

Funções (12.º ano)

## 2.ª derivada (concavidades e pontos de inflexão)

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios



1. Seja  $g$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , cuja derivada, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , é definida por  $g'(x) = \frac{x - e^{3x}}{x}$ .

Estude, sem recorrer à calculadora, a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $g$  tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $g$  tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de  $g$ .

Exame – 2022, Ép. especial

2. Para um certo número real  $k$ , seja  $g$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{k - kx} & \text{se } x < 1 \\ x^2 - 10 + 8 \ln x & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Estude, sem recorrer à calculadora, a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão no intervalo  $]1, +\infty[$ .

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $g$  tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $g$  tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de  $g$ , caso este(s) exista(m).

Exame – 2020, Ép. especial

3. Seja  $f$  uma função, de domínio  $]0, +\infty[$ , cuja derivada,  $f'$ , de domínio  $]0, +\infty[$ , é dada por  $f'(x) = \frac{2 + \ln x}{x}$

Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Estude a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de  $f$

Exame – 2020, 2.<sup>a</sup> Fase

4. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = x^3 + 6 \ln x$

Estude a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para cima;
- as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de  $f$

Exame – 2018, Ép. especial

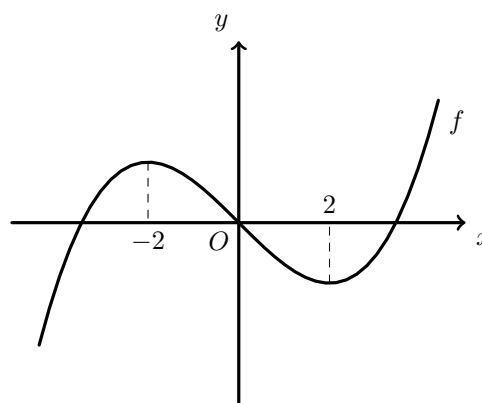
5. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função  $f$ , polinomial do terceiro grau.

Tal como a figura sugere, a função  $f$  tem um máximo relativo para  $x = -2$  e tem um mínimo relativo para  $x = 2$

A origem do referencial é ponto de inflexão do gráfico de  $f$

Sejam  $f'$  e  $f''$  a primeira e a segunda derivadas da função  $f$ , respetivamente.

Qual é o conjunto solução da condição  $f'(x) \times f''(x) \geq 0$ ?



- (A)  $[-2, 0] \cup [2, +\infty[$       (B)  $] -\infty, -2] \cup [0, 2]$       (C)  $] -\infty, 0] \cup [2, +\infty[$       (D)  $] -\infty, -2] \cup [0, +\infty[$

Exame – 2017, Ép. especial



6. Seja  $f$  a função, de domínio  $]1 - \pi, +\infty[$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-2}{\sin(x-1)} & \text{se } 1 - \pi < x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ e^{-2x+4} + \ln(x-1) & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

O gráfico da função  $f$  tem um único ponto de inflexão, cuja abcissa pertence ao intervalo  $]1,2[$ . Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a abcissa desse ponto.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver o problema;
- apresente a abcissa do ponto de inflexão arredondada às centésimas.

Exame – 2017, Ép. especial

7. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$

A tabela de variação de sinal da função  $f''$ , segunda derivada de  $f$ , é a seguinte.

$x$	$-\infty$	$-10$		$0$		$10$	$+\infty$
$f''$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

Seja  $g$  a função definida por  $g(x) = -f(x-5)$

Em qual dos intervalos seguintes o gráfico de  $g$  tem concavidade voltada para baixo?

- (A)  $] -15, -5[$       (B)  $]0,10[$       (C)  $] -5,5[$       (D)  $]5,15[$

Exame – 2017, 2.ª Fase

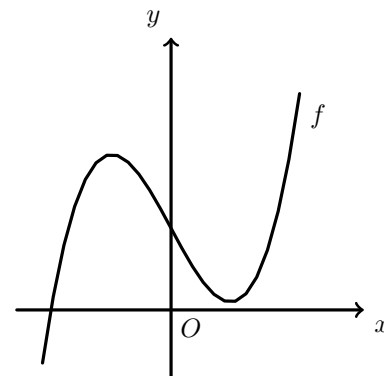
8. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função polinomial  $f$

Sabe-se que o único ponto de inflexão do gráfico de  $f$  tem abcissa 0

Seja  $f''$  a segunda derivada da função  $f$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A)  $f''(1) + f''(2) < 0$       (B)  $f''(-2) + f''(-1) > 0$   
 (C)  $f''(-1) \times f''(-2) < 0$       (D)  $f''(1) \times f''(2) > 0$



Exame – 2017, 1.ª Fase



9. Seja  $f$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}$ , cuja **derivada**,  $f'$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , é dada por

$$f'(x) = e^x (x^2 + x + 1)$$

Resolva o item seguinte recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

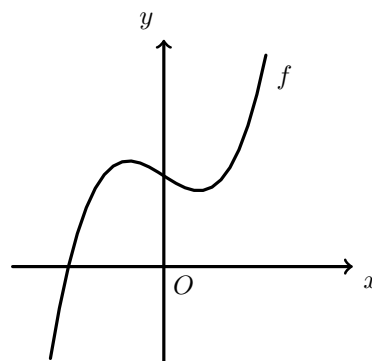
Estude a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão. Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para cima;
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de  $f$

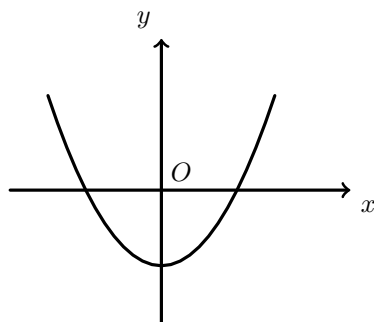
Exame – 2016, 1.ª Fase

10. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função polinomial  $f$

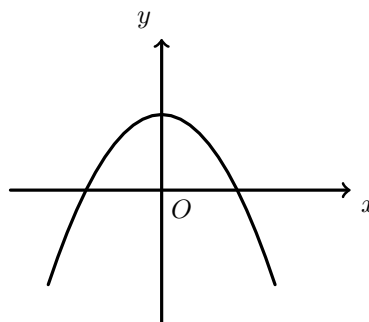
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $f''$ , segunda derivada da função  $f$  ?



