
# Organização e tratamento de dados

## Propostas de resolução

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios

1. Analisando cada uma das afirmações, temos que:

   **(1)** A primeira linha refere-se ao conjunto das percentagens de energia elétrica produzida por via hídrica e por via eólica, e pela observação do gráfico podemos observar que foi em **2017**, porque corresponde à produção por via hídrica mais baixa e a um dos anos em que a produção por via eólica foi mais baixa.

   **(2)** A segunda linha refere-se também ao conjunto das percentagens de energia elétrica produzida por via hídrica e por via eólica, e pela observação do gráfico podemos observar que, nos anos constantes na tabela, foi em **2014**, que a produção combinada das duas fontes foi superior a 50%, porque a produção por via hídrica foi superior a 30% e a produção por via eólica foi superior a 20%.

   **(3)** A terceira linha refere-se apenas à produção de energia elétrica por via eólica, e pela observação do gráfico podemos observar que, nos anos constantes na tabela, foi em **2019**, que a produção por esta via foi superior a 25%, ou seja mais de um quarto da energia elétrica total produzida.

| | | 2012 | 2014 | 2015 | 2017 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **(1)** | A percentagem de energia elétrica produzida por via hídrica e por via eólica, em conjunto, foi a mais baixa. | | | | **X** | |
| **(2)** | Em conjunto, a energia elétrica produzida por via hídrica e por via eólica foi superior a 50%. | | **X** | | | |
| **(3)** | Mais de um quarto da energia elétrica total foi produzida por via eólica. | | | | | **X** |

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 2.ª fase

2. Ordenando os dados da tabela, temos:

$$\underbrace{27 \quad 34 \quad 34 \quad 40}_{4} \quad \underbrace{47}_{\tilde{x}} \quad \underbrace{48 \quad 51 \quad 57 \quad 58}_{4}$$

   E assim a mediana deste conjunto de números é $\tilde{x} = 47$

   Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 2.ª fase

3. Analisando cada uma das afirmações, temos que:

   **(1)** A primeira linha refere-se ao volume vendido, *per capita*, de **água mineral** natural engarrafada, pelo que deve ser identificado o valor mínimo no **gráfico** para os anos 2013, 2015, 2017, 2018 e 2020, que é 50 L e corresponde ao ano 2013

   **(2)** Na segunda linha também se refere ao volume vendido, *per capita*, de **água de nascente** engarrafada, pelo que deve ser identificado o valor máximo na **tabela** para os anos 2013, 2015, 2017, 2018 e 2020, que é 73,3 L e corresponde ao ano 2020

   **(3)** A terceira linha refere-se à comparação entre os volumes engarrafado dos **dois tipos de água**, pelo que devem ser comparadas as leituras **no gráfico e na tabela** para os anos 2013, 2015, 2017, 2018 e 2020.
   Verifica-se que apenas em 2017 o volume vendido de água mineral natural engarrafada (70 L *per capita* - valor do gráfico) foi superior ao volume vendido de água de nascente engarrafada (67,8 L *per capita* - valor da tabela)

| | | 2013 | 2015 | 2017 | 2018 | 2020 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **(1)** | O volume vendido, *per capita*, de água mineral natural engarrafada atingiu o valor mais baixo. | **X** | | | | |
| **(2)** | O volume vendido, *per capita*, de água de nascente engarrafada atingiu o valor mais elevado. | | | | | **X** |
| **(3)** | O volume vendido, *per capita*, de água mineral natural engarrafada foi superior ao volume vendido, *per capita*, de água de nascente engarrafada. | | | **X** | | |

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 1.ª fase

4. Identificando os valores relativos aos consumos mensais, no período referido, e calculando a média destes valores temos:

$$\overline{x} = \frac{13+12+17+18+22+20+21+21}{8} = \frac{144}{8} = 18$$

   Resposta: **Opção A**

Prova Final 3.º Ciclo – 2022, 1.ª fase

5. Ordenando os dados da tabela podemos verificar que os valores centrais, são 1229 e 1438.

$$\underbrace{1100 \ \ 1154 \ \ 1187 \ \ 1229}_{50\%} \ \underbrace{1438 \ \ 1564 \ \ 1926 \ \ 1963}_{50\%}$$

   Logo a mediana, $\tilde{x}$, do conjunto de dados é

$$\tilde{x} = \frac{1229+1438}{2} = \frac{2667}{2} = 1333{,}5$$

Instrumento de Aferição Amostral, 8.º ano - 2021

6. Como até às 10 horas cada irmão recolheu, em média, 15 garrafas de plástico, e eram 3 irmãos, o número de garrafas recolhidas antes das horas foi de $15 \times 3 = 45$

   Como depois das 10 a Maria recolheu mais 6 garrafas e os irmãos não recolheram nenhuma, o número total de garrafas recolhidas foi $15 \times 3 + 6 = 45 + 6 = 51$

   Assim, a média do número de garrafas recolhidas por cada irmão, é:

$$\overline{x} = \frac{51}{3} = 17$$

   Resposta: **Opção B**

Instrumento de Aferição Amostral, 8.º ano - 2021

7. Ordenando os números de praias classificadas como acessíveis, podemos verificar que os valores centrais são 184 e 194.

$$\underbrace{153\ \ 159\ \ 175\ \ 179\ \ 184}_{50\%}\ \underbrace{194\ \ 204\ \ 210\ \ 214\ \ 223}_{50\%}$$

   Logo a mediana, $\tilde{x}$, do conjunto de dados é

$$\tilde{x} = \frac{184 + 194}{2} = \frac{378}{2} = 189$$

   Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo – 2019, 1.ª fase

8. Como os dados da tabela já estão ordenados podemos verificar que os valores centrais, são 61,6 e 63,4.

$$\underbrace{56{,}6\ \ 59{,}7\ \ 61{,}6}_{50\%}\ \underbrace{63{,}4\ \ 68{,}5\ \ 73{,}0}_{50\%}$$

   Logo a mediana, $\tilde{x}$, do conjunto de dados é

$$\tilde{x} = \frac{61{,}6 + 63{,}4}{2} = \frac{125}{2} = 62{,}5$$

   Resposta: **Opção B**

Prova Final 3º Ciclo – 2018, Época especial

9. Ordenando os dados da tabela podemos verificar que os valores centrais, são 166 e 189.

$$\underbrace{18\ \ 85\ \ 166}_{50\%}\ \underbrace{189\ \ 203\ \ 654}_{50\%}$$

   Logo a mediana, $\tilde{x}$, do conjunto de dados é

$$\tilde{x} = \frac{166 + 189}{2} = \frac{355}{2} = 177{,}5$$

   Resposta: **Opção A**

Prova Final 3.º Ciclo – 2018, 1.ª fase

10. Como a média dos primeiros 6 meses foi 171 mil passageiros, então sabemos que o número total de passageiros que embarcou em voos nacionais neste período ($T_6$), em milhares, pode ser calculado por:

$$\frac{T_6}{6} = 171 \Leftrightarrow T_6 = 171 \times 6 \Leftrightarrow T_6 = 1026$$

Como a média dos primeiros 7 meses foi 181 mil passageiros, então sabemos que o número total de passageiros que embarcou em voos nacionais neste período ($T_7$), em milhares, pode ser calculado por:

$$\frac{T_7}{7} = 181 \Leftrightarrow T_7 = 181 \times 7 \Leftrightarrow T_7 = 1267$$

Assim, temos que o número de passageiros que embarcou no mês de julho, em milhares, é a diferença dos dois valores anteriores:

$$T_7 - T_6 = 1267 - 1026 = 241$$

Ou seja, no mês de julho embarcaram 241 000 passageiros em voos nacionais.

Prova de Aferição 8.º ano - 2018

11. Organizando as idades das 16 raparigas da turma da Ana numa lista ordenada, podemos verificar que os valores centrais são 15 e 16:

$$\underbrace{15 \ \ldots \ 15}_{8} \ \underbrace{16 \ 16 \ 16 \ 16 \ 16 \ 17 \ 17 \ 17}_{8}$$

Logo a mediana, $\tilde{x}$, das idades das raparigas da turma da Ana é:

$$\tilde{x} = \frac{15+16}{2} = \frac{31}{2} = 15{,}5 \text{ anos}$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, Época especial

12. Escrevendo os dados apresentados numa lista ordenada, temos:

$$\underbrace{23 \ \ 25 \ \ 31 \ \ 32}_{50\%} \ \underbrace{32 \ \ 44 \ \ 45 \ \ 56}_{50\%}$$

Pelo que a mediana deste conjunto de dados é $\tilde{x} = 32$, e a média é:

$$\overline{x} = \frac{23+25+31+32+32+44+45+56}{8} = \frac{288}{8} = 36$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo – 2017, 1.ª fase

13. Como a média do conjunto de dados é 60, podemos determinar o valor de $k$:

$$\frac{30+70+100+k}{4} = 60 \Leftrightarrow \frac{200+k}{4} = 60 \Leftrightarrow 200+k = 60\times 4 \Leftrightarrow 200+k = 240 \Leftrightarrow k = 240-200 \Leftrightarrow k = 40$$

Assim, na lista ordenada dos dados, os valores centrais, são 40 e 70.

$$\underbrace{30 \;\; 40}_{50\%}\;\underbrace{70 \;\; 100}_{50\%}$$

Logo a mediana, $\tilde{x}$, do conjunto de dados é

$$\tilde{x} = \frac{40+70}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2016, 2.ª fase

14. Como o número de alunos matriculados em 2013 é igual a $\frac{4}{5}$ do número de alunos matriculados em 2011, temos que o número de alunos matriculados em 2013 é:

$$\frac{4}{5} \times 840 = 672$$

E assim, calculando a média do número de alunos matriculados, por ano, de 2011 a 2015, temos:

$$\overline{x} = \frac{840+766+672+752+820}{5} = \frac{3850}{5} = 770 \text{ alunos}$$

Prova de Aferição 8.º ano - 2016

15. Ordenando os dados da tabela, temos:

$$\underbrace{7{,}9 \;\; 7{,}9 \;\; 8{,}5 \;\; 9{,}2}_{4}\;\underbrace{9{,}4}_{\tilde{x}}\;\underbrace{9{,}6 \;\; 9{,}7 \;\; 9{,}9 \;\; 10{,}0}_{4}$$

E assim a mediana deste conjunto de números é $\tilde{x} = 9{,}4$

Resposta: **Opção C**

Prova de Aferição 8.º ano - 2016

16. Como, de acordo com o gráfico, em 50% dos jogos, ou seja em metade dos jogos, a equipa conseguiu 3 pontos, e na outra metade dos jogos não conseguiram os 3 pontos, logo o número total de jogos no campeonato é par, pelo que a mediana a média dos dois valores centrais, da lista ordenada das pontuações. Como 50% das pontuações obtidas pela equipa nos jogos desse campeonato foram 3 pontos, e os restantes 0 e 1 pontos, os valores centrais, na lista ordenada das pontuações são 1 e 3.

