

Ficha n.º 1 – Página 84

5. FUNÇÕES

- 1.1. A correspondência é uma função porque a todos os elementos do conjunto A (conjunto de partida ou domínio) corresponde um e um só elemento do conjunto B (conjunto de chegada).
- 1.2. A correspondência não é uma função porque ao elemento “Marco” do conjunto C (conjunto de partida) correspondem dois elementos do conjunto D (conjunto de chegada).
- 1.3. A correspondência não é uma função porque o elemento “Lara” do conjunto E (conjunto de partida) não tem qualquer correspondência no conjunto F (conjunto de chegada).
- 1.4. A correspondência é uma função porque a todos os elementos do conjunto G (conjunto de partida ou domínio) corresponde um e um só elemento do conjunto H (conjunto de chegada).

2.1. Domínio da função f : $D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; Contradomínio da função f : $D_f' = \{1, 3, 4, 5, 6\}$

2.2. Opção correta: (C)

Repara que:

(A) $f(4) = 5$ e $f(5) = 4$, logo $f(4) \neq f(5)$

(B) $f(3) = 6 \neq 1$

(D) $f(1) = 3 \neq 6$

2.3. Os objetos 2 e 3. Repara que $f(2) = f(3) = 6$

2.4. $G_f = \{(1,3);(2,6);(3,6);(4,5);(6,1)\}$

3. Opção correta: (C)

Repara que para ser uma função a cada objeto (x) tem que corresponder uma única imagem (y) e no caso do gráfico cartesiano (C), para $x = 2$ tem-se $y = 10$, $y = 20$ e $y = 30$.

Ficha n.º 1 – Página 85

4.1. A variável dependente é o custo, em euros, e a variável independente é o número de pães.

4.2. Sendo c a função que ao número de pães, n , faz corresponder o respetivo custo, em euros,

$c(n) = 0,1 \times n$. Repara que $\frac{0,50}{5} = \frac{1}{10} = \frac{2,5}{25} = \frac{5}{50} = \frac{10}{100} = 0,10$, logo trata-se de uma função de proporcionalidade direta, onde a constante de proporcionalidade direta é o custo de cada pão (0,10€).

5.1. a) $g(x) = 2x$. Repara que $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = 2$, logo trata-se duma função linear de coeficiente 2.

b) $h(x) = \frac{1}{2}x$. Repara que $h(1) = 1:2 = \frac{1}{2}$, $h(2) = 2:2 = 1$, $h(3) = 3:2 = \frac{3}{2}$ e $h(4) = 4:2 = 2$.

Assim, $\frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, logo trata-se de uma função linear de coeficiente igual a $\frac{1}{2}$.

c) $j(x) = \frac{1}{4}x$. Repara que os pontos que constituem o gráfico pertencem a uma reta que contém a origem do referencial cartesiano, logo trata-se de uma função linear cujo coeficiente é igual à imagem do objeto 1, ou seja, $\frac{1}{4}$.

5.2. As funções g , h e j são funções lineares ou funções de proporcionalidade direta.

5.3. $D_h = \left\{ \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2 \right\}$. Repara que $h(1) = 1:2 = \frac{1}{2}$, $h(2) = 2:2 = 1$, $h(3) = 3:2 = \frac{3}{2}$ e $h(4) = 4:2 = 2$.

5.4. a) $f(4) = 16$ b) $i(2) = \sqrt{2}$ c) $j(1) = \frac{1}{4}$ d) $h(2) = 2:2 = 1$ e) $g(4) = 2$

5.5. a) $f(4) + 2 \times j(3) = 16 + 2 \times \frac{3}{4} = 16 + \frac{6}{4} = 16 + \frac{3}{2} = \frac{32}{2} + \frac{3}{2} = \frac{35}{2}$

b) $(h+i)(1) = h(1) + i(1) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$

c) $(g \times j)(2) = g(2) \times j(2) = 4 \times \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$

d) $(j-h)(3) = j(3) - h(3) = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} = \frac{3}{4} - \frac{6}{4} = -\frac{3}{4}$

5.6. $i^2(1) = [i(1)]^2 = 1^2 = 1$, $i^2(\sqrt{2}) = [i(\sqrt{2})]^2 = \sqrt{2}^2 = 2$, $i^2(3) = [i(3)]^2 = \sqrt{3}^2 = 3$ e

$i^2(4) = [i(4)]^2 = 2^2 = 4$. Logo, $D_i = \{1, 2, 3, 4\}$ e que é igual ao $D_i = \{1, 2, 3, 4\}$

Ficha n.º 2 – Página 86

5. FUNÇÕES

1. Opção correta: (A)

A forma canónica de uma função linear é do tipo ax , sendo a um número racional. Assim, $y = 0x$,

$y = 2x$ e $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ definem funções lineares.

2. $(-\pi, \pi) \rightarrow \pi = (-1) \times (-\pi)$ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2} = (-1) \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

$(0, 0) \rightarrow 0 = (-1) \times 0$ $(\sqrt{2}, -\sqrt{2}) \rightarrow -\sqrt{2} = (-1) \times \sqrt{2}$

$(3,75; -3,75) \rightarrow -3,75 = (-1) \times 3,75$

Assim, para qualquer um dos cinco pares ordenados (x, y) , tem-se que $y = (-1) \times x$, logo o conjunto apresentado define o gráfico de uma função linear de coeficiente da variável igual a -1 .

3. Relativamente à **reta r** :

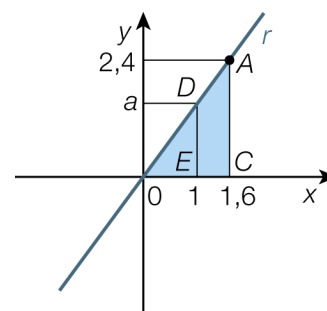
$y = ax$

O ponto de coordenadas $(1, a)$ também pertence a r , pois $a = a \times 1$.

Como a reta r contém a origem do referencial cartesiano, então é uma

função linear ou de proporcionalidade direta, logo $\frac{2,4}{1,6} = \frac{a}{1}$ e, portanto,

$a \times 1,6 = 2,4 \times 1 \Leftrightarrow a = \frac{2,4}{1,6} \Leftrightarrow a = 1,5$. Assim, $r : y = 1,5x$



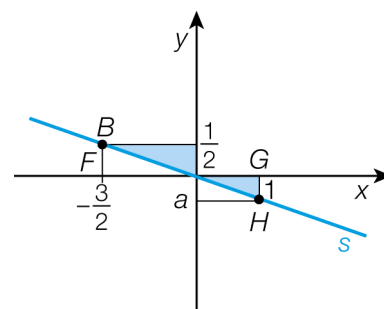
Do mesmo modo, relativamente à **reta s** :

$y = ax$ ($a < 0$)

O ponto de coordenadas $(1, a)$ também pertence a s , pois $a = a \times 1$.

