ANO: 10º ANO　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　DATA: OUT

TEMA: RADICAIS. GEOMETRIA NO PLANO.

TIPO: FICHA DE REVISÕES

LR MAT EXPLICAÇÕES

GRUPO I

1. Considera a equação $2x^6 = 32$. Qual dos seguintes é o conjunto-solução da equação?

   (A) $\{\sqrt[6]{16}\}$　　(B) $\{\sqrt[3]{2}\}$　　(C) $\{-\sqrt[3]{4}, \sqrt[3]{4}\}$　　(D) $\{-\sqrt[6]{4}, \sqrt[6]{4}\}$

2. Sejam a um número real e b um número natural.

   (I) $\sqrt{a^2} = a$

   (II) $a^n + a^n = a^{2n}$

   Qual das seguintes afirmações é necessariamente verdadeira?

   (A) I e II são falsas.

   (B) I é verdadeira e II é falsa.

   (C) I é falsa e II é verdadeira.

   (D) I e II são verdadeiras.

3. Sejam x, y e z número reais positivos. Qual das seguintes expressões é equivalente a $x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{2}{3}}z^{\frac{5}{6}}$?

   (A) $\sqrt[3]{xy^2z^3}$　　(B) $\sqrt[6]{xy^2z^5}$　　(C) $\sqrt[6]{x^3y^2z^5}$　　(D) $\sqrt[6]{x^3y^4z^5}$

4. Sejam a é um número real superior a um. Então $\frac{\sqrt{a}-a}{1-\sqrt{a}}$ é igual a:

   (A) $1 - a\sqrt{a}$　　(B) $\frac{\sqrt{a}}{a}$　　(C) $a - \sqrt{a}$　　(D) $\sqrt{a}$

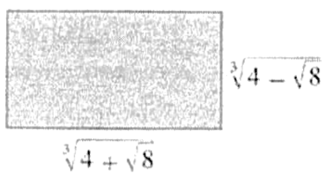
5. Sejam x e y dois números reais positivos. A expressão $\frac{\sqrt{x}\times\sqrt[3]{y^2}}{\sqrt[6]{x^2\times y}}$ é equivalente a:

   (A) $x^{\frac{1}{2}} \times y^{\frac{1}{3}}$　　(B) $x^{\frac{1}{2}} \times y^{\frac{1}{6}}$　　(C) $x^{\frac{1}{6}} \times y^{\frac{1}{2}}$　　(D) $x^{\frac{1}{6}} \times y^{\frac{1}{3}}$

6. Considera a expressão seguinte $\frac{(2x^2y^{-1})^{-\frac{1}{4}}}{(8x^{-1}y^2)^{-\frac{1}{2}}}$. Uma expressão equivalente à dada é:

   (A) $2^{-\frac{5}{4}}\,x\,y^{-\frac{3}{4}}$　　(B) $2^{-\frac{7}{4}}\,x\,y^{-\frac{3}{4}}$　　(C) $2^{\frac{5}{4}}\,x^{-1}\,y^{\frac{5}{4}}$　　(D) $2^{\frac{1}{2}}\,x\,y^{\frac{3}{2}}$

7. Na figura ao lado está representado o retângulo de lados $\sqrt[3]{4+\sqrt{8}}$ e $\sqrt[3]{4-\sqrt{8}}$. A área do retângulo representado na figura é:

   (A) $\sqrt[3]{4}$　　(B) $2\sqrt[3]{3}$　　(C) 2　　(D) 4

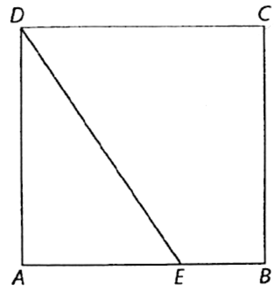
8. Considera, num referencial o.n. xOy, os pontos $A(1,2)$ e $B(5,1)$. As coordenadas do ponto do eixo das ordenadas que dista igualmente de A e de B são:

(A) $\left(0,-\frac{21}{2}\right)$ **(B)** $(0,-10)$ **(C)** $\left(0,\frac{21}{2}\right)$ **(D)** $(0,10)$

GRUPO II

---

9. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ de lado igual a $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$.



Admite que o ponto E pertence ao segmento $[AB]$ e que $\overline{AE}=\frac{2}{3}\overline{AB}$.

Sem recorrer à calculadora, determina a área do trapézio $[BCDE]$, apresentando o resultado na forma $a+b\sqrt{c}$, com $a,b,c\in\mathbb{Q}$.

<u>Sugestão</u>: Começa por escrever a medida do lado do quadrado com denominador racional.

