

Propostas de Resolução

Números e Operações

Números

Rever + Praticar – páginas 4 a 13

1. Por exemplo, 37,7635.

2. Por exemplo, $a = 2$ e $b = 3$. Os números 2 e 3 são números naturais e $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ é um número racional.

3.

3.1. $\frac{9}{21}$ pode ser representada por uma dízima infinita periódica, pois $21 = 7 \times 3$ tem pelo menos um fator primo diferente de 2 e de 5. Repara que

$$\frac{9}{21} = 0,428571428571 = 0,428571(418571).$$

3.2. $\frac{7}{50}$ é equivalente a uma fração decimal, pois

$50 = 2 \times 5 \times 5$ não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5. Repara que $\frac{7}{50} = \frac{7 \times 2}{50 \times 2} = \frac{14}{100}$. Como toda a fração decimal é representada por uma dízima finita,

temos que $\frac{7}{50}$ corresponde a uma dízima finita.

3.3. $30 = 2 \times 3 \times 5$ e $6 = 2 \times 3$, logo $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.

Como o denominador da fração irredutível não admite divisores primos diferentes de 2 e de 5, a fração pode ser representada por uma dízima finita.

3.4. $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$ e $21 = 7 \times 3$, logo

$$\frac{21}{140} = \frac{7 \times 3}{2 \times 2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{2 \times 2 \times 5}.$$

Como o denominador não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5, a fração pode ser representada por uma dízima finita.

4.

4.1. $10 \times 4,7 = 47$, logo $4,7 = \frac{47}{10}$.

4.2. $1,05 \times 100 = 105$, logo $1,05 = \frac{105}{100}$.

Como $105 = 3 \times 5 \times 7$ e $100 = 2^2 \times 5^2$, então

$$\frac{105}{100} = \frac{3 \times 5 \times 7}{2^2 \times 5^2} = \frac{3 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{20}.$$

4.3. $3,(2) \times 10 = 32,(2)$

Como $32,(32) - 3,(2) = 29$, então $3,(2) = \frac{29}{9}$.

4.4. $2,(32) \times 100 = 232,(32)$

Como $232,(32) - 2,(32) = 230$, então $2,(32) = \frac{230}{99}$.

5. A área do quadrado $[ABCD]$ é 49 cm^2 .

O lado mede $\sqrt{49} \text{ cm} = 7 \text{ cm}$.

$$\overline{AE} = \overline{BF} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ cm}.$$

Assim:

$$A_{[AEF]} = \frac{\overline{AE} \times \overline{BF}}{2} = \frac{3,5 \times 3,5}{2} = 6,125 \text{ cm}^2$$

6. Como a área da janela é 2 m^2 e a janela tem a forma de um quadrado, conclui-se que a medida do lado é $\sqrt{2}$ metros. Logo, para vedar por completo essa janela, serão necessários $4\sqrt{2}$ metros, ou seja, aproximadamente 5,66 metros. Como a loja apenas disponibiliza para venda um número inteiro de metros, será necessário comprar 6 metros de fita. Sabendo que o preço da fita é 5 € o metro, $6 \times 5 = 30$.

O Sr. Manuel gastará 30 €.

7.

7.1. Por exemplo, $\sqrt{3}$.

7.2. 0

7.3. Por exemplo, $-\sqrt{5}$.

7.4. Por exemplo, $\frac{1}{2}$.

7.5. Por exemplo, 4.

7.6. Por exemplo, $\sqrt{11}$.

8.

8.1. $4 \in \mathbb{Z}$

8.2. $\sqrt{4} \in \mathbb{Z}$

8.3. $-\sqrt{12} \notin \mathbb{R}^+$

8.4. $3,(62) \notin \mathbb{Z}$

8.5. $-7 \in \mathbb{R}$

8.6. $-\sqrt{11} \notin \mathbb{Q}$

8.7. $0 \in \mathbb{R}$

8.8. $\sqrt{25} \in \mathbb{Z}$

9. Se a área do quadrado é 10 cm^2 , então a medida do lado será $\sqrt{10} \text{ cm}$. Assim, o perímetro do quadrado é $P = 4 \times \sqrt{10} = 4\sqrt{10} \text{ cm}$.

$$10. (\sqrt{2} - \sqrt{3}) \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 =$$

$$\uparrow$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$= 2 - 3 = -1, \text{ que é um número inteiro.}$$

11.

$$11.1. 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$11.2. (\sqrt{2})^2 + 3 - (\sqrt{10})^2 = 2 + 3 - 10 = 5 - 10 = -5$$

$$11.3. -3\pi + 5\pi + 8\pi - \pi = 2\pi + 7\pi = 9\pi$$

$$11.4. (\sqrt{5} - 1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2 \times \sqrt{5} \times (-1) + (-1)^2 =$$

$$\uparrow$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$= 5 - 2\sqrt{5} + 1$$

$$= 6 - 2\sqrt{5}$$

12. Como 7 é um valor aproximado da largura do retângulo a menos de 0,3, então:

$$7 - 0,3 < \ell < 7 + 0,3$$

ou seja:

$$6,7 < \ell < 7,3$$

Como 6 é um valor aproximado do comprimento do retângulo a menos de 0,1, então:

$$6 - 0,1 < c < 6 + 0,1$$

ou seja:

$$5,9 < c < 6,1$$

Assim:

$$5,9 \times 6,7 < c \times \ell < 6,1 \times 7,3$$

ou seja:

$$39,53 < c \times \ell < 44,53$$

Se r for o erro máximo que se comete, temos:

$$r = |c \times \ell - 6 \times 7| = |c \times \ell - 42|$$

Como $39,53 < c \times \ell < 44,53$, temos que:

$$39,53 - 42 < c \times \ell < 44,53 - 42$$

$$-2,47 < c \times \ell < 2,53$$

Como $|-2,47| < |2,53|$, conclui-se que $r < 0,06$, ou seja, quando se toma 42 como valor aproximado para a área do retângulo, o erro cometido não excede 0,06.

13. Sabe-se que $0,1 = \frac{1}{10}$. Temos, então, que enquadrar $17 \times 10^2 = 170$ entre dois quadrados perfeitos consecutivos:

$$144 < 17 \times 10^2 < 169 \Leftrightarrow 12^2 < 17 \times 10^2 < 13^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{12^2}{10^2} < 17 < \frac{13^2}{10^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{12}{10}\right)^2 < 17 < \left(\frac{13}{10}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 1,2 < \sqrt{17} < 1,3$$

14. Como o quadrado tem a mesma área do hexágono, a área é 5 m^2 . Assim, o que se pretende é determinar dois valores aproximados da medida do lado de um quadrado cuja área é 5 m^2 , ou seja, dois valores aproximados, um por defeito e um por excesso, com erro inferior a 1 dm de $\sqrt{5}$.

Sabe-se que $2^2 < 5 < 3^2$. Multiplicando as desigualdades por 10^2 , vem que $20^2 < 5 \times 10^2 < 30^2$.

Como $25^2 = (625,22)^2 = 484$ e $23^2 = 529$, conclui-se que:

$$22^2 < 5 \times 10^2 < 23^2 \Leftrightarrow \left(\frac{22}{10}\right)^2 < 5 < \left(\frac{23}{10}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 2,2 < \sqrt{5} < 2,3$$

Assim, 2,2 m e 2,3 m são aproximações, respetivamente por defeito e por excesso, da medida do lado do quadrado.

