P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ________________
Edição: 2017/2018	**Data:** 6 de maio de 2017	Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min
Prova: Matemática		

A preencher pelo candidato

Nome do Candidato: ____

____

Documento de Identificação apresentado:

☐ BI ☐ CC ☐ Passaporte ☐ Carta Condução ☐ Título Residência

Número do Documento de Identificação:

☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐☐

Escola onde realiza esta prova:

☐ ESE ☐ ESHT ☐ ESMAD ☐ ESMAE ☐ ESTG ☐ ESS ☐ ISCAP ☐ ISEP

Escola(s) a que se candidata:

☐ ESE ☐ ESHT ☐ ESMAD ☐ ESMAE ☐ ESTG ☐ ESS ☐ ISCAP ☐ ISEP

Número total de folhas entregues pelo Candidato: ________________

Classificação Final (0-200)
Rubrica de Docente (Júri de Prova)
Rubrica de Docente em Vigilância

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância.

Não escreva o seu nome ou qualquer elemento que o identifique noutro local da prova, sob pena de esta ser anulada.

Utilize apenas caneta/esferográfica de tinta indelével azul ou preta.

Não é permitido utilizar fita ou tinta corretora para correção de qualquer resposta.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
  - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correta.
  - Responda assinalando com uma cruz a resposta escolhida, respeitando as regras indicadas. Só serão consideradas as respostas diretamente assinaladas na respetiva folha de questões.
- O Grupo II inclui 9 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 15.
  - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
  - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.
  - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
  - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respetiva.

A prova tem 14 páginas e termina com a palavra FIM.
Na página 13 é indicada a cotação de cada pergunta.
Na página 14 é disponibilizado um formulário.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS		N.º Convencional
Edição: 2017/2018	**Data:** 6 de maio de 2017		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**Nº Respostas corretas** ____	**Cotação GI**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO I

Assinale a resposta correta com uma cruz na quadrícula correspondente. Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível. Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar Resposta: ☒ Anular Resposta: ■ Assinalar Resposta Anulada: ◉

1. Sendo A um conjunto definido por $A=\mathbb{Z}\cap\left]-2,\sqrt{2}\right]$, então A pode ser representado por:

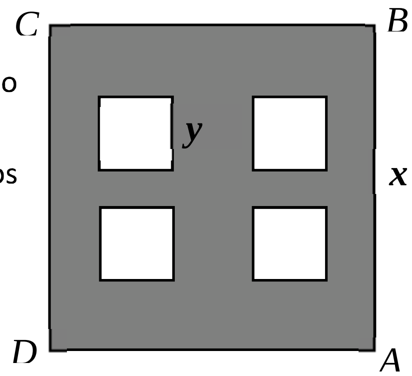
- ☐ $\{0,1\}$
- ☐ $\{-1,0\}$
- ☐ $\{-1,0,1\}$
- ☐ $\{-2,-1,0,1\}$

2. Suponha que a igualdade $8^{a\cdot x^2+b\cdot x+c}=4^{6x^2}\cdot 2^{9x-3}$ é válida para todo número real x, em que a, b e c são números reais. Então, o valor das constantes a, b e c são:

- ☐ $a=6\wedge b=9\wedge c=-3$
- ☐ $a=6\wedge b=-9\wedge c=3$
- ☐ $a=4\wedge b=3\wedge c=-3$
- ☐ $a=4\wedge b=3\wedge c=-1$

3. Na figura ao lado estão representados cinco quadrados. Sabendo que:

- x é a medida do comprimento, em metros, do lado do quadrado maior, $[ABCD]$;
- y é a medida do comprimento, em metros, dos lados de todos os quadrados menores;
- $x>y$;



assinale, entre as expressões seguintes, aquela que representa a área, em metros quadrados, da região a sombreado na figura.

- ☐ $(x-4y)^2$
- ☐ $(x-2y)(x+2y)$
- ☐ $(x-2y)^2$
- ☐ $(2y-x)(2y+x)$

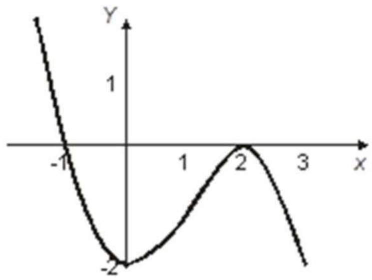
4. Um casal pretende alugar um espaço para a realização do seu casamento. O local A cobra um aluguer de 1000€ pelo espaço e 50€ por convidado, enquanto o local B cobra 1900€ pelo aluguer do espaço e 45€ por convidado. Supondo que o casal prefere o local B, para que este seja mais vantajoso para o casal, do ponto de visto económico, o número mínimo de convidados deverá ser:

- ☐ 179
- ☐ 180
- ☐ 181
- ☐ Não é possível determinar uma vez que o local A é sempre mais vantajoso do que o B.

