Pág. 5

1. $1^{300} = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times ... \times 1 = 1$

$60^0 = 1$

2^{10} e 3^{10} são superiores a um, logo, serão as maiores potências.

Como 2^{10} e 3^{10} têm expoentes iguais, então, a potência que terá maior valor, será aquela cuja base é superior, neste caso 3^{10}.

Opção correta: (D)

2.1. Na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes.

$7^5 \times 7^3 = 7^{\mathbf{8}}$

2.2. Na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$4^2 \times 5^2 = \mathbf{20}^2$

2.3. Na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

$30^8 : 5^8 = \mathbf{6}^8$

2.4. Na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$10^{10} : 10^6 = \mathbf{10}^4$

2.5. Na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes.

$2^3 \times 2^3 = \mathbf{2}^6$

2.6. Na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes.

$12^{\mathbf{8}} \times 12^{15} = 12^{23}$

2.7. Na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

$100^3 : 10^{\mathbf{3}} = 10^3$

2.8. Na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes.

$7^{\mathbf{2}} \times 7^8 \times 7 = 7^{11}$

2.9. Na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

Assim, $5^{12} : 5^4 = 5^8$.

Na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$5^{12} : 5^4 \times 3^{\mathbf{8}} = 5^8 \times 3^8 = 15^8$

3.1. Na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes.

$6^5 \times 6^7 = 6^{5+7} = \mathbf{6^{12}}$

3.2. Na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

$18^{10} : 3^{10} = (18 : 3)^{10} = \mathbf{6^{10}}$

3.3. Na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$2^8 \times 4^8 = (2 \times 4)^8 = \mathbf{8^8}$

3.4. Na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$12^{27} : 12^{26} = 12^{27-26} = 12^1 = \mathbf{12}$

3.5. Na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases. Na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$$4^7 \times 6^7 : 24^3 = (4 \times 6)^7 : 24^3 = 24^7 : 24^3 = 24^{7-3} = \mathbf{24^4}$$

3.6. Na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes. Na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

$$15^8 \times 15^{17} : 3^{25} = 15^{8+17} : 3^{25} = 15^{25} : 3^{25} = (15 : 3)^{25} = \mathbf{5^{25}}$$

3.7. Na multiplicação de potências:

– quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases;

- quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes.

$$3^7 \times 4^7 \times 12^5 = (3 \times 4)^7 \times 12^5 = 12^7 \times 12^5 = 12^{7+5} = \mathbf{12^{12}}$$

3.8. Na divisão de potências:

– quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases;

– quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$$20^{16} : 5^{16} : 4^{10} = (20 : 5)^{16} : 4^{10} = 4^{16} : 4^{10} = 4^{16-10} = \mathbf{4^6}$$

3.9. Na divisão de potências quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

Na multiplicação de potências iguais, só se pode aplicar uma e uma só das seguintes regras:

– quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes;

ou

– quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$$18^8 : 6^8 \times 3^8 = (18 : 6)^8 \times 3^8 = 3^8 \times 3^8 = 3^{8+8} = \mathbf{3^{16}}$$

ou

$$18^8 : 6^8 \times 3^8 = (18 : 6)^8 \times 3^8 = 3^8 \times 3^8 = (3 \times 3)^8 = 9^8$$

4.

(A) A igualdade é **falsa**, pois $3^2 + 3^2 + 3^2 = 9 + 9 + 9 = 27$, mas $9^2 = 81$.

(B) A igualdade é **falsa**, uma vez que na multiplicação de potências iguais, só se pode aplicar uma e uma só das seguintes regras:

– quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes;

ou

– quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$3^2 \times 3^2 = 3^{2+2} = 3^4$ ou $3^2 \times 3^2 = (3 \times 3)^2 = 9^2$

(C) A igualdade é **verdadeira**, visto ter-se aplicado as regras:

– na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases;

– na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

$$3^2 \times 3^2 : 3^2 = 9^2 : 3^2 = (9 : 3)^2 = 3^2$$

(D) A igualdade é **falsa**, uma vez que na multiplicação de potências iguais, só se pode aplicar uma e uma só das seguintes regras:

– quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes;

ou

– quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

Assim sendo:

$3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{2+2+2} = 3^6$

ou

$3^2 \times 3^2 \times 3^2 = (3 \times 3 \times 3)^2 = 27^2$

Opção correta: (C)

5.1. O expoente indica o número de vezes que se repete a base. A afirmação é **verdadeira**.

5.2. No cálculo de uma potência, multiplica-se a base por si própria o número de vezes que o expoente indicar, então a afirmação é **falsa**.

