



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: B

Duração do Teste de Avaliação: 90 minutos | outubro de 2022

Versão 1

Nome _____ Nº. _____

Instruções gerais

- Não é permitido o uso de corretor
- É permitido o uso de calculadora
- Para responderes aos itens de escolha múltipla, assinala de forma inequívoca, a opção escolhida, escrevendo a letra correspondente **Não apresentes cálculos nem justificações** neste tipo de itens

1. Considera a função f , real de variável real, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
Na figura 1, está representado, em referencial *o.n.* xOy , parte do gráfico da função f . No intervalo $]1; 2]$ a função é constante

- 1.1. (20 pontos) Indica, justificando, e caso exista, cada um dos seguintes limites:

1.1.1. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

1.1.2. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

- 1.2. (10 pontos) Seja (a_n) , a sucessão definida por $a_n = 2 + \frac{1}{n+1}$

Em qual das opções está o valor de $\lim f(a_n)$?

- (A) 2 (B) 4 (C) 3 (D) -1

2. (20 pontos) Considera a função f , real de variável real, definida por $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 2x + 6}{4x^2 + 3}$

Na figura 2, está representado, em referencial *o.n.* xOy , parte do gráfico da função f

Sabe-se que um dos pontos de interseção do gráfico da função f com o eixo das abcissas tem abcissa 3

Determina, analiticamente, os zeros de f

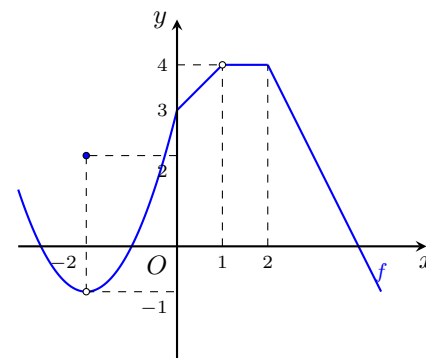


Figura 1

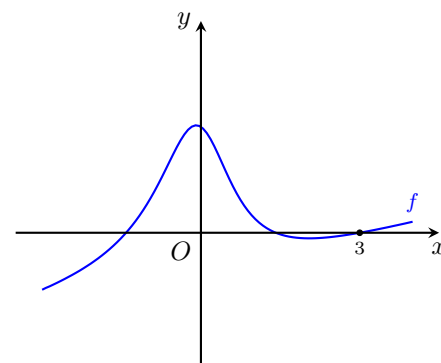


Figura 2

3. (10 pontos) Em qual das opções está, em $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$, uma expressão equivalente a $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$?

- (A) $\frac{x-3}{x}$ (B) $\frac{x}{x-3}$ (C) $\frac{x+3}{x}$ (D) $\frac{x}{x+3}$

4. (20 pontos) Seja f , a função real, de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 4}{2x^2 - 8} & \text{se } x < -2 \\ \frac{2 - 4k}{7} & \text{se } x = -2 \\ \frac{1}{x + 2} \times (x^3 + 3x^2 - 4) & \text{se } x > -2 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$

Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = -2$

5. (10 pontos) Seja f , a função real, de variável real, definida por, $f(x) = 8 - x^2$

Seja g , a função real, de variável real, definida por, $g(x) = \sqrt{f(x) + 1}$

Em qual das opções está o domínio da função g ?

- (A) $[-3; 3]$
 (B) $] - \infty; -3[\cup] 3; +\infty[$
 (C) $] - \infty; -3] \cup [3; +\infty[$
 (D) $] - 3; 3[$
6. (20 pontos) Determina $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - 2x} + 2x)$
7. Considera as funções, f e g , reais, de variável real, definidas por $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 4}$ e $g(x) = \frac{3x + 2}{\sqrt{4 + 2x} - 4}$, respetivamente
- 7.1. (15 pontos) Recorrendo à definição de limite segundo Heine, determina $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$
- 7.2. (20 pontos) Resolve, em \mathbb{R} , e analiticamente, a condição $f(x) \geq \frac{x}{x + 2}$
 Apresenta o conjunto solução sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais
- 7.3. (20 pontos) Determina o domínio da função g
8. (10 pontos) Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x + 1} - 4}{2x^2 - 9x - 5}$?
- (A) $\frac{3}{88}$ (B) $\frac{3}{87}$ (C) $\frac{3}{89}$ (D) $\frac{3}{86}$
9. Na figura 3, estão representados partes dos gráficos de duas funções f e g , reais, de variável real, de domínio \mathbb{R}

Sabe-se que:

- a função f é uma função polinomial de grau três
- a função g é uma função quadrática
- -1 e 3 são os zeros de g
- -3 , -1 e 3 são os zeros de f

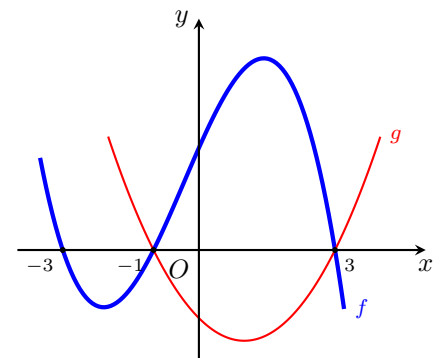


Figura 3

- 9.1. (10 pontos) Seja h , a função definida por $h(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$

Determina o domínio da função h

- 9.2. (15 pontos) Resolve a condição $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$

Apresenta o conjunto solução sob a forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais