$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2018

10. Como o triângulo [ACD] é retângulo em D, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, o valor de  $\overline{AC}$ , em centímetros, é:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 1^2 + \left(\sqrt{8}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 1 + 8 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 9 \Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{9} \Leftrightarrow \overline{AC} = 3 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

11. Como o triângulo é retângulo, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os comprimentos dos catetos, calculando o comprimento da hipotenusa (h) e arredondando o resultado às centésimas, vem:

$$h^2 = 48^2 + 62^2 \Leftrightarrow h^2 = 2304 + 3844 \Leftrightarrow h^2 = 6148 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{6148} \Rightarrow h \approx 78,41$$

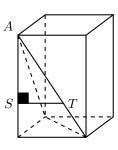
Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 2.ª fase

12. Como o plano STR é paralelo ao plano EFG, e o plano EFG é perpendicular ao plano AFG, então também o plano STR é perpendicular ao plano AFG, ou seja, o ângulo AST é reto, pelo que o triângulo [AST] é um triângulo retângulo em S, pelo que podemos, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, afirmar que:

$$\overline{AT}^2 = \overline{AS}^2 + \overline{ST}^2$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AT}^2 = 6^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 36 + 16 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 52 \underset{\overline{AT}>0}{\Rightarrow} \overline{AT} = \sqrt{52}$$



E assim, arredondando o valor pedido às décimas, temos que  $\overline{AT} \approx 7.2 \, \mathrm{cm}$ 

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

13. Como a base do prisma é um quadrado, os lados adjacentes são perpendiculares, pelo que o triângulo [DAB] é retângulo em A

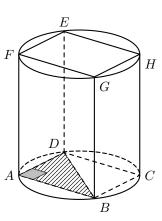
Como o raio da base do cilindro é igual a 3 cm, então a medida do diâmetro é:

$$\overline{BD} = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, para calcular a medida do lado da base do prisma,  $\overline{AB}$ , temos:

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 \underset{\overline{AB} = \overline{AD}}{\Leftrightarrow} \overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 2 \times \overline{AB}^2$$

$$2 \times \overline{AB}^2 = 6^2 \Leftrightarrow 2 \times \overline{AB}^2 = 36 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = \frac{36}{2} \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 18 \text{ cm}^2$$



Assim, calculando o volume do prisma, em centímetros cúbicos, e arredondando o resultado às unidades, vem:

$$V_{[ABCDEFGH]} = \overline{AB}^2 \times \overline{BG} = 18 \times 5.3 \approx 95 \text{ cm}^3$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 2.ª fase

14. O triângulo [OPN] é retângulo em P (porque o raio [OP] da circunferência é perpendicular à reta tangente em P, que contém o lado [PN] do triângulo).

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, temos que:

$$\overline{ON}^2 = \overline{OP}^2 + \overline{PN}^2 \iff \overline{ON}^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + 3^2 \iff \overline{ON}^2 = 3 + 9 \iff \overline{ON}^2 = 12 \underset{\overline{ON} > 0}{\Longrightarrow} \overline{ON} = \sqrt{12}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 1.ª fase

15. Como  $E\hat{F}B = 90^{\circ}$ , o triângulo [EFB], retângulo em F

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, temos que:

$$\overline{BE}^2 = \overline{EF}^2 + \overline{FB}^2 \Leftrightarrow 7.8^2 = \overline{EF}^2 + 3^2 \Leftrightarrow 60.84 = \overline{EF}^2 + 9 \Leftrightarrow 60.84 - 9 = \overline{EF}^2 \Leftrightarrow 51.84 = \overline{EF}^2 \underset{\overline{EF}>0}{\Rightarrow} \sqrt{51.84} = \overline{EF} \Leftrightarrow \overline{EF} = 7.2 \text{ cm}$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2016

16. Como a reta TP é tangente à circunferência no ponto T é perpendicular ao raio [CT], e por isso, o triângulo [CTP] é retângulo em T