15.

$$15.1. 2^3 \times 2^4 : 2^{-7} = 2^7 : 2^{-7} = 2^{7-(-7)} = 2^{14} = 16\,384$$

$$15.2. [(-1)^{222}]^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 1^{-1} \times 2^3 = 1 \times 2^3 = 2^3 = 8$$

$$15.3. (-18)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(18 : \frac{1}{2}\right)^2 = (18 \times 2)^2 = 36^2 = 1296$$

$$15.4. \frac{[(8^2)^3 : 2^6]^2 \times 4^{-4}}{(4^2)^4} = \frac{(8^6 : 2^6)^2 \times 4^{-4}}{4^8} =$$

$$= \frac{(4^6)^2 \times 4^{-4}}{4^8} = \frac{4^{12} \times 4^{-4}}{4^8} = \frac{4^8}{4^8} = 4^0 = 1$$

16.

$$16.1. \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$16.2. \left(-\frac{2}{7}\right)^{-2} = \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

$$16.3. \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2 = 25$$

$$16.4. \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(-\frac{3}{2}\right)^5$$

17. Como $\pi \approx 3,14$, $\frac{\pi}{7} \approx 0,45$, $\frac{\pi}{3} \approx 1,05$ e $\pi^2 \approx 9,87$, o único número que não está escrito em notação científica é o $\frac{\pi}{7} \times 10^7$, pois $\frac{\pi}{7} < 1$.

A opção correta é a [B].

$$18. 4,78 \times 10^{12} \times 1000 = 4,78 \times 10^{12} \times 10^3 = 4,78 \times 10^{15}$$

19.

$$19.1. 3,17 \times 10^2 < 3,17 \times 10^4, \text{ pois } 10^2 < 10^4.$$

$$19.2. 9,8 \times 10^{-4} > 9,81 \times 10^{-5}, \text{ pois } 10^{-4} > 10^{-5}.$$

$$19.3. 7,4108 \times 10^5 > 7,41 \times 10^5, \text{ pois } 7,4108 > 7,41.$$

20.

$$20.1. (4 \times 10^{30}) : (2 \times 10^{10}) =$$

$$= (4 : 2) \times (10^{30} : 10^{10}) =$$

$$= 2 \times 10^{20}$$

Propostas de Resolução

$$\begin{aligned} 20.2. (73 \times 10^3) - (4,6 \times 10^4) &= \\ &= (7,3 \times 10^4) - (4,6 \times 10^4) = \\ &= (7,3 - 4,6) \times 10^4 = \\ &= 2,7 \times 10^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20.3. (3 \times 10^9) + (2 \times 10^9) &= \\ &= (3 + 2) \times 10^9 = \\ &= 5 \times 10^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 20.4. (3 \times 10^9) \times (2 \times 10^4) &= \\ &= (3 \times 2) \times (10^9 \times 10^4) = \\ &= 6 \times 10^{13} \end{aligned}$$

Praticar + – páginas 14 a 26

$$\begin{aligned} 1. -2 - \left(-\frac{3}{4} - \frac{4}{3} \right) &= -2 - \left(-\frac{9}{12} - \frac{16}{12} \right) = \\ &= -2 - \left(-\frac{25}{12} \right) = \\ &= -\frac{2}{1} + \frac{25}{12} = \\ &= -\frac{24}{12} + \frac{25}{12} = \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

O simétrico de $\frac{1}{12}$ é $-\frac{1}{12}$.

2. Se as páginas escritas no outono passado correspondem a $\frac{3}{5}$ do número total de páginas, as páginas escritas há 42 anos correspondem a $\frac{2}{5}$ do número total de páginas, pois $1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

Como 92 páginas correspondem a $\frac{2}{5}$ do número total de páginas, então $92 : \frac{2}{5} = 92 \times \frac{5}{2} = 230$.

O novo romance da Paula tem 230 páginas.

$$3. A \curvearrowright \frac{3}{5}$$

4. A medida do lado de cada um dos quadrados mais pequenos é $\ell = \sqrt{16} = 4$ cm. Assim, o lado do quadrado maior mede 24 cm ($6 \times 4 = 24$).

Logo, o perímetro do tabuleiro é $P = 24 \times 4 = 96$ cm.

5. [A] $2000 \times 0,1 = 200$ e $200 < 2000$

[B] $2 \times 1000 = 2000$

[C] $2000 : 0,01 = 200\,000$ e $200\,000 > 2000$

[D] $2 : 0,001 = 2000$

Logo, a opção correta é a [C].

$$\begin{aligned} 6. 2^5 \times 4 \times \frac{1}{2^3} \times \frac{1}{16} &= 2^5 \times 2^2 \times 2^{-3} \times \frac{1}{2^4} = \\ &= 2^7 \times 2^{-3} \times 2^{-4} = \\ &= 2^7 \times 2^{-7} = \\ &= 2^0 \end{aligned}$$

7. A área de um triângulo é igual a $\frac{b \times h}{2}$. No triângulo $[ABC]$, $b = \frac{7}{3}$ e $h = a$, logo:

$$\begin{aligned} A_{[ABC]} &= \frac{\frac{7}{3} \times a}{2} = 16 \Leftrightarrow \frac{7}{3} a = 32 \\ &\Leftrightarrow 7a = 96 \\ &\Leftrightarrow a = \frac{96}{7} \end{aligned}$$

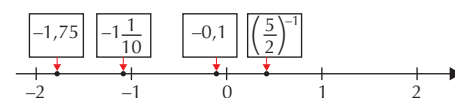
8. Escrevendo todos os números sob a forma decimal, obtemos:

$$-1,75; \left(\frac{5}{2} \right)^{-1} = \frac{2}{5} = 0,4;$$

$$-0,1; -1 \frac{1}{10} = -\frac{11}{10} = -1,1 \text{ ou seja,}$$

$$-1,75 < -1 \frac{1}{10} < -0,1 < \left(\frac{5}{2} \right)^{-1}$$

Agora, basta marcar cada número na reta, da esquerda para a direita:



9.

$$\begin{aligned} 9.1. 2^2 \times \left(\frac{1}{2} \right)^{-3} &= 2^2 \times 2^3 = \\ &= 2^5 = \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.2. (2^3)^2 \times \left(\frac{7}{5} \right)^0 + \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} &= 2^6 \times 1 + 3 = \\ &= 64 + 3 = \\ &= 67 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.3. 3^3 \times (-3)^{-2} - \left(-\frac{1}{3} \right)^2 &= 3^3 \times 3^{-2} - \frac{1}{9} = \\ &= \frac{3}{1} - \frac{1}{9} = \\ &= \frac{27}{9} - \frac{1}{9} = \\ &= \frac{26}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.4. -(\sqrt{100})^{-1} \times (-10)^2 + \frac{(-2)^0}{5} &= \\ &= -10^{-1} \times 10^2 + \frac{1}{5} = \\ &= -\frac{10}{1} + \frac{1}{5} = \\ &= -\frac{50}{5} + \frac{1}{5} = \\ &= -\frac{49}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.5. (2^2)^3 \times \left(\frac{1}{6}\right)^{-6} : \left(\frac{1}{12}\right)^{-8} &= 2^6 \times 6^6 : 12^8 = \\ &= 12^6 : 12^8 = \\ &= 12^{-2} = \\ &= \left(\frac{1}{12}\right)^2 = \\ &= \frac{1}{144} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.6. 9 \times 81^3 : (3^2)^8 \times (\sqrt{9})^2 + \left[\left(-\frac{1}{5}\right)^{11} \right]^0 &= \\ &= 3^2 \times (3^4)^3 : 3^{16} \times 3^2 + 1 = \\ &= 3^2 \times 3^{12} : 3^{16} \times 3^2 + 1 = \\ &= 3^{14} : 3^{16} \times 3^2 + 1 = \\ &= 3^{-2} \times 3^2 + 1 = \\ &= 3^0 + 1 = \\ &= 1 + 1 = \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$10. \frac{1}{125} = \frac{1}{5^3} = 5^{-3}$$

11. A opção correta é a [B], porque $2,3 \times 10^{-2}$ é igual ao produto de um número superior a 1 e inferior a 10 (2,3) por uma potência de base 10 (10^{-2}).

