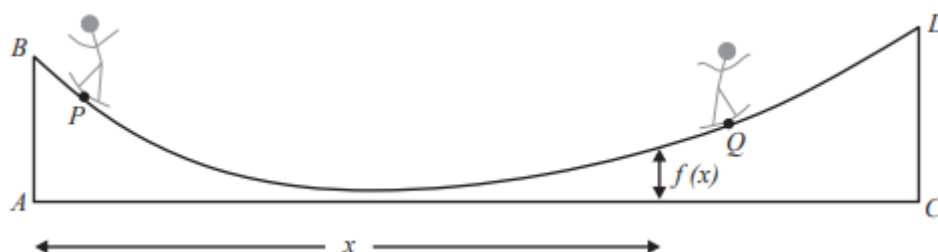


Funções (10.º ano)  
**Funções polinomiais de graus 3 e 4**  
 Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



1. Um município construiu, num dos seus parques, uma rampa de skate entre duas paredes verticais distanciadas 21 metros uma da outra.

Na figura seguinte, estão representados um corte longitudinal da rampa e dois jovens, cada um no seu skate.



Nesta figura, o arco  $BD$  representa a rampa, os segmentos de reta  $[AB]$  e  $[CD]$  representam as paredes e o segmento de reta  $[AC]$  representa o solo. Os pontos  $P$  e  $Q$  representam as posições dos dois jovens na rampa.

Admita que a distância ao solo, em metros, de um ponto da rampa situado  $x$  metros à direita da parede representada na figura por  $[AB]$  é dada por

$$f(x) = 0,0001x^4 - 0,005x^3 + 0,11x^2 - x + 3,4, \quad 0 \leq x \leq 21$$

- 1.1. Qual é, em metros, com arredondamento às décimas, o valor absoluto da diferença entre as alturas das duas paredes da rampa de skate?

(A) 0,8      (B) 0,7      (C) 0,5      (D) 0,4

- 1.2. Num certo instante, os dois jovens estão à mesma distância do solo, um mais próximo da parede representada por  $[AB]$  e o outro mais próximo da parede representada por  $[CD]$ . O jovem que se encontra mais próximo da parede representada por  $[AB]$  está a um metro desta parede.

Seja  $d$  a distância a que se encontra da parede representada por  $[CD]$  o jovem que dela está mais próximo.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de  $d$ , sabendo-se que esse valor existe e é único.

Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas;
- apresente o valor de  $d$  em metros, arredondado às décimas.

Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame – 2020, Ép. especial

2. Considere a função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $g(x) = x^4 + 2x^3 - 1$

O gráfico da função  $g$ , num referencial o.n.  $xOy$ , intersecta a reta de equação  $y = 3$  em dois pontos.

Sejam  $A$  e  $B$  esses dois pontos, sendo o ponto  $A$  o que tem menor abcissa.

Determine a área do triângulo  $[AOB]$ , recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

Apresente o resultado arredondado às décimas.

Na sua resposta deve:

- reproduzir, num referencial, a parte do gráfico da função  $g$  que visualizou na sua calculadora;
- representar, no mesmo referencial, o triângulo  $[AOB]$
- indicar as abcissas dos pontos  $A$  e  $B$ , arredondadas às centésimas;
- apresentar a área do triângulo  $[AOB]$ , com o arredondamento pedido.

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2011

3. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$

3.1. O gráfico da função  $f$  intersecta o eixo das abcissas em quatro pontos.

Designemos esses quatro pontos por  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , sendo  $A$  o que tem menor abcissa e sendo  $D$  o que tem maior abcissa.

O ponto  $A$  tem abcissa  $-3$  e o ponto  $C$  tem abcissa  $1$

Seja  $E$  o ponto de interseção do gráfico da função  $f$  com o eixo das ordenadas.

Determine a área do triângulo  $[BED]$ , **sem recorrer à calculadora.**

3.2. O contradomínio de  $f$  é um intervalo da forma  $[a, +\infty[$

Determine o valor de  $a$ , arredondado às décimas, **recorrendo às capacidades gráficas da calculadora.**

Obtenha o gráfico de  $f$  numa janela que lhe permita visualizar o ponto relevante para a resolução do problema. Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico visualizado e assinala, nesse gráfico, o ponto relevante para a resolução do problema.

Teste Intermédio 10.º ano – 05.05.2010



4. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

4.1. **Sem recorrer à calculadora**, resolva a inequação  $f(x) \leq 0$ , sabendo que um dos zeros de  $f$  é 4. Apresente o conjunto solução utilizando a notação de intervalos de números reais.

4.2. Sejam  $A$  e  $B$  os pontos do gráfico de  $f$  cujas abcissas são  $-3$  e  $0$ , respectivamente.

A reta  $AB$  interseca o gráfico de  $f$  em mais um ponto. Designemos esse ponto por  $C$ .

Determine as coordenadas do ponto  $C$ , percorrendo as etapas indicadas a seguir:

- determine a equação reduzida da reta  $AB$
- **recorrendo às capacidades gráficas da calculadora**, visualize o gráfico de  $f$  e a reta  $AB$ , escolhendo uma janela que lhe permita visualizar também o ponto  $C$
- reproduza, na sua folha de prova, o que visualiza na calculadora, assinalando também os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$
- recorrendo à ferramenta adequada da calculadora, determine as coordenadas do ponto  $C$  e indique-as no gráfico que desenhou (as coordenadas do ponto  $C$  são números inteiros).

Teste Intermédio 10.º ano – 06.05.2009



5. Seja a função de domínio  $\mathbb{R}$  definida por  $f(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 14x$ .  
Sabe-se que o gráfico de  $f$  intersecta o eixo  $Ox$  em apenas dois pontos. Um deles tem abcissa  $-2$ .
- 5.1. Decomponha o polinómio  $x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 14x$  num produto de três polinómios, sendo dois do primeiro grau e um do segundo grau.
- 5.2. O contradomínio de  $f$  é um intervalo da forma  $[a, +\infty[$ .  
**Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora**, determine o valor de  $a$  arredondado às décimas.

Reproduza, na sua folha de prova, o gráfico de  $f$  visualizado na calculadora, depois de ter escolhido uma janela que lhe permita visualizar o ponto relevante para a resolução do problema proposto. Assinale esse ponto no seu gráfico.

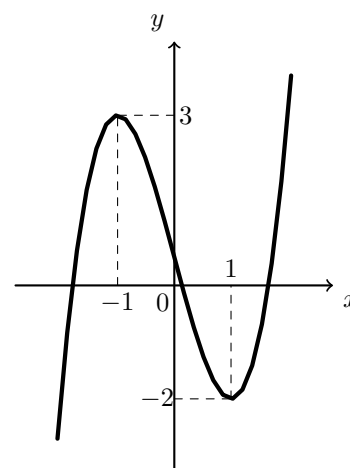
Teste Intermédio 10.º ano – 28.05.2008

6. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função  $g$ , polinomial do terceiro grau.

A função  $g$  admite um máximo relativo igual a 3 para  $x = -1$  e admite mínimo relativo igual a  $-2$  para  $x = 1$ .

Qual é o conjunto dos valores de  $b$  para os quais a equação  $g(x) = b$  tem três soluções distintas?

- (A)  $]-\infty, 3[$       (B)  $]-2, +\infty[$       (C)  $[-2, 3]$       (D)  $]-2, 3[$



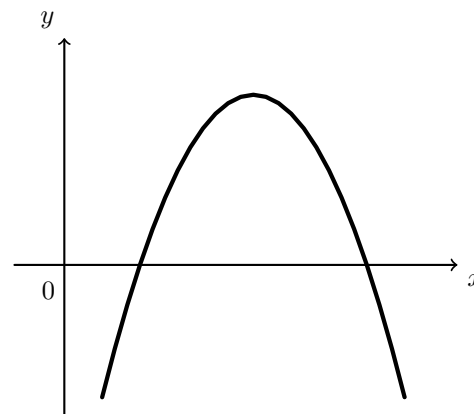
Exame – 2001, 2ª fase

7. Na figura ao lado está representada parte de uma parábola, que é o gráfico de uma certa função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ .

Seja  $h$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $h(x) = g(x) \cdot (x + 3)^2$ .

Qual pode ser o conjunto dos zeros da função  $h$ ?

- (A)  $\{2, 3, 4\}$       (B)  $\{-3, 1, 4\}$   
(C)  $\{-3, 2, 3, 5\}$       (D)  $\{-1, 5, 9\}$



Exame – 2001, Prova modelo

