

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º de identificação civil:

Turma:

Cotação:

1. a) 16 b) 16 c) 6 2. 15 3. a) 15 b) 15 c) 15 4. 10
5. a) 16 b) 16 6. a) 16 b) 16 7.a) 16 7.b) 6 7.c) 6

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

Exercício 1 Seja $(u_n)_n$ a sucessão definida por $u_n = \frac{(-1)^n \times 5}{n}$.

- a) Determine os quatro primeiros termos da sucessão $(u_n)_n$. O que pode concluir quanto à monotonia da sucessão? Justifique.
- b) Mostre que a sucessão $(u_n)_n$ é uma sucessão convergente.
- c) A sucessão $(u_n)_n$ é uma sucessão limitada? Justifique a sua resposta.

Exercício 2 Seja $(v_n)_n$ a sucessão definida por $v_n = \frac{2n}{n+3}$. Estude $(v_n)_n$ quanto à monotonia.

Exercício 3 Determine, caso existam, os seguintes limites:

a) $\lim_n \frac{2n}{\sqrt{n^2+1}};$

b) $\lim_n \left(\sqrt{n+10} - \sqrt{n} \right);$

c) $\lim_n \left(1 + \frac{10}{n} \right)^{\frac{n}{2}}.$

Exercício 4 Determine o domínio da função real de variável real definida por $f(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{x}$.

Exercício 5 Considere a função quadrática f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

a) Determine as coordenadas do vértice da parábola representativa do gráfico de f e escreva uma equação do eixo de simetria da parábola.

b) Determine os valores de x que têm imagem negativa.

Exercício 6 Considere a função polinomial definida em \mathbb{R} por $p(x) = x^3 - 7x - 6$.

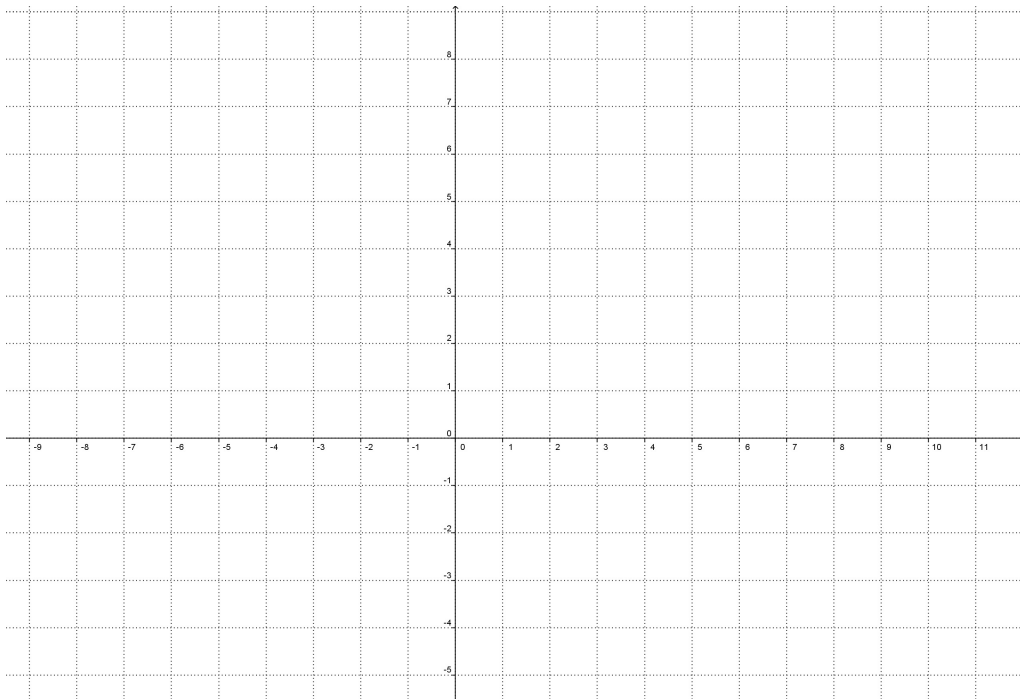
a) Mostre, usando a regra de Ruffini, que $p(x) = (x+1)(x^2 - x - 6)$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

b) Determine, sob a forma de intervalo ou união de intervalos, o conjunto de números reais que verificam a condição $p(x) \leq 0$.

Exercício 7 Considere a função g de domínio $]-2, +\infty[$ definida por:

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{se } -2 < x < 2, \\ 2 & \text{se } x \geq 2. \end{cases}$$

a) Represente graficamente a função g . (Nota: não é necessário apresentar cálculos.)



b) Indique o contradomínio da função g .

c) Justifique se é verdadeira a seguinte afirmação: “A função g é uma função injetiva.”