Escola Secundária de Paredes

1º Teste de Avaliação

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

Duração do Teste de Avaliação: 80 minutos + 5 minutos de tolerância | outubro de 2020

Versão 1

Nome ______________________________

Nº. ______

Instruções gerais

- Não é permitido o uso de corretor
- É permitido o uso de calculadora
- As figuras não estão desenhadas à escala
- Escreve as tuas respostas de forma legível
- Para responderes aos itens de escolha múltipla, assinala de forma inequívoca, a opção escolhida, escrevendo a letra correspondente. **Não apresentes cálculos nem justificações** neste tipo de itens

1. *(30 pontos)* Determina cada um dos seguintes limites

   1.1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{3}{2x^2+x+1}\times(x^2+2x+2)\right]$

   1.2. $\lim\limits_{x\to-5}\dfrac{x^3+8x^2+5x-50}{x^2+5x}$

2. *(10 pontos)* Considera a função h, real, de variável real, definida em $]1;+\infty[$, por $h(x)=\dfrac{2}{x-1}$

   Na figura 1 está representado, em referencial o.n. xOy, parte do gráfico da função h, e um retângulo $[ABOC]$

   Sabe-se que:

   - o ponto A pertence ao gráfico de h
   - o ponto B pertence ao eixo Ox e tem a mesma abcissa do ponto A
   - o ponto C pertence ao eixo Oy e tem a mesma ordenada do ponto A

   Admite que o ponto A, de abcissa x, se move na curva (gráfico de h), e que os pontos B e C, acompanham esse movimento, de modo que $[ABOC]$ seja um retângulo

   Seja $A(x)$ a área do retângulo $[ABOC]$

   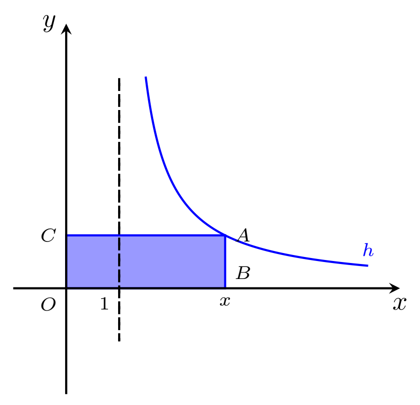

   Figura 1

   Pode-se afirmar que

   (A) $A(x)=\dfrac{2}{x-1}$

   (B) $A(x)=\dfrac{2x}{x-1}$

   (C) $A(x)=x(x-1)$

   (D) $A(x)=2x$

3. *(10 pontos)* Seja f, uma função real de variável real, de domínio $\mathbb{R}$
No referencial ortonormado xOy da figura 2, está representado parte do gráfico da função f

Seja (a_n), uma sucessão de valores do domínio de f, de termo geral, $a_n = \dfrac{3n+5}{n+1}$

Em qual das opções está o valor de $\lim f(a_n)$?

(A) 4

(B) 3

(C) 2

(D) -2

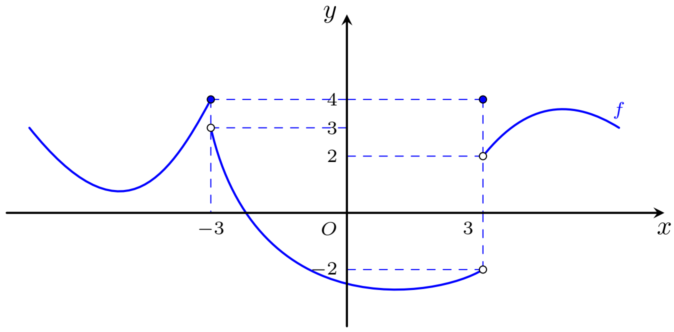

Figura 2

4. *(10 pontos)* Considera a função g, real de variável real, definida por $g(x) = \begin{cases} \dfrac{(x+1)^2}{x^2+x} & se \quad x < -1 \\ 0 & se \quad x = -1 \\ \dfrac{x^2-1}{x+1} & se \quad x > -1 \end{cases}$

Relativamente à função g, pode-se afirmar que

(A) $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = 0$

(B) $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = -2$

(C) $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = 2$

(D) Não existe $\lim\limits_{x \to -1} g(x)$

5. Seja f, a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{-x-2}{3x^2+6x} & se \quad x < -2 \\ 2k+5 & se \quad x = -2 \\ \dfrac{\sqrt{x+11}-3}{(x+2)(x+3)} & se \quad x > -2 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$

5.1. *(20 pontos)* Mostra, que $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

5.2. *(25 pontos)* Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = -2$

6. Sejam, f e g, duas funções racionais, definidas por $f(x) = \dfrac{x+1}{x^2-4}$ e $g(x) = \dfrac{x}{x+2}$, respetivamente

6.1. *(20 pontos)* Resolve, em $\mathbb{R}$, a equação $f(x) = g(x)$

6.2. *(25 pontos)* Determina o conjunto solução da condição $f(x) \leq \dfrac{x+1}{2-x}$

7. *(20 pontos)* Determina o domínio da função h, real, de variável real, definida por $h(x) = \dfrac{x}{x^3-3x-2}$, sabendo que x^3-3x-2 é divisível por $x-2$

8. *(10 pontos)* Em qual das opções está o valor de $\lim\limits_{x \to -5^-} \dfrac{5x+x^2}{(x+5)^2}$?

(A) 0 (B) $-\infty$ (C) $+\infty$ (D) -5

9. *(20 pontos)* Determina $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+3}+\sqrt{x^2+2}}{x+1}$