LR MAT EXPLICAÇÕES

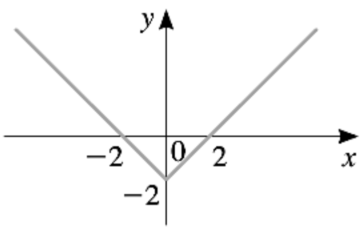
ANO: 10º ANO **DATA:** MAIO

TEMA: FUNÇÃO MÓDULO

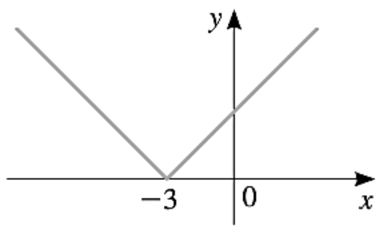
TIPO: FICHA DE TRABALHO

1. As funções representadas graficamente a seguir são do tipo $y = |x - a| + b$, em que a e b designam números reais. Indica para cada função o valor de a e de b.

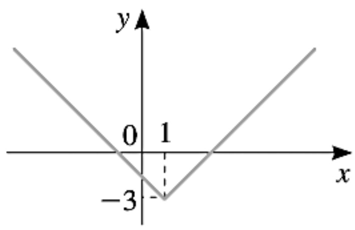
a)



b)



c)



2. Define, sem utilizar o símbolo de módulo, cada uma das funções.

2.1 $f(x) = |1 - 3x|$

2.2 $g(x) = 2 - 3|x - 1|$

2.3 $h(x) = |x + 2| + |x - 3|$

2.4 $i(x) = |x^2 - 1|$

2.5 $j(x) = -|4x^2 - 9|$

2.6 $k(x) = |x^2 - 2x - 3|$

3. Considera a função f, de domínio $[-4,4]$, definida por: $f(x) = -|x - 1| + 3$

3.1 Exprime f sem usar o símbolo de valor absoluto.

3.2 Representa graficamente a função f.

3.3 Indica o contradomínio de f.

3.4 Indica os zeros e os intervalos de monotonia de f.

4. Considera as funções f e g definidas, em $\mathbb{R}$, por:

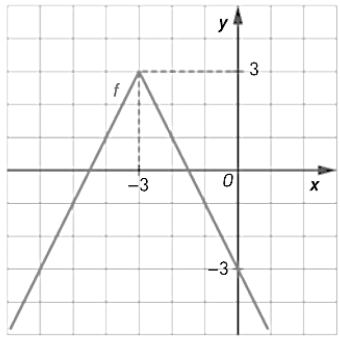
$$f(x) = |x + 3| - 2; \quad g(x) = f\left(\frac{x}{3}\right)$$

4.1 Determina: (a) $g(3)$ (b) $g\left(\frac{1}{3}\right)$

4.2 Determina os zeros de g.

4.3 Estuda a função g quanto à monotonia e à existência de extremos relativos.

5. Na figura está representa uma função f tal que $f(x) = a|x - b| + c$.



5.1 Determina:

(a) os valores de a, b e c.

(b) os zeros de f.

(c) os zeros da função h, sendo $h(x) = f(-x)$.

5.2 Define por ramos a função f

.

6. De uma função real de variável real f, sabe-se que:

- $f(x) = a|x - b| + c$, com a, b e c números reais;
- $D'_f =]-\infty, 1]$;
- f é crescente em $]-\infty, 3]$ e decrescente em $[3, +\infty[$;
- $f(5) = 0$.

6.1 Esboça o gráfico de f.

6.2 Determina a, b e c.

7. Resolve, em $\mathbb{R}$, cada uma das equações:

7.1 $|3x - 1| = 5$

7.2 $|x^2 + 3| = 0$

7.3 $2\left|\frac{1}{2}x - 3\right| = -10$

7.4 $|x| = |3x - 6|$

7.5 $2|x + 3| = |-2x + 8|$

Equações e inequações com módulos

- $|x| = k \Leftrightarrow x = -k \vee x = k$
- $|x| < k \Leftrightarrow x < k \wedge x > -k$
- $|x| > k \Leftrightarrow x < -k \vee x > k$
- $|x| = |y| \Leftrightarrow x = y \ \vee x = -y$
- $|x| < |y| \Leftrightarrow x^2 < y^2 \Leftrightarrow (x - y)(x + y) < 0$