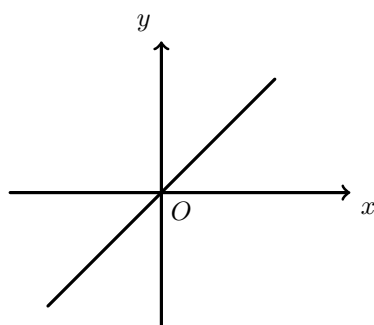
(A)



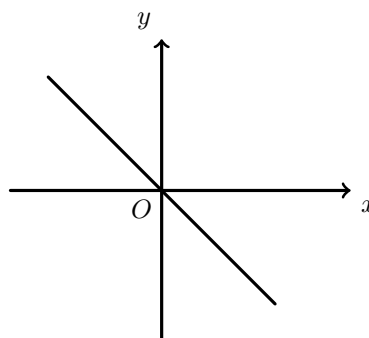
(B)



(C)



(D)



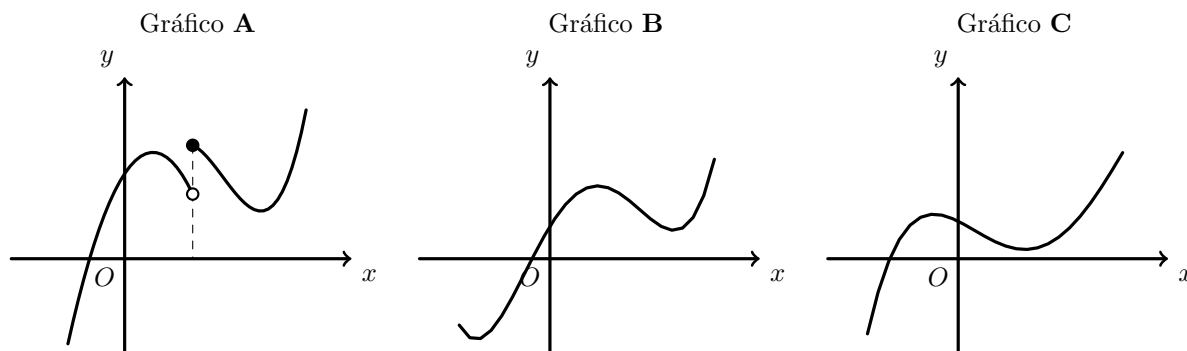
Exame – 2015, Ép. especial



11. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função tal que:

- $f$  tem derivada finita em todos os pontos do seu domínio;
- $f'(0) > 0$
- $f''(x) < 0$ , para qualquer  $x \in ]-\infty, 0[$

Nenhum dos gráficos a seguir apresentados é o gráfico da função  $f$



Elabore uma composição na qual apresente, para cada um dos gráficos, uma razão pela qual esse gráfico não pode ser o gráfico da função  $f$

Exame – 2015, 2.<sup>a</sup> Fase

12. Seja  $f$  a função, de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sqrt{e}}{2x - 1} & \text{se } x < \frac{1}{2} \\ (x + 1) \ln x & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Estude, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora, a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no intervalo  $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$

Na sua resposta, apresente:

- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para baixo;
- o(s) intervalo(s) em que o gráfico de  $f$  tem concavidade voltada para cima;
- as coordenadas do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de  $f$

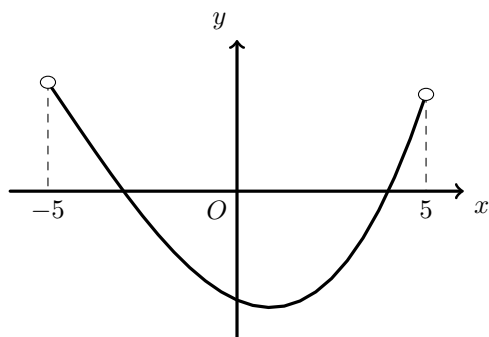
Exame – 2015, 1.<sup>a</sup> Fase



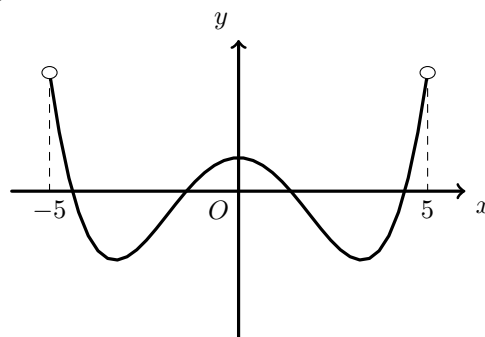
13. Seja  $f$  uma função de domínio  $] - 5, 5[$ .  
Sabe-se que o gráfico da função  $f$  tem exatamente dois pontos de inflexão.

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função  $f''$ , segunda derivada da função  $f$ ?