Como a reta s contém a origem do referencial cartesiano, então é uma

função linear ou de proporcionalidade direta, logo $\frac{1}{-\frac{3}{2}} = \frac{a}{1}$ e, portanto,



$-\frac{3}{2}a = \frac{1}{2} \times 1 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$. Assim, $s : y = -\frac{1}{3}x$.

4. $y = ax \xrightarrow{(-6, 4)} 4 = a \times (-6) \Leftrightarrow a = -\frac{4}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{2}{3}$

O valor de a é $-\frac{2}{3}$.

Ficha n.º 2 – Página 86 (cont.)

5.1. $f(x) = 4x$; f é uma função linear, pois a sua forma canónica é do tipo ax , sendo, neste caso, $a = 4$.

$$5.2. \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) + f(\sqrt{4}) - f\left(\frac{\sqrt{4}}{8}\right) = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \times 2 - 4 \times \frac{2}{8} = -\frac{4}{2} + 8 - \frac{8}{8} = -2 + 8 - 1 = 5$$

5.3. O objeto é $\frac{9}{4}$, pois $4x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$.

$$5.4. \quad f(x) = 16 \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = \frac{16}{4} \Leftrightarrow x = 4$$

O valor de x é 4.

Ficha n.º 2 – Página 87

6.1. $f(x) = 0,02x$

f é de proporcionalidade direta, pois o quociente entre o preço a pagar e o número (não nulo) de fotocópias A4 é constante (igual a 0,02, neste caso).

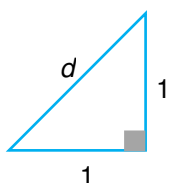
6.2. $f(100) = 0,02 \times 100 = 2$

Significa que se paga 2 € por 100 fotocópias.

6.3. $\frac{6,80}{0,02 (\times 100)} = \frac{680}{2} = 340$

O André pagou 340 fotocópias.

7. Cálculos auxiliares



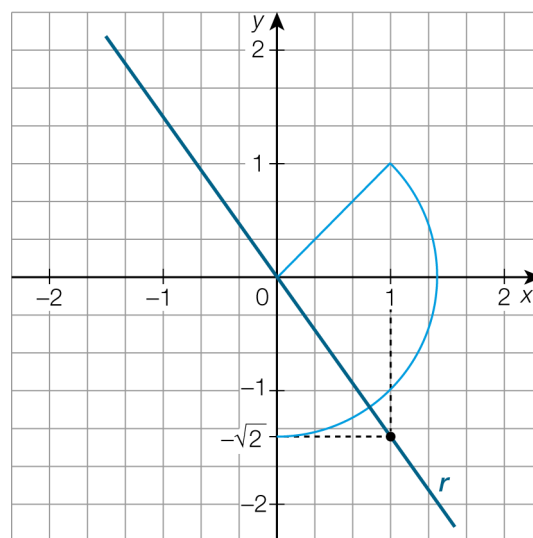
Pelo Teorema de Pitágoras $d^2 = 1^2 + 1^2$.

$$d^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow d^2 = 2 \Leftrightarrow_{d>0} d = \sqrt{2}$$

8. $y_1 = -\frac{1}{2}x \rightarrow j$; $y_2 = -2x \rightarrow h$; $y_3 = x \rightarrow g$;

$$y_4 = -x \rightarrow i$$
; $y_5 = \frac{1}{3}x \rightarrow f$

(Quanto maior o valor absoluto do declive, mais inclinada é a reta: mais “próxima” estará do eixo Oy .)



9. $f(x) = 3x$; $g(x) = -\frac{1}{3}x$

$$A(1, y); y = 3 \times 1 = 3; A(1, 3)$$

$$B(-3, y); y = -\frac{1}{3} \times (-3) = 1; B(-3, 1)$$

Sejam C , D e E os pontos de coordenadas $(-3, 0)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$, respetivamente.

▪ Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{OB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CO}^2$

$$\overline{OB}^2 = 1^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{OB}^2 = 10 \Leftrightarrow_{\overline{OB}>0} \overline{OB} = \sqrt{10}$$

▪ Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{OA}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{DA}^2$

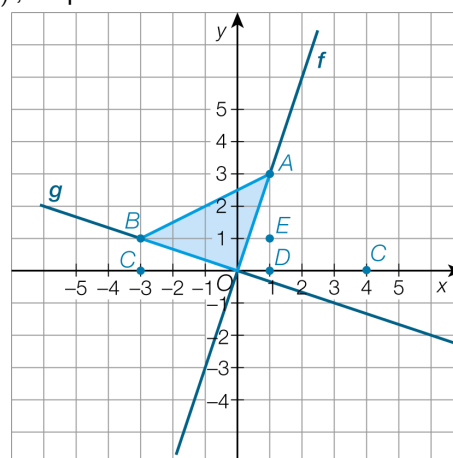
$$\overline{OA}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{DA}^2 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 1^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{OA}^2 = 10 \Leftrightarrow_{\overline{OA}>0} \overline{OA} = \sqrt{10}$$

▪ Pelo Teorema de Pitágoras: $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{EA}^2$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{EA}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 4^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 20 \Leftrightarrow_{\overline{AB}>0} \overline{AB} = \sqrt{20}$$

$$(\sqrt{20})^2 = (\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2 \Leftrightarrow 20 = 10 + 10 \Leftrightarrow 20 = 20$$

logo, conclui-se que o triângulo $[OAB]$ é retângulo em O pelo recíproco do Teorema de Pitágoras.

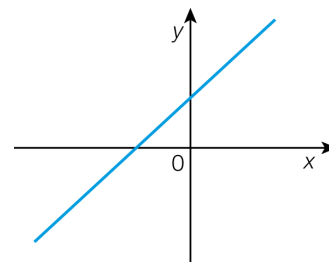


Ficha n.º 3 – Página 88

5. FUNÇÕES

1. Opção correta: (D)

Se $a > 0$ e $b > 0$, então o gráfico de f é uma reta que contém pontos de todos os quadrantes, exceto do quarto quadrante.



2.1. $h(x) = \frac{x}{2} - 7$.

2.2. $h(x) = \frac{x}{2} - 7 = \frac{1}{2}x - 7$

h é uma função afim pois corresponde à soma de uma função linear (de coeficiente $\frac{1}{2}$) com uma função constante (igual a -7). O coeficiente da variável é $\frac{1}{2}$ e o termo independente é -7 .

2.3. $h(-1) = -\frac{1}{2} - 7 = -\frac{1}{2} - \frac{14}{2} = -\frac{15}{2}$

$h(0) = \frac{1}{2} \times 0 - 7 = -7$

$h(2^{-1}) = h\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - 7 = \frac{1}{4} - \frac{28}{4} = -\frac{27}{4}$

$h\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} - 7 = \frac{3}{4} - \frac{28}{4} = -\frac{25}{4}$

$h(\sqrt{16}) = \frac{1}{2} \times \sqrt{16} - 7 = \frac{4}{2} - 7 = 2 - 7 = -5$

$D_h = \left\{ -\frac{15}{2}, -7, -\frac{27}{4}, -\frac{25}{4}, -5 \right\}$

3. $f(x) = ax + 5 \xrightarrow{(1, -3)} -3 = a \times 1 + 5 \Leftrightarrow -3 = a + 5 \Leftrightarrow a = -3 - 5 \Leftrightarrow a = -8$

A forma canónica é $f(x) = -8x + 5$.