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos afirmar que

$$\overline{CP}^2 = \overline{CT}^2 + \overline{PT}^2$$

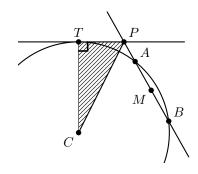
E substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\overline{CP}^2 = 9.2^2 + 4^2 \iff \overline{CP}^2 = 84.64 + 16 \iff$$

$$\Leftrightarrow \overline{CP}^2 = 100,64 \underset{\overline{CP} > 0}{\Rightarrow} \overline{CP} = \sqrt{100,64}$$

Escrevendo o resultado arredondado às unidades, temos

$$\overline{CP} = \sqrt{100,64} \approx 10$$



Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

17. Como o triângulo [ABC] é um triângulo retângulo em A, podemos, recorrer ao Teorema de Pitágoras, e afirmar que

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{BC}^2 = 6^2 + 9^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36 + 81 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 117 \underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{117} \text{ cm}$$

Resposta: Opção B

Prova Final 3.° Ciclo – 2015, 2.ª fase

18. Como [OA] e [OC] são raios da mesma circunferência,  $\overline{OC} = \overline{OA} = 2$ Assim, como o triângulo [OBC] é retângulo, usando o Teorema de Pitágoras, temos que

$$\overline{BC}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OB}^2 \iff \overline{BC}^2 = 2^2 + 3^2 \iff \overline{BC}^2 = 4 + 9 \iff \overline{BC}^2 = 13 \underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{13}$$

Resposta: Opção A

Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

19. Designado por M o ponto médio do lado [BC], temos que o triângulo [AMB] é retângulo em M, e que

$$\overline{BM} = \frac{\overline{BC}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

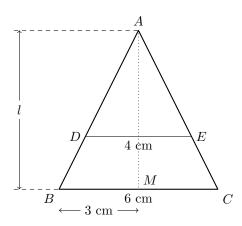
Como  $l = \overline{AM}$ , usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 \iff 7^2 = \overline{AM}^2 + 3^2 \iff$$

$$\Leftrightarrow 49 = \overline{AM}^2 + 9 \iff 49 - 9 = \overline{AM}^2 \iff$$

$$\Leftrightarrow 40 = \overline{AM}^2 \underset{\overline{AM} > 0}{\Rightarrow} \sqrt{40} = \overline{AM}$$

Resposta: Opção C



Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 1.ª chamada



20. Designado por M o ponto médio do lado [EF], temos que o triângulo [OME] é retângulo em M, e que:

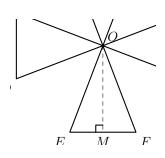
$$\overline{EM} = \frac{\overline{EF}}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

Como a altura do triângulo [DEF] é  $h=\overline{OM},$ usando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\overline{OE}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{EM}^2 \iff 7^2 = \overline{OM}^2 + 2,5^2 \iff$$

$$\Leftrightarrow 49 = \overline{OM}^2 + 6,25 \iff 49 - 6,25 = \overline{OM}^2 \iff$$

$$\Leftrightarrow 42,75 = \overline{OM}^2 \underset{\overline{OM} > 0}{\Rightarrow} \sqrt{42,75} = \overline{OM} \implies 6,54 \approx \overline{OM}$$



Assim, calculando a área do triângulo [EFO], vem:

$$A_{[EFO]} = \frac{b \times h}{2} = \frac{\overline{EF} \times \overline{OM}}{2} \approx \frac{5 \times 6{,}54}{2} \approx 16{,}35$$

Desta forma, o valor, arredondado às unidades, da área do triângulo [EFO] é 16 m².

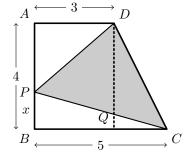
Teste Intermédio  $9.^{\rm o}$ ano – 21.03.2014

21. Seja Q a projeção vertical do ponto D sobre a reta BC.

Logo 
$$\overline{BQ} = \overline{AD} = 3$$
 e que  $\overline{DQ} = \overline{AB} = 4$ 

Podemos também observar que 
$$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{QC}\Leftrightarrow \overline{QC}=\overline{BC}-\overline{BQ},$$
 pelo que  $\overline{QC}=5-3=2$ 