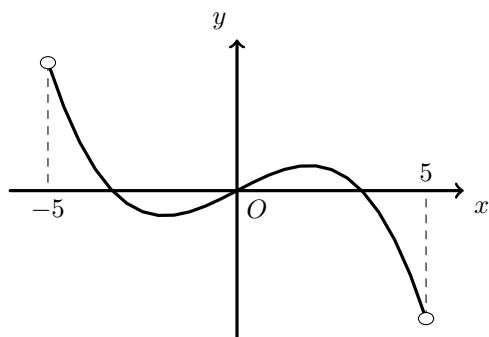
(A)



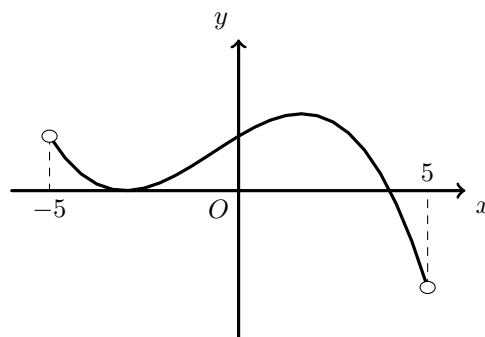
(B)



(C)



(D)

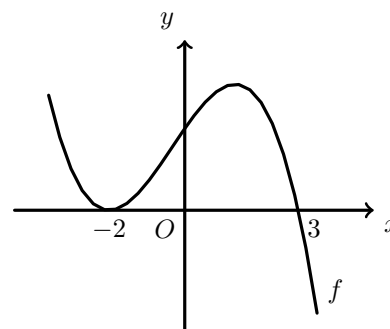


Exame – 2014, Ép. especial

14. Na figura seguinte, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função polinomial  $f$ , de grau 3

Sabe-se que:

- $-2$  e  $3$  são os únicos zeros da função  $f$
- a função  $f$  tem um extremo relativo em  $x = -2$
- $h'$ , primeira derivada de uma função  $h$ , tem domínio  $\mathbb{R}$  e é definida por  $h'(x) = \frac{f(x)}{e^{2x}}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 3$



Considere as afirmações seguintes.

I) A função  $h$  tem dois extremos relativos.

II)  $h''(-2) = 0$

III)  $y + 3 = 0$  é uma equação da assíntota do gráfico da função  $h$  quando  $x$  tende para  $+\infty$

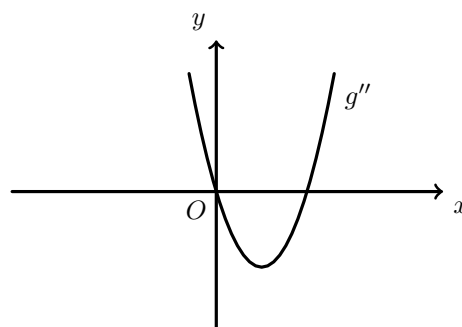
Elabore uma composição, na qual indique, justificando, se cada uma das afirmações é verdadeira ou falsa. Na sua resposta, apresente três razões diferentes, uma para cada afirmação.

Exame – 2014, 2.ª fase

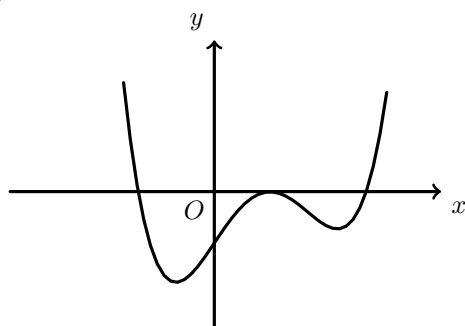


15. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal  $xOy$ , parte do gráfico da função  $g''$ , segunda derivada de uma função  $g$

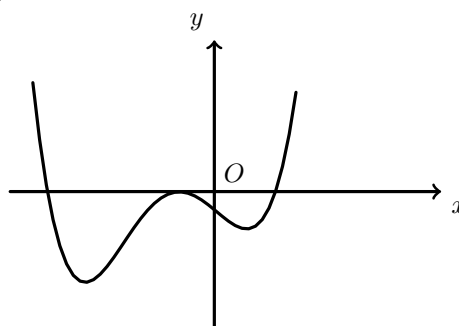
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $g$ ?



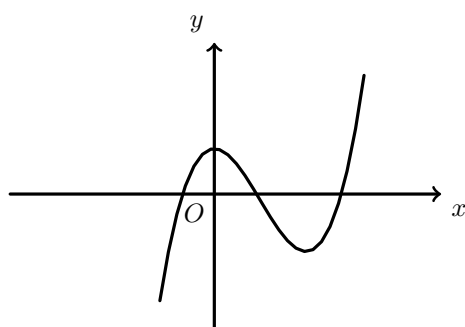
(A)



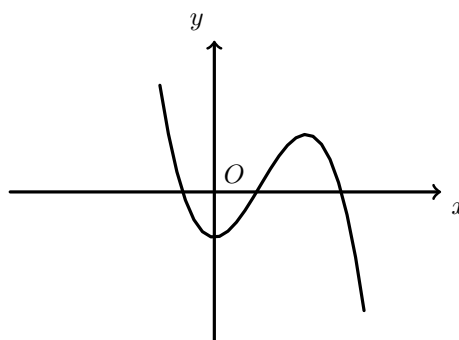
(B)



(C)



(D)



Exame – 2014, 2.ª fase

16. Seja  $f$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , com derivada finita em todos os pontos do seu domínio. A sua derivada,  $f'$ , é definida por  $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$

Quantos pontos de inflexão tem o gráfico da função  $f$ ?