4. Pelos dados do enunciado: $f(x) = -2x + 5$

$(g - f)(x) = 7x - 3$

Logo:

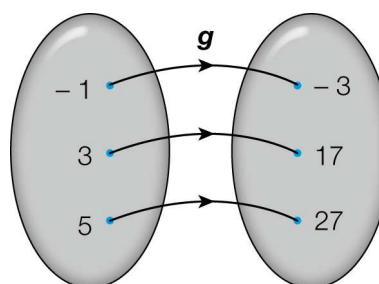
$g(x) - f(x) = 7x - 3 \Leftrightarrow g(x) = f(x) + 7x - 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow g(x) = -2x + 5 + 7x - 3 \Leftrightarrow g(x) = 5x + 2$

$g(-1) = 5 \times (-1) + 2 = -5 + 2 = -3$

$g(3) = 5 \times 3 + 2 = 15 + 2 = 17$

$g(5) = 5 \times 5 + 2 = 25 + 2 = 27$



5. A afirmação é verdadeira.

Toda a função linear é afim pois uma função linear pode ser considerada como a soma de uma linear (a própria) com uma função constante e igual a zero.

Contudo, nem toda a função afim é linear, pois, por exemplo, $y = 5x + 7$ representa uma função afim não linear.

Ficha n.º 3 – Página 89

6.1. O gráfico cartesiano da função f obtém-se do da função $y = x$ por uma translação associada ao vetor \overrightarrow{OA} , sendo O a origem do referencial e A o ponto de coordenadas $(0, 3)$.

O gráfico cartesiano da função g obtém-se do da função $y = x$ pela translação associada ao vetor \overrightarrow{OB} , sendo O a origem do referencial e B o ponto de coordenadas $(0, \sqrt{2})$.

O gráfico cartesiano da função h obtém-se do da função $y = x$ pela translação associada ao vetor \overrightarrow{OC} , sendo O a origem do referencial e C o ponto de coordenadas $(0, -\frac{1}{2})$.

Finalmente, o gráfico cartesiano da função i obtém-se do da função $y = x$ pela translação associada ao vetor \overrightarrow{OD} , sendo O a origem do referencial e D o ponto de coordenadas $(0, -2)$.

6.2.

	f	g	h	i
Declive	1	1	1	1
Ordenada na origem	3	$\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	-2

6.3.

	f	g	h	i
Ponto de interseção com o eixo Oy	$(0, 3)$	$(0, \sqrt{2})$	$(0, -\frac{1}{2})$	$(0, -2)$
Ponto de interseção com o eixo Ox	$(-3, 0)$	$(-\sqrt{2}, 0)$	$(\frac{1}{2}, 0)$	$(2, 0)$

7.

	f	g	h	i
Declive	$-\frac{3}{2}$	2	0	0
Ordenada na origem	0	1	0	3

8. $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

9. Opção correta: (A) $y = 2x + b \xrightarrow{(4,3)} 3 = 2 \times 4 + b \Leftrightarrow 3 - 8 = b \Leftrightarrow b = -5$

10. Opção correta: (C)

$$y = ax - \frac{1}{2} \xrightarrow{\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)} \frac{1}{2} = a \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}a \Leftrightarrow 1 = \frac{1}{3}a \Leftrightarrow a = 1 : \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = 1 \times \frac{3}{1} \Leftrightarrow a = 3$$

Ficha n.º 3 – Página 90

11. $r \parallel t$, pois ambas têm declive 3

$s \parallel v$, pois ambas têm declive -4

$$12.1. \quad y = 3x + b \rightarrow -\frac{3}{2} = 3 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + b \Leftrightarrow -\frac{3}{2} = -\frac{9}{2} + b \Leftrightarrow -\frac{3}{2} + \frac{9}{2} = b \Leftrightarrow b = \frac{6}{2} \Leftrightarrow b = 3$$

Logo, $f(x) = 3x + 3$.

$$12.2. \quad \text{a)} P\left(\frac{10}{3}, y\right)$$

$$y = 3 \times \frac{10}{3} + 3 = 10 + 3 = 13$$

As coordenadas do ponto são $\left(\frac{10}{3}, 13\right)$.

$$\text{b)} Q(x, -13)$$

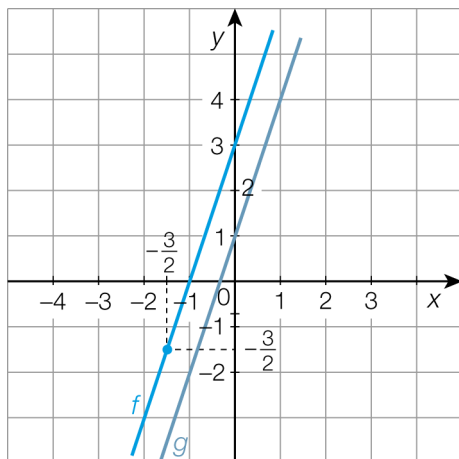
$$-13 = 3x + 3 \Leftrightarrow -13 - 3 = 3x \Leftrightarrow 3x = -16 \Leftrightarrow x = -\frac{16}{3}$$

As coordenadas do ponto são $\left(-\frac{16}{3}, -13\right)$.

$$12.3. \quad A(x, 0) \quad 0 = 3x + 3 \Leftrightarrow -3 = 3x \Leftrightarrow x = -\frac{3}{3} \Leftrightarrow x = -1, \text{ logo } A(-1, 0).$$

$$B(0, y) \quad y = 3 \times 0 + 3 \Leftrightarrow y = 3, \text{ logo } B(0, 3).$$

12.4.



12.5. Por observação do gráfico: $g(x) = 3x + 1$

$$12.6. \quad \text{a)} y = 3x + \frac{7}{2}$$

$$\text{b)} y = 3x + b \rightarrow \frac{1}{4} = 3 \times 3 + b \Leftrightarrow \frac{1}{4} = 9 + b \Leftrightarrow b = \frac{1}{4} - \frac{36}{4} \Leftrightarrow b = -\frac{35}{4}, \text{ logo } y = 3x - \frac{35}{4}.$$

Ficha n.º 3 – Página 91

13. As retas r , s e t têm o mesmo declive, porque são paralelas.

Assim, $f(x) = 0,8x + 1,2$ e $h(x) = 0,8x - 0,6$.

14.1. $I \rightarrow i$; $II \rightarrow f$; $III \rightarrow g$; $IV \rightarrow h$

14.2. $C(0, y); y = -3 \times 0 + 1 \Leftrightarrow y = 1$, logo $C(0, 1)$.