Assim, como o triângulo [DQC]é retângulo em Q,usando o Teorema de Pitágoras, temos que:



$$\overline{CD}^2 = \overline{DQ}^2 + \overline{QC}^2 \iff \overline{CD}^2 = 4^2 + 2^2 \iff \overline{CD}^2 = 16 + 4 \iff \overline{CD}^2 = 20 \underset{\overline{CD} > 0}{\Rightarrow} \overline{CD} = \sqrt{20}$$

Logo o perímetro do quadrilátero [ABCD] é:

$$P_{[ABCD]} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 4 + 5 + \sqrt{20} + 3 = 12 + \sqrt{20} \approx 16,5$$

Resposta: Opção B

Prova Final 3.º Ciclo – 2013, 2.ª chamada

22. Como o triângulo [ABC] é retângulo em A (porque um dos lados coincide com o diâmetro da circunferência e o vértice oposto a esse lado está sobre a circunferência), usando o Teorema de Pitágoras e substituindo as medidas conhecidas, temos que:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \iff \overline{BC}^2 = 6^2 + 10^2 \iff \overline{BC}^2 = 36 + 100 \iff \overline{BC}^2 = 136 \underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{136}$$

Logo, como  $\left[BC\right]$  é um diâmetro do círculo, a medida do raio, r, é:

$$r = \frac{\sqrt{136}}{2} \approx 5,\!83$$

E assim, calculando a área do círculo de diâmetro [BC], em cm<sup>2</sup>, e arredondando o resultado às unidades, vem

$$A=\pi r^2\approx\pi\times5,\!83^2\approx107\,\mathrm{cm}^2$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2013, 1.ª chamada

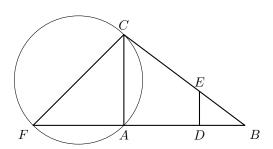
23. Como o triângulo [AFC] é retângulo em A,então o lado [FC] é um diâmetro da circunferência que passa nos pontos  $A,\,F$  e C

Temos ainda que  $\overline{AC}=12$  cm e que o triângulo [AFC] é isósceles, pelo que também  $\overline{AF}=12$  cm, e recorrendo ao Teorema de Pitágoras podemos determinar a medida do segmento [FC]:

$$\overline{FC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AF}^2 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 12^2 + 12^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 144 + 144 \Leftrightarrow \overline{FC}^2 = 288 \underset{\overline{BC} > 0}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \overline{FC} = \sqrt{288}$$



Assim, temos que o raio circunferência é  $r=\frac{\sqrt{288}}{2}$ , pelo que o comprimento da circunferência em centímetros, arredondado às unidades, é

$$P_{\circ} = 2\pi r = 2\pi \times \frac{\sqrt{288}}{2} = \pi \times \sqrt{288} \approx 53 \text{ cm}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 2.ª chamada

24. Como os triângulos [ABC] e [ADE] têm um ângulo em comum, e são ambos retângulos, têm dois pares de ângulos com a mesma amplitude, o que é suficiente para afirmar que são semelhantes, pelo critério AA.

Como os triângulos são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\frac{\overline{AB}}{20} = \frac{40}{25} \iff \overline{AB} = \frac{40 \times 20}{25} \iff \overline{AB} = 32$$

E podemos calcular  $\overline{BC}$ , recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \iff 40^2 = 32^2 + \overline{BC}^2 \iff 1600 - 1024 = \overline{BC}^2 \iff 576 = \overline{BC}^2 \implies \sqrt{576} = \overline{BC} \iff 24 = \overline{BC}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 1.ª chamada

25. Como os triângulos [OAB] e [OCD] têm um ângulo em comum, e os segmentos [AB] e [CD] são paralelos, definem sobre a mesma reta (OC) ângulos iguais, e assim os triângulos, têm dois pares de ângulos com a mesma amplitude, o que é suficiente para afirmar que são semelhantes, pelo critério AA.