- (A) Zero      (B) Um      (C) Dois      (D) Três

Teste Intermédio 12.º ano – 30.04.2014

17. Seja  $f$  uma função cuja derivada,  $f'$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , é dada por  $f'(x) = (4+x)^2$   
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) O gráfico da função  $f$  tem a concavidade voltada para cima em  $\mathbb{R}$   
(B) A função  $f$  tem um máximo relativo em  $x = -4$   
(C) O gráfico da função  $f$  não tem pontos de inflexão.  
(D) O gráfico da função  $f$  tem um ponto de inflexão de coordenadas  $(-4, f(-4))$

Exame – 2013, Ép. especial



18. Sejam  $f'$  e  $f''$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , a primeira derivada e a segunda derivada de uma função  $f$ , respetivamente. Sabe-se que:

- $a$  é um número real;
- $P$  é o ponto do gráfico de  $f$  de abscissa  $a$
- $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = 0$
- $f''(a) = -2$

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A)  $a$  é um zero da função  $f$
- (B)  $f(a)$  é um máximo relativo da função  $f$
- (C)  $f(a)$  é um mínimo relativo da função  $f$
- (D)  $P$  é ponto de inflexão do gráfico da função  $f$

Exame – 2013, 2.<sup>a</sup> fase

19. Seja  $g$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , cuja derivada,  $g'$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , é dada por

$$g'(x) = \ln(e^x + 6e^{-x} + 4x)$$

Estude a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, recorrendo a métodos analíticos, sem utilizar a calculadora.

Exame – 2013, 2.<sup>a</sup> fase

20. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$  e seja  $f''$  a segunda derivada da função  $f$ . Sabe-se que  $f''$  tem domínio  $\mathbb{R}$  e é definida por  $f''(x) = e^{-x}x^2(x - 1)$ . Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) O gráfico da função  $f$  tem exatamente quatro pontos de inflexão.
- (B) O gráfico da função  $f$  tem exatamente três pontos de inflexão.
- (C) O gráfico da função  $f$  tem exatamente dois pontos de inflexão.
- (D) O gráfico da função  $f$  tem exatamente um ponto de inflexão.

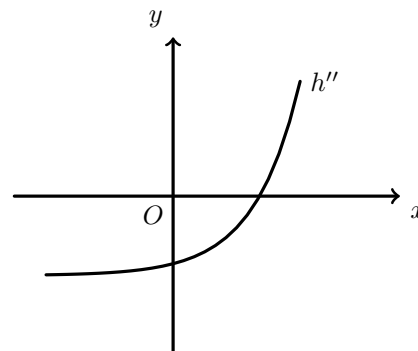
Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2013



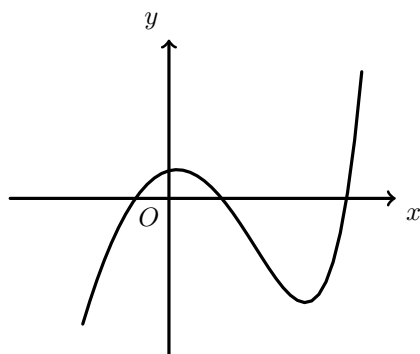


21. Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n.  $xOy$ , parte do gráfico de  $h''$ , segunda derivada de uma função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$

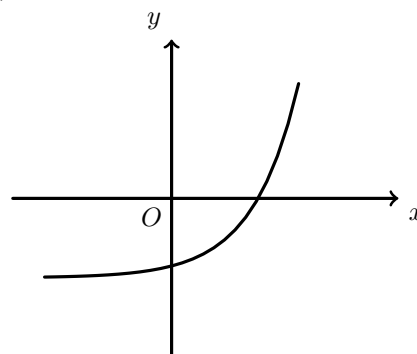
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $h$ ?



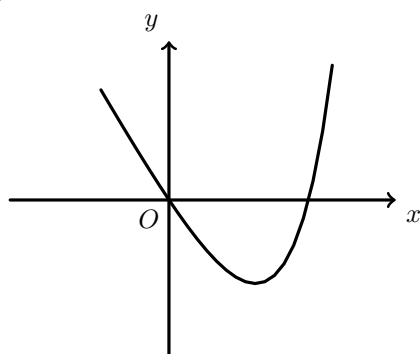
(A)



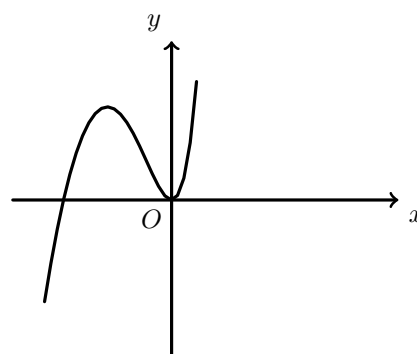
(B)



(C)



(D)



Exame – 2012, Ép. especial

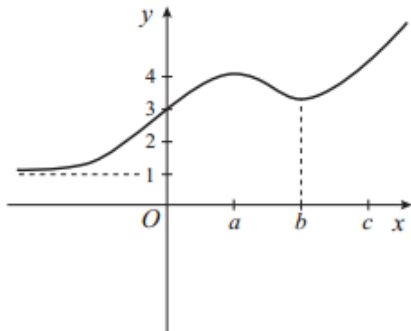


22. Considere, num referencial o. n.  $xOy$ , o gráfico de uma função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ . Sabe-se que:

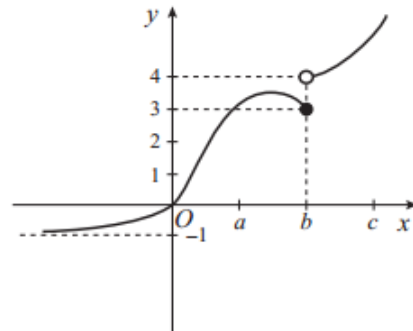
- $a, b$  e  $c$  são números reais positivos e  $a < b < c$
- $h$  tem um mínimo relativo em  $]a, c[$
- $h$  é crescente em  $] - \infty, 0[$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (h(x) - 1) = 0$
- a segunda derivada,  $h''$ , da função  $h$  é tal que  $h''(x) > 0$  para  $x > b$

Apenas uma das opções seguintes pode representar uma parte do gráfico da função  $h$

