



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

Duração do Teste de Avaliação: 90 minutos + 10 minutos de tolerância | maio de 2021

Versão 1

Nome _____ Nº. _____

Instruções gerais

- Não é permitido o uso de corretor
- É permitido o uso de calculadora
- As figuras não estão desenhadas à escala
- Escreve as tuas respostas de forma legível
- Para responderes aos itens de escolha múltipla, assinala de forma inequívoca, a opção escolhida, escrevendo a letra correspondente. **Não apresentes cálculos nem justificações** neste tipo de itens

1. Seja f a função real de variável real, definida em \mathbb{R} , por $f(x) = 3x + 1 + \frac{1}{e^{2x}}$

1.1. (10 pontos) Em qual das opções está a equação da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa 0?

- (A) $y = -x - 2$
- (B) $y = -x + 2$
- (C) $y = x + 2$
- (D) $y = x - 2$

1.2. (20 pontos) Estuda, analiticamente, a função f quanto a monotonia e extremos

2. (15 pontos) Seja g , a função real de variável real, definida no respetivo domínio, por $g(x) = \ln(x)$

No referencial ortonormado xOy da figura 1, estão representados parte do gráfico da função g e um trapézio retângulo $[ABCD]$

Sabe-se que:

- $a > 1$
- o ponto A é ponto do eixo das abscissas e tem abscissa $2a$
- o ponto B é ponto do eixo das abscissas e tem abscissa $4a$
- o ponto C é ponto do gráfico de g e tem a mesma abscissa do ponto B
- o ponto D é ponto do gráfico de g e tem a mesma abscissa do ponto A

Mostra que a área do trapézio retângulo $[ABCD]$ é igual a $A_{[ABCD]} = a \ln(8a^2)$

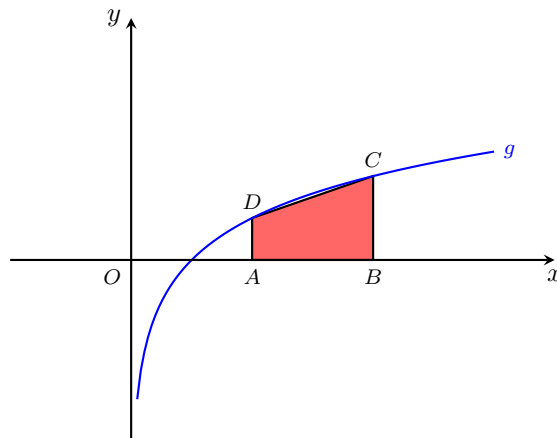


Figura 1

3. (15 pontos) Considera a função f , real de variável real, definida por $f(x) = \ln(x + 1)$

Determina, pela definição, $f'(0)$, derivada da função f no ponto de abscissa zero

4. (20 pontos) Resolve a equação $e^x - 1 - 2e^{-x} = 0$
5. Considera em \mathbb{C} , conjunto dos números complexos, $w_1 = -1 + i \cos(\pi)$ e $w_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$, dois números complexos

5.1. (20 pontos) Identifica o conjunto de pontos definido por $|z - w_1| = 2 \wedge \operatorname{Re}(z) \geq -1$, representa-o no plano complexo e determina o seu comprimento

5.2. (20 pontos) Resolve a equação $z^2 - i \times \overline{w_2} \times \bar{z} = 0$

5.3. (10 pontos) Sabe-se que w_1 e w_2 são duas raízes consecutivas de índice n ($n \in \mathbb{N}$), de um número complexo z

Qual é o valor de n ?

- (A) $n = 4$
(B) $n = 3$
(C) $n = 2$
(D) $n = 5$

6. (10 pontos) A Maria tem numa prateleira da sua estante, oito livros de Matemática, quatro de Física e três de Biologia

Os livros de cada disciplina são distintos

De quantas maneiras distintas pode a Maria arumar os livros, lado a lado, na prateleira, de modo que os livros de cada disciplina fiquem juntos?

Numa das opções está uma resposta a este problema

Em qual delas?

- (A) $8! \times 7! \times 2!$
(B) $15!$
(C) $8! \times 4! \times 3!$
(D) $8! \times 4! \times (3!)^2$

7. (15 pontos) O código de um cofre é constituído por uma sequência de seis dígitos

De todos os códigos que se podem constituir, quantos são os códigos que têm exatamente três quatros?

8. (15 pontos) Cinco rapazes e três raparigas vão sentar-se em oito lugares seguidos de uma fila de um cinema

De quantas maneiras distintas os oito amigos podem sentar-se nos oito lugares, de modo que não haja duas raparigas juntas

9. (10 pontos) Relativamente a uma certa linha do triângulo de Pascal, sabe-se que a soma dos três primeiros elementos com os três últimos elementos dessa linha é igual a 422

Em qual das opções está o valor da soma de todos os elementos da linha anterior

- (A) 4194304
(B) 2097152
(C) 1048576
(D) 524288

10. (20 pontos) Considera o desenvolvimento de $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^{10}$, com $x > 0$ e $y > 0$

Neste desenvolvimento existe um termo da forma ax^2y^3

Determina o valor de a