$A(x, 0); 0 = \frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -1 \Leftrightarrow x = (-1) : \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = (-1) \times 2 \Leftrightarrow x = -2$, logo $A(-2, 0)$.

$B(x, 0); 0 = -3x + 1 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$, logo $B\left(\frac{1}{3}, 0\right)$.

$D(x, 2); 2 = \frac{1}{2}x + 1 \Leftrightarrow 2 - 1 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow 1 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x = 1 : \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 1 \times 2 \Leftrightarrow x = 2$, logo $D(2, 2)$.

14.3. $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{\left(2 + \frac{1}{3}\right) \times 1}{2} = \frac{2 + \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{6}{3} + \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{7}{3}}{2} = \frac{7}{6}$ unidades quadradas

14.4. a) $y = \frac{1}{2}x + b \xrightarrow{B\left(\frac{1}{3}, 0\right)} 0 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + b \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{6} + b \Leftrightarrow b = -\frac{1}{6}$

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{6}$$

b) $y = 1$

15.1. $k - 2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow k = \frac{2}{3} + 2 \Leftrightarrow k = \frac{2}{3} + \frac{6}{3} \Leftrightarrow k = \frac{8}{3}$

15.2. $2 = (k - 2) \times (-1) + 3 \Leftrightarrow 2 = -k + 2 + 3 \Leftrightarrow k = 2 + 3 - 2 \Leftrightarrow k = 3$

15.3. $k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$

15.4. $k - 2 = 8 \Leftrightarrow k = 10$

Ficha n.º 4 – Página 92

5. FUNÇÕES

1.1. Opção correta: (A)

A equação de uma reta vertical é do tipo $x = c$, sendo c um número real.

1.2. Opção correta: (B)

$(-3, 0)$ e $(0, -2)$ são as coordenadas de dois pontos da reta t .

O declive de t é: $\frac{-2-0}{0-(-3)} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$

1.3. Opção correta: (B)

Uma reta vertical não representa graficamente uma função, pois ao mesmo valor de x correspondem infinitos valores de y .

2. Vamos começar por determinar uma equação da reta que contém os dois primeiros pontos.

$$y = kx + b; k = \frac{-2-5}{1-(-1)} = \frac{-7}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$y = -\frac{7}{2}x + b \xrightarrow{(1, -2)} -2 = \left(-\frac{7}{2}\right) \times 1 + b \Leftrightarrow -2 + \frac{7}{2} = b \Leftrightarrow -\frac{4}{2} + \frac{7}{2} = b \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$\text{Logo, } y = -\frac{7}{2}x + \frac{3}{2}.$$

Vamos agora verificar que o terceiro ponto não pertence a esta reta.

$$\text{Se } x = 3: y = \left(-\frac{7}{2}\right) \times 3 + \frac{3}{2} = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2} = -\frac{18}{2} = -9 \neq -8$$

Logo, não existe nenhuma reta que contenha simultaneamente os três pontos.

3. A reta AB não é vertical, pois as abcissas de A e B são diferentes ($-2 \neq 1$).

$$\text{O declive da reta } AB \text{ é } \frac{7-3}{1-(-2)} = \frac{4}{3}.$$

4. Opção correta: (D) $\frac{15}{2} = 7,5 > 7 > 6 > -\frac{7}{8}$

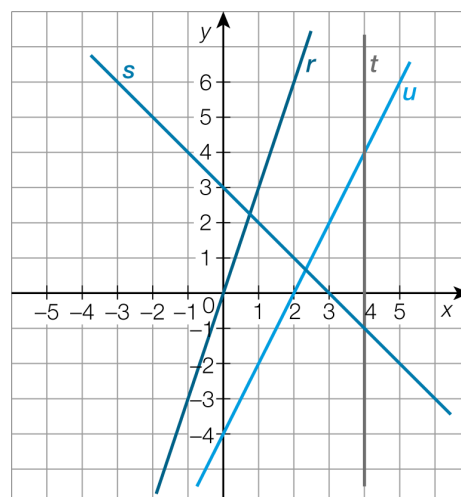
5. Cálculos auxiliares:

$$s: y = -x + 3$$

Para $x = 0$, $y = 3$; para $x = 1$, $y = -1 + 3 = 2$.

$$u: y = 2x - 4$$

Para $x = 0$, $y = -4$; para $x = 1$, $y = 2 \times 1 - 4 = -2$.



Ficha n.º 4 – Página 93

6.1. $r: y = ax + b; a = \frac{-6 - (-3)}{3 - 2} = \frac{-6 + 3}{1} = -3$

$y = -3x + b \xrightarrow{(2, -3)} -3 = (-3) \times 2 + b \Leftrightarrow -3 = -6 + b \Leftrightarrow -3 + 6 = b \Leftrightarrow b = 3$

$r: y = -3x + 3$

6.2. Se $x = -1: y = (-3) \times (-1) + 3 = 3 + 3 = 6 \neq 5$, logo o ponto não pertence a r .

6.3. Se $x = -2: y = (-3) \times (-2) + 3 = 6 + 3 = 9$, pelo que $(-2, 9)$ são as coordenadas do ponto pedido.

6.4. Se $y = 7: 7 = -3x + 3 \Leftrightarrow 7 - 3 = -3x \Leftrightarrow 3x = -4 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$, pelo que $(-\frac{4}{3}, 7)$ são as coordenadas do ponto pedido.

6.5. $P(a, 2a)$, logo $y = -3x + 3 \xrightarrow{P} 2a = (-3) \times a + 3 \Leftrightarrow 2a + 3a = 3 \Leftrightarrow 5a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{5}$

Assim, $P(\frac{3}{5}, 2 \times \frac{3}{5}) = (\frac{3}{5}, \frac{6}{5})$.

6.6. $s: x = 1$

Se $x = 1: y = (-3) \times 1 + 3 \Leftrightarrow y = 0$, logo o ponto de interseção tem de coordenadas $(1, 0)$.

6.7. Sabemos que retas paralelas têm o mesmo declive.

$y = -3x + b \xrightarrow{(2, 4)} 4 = (-3) \times 2 + b \Leftrightarrow 4 + 6 = b \Leftrightarrow b = 10$, logo $y = -3x + 10$.

6.8. Se $x = 4: y = (-3) \times 4 + 3 = -12 + 3 = -9$, pelo que o ponto é $(4, -9)$. Logo, $y = -9$.

6.9. Se $y = 9: 9 = -3x + 3 \Leftrightarrow 9 - 3 = -3x \Leftrightarrow 3x = -6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{3} \Leftrightarrow x = -2$, pelo que o ponto é $(-2, 9)$.

Logo, $x = -2$.