12. Escrevendo os números de cada uma das opções em notação científica, temos:

[A] $3,22 \times 10^5$

[B] $6,46 \times 10^4$

[C] $6120 \times 10^{-2} = 6,12 \times 10^3 \times 10^{-2} = 6,12 \times 10$

[D] $0,12 \times 10^8 = 1,2 \times 10^{-1} \times 10^8 = 1,2 \times 10^7$

Entre números escritos em notação científica, é maior aquele cuja potência de base 10 tem maior expoente. Logo, a opção correta é a [D].

13. Decompondo em fatores primos os números 33 e 75, temos:

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$33 = 3 \times 11$$

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$75 = 3 \times 5^2$$

$$\text{Logo, } \frac{33}{75} = \frac{3 \times 11}{3 \times 5^2} = \frac{11}{25}.$$

Como a decomposição em fatores primos do denominador da fração própria, 25, não tem fatores diferentes de 2 e de 5, $\frac{11}{25}$ representa uma dízima finita.

Decompondo em fatores primos os números 26 e 84, temos:

$$\begin{array}{r|l} 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$26 = 2 \times 13$$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\text{Logo, } \frac{26}{84} = \frac{2 \times 13}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{13}{42}.$$

Como o denominador, 42, tem fatores diferentes de 2 e de 5, $\frac{13}{42}$ representa uma dízima infinita. Logo, $\frac{33}{75}$ admite uma representação na forma de dízima finita.

14. 3,(72)

Seja $r = 3,727272\ldots$. Então, $100 \times r = 372,7272\ldots$

$100 \times r = 99 \times r$, ou seja, $372,(72) - 3,(72) = 369$

$$99 \times r = 369 \Leftrightarrow r = \frac{369}{99}$$

$$3,(72) = \frac{369}{99} = \frac{41}{11}$$

15.

$$\begin{aligned} 15.1. (\sqrt{3} - 1)^2 - (3\sqrt{3} + 5) &= \\ &= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2 - 3\sqrt{3} - 5 = \\ &= 3 - 2\sqrt{3} + 1 - 3\sqrt{3} - 5 = \\ &= 3 + 1 - 5 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = \\ &= -1 - 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15.2. 2\sqrt{5} - (-3 + \sqrt{5}) - (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) &= \\ &= 2\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} - ((\sqrt{2})^2 - 1^2) = \\ &= 2\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} - (2 - 1) = \\ &= 2\sqrt{5} + 3 - \sqrt{5} - 1 = \\ &= 3 - 1 + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \\ &= 2 + \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$16. \text{ Por exemplo, } 0,254 = \frac{254}{1000} = \frac{127}{500} \text{ e}$$

$$0,25(3) = \frac{253 - 25}{900} = \frac{228}{900} = \frac{19}{75}.$$

17.

$$17.1. \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$$

$\sqrt{3}$ é um número irracional, logo não pertence a \mathbb{Q} .

$$17.2. -\frac{3}{4} \notin \mathbb{Z}$$

$-\frac{3}{4}$ não é um número inteiro, logo não pertence a \mathbb{Z} .

$$17.3. -2,(3) \in \mathbb{Q}$$

$-2,(3)$ é uma dízima infinita periódica, logo é um número racional, ou seja, pertence a \mathbb{Q} .

$$17.4. \sqrt{16} \in \mathbb{Z}$$

$\sqrt{16} = 4$ é um número inteiro, logo pertence a \mathbb{Z} .

Propostas de Resolução

18.

$$18.1. (-3)^7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(-3 \times \frac{2}{3}\right)^7 = (-2)^7$$

$$18.2. \left(-\frac{5}{7}\right)^8 : \left(-\frac{10}{3}\right)^8 = \left[-\frac{5}{7} : \left(-\frac{10}{3}\right)\right]^8 = \left(\frac{5}{7} \times \frac{3}{10}\right)^8 = \left(\frac{15}{70}\right)^8 = \left(\frac{3}{14}\right)^8$$

$$18.3. \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{4}{9}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9}\right)^3 = \left(\frac{2}{3} \times \frac{9}{4}\right)^3 = \left(\frac{18}{12}\right)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3$$

$$18.4. \left[\left(\frac{7}{10}\right)^2\right]^5 = \left(\frac{7}{10}\right)^{2 \times 5} = \left(\frac{7}{10}\right)^{10}$$

$$18.5. \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^2\right]^9 = \left(-\frac{3}{5}\right)^{18}$$

$$18.6. \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(-\frac{2}{5}\right)^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \left[\frac{1}{5} \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right]^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \left(-\frac{1}{5}\right)^5 : \left(-\frac{1}{5}\right)^3 = \left(-\frac{1}{5}\right)^2$$

$$19. 3,78 \times 10^x = 37\,800\,000 \Leftrightarrow 10^x = \frac{37\,800\,000}{3,78} \\ \Leftrightarrow 10^x = 10\,000\,000 \\ \Leftrightarrow 10^x = 10^7 \\ \Leftrightarrow x = 7$$

20.

$$20.1. 1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{9}\right) = 1 - \left(\frac{9}{18} + \frac{8}{18}\right) = 1 - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$$

No 3º dia o João pintou $\frac{1}{18}$ do muro.

$$20.2. a) \frac{1}{2} \times 216 = 108$$

$\frac{1}{2} \times 216$ representa a área do muro pintada no primeiro dia, ou seja, 108 m².

$$b) \frac{4}{9} \times 216 = 96 \text{ m}^2$$

No segundo dia, o João pintou 96 m².

21. [A] $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$, $\sqrt{7}$ é um número irracional.

[B] $\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$, $2 \in \mathbb{Z}$ e $2 \in \mathbb{N}$

[C] $-\frac{27}{3} = -9 \in \mathbb{Q}$, $-9 \in \mathbb{Z}$ e $-9 \notin \mathbb{N}$

[D] $\frac{11}{2} = 5,5 \in \mathbb{Q}$, $\frac{11}{2} \notin \mathbb{Z}$ e $\frac{11}{2} \notin \mathbb{N}$

Logo a opção correta é a [D].

22.

$$22.1. 2(\sqrt{5} - 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = \\ = 2(5 - 2\sqrt{5} + 1) + (3 - 1) = \\ = 10 - 4\sqrt{5} + 2 + 2 = \\ = 14 - 4\sqrt{5}$$

$$22.2. (2\sqrt{7})^2 - 3(\sqrt{7} + 2\sqrt{3}) = 4 \times 7 - 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3} = \\ = 28 - 3\sqrt{7} - 6\sqrt{3}$$

$$22.3. (\sqrt{5} - 2\sqrt{2})^2 = 5 - 4\sqrt{10} + 4 \times 2 = \\ = 5 + 8 - 4\sqrt{10} = \\ = 13 - 4\sqrt{10}$$

$$22.4. (\sqrt{3} - 2)^2 - (5 - \sqrt{3})^2 = \\ = 3 - 4\sqrt{3} + 4 - (25 - 10\sqrt{3} + 3) = \\ = 3 + 4 - 4\sqrt{3} - 25 + 10\sqrt{3} - 3 = \\ = 4 - 25 - 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = \\ = -21 + 6\sqrt{3}$$

23. [A] Verdadeira, porque $\sqrt{21}$ é um número irracional.