Como os triângulos são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou

Como os triângulos são semelhantes, podemos afirmar que a razão entre lados correspondentes é igual, ou seja,

$$\frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{OB}}$$

Logo, substituindo os valores dados, vem que:

$$\frac{\overline{OC}}{5} = \frac{18}{12} \iff \overline{OC} = \frac{15 \times 5}{12} \iff \overline{OC} = 7,5$$

E podemos calcular  $\overline{CD}$ , recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{CD}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 7.5^2 + 18^2 \Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 56.25 + 324 \underset{\overline{CD} > 0}{\Rightarrow} \overline{CD}^2 = \sqrt{380.25} = \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{CD} = 19.50$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2011, Época Especial

26. Como o lado [AD] do triângulo [AED] é um diâmetro de uma circunferência e o vértice E pertence à mesma circunferência, então o triângulo [AED] é retângulo e o lado [AD] é a hipotenusa. Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DE}^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 6.8^2 + 3.2^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 46.24 + 10.24 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 56.48 \underset{\overline{AD}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{56.48}$$

Assim, como o lado [AD] é um diâmetro da circunferência, temos que o raio é  $r = \frac{\sqrt{56,48}}{2}$ , pelo que o perímetro da circunferência em centímetros, arredondado às décimas, é

$$P_{\circ} = 2\pi r = 2\pi \times \frac{\sqrt{56,48}}{2} = \pi \times \sqrt{56,48} \approx 23,6 \text{ cm}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2011, 1.ª chamada



27. Como [ABCD] é um quadrado, o triângulo [ABC] é retângulo isósceles  $(\overline{AB} = \overline{BC}$  e o lado [AC] é a hipotenusa.

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo o valor conhecido, vem que:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \underset{\overline{AB} = \overline{BC}}{\Leftrightarrow} \overline{AC}^2 = 2\overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 2 \times 6^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 2 \times 36 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 72 \underset{\overline{AC} > 0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{72}$$

Assim, como o lado [AC] é um diâmetro da circunferência, temos que o raio é  $r = \frac{\sqrt{72}}{2}$ , pelo que o perímetro da circunferência, arredondado às décimas, é

$$P_{\circ} = 2\pi r = 2\pi \times \frac{\sqrt{72}}{2} = \pi \times \sqrt{72} \approx 26.7$$

Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

28. Como o triângulo [ABC] é retângulo e o lado [AC] é a hipotenusa, sabemos que

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

Podemos assim, verificar qual das opções apresenta valores que verificam o Teorema de Pitágoras, ou seja, que são medidas dos comprimentos de um triângulo retângulo:

- Opção (A):  $12^2 = 4^2 + 11^2 \Leftrightarrow 144 = 4 + 121 \Leftrightarrow 144 = 125$  é uma proposição falsa
- Opção (B):  $13^2 = 5^2 + 12^2 \Leftrightarrow 169 = 25 + 144 \Leftrightarrow 169 = 169$  é uma **proposição verdadeira**
- Opção (C):  $14^2 = 6^2 + 13^2 \Leftrightarrow 196 = 36 + 169 \Leftrightarrow 196 = 205$  é uma proposição falsa
- Opção (D):  $15^2 = 7^2 + 14^2 \Leftrightarrow 225 = 49 + 196 \Leftrightarrow 225 = 245$  é uma proposição falsa

Resposta: Opção B

Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

29. Como [ABCD] é um retângulo [ACD] é um triângulo retângulo e o lado [AC] é a hipotenusa. Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \iff \overline{AC}^2 = 2^2 + 4^2 \iff \overline{AC}^2 = 4 + 16 \iff \overline{AC}^2 = 20 \underset{\overline{AC} > 0}{\Rightarrow} \overline{AC} = \sqrt{20}$$

Como  $\overline{AE} = \overline{AC}$ , temos que  $\overline{AE} = \sqrt{20}$ 

Como ao ponto A corresponde o número  $1-\sqrt{20},$  ao ponto E corresponde o número

$$1 - \sqrt{20} + \sqrt{20} = 1$$

Teste Intermédio 9.º ano – 07.02.2011

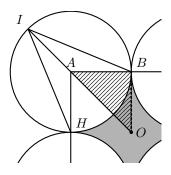
30. Considerando o triângulo retângulo [ABO], podemos calcular a medida da hipotenusa (o lado [OA]) recorrendo ao Teorema de Pitágoras, identificando que  $\overline{AB} = \overline{OB} = 2$  porque é a medida do raio das circunferências, ou metade da medida dos lados do quadrado.