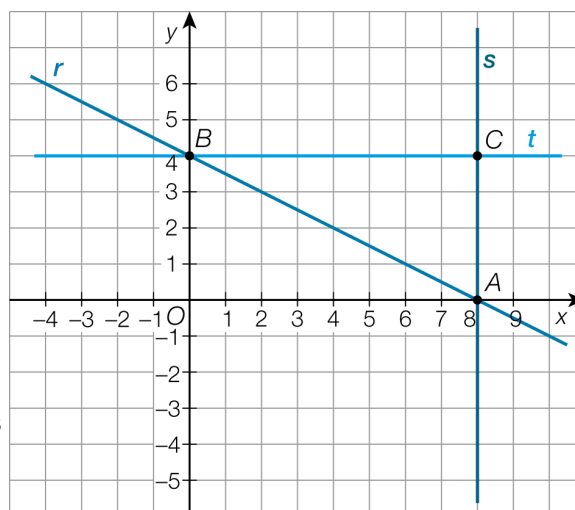
7. Cálculos auxiliares:

$r: y = -\frac{1}{2}x + 4$

Para $x = 0, y = 4$

Para $x = 2, y = (-\frac{1}{2}) \times 2 + 4 = -1 + 4 = 3$.

$A_{[ABC]} = \frac{b \times h}{2} = \frac{8 \times 4}{2} = \frac{32}{2} = 16$ unidades quadradas

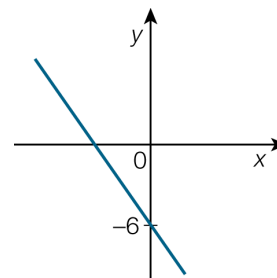


Ficha n.º 4 – Página 93 (cont.)

8.1. Todas as retas da família apresentada têm ordenada na origem igual a -6 , o que significa que todas intersectam o eixo Oy no ponto de coordenadas $(0, -6)$.

8.2. **Opção correta: (A)**

Se $a < 0$, as retas terão uma representação gráfica semelhante à do lado:



8.3. $P\left(6, \frac{6}{3} - 1\right) = (6, 2 - 1) = (6, 1)$, logo $y = ax - 6 \xrightarrow{(6, 1)} 1 = a \times 6 - 6 \Leftrightarrow 1 = 6a - 6 \Leftrightarrow 6a = 7 \Leftrightarrow a = \frac{7}{6}$.

Ficha n.º 5 – Página 94

5. FUNÇÕES

1.1. Opção correta: (C)

1.2. Opção correta: (D)

Quando o cão efetua uma volta completa em torno do poste, a sua distância a este permanece constante, sendo igual ao comprimento da corda.

- 2.1. Se O for a origem do referencial, A o ponto de coordenadas $(8, 500)$, B de coordenadas $(11, 500)$ e C de coordenadas $(15, 1200)$:

$$\text{Declive da reta } OA: \frac{500 - 0}{8 - 0} = 62,5$$

$$OA: y = 62,5x$$

$$\text{Se } x = 3, \text{ então } y = 62,5 \times 3 = 187,5.$$

O João encontrava-se a 187,5 metros de sua casa.

- 2.2. $1200 - 500 = 700$ m; $11 - 8 = 3$ minutos

A loja de jogos encontra-se a 700 m da casa do amigo e o João esteve parado em frente à montra durante três minutos.

- 2.3. $t = 11 + 2 = 13$

$$\text{Reta } BC: \text{ declive} = \frac{1200 - 500}{15 - 11} = \frac{700}{4} = 175$$

$$y = 175x + b \xrightarrow{(11, 500)} 500 = 175 \times 11 + b \Leftrightarrow 500 = 1925 + b \Leftrightarrow 500 - 1925 = b \Leftrightarrow b = -1425$$

$$\text{Logo, } BC: y = 175x - 1425$$

$$\text{Se } x = 13, y = 175 \times 13 - 1425 = 2275 - 1425 = 850$$

$$1200 - 850 = 350$$

O João encontrava-se a 350 m da casa do amigo.

- 2.4. Opção correta: (C)

$$y = x - 30\% \text{ de } x = x - 0,30x = 0,70x$$

Ficha n.º 5 – Página 95

3.1. 2 kg de maçã *Golden*: 0,90 €; 1 kg de maçã *Reineta*: $1,36 : 2 = 0,68$ €

$$0,90 + 0,68 = 1,58 \text{ €}$$

Resposta: A Sofia pagou 1,58 €.

3.2. $f(x) = 0,45x$ ($0,90 : 2 = 0,45$); $g(x) = 0,68x$ ($1,36 : 2 = 0,68$)

3.3. $3,75 : 0,45 = 8,3$ kg

3.4. $f(5) = 0,45 \times 5 = 2,25 \neq 2,2$, logo o ponto de coordenadas (5; 2,2) não pertence ao gráfico de f .

$f(30) = 0,45 \times 30 = 13,5$, logo o ponto de coordenadas (30; 13,5) pertence ao gráfico de f .

3.5. $10,2 = 0,68x \Leftrightarrow x = \frac{10,2}{0,68} \Leftrightarrow x = 15$ e significa que com 10,20 € podem ser adquiridos 15 kg de maçã *Reineta*.

3.6. $f(17) = 0,45 \times 17 = 7,65$ e significa que 7,65 € é o preço a pagar por 17 kg de maçã *Golden*.

4.1. Seja C o ponto de coordenadas (0, 3) e D o ponto de coordenadas (6, 0). Como $OC \parallel BP$, então, os triângulos [COD] e [PBD] são semelhantes e, assim, $\frac{OC}{BP} = \frac{OD}{BD}$.

$$\frac{3}{BP} = \frac{6}{6-x} \Leftrightarrow 6BP = 3(6-x) \Leftrightarrow BP = \frac{18-3x}{6} \Leftrightarrow BP = -\frac{3}{6}x + \frac{18}{6} \Leftrightarrow BP = -\frac{1}{2}x + 3$$

4.2. Se $x = 4$, $BP = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 + 3 = -2 + 3 = 1$, logo $A_{[OBPA]} = 4 \times 1 = 4$ unidades quadradas

4.3. Para que [OBPA] seja um quadrado, é preciso que $OB = BP$, logo:

$$x = -\frac{1}{2}x + 3 \Leftrightarrow x + \frac{1}{2}x = 3 \Leftrightarrow 2x + x = 6 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

$$P \rightarrow (2, y) \text{ e como } y = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 2 + 3 = -1 + 3 = 2, \text{ então } P(2, 2)$$

4.4. a) $g(x) = P_{[OBPA]} = 2OB + 2BP = 2x + 2\left(-\frac{1}{2}x + 3\right) = 2x - x + 6 = x + 6$

g é uma função afim, pois trata-se da soma de uma função linear (de coeficiente 1) com uma função constante (igual a 6).

b) $g(1) = 1 + 6 = 7$ significa que o perímetro do retângulo [OBPA] é 7 unidades se a abscissa de P for igual a 1.