[B] Verdadeira.

[C] Verdadeira, porque $-\sqrt{36} = -6 \in \mathbb{Z}$.

[D] 7,1(43) é uma dízima infinita periódica, ou seja, é um número racional.

Logo, a afirmação falsa é a da opção [D].

24.

24.1. $(-1)^{101} = -1$, porque a base é negativa e o expoente é ímpar.

24.2. $(-1)^{500} = 1$, porque o expoente é par.
 = 1, porque a base é positiva.

24.3. $(-1)^0 \times (-1)^{32} \times 1^{43} = 1 \times 1 \times 1 = 1$
 = 1, porque o expoente é par.

25.

$$25.1. -\left(-\frac{2}{3} + 0,3\right) - \frac{1}{3} \times \left(-0,1 + \frac{2}{5}\right) = \\ = -\left(-\frac{2}{3} + \frac{3}{10}\right) - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{10} + \frac{2}{5}\right) = \\ = -\left(-\frac{20}{30} + \frac{9}{30}\right) - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{10} + \frac{4}{10}\right) =$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(-\frac{11}{30}\right) - \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{10}\right) = \\
 &= \frac{11}{30} - \frac{3}{30} = \\
 &= \frac{8}{30} = \\
 &= \frac{4}{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{25.2. } &2 \times \left(\frac{1}{3} - 4\right) + (-1)^{30} - \left(-\frac{1}{4} + 0,1\right) = \\
 &= 2 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{12}{3}\right) + 1 - \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{10}\right) = \\
 &= 2 \times \left(-\frac{11}{3}\right) + 1 - \left(-\frac{5}{20} + \frac{2}{20}\right) = \\
 &= -\frac{22}{3} + 1 - \left(-\frac{3}{20}\right) = \\
 &= -\frac{22}{3} + 1 + \frac{3}{20} = \\
 &= -\frac{440}{60} + \frac{60}{60} + \frac{9}{60} = \\
 &= -\frac{371}{60}
 \end{aligned}$$

26. Como 0,350 kg custa 5,25 €, então $\frac{5,25}{0,350} = 15$
Cada quilograma de queijo custa 15 €.

27. Temos que $r = 0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$.

Enquadrando o produto $5^2 \times 5 = 125$ por dois quadrados perfeitos consecutivos ($121 < 125 < 144$), obtemos:

$$\begin{aligned}
 121 < 125 < 144 &\Leftrightarrow 11^2 < 5^2 \times 5 < 12^2 \\
 &\Leftrightarrow \left(\frac{11}{5}\right)^2 < 5 < \left(\frac{12}{5}\right)^2 \\
 &\Leftrightarrow \frac{11}{5} < \sqrt{5} < \frac{12}{5} \\
 &\Leftrightarrow 2,2 < \sqrt{5} < 2,4
 \end{aligned}$$

28.

28.1. Falsa, porque $(-7)^2 = 49$ e $7^2 = 49$, logo $(-7)^2 = 7^2$.

28.2. Falsa, porque $(-13)^3 < (+13)^3$, uma vez que uma potência de base negativa e expoente ímpar é um número negativo e uma potência de base positiva é um número positivo.

28.3. Verdadeira, porque $(-11)^2$ e $(+11)^2$ são números positivos, uma vez que potências de expoente par são números positivos, logo $(-11)^2 > -(+11)^2$.

28.4. Verdadeira, porque $(-13)^2$ é um número positivo, uma vez que é uma potência de expoente par e $(-176)^{133}$ é um número negativo, uma vez que se

trata de uma potência de expoente ímpar, logo $(-13)^2 > (-176)^{133}$.

29. [A] Falsa, pois, por exemplo, 16 é um quadrado perfeito e $\sqrt{16} = 4$ e 4 é um número par.

[B] Falsa, pois, por exemplo, 4 é um quadrado perfeito e $4^2 = 16$ e 16 é um número par.

[D] Falsa, pois, por exemplo, 4 é um quadrado perfeito, o dobro de 4 é 8 e $\sqrt{8} \neq 10$.

A opção correta é a **[C]**.

$$\begin{aligned}
 \text{30. } &78 \times 10^3 - 35\,000 = 7,8 \times 10 \times 10^3 - 3,5 \times 10^4 = \\
 &= 7,8 \times 10^4 - 3,5 \times 10^4 = \\
 &= (7,8 - 3,5) \times 10^4 = \\
 &= 4,3 \times 10^4
 \end{aligned}$$

$$\text{31. } \sqrt{81} - \sqrt{25} = 9 - 5 = 4$$

Logo, a opção correta é a **[A]**.

$$\text{32. } 3000 : \left(1 - \frac{3}{5}\right) = 3000 : \frac{2}{5} = 7500$$

O percurso total tem 7,5 km.

33.

$$\text{33.1. } 34\,000\,000\,000 = 3,4 \times 10^{10}$$

$$\text{33.2. } 0,000\,089 = 8,9 \times 10^{-5}$$

$$\text{33.3. } 416 \times 10^{-6} = 4,16 \times 10^2 \times 10^{-6} = 4,16 \times 10^{-4}$$

$$\text{33.4. } 0,000\,34 \times 10^4 = 3,4 \times 10^{-4} \times 10^4 = 3,4 \times 10^0$$

34. [A] Falsa, pois $(-7)^0 = 1$.

[B] Falsa, pois $[(-3)^2]^3 = (-3)^6 = 3^6$.

[C] Verdadeira, pois $[(-5)^2]^3 = (-5)^6 = 5^6$.

[D] Falsa, pois $\left(\frac{1}{2}\right)^4 : \left(\frac{1}{4}\right)^4 = \left(\frac{1}{2} \times 4\right)^4 = 2^4$.

Logo, a opção correta é a **[C]**.

35.

$$\begin{aligned}
 \text{35.1. } &(2^4 : 2^5)^2 \times 4^{-2} = (2^{-1})^2 \times (2^2)^{-2} = \\
 &= 2^{-2} \times 2^{-4} = \\
 &= 2^{-6} = \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \\
 &= \frac{1}{64}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{35.2. } &\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \\
 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \\
 &= \left(\frac{3}{2}\right)^6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 =
 \end{aligned}$$

Propostas de Resolução

$$= \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}\right)^6 =$$

$$= 1^6 =$$

$$= 1$$

$$35.3. \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (-1)^{202} - (2^2)^{-1} = 3^2 + 1 - 2^{-2} =$$

$$= 9 + 1 - \frac{1}{4} =$$

$$= 10 - \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{40}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{39}{4}$$

$$35.4. \left(3^{-3} \times \frac{1}{3^2}\right)^3 \times 3^{15} = (3^{-3} \times 3^{-2})^3 \times 3^{15} =$$

$$= (3^{-5})^3 \times 3^{15} =$$

$$= 3^{-15} \times 3^{15} =$$

$$= 3^0 =$$

$$= 1$$

$$36. \frac{3}{2} \neq \frac{1}{2}, \text{ logo não é o ponto } B.$$

Como $\frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$, o ponto de abscissa $\frac{3}{5}$ é o ponto C.