5.3. Na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes. A afirmação é **falsa**.

5.4. Na divisão de potências quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases. Daí que a afirmação é **falsa**.

5.5. Na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes. A afirmação é **verdadeira**.

5.6. Na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases. Então, a afirmação é **falsa**.

Pág. 6

6.1. Na multiplicação de potências:

– quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes;

– quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$$2^5 \times 2^3 \times 4^8 = 2^{5+3} \times 4^8 = 2^8 \times 4^8 = (2 \times 4)^8 = 8^8$$

Opção correta: (A)

6.2. Aplicam-se sucessivamente as seguintes regras:

– na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases;

– na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes;

– na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$6^4 : 2^4 \times 3^5 : \_\_ = 3^7$

$(6 : 2)^4 \times 3^5 : \_\_ = 3^7$

$3^4 \times 3^5 : \_\_ = 3^7$

$3^{4+5} : \_\_ = 3^7$

$3^9 : \_\_ = 3^7$

Trata-se, pois, de uma potência de base 3 e cujo expoente é tal que a diferença entre 9 e o expoente da segunda potência é 7, ou seja, 3^2, uma vez que:

$3^9 : 3^2 = 3^{9-2} = 3^7$

Opção correta: (C)

6.3. Uma vez que o expoente do resultado é igual ao expoente das potências dadas, será necessário manter expoentes iguais e aplicar sucessivamente as seguintes regras:

– na divisão de potências quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases;

– na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$$8^3 : 4^3 \times 3^3 = (8 : 4)^3 \times 3^3 = 2^3 \times 3^3 = (2 \times 3)^3 = 6^3$$

Opção correta: (D)

6.4. Na divisão de potências:

– quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases;

– quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$10^6 : 2^6 : 5^4 : \_\_ = 1$

$(10 : 2)^6 : 5^4 : \_\_ = 1$

$5^6 : 5^4 : \_\_ = 1$

$5^{6-4} : \_\_ = 1$

$5^2 : \_\_ = 1$

Para que o resultado seja 1 as potências têm de ser iguais, logo a potência em falta é 5^2.

Opção correta: (C)

7. Na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

$10^5 : 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$

Na multiplicação de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e multiplicam-se as bases.

$10^3 \times 4^3 = (10 \times 4)^3 = 40^3$

Como no resultado o expoente é 3 é necessário aplicar a seguinte regra: na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases. Assim, é necessário dividir 40^3 pela potência de expoente 3 cuja base é tal que que o quociente de 40 por essa base é 5, ou seja, 8, obtendo-se:

$40^3 : 8^3 = 5^3$

Dado a base manter-se 5, é necessário multiplicar por uma potência de base 5, utilizando-se a seguinte regra: na multiplicação de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e somam-se os expoentes. Como o primeiro expoente é 3 e o expoente final é 10, o expoente da seguinte potência terá de ser 7, vindo:

$5^3 \times 5^7 = 5^{10}$.

O esquema completo é:

$$10^5 \xrightarrow{:10^2} 10^3 \xrightarrow{\times 4^3} 40^3 \xrightarrow{:8^3} 5^3 \xrightarrow{\times 5^7} 5^{10}$$

8.

Linguagem simbólica	Linguagem natural	Cálculo
$6^2 \times 6^3$	O produto de seis ao quadrado por seis ao cubo.	$6^{2+3} = 6^5$
$2^4 + 3^1$	A soma de dois elevado a quatro com três elevado a um.	$2 \times 2 \times 2 \times 2 + 3$ $= 16 + 3 = 19$
$4^3 - 1^{10}$	A diferença entre quatro ao cubo e um elevado a 10.	$4 \times 4 \times 4 - 1$ $= 64 - 1$ $= 63$
$10^5 : 2^5$	O quociente de dez elevado a cinco por dois elevado a cinco.	5^5
$2 \times (8^4 : 8^2)$	O dobro do quociente de oito elevado a quatro por oito ao quadrado.	2×8^2 $= 2 \times 8 \times 8$ $= 2 \times 64$ $= 128$

Pág. 7

9.1. Aplicando as regras da divisão de potências:

Na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

Comprimento do retângulo → $16^1 : 2^1 = 8^1 = 8\ \text{cm}$

Na divisão de potências, quando as bases são iguais, mantêm-se as bases e subtraem-se os expoentes.

Largura do retângulo → $3^2 : 3 : 2 = 3^1 : 2 = 3 : 2 = 1{,}5\ \text{cm}$

Na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

A altura do triângulo é obtida calculando a diferença entre a altura total da figura e a largura do retângulo:

$21^2 : 3^2 : 7 + 0{,}5 - 1{,}5 =$

$= 7^2 : 7 + 0{,}5 - 1{,}5 =$

$= 7 + 0{,}5 - 1{,}5 = 6\ \text{cm}$

9.2. Para calcular o perímetro da figura é necessário conhecer a medida do comprimento de dois lados do triângulo, e o comprimento e a largura do retângulo.

O triângulo é isósceles, então calcula-se a medida do comprimento dos dois lados iguais, aplicando a regra: na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases.

$$14^2 : 2^2 : 7 + 0{,}2 = 7^2 : 7 + 0{,}2 = 7 + 0{,}2 = 7{,}2\ \text{cm}$$

Comprimento do retângulo: $8\ \text{cm}$

Largura do retângulo: $1{,}5\ \text{cm}$

Perímetro da figura$= 7{,}2 + 7{,}2 + 8 + 1{,}5 + 1{,}5 = 25{,}4\ \text{cm}$

9.3. Área da figura = área do triângulo + área do retângulo

Nota que a base do triângulo corresponde ao comprimento do retângulo.

Área do triângulo = $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = \frac{48}{2} = 24\ \text{cm}^2$

Área do retângulo = comprimento × largura

$= 8 \times 1{,}5 = 12\ \text{cm}^2$

Área da figura $= 24 + 12 = 36\ \text{cm}^2$

10.1.

Repara que $100 = 10^2$, logo y é tal que $20^2 : y = 10^2$.

Como na divisão de potências, quando os expoentes são iguais, mantêm-se os expoentes e dividem-se as bases, y é uma potência de expoente 2 e tal que 20 a dividir pela sua base é 10, logo trata-se da potência 2^2.

De facto, $20^2 : 2^2 = (20 : 2)^2 = 10^2 = 100$.

Assim, $y = 2^2$.

10.2. $200\ \text{cm}^2 = 20\ 000\ \text{mm}^2$

Área do retângulo = comprimento × largura

Área = $20\ 000\ \text{mm}^2$

Comprimento: $10^2 \times z$

Largura: $100\ \text{mm}$

Assim sendo,

$10^2 \times z \times 100 = 20\ 000$

$100 \times z \times 100 = 20\ 000$

$10\ 000 \times z = 20\ 000$

Conclui-se então que $z = 2$.

Pág. 9

1. Um número primo é um número natural superior a 1 que possui apenas dois divisores, o número 1 e ele próprio. Assim sendo, os números primos da figura são:

3; 7; 11; 13; 23; 31.

2.1. Sempre que um número está escrito sob a forma de um produto de fatores primos, diz-se que está decomposto em fatores primos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

12 divide por 2 e obtém-se 6.
6 divide por 2 e obtém-se 3.
3 divide por 3 e obtém-se 1.

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

2.2.

$$\begin{array}{r|l} 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

27 divide por 3 e obtém-se 9.
9 divide por 3 e obtém-se 3.
3 divide por 3 e obtém-se 1.

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

2.3.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

45 divide por 3 e obtém-se 15.
15 divide por 3 e obtém-se 5.
5 divide por 5 e obtém-se 1.

$45 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$

3.1. O número 9 não é um número primo, sendo a decomposição do número 90 em fatores primos $2 \times 3 \times 3 \times 5$. A afirmação é **falsa**.