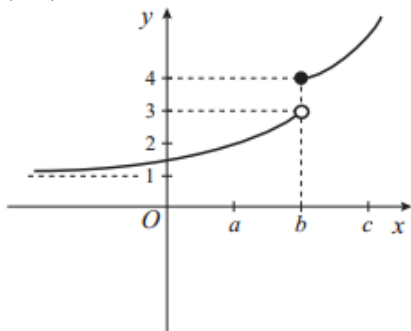
(I)



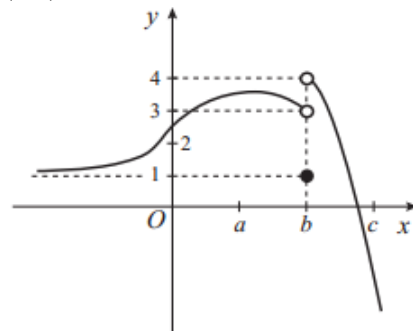
(II)



(III)



(IV)



Elabore uma composição na qual:

- indique a opção que pode representar  $h$
- apresente três razões para rejeitar as restantes opções, uma por cada opção rejeitada.

Exame – 2012, Ép. especial

23. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1 - x^3}} & \text{se } x < 0 \\ 1 - e^{k+1} & \text{se } x = 0 \text{ com } k \in \mathbb{R} \\ \frac{1 - e^{4x}}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Seja  $g$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , cuja derivada,  $g'$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , é dada por  $g'(x) = f(x) - \frac{1}{x}$ . Estude, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Exame – 2012, 2.ª Fase

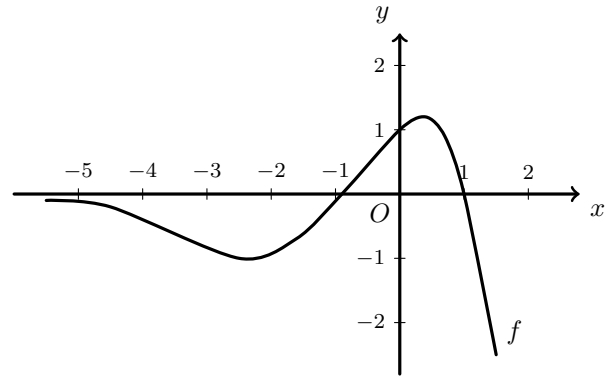


24. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$

Sejam  $f'$  e  $f''$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , a primeira derivada e a segunda derivada de  $f$ , respetivamente.

Qual dos valores seguintes pode ser positivo?

- (A)  $f'(1)$                       (B)  $f'(-3)$   
(C)  $f''(-3)$                     (D)  $f''(1)$



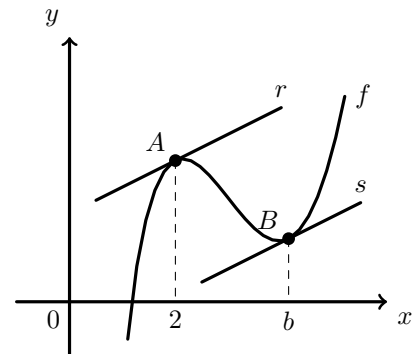
Exame – 2012, 1.ª Fase

25. De uma certa função  $f$  sabe-se que:

- o seu domínio é  $]1, +\infty[$
- a sua **derivada** é dada por  $f'(x) = x^2 - 4x + \frac{9}{2} - 4\ln(x-1)$

Na figura ao lado, está representada parte do gráfico da função  $f$ . Tal como a figura sugere, o gráfico da função  $f$  tem um ponto de inflexão.

Determine a abcissa desse ponto, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.



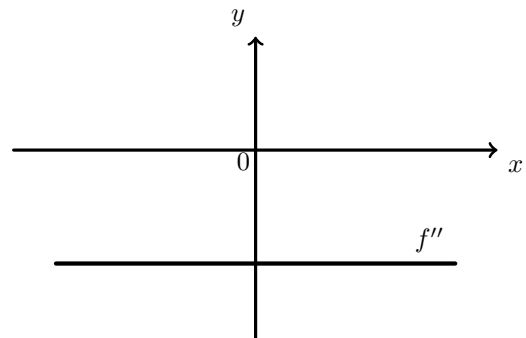
Teste Intermédio 12.º ano – 24.05.2012

26. Para um certo número real  $a$ , seja a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = ax^2 - 1$

Na figura ao lado, está representada, num referencial o. n.  $xOy$ , parte do gráfico da função  $f''$ , segunda derivada da função  $f$

Qual dos valores seguintes pode ser o valor de  $a$ ?

- (A) 0                      (B)  $\pi$                       (C) 3                      (D) -3



Exame – 2011, Ép. especial

27. De uma função  $g$  sabe-se que tem domínio  $\left]-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right[$ , e  $g'$ , primeira derivada de  $g$ , tem domínio,  $\left]-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right[$ ; e é definida por  $g'(x) = \log_2\left(-\frac{\pi}{6} - x\right)$

Estude a função  $g$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão no intervalo  $\left]-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}\right[$

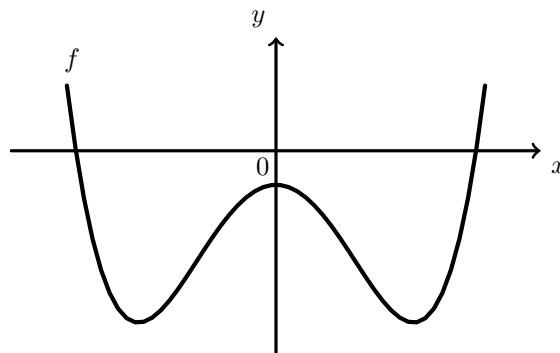
Exame – 2011, Ép. especial



28. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal  $xOy$ , parte do gráfico de uma função polinomial  $f$ , de grau 4

Qual das expressões seguintes pode definir a função  $f''$ , segunda derivada de  $f$ ?