$$37. \frac{3}{2} < 1,5001 < 1,501 < 1,5011 < 1,51$$

38. A opção correta é a [D], uma vez que uma dízima infinita não periódica é um número irracional.

39. Como $7 \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ e $5 \frac{3}{4} = \frac{23}{4}$, o sr. António comprou $\frac{23}{4}$ metros de arame, e

$$75 \times 10^{-2} = 5,75 \times 10^2 \times 10^{-2} = 5,75 = \frac{23}{4}, \text{ então:}$$

$$\frac{15}{2} - \frac{23}{4} = \frac{30}{4} - \frac{23}{4} = \frac{7}{4}$$

Sobrou $\frac{7}{4}$ metros de arame farpado.

$$40. [A] \text{ Falsa, pois, } \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \text{ e } \frac{4}{5} \in \mathbb{Q}.$$

$$[B] \text{ Falsa, pois, } \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3 \text{ e } 3 \in \mathbb{Q}.$$

$$[C] \text{ Falsa, pois, } \sqrt{100} = 10 \text{ e } 10 \in \mathbb{Q}.$$

$$[D] \text{ Verdadeira, pois, } \sqrt{14} \in \{n^{\text{os}} \text{ irracionais}\}.$$

Logo, a opção correta é a [D].

41. Como $\pi = 3,141592654\dots$

Por exemplo, $3,1415 < 3,141\ 53 < \pi$.

42. $\frac{13}{15}$ não pode ser representada por uma dízima finita, uma vez que é uma fração irredutível em que a decomposição em fatores primos do denominador admite um fator diferente de 2 e de 5. Logo, é uma dízima infinita periódica.

43.

$$43.1. (-1)^{-3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \times (-5)^0 =$$

$$= -1 \times \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \times 1 =$$

$$= -\frac{1}{9} + \frac{1}{3} =$$

$$= -\frac{1}{9} + \frac{3}{9} =$$

$$= \frac{2}{9}$$

$$43.2. \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right)^{-2} : \left(-\frac{2}{1} - \frac{1}{2}\right)^{-2} =$$

$$= \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right)^{-2} =$$

$$= \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{5}{2}\right)^{-2} =$$

$$= \left[-\frac{3}{2} : \left(-\frac{5}{2}\right)\right]^{-2} =$$

$$= \left(\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}\right)^{-2} =$$

$$= \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} =$$

$$= \left(\frac{5}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{25}{9}$$

$$43.3. (5^{-2})^{-1} - (\sqrt{5})^2 + (-5)^{-1} = 5^2 - 5 + \left(-\frac{1}{5}\right) =$$

$$= 25 - 5 - \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{20}{1} - \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{100}{5} - \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{99}{5}$$

44.

44.1. Por exemplo, $\frac{1}{2}$.

44.2. Por exemplo, $\sqrt{3}$.

44.3. Por exemplo, π .

45. [A] Falsa, pois $5 \in \mathbb{N}$, $8 \in \mathbb{N}$ e $5 - 8 = -3$ e $-3 \notin \mathbb{N}$.

[B] Falsa, pois $5 \in \mathbb{Z}$, $2 \in \mathbb{Z}$ e $\frac{5}{2} = 2,5$ e $2,5 \notin \mathbb{Z}$.

[C] Verdadeira.

[D] Falsa, pois $\sqrt{7}$ é um número irracional, $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$ e 7 não é um número irracional.

Logo, a opção correta é a [C].

46.

46.1. Por exemplo, $\frac{3}{2}$.

$\frac{3}{2} = 1,5$ e, por isso, é uma dízima finita.

46.2. Por exemplo, $\frac{18}{3}$.

$\frac{18}{3} = 6$ e, por isso, é um número inteiro.

46.3. Por exemplo, $\frac{47}{9}$.

$\frac{47}{9} = 5,(2)$ e, por isso, é uma dízima infinita periódica, de período 2.

47. Escrevendo o número de estrelas da nossa galáxia em notação científica, temos:

$$400 \text{ mil milhões} = 400 \times 10^3 \times 10^6 = 400 \times 10^9 = 4 \times 10^2 \times 10^9 = 4 \times 10^{11}$$

Logo, 0,08% dessas estrelas é igual a:

$$4 \times 10^{11} \times 0,0008 = 0,0032 \times 10^{11} = 3,2 \times 10^{-3} \times 10^{11} = 3,2 \times 10^8$$

48. $(n^2)^3 \times n^{-5} = n^6 \times n^{-5} = n$

Logo, a opção correta é a [B].

$$\begin{aligned} 49. x &= 2 \frac{3}{4} + 2 \times 1,1 = \frac{11}{4} + \frac{22}{10} = \\ &= \frac{55}{20} + \frac{44}{20} = \\ &= \frac{99}{20} = \\ &= 4,95 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2 \frac{3}{4} - 2 \times 1,1 = \frac{11}{4} - 2,2 = \\ &= \frac{11}{4} - \frac{22}{10} = \\ &= \frac{55}{20} - \frac{44}{20} = \\ &= \frac{11}{20} = \\ &= 0,55 \end{aligned}$$

Logo, $x = 4,95$ e $y = 0,55$.

50. Como a unidade está dividida em 15 partes iguais, temos:

$$A = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{3}{15} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15}$$

$$B = \frac{3}{5} - \frac{1}{15} = \frac{9}{15} - \frac{1}{15} = \frac{8}{15}$$

$$51. \frac{(-0,3)^0 - \left[\left(\frac{1}{3} \right)^{-2} \times \left(\frac{1}{5} \right)^2 \right]^2 \times \left(\frac{5}{3} \right)^4}{\frac{1}{3} \times \left[2^4 - \left(-\frac{1}{5} \right)^{-2} \right]^3} =$$

$$= \frac{1 - \left[3^2 \times \left(\frac{1}{5} \right)^2 \right]^2 \times \left(\frac{5}{3} \right)^4}{\frac{1}{3} \times [16 - (-5)^2]^3} =$$

$$= \frac{1 - \left[\left(\frac{3}{5} \right)^2 \right]^2 \times \left(\frac{5}{3} \right)^4}{\frac{1}{3} \times (16 - 25)^3} =$$

$$= \frac{1 - \left(\frac{3}{5} \right)^4 \times \left(\frac{5}{3} \right)^4}{\frac{1}{3} \times (-9)^3} =$$

$$= \frac{1 - 1^4}{3^{-1} \times (-3^2)^3} =$$

$$= \frac{1 - 1}{3^{-1} \times (-3^6)} =$$

$$= 0$$

$$51.2. \frac{-1 + (-7)^{-2} \times \left(-\frac{1}{7} \right)^3 : \left(-\frac{1}{7} \right)^4 - (-1)^{25}}{3 - \left(-\frac{1}{2} \right)^{-2} \times (-3)^0} =$$

$$= \frac{-1 + \left(-\frac{1}{7} \right)^2 \times \left(-\frac{1}{7} \right)^3 : \left(-\frac{1}{7} \right)^4 - (-1)}{3 - (-2)^2 \times 1} =$$

$$= \frac{-1 + \left(-\frac{1}{7} \right)^{2+3-4} + 1}{3 - 4} =$$

$$= -\frac{1}{7} : (-1) =$$

$$= \frac{1}{7}$$

Propostas de Resolução

$$\begin{aligned}
 51.3. \quad \frac{4^3 \times 8^4 : 2^{-7}}{2^{-1} \times 2^{52}} &= \frac{(2^2)^3 \times (2^3)^4 : 2^{-7}}{2^{-1} \times 2^{25}} = \\
 &= \frac{2^6 \times 2^{12} : 2^{-7}}{2^{24}} = \\
 &= \frac{2^{6+12} : 2^{-7}}{2^{24}} = \\
 &= \frac{2^{18} : 2^{-7}}{2^{24}} = \\
 &= \frac{2^{25}}{2^{24}} = \\
 &= 2^{25-24} = \\
 &= 2^1 = \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

52. Como é o dobro da diferença entre dois números, as alíneas [A] e [C] não podem ser as corretas. O triplo da raiz quadrada de 11 representa-se por $3(\sqrt{11})$. Logo, a opção correta é a [B].

$$53. \sqrt{5,29} = \sqrt{\frac{529}{100}} = \frac{\sqrt{529}}{\sqrt{100}} = \frac{23}{10} = 2,3$$

Assim, $a = 529$, $b = 529$, $c = 23$ e $d = 2,3$. Logo, a opção correta é a [C].

54. Como a área do quadrado é igual a 81 cm^2 , $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$ ($\sqrt{81} = 9$).

Como $[AB]$ é um raio da circunferência e $P = 2 \times \pi \times r$, então $P = 2 \times \pi \times 9 = 18\pi$.

Logo, o perímetro da circunferência é $18\pi \text{ cm}$.

55. Como $32 = 2^5$, então $32^7 = (2^5)^7 = 2^{5 \times 7} = 2^{35}$.

56.

56.1. $2^6 = 2^{2 \times 3} = (2^2)^3$, então $(2^2)^3 = 2^6$.

$$56.2. \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} = 4^3$$

$$\begin{aligned}
 56.3. \quad \left(\frac{1}{4}\right)^8 &= 4^{-8} = 4^{-6} \times 4^{-2} = (4^{-2})^3 \times 4^{-2}, \text{ então} \\
 (4^{-2})^3 \times 4^{-2} &= \left(\frac{1}{4}\right)^8.
 \end{aligned}$$

57.

$$\begin{aligned}
 57.1. \quad \left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^3 \times \left(\frac{3}{1} - \frac{1}{2}\right)^4 &= \\
 &= \left(\frac{5}{2}\right)^6 \times \left(\frac{6}{2} - \frac{1}{2}\right)^4 = \\
 &= \left(\frac{5}{2}\right)^6 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \\
 &= \left(\frac{5}{2}\right)^{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 57.2. \quad \left[-\left(-\frac{3}{5}\right)^4\right]^3 \times \left(\frac{3}{5}\right)^5 &= -\left(\frac{3}{5}\right)^{12} \times \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \\
 &= -\left(\frac{3}{5}\right)^{17} = \\
 &= \left(-\frac{3}{5}\right)^{17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 57.3. \quad \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^6 \times 2^6 : 9^6}{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3} &= \frac{\left(\frac{3}{2} \times 2\right)^6 : 9^6}{\left(\frac{1}{3}\right)^6} = \\
 &= \frac{3^6 : 9^6}{\left(\frac{1}{3}\right)^6} = \\
 &= \left(\frac{3}{9}\right)^6 : \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \\
 &= \left(\frac{1}{3}\right)^6 : \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \\
 &= \left(\frac{1}{3}\right)^0
 \end{aligned}$$

58. Como o volume do cubo é 216 cm^3 , a aresta tem comprimento 6 cm ($\sqrt[3]{216} = 6$).

O perímetro da planificação é igual a 84 cm ($14 \times 6 = 84$).

59.

59.1. Como 1 minuto é igual a 60 segundos então:

$$300\,000 \times 60 = 18\,000\,000 = 1,8 \times 10^7$$

A luz percorre $1,8 \times 10^7 \text{ km}$ num minuto.

$$\begin{aligned}
 59.2. \quad \frac{1,35 \times 10^6}{3 \times 10^5} &= \frac{1,35}{3} \times \frac{10^6}{10^5} = \\
 &= 0,45 \times 10 \\
 &= 4,5
 \end{aligned}$$

A luz demora, aproximadamente, 4,5 segundos.

$$\begin{aligned}
 60. \quad 10 \times (A + B) &= 10 \times (2,24 \times 10^6 + 3,2 \times 10^5) = \\
 &= 10 \times (22,4 \times 10^5 + 3,2 \times 10^5) = \\
 &= 10 \times 25,6 \times 10^5 = \\
 &= 25,6 \times 10^6 = \\
 &= 2,56 \times 10^7
 \end{aligned}$$

61. Sabe-se que $0,1 = \frac{1}{10}$. Por sua vez, $7 \times 10^2 = 700$.

Temos, então, que enquadrar 700 entre dois quadrados perfeitos consecutivos.

Pela tabela, $26^2 < 7 \times 10^2 < 27^2$.

Logo:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{26}{10}\right)^2 < 7 < \left(\frac{27}{10}\right)^2 &\Leftrightarrow \frac{26}{10} < \sqrt{7} < \frac{27}{10} \\
 &\Leftrightarrow 2,6 < \sqrt{7} < 2,7
 \end{aligned}$$

Assim, um valor aproximado de $\sqrt{7}$ às décimas, por defeito, é 2,6.

62. Por exemplo, $0,0015 = \frac{3}{2000}$.

63. $\pi \approx 3,14159\dots$, $\sqrt{7} \approx 2,6457\dots$ e $\pi + 1 \approx 4,1415\dots$
Por exemplo, $a = \sqrt{11}$ e $b = \sqrt{\frac{171}{10}}$.

64. Como a área do quadrado é igual a 289 cm^2 , o comprimento do lado é $\ell = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$.

Sendo E o ponto médio de $[AB]$, então:

$$\overline{AE} = \overline{EB} = \frac{17}{2} = 8,5 \text{ cm e } \overline{BC} = 17 \text{ cm}$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[BEF]} = \frac{\overline{BE} \times \overline{BC}}{2}$$

$$A_{[BEF]} = \frac{8,5 \times 17}{2} = 72,25 \text{ cm}^2$$

65. Como $\frac{18}{30} = \frac{3 \times 6}{3 \times 10} = \frac{6}{10}$
 $\frac{6}{10}$ é uma fração decimal porque o denominador é uma potência de 10.

66.

66.1. a) $0; \sqrt{9} = 3; \frac{12}{3} = 4$

b) $-\frac{7}{3} = -2,(3)$ e $0,(7)$

c) $-\frac{7}{3}; 0; \sqrt{9}; 0,(7)$ e $\frac{12}{3}$

66.2. $-\sqrt{10} < -\frac{7}{3} < 0 < 0,(7) < \sqrt{9} < \frac{12}{3}$

67. Como 7 é uma aproximação de a com erro inferior a 0,3, então $7 - 0,3 < a < 7 + 0,3$.

Como 5 é uma aproximação de b com erro inferior a 0,2, então $5 - 0,2 < b < 5 + 0,2$.