3.2. O número 1 só tem um divisor, por isso não é primo nem composto. A afirmação é **verdadeira**.

3.3. $66 = 2 \times 3 \times 11$ e 2, 3 e 11 são números primos. A afirmação é **verdadeira**.

3.4. 27 não é um número primo. A decomposição do número 54 num produto de fatores primos é $2 \times 3 \times 3 \times 3$. A afirmação é **falsa.**

3.5. Na decomposição de um número num produto de fatores primos, usam-se apenas os números primos. A afirmação é **falsa**.

4.1. Na figura da esquerda o 43 é o único número primo. Os restantes são compostos, uma vez que têm três ou mais divisores.

Na figura da direita o 27 é o único número que é composto. Os restantes são primos, têm apenas dois divisores, o um e o próprio número.

4.2. As decomposições em fatores primos dos números compostos da figura da esquerda são:

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$18 = 2 \times 3^2$

$$\begin{array}{r|l} 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$22 = 2 \times 11$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$9 = 3^2$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$15 = 3 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$33 = 3 \times 11$

Pág. 10

5.

(A) $36 = 2 \times 2 \times 9$, mas o número 9 não é número primo, logo não se trata de uma decomposição em fatores primos. A decomposição em fatores primos do número 36 é $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$.

(B) $30 = 5 \times 6$, contudo o número 6 não é número primo, pelo que não se trata de uma decomposição em fatores primos. A decomposição correta de 30 em fatores primos é $30 = 2 \times 3 \times 5$.

(C) Embora $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ seja uma decomposição em fatores primos, trata-se da decomposição do número 200 e não do número 100. De facto, $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$.

(D) 2 e 13 são números primos e $26 = 2 \times 13$, tratando-se efetivamente da decomposição em fatores primos do número 26.

Opção correta: (D)

6. A decomposição em fatores primos do número 350 é seguinte é $2 \times 5 \times 5 \times 7$.

As opções A e B não estão decompostas em fatores primos, pois os números 175 e 35 não são números primos.

A opção D contém apenas números primos, no entanto trata-se da decomposição do número 210 e não do 350.

Opção correta: (C)

7.1.

$$\begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

7.2.

$$\begin{array}{r|l} 225 & 3 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$225 = 3^2 \times 5^2$$

7.3.

$$\begin{array}{r|l} 650 & 2 \\ 325 & 5 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$650 = 2 \times 5^2 \times 13$$

8.

Nenhuma das meninas tem razão. Na decomposição da Helena, consta o número 25 que é um número composto e na decomposição da Lara não constam só números primos, uma vez que o 35 é um número composto. A decomposição correta do número 700 em fatores primos é $2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7$ ou $2^2 \times 5^2 \times 7$.

Pág. 11

9.1. $Y = 2 \times 3^2 \times 5$. Como $3^2 = 9$, o número é divisível por 9.

9.2. Se ao número $2 \times 3^2 \times 5$ se aplicar a propriedade comutativa, obtém-se $2 \times 5 \times 3^2 = 10 \times 3^2$. Dividindo-o por 10 obtém-se 3^2, isto é 9.

9.3. Os divisores de *Y* são todos os números pelos quais é possível obter uma divisão exata. São eles:

1 (qualquer número divide por um);

2 (é um dos fatores primos do número *Y*);

3 (é um dos fatores primos do número *Y*);

5 (é um dos fatores primos do número *Y*);

6 (resulta do produto de 2 por 3);

9 (resulta do produto 3^2);

10 (resulta do produto de 2 por 5);

15 (resulta do produto de 3 por 5);

18 (resulta do produto de 2 por 3^2);

30 (resulta do produto de 2 por 3 por 5);

45 (resulta do produto de 5 por 3^2);

90 (resulta do produto de 2 por 3^2 por 5).

9.4. Os divisores de *Z* são todos os números pelo qual *Z* divide, obtendo-se resto zero, ou seja, é possível obter uma divisão exata.

Para obter divisores de *Z* basta multiplicar fatores da sua decomposição em fatores primos, como por exemplo:

1 (qualquer número divide por um);

2 (é um dos fatores primos do número *Z*);

3 (é um dos fatores primos do número *Z*);

5 (é um dos fatores primos do número *Z*);

6 (resulta do produto de 2 por 3);

25 (resulta do produto de 5^2);

30 (resulta do produto de 2 por 3 e por 5);

51 (resulta do produto de 3 por 17);

90 (resulta do produto de 2 por 3^2 por 5);

425 (resulta do produto de 5^2por 17);

1700 (resulta do produto de 2^2 por 5^2 e por 17);

5100 (resulta do produto de todos os fatores primos de *Z*).

9.5.

(A) Como $9 = 3^2$ e 3^2 não faz parte da decomposição em fatores primos de *Z*, 9 não é divisor de *Z*, pelo que na lista não constam apenas divisores de *Z*.

(B) A lista não contempla apenas divisores de *Z* pois 7 não faz parte da decomposição em fatores primos de *Z*, logo não é divisor de *Z*.

(C) Todos os números são divisores de *Z* pois $25 = 5^2$, $34 = 2 \times 17$, $75 = 3 \times 5^2$ e $100 = 2^2 \times 5^2$.

(D) O número 24 não é divisor de *Z* pois $24 = 2^3 \times 3$, mas na decomposição em fatores primos de *Z* não se encontra o 2^3.

Opção correta: (C)

10.1. O número não está decomposto em fatores primos, uma vez que o número 9 não é um número primo, mas sim composto, ou seja, tem três ou mais divisores.

10.2. $2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11$ ou $2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

10.3. $A = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$, ora como $2 \times 7 = 14$, o número é divisível por 14.

10.4. Sabendo que $9 = 3^2$ e que $3 \times 11 = 33$, então dividindo $2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11$ por 33, obtém-se $2 \times 3 \times 7$, ou seja, 42.

Pág. 13

1.1.

$D_6 = \{ 1 , 2, 3, 6\}$

$D_9 = \{ 1, 3, 9\}$

O maior dos divisores comuns é o 3.

1.2.

$D_4 = \{ 1 , 2, 4\}$

$D_{12} = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

O maior dos divisores comuns é o 4.

1.3.

$D_{10} = \{ 1 , 2, 5, 10\}$

$D_{15} = \{ 1, 3, 5, 15\}$

O maior dos divisores comuns é o 5.

1.4.

$M_3 = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, \dots\}$

$M_7 = \{0, 7, 14, 21, 28, \dots\}$

O menor dos múltiplos comuns é o 21.

1.5.

$M_8 = \{0, 8, 16, 24, \dots\}$

$M_{24} = \{0, 24, \dots\}$

O menor dos múltiplos comuns é o 24.

1.6.

$M_5 = \{0,5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,\ldots\}$

$M_9 = \{0,9,18,27,36,45,\ldots\}$

O menor dos múltiplos comuns é o 45.

2.1

12	2
6	2
3	3
1	

18	2
9	3
3	3
1	

$12 = 2^2 \times 3$ $\qquad$ $18 = 2 \times 3^2$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(12,18) = 2 \times 3 = 6$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(12,18) = 2^2 \times 3^2 = 36$

2.2.

140	2
70	2
35	5
7	7
1	

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$ $\qquad$ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$

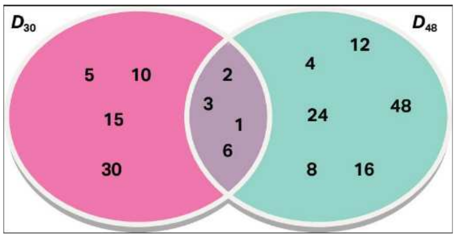
O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$$\text{m.d.c.}\,(140, 150) = 2 \times 5 = 10$$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(140,150) = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 = 2100$

3.1.



3.2. Entre os divisores 1, 2, 3 e 6, o maior é 6. Chama-se máximo divisor comum.

4.

8	2
4	2
2	2
1	

10	2
5	5
1	

12	2
6	2
3	3
1	

$8 = 2^3$ $\qquad$ $10 = 2 \times 5$ $\qquad$ $12 = 2^2 \times 3$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(8,10,12) = 2$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(8,10,12) = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$

Opção correta: (D)

Pág. 14

5. Por exemplo: 10 e 25.

10	2
5	5
1	

25	5
5	5
1	

$10 = 2 \times 5$ $\qquad$ $25 = 5^2$

$\text{m.m.c.}\,(10,25) = 2 \times 5^2$

6.1. O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(A,B) = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

6.2. O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(A,B) = 2 \times 3 \times 5^2 = 6 \times 25 = 150$

6.3. O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(A,C) = 2 \times 3 = 6$

6.4. O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(B,C) = 2$

6.5. O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(A,B,C) = 2$

6.6. O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(A,B,C) = 2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 2 \times 9 \times 25 \times 7 = 3150$

7. Recorre-se ao m.d.c. para calcular o número máximo de grupos que é possível constituir.

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ $100 = 2^2 \times 5^2$

$\text{m.d.c.}\,(90,100) = 2 \times 5 = 10$

Poder-se-ão fazer 10 grupos.

8. É necessário calcular o m.m.c. entre 4 e 5.

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

4	2
2	2
1	

5	5
1	

$4 = 2^2$ $5 = 5$

$\text{m.m.c.}\,(4,5) = 2^2 \times 5 = 4 \times 5 = 20$

Voltarão a tomar banho, em simultâneo, daqui a 20 semanas.

Pág. 15

9.1. Para responder ao problema é necessário calcular o m.d.c. entre 120, 150 e 100.

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

150	2
75	3
25	5
5	5
1	

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ $100 = 2^2 \times 5^2$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(120,150,100) = 2 \times 5 = 10$

Conseguiram fazer 10 caixas.

9.2. $120 : 10 = 12$

$150 : 10 = 15$

$100 : 10 = 10$

Cada caixinha terá12 framboesas,15 morangos e 10 mirtilos.

10.1. É necessário recorrer ao cálculo do m.m.c. entre o 4, 3 e 2.

4	2
2	2
1	

3	3
1	

2	2
1	

$4 = 2^2$ $\quad$ $3 = 3$ $\quad$ $2 = 2$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(4,3,2) = 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$

Acendem-se, em simultâneo, de 12 em 12 segundos.

10.2. Somando 12 segundos a 20 h 35 min 55 s, obtém-se 20 h 36 min 07 s.

11.1. Recorre-se ao cálculo do m.d.c. para determinar a medida de cada quadrado.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \quad 84 = 2^2 \times 3 \times 7$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$m.d.c.\,(60,84) = 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$

A medida do lado de cada convite é 12 cm.

11.2.

O número de convites que terá cada coluna é 5.

$60 : 12 = 5$

O número de convites que terá cada linha é 7.

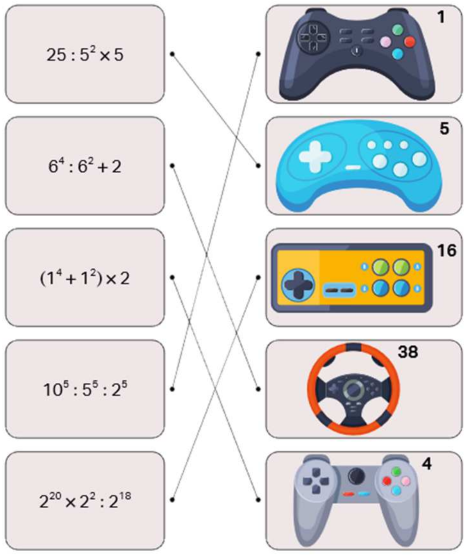
$84 : 12 = 7$

Ora, multiplicando o número de convites de cada linha pelo número em cada coluna, obtém-se 35.

A Sofia conseguirá fazer 35 convites.

Pág. 16

1.



$25 : 5^2 \times 5 = 25 : 25 \times 5 = 1 \times 5 = 5$

$6^4 : 6^2 + 2 = 6^2 + 2 = 36 + 2 = 38$

$(1^4 + 1^2) \times 2 = (1 + 1) \times 2 = 2 \times 2 = 4$

$10^5 : 5^5 : 2^5 = 2^5 : 2^5 = 1^5 = 1$

$2^{20} \times 2^2 : 2^{18} = 2^{22} : 2^{18} = 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

2.1.

$2^2 \times 5^3 = 4 \times 125 = 500$

$100^2 : 20 = 10\,000 : 20 = 500$

$20 \times 5^2 = 20 \times 25 = 500$

2.2. Uma vez que as medidas dos comprimentos dos lados do triângulo são iguais, o triângulo é equilátero.

2.3. Lado do quadrado: $2^3 \times 5^2 = 8 \times 25 = 200\ cm$

$200\ cm = 2\ m$

Área do quadrado = lado x lado

Área do quadrado = 2×2

Área do quadrado = 4

A área do quadrado é $4\ m^2$.

Opção correta: (B)

Pág. 17

3. Aplicando as regras das potências:

3.1.

$12^2 : 3^2 + 5^4 \times 2^4 = 4^2 + 10^4 = 16 + 10\,000 = 10\,016$

3.2.

$4^2 \times 2^2 + 6^3 : 6^2 = 8^2 + 6^1 = 64 + 6 = 70$

3.3.

$3^{10} : 3^8 \times 3^2 : 1^3 = 3^2 \times 3^2 : 1^3 = 9^2 : 1^3 = 81 : 1 = 81$

3.4.

$10 + 5^5 : 5^3 - 2^4 = 10 + 5^2 - 2^4 = 10 + 25 - 16 = 19$

4. O que está a ser perguntado à Filipa, em linguagem matemática é o seguinte, sendo A o número que se pretende descobrir:

$$A^{13} : A^{10} = 27$$

Mas, na divisão de potências com a mesma base, mantém-se a base s subtraem-se os expoentes, logo:

$A^{13} : A^{10} = A^{13-10} = A^3$.

Como $27 = 3^3$ tem-se que:

$A^3 = 3^3$, logo $A = 3$.

5.

1.º algarismo: a soma de três com cinco elevado a um:

$3 + 5^1 = 3 + 5 = 8$

2.º algarismo: metade de dois ao quadrado:

$2^2 : 2 = 2^1 = 2$

3.º algarismo: a diferença entre quatro ao cubo e sessenta:

$4^3 - 60 = 4 \times 4 \times 4 - 60 = 64 - 60 = 4$

4.º algarismo: a terça parte de três ao cubo:

$3^3 : 3 = 3^2 = 3 \times 3 = 9$

Então, o *pin* do telemóvel é 8249.

6.1.

200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$200 = 2^3 \times 5^2$

6.2.

550	2
275	5
55	5
11	11
1	

$550 = 2 \times 5^2 \times 11$

6.3.

320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$320 = 2^6 \times 5$

Pág. 18

7. Para facilitar a resolução das alíneas deste exercício, começa-se por decompor os valores das kcal em fatores primos:

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$64 = 2^6$

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$

52	2		140	2
26	2		70	2
13	13		35	5
1			7	7
			1	

$52 = 2^2 \times 13$ $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

7.1. Atendendo às decomposições anteriores, o alimento cujo valor energético admite o número 7 na sua decomposição em fatores primos é o refrigerante.

7.2. Observando as decomposições dos números, o valor de energia que só admite os números 2 e 13 na sua decomposição em fatores primos é o 52 kcal.

7.3. O único valor energético que divide por 24 é o 120 kcal, uma vez que:

$120 = 2^3 \times 3 \times 5 = 8 \times 3 \times 5 = 24 \times 5$

Ora, é divisível por 24.

8.1.

$A = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 17$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17$

$= \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5} \times 2 \times 5 \times 17$

$= \mathbf{30} \times 2 \times 5 \times 17$

O número *A* é divisível por 30.

$B = 2^2 \times 9 \times 5^2 \times 10$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 2 \times 5$

$= \mathbf{2} \times \mathbf{3} \times \mathbf{5} \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$

$= \mathbf{30} \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$

Então, o número *B* também é divisível por 30.

8.2. É o número *B*, uma vez que os números 9 e 10 são números compostos e não primos.

$B = 2^2 \times 9 \times 5^2 \times 10$

$= 2^2 \times 3 \times 3 \times 5^2 \times 2 \times 5$

$= 2^3 \times 3^2 \times 5^3$

8.3. $A = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 17$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17$

$= \mathbf{2} \times \mathbf{2} \times \mathbf{5} \times 3 \times 5 \times 17$

$= \mathbf{20} \times 3 \times 5 \times 17$

Dividindo o número anterior por 20, obtém-se $3 \times 5 \times 17 = 255$.

8.4. É divisível por 34, uma vez o produto dos números 2 e 17 é 34.

9.1.

$D_3 = \{1, 3\}$ $D_7 = \{1, 7\}$

O maior dos divisores comuns de 3 e 7 é o 1.

9.2.

$D_{15} = \{1, 2, 3, 5, 15\}$ $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

O maior dos divisores comuns de 15 e 12 é o 3.

9.3.

$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$ $D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$

O maior dos divisores comuns de 30 e 6 é o 6.

9.4.

$M_5 = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60 \ ...\}$

$M_{11} = \{0, 11, 22, 33, 44, 55, ...\}$

O menor dos múltiplos comuns de 5 e 11 é o 55.

9.5.

$M_8 = \{0, 8, 16, 24, 30, 36, ...\}$

$M_6 = \{0, 6, 12, 18, 24, ...\}$

O menor dos múltiplos comuns de 8 e 6 é o 24.

9.6.

$M_{15} = \{0, 15, 30, 45, 60, 75 \ldots\}$

$M_{20} = \{0, 20, 40, 60, \ldots\}$

O menor dos múltiplos comuns de 15 e 20 é o 60.

10.1.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$30 = 2 \times 3 \times 5$ $\quad 20 = 2^2 \times 5$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}(30, 20) = 2 \times 5 = 10$

10.2.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$45 = 3^2 \times 5$ $\quad 15 = 3 \times 5$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}(45, 15) = 3 \times 5 = 15$

10.3.

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$125 = 5^3$ $\quad 35 = 5 \times 7$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}(125, 35) = 5$

10.4.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$40 = 2^3 \times 5$ $\quad 25 = 5^2$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}(40, 25) = 2^3 \times 5^2 = 8 \times 25 = 200$

10.5.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 2^2 \times 3$ $\quad 50 = 2 \times 5^2$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}(12, 50) = 2^2 \times 3 \times 5^2 = 4 \times 3 \times 25 = 300$

10.6.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ $\quad 16 = 2^4$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(48, 16) = 2^4 \times 3 = 48$

Pág. 19

11. Começa-se por calcular o m.m.c. de 4 e 3.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$4 = 2^2$ $\qquad$ $3 = 3$

O mínimo múltiplo comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns e não comuns, de maior expoente.

$\text{m.m.c.}\,(4, 3) = 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$

Voltarão a doar sangue passado 12 meses, ou seja, em agosto do ano seguinte.

12.1.

$$\begin{array}{r|l} 168 & 2 \\ 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$ $\qquad$ $96 = 2^5 \times 3$

O máximo divisor comum de dois ou mais números é igual ao produto de todos os fatores primos comuns, de menor expoente.

$\text{m.d.c.}\,(168, 96) = 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$

Conseguiu fazer 24 saquinhos.

12.2.

Bolachas de gengibre: $168 : 24 = 7$

Bolachas de canela: $96 : 24 = 4$

Cada saquinho terá 7 bolachas de gengibre e 4 bolachas de canela.

13.1.

$M_5 = \{0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, \ldots\}$

$M_4 = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96, 100, \ldots\}$

Os dois origamis pararam em pontos à mesma distância do ponto de partida cinco vezes, nas posições 20 cm, 40 cm, 60 cm, 80 cm e 100 cm.

13.2. A distância das posições em relação ao ponto de partida, em metros, são: 0,2 m; 0,4 m; 0,6 m; 0,8 m; 1 m

14. Procura-se o múltiplo comum de 3, 5 e 9, que existe entre 30 e 50.

$M_3 = \{\ldots, 33, 36, 39, 42, 45, 48, \ldots\}$

$M_5 = \{\ldots, 35, 40, 45, \ldots\}$

$M_9 = \{\ldots, 35, 40, 45, \ldots\}$

Esse múltiplo é o 45.

A Gabriela tem 45 vernizes.