

1. Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas por:

$$f(x) = -0,5(x - 3)^2 + 2 \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

1.1 Para cada uma das funções anteriores determine:

- as coordenadas do vértice da parábola representativa do gráfico;
- uma equação do eixo de simetria do gráfico;
- o contradomínio.

1.2 Faça um estudo para cada uma das funções quanto ao sinal e à monotonia.

1.3 Resolva analiticamente, em  $\mathbb{R}$ , as seguintes condições:

- $f(x) = g(x)$
- $g(x) \geq f(x) + 8$
- $g(x) > -f(x)$

2. No referencial o.n. da figura está representado parte do gráfico da função quadrática  $f$  e da função afim  $g$ .

2.1 Mostra que  $f(x) = \frac{x^2}{3} - \frac{2x}{3} - 1$ .

2.2 Determina as coordenadas do vértice da parábola que corresponde ao gráfico da função  $f$  e escreve  $f(x)$  na forma  $a(x - h)^2 + k$ .

2.3 Relativamente à função  $f$ , indica:

- o sentido da concavidade do gráfico da função;
- uma equação do eixo de simetria do gráfico da função;
- o extremo absoluto do gráfico da função;
- o domínio e o contradomínio de  $f$ ;
- o número de soluções da condição  $f(x) = -5$ .

2.4 Resolve graficamente a condição  $f(x) < 3$ .

2.5 Escreve a expressão analítica da função  $g(x)$ .

2.6 Indica os pontos de interseção do gráfico de  $f(x)$  com o gráfico de  $g(x)$ .

2.7 Mostra que  $g(x)$  é estritamente crescente.

2.8 Resolve, analiticamente, as seguintes condições:

- $f(x) > g(x)$
- $f(x) \leq 0$
- $f(x) + (x - 2)^2 > (x - 1)(x + 1)$

2.9 Indica, para cada transformação da função  $f(x)$ , o contradomínio e o eixo de simetria:

- $f(x + 1)$
- $2f(x) + 6$
- $-f(x - 3) - 3$

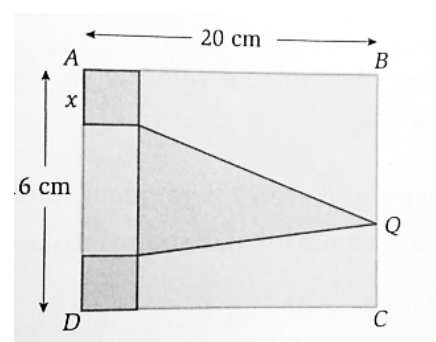
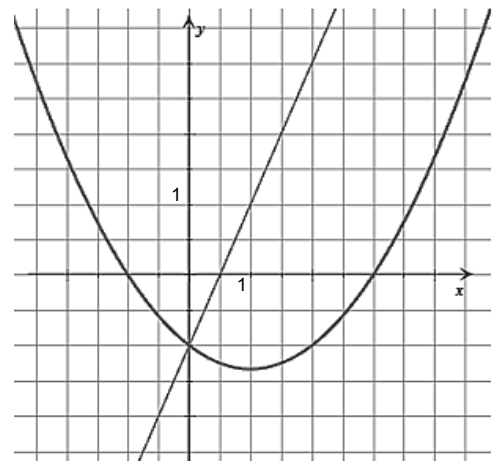
2.10 Seja  $h$  a função definida por  $h(x) = -2x^2 + x + 1$ . Determine:

- os valores de  $x$  que satisfazem a condição  $f(x) = h(x)$ .
- o contradomínio de  $h$ .
- os pontos de interseção de  $h$  com os eixos coordenados.
- os intervalos de monotonia do gráfico de  $h$ .
- uma equação do eixo de simetria do gráfico da função  $h$ .
- uma restrição do domínio da função  $h$  em que esta admita inversa.

3. Na figura está representado um retângulo [ABCD].

Este retângulo é o esboço de uma placa decorativa de 20 cm de comprimento por 16 cm de largura e que será constituída por uma parte em metal (representada a cinzento) e por uma parte em madeira (representada a cor de laranja). A parte em metal é formada por dois quadrados iguais e por um triângulo. O triângulo tem um vértice no lado [BC] dor retângulo. Seja  $x$  o lado de cada quadrado medido em centímetros.

**Sem recorrer à calculadora**, resolva os três itens seguintes:



**3.1** Mostre que a área, em  $cm^2$ , da parte em metal da placa decorativa é dada, em função de  $x$ , por:  $A(x) = 3x^2 - 28x + 160$ .

**3.2** Determine o valor de  $x$  para o qual a área da parte em metal é mínima e calcule essa área.

**3.3** Sabendo que a área da parte em metal é igual a  $100 cm^2$ , determine a área do triângulo.

**4.** O João deu um pontapé numa bola. Sejam,  $h$ , a altura, em metros, a que a bola se encontra do solo e o tempo,  $t$ , em segundos, desde que a bola foi pontapeada. A altura em função do tempo é dada por:

$$h(t) = -\frac{t^2}{12} + \frac{5t}{12} + \frac{1}{2}$$

**4.1** A que altura estava a bola quando o João lhe deu o pontapé?

**4.2** Ao fim de quanto tempo a bola atingiu o solo?

**4.3** Qual foi a altura máxima atingida pela bola? Apresente o resultado arredondado às milésimas.

**4.4** Em que instante a bola atinge uma altura de 0,25 metros? Apresente o resultado arredondado às décimas.

**5.** Defina uma função quadrática  $f$  tal que:

**5.1** – seja par;

- 1 é zero de  $f$ ;

- 2 é o máximo absoluto de  $f$ .

**5.2**  $1 + f(x - 1) = x^2$ .

**5.3** – a reta de equação  $x = 3$  é um eixo de simetria do gráfico de  $f$ ;

- a reta de equação  $y = 1$  intersesta o gráfico de  $f$  no ponto de abscissa 2;

- a função  $f$  tem um único zero.