Assim, vem que

$$\overline{OA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BO}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow$$
  
 $\Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 8 \Rightarrow \overline{OA} > 0$ 

Verificando que [AI] é um raio de uma circunferência, e por isso,  $\overline{AI} = 2$ , e como  $\overline{IO} = \overline{OA} + \overline{AI}$ , vem que o comprimento de [IO], arredondado às décimas, é

$$\overline{IO} = \sqrt{8} + 2 \approx 4.8$$



Exame Nacional 3.º Ciclo - 2010, 2.ª chamada

31. Utilizando a propriedade enunciada, temos que, como [ABCD] é um trapézio inscrito na circunferência, então

$$\overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD}$$

Como  $\overline{AD} = \overline{BC}$ , e substituindo as medidas conhecidas, temos que

$$12 \times 9 + \overline{AD} \times \overline{AD} = \sqrt{150} \times \sqrt{150} \iff 108 + \overline{AD}^2 = \left(\sqrt{150}\right)^2 \iff \overline{AD}^2 = 150 - 108 \iff \overline{AD}^2 = 42 \implies_{\overline{AD} > 0} \overline{AD} = \sqrt{42}$$

Teste Intermédio 9.º ano - 11.05.2010

32. Se o triângulo for retângulo, as medidas dos comprimentos verificam o Teorema de Pitágoras.

Como o lado maior de um triângulo retângulo é a hipotenusa, fazendo a verificação temos:

$$30^2 = 28^2 + 21^2 \Leftrightarrow 900 = 784 + 441 \Leftrightarrow 900 = 1225$$
 Prop. Falsa

Logo como as medidas dos lados do triângulo não verificam o Teorema de Pitágoras, podemos concluir que o triângulo não é retângulo.

Teste Intermédio 8.º ano – 27.04.2010

33. Como os pontos E e F são os pontos médios dos lados [AB] e [BC], respetivamente, e a medida do lado do quadrado é 10, temos que  $\overline{BE} = \overline{BF} = 5$ 

E assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\overline{EF}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{BF}^2 \iff \overline{EF}^2 = 5^2 + 5^2 \iff \overline{EF}^2 = 25 + 25 \iff \overline{EF}^2 = 50 \Longrightarrow \overline{EF} = \sqrt{50}$$

Escrevendo o resultado arredondado às décimas, temos

$$\overline{EF} = \sqrt{50} \approx 7.1$$

Teste Intermédio 9.º ano - 03.02.2010



34. Como [OFBG] é um quadrado, o ângulo OFB é reto e o triângulo [OFB] é retângulo em G, pelo que podemos recorrer ao Teorema de Pitágoras:

$$\overline{OB}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{FB}^2$$

Como [OF] e [FB] são lados de um quadrado temos que  $\overline{OF} = \overline{FB}$ , e assim

$$\overline{OB}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{FB}^2 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = \overline{OF}^2 + \overline{OF}^2 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 2 \times \overline{OF}^2$$

Como [OC] e [OB] são raios de uma circunferência temos que  $\overline{OB} = \overline{OC} = 2$ , pelo que

$$\overline{OB}^2 = 2 \times \overline{OF}^2 \iff 2^2 = 2 \times \overline{OF}^2 \iff \frac{4}{2} = \overline{OF}^2 \iff 2 = \overline{OF}^2 \underset{\overline{OF} > 0}{\Rightarrow} \sqrt{2} = \overline{OF}$$

E assim, vem que o valor exacto, em centímetros, da medida do lado do quadrado [OFBG] é  $\sqrt{2}$ 

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 2.ª chamada

35. Como  $\overline{AB} = \overline{BC}$ , então a reta BO é perpendicular ao segmento [AC], e assim, temos que o triângulo [ADO] é retângulo em D

Temos ainda que o ponto D é o ponto médio do lado [AC], pelo que  $\overline{AD} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{6.4}{2} = 3.2$ 