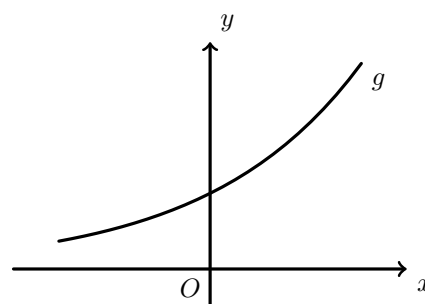
- (A)  $(x - 3)^2$       (B)  $(x + 3)^2$   
(C)  $9 - x^2$       (D)  $x^2 - 9$



Exame – 2011, 2.ª fase

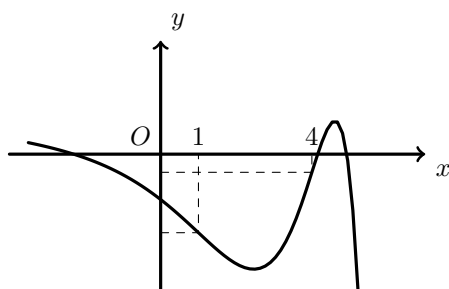
29. Na figura ao lado, está representada, num referencial ortogonal  $xOy$ , parte do gráfico da função  $g$   
Sabe-se que:

- $g$  é uma função contínua em  $\mathbb{R}$
- $g$  não tem zeros
- a segunda derivada  $f''$  de uma certa função  $f$  tem domínio  $\mathbb{R}$  e é definida por  $f''(x) = g(x) \times (x^2 - 5x + 4)$
- $f(1) \times f(4) > 0$

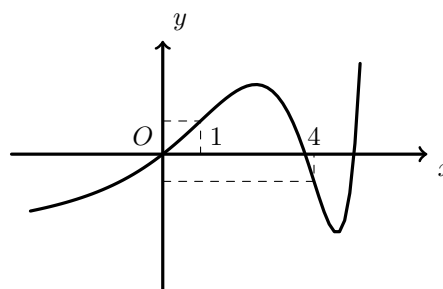


Apenas uma das opções seguintes pode representar a função  $f$

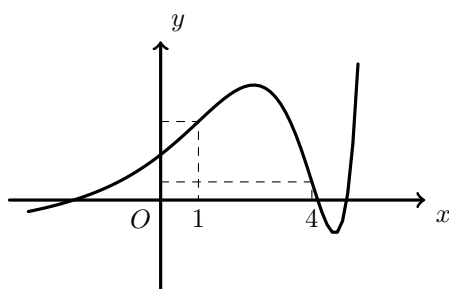
(I)



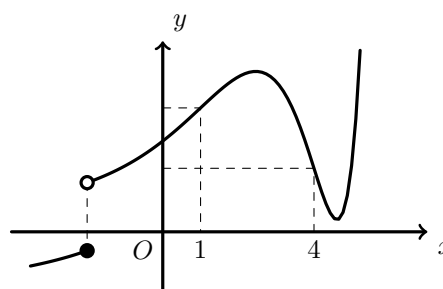
(II)



(III)



(IV)



Elabore uma composição na qual

- indique a opção que pode representar  $f$
- indique as razões que o levam a rejeitar as restantes opções  
Apresente três razões, uma por cada gráfico rejeitado.

Exame – 2011, 1.ª fase



30. Na figura ao lado, está o gráfico de uma função  $f$  cujo domínio é o intervalo  $]1,3[$

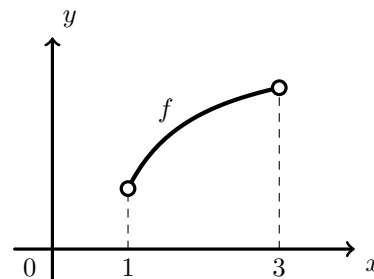
A função  $f$  tem primeira derivada e segunda derivada finitas em todos os pontos do seu domínio.

Seja  $x \in ]1,3[$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A)  $f'(x) > 0 \wedge f''(x) > 0$       (B)  $f'(x) < 0 \wedge f''(x) > 0$

(C)  $f'(x) > 0 \wedge f''(x) < 0$       (D)  $f'(x) < 0 \wedge f''(x) < 0$



Teste Intermédio 12.º ano – 26.05.2011

31. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico da função  $f'$ , primeira derivada de  $f$

Seja  $a \in \mathbb{R}^+$  um ponto do domínio de  $f$ , tal que  $f'(a) = 0$

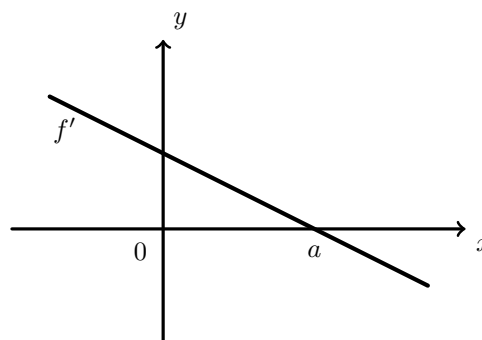
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A função  $f$  tem um mínimo para  $x = a$

(B) A função  $f$  tem um ponto de inflexão para  $x = a$

(C) A função  $f$  é crescente em  $]0, a[$

(D) A função  $f$  é decrescente em  $\mathbb{R}$

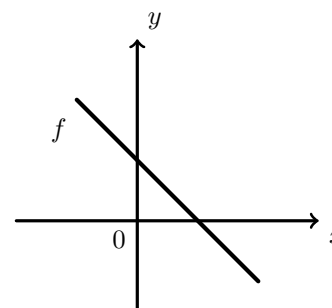


Exame – 2010, 2.ª fase

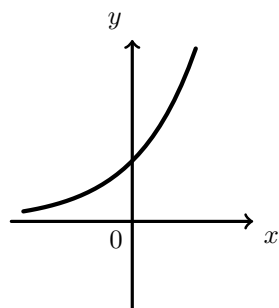
32. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n.  $xOy$ , parte do gráfico de uma função afim  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$

Seja  $h$  a função definida por  $h(x) = f(x) + e^x$

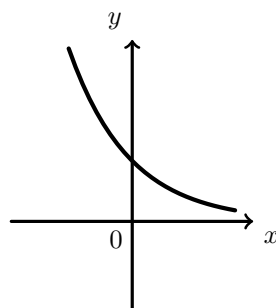
Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $h''$ , segunda derivada de  $h$ ?



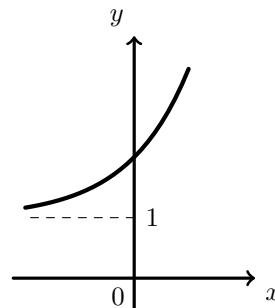
(A)



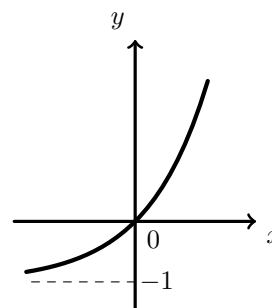
(B)



(C)



(D)



Exame – 2010, 1.ª Fase

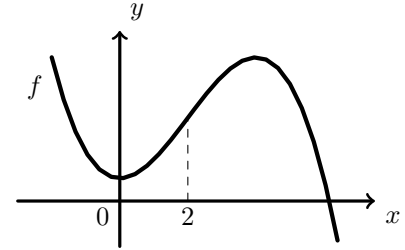


33. Na figura ao lado, está parte da representação gráfica de uma função polinomial  $f$

O ponto de abcissa 2 é o único ponto de inflexão do gráfico da função  $f$

Qual das expressões seguintes pode definir  $f''$ , **segunda derivada** da função  $f$ ?

- (A)  $(x-2)^2$       (B)  $(2+x)^2$       (C)  $2-x$       (D)  $x-2$



Teste Intermédio 12.º ano – 19.05.2010

34. De uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua **derivada**,  $f'$ , é definida por

$$f'(x) = (2x + 4)e^x$$

**Sem recorrer à calculadora**, estude a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Teste Intermédio 12.º ano – 27.05.2009

35. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}_0^+$ .

Em cada uma das figuras abaixo está representada parte do gráfico de uma função de domínio  $\mathbb{R}_0^+$ .

Uma das funções representadas é  $h'$ , primeira derivada de  $h$ , e a outra é  $h''$ , segunda derivada de  $h$ .

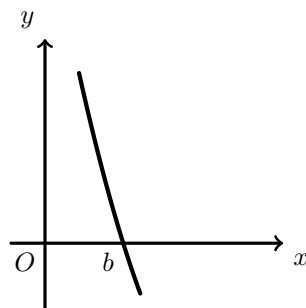
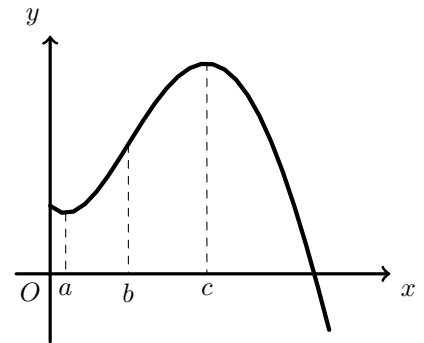


Gráfico A

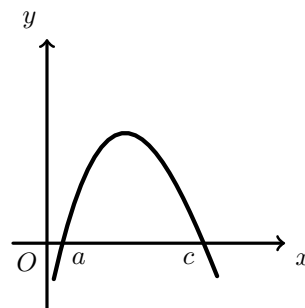


Gráfico B

Numa pequena composição, explique em qual das figuras está representado o gráfico da primeira derivada e em qual está representado o gráfico da segunda derivada. Na sua composição, deve referir-se à variação de sinal das funções  $h'$  e  $h''$ , relacionando-a com características da função  $h$  (monotonia e sentido das concavidades do seu gráfico).

Exame – 2007, 2.ª fase

36. De uma certa função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua segunda derivada é dada por
- $$f''(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 5)(x + 6)^2$$

Quantos pontos de inflexão tem o gráfico de  $f$ ?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

Exame – 2006, Ép. especial



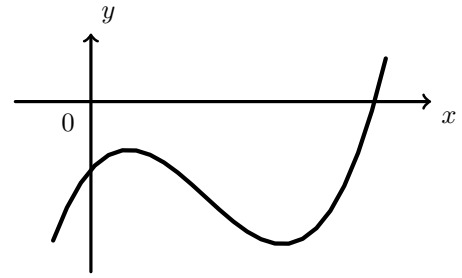
37. Na figura ao lado está parte do gráfico de uma função  $h$ , de domínio  $\mathbb{R}$ .

Sejam  $h'$  e  $h''$  a primeira e a segunda derivadas de  $h$ , respetivamente.

Admita que estas duas funções também têm domínio  $\mathbb{R}$ .

Qual das expressões seguintes designa um número positivo?

- (A)  $h(0) + h''(0)$       (B)  $h(0) - h'(0)$   
(C)  $h'(0) - h''(0)$       (D)  $h'(0) \times h''(0)$



Exame – 2006, 2.ª Fase

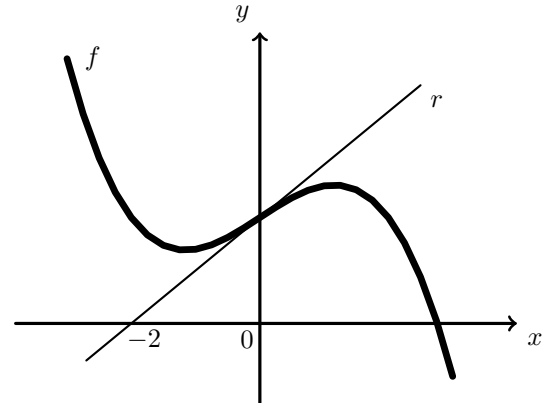
38. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função polinomial  $f$ .

Tal como a figura sugere, o gráfico de  $f$  tem a concavidade voltada para cima em  $] - \infty, 0]$  e voltada para baixo em  $[0, + \infty[$ .

A reta  $r$ , tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abscissa 0, é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares e intersecta o eixo  $Ox$  no ponto de abscissa  $-2$ .

Sabendo que  $f'$  e  $f''$  designam, respetivamente, a primeira e a segunda derivadas de  $f$ , indique o valor de  $f(0) + f'(0) + f''(0)$ ?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4



Exame – 2006, 1.ª Fase

39. De uma certa função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua **derivada** é dada por

$$f'(x) = x^3 - 3x + 1$$

Em qual dos conjuntos seguintes, o **gráfico de  $f$**  tem a concavidade voltada para baixo?

- (A)  $] - 1, 1[$       (B)  $] - \infty, - 1[$       (C)  $] 0, 3[$       (D)  $] 0, + \infty[$

Exame – 2005, Ép. especial (cód. 435)

40. Seja  $f$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}^+$ , tal que a sua **derivada** é dada por

$$f'(x) = 2 + x \ln x, \forall x \in \mathbb{R}^+$$

**Sem recorrer à calculadora**, estude a função  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

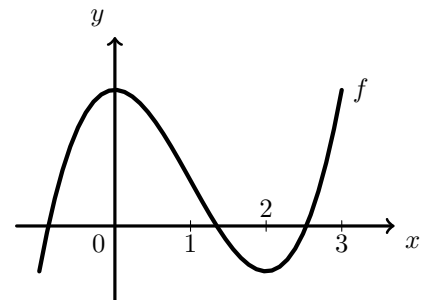
Exame – 2005, 1.ª Fase (cód. 435)

41. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função  $f$ , polinomial do terceiro grau.

Seja  $f''$  a **segunda** derivada de  $f$

Qual dos valores seguintes pode ser solução da equação  $f''(x) = 0$  ?

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3



Exame – 2004, Ép. especial (cód. 435)



42. Considere, para cada  $\alpha \in ]0,1[$ , a função, de **domínio**  $\mathbb{R}^+$ , definida por  $f(x) = x^\alpha$ .  
Prove que, qualquer que seja o valor de  $\alpha \in ]0,1[$ , o gráfico da função  $f$  tem a concavidade voltada para baixo.

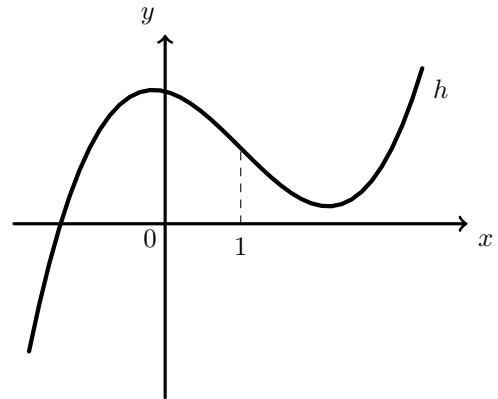
Exame – 2004, 2.<sup>a</sup> Fase (cód. 435)

43. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de uma função polinomial  $h$ .

O ponto de abscissa 1 é o único ponto de inflexão do gráfico de  $h$ .

Qual das expressões seguintes pode definir  $h''$ , **segunda derivada**, da função  $h$ ?

- (A)  $(x-1)^2$       (B)  $(1+x)^2$   
(C)  $x-1$       (D)  $1-x$



Exame – 2004, 1.<sup>a</sup> Fase (cód. 435)

44. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = (x-5)^3$ .  
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
- (A) A função  $f$  tem um extremo relativo para  $x = 5$   
(B) A função  $f$  tem um extremo relativo para  $x = -5$   
(C) O gráfico da função  $f$  tem um ponto de inflexão para  $x = 5$   
(D) O gráfico da função  $f$  tem um ponto de inflexão para  $x = -5$

Exame – 2003, Prova para militares (cód. 435)

45. De uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , sabe-se que a sua derivada é dada por

$$f'(x) = (x+1)e^x - 10x$$

Seja  $A$  o único ponto de inflexão do gráfico de  $f$ .

Recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora, determine a abscissa do ponto  $A$ , arredondada às décimas.

Explique como procedeu. Inclua, na sua explicação, o(s) gráfico(s) que obteve na calculadora.

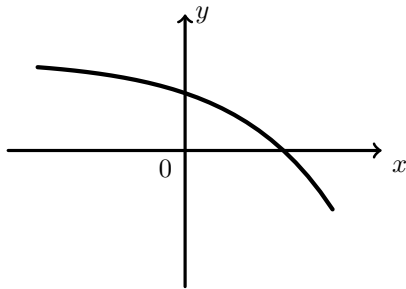
Exame – 2003, 1.<sup>a</sup> fase - 2.<sup>a</sup> chamada (cód. 435)



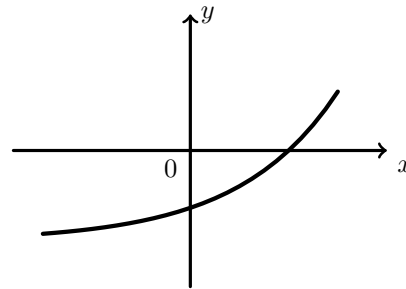


46. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$ .  
Sabe-se que a primeira e a segunda derivadas de  $f$  são negativas em  $\mathbb{R}$ .  
Em qual