

## Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turma G-K

### FUNÇÃO EXPONENCIAL

1. Seja  $f$ , a função real de variável real, definida por  $f(x) = \frac{1}{e^{x^2-2}} - e$ .

1.1. Na figura 1 estão representados, parte do gráfico da função  $f$ , a sua assíntota horizontal e o triângulo  $[ABC]$ .

Sabe-se que:

- os pontos  $A$  e  $B$  são os pontos de interseção do gráfico da função  $f$  com o eixo  $Ox$ ;
- o ponto  $C$  é o ponto de interseção do gráfico da função  $f$  com o eixo  $Oy$ ;

Mostra que o valor exato da área do triângulo  $[ABO]$  é  $(e^2 - e)u.a.$

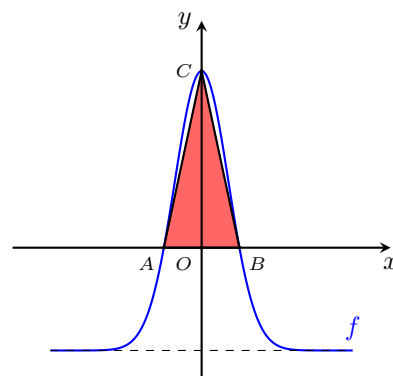


Figura 1

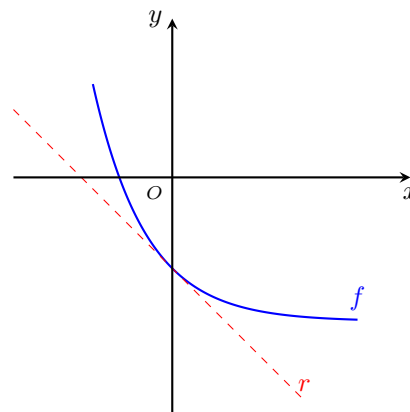
1.2. Mostra, analiticamente, que a função  $f$  é estritamente crescente em  $\mathbb{R}^-$  e é estritamente decrescente em  $\mathbb{R}^+$ .

1.3. Estuda a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades e pontos de inflexão do seu gráfico.

2. Sejam  $a \in \mathbb{R}$  e  $g$ , a função real de variável real, definida por  $g(x) = \begin{cases} \frac{e - ex}{1 - e^{x-1}} & \text{se } x < 1 \\ e^{\ln a} & \text{se } x = 1 \\ \frac{ex^2 - e}{2x - 2} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

Para um certo valor de  $a$  a função  $g$  é contínua em  $x = 1$ . Determina-o.

3. Na figura 2 está representado, num referencial *o.n.*  $xOy$ , parte do gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = e^{ax} + ea$ , com  $a \in \mathbb{R}^-$ .



Na figura está também representada a reta  $r$ , que é tangente ao gráfico de  $f$  no ponto em que este interseja o eixo  $Oy$ .

A reta  $r$  interseja o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa  $1 - e$ .

Qual é o valor de  $a$ ?

Figura 2

## FUNÇÃO LOGARÍTMICA

4. Determina o valor exato de:

4.1.  $\log_3(81) - \log_2(32)$ .

4.2.  $\log_5(125) + 2\log(0.0001)$ .

4.3.  $\frac{\log_4\left(\frac{1}{64}\right)}{\log_2(64)}$ .

5. Considera a função  $g$ , real de variável real, definida por  $g(x) = \ln(x+1) - 1$ .

5.1. Determina o domínio da função.

5.2. Determina os zeros da função.

5.3. Caracteriza a função inversa de  $g$ .

6. Resolve, em  $\mathbb{R}$ , as equações seguintes:

6.1.  $\log_2(4-x) - 4 = 0$

6.2.  $x^2 \log(x-2) = \log(x-2)$

6.3.  $\ln^2(x+1) - \ln(x+1) = 2$

6.4.  $\log_2(4x-x^2) = 2 + \log_2(x+1)$

7. Determina os valores de  $x$  que satisfazem cada uma das condições seguintes:

7.1.  $1 + \log_4(2x+1) > 0$

7.2.  $2\log(x) \leq \log(10x+20) - 1$

7.3.  $\log_2(1-|x-1|) \geq 1$

7.4.  $\log_2(3x+1) - \log_2(x) \geq 1 + \log_2(x+2)$

8. Determina o domínio da função  $f$ , definida por:

8.1.  $f(x) = \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{1-\ln(x+1)}$

8.2.  $f(x) = \sqrt{\log_3(x^2-2x)-1}$

9. Considera as funções  $f$  e  $g$ , reais de variável real, definidas por  $f(x) = \ln(x+2)$  e  $g(x) = -\ln\left(\frac{x}{3}\right)$ , respetivamente. Na figura estão representados partes dos gráficos das duas funções e um trapézio  $[ABCD]$ .

Sabe-se que:

- o ponto  $A$  é o ponto de interseção dos dois gráficos;
- o ponto  $B$  é o ponto do eixo  $Oy$  com a mesma ordenada do ponto  $A$ ;
- o ponto  $C$  é o ponto de interseção do gráfico da função  $f$  com o eixo  $Ox$ .
- o ponto  $D$  é o ponto de interseção do gráfico da função  $g$  com o eixo  $Ox$ .

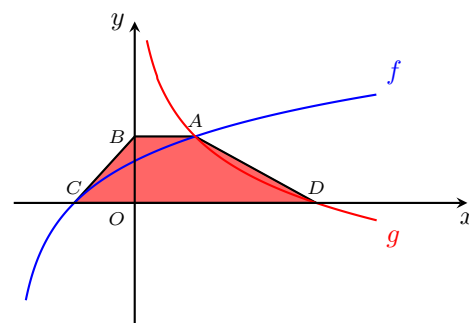


Figura 3

Determina a área do trapézio  $[ABCD]$  representado no referencial.