Escola Secundária de Paredes

1ª Ficha Formativa

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: $B + C + H$

outubro de 2022

1. Seja f, a função real, de variável real, definida por $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{2x^2 - 3x - 2}$

   1.1. Determina o domínio da função f

   1.2. Resolve, em $\mathbb{R}$, e analiticamente, a condição $f(x) - \dfrac{x}{2x+1} > 0$

   Apresenta o conjunto solução sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais

2. Seja g, a função real de variável real, definida por $g(x) = -2x^3 + 5x^2 + x - 6$

   Sabe-se que $g(x)$ é divisível por $x - 2$

   Determina o domínio da função i, sendo i, a função real, de variável real, definida por $i(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt[3]{g(x)}}$

   Apresenta o conjunto sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais

3. Considera a função h, real, de variável real, definida por $h(x) = \dfrac{3x^3 + 4x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1}$

   3.1. Em qual das opções está o valor de $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{h(x)}{x}$?

   (A) 3

   (B) $-\infty$

   (C) $+\infty$

   (D) 0

   3.2. Determina $\lim\limits_{x \to -1} h(x)$

4. Seja g, a função real de variável real, definida por, $g(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+1}{2x-1} & se \quad x \leq 0 \\ \dfrac{x^2-4}{x^2-2x} & se \quad 0 < x < 2 \\ \dfrac{\sqrt{x+7}+1}{x} & se \quad x \geq 2 \end{cases}$

   4.1. Averigua, analiticamente, se existe $\lim\limits_{x \to 2} g(x)$

   4.2. Usando a definição de limite de uma função segundo Heine, determina $\lim\limits_{x \to 9} g(x)$

5. Seja i, a função real de variável real, definida por, $i(x) = x + 10 - \sqrt{4 - 8x}$

   Determina, caso existam, os zeros da função i

6. Considera a função h, real de variável real, de domínio $D_h = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

Na figura 1, está representado, em referencial *o.n.* xOy, parte do gráfico da função h

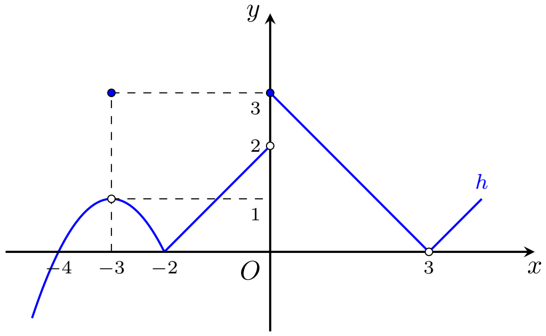

Figura 1

6.1. Considera as seguintes afirmações

(I) Existe $\lim\limits_{x\to 0} h(x)$ (II) Não existe $\lim\limits_{x\to 3} h(x)$ (III) A função h é contínua em $[-4;-2]$

Relativamente às três afirmações pode dizer-se que:

(A) (I) é falsa e (II) é verdadeira
(B) (II) é falsa e (III) é verdadeira
(C) (I) , (II) e (III) são verdadeiras
(D) (I) , (II) e (III) são falsas

6.2. Relativamente a uma sucessão (u_n) de números reais, tal que $u_n \in D_h$, sabe-se que $\lim h(u_n) = 2$

Em qual das opções pode estar o termo geral da sucessão (u_n)?

(A) $u_n = \dfrac{1}{n}$ (B) $u_n = -\dfrac{1}{n}$ (C) $u_n = 3 + \dfrac{1}{n}$ (D) $u_n = 3 - \dfrac{1}{n}$

7. Em qual das opções pode estar o valor de $\lim\limits_{x\to -4} \left[\left(x^4 + 4x^3 - x - 4\right) \times \dfrac{1}{x^2 + 4x}\right]$?

(A) $\dfrac{65}{4}$ (B) $\dfrac{67}{4}$ (C) $\dfrac{33}{2}$ (D) $\dfrac{17}{2}$

8. Seja h, a função real de variável real, definida por, $h(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1-x} - 2}{3x^2 + 10x + 3} & se \quad x < -3 \\ k^2 + 1 & se \quad x = -3 \\ \dfrac{x^2 + 8x + 15}{x^2 + 7x + 12} & se \quad x > -3 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$

Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função h é contínua no ponto $x = -3$

9. Seja f, a função real de variável real, definida por, $f(x) = \dfrac{-4x^3 + 4x^2 + 8x - 8}{x^2 - 2}$

Sabe-se que 1 é zero do polinómio $-4x^3 + 4x^2 + 8x - 8$

Simplifica a funão f, e indica o respetivo domínio de validade da simplificação

10. Determina:

10.1. $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{9x^2 + 2} - 1}{2x + 3}$

10.2. $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\sqrt{1 + 4x^2} - \sqrt{x + 4x^2}\right)$