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores conhecidos, vem que:

$$\overline{AO}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DO}^2 \iff 6.8^2 = 3.2^2 + \overline{DO}^2 \iff 46.24 = 10.24 + \overline{DO}^2 \iff 46.24 - 10.24 = \overline{DO}^2 \iff 36 = \overline{DO} \implies \sqrt{36} = \overline{DO} \iff 6 = \overline{DO}$$

Como [EO] é um raio da circunferência, tal como [AO], então  $\overline{EO} = \overline{AO} = 6.8$ 

Como  $\overline{EO} = \overline{DE} + \overline{DO} \Leftrightarrow \overline{DE} = \overline{EO} - \overline{DO}$ , e podemos calcular a medida do comprimento de [DE], em centímetros:

$$\overline{DE} = 6.8 - 6 = 0.8 \text{ cm}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2009, 1.ª chamada

36. Como o lado [AC] do triângulo é um diâmetro da circunferência e o vértice B pertence à mesma circunferência, então o triângulo [ABC] é retângulo e o lado [AC] é a hipotenusa.

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, vem que:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \iff 15^2 = 12^2 + \overline{BC}^2 \iff 225 = 144 + \overline{BC}^2 \iff 225 - 144 = \overline{BC}^2 \iff 81 = \overline{BC}^2 \implies \sqrt{81} = \overline{BC} \iff 9 = \overline{BC}$$

Como os lados [AB] e [BC] do triângulo são perpendiculares, se considerarmos um deles como a base, o outro será a altura, e assim temos que a área do triângulo é

$$A_{[ABC]} = \frac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2} = \frac{12 \times 9}{2} = \frac{108}{2} = 54$$

Como [AC] é um diâmetro da circunferência, então o raio é  $r = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$ , e a área do círculo é

$$A_{\circ} = \pi \times r^2 = \pi \times 7.5^2 = 56.25\pi$$

A área da região sombreada,  $A_S$ , pode sr calculada como a diferença da área do círculo e da área do triângulo, pelo que calculando a área da região sombreada e escrevendo o resultado arredondado às unidades, temos

$$A_S = A_{\circ} - A_{[ABC]} = 56,25\pi - 54 \approx 123$$

Teste Intermédio 9.º ano - 11.05.2009

37. Como [ACDF] é um quadrado de lado 4, temos que  $\overline{AF} = 4$  e que o triângulo [AFE] é retângulo. Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, e substituindo os valores dados, calculando a medida do comprimento de [AE] e escrevendo o resultado arredondado às décimas, vem

$$\overline{AE}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{EF}^2 \iff \overline{AE}^2 = 4^2 + 1^2 \iff \overline{AE}^2 = 16 + 1 \iff \overline{AE}^2 = 17 \underset{\overline{AE} > 0}{\Longrightarrow} \overline{AE} = \sqrt{17} \implies \overline{AE} \approx 4.1$$

Teste Intermédio  $8.^{\rm o}$ ano – 30.04.2009

38. Como o triângulo [ABC] é retângulo em A, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para determinar a mediada do lado [BC], vem:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 120^2 + 160^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 14\,400 + 25\,600 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 40\,000 \underset{\overline{BC}>0}{\Rightarrow} \overline{BC} = \sqrt{40\,000} \Leftrightarrow \overline{BC} = 200 \text{ cm}$$

Assim, a área do retângulo [BEFC] é

$$A_{[BEFC]} = \overline{BE} \times \overline{BC} = 180 \times 200 = 36\,000~\mathrm{cm}^2$$

Teste Intermédio  $9.^{\rm o}$ ano – 09.02.2009

39. Recorrendo ao Teorema de Pitágoras para calcular a medida do comprimento do outro cateto, c, e escrevendo o resultado na forma de valor exato, temos

$$15^2 = 10^2 + c^2 \Leftrightarrow 225 = 100 + c^2 \Leftrightarrow 225 - 100 = c^2 \Leftrightarrow 125 = c^2 \Rightarrow \sqrt{125} = c$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2008, 2.ª chamada