5. Os valores $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ que satisfazem a condição $\cos(x) > \operatorname{sen}(x)$ são:

- ☐ $0 < x < \frac{\pi}{2}$
- ☐ $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$
- ☐ $0 < x < \frac{\pi}{4}$
- ☐ $x \in \{\ \}$

6. Na imagem ao lado está representada parte do gráfico de uma função f, polinomial do 3º grau.



O conjunto solução da condição $\frac{x^2}{f(x)} \leq 0$, pode ser dado por:

- ☐ $]-1,2[\cup]2,+\infty[$
- ☐ $[-1,+\infty[$
- ☐ $]-\infty,-1[\cup\{2\}$
- ☐ $]-1,+\infty[\ \backslash\{0\}$

7. Considere a função real g definida no intervalo $\left]\pi, \frac{3}{2}\pi\right[$ por $g(x) = e^{\cos(x)}$. Sobre o valor da sua função derivada, g', nesse intervalo, pode afirmar-se que:

- ☐ é negativo
- ☐ é positivo
- ☐ é não negativo
- ☐ é não positivo

P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ________________

Edição: 2017/2018	**Data:** 6 de maio de 2017		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q1.1** **GII Q1.2** **GII Q2.**	**Clas. Parcial Q1+Q2**	Rubrica do Docente Corretor

GRUPO II

1. As promoções do tipo "*desconto da parcela IVA*" têm sido frequentes em Portugal nos últimos anos. No entanto, muitos clientes sentem que tal publicidade é "fraudulenta", existindo mesmo queixas apresentadas à DECO - Associação Portuguesa para a Defesa do Consumidor. Considerando que a taxa de IVA em questão é de 23%, responda às seguintes questões:

1.1. Suponha que, tendo usufruído desta promoção, pagou 850€ por um determinado bem. Determine o valor inicial deste bem (preço com IVA).

1.2. Calcule a percentagem de desconto, sobre o preço marcado, realizada nestas campanhas promocionais. Apresente o resultado percentual arredondado às décimas.

2. Escreva, se possível, em extensão o conjunto $S=\left\{x\in \mathbb{N}: 2(3-x)>1-\frac{x+1}{2}\right\}$.

Edição: 2017/2018	**Data:** 6 de maio de 2017		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q3.**	**Clas. Parcial Q3 + Q4**	Rubrica do Docente Corretor
	GII Q4.		

3. Utilizando, sempre que possível, as regras operatórias das potências, determine o valor da expressão:

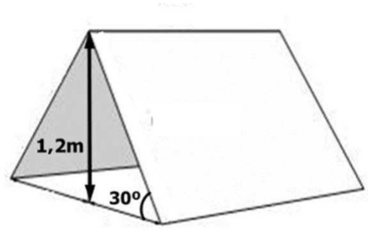
$$\frac{\left[\left(2^2-2^8\times 4^{-4}\right)\times 3^{-1}\right]^{-1}}{\left(2^3\times 2\right)^2}+\frac{2^{-9}}{\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

4. Mostre que, para qualquer valor de $x\in D_{\text{tg}}$, se verifica a condição: $\dfrac{2\text{tg}(x)}{1+\text{tg}^2(x)}=\text{sen}(2x)$

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional _______________

Edição: 2017/2018	**Data:** 6 de maio de 2017		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q5.1.** **GII Q5.2** **GII Q6.**	**Clas. Parcial Q5+ Q6**	Rubrica do Docente Corretor

5. Ao montar uma tenda de campismo (ver imagem ao lado), verificou-se que a altura dos dois "mastros" era de $1,2$ metros. Supondo que os "panos" laterais esticados formam um ângulo de 30° com o solo e que a base da tenda é <u>quadrada</u> (chão), determine:



5.1. A área da base da tenda (chão).

5.2. O perímetro da cobertura da tenda (teto).

6. Determine uma equação da reta tangente ao gráfico da função real h definida analiticamente por $h(x)=\dfrac{x+2}{x^2+1}$, no ponto de abcissa nula.

