

Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turma G-K

FUNÇÃO EXPONENCIAL / FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Saber mais um pouco ...

Na resolução dos itens não é permitido a utilização de calculadora gráfica

1. Considera a função g , definida em \mathbb{R}^+ , por $g(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$

No referencial ao lado estão representados partes dos gráficos das funções g e g'

- 1.1. Mostra que $g'(x) = -\left(\frac{1}{x}\right)^x (\ln(x) + 1)$

Nota: Recorda que $a^x = e^{\ln(a^x)}$

- 1.2. Mostra que a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa e é $y = -\frac{2}{e^e}x + \frac{1+2e}{e^e}$

- 1.3. Mostra que $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 1$

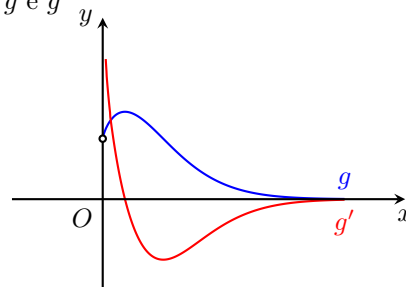


Figura 1

2. Considera a função $f(x) = \frac{x}{2}e^x + 3$

- 2.1. Mostra que:

$$f'(x) = \frac{1}{2}(1+x)e^x$$

$$f''(x) = \frac{1}{2}(2+x)e^x$$

$$f'''(x) = \frac{1}{2}(3+x)e^x, \text{ entendendo-se que } f'''(x) = [f''(x)]'$$

\vdots

- 2.2. Conjetura acerca da expressão da derivada de ordem n e demonstra-a por indução matemática

Entenda-se que $f^{(n)}(x)$ representa a derivada de ordem n da função f

$$f^{(n+1)}(x) = [f^{(n)}(x)]'$$

3. Considera as funções f e g , reais de variável real, definidas por $f(x) = x^2e^x$ e $g(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$, respetivamente.

Para cada uma delas, faz um estudo tão completo quanto possível.

Na tua resolução deves abordar (sempre que possível) os seguintes tópicos:

Domínio / zeros / Interseção com os eixos coordenados / Sinal / Paridade / Assíntotas ao gráfico / Monotonia e extremos / Sentido das concavidades do gráfico e pontos de inflexão / Contradomínio / Esboço do gráfico