Ficha n.º 5 – Página 96

5.1. a) O valor fixo é de 30 €.

b) $C(52) = 30 + 0,02 \times 52 = 30 + 1,04 = 31,04$ €

O valor do seguro, naquele mês, é 31,04 €.

5.2. $32,40 = 30 + 0,02x \Leftrightarrow 32,40 - 30 = 0,02x \Leftrightarrow x = \frac{2,40}{0,02} \Leftrightarrow x = 120$

O custo da atualização do *software* no referido mês foi de 120 €.

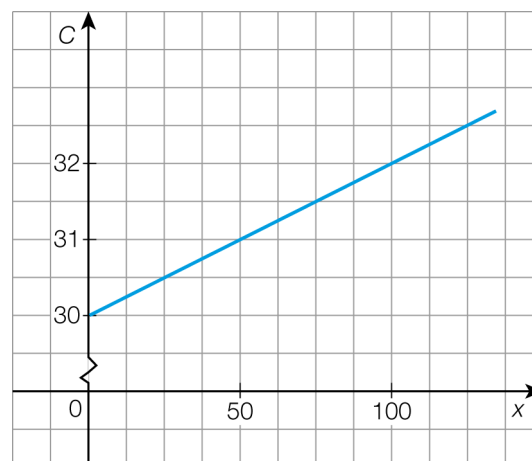
5.3. Cálculos auxiliares

$$y = 30 + 0,02x$$

Para $x = 0$, $y = 30$.

Para $x = 50$, $y = 30 + 0,02 \times 50 = 31$.

Para $x = 100$, $y = 30 + 0,02 \times 100 = 32$.



5.4. O declive da semirreta é 0,02 e significa que a percentagem a pagar, mensalmente, pela atualização de *software* é de 2%.

6. O gráfico correto é o (A).

Rejeita-se o gráfico (D), pois o aumento da altura da água no recipiente não é diretamente proporcional ao tempo ao longo de todo o recipiente, visto que este é mais estreito na parte superior.

Rejeita-se o gráfico (C), pois segundo este gráfico, com o passar do tempo a altura da água no recipiente diminui quando, na realidade, acontece precisamente o contrário.

Rejeita-se o gráfico (B), uma vez que, sendo o recipiente mais largo na parte inferior e mais estreito na parte superior, a altura da água cresce mais lentamente no início e mais rapidamente no final. Contudo, segundo este gráfico, aconteceria o contrário, pois neste, o declive do primeiro segmento de reta é superior ao do segundo.

Ficha n.º 5 – Página 97

- 7.1. $(12, 0) \rightarrow$ pertence ao gráfico de h pois ao fim de 12 minutos a vela deixa de existir (tendo, portanto, uma altura nula). A reta que representa h contém os pontos de coordenadas $(12, 0)$ e $\left(1, \frac{11}{2}\right)$.

$$\frac{\frac{11}{2} - 0}{1 - 12} = \frac{\frac{11}{2}}{-11} = -\frac{1}{2} \rightarrow \text{coeficiente (declive da respetiva reta)}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + b \xrightarrow{(12, 0)} 0 = -\frac{1}{2} \times 12 + b \Leftrightarrow b = 6. \text{ Assim, } h(t) = -\frac{1}{2}t + 6.$$

7.2. $h(0) = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 0 + 6 = 6 \text{ cm}$

$$h(4) = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 + 6 = -\frac{4}{2} + 6 = -2 + 6 = 4 \text{ cm}$$

A altura da vela antes de ter sido acesa era 6 cm; quatro minutos depois de ter sido acesa, ficou com uma altura de 4 cm.

7.3. $-\frac{1}{2}t + 6 = \frac{6}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}t + \frac{12}{2} = \frac{6}{2} \Leftrightarrow -t + 12 = 6 \Leftrightarrow -t = -6 \Leftrightarrow t = 6 \text{ min}$

A vela demorou 6 minutos a atingir metade da altura inicial.

7.4. $f(0) = 0 \rightarrow$ no início ainda não tinha ardido nenhuma parte da vela

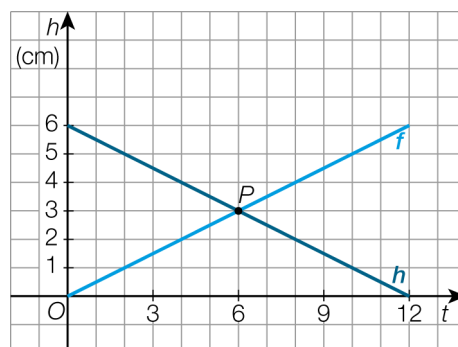
$$f(12) = 6 \rightarrow \text{após 12 minutos a vela tinha ardido toda (o que equivale a 6 cm)}$$

f será uma função linear

$$f(t) = at \Leftrightarrow 6 = a \times 12 \Leftrightarrow a = \frac{6}{12} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(t) = \frac{1}{2}t$$

- 7.5. O ponto assinalado, P , tem coordenadas $(6, 3)$ e significa que, ao fim de seis minutos, a altura da vela ardida é igual à altura da vela que falta arder (3 cm).



8.1. $C(x) = (19,99 + 0,1528x) + 23\% \text{ de } (19,99 + 0,1528x) =$
 $= (19,99 + 0,1528x) \times 1,23 = 24,5877 + 0,187944x$

8.2. $C(300) = 24,5877 + 0,187944 \times 300 = 80,9709 \approx 80,97 \text{ €}$

O custo total foi de 80,97 €.

8.3. $24,5877 + 0,187944x = 90,37 \Leftrightarrow 0,187944x = 65,7823 \Leftrightarrow x = \frac{65,7823}{0,187944} \Leftrightarrow x \approx 350$

O consumo foi de 350 kWh.

Teste n.º 1 – Página 98

5. FUNÇÕES

1.1. $h(x) = -\frac{2}{3}x$

1.2. h é linear, pois a sua forma canónica é do tipo ax , com $a \in \mathbb{R}$. Neste caso, $a = -\frac{2}{3}$, ou seja, o coeficiente da variável é $-\frac{2}{3}$.

1.3. $h(1) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 1 = -\frac{2}{3}$; $h(3) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 3 = -2$; $h(-6) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-6) = 4$; $h(12) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 12 = -\frac{24}{3} = -8$

Assim, $h(1) + h^2(3) + \sqrt{h(-6)} + \sqrt[3]{h(12)} = -\frac{2}{3} + (-2)^2 + \sqrt{4} + \sqrt[3]{-8} = -\frac{2}{3} + 4 + 2 - 2 = -\frac{2}{3} + \frac{12}{3} = \frac{10}{3}$.