Como todas as quantidades são positivas, podemos concluir que:

$$(7 - 0,3) \times (5 - 0,2) < a \times b < (7 + 0,3) \times (5 + 0,2)$$

ou seja:

$$6,7 \times 4,8 < a \times b < 7,3 \times 5,1$$

$$\Leftrightarrow 32,16 < a \times b < 37,96$$

Assim, como $7 \times 5 = 35$, temos:

$$32,16 - 35 < a \times b - 35 < 37,96 - 35$$

$$\Leftrightarrow -2,84 < a \times b - 35 < 2,96$$

Como $|-2,84| < |2,96|$, podemos concluir que o erro máximo que se pode cometer ao aproximar $a \times b$ por 7×5 é 2,96.

68. Como $p \in]7 - 0,1; 7 + 0,1[=]6,9; 7,1[$ e $q \in]5 - 0,1; 5 + 0,1[=]4,9; 5,1[$, temos:

$$6,9 \times 4,9 < p \times q < 7,1 \times 5,1$$

$$\Leftrightarrow 33,81 < p \times q < 36,21$$

Assim, $p \times q \in]33,81; 36,21[$.

69. Como o hexágono regular é um polígono com seis lados de igual comprimento, o perímetro é igual a $P = 6 \times (2\sqrt{3} - 5) = (12\sqrt{3} - 30) \text{ cm}$.

70. $A_{\square} = \ell^2$

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{2} - 3)^2 = 2 - 6\sqrt{2} + 9 = \\ &= (11 - 6\sqrt{2}) \text{ cm}^2 \\ &= 3 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



Valor aproximado às unidades por excesso.

71. $0,(32)$

$$r = 0,3232\dots$$

$$100 \times r = 32,(32)$$

$$100r - r = 99r \Leftrightarrow 32,(32) - 0,(32) = 99r$$

$$\Leftrightarrow 99r = 32$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{32}{99}$$

72. $100\,000 \times 4,35 \times 10^{-2} = 10^5 \times 4,35 \times 10^{-2} =$
 $= 4,35 \times 10^3$

73.

73.1. $(3,6 \times 10^{-7}) \times (2,4 \times 10^{11}) =$
 $= (3,6 \times 2,4) \times (10^{-7} \times 10^{11}) =$
 $= 8,64 \times 10^4$

73.2. $(1,25 \times 10^{-3}) + (2,45 \times 10^{-4}) =$
 $= 1,25 \times 10^{-3} + 0,245 \times 10^{-3} =$
 $= 1,495 \times 10^{-3}$

73.3. $(7,44 \times 10^5) - (1,4 \times 10^6) =$
 $= 7,44 \times 10^5 - 14 \times 10^5 =$
 $= -6,56 \times 10^5$

73.4. $\frac{4,8 \times 10^6}{2 \times 10^3} + 4,2 \times 10^4 =$
 $= 2,4 \times 10^3 + 4,2 \times 10^4 =$
 $= 2,4 \times 10^3 + 42 \times 10^3 =$
 $= 44,4 \times 10^3 =$
 $= 4,44 \times 10^4$

Propostas de Resolução

74. $4,32 \times 10^{-1} = 0,432$

[A] $0,4 < 0,432 < 0,44$, que é verdadeira.

[B] $4,32 \times 10^{-1}$ não é menor que 0,4312.

[C] $4,32 \times 10^{-1}$ não é maior que 4,3.

[D] $4,32 \times 10^{-1}$ não é maior que 0,432.

Logo, a opção correta é a [A].

75. [A] $\frac{2 + \sqrt{7}}{2}$ não é racional.

[B] $\pi - 1$ não é racional.

[C] $\sqrt{4} + 0,2 = 2,2$

[D] 3,1

A opção correta é a [C], uma vez que $3,1 > \sqrt{7}$.

76. Por exemplo, $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 \in \mathbb{Q}$ e $\sqrt{3}$ e $-\sqrt{3}$ são números irracionais.

77. [A] Falsa, pois $\frac{\sqrt{5}}{3}$ é um número irracional.

[B] Falsa, pois π é um número irracional e π^2 é um número irracional.

[C] Verdadeira, pois $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = \sqrt{4} = 2$ e 2 é um número racional.

[D] Falsa, pois $(1 - \sqrt{7})(1 + \sqrt{7}) = 1 - 7 = -6$ e $-6 < 0$. Logo, a opção correta é a [C].

78. $a = 3 - \sqrt{7}$

$$\begin{aligned} \sqrt{7} \times (a - 1) + a^2 &= \sqrt{7} \times (3 - \sqrt{7} - 1) + (3 - \sqrt{7})^2 = \\ &= 3\sqrt{7} - 7 - \sqrt{7} + 9 - 2 \times 3\sqrt{7} + 7 = \\ &= -7 + 9 + 7 + 3\sqrt{7} - \sqrt{7} - 6\sqrt{7} = \\ &= 9 - 4\sqrt{7} \end{aligned}$$

79. Se $M \curvearrowright \frac{5}{6}$ e $N \curvearrowright \frac{5}{4}$ e a reta [MN] está dividida em cinco partes iguais.

$$\overline{MN} = \frac{5}{4} - \frac{5}{6} = \frac{15}{12} - \frac{10}{12} = \frac{5}{12}$$

(x3) (x2)

$$\frac{5}{12} : 5 = \frac{5}{12} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{12}, \text{ cada espaço.}$$

$$\begin{aligned} \text{Então, } B \text{ é igual a } \frac{5}{6} + 2 \times \frac{1}{12} &= \frac{5}{6} + \frac{2}{12} = \\ &= \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1 \end{aligned}$$

Logo, a opção correta é a [C].

80.

80.1. $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$

80.2. $\sqrt{2} < \frac{3}{2}$

80.3. $-0,(33) < -0,3$

80.4. $4,35 \times 10^{-2} > 4,35 \times 10^{-3}$

80.5. $\pi > 3,14$

80.6. $\frac{7}{3} = 2,(3)$

81.

81.1. $-\frac{4}{3} = \frac{5}{3} + ?$

Como $-\frac{4}{3} - \frac{5}{3} = -\frac{9}{3} = -3$, então $\frac{5}{3} + (-3) = -\frac{4}{3}$.

Assim, $? = -3$.

81.2. $-\frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \times ?$

Como $-\frac{4}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = +2$, então

$$-\frac{4}{3} = -\frac{2}{3} \times 2.$$

Assim, $? = +2$.

81.3. $-\frac{4}{3} = ? - ?$

Por exemplo, $-\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$.

Assim, $? = -\frac{1}{3}$ e -1 .

82. Como $A_{[ABCD]} = 144 \text{ cm}^2$, então $\ell = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$. O triângulo [DCE] é equilátero, então $\overline{CE} = \overline{BC} = 12 \text{ cm}$. Como o diâmetro da circunferência é $\overline{CE} = 12 \text{ cm}$, e $P = d \times \pi$, então $P = 12 \times \pi = 12\pi \approx 38$.

Assim, o perímetro da circunferência é, aproximadamente, 38 cm.

83. $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{3714} = 3 \times 3^{-3714} = 3^{-3713}$

84. [A] Se $a < 0$, então $a^3 < 0$ e $-a^3 > 0$.

[B] Se $a < 0$, então $-a > 0$.

[C] Se $a < 0$, então $a^3 < 0$.

[D] Se $a < 0$, então $a^2 > 0$.

Logo, a opção correta é a [C].

85. $2^4 \times 11$ e $5^2 \times 11$ não são quadrados perfeitos, ou seja, as opções [C] e [D] não são corretas.

Como $2^2 \times 5^2$ e $4^2 \times 5^2$ são quadrados perfeitos e divisores de P , o maior é $4^2 \times 5^2$. Assim, a opção correta é a [B].

86. Vamos determinar a área, por exemplo, subtraindo à área do retângulo inicial a área das placas retiradas.

$$A_{\square} = c \times \ell$$

$$A_{\square} = \sqrt{5} \times \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$$

Cada placa retirada é um retângulo com altura $\sqrt{3} \text{ cm}$ e base $(\sqrt{5} - 2) \text{ cm}$.

$$\frac{\sqrt{20}-4}{2} = \frac{2\sqrt{5}-4}{2} = \sqrt{5}-2$$

Logo:

$$A = \sqrt{3} \times (\sqrt{5}-2) = (\sqrt{15}-2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

Logo:

$$A_{\text{pedida}} = 10 - (2\sqrt{15}-4\sqrt{3}) = \\ = (10-2\sqrt{15}+4\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

87.

$$\mathbf{87.1.} \quad 3 \times \left(2 \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} \times 0,25 \right) =$$

$$= 3 \times \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{2} \right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \right) =$$

$$= 3 \times \left(\frac{14}{6} - \frac{9}{6} \right) + \frac{1}{12} =$$

$$= 3 \times \frac{5}{6} + \frac{1}{12} =$$

$$= \frac{15}{6} + \frac{1}{12} =$$

$$= \frac{30}{12} + \frac{1}{12} =$$

$$= \frac{31}{12}$$

$$\mathbf{87.2.} \quad \left(\frac{1}{3} \right)^{-1} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{4} \right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} : 4^{-1} \right)^2 =$$

$$= 3 \times \left(\frac{8}{20} - \frac{5}{20} \right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} : \frac{1}{4} \right)^2 =$$

$$= 3 \times \left(\frac{3}{20} \right)^{-1} + \left(\frac{5}{4} \times 4 \right)^2 =$$

$$= 3 \times \frac{20}{3} + 5^2 =$$

$$= 20 + 25 =$$

$$= 45$$

$$\mathbf{88.} \quad 1,68 \times 10^{-27} \times 7 \times 10^4 =$$

$$= 1,68 \times 7 \times 10^{-27} \times 10^4 =$$

$$= 11,76 \times 10^{-23} =$$

$$= 1,176 \times 10^{-22}$$

89

$$\mathbf{89.1.} \quad -1 - 2(\sqrt{7}-2) + 3\sqrt{7} =$$

$$= -1 - 2\sqrt{7} + 4 + 3\sqrt{7} =$$

$$= -1 + 4 - 2\sqrt{7} + 3\sqrt{7} =$$

$$= 3 + \sqrt{7}$$

$$\mathbf{89.2.} \quad (1-\sqrt{3})^2 - (2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5}) =$$

$$= 1 - 2\sqrt{3} + 3 - (4-5) =$$

$$= 1 + 3 - 2\sqrt{3} - (-1) =$$

$$= 1 + 3 + 1 - 2\sqrt{3} =$$

$$= 5 - 2\sqrt{3}$$

$$\mathbf{89.3.} \quad (\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2}) - 5\sqrt{2} =$$

$$= 7 - 2 - 5\sqrt{2} =$$

$$= 5 - 5\sqrt{2}$$

$$\mathbf{89.4.} \quad (\sqrt{7}-\sqrt{4})^2 - 2 \times (4\sqrt{7}-3) + (3\sqrt{7})^3 =$$

$$= (\sqrt{7}-2)^2 - 8\sqrt{7} + 6 + 7 =$$

$$= 7 - 4\sqrt{7} + 4 - 8\sqrt{7} + 6 + 7 =$$

$$= 7 + 4 + 6 + 7 - 4\sqrt{7} - 8\sqrt{7} =$$

$$= 24 - 12\sqrt{7}$$

$$\mathbf{89.5.} \quad 3^{-2} \times (2\sqrt{5}-\sqrt{11})(2\sqrt{5}+\sqrt{11}) =$$

$$= \frac{1}{3^2} \times [(2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{11})^2] =$$

$$= \frac{1}{9} \times (20 - 11) =$$

$$= \frac{1}{9} \times 9 =$$

$$= 1$$

$$\mathbf{89.6.} \quad \sqrt{3} + (2\sqrt{5})^2 \times (3\sqrt{3})^2 \times (2\sqrt{3}-1) =$$

$$= \sqrt{3} + 4 \times 5 \times 9 \times 3 \times (2\sqrt{3}-1) =$$

$$= \sqrt{3} + 540(2\sqrt{3}-1) =$$

$$= \sqrt{3} + 1080\sqrt{3} - 540 =$$

$$= 1081\sqrt{3} - 540$$

90. 3% da água é:

$$0,03 \times 1,4 \times 10^9 = 3 \times 10^{-2} \times 1,4 \times 10^9 =$$

$$= 3 \times 1,4 \times 10^{-2} \times 10^9 =$$

$$= 4,2 \times 10^7 \text{ km}^3 \text{ de água doce}$$

$$\frac{2}{3} \times 4,2 \times 10^7 = 2,8 \times 10^7$$

Logo, a quantidade de água retida no gelo glacial é

$$2,8 \times 10^7 \text{ km}^3.$$

91. [A] $\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[B] $\sqrt{\frac{1}{4}} = 0,5 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[C] $4^{-1} = \frac{1}{4} = 0,25 \in \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

[D] $\sqrt{0,4} \notin \mathbb{Q}$, logo não é irracional.

Logo, a opção correta é a [D].

92.

92.1. $\sqrt{13}$, porque é um número irracional.

92.2. Por exemplo, $\frac{1}{3}$.

92.3. $\sqrt{121}$, porque é igual a 11.

Propostas de Resolução

93. $\sqrt{13}$

$$9 < 13 < 16 \Leftrightarrow 3^2 < 13 < 4^2$$

Multiplicando por 10^2 :

$$30^2 < 13 \times 10^2 < 40^2$$

$$35^2 = 1225 < 1300, \text{ temos } 35^2 < 13 \times 10^2 < 40^2.$$

$$36^2 = 1296 < 1300, \text{ temos } 36^2 < 13 \times 10^2 < 40^2.$$

$$37^2 = 1369 > 1300, \text{ temos } 36^2 < 13 \times 10^2 < 37^2.$$

Como 36 e 37 são números inteiros consecutivos, então:

$$\left(\frac{36}{10}\right)^2 < 13 < \left(\frac{37}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{36}{10} < \sqrt{13} < \frac{37}{10}$$

$$\Leftrightarrow 3,6 < \sqrt{13} < 3,7$$

Logo, os dois primeiros algarismos da representação em dízima de $\sqrt{13}$ são o 3 e o 6.

94. Como o hexágono regular é um polígono com seis lados de igual comprimento, o perímetro é igual a $6 \times (3 - \sqrt{2}) = 18 - 6\sqrt{2} \approx 9,6$.

Assim, $P \approx 9,6$ cm.

95. Se $A_{[ABCD]} = 36$, então $\overline{AB} = \sqrt{36} = 6$ cm.

Se $A_{[AEFG]} = 4 \text{ cm}^2$, então $\overline{AE} = \sqrt{4} = 2$ cm.

Como $\overline{AB} = 6$ cm e $\overline{AE} = 2$ cm, então

$$\overline{EB} = 6 - 2 = 4 \text{ cm e } \overline{EF} = 2 \text{ cm.}$$

Logo, $A_{[BHFE]} = \overline{EB} \times \overline{EF} = 4 \times 2 = 8 \text{ cm}^2$.