



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade • Turma: J

novembro de 2020

1. Seja f , a função real de variável real, definida por $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$

No referencial ortonormado xOy da figura 1, está representado parte do gráfico da função f

Sabe-se que:

- a origem do referencial é ponto do gráfico da função f
- as retas de equações $x = -1$ e $y = 1$, são assíntotas ao gráfico de f

- 1.1. Em qual das opções está a expressão analítica da função f ?

- (A) $f(x) = -1 + \frac{1}{x+1}$
(B) $f(x) = 1 + \frac{1}{x+1}$
(C) $f(x) = 1 - \frac{1}{x+1}$
(D) $f(x) = 1 - \frac{1}{x-1}$

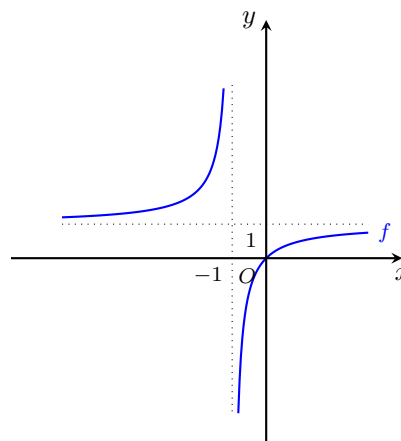


Figura 1

- 1.2. Resolve, em \mathbb{R} , a condição $f(x+2) \leq 1 + \frac{1}{9-x^2}$

2. Considera a função g , real de variável real, definida por $g(x) = \frac{4x+3}{x+3}$

Escreve a função g na forma $y = a + \frac{b}{x-c}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e indica as equações das assíntotas ao seu gráfico

3. Seja h , a função real de variável real, definida por, $h(x) = \begin{cases} \frac{-x+1}{x+2} & \text{se } x < -2 \\ 2 & \text{se } x = -2 \\ \frac{2x-1}{x+3} & \text{se } x > -2 \end{cases}$

Determina, caso existam, as assíntotas ao gráfico da função h , paralelas aos eixos coordenados

4. Seja f , a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}x^2 - 3\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}}{3x^2 - 6x} & \text{se } x < 2 \\ \frac{1 - 3k}{2} & \text{se } x = 2 \\ \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}{x-2} & \text{se } x > 2 \end{cases}$

4.1. Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = 2$

4.2. Mostra que a reta de equação $y = 0$ é assíntota ao gráfico de f , quando $x \mapsto +\infty$

4.3. Determina, caso exista, a assíntota ao gráfico de f , quando $x \mapsto -\infty$

5. Seja g , a função real de variável real definida no seu domínio por $g(x) = -\sqrt{x+2} - \sqrt{x}$

Mostra que a equação $g(x) = -6$ é possível no intervalo $]8; 9[$

6. Seja h , uma função real de variável real, de domínio $[-4; 5]$

No referencial ortonormado xOy da figura 2, está representado parte do gráfico da função h e de uma reta r

Sabe-se que:

- a reta r representada intersecta o gráfico de h nos pontos A , B , C e D

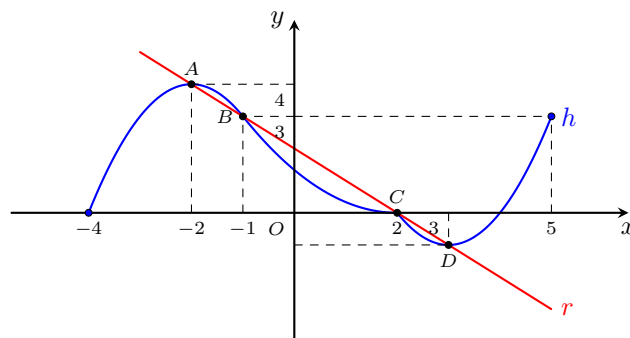


Figura 2

6.1. Em qual das opções está o valor da taxa média de variação da função h no intervalo $[-4; -1]$?

- (A) 1
- (B) -1
- (C) 2
- (D) -2

6.2. Sabendo que a taxa média de variação da função h no intervalo $[-1; 3]$ é -1 , determina $f(3)$

7. Seja f , uma função real de variável real, contínua em \mathbb{R} e par, e seja a um número real não nulo, tal que $f(a) \neq f(0)$

Mostra que a equação $f(x+a) = f(x)$ tem pelo menos uma solução em $] -a; 0[$

8. Considera f , a função real de variável real, definida no seu domínio por $f(x) = \sqrt{1-x} + 1$
Escreve a equação da reta t tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa -3

9. Seja f , a função real de variável real, definida por $f(x) = mx + b$, com $m, b \in \mathbb{R}$
Caracteriza a função derivada de f

10. Considera g , a função real de variável real, definida no seu domínio por $g(x) = x + 1 + \frac{1}{\sqrt{-x} + \sqrt{-x-2}}$
Determina, caso exista, a equação da assíntota ao gráfico de g , quando $x \mapsto -\infty$