40. Como a medida da área do quadrado  $\left[ABEF\right]$  é 64, podemos calcular a medida do lado:

$$\overline{AB} = \sqrt{64} = 8$$

Como [ABEF] é um quadrado, então o triângulo [ABF] é retângulo em B e  $\overline{AB} = \overline{AF}$ , pelo que, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos calcular a mediada do lado [BF]:

$$\overline{BF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AF}^2 \iff \overline{BF}^2 = 8^2 + 8^2 \iff \overline{BC}^2 = 64 + 64 \iff \overline{BC}^2 = 128 \underset{\overline{BF} > 0}{\Longrightarrow} \overline{BF} = \sqrt{128}$$

Como as diagonais de um quadrado se bissetam mutuamente, podemos calcular a medida do comprimento do segmento de reta [OB] e escrever o resultado arredondado às décimas:

$$\overline{OB} = \frac{\overline{BF}}{2} = \frac{\sqrt{128}}{2} \approx 5.7$$

Exame Nacional 3.º Ciclo - 2008, 1.ª chamada

41. Como [ABGH] é um quadrado, então o triângulo [AHG] é retângulo em H e  $\overline{AH} = \overline{HG}$ , pelo que, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, podemos calcular a mediada do lado [AG], ou seja, a medida do comprimento da diagonal do quadrado [ABGH] e indicar o resultado arredondado às décimas:

$$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2 \iff \overline{AG}^2 = 6^2 + 6^2 \iff \overline{AG}^2 = 36 + 36 \iff \overline{AG}^2 = 72 \underset{\overline{AG} > 0}{\Rightarrow} \overline{AG} = \sqrt{72} \implies \overline{AG} \approx 8,5$$

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2008

42. Como [ABFG] é um quadrado de área 36 e [BCDE] é um quadrado de área 64, podemos calcular as medida dos lados:

$$\overline{FG} = \sqrt{36} = 6$$
 e  $\overline{BE} = \sqrt{64} = 8$ 

Como o ponto F pertence ao segmento [BE], e  $\overline{FG} = \overline{BF}$  temos que:

$$\overline{BE} = \overline{BF} + \overline{FE} \Leftrightarrow 8 = 6 - \overline{FE} \Leftrightarrow 8 - 6 = \overline{FE} \Leftrightarrow 2 = \overline{FE}$$

Como o segmento [FG] é perpendicular ao segmento [BE], temos que o triângulo [GFE] é retângulo em F, e assim recorrendo ao Teorema de Pitágoras, calculamos o valor exato de  $\overline{EG}$ :

$$\overline{EG}^2 = \overline{FG}^2 + \overline{FE}^2 \iff \overline{EG}^2 = 6^2 + 2^2 \iff \overline{EG}^2 = 36 + 4 \iff \overline{EG}^2 = 40 \underset{\overline{EG} > 0}{\Rightarrow} \overline{EG} = \sqrt{40}$$

Teste Intermédio  $9.^{\rm o}$ ano – 31.01.2008

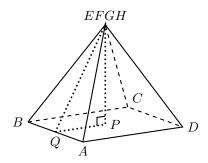
43. Desenhando um esboço do sólido (representado na figura ao lado), temos que o sólido é uma pirâmide quadrangular.

Como  $\overline{AB} = 6$ , temos que

$$\overline{QP} = \overline{QA} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

E como a altura relativa ao triângulo [ABF] relativa à base [AB] é 5,

$$\overline{QF} = 5$$



A altura da pirâmide é o segmento [PF], e como a altura á perpendicular à base, o triângulo [QPF] é retângulo, pelo que, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, calculamos a altura da pirâmide, ou seja a medida do comprimento do segmento [PF]:

$$\overline{QF}^2 = \overline{QP}^2 + \overline{PF}^2 \iff 5^2 = 3^2 + \overline{PF}^2 \iff 25 = 9 + \overline{PF}^2 \iff 25 - 9 = \overline{PF}^2 \iff 4 = \overline{PF}$$

$$\Leftrightarrow 16 = \overline{PF}^2 \underset{\overline{PF} > 0}{\Rightarrow} \sqrt{16} = \overline{PF} \iff 4 = \overline{PF}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2007, 2.ª chamada

44. Num retângulo com 4 cm de comprimento e 3 cm de largura podemos calcular a medida da diagonal, d, recorrendo ao Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 4^2 + 3^2 \Leftrightarrow d^2 = 16 + 9 \Leftrightarrow d^2 = 25 \Rightarrow_{d>0} d = \sqrt{25} \Leftrightarrow d = 5$$

Como sabemos que a medida do comprimento diagonal do televisor é D=70, e os retângulos são semelhantes, temos que as medidas dos lados são proporcionais, tal como as medidas das diagonais, pelo que podemos calcular a medida, c, do comprimento do televisor:

$$\frac{c}{4} = \frac{D}{d} \Leftrightarrow \frac{c}{4} = \frac{70}{5} \Leftrightarrow c = \frac{70 \times 4}{5} \Leftrightarrow c = \frac{280}{5} \Leftrightarrow c = 56 \text{ cm}$$

Analogamente podemos calcular a medida, l, da largura do televisor:

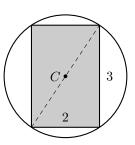
$$\frac{l}{3} = \frac{D}{d} \iff \frac{l}{3} = \frac{70}{5} \iff l = \frac{70 \times 3}{5} \iff l = \frac{210}{5} \iff l = 42 \text{ cm}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2007, 1.ª chamada

45. Como o retângulo está inscrito numa circunferência, a medida do diâmetro da circunferência é igual à medida da diagonal do retângulo.

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras para determinar o valor exato da medida d da diagonal do retângulo, temos

$$d^2 = 2^2 + 3^2 \Leftrightarrow d^2 = 4 + 9 \Leftrightarrow d^2 = 13 \Rightarrow_{d>0} d = \sqrt{13}$$



Exame Nacional 3.º Ciclo - 2006, 1.ª chamada

46.

46.1. Recorrendo ao Teorema de Pitágoras para determinar a medida h da hipotenusa do triângulo:

$$h^2 = 3^2 + 6^2 \Leftrightarrow h^2 = 9 + 36 \Leftrightarrow h^2 = 45 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{45}$$

Pelo que podemos afirmar que o Vítor respondeu corretamente.

46.2. Como num triângulo retângulo, a hipotenusa é sempre o lado de maior comprimento, a opção (B) não pode ser a correta porque, neste caso a hipotenusa seria menor que o cateto de comprimento 6.

Como num triângulo, a medida do comprimento do lado maior tem que ser inferior à soma das medidas dos comprimentos dos lados menores, neste caso, como a soma dos comprimentos dos lados menores é 6+3=9, 10 não pode ser a medida do comprimento do lado maior, pelo que a opção (C) também não é a opção correta.

Prova de Aferição – 2004

47. Como a altura é perpendicular ao solo, a torre forma, com o solo, um triângulo retângulo em que os catetos medem 36 m e 9,6 m e a hipotenusa tem medida h

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, para calcular a medida do comprimento, h, da torre e apresentando o resultado aproximado às unidades, temos:

$$h^2 = 36^2 + 9.6^2 \Leftrightarrow h^2 = 1296 + 92.16 \Leftrightarrow h^2 = 1388.16 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{1388.16} \Rightarrow h \approx 37 \text{ m}$$

Prova de Aferição – 2003

48. De acordo com a figura observamos que o bambu forma, com o chão um triângulo retângulo em que os catetos medem 2,275 cm e 1,5 m de comprimento.

Assim, recorrendo ao Teorema de Pitágoras, para calcular a medida do comprimento, h, da hipotenusa, temos:

$$h^2 = 2,275^2 + 1,5^2 \iff h^2 = 5,175625 + 2,25 \iff h^2 = 7,425625 \underset{h>0}{\Rightarrow} h = \sqrt{7,425625} \iff h = 2,725 \text{ m}$$

Assim, e de acordo com a figura, a altura inicial do bambu,  $a_i$ , é a soma do comprimento da hipotenusa com o comprimento do cateto maior do triângulo:

$$a_i = 2.725 + 2.275 = 5 \text{ m}$$

Prova de Aferição – 2002