1.4. Declive: $-\frac{2}{3}$; $y = -\frac{2}{3}x + b \rightarrow \frac{7}{3} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-3) + b \Leftrightarrow \frac{7}{3} = \frac{6}{3} + b \Leftrightarrow b = \frac{7}{3} - \frac{6}{3} \Leftrightarrow b = \frac{1}{3}$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

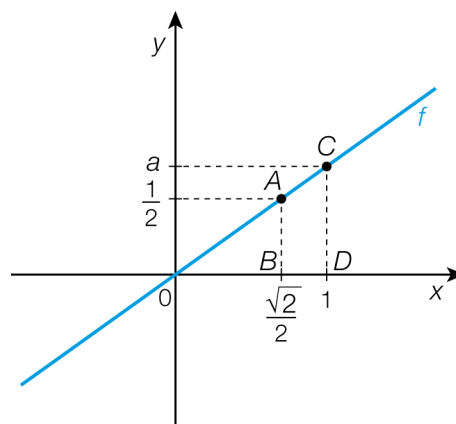
1.5. $P(x, -3)$; $-3 = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\frac{9}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}x \Leftrightarrow -10 = -2x \Leftrightarrow x = \frac{10}{2} \Leftrightarrow x = 5$

$P(5, -3)$

2. Se a função é linear, então:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a}{1} \Leftrightarrow a \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Assim, a equação do gráfico de f é $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x$.



3. $s: y = -3$; $r: x = \sqrt{5}$

Cálculos auxiliares: $x^2 = 1^2 + 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 + 4 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}_{x>0}$

$u: y = \frac{1}{2}x + 2$

Cálculos auxiliares: $y = ax + b$; $a = \frac{2-0}{0-(-4)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; $y = \frac{1}{2}x + b \rightarrow b = 2_{(0,2)}$

$t: y = -4x$

Cálculos auxiliares: $y = ax \rightarrow -4 = a \times 1 \Leftrightarrow a = -4_{(1,-4)}$

Teste n.º 1 – Página 99

4.1. $f(x) = 3(x - 2) = 3x - 6$

4.2. $f(3) = 3 \times 3 - 6 = 9 - 6 = 3$

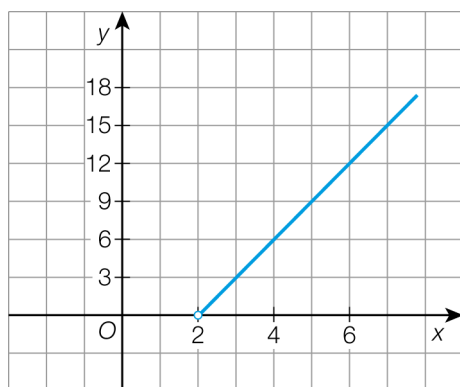
Significa que, se $x = 3$, a área do retângulo é 3 unidades quadradas.

4.3. A afirmação é falsa.

$1 \notin D_f$, porque se $x = 1$, a base do retângulo seria $1 - 2 = -1$. Contudo, a medida do lado de um retângulo não pode assumir um valor negativo.

4.4. No contexto apresentado, $x - 2$ representa uma medida, logo tem de ser positivo. Para que $x - 2 > 0$, então x tem de ser superior a 2. Assim, D_f é o conjunto dos números reais superiores a 2.

4.5.



Nota: $2 \notin D_f$, por isso, a semirreta tem origem num ponto que não pertence ao gráfico de f no contexto do problema.

5. $C(0, 6)$ e $B(4, 0)$

$r: y = ax + b$ tal que $a = \frac{0 - 6}{4 - 0} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$, pelo que $r: y = -\frac{3}{2}x + 6$

O ponto A pertence simultaneamente a r e a s . Assim, como $r: y = -\frac{3}{2}x + 6$ e $s: y = \frac{1}{2}x$, então a abcissa de A satisfaz a equação:

$$-\frac{3}{2}x + 6 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x = -6 \Leftrightarrow -\frac{4}{2}x = -6 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = 3 \rightarrow y = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

$$A\left(3, \frac{3}{2}\right)$$

A área do triângulo $[OCA]$ é $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = \frac{18}{2} = 9$ unidades quadradas.

6. **Opção correta: (B)**

Se a Joana paga uma entrada de 30 €, então fica a dever 300 €. Ao fim de um mês paga 25 €, ficando a dever $(300 - 25)$ €. Ao fim de dois meses, o montante em dívida é $(300 - 25 \times 2)$ € e, assim sucessivamente.

Teste n.º 2 – Página 100

5. FUNÇÕES

1.1. Opção correta: (D)

$$A(-1, 3); B(2, 1)$$

$$\text{Declive: } k = \frac{1-3}{2-(-1)} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$$

1.2. Opção correta: (A)

$$y = -\frac{2}{3}x + b \xrightarrow{(-1, 3)} 3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times (-1) + b \Leftrightarrow 3 = \frac{2}{3} + b \Leftrightarrow 3 - \frac{2}{3} = b \Leftrightarrow \frac{9}{3} - \frac{2}{3} = b \Leftrightarrow b = \frac{7}{3}$$

$$r: y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$

1.3. Opção correta: (C)

$$f(4) = \left(-\frac{2}{3}\right) \times 4 + \frac{7}{3} = -\frac{8}{3} + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3} = -0,(\overline{3})$$

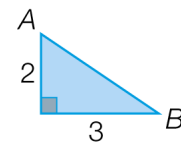
$-0,(\overline{3})$ é uma dízima infinita periódica de período 3.

1.4. Opção correta: (B)

$$g(x) = ax \xrightarrow{B(2, 1)} 1 = a \times 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$$

1.5. Opção correta: (C)

$$\overline{AB}^2 = 3^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 9 + 4 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 13 \xrightarrow{\overline{AB} > 0} \overline{AB} = \sqrt{13}$$



2. 1.º termo: $1 + 2 = 3$; 2.º termo: $2 + 2 = 4$; 3.º termo: $3 + 2 = 5$

$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$, logo os primeiro, segundo e terceiro termos da sequência formam um terço pitagórico.

Teste n.º 2 – Página 101

3.1. a 3.9. $f(x) = 2x - 3$

$$g(x) = 2x + b \xrightarrow{(1,3)} 3 = 2 \times 1 + b \Leftrightarrow b = 1$$

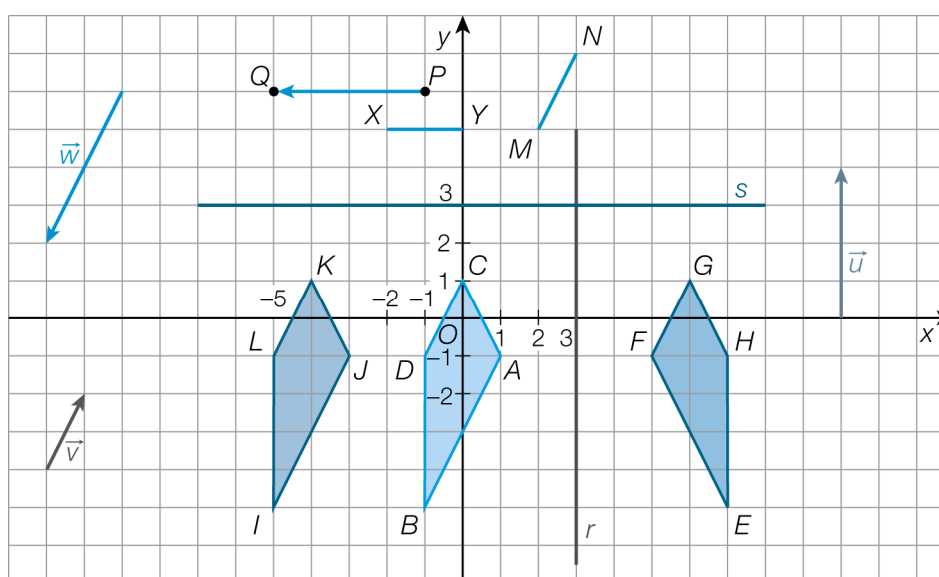
$$g(x) = 2x + 1$$

$$A(1, y); y = f(1) = 2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1 \rightarrow A(1, -1)$$