8. Resolve, em $\mathbb{R}$, cada uma das inequações:

8.1 $|2x - 1| > 0$

8.2 $|2x - 1| < 3$

8.3 $\left|-2x + \frac{1}{2}\right| > 5$

8.4 $\left|-x + \frac{1}{2}\right| + 2 > 7$

8.5 $|-2x + 3| < -5$

8.6 $|-3x + 1| > -8$

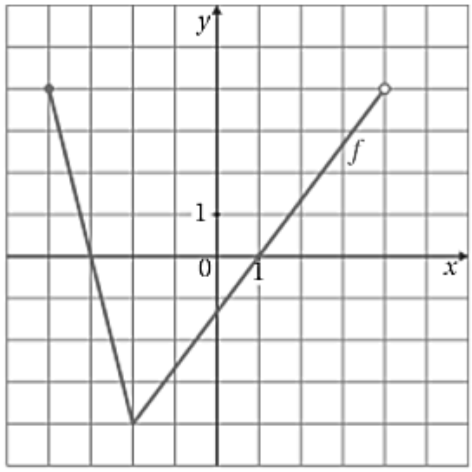
8.7 $\frac{4-|2-x|}{2} \geq 2$

8.8 $-3 - |6 - 2x| \leq -10$

8.9 $|x^2 - 4| < 5$

8.10 $|x^2 - 6| \geq 4$

9. Considera a função f representada graficamente por:



9.1 Indica o domínio e o contradomínio da função f.

9.2 Define analiticamente a função f.

9.3 Esboça o gráfico da função $|f|$.

9.4 Indica o contradomínio da função $|f|$.

9.5 Indica os valores reais de x tais que:

(a) $f(x) = 0$ (b) $|f(x)| = 0$ (c) $f(x) \geq 4$

(d) $|f(x)| \geq 4$ (e) $|f(x)| = f(x)$

10. Seja f a função definida por $f(x) = |2x + 4| - 2$.

Determina os valores de x para os quais se tem:

10.1 $f(x)$ é negativo.

10.2 $f(x) \geq 1$.

11. Sejam f e g as funções de domínio $\mathbb{R}$, definidas por $f(x) = |2 - x| - 3$ e $g(x) = 2x - 1$.

11.1 Determina, por processos analíticos, as coordenadas dos pontos de interseção dos gráficos das duas funções.

11.2 Seja $h(x) = 3f(x) + g(x)$.

Define a função h sem recorrer ao módulo, representa graficamente a restrição de h ao intervalo $[-1,4]$ e indica o contradomínio desta restrição.

12. Considera as funções reais de variável real f e g definidas por:

$$f(x) = |x^2 - 4x + 1| \text{ e } g(x) = x^2 - 5x + 6$$

Recorrendo à calculadora gráfica, determina os valores de x para os quais f é superior a g.

Apresenta o resultado na forma de um intervalo ou de reunião de intervalos de números reais.

Na tua resposta deves apresentar:

- o(s) gráfico(s) representados na calculadora gráfica devidamente identificados;
- as coordenadas dos pontos relevantes.

13. Considera uma função g, de domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio $[-4,1]$.

Seja h a função definida em $\mathbb{R}$ por $h(x) = |g(x) + 1|$. Qual é o contradomínio de h?

(A) $[0,2]$ (B) $[0,3]$ (C) $[0,4]$ (D) $[-2,3]$

14. Considera a função real de variável real f de domínio $\mathbb{R}$ e definida analiticamente por:

$$f(x) = a|x - b| + c \ (a, b, c \in \mathbb{R})$$

Determina os valores de a, b e c de modo que:

14.1 o contradomínio de f seja $[-2, +\infty[$ e 0 e 6 sejam os seus zeros.

14.2 1 seja o máximo de f e o conjunto-solução da condição $f(x) \geq 0$ seja $[-1,4]$.

15. O gráfico de uma função quadrática f é uma parábola com a concavidade voltada para cima, que interseta o eixo Ox nos pontos de abcissa -2 e 1.

Seja g a função definida por $g(x) = |f(x-2)|$.

Seleciona a afirmação verdadeira.

(A) g não tem extremos relativos.

(B) g é uma função quadrática.

(C) $g\left(\frac{3}{2}\right)$ é um máximo relativo de g.

(D) $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) > 0$.

16. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = |x| - 2$.

Qual das equações seguintes tem duas soluções distintas?

(A) $f(x) = -7$ (B) $f(x) = -3$ (C) $f(x) = -2$ (D) $f(x) = 3$

17. Uma função f, de domínio $\mathbb{R}$, tem um zero no intervalo $[-1,2]$. Qual das expressões seguintes define uma função que tem, necessariamente, um zero no intervalo $[-5,-2]$?

(A) $f(x+4)$ (B) $|f(x)| + 4$ (C) $f(x) - 4$ (D) $f(x-4)$

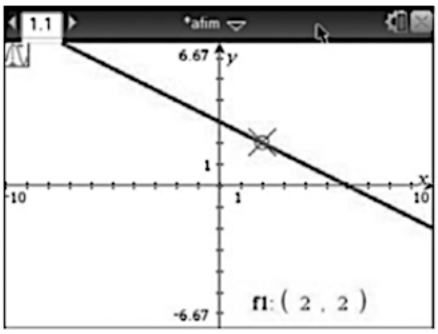
18. Seja g a função, real de variável real, definida por $g(x) = 3 - |2x+1|$.

18.1 Determina os valores de x, tais que $g(x) = 0$.

18.2 Esboça o gráfico de g e indica o seu contradomínio.

18.3 Recorrendo a um quadro de sinais, resolve a condição $g(x+1)g(x) \leq 0$.

19. Considera a função afim cujo gráfico é a reta representada na figura onde podes observar o visor de uma calculadora gráfica. Sabe-se que os pontos de coordenadas $(6,0)$ e $(2,2)$ pertencem ao gráfico de f.



19.1 Representa graficamente a função g, tal que $g(x) = 2 + |f(x-1)|$.

19.2 Determina uma expressão que representa a função f.

19.3 Determina uma expressão que representa a função g.

20. Considera as funções f e g definidas por: $f(x) = \frac{2}{|3x-1|}$ e $g(x) = \sqrt{1 - |x+1|}$.

20.1 Determina o domínio de cada uma das funções.

20.2 Estuda as funções quanto à paridade.

21. Considera a função j, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $j(x) = -|x+1| + 3$.

21.1 Constrói o gráfico da função j a partir do gráfico da função definida por $y = |x|$.

Caracteriza as sucessivas transformações que permitem obter o gráfico da função j a partir do gráfico da função definida por $y = |x|$.

21.2 Indica o domínio, contradomínio e zeros da função j e estuda-a quanto à monotonia e existência de extremos, assim como quanto ao sinal.

21.3 Resolve analiticamente a inequação $j(x) > 2$.

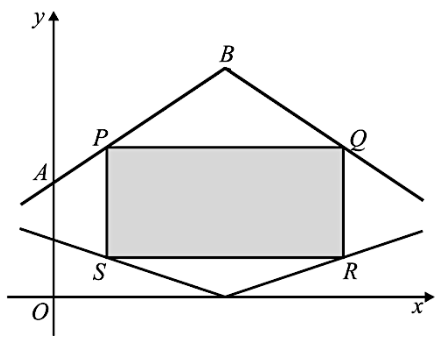
21.4 Resolve graficamente a inequação $j(x) > 2$.

22. Na figura estão parcialmente representados, num referencial o.n. xOy os gráficos das funções f e g, de domínio $\mathbb{R}$, definidas, respetivamente, por:

$$f(x) = -\frac{2}{3}|x-6| + 8 \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{3}|x-6|$$

Os pontos A e B pertencem ao gráfico da função f:

- A é o ponto de interseção do gráfico com o eixo das ordenadas;
- B é o ponto do gráfico que tem maior ordenada.



Seja P um ponto que se desloca sobre $[AB]$, nunca coincidindo com o ponto B.

Para cada posição do ponto P, considera:

- o ponto Q, sobre o gráfico da função f, de modo que a reta PQ seja paralela ao eixo das abcissas;
- os pontos R e S, sobre o gráfico da função g, de modo que $[PQRS]$ seja um retângulo.

Seja x a abcissa do ponto P e seja h a função que, a cada valor de x, faz corresponder a área do retângulo $[PQRS]$.

22.1 Qual é o domínio da função h?

22.2 Mostra que $h(x) = 24 + 8x - 2x^2$.

22.3 Determina as dimensões do retângulo que tem maior área.