10. Efetua as operações indicadas e apresenta o resultado na forma de radical.

$$\frac{\sqrt[3]{a^{-1}\,b^{\frac{1}{2}}}\times\sqrt{a^{2}\,b^{-1}}}{\sqrt[3]{b^{-1}\,\sqrt[3]{a}}}$$

11. Na Figura 2 está representada parte da reta numérica e nela assinalados os pontos O,A,B,C,D e E.

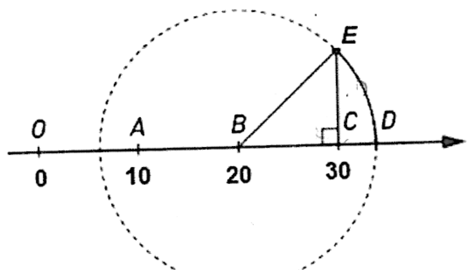


Figura 2

Sabe-se que $\overline{CE}=10$.

Determina, sem recorrer à calculadora, o valor exato $\frac{\overline{AC}}{\overline{OD}}$.

Apresenta o resultado na forma mais simplificada possível $a+b\sqrt{c}$, sendo a,b e c números reais e $c>0$.

12. Considera a expressão

$$a^2\times\left(a^{-1}+b^{\frac{2}{3}}\right)\times\left(\frac{1}{a}-\left(\frac{1}{b}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)$$

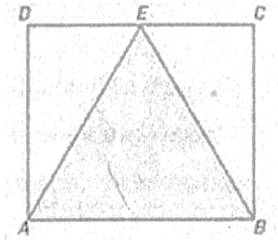
sendo a e b números reais positivos.
Mostra que a expressão dada pode ser representada por $1-a^2b\sqrt[3]{b}$.

13. Averigua se $\sqrt{20}$ é solução da equação $x\left(3\sqrt{5}-x\right)=10$.

14. Simplifica a expressão $\frac{5\sqrt{6}-2\sqrt{54}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

15. Representa a expressão $2^{-\frac{3}{2}}+2^{-\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{3}{2}}$ na forma $k\sqrt{2}$, sendo $k\in\mathbb{R}$.

16. Na figura está representado um retângulo não quadrado $[ABCD]$ e um triângulo equilátero $[ABE]$ em que vértice E pertence ao lado $[CD]$ do retângulo. Sabe-se que o perímetro do triângulo $[ABE]$ é $\sqrt{108}\,cm$. Determina a área do triângulo $[ABE]$. Apresenta o resultado na forma de potência de base 3.



17. Resolve a seguinte equação, apresentando a resposta com denominador racional.

$$3x - 4 = 2\sqrt{3}x - 5$$

18. Considera os números reais a, b e c, representados por:

$$a = \frac{\sqrt[3]{5} \times 2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{10}}; \qquad b = \sqrt{8} - 2^{\frac{1}{2}}; \qquad c = \frac{10}{\sqrt[3]{6}}$$

18.1 Representa o número real a na forma de potência de base 10.

18.2 Mostra que $\frac{b}{\sqrt{3}+b} = \sqrt{6} - 2$.

18.3 Racionaliza o denominador c, simplificando o máximo possível.

19. Considera as proposições:

$$\boldsymbol{p}: \left(\sqrt[5]{9\sqrt{3}}\right)^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad\qquad \boldsymbol{q}: \sqrt{19 + 8\sqrt{3}} = 4 + \sqrt{3}$$

Determina, justificando, o valor lógico de cada uma das proposições.

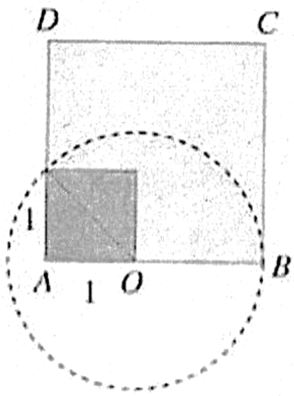
20. Verifica se $3\sqrt{2}$ é solução da equação $2x^2 - \sqrt{2}x = 0$.

21. Na figura está representado um retângulo $[ABCD]$ e um quadrado com $1\ cm$ de lado.

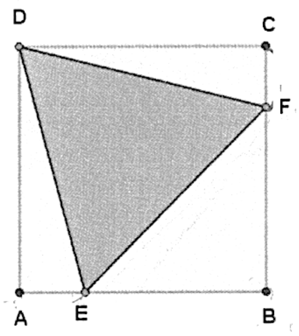
Sabe-se que:

- a circunferência de centro em O e raio igual à diagonal do quadrado;
- o vértice B do retângulo pertence à circunferência;
- a área do retângulo $[ABCD]$ é igual a $5\ cm^2$.