$$B(-1, y); y = f(-1) = 2 \times (-1) - 3 = -2 - 3 = -5 \rightarrow B(-1, -5)$$

$$C(0, y); y = g(0) = 2 \times 0 + 1 = 1 \rightarrow C(0, 1)$$

$$D(-1, y); y = g(-1) = 2 \times (-1) + 1 = -2 + 1 = -1 \rightarrow D(-1, -1)$$



$$3.4. \quad A_{[BACD]} = A_{[BAD]} + A_{[ACD]} = \frac{2 \times 4}{2} + \frac{2 \times 2}{2} = 4 + 2 = 6 \text{ unidades quadradas}$$

Teste n.º 2 – Página 102

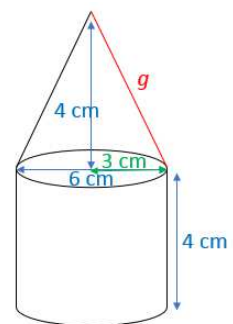
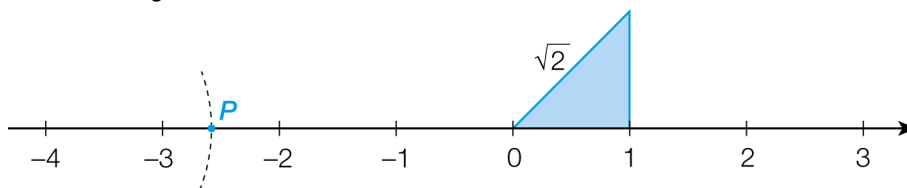
4.1. Opção correta: (B)

4.2. Opção correta: (B)

4.3. Opção correta: (A)

$$h(51) = \frac{51}{5} - 4 = \frac{51}{5} - \frac{20}{5} = \frac{31}{5} = 6,2 \qquad 6,2 = 6 + 0,2 = 6 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1}$$

4.4. $h(5\sqrt{2}) = \frac{5\sqrt{2}}{5} - 4 = \sqrt{2} - 4 = -4 + \sqrt{2}$; $x^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$
 $x > 0$



5.1. $V_{\text{sólido}} = V_{\text{cone}} + V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base cilindro}} \times h_{\text{cilindro}} + \frac{1}{3} \times A_{\text{base cone}} \times h_{\text{cone}}$
 $= \pi \times 3^2 \times 4 + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi + 12\pi = 48\pi \approx 150,8 \text{ cm}^3$

5.2. $A_{\text{sólido}} = A_{\text{lateral cone}} + A_{\text{lateral cilindro}} + A_{\text{base cilindro}} = \pi \times r \times g_{\text{cone}} + 2 \times \pi \times r \times h_{\text{cilindro}} + \pi \times r^2$

Pelo teorema de Pitágoras, $g^2 = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow g^2 = 9 + 16 \Leftrightarrow g^2 = 25 \Leftrightarrow g = \sqrt{25} \Leftrightarrow g = 5 \text{ cm}$
 $g > 0$

Logo, $A_{\text{sólido}} = \pi \times 3 \times 5 + 2 \times \pi \times 3 \times 4 + \pi \times 3^2 = 15\pi + 24\pi + 9\pi = 48\pi \approx 150,8 \text{ cm}^2$

Teste n.º 2 – Página 103

$$6.1. \quad a = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-6-(-8)} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$b = \frac{(-2)^0 \times 3^8 \times (-2)^8}{[(-3)^2]^4} \times 2^{-7} = \frac{1 \times (3 \times (-2))^8}{(-3)^8} \times 2^{-7} = \frac{(-6)^8}{(-3)^8} \times 2^{-7} = \left(\frac{-6}{-3}\right)^8 \times 2^{-7} = 2^8 \times 2^{-7} = 2$$

- 6.2. Termo geral: $\frac{1}{9}n + 2$; 3.º termo: $\frac{1}{9} \times 3 + 2 = \frac{3}{9} + 2 = \frac{1}{3} + 2 = \frac{1}{3} + \frac{6}{3} = \frac{7}{3}$ não é equivalente a uma fração decimal, uma vez que o denominador é o número primo 3 (uma fração irredutível só é equivalente a uma fração decimal quando, na decomposição em fatores primos do seu denominador, surgem apenas os números primos 2 e 5).

6.3. Opção correta: (D)

$$10.º \text{ termo: } \frac{1}{9} \times 10 + 2 = \frac{10}{9} + \frac{18}{9} = \frac{28}{9} \in \mathbb{Q}^+$$

- 6.4. Para que um termo desta sequência pertença a \mathbb{N} , é preciso que n seja múltiplo de 9. De entre os dez primeiros números naturais, apenas um (o 9) é múltiplo de 9.

Assim, há um único termo pertencente a \mathbb{N} . É o 9.º termo: $\frac{1}{9} \times 9 + 2 = 1 + 2 = 3$.

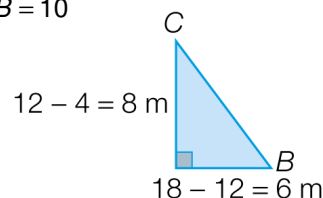
$$7. \quad \overline{CD} = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \text{ m}$$

$$\overline{CB}^2 = 8^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 64 + 36 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 100 \Leftrightarrow \overline{CB} = \sqrt{100} \Leftrightarrow \overline{CB} = 10$$

$$P_{\text{terreno}} = 12 + 12 + 18 + 4 + 10 = 56 \text{ m}$$

$$\text{Custo: } 56 \times 16,50 = 924$$

O senhor Carvalho gastará 924 €.



$$8. \quad \frac{11}{6} = 1,8(3)$$

Assim:

1.º termo: $8 \rightarrow$ 1.º algarismo após a vírgula

2.º termo: $3 \rightarrow$ 2.º algarismo após a vírgula

$n.º$ termo: 3 para $n \geq 2$

Portanto, o contradomínio da sequência tem dois elementos (8 e 3).