$$\underbrace{0 \;\ldots\; 0 \;\; 1 \;\; 1 \;\ldots\; 1}_{50\%}\;\underbrace{3 \;\; 3 \;\ldots\; 3 \;\; 3 \;\; 3}_{50\%}$$

Logo a mediana, $\tilde{x}$, das pontuações obtidas pela equipa nos jogos desse campeonato, é

$$\tilde{x} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \text{ pontos}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

17. Como a média das idades dos quatro filhos do casal Martins é igual a 12,25 anos, designando por $S_M$ a soma das idades dos quatro filhos do casal Martins, temos que

$$\frac{S_M}{4} = 12{,}25 \Leftrightarrow S_M = 12{,}25 \times 4 \Leftrightarrow S_M = 49$$

Calculando o valor exato da média das idades dos cinco jovens, $\overline{x}$, vem

$$\overline{x} = \frac{S_M + 13}{5} = \frac{49+13}{5} = \frac{62}{5} = 12{,}4 \text{ anos}$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, Época especial

18. Calculando o valor médio das temperaturas registadas, temos

$$\frac{19 \times 4 + 20 \times 3 + 23 \times 3 + 24 \times 3 + 25 \times 7}{20} = \frac{452}{20} = 22{,}6$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 2.ª fase

19.

- Na turma A, a classificação com maior frequência relativa é 5, o que significa que a moda é 5.
- Na turma B, a classificação com maior frequência relativa é 4, o que significa que a moda é 4.
- Na turma A, as classificações iguais ou inferiores a 3, são $10+10+20 = 40\%$ do total e as classificações iguais ou inferiores a 4 são $10 + 10 + 20 + 20 = 60\%$ do total, o que significa que a mediana é 4.
- Na turma B, as classificações iguais ou inferiores a 2, são $20 + 20 = 40\%$ do total e as classificações iguais ou inferiores a 3 são $20 + 20 + 20 = 60\%$ do total, o que significa que a mediana é 3.

Resposta: **Opção D**

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 1.ª fase

20. Como o valor exato da média das alturas é 158 cm, temos que

$$\frac{150 \times 6 + 154 \times 3 + 156 \times 2 + 160 \times 10 + a \times 4}{25} = 158 \Leftrightarrow 3274 + 4a = 158 \times 25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4a = 3950 - 3274 \Leftrightarrow a = \frac{676}{4} \Leftrightarrow a = 169$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2015, 1.ª fase

21. Calculando o total de alunos de cada idade, vem:

| | **12 anos** | **13 anos** | **14 anos** | **15 anos** | **16 anos** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Raparigas** | 4 | 14 | 10 | 9 | 5 |
| **Rapazes** | 15 | 12 | 9 | 9 | 3 |
| **Total** | 19 | 26 | 19 | 18 | 8 |

Como a moda ($\hat{x}$) desta distribuição é o valor da idade com maior frequência absoluta, ou seja, a observação com mais efetivos, temos que

$$\hat{x} = 13$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

22. Como se sabe que 10 é o valor exato da média dos números 9, 10, 14 e $k$, temos que

$$\frac{9+10+14+k}{4}=10 \Leftrightarrow \frac{33+k}{4}=10 \Leftrightarrow 33+k=10\times 4 \Leftrightarrow k=40-33 \Leftrightarrow k=7$$

Resposta: **Opção C**

Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 2.ª chamada

23. Designado por $x$ a idade do filho do casal Silva, como o valor exato da média das idades dos três irmãos é 14, temos que

$$\frac{15+15+x}{3}=14 \Leftrightarrow \frac{30+x}{3}=14 \Leftrightarrow 30+x=3\times 14 \Leftrightarrow 30+x=42 \Leftrightarrow x=42-30 \Leftrightarrow x=12$$

Logo, o filho do casal Silva tem 12 anos.

Prova Final 3.º Ciclo – 2014, 1.ª chamada

24.

24.1. Como o total de alunos da turma do João, no início do ano era de 28 alunos, na lista ordenada dos valores, os valores centrais correspondem às 14ª e 15ª posições.

$$\begin{array}{cccccc} & 13^{\text{o}} & 14^{\text{o}} & 15^{\text{o}} & 16^{\text{o}} & \\ \ldots & 7 & \boxed{7 \quad 8} & & 8 & \ldots \end{array}$$

Como os primeiros 14 valores correspondem aos alunos com 7 anos, a 14ª observação é 7, e a 15ª é 8, pelo que a mediana das idades ($\tilde{x}$) é

$$\tilde{x}=\frac{7+8}{2}=7{,}5$$

Resposta: **Opção B**

24.2. Designado por $x$ a idade de cada um dos novos alunos, como a média das idades passou a ser de 7,7 anos, e o número total de alunos na turma passou a ser $28+2=30$, temos que:

$$\frac{7\times 14+8\times 11+9\times 3+x+x}{30}=7{,}7 \Leftrightarrow \frac{98+88+27+2x}{30}=7{,}7 \Leftrightarrow \frac{213+2x}{30}=7{,}7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 213+2x=7{,}7\times 30 \Leftrightarrow 213+2x=231 \Leftrightarrow 2x=231-213 \Leftrightarrow x=\frac{18}{2} \Leftrightarrow x=9$$

Logo, a idade de cada um dos alunos que entraram na turma é de 9 anos.

Teste Intermédio 9.º ano – 21.03.2014

25. A expressão indicada corresponde ao produto de cada idade pela respetiva frequência absoluta, dividido pelo número total de alunos, ou seja, é o cálculo da idade média dos alunos da turma T.

Prova Final 3.º Ciclo – 2013, 2.ª chamada

26.