Mostra que o perímetro do retângulo $[ABCD]$ é igual a $12\sqrt{2} - 8$.



22. Na figura ao lado está representado o quadrado $[ABCD]$ e o triângulo $[DEF]$.



Sabe-se que:

- os pontos E e F pertencem a $[AB]$ e $[BC]$, respetivamente;
- $\overline{AE} = \overline{CF} = \frac{1}{3}\overline{AD}$;
- $\overline{AD} = 3 \times \sqrt[4]{2}$.

Mostra que a área do triângulo $[DEF]$ é igual a $4\sqrt{2}$ unidades quadradas.

23. Calcula o valor de cada uma das expressões.

Apresenta o valor pedido na forma mais simplificada possível.

23.1 $\left(2 - 3\sqrt{6}\right)^2 - \frac{3\sqrt{18}}{\sqrt{3}} + 3\sqrt{6} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}-3}$

23.2 $\frac{4^{-\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{16} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{2^{\frac{2}{3}} \div \sqrt[6]{4}}$ (apresenta o resultado na forma $a\sqrt[n]{b}$ sendo a e b números naturais)

23.3 $\sqrt[7]{-1} - \frac{\sqrt[5]{-32}}{\sqrt[3]{27}} - \sqrt[4]{\frac{1}{16}}$

23.4 $\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[6]{81} + \frac{1}{2}\ \sqrt[12]{3^8}$

23.5 $\frac{3^{\frac{3}{5}} \div \sqrt[10]{9}}{6^{-\frac{2}{5}} \times \sqrt[5]{36} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{5}}}$

24. Fixado um referencial o.n. do plano, os vértices do triângulo $[ABD]$ são os pontos de coordenadas $A(0,1), B(-1,4)$ e $D(-4,3)$. Considera ainda os pontos M e N que são, respetivamente, os pontos médios dos segmentos de reta $[AB]$ e $[BD]$.

24.1 Determina a equação reduzida da reta AD e verifica se o ponto B pertence à reta.

24.2 Mostra que o triângulo $[ABD]$ é retângulo.

24.3 Classifica quando ao comprimento dos lados o triângulo $[ABD]$.

24.4 Determina a equação reduzida da reta que passa nos pontos M e N e indica as coordenadas dos pontos de interseção da reta com os eixos coordenados.

24.5 Determina as coordenadas do ponto G, sabendo que D corresponde ao ponto médio de $[AG]$.

25. Considera, num referencial o.n. do plano xOy, os pontos $P(-2,1), Q(2,-3)$ e $R\left(k, \frac{5}{2}\right)$.

25.1 Escreve a equação reduzida da reta PQ.

25.2 Determina k de modo que o ponto R pertença à reta PQ.

26. Considera o referencial o.n. xOy que representa parte do mapa da cidade do Porto. Os pontos $C(1,-2)$; $D\left(4;\frac{3}{2}\right)$; $E\left(-\frac{3}{2},-\frac{3}{2}\right)$ e $F\left(\sqrt{3},-6\right)$, representam, respetivamente, os seguintes locais: estação de comboio Porto São Bento, estação do metro do Bolhão, Torre dos Clérigos e Ponto D. Luís I.

26.1 O triângulo $[DEF]$ é retângulo? Justifica.

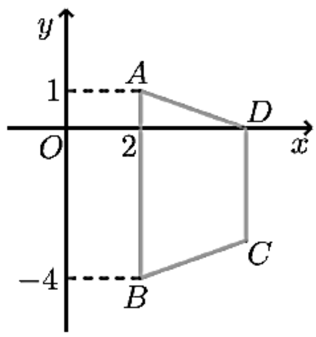
26.2 Averigua se a estação de Porto São Bento se encontra à mesma distância do metro do Bolhão e da Ponte D. Luís I.

26.3 Determina o ponto de coordenadas que representa o local que corresponde ao ponto médio do segmento $[CD]$.

27. No referencial o.n. Oxy, está representado o trapézio isósceles $[ABCD]$ de bases $[AB]$ e $[CD]$.

Sabe-se que:

- $A(2,1)$ e $B(2,-4)$;
- o vértice D pertence ao semieixo positivo das abcissas;
- $\overline{AD} = 3$.



27.1 Escreve uma equação que defina analiticamente a reta AB.

27.2 Determina as coordenadas dos vértices C e D.

27.3 Determina o perímetro e a área do trapézio $[ABCD]$.