



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

1. Seja f uma função contínua, de domínio $[1; 6]$ e contradomínio $[2; 5]$
Seja h a função, de domínio $[1; 6]$, definida por $h(x) = f(x) - x$
Prova que a função h tem, pelo menos, um zero em $]1; 6[$
2. Seja f uma função real de variável real, diferenciável em todo o seu domínio \mathbb{R}

Sabe-se que:

- $f'(-2) = -1$
- $f(-2) = -4$

Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x + 6}{2f(x) + 8}$?

(A) $\frac{2}{3}$

(B) $-\frac{2}{3}$

(C) $\frac{3}{2}$

(D) $-\frac{3}{2}$

3. Considera as funções reais de variável real, f e g , definidas por $f(x) = x + \frac{x+3}{x+1}$ e $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$, respetivamente

- 3.1. Em qual das opções está a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa quatro?

(A) $y = \frac{3}{100}x - \frac{13}{25}$

(B) $y = -\frac{3}{100}x - \frac{13}{25}$

(C) $y = -\frac{3}{100}x + \frac{13}{25}$

(D) $y = \frac{3}{100}x + \frac{13}{25}$

- 3.2. Escreve as equações das assíntotas ao gráfico de f

4. Seja f , uma função real de variável real, de domínio \mathbb{R}

Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -2$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + 2x - 3] = 0$

Determina $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^2(x)}{-3x^2 + x}$

5. Seja f , a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{2x^2 + 2x - 4} & \text{se } x < 1 \\ \frac{1 - 3k}{3} & \text{se } x = 1 \\ \frac{\sqrt{2x + 2} - 2}{x - 1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$

5.1. Mostra que a reta de equação $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ é assíntota ao gráfico de f , quando $x \rightarrow -\infty$

5.2. Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = 1$

6. O banco *BNP* pratica duas modalidades de pagamento de juros

- Modalidade 1: Para depósitos de valor superior ou igual a 50000 euros, taxa anual de 0.75%, com capitalizações trimestrais
- Modalidade 2: Para depósitos de valor inferior a 50000 euros, taxa anual de 0.7%, com capitalizações semestrais

O Sr Rodrigo, depositou neste banco, 120000 euros, optando por colocar 45000 euros na modalidade 2 e 75000 na modalidade 1

Qual foi o rendimento que o Sr. Rodrigo obteve ao fim de um ano de aplicação dos 120000 euros?

7. Determina:

7.1. $\lim \left(1 - \frac{2}{n+2}\right)^{-n}$

7.3. $\lim \left(\frac{3n-5}{5n+1}\right)^{2n}$

7.2. $\lim \left(\frac{4n+1}{3n+4}\right)^{n-2}$

7.4. $\lim \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{n+2}\right)^{\frac{n}{3}}$

8. Determina o número real k , de modo que $\lim \left(\frac{5n+3}{5n+4}\right)^{-\frac{n+1}{2}} = \frac{1}{e^{2k+1}}$

9. Considera a função f , real de variável real, definida por $f(x) = 1 - 5^{1+2x}$

9.1. Determina x , de modo que $f(2x) = 1 - \frac{1}{25}$

9.2. Resolve a inequação $-f(x+1) + 1 > 625^x$

9.3. Resolve a inequação $f(x) < -\frac{30}{5-x} + 26$

10. Seja f , a função real de variável real, definida por $f(x) = e - e^{2-\frac{1}{4}x^2}$

Na figura 1 estão representados, parte do gráfico da função f , a sua assíntota horizontal e o triângulo $[ABC]$

Sabe-se que:

- os pontos A e B são os pontos de interseção do gráfico da função f com o eixo Ox
- o ponto C é o ponto de interseção do gráfico da função f com o eixo Oy

Mostra que o valor exato da área do triângulo $[ABC]$ é

$(2e^2 - 2e)u.a.$

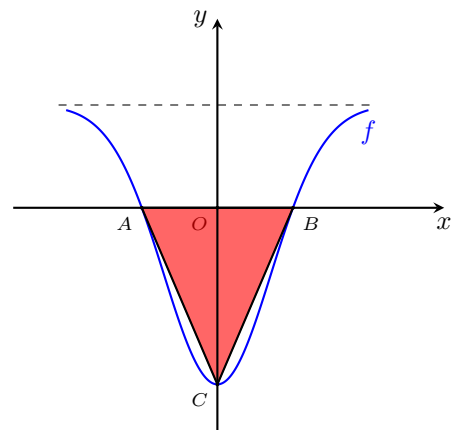


Figura 1