26.1. Como a turma da Rita tem um número par de alunos, a mediana é a média dos dois valores centrais, da lista ordenada das idades.
Como 50% dos alunos tem 13 anos, e os restantes têm 14 e 15 anos, os valores centrais, na lista ordenada das idades são 13 e 14.

$$\underbrace{13\ 13\ \ldots\ 13\ 13}_{50\%}\ \underbrace{14\ \ldots\ 14\ 15\ \ldots\ 15}_{50\%}$$

Logo a mediana, $\tilde{x}$, das idades dos alunos da turma da Rita é

$$\tilde{x} = \frac{13+14}{2} = \frac{27}{2} = 13{,}5$$

26.2. Quando a classe tinha vinte alunos, a média das idades destes vinte alunos era de 13,2 anos, o que poderia ser escrito como

$$\frac{k}{20} = 13{,}2 \;\Leftrightarrow\; k = 13{,}2 \times 20 \;\Leftrightarrow\; k = 264$$

em que $k$ é a soma das idades dos 20 alunos.

Como abandonaram a classe 2 alunos, o número total de alunos passou a ser de 18, e como estes alunos tinham 15 anos e a idade dos restantes não se alterou, a soma das idades dos 18 alunos passou a ser de

$$k - 15 \times 2 = 264 - 30 = 234$$

Logo a média, $\overline{x}$, dos 18 alunos é

$$\overline{x} = \frac{234}{18} = 13$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2013, 1.ª chamada

27. Calculando o número médio de horas semanais na disciplina de Matemática das turmas dos cursos do ensino profissional do agrupamento, temos

$$\overline{x} = \frac{1 \times 4 + 1{,}5 \times 10 + 2 \times 13 + 2{,}5 \times 8 + 3 \times 15}{4+10+13+8+15} = \frac{110}{50} = 2{,}2$$

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 9.º ano – 12.04.2013

28. Ordenando as idades dos quatro filhos do casal Silva, temos

$$\begin{array}{cccc} 1^{\text{o}} & 2^{\text{o}} & 3^{\text{o}} & 4^{\text{o}} \\ 4 & \boxed{8 \quad 10} & & 18 \end{array}$$

E assim a mediana das idades dos quatro filhos do casal Silva é

$$\tilde{x} = \frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

Teste Intermédio 9.º ano – 12.04.2013

29. Como a soma das frequências relativas é sempre 1, temos que

$$0{,}3 + a + 0{,}4 = 1 \;\Leftrightarrow\; a = 1 - 0{,}3 - 0{,}4 \;\Leftrightarrow\; a = 1 - 0{,}7 \;\Leftrightarrow\; a = 0{,}3$$

Resposta: **Opção B**

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 2.ª chamada

30. Considerando que a média dos três números naturais é 11, e designando por $k$ o número maior que 1 e menor que $a$, temos que

$$\frac{1+k+a}{3} = 11 \Leftrightarrow 1+k+a = 11 \times 3 \Leftrightarrow 1+k+a = 33 \Leftrightarrow k+a = 33-1 \Leftrightarrow k+a = 32 \Leftrightarrow a = 32-k$$

Assim temos que como $k > 1$, e $k+a = 32$, sendo $k$ e $a$ números naturais, o maior valor de $a$ pode tomar corresponde ao menor valor que $a$ pode tomar, ou seja $k = 2$ e

$$a = 32 - 2 = 30$$

Prova Final 3.º Ciclo – 2012, 1.ª chamada

31. Para calcular a média das idades das raparigas da turma B, multiplicamos cada idade pelo respetiva frequência absoluta e dividimos pelo número de raparigas da turma B, ou seja, temos que

$$n = 9 + 3 + 4 = 16$$

Teste Intermédio 9.º ano – 10.05.2012

32.

32.1. Os alunos que tiveram classificação superior a 12 valores, são 5 com classificação 14, 3 com classificação 15 e 2 com classificação 18, pelo que a média das classificações destes alunos é

$$\overline{x} = \frac{5 \times 14 + 3 \times 15 + 2 \times 18}{5+3+2} = \frac{70+45+36}{10} = \frac{151}{10} = 15{,}1$$

32.2. Como sabemos que a mediana é 13, e 13 não é uma das classificações registadas, então o número de classificações é par e a mediana foi calculada como a média dos dois valores centrais:

$$\underbrace{9\ 9\ 10 \ldots\ 10\ 12\ \ldots\ 12}_{50\%}\ \underbrace{14\ \ldots\ 14\ 15\ 15\ 15\ 18\ 18}_{50\%}$$

$$\tilde{x} = \frac{12+14}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

Assim, podemos calcular o valor de $a$, porque a soma das frequências das classificações inferiores a 13 é igual à soma das classificações superiores a 13:

$$2 + a + a = 5 + 3 + 2 \Leftrightarrow 2 + 2a = 10 \Leftrightarrow 2a = 10 - 2 \Leftrightarrow a = \frac{8}{2} \Leftrightarrow a = 4$$

Resposta: **Opção B**

Teste Intermédio 8.º ano – 29.02.2012

33. Como o valor calculado pela Inês para a média das idades é 14,5, e pela observação do gráfico temos que existem 5 pessoas com 13 anos, 40 com 14 e 22 com 15, podemos calcular o número de pessoas com 16 anos:

$$\frac{5 \times 13 + 40 \times 14 + 22 \times 15 + k \times 16}{5 + 40 + 22 + k} = 14{,}5 \Leftrightarrow \frac{955 + 16k}{67+k} = 14{,}5 \Leftrightarrow 955 + 16k = 14{,}5(67+k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 955 + 16k = 971{,}5 + 14{,}5k \Leftrightarrow 16k - 14{,}5k = 971{,}5 - 955 \Leftrightarrow 1{,}5k = 16{,}5 \Leftrightarrow k = \frac{16{,}5}{1{,}5} \Leftrightarrow k = 11$$

Exame Nacional do 3.º Ciclo, 2011 - Época especial

34.

34.1. Pela observação do gráfico podemos afirmar que 3 alunos não leram qualquer livro, 7 alunos leram apenas 1 livro, 5 alunos leram 2 livros, 4 alunos leram 3 livros, 3 alunos leram 4 livros e também houve 3 alunos que leram 5 livros, o que totaliza 25 alunos na turma.
Assim, calculando a média, $\overline{x}$, do número de livros que cada aluno leu, temos

$$\overline{x} = \frac{3\times 0+7\times 1+5\times 2+4\times 3+3\times 4+3\times 5}{3+7+5+4+3+3} = \frac{0+7+10+12+12+15}{25} = \frac{56}{25} = 2{,}24 \text{ livros}$$

34.2. Como o engano do António consistiu em considerar alguns alunos como tendo lido dois livros, quando na realidade tinham lido três, as frequências dos valores 0, 1, 4 e 5 devem permanecer iguais, ou seja, as barras relativas a estes valores devem ser iguais às barras do gráfico do António, pelo que podemos excluir os gráficos (B) e (D).

Como existem 25 alunos, ordenando os alunos em função do número de livros lidos, e identificando o aluno da posição 13 da lista ordenada temos:

- Gráfico A: $\underbrace{0\ 0\ 0}_{3}\ \underbrace{1\ 1\ ...\ 1\ 1}_{7}\ \underbrace{2\ 2}_{2}\ \underbrace{2}_{\tilde{x}}\ 3\ 3\ ...$
- Gráfico C: $\underbrace{0\ 0\ 0}_{3}\ \underbrace{1\ 1\ ...\ 1\ 1}_{7}\ \underbrace{2\ 2}_{2}\ \underbrace{3}_{\tilde{x}}\ 3\ 3\ ...$

Assim, como sabemos que a mediana é 3, o único gráfico que verifica as duas condições do enunciado é o gráfico C.

Resposta: **Opção** Gráfico C

Exame Nacional do 3.º Ciclo, 2011 - 2.ª chamada

35. Designando por $S$ a soma das idades dos 4 irmãos da Beatriz, para que a média das alturas seja 1,25 temos que

$$\frac{S}{4} = 1{,}25 \Leftrightarrow S = 1{,}25\times 4 \Leftrightarrow S = 5$$

Assim, calculado, em metros, a média das alturas dos 5 irmãos (incluindo a Beatriz), temos

$$\overline{x} = \frac{S+1{,}23}{5} = \frac{5+1{,}23}{5} = \frac{6{,}23}{5} = 1{,}246 \text{ m}$$

Exame Nacional do 3.º Ciclo, 2011 - 1.ª chamada

36. Como a inclusão da Rita nesta turma não alterou a média das idades, então a Rita tem uma idade exatamente igual à média de idades registada antes da sua inclusão na turma, ou seja a idade da Rita é a média das idades dos 25 alunos:

$$\overline{x} = \frac{(5+2)\times 14+(3+8)\times 15+(3+4)\times 16}{25} = \frac{7\times 14+11\times 15+7\times 16}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

Teste Intermédio 9.º ano – 17.05.2011

37. Analisando exclusivamente os votos, da população de negros, nos três candidatos, podemos verificar que o candidato Q foi mais votado que o candidato R (11% dos votos para o candidato Q e 7% para o candidato R), pelo que podemos excluir os gráficos das opções (B) e (D) onde o setor referente ao candidato Q tem maior área do que o setor referente ao candidato R.
Relativamente ao gráfico da opção (A) podemos verificar que a área do setor referente ao candidato Q tem mais do dobro da área do setor referente ao candidato R, o que não corresponde às percentagens identificadas (11% não é mais que o dobro de 7%), pelo que o gráfico da opção (A) também não representa a distribuição das percentagens de votos, pelos candidatos P, Q e R, da população de negros.
Assim, o gráfico da opção (C) é o único que apresenta setores circulares compatíveis com os dados.

Resposta: **Opção C**

Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

38. No conjunto dos três melhores tempos, para além do recorde mundial (obtido em 6 de agosto) incluem-se ainda as marcas 47,40 (de 19 de agosto) e 47,42 (de 16 de agosto).
Assim, como se sabe que 47,20 é o valor da média destes três tempos, calculando o tempo recorde, $r$, em segundos, vem:

$$\frac{47{,}40+47{,}42+r}{3}=47{,}20 \Leftrightarrow \frac{94{,}82+r}{3}=47{,}20 \Leftrightarrow 94{,}82+r=47{,}20\times 3 \Leftrightarrow r=141{,}6-94{,}82 \Leftrightarrow r=46{,}78 \text{ s}$$

Teste Intermédio 8.º ano – 11.05.2011

39. Ordenando os registos do Manuel, temos

$$\underbrace{1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1}_{50\%}\ \underbrace{2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 3}_{50\%}$$

E assim a mediana deste conjunto de números é

$$\tilde{x}=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}=1{,}5$$

Teste Intermédio 9.º ano – 07.02.2011

40. Observando o gráfico, podemos verificar que existem 5 alunos com 13 anos, 40 alunos com 14 anos, 25 alunos com 15 anos e 10 alunos com 16 anos.
Assim, calculando a média de idades dos alunos de 9º ano da escola do João, temos

$$\overline{x}=\frac{13\times 5+14\times 40+15\times 25+16\times 10}{5+40+25+10}=\frac{1160}{80}=14{,}5 \text{ anos}$$

Teste Intermédio 9.º ano – 07.02.2011

41. Como a mediana das idades dos macacos é 6,5, e não existe registo de idades igual a este valor, podemos concluir que o número de dados é par e a mediana foi calculada como a média dos dois valores centrais

$$\tilde{x} = \frac{6+7}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5$$

Ou seja, o número de macacos com idade igual ou inferior a 6, é igual ao número de macacos com idade igual ou superior a 7.

$$\underbrace{5\ \ 5\ \ 5\ \ 6\ \ 6\ \ 6\ \ 6}_{50\%}\ \underbrace{7\ \ ...\ \ 7\ \ 8\ \ 8}_{50\%}$$

Como existem 7 macacos com 6 anos ou menos, também existem 7 macacos com 7 anos ou mais, pelo que designado por $n$ o número de macacos com 7 anos, temos que

$$n + 2 = 7 \Leftrightarrow n = 7 - 2 \Leftrightarrow n = 5$$

Exame Nacional do 3.º Ciclo, 2010 - 2.ª chamada

42. Observando o gráfico, podemos verificar que no dia 11 foram vendidos 16 vasos, no dia 12 foram vendidos 20 vasos e no dia 13 foram vendidos 25 vasos.
Como nos primeiros 10 dias forma vendidos, em média, 3 vasos por dia, ou seja 30 vasos ($3 \times 10 = 30$), calculando a média dos vasos vendidos nos 13 dias, temos

$$\overline{x} = \frac{30 + 16 + 20 + 25}{13} = \frac{91}{13} = 7 \text{ vasos}$$

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional do 3.º Ciclo, 2010 - 1.ª chamada

43.

43.1. Observando a tabela, nomeadamente a coluna referente aos dados da recolha de plástico, podemos verificar que nos 3 anos foram recolhidas, 5220 toneladas, 5070 toneladas e 8550 toneladas.
Assim, calculando a média anual de toneladas de plástico recolhidas, neste período de 3 anos, temos

$$\overline{x} = \frac{5220 + 5070 + 8550}{3} = \frac{18\,840}{3} = 6280 \text{ toneladas}$$

43.2. Observando a tabela, nomeadamente a linha referente ao ano de 2008, podemos verificar que a quantidade de plástico recolhido (8550 toneladas) é inferior à quantidade de papel recolhido (17 100 toneladas), pelo que os gráficos das opções (C) e (D) não representam os dados referentes a 2008, porque apresentam uma percentagem de plástico recolhido superior à do papel.

Analisando os dados de 2008 podemos verificar que a quantidade de plástico e vidro recolhidos, consideradas em conjunto totalizam $5070 + 7605 = 12\,675$ toneladas, ou seja, exatamente a mesma quantidade de toneladas de papel recolhido. Desta forma, podemos garantir que a quantidade de papel recolhido representou 50% do total destes três tipos de resíduos recolhidos, pelo que o gráfico da opção (B) também não representa os dados referentes a 2008.

Resposta: **Opção A**

Teste Intermédio 8.º ano – 27.04.2010

44. Como a Rita (que é a aluna mais alta da turma) mede 180 cm, e a altura média das raparigas é 150 cm, se o número de raparigas da turma fosse 2, definindo a altura da rapariga mais baixa com $b$, teríamos que

$$\frac{180+b}{2} = 150 \Leftrightarrow 180+b = 150\times 2 \Leftrightarrow b = 300-180 \Leftrightarrow b = 120 \text{ cm}$$

Ou seja, a rapariga mais baixa deveria medir 120 cm para que a altura média das raparigas fosse 150 cm, o que não pode acontecer porque o aluno mais baixo da turma é o Jorge que mede 120 cm.

Teste Intermédio 9.º ano – 03.02.2010

45. Como o consumo médio, por mês, nos 4 primeiros meses do ano foi igual ao dos 3 primeiros meses, sabemos que o consumo do quarto mês foi exatamente igual ao consumo médio dos 3 primeiros meses.

Assim, calculando o consumo médio dos 3 primeiros meses, vem:

$$\overline{x} = \frac{170+150+160}{3} = \frac{480}{3} = 160 \text{ litros}$$

Logo, sabemos que o consumo de gasolina do automóvel, no mês de Abril (o quarto mês) foi de 160 litros.

Exame Nacional do 3.º Ciclo, 2009 - 2.ª chamada

46. Observando os dados da tabela, podemos verificar que o número total de viagens vendidas para Paris, nos meses de janeiro, fevereiro e março foi 1413.
Assim, calculando a média do número de viagens vendidas por mês, para Paris, nos primeiros três meses do ano, temos

$$\overline{x} = \frac{1413}{3} = 471 \text{ viagens}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2009, 1.ª Chamada

47.

47.1. Como no campeonato cada equipa conquista 3 pontos por cada vitória, então, consultando a tabela, podemos observar que "Os Vencedores"ganharam 15 jogos.

Assim, o total de pontos obtidos por esta equipa foi

$$15\times 3 = 45 \text{ pontos}$$

47.2. Como nos 30 jogos da equipa, em 15 ganharam 3 pontos, em 9 ganharam 1 ponto e nos restantes 6 não ganharam qualquer ponto, temos que a média de pontos, por jogo, é

$$\overline{x} = \frac{15\times 3+9\times 1+6\times 0}{30} = \frac{45+9}{30} = \frac{54}{30} = 1{,}8 \text{ pontos}$$

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2009

48.

48.1. No total existem 50 sócios (ou seja 100%), dos quais 26% compraram 2 rifas.
Assim o número de sócios que compraram 2 rifas corresponde a 26% de 50, ou seja:

$$\frac{26}{100}\times 50 = 13 \text{ sócios}$$

48.2. Como a mediana foi calculada com um número par de dados (10), então corresponde á média das observações que surgem na 5ª e 6ª posições na lista ordenada dos dados, ou seja, na lista ordenada dos dados sabemos que os números que ocupam as 5ª e a 6ª posições, são, respetivamente 2 e 3:

$$\underbrace{?\ \ ?\ \ ?\ \ ?\ \ 2}_{50\%}\ \underbrace{3\ \ ?\ \ ?\ \ ?\ \ ?}_{50\%}$$

Como houve quatro sócios que compraram que compraram 1 rifa, todos os dados da lista ordenada inferiores a 2, são iguais a 1.
Como sabemos que houve três sócios que compraram 3 rifas e um que comprou 4 rifas, então, dos cinco dados da lista ordenada superiores a 2, sabemos que existem três 3 e um 4, e que não existem números superiores a 4.

$$\underbrace{1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 2}_{50\%}\ \underbrace{3\ \ 3\ \ 3\ \ ?\ \ 4}_{50\%}$$

Assim, para além dos quatro sócios que compraram 1 rifa, dos três que compraram 3 rifas e do sócio que comprou 4 rifas, restam dois sócios e sabemos que um deles comprou 2 rifas e outro que pode ter comprado 3 ou 4 rifas.

Teste Intermédio 9.º ano – 09.02.2009

49. Da observação do gráfico podemos verificar que:
- $5 + 3 = 8$ alunos nunca doaram sangue
- $6 + 7 = 13$ alunos doaram sangue uma vez
- $4 + 5 = 9$ alunos doaram sangue duas vezes

Desta forma o número total de alunos da turma é $8 + 13 + 9 = 30$

Assim, calculando a percentagem relativa a cada uma das opções vem:
- Percentagem de alunos que nunca doaram sangue: $\dfrac{8 \times 100}{30} \approx 27\%$
- Percentagem de alunos que doaram sangue duas vezes: $\dfrac{9 \times 100}{30} = 30\%$
- Percentagem de alunos que doaram sangue mais do que uma vez, ou seja, duas vezes: $\dfrac{9 \times 100}{30} = 30\%$
- Percentagem de alunos que doaram sangue menos que duas vezes, ou seja, doaram sangue por uma vez ou nunca doaram sangue: $\dfrac{(13+8) \times 100}{30} = \dfrac{21 \times 100}{30} = 70\%$

Pelo que se concluí que, de entre as opções apresentadas, a percentagem relativa aos alunos que doaram sangue duas vezes é a única correta.

Resposta: **Opção B**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2008, 2.ª Chamada

50. Analisando, nos diferentes gráficos, por exemplo a barra correspondente aos rapazes que costumam ir ao cinema 1 vez por mês, verificamos que apenas no Gráfico C, esta barra corresponde 300 alunos, de acordo com a informação descrita na tabela.

Resposta: **Opção C**

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2008, 1.ª Chamada

51.

51.1. Como nos 5 anos representados no gráfico, o número de hectares de área ardida foram 416 mil, 128 mil, 320 mil, 80 mil e 16 mil, então o número médio de hectares de floresta ardida, por ano, entre 2003 e 2007, foi:

$$\overline{x} = \frac{416 + 128 + 320 + 80 + 16}{5} = \frac{960}{5} = 192 \text{ mil hectares}$$

51.2. Pela observação do pictograma podemos concluir que o número de hectares de floresta ardida entre 2003 e 2007 esteve sempre a diminuir. Esta conclusão não é observável no gráfico que mostra um aumento no ano de 2005.
Desta forma, podemos concluir que os dados representados pelo pictograma não correspondem aos dados representados pelo gráfico.

Teste Intermédio 8.º ano – 30.04.2008

52. Como sabemos que a mediana é 4, e, existe apenas um registo igual a 4, então, na lista ordenada existem tantos elementos antes do registo 4 como depois deste registo.

$$\underbrace{1\ \ 1\ \ 1\ \ 1\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ \ 3\ \ 3\ \ 3}_{50\%}\ \ 4\ \ \underbrace{5\ \ ?\ \ ?\ \ ?\ \ ?}_{50\%}$$

Como existem 12 registos menores que 4, existem também 12 registos superiores a 4, e assim considerando também o registo igual a 4 podemos calcular o número de pessoas que foram convidadas para a festa de aniversário da Maria:

$$12 + 1 + 12 = 25$$

Teste Intermédio 9.º ano – 31.01.2008

53. Para determinar o número médio de chamadas telefónicas feitas, ontem, pelos alunos da turma do Paulo, devemos percorrer as seguintes etapas:

- Registar o número de chamadas feitas ontem por cada um dos alunos da turma do Paulo.
- Somar todos os números registados, ou seja, calcular o total de chamadas feitas ontem por todos os alunos da turma do Paulo.
- Contar o número de alunos de alunos da turma do Paulo.
- Dividir a soma do número de chamadas pelo número de alunos da turma do Paulo.

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2007, 2.ª Chamada

54.

54.1. A diminuição do número de pessoas que viu televisão num computador entre janeiro e fevereiro, é:

$$680 - 663 = 17$$

Como 100% corresponde ao número de pessoas que viu televisão num computador em janeiro, (680), então, a percentagem correspondente à diminuição (17 milhares) é dado por:

$$\frac{17 \times 100}{680} = 2{,}5\%$$

54.2. Como se sabe que a média do número de pessoas que viu televisão, num computador, (em milhares), nos primeiros quatro meses, foi de 680, designado por $a$ o número de pessoas (em milhares) viram televisão num computador, e calculando o valor de $a$ durante o mês de abril desse ano, vem que:

$$\frac{680 + 663 + 682 + a}{4} = 680 \Leftrightarrow \frac{2025 + a}{4} = 680 \Leftrightarrow 2025 + a = 680 \times 4 \Leftrightarrow a = 2720 - 2025 \Leftrightarrow a = 695$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2007, 1.ª Chamada

55. Depois de registar todas as idades, estas devem ser ordenadas.
Como a mediana é o registo da posição central e são nove registos (um registo por cada primo), então a mediana é a idade correspondente ao dado da posição cinco da lista ordenada:

$$\underbrace{\text{Idade}_1 \;\; \text{Idade}_2 \;\; \text{Idade}_3 \;\; \text{Idade}_4}_{4} \;\; \underbrace{\text{Idade}_5}_{\tilde{x}} \;\; \underbrace{\text{Idade}_6 \;\; \text{Idade}_7 \;\; \text{Idade}_8 \;\; \text{Idade}_9}_{4}$$

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2006, 2.ª Chamada

56. O gráfico que corresponde ao diagrama circular é o gráfico B.

O Gráfico A não corresponde ao diagrama circular, porque no diagrama o setor relativo à lesão "Pés e tornozelos"(de cor mais escura) é o que representa a percentagem menor, pelo que a barra correspondente a esta lesão deve ser que tem menor altura, o que não se verifica.

O Gráfico C também não corresponde ao diagrama circular, porque no diagrama o setor relativo ao dado "Outros"(assinalado a branco) representa uma percentagem menor que os setores relativos aos dados "Mãos, punhos e cotovelos"e "Ombros e costas", pelo que a barra correspondente a esta lesão deve ter menor altura, que as barras das outras lesões referidas, o que não se verifica.

Exame Nacional 3.º Ciclo – 2006, 1.ª Chamada

57.

57.1. Como o Vítor acertou sempre no alvo, cada lançamento corresponde a uma pontuação, pelo que a soma das frequências das pontuações é igual ao número de lançamentos efetuados pelo Vítor:

$$1 + 2 + 1 + 4 + 0 = 8$$

57.2. Como, para ser automaticamente apurado, a média dos três lançamentos deve ser, no mínimo 33, calculamos o pontuação do terceiro lançamento ($p_3$) para que a média seja 33:

$$\frac{31 + 34 + p_3}{3} = 33 \Leftrightarrow 31 + 34 + p_3 = 33 \times 3 \Leftrightarrow 65 + p_3 = 99 \Leftrightarrow p_3 = 99 - 65 \Leftrightarrow p_3 = 34$$

Desta forma podemos afirmar que o João terá que conseguir, no mínimo, 34 pontos no terceiro lançamento, ou seja, uma pontuação de 34 ou 35 pontos.

Prova de Aferição - 2004

58. Calculando a nota final de acordo com as etapas, temos:

1. 

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mérito Técnico | 8,0 | 8,4 | 8,5 | $\cancel{8{,}6}$ | $\cancel{7{,}6}$ |
| Impressão Artística | 8,6 | 8,3 | 8,3 | $\cancel{8{,}1}$ | $\cancel{8{,}7}$ |

2. Mérito Técnico $\quad \overline{x}_T = \dfrac{8 + 8{,}4 + 8{,}5}{3} = \dfrac{24{,}9}{3} = 8{,}3$

   Impressão Artística $\quad \overline{x}_A = \dfrac{8{,}6 + 8{,}3 + 8{,}3}{3} = \dfrac{25{,}2}{3} = 8{,}4$

3. 
   - $6 \times \overline{x}_T = 6 \times 8{,}3 = 49{,}8$
   - $4 \times \overline{x}_A = 4 \times 8{,}4 = 33{,}6$

4. Nota final: $6 \times \overline{x}_T + 4 \times \overline{x}_A = 49{,}8 + 33{,}6 = 83{,}4$

Prova de Aferição - 2003

59. Como a apanha demorou 4 dias, podemos verificar pelos dados da tabela que estiveram envolvidos 25 trabalhadores.

Assim, como foram apanhados 80 000 kg de uvas, no total, a média da quantidade total de uvas apanhadas, **por cada trabalhador**, foi:

$$\overline{x_t} = \frac{80\,000}{25} = 3200 \text{ kg}$$

Como cada trabalhador apanhou uvas durante 4 dias, a média da quantidade de uvas apanhadas, **por dia**, foi:

$$\overline{x_d} = \frac{3200}{4} = 800 \text{ kg}$$

Prova de Aferição - 2002

60.

60.1. Como no mês de maio o dobro do valor da temperatura foi:

$$2\text{T} = 2 \times 16{,}7 = 33{,}4 \text{ °C}$$

E o valor da temperatura média não é inferior ao valor calculado (2T), porque $87{,}2 > 33{,}4$, então maio não pode ser considerado um mês seco.

60.2. Como a precipitação média nos meses julho, agosto e setembro foi, respetivamente 16,5; 27,5 e 61,5; então, calculando a precipitação média nestes três meses e arredondado o resultado às décimas, temos:

$$\overline{x}_P = \frac{16{,}5 + 27{,}5 + 61{,}5}{3} = \frac{105{,}5}{3} \approx 35{,}2 \text{ mm}$$

Prova de Aferição - 2002