P.PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	N.º Convencional ______________

Edição: 2017/2018	**Data:** 6 de maio de 2017			Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q7.**	**Clas. Parcial Q7 + Q8**		Rubrica do Docente Corretor
	GII Q8.1			
	GII Q8.2			

7. Determine uma **expressão simplificada** para a função **derivada** da seguinte função:

$$f(x) = \cos^3(1-2x) - (x+1)\ln(3x+3)$$

8. Numa experiência relativa ao estudo reprodutivo dos gambás (marsupiais do porte de um gato), foi colocado, no dia 1 de janeiro de 2016, meio milhar de gambás numa reserva natural, onde não havia inicialmente qualquer gambá. Ao fim de meio ano já existiam 800 gambás na reserva. Admitindo que a população de gambás, em milhares, na reserva, segue um modelo do tipo: $P(t) = \dfrac{1}{e^{-a-bt}+1}$, onde a e b são parâmetros reais e t representa o número de meses após o início da experiência:

8.1. Mostre que $a = 0$ e $b = \ln\left(\sqrt[3]{2}\right)$.

8.2. Determine $\lim\limits_{t \to +\infty} P(t)$ e interprete o resultado obtido no contexto do problema.

P.PORTO	**PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS**	N.º Convencional ________________

Edição: 2017/2018	**Data:** 6 de maio de 2017		Duração da Prova: **2h** Tolerância: **15 min**
Prova: Matemática	**GII Q9.1** **GII Q9.2** **GII Q9.3** **GII Q9.4**	**Class. Parcial Q9**	Rubrica do Docente Corretor

9. Na época da apanha de cerejas em Resende, pai e filho subiram a uma Cerejeira de grande porte. O pai ficou mais acima na árvore que o filho. Num determinado momento, o filho atirou uma cereja para o pai, mas, por falta de pontaria, a cereja não atinge o pai e cai ao chão sem tocar em qualquer ramo. Supondo que a distância h, em metros, da cereja em relação ao chão, t segundos após ser lançada, é dada por $h(t) = -t^2 + 4t + 4$, onde $t \geq 0$, determine:

9.1. A altura a que o filho se encontra do chão.

9.2. A altura máxima que a cereja atinge relativamente ao chão.

9.3. Quanto tempo demorou a cereja a atingir o chão, depois de ter sido lançada pelo filho. Apresente o resultado aproximado às décimas.

9.4. A velocidade, aproximada às décimas, da cereja no instante em que esta atinge o chão.
Nota: caso não tenha resolvido a alínea anterior, considere que a cereja atinge o chão passados 5,2 segundos.

COTAÇÕES

Grupo I .... **84 pontos**

Cada resposta certa .... 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada .... 0 pontos

Grupo II .... **116 pontos**

1. .... 11 pontos

1.1. .... 04 pontos

1.2. .... 07 pontos

2. .... 10 pontos

3. .... 10 pontos

4. .... 08 pontos

5. .... 17 pontos

5.1. .... 09 pontos

5.2. .... 08 pontos

6. .... 08 pontos

7. .... 10 pontos

8. .... 17 pontos

8.1. .... 12 pontos

8.2. .... 05 pontos

9. .... 25 pontos

9.1. .... 02 pontos

9.2. .... 11 pontos

9.3. .... 07 pontos

9.4. .... 05 pontos

TOTAL .... **200 pontos**

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\operatorname{sen}(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\operatorname{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

Trigonometria

- $\operatorname{sen}^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$
- $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)=\operatorname{sen}(\alpha)\cdot\cos(\beta)+\operatorname{sen}(\beta)\cdot\cos(\alpha)$
- $\cos(\alpha+\beta)=\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)-\operatorname{sen}(\alpha)\cdot\operatorname{sen}(\beta)$
- $\operatorname{tg}(\alpha)=\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Regras de derivação

- $(u+v)' = u'+v'$
- $(u\cdot v)' = u'\cdot v+u\cdot v'$
- $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\cdot v-u\cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n\cdot u^{n-1}\cdot u'$
- $(\operatorname{sen}(u))' = u'\cdot\cos(u)$
- $(\cos(u))' = -u'\cdot\operatorname{sen}(u)$
- $(\mathrm{e}^u)' = u'\cdot\mathrm{e}^u$
- $(a^u)' = u'\cdot a^u\cdot\ln(a)$
- $(\ln(u))' = \dfrac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \dfrac{u'}{u\cdot\ln(a)}$

Área do Trapézio

$$A = \frac{B+b}{2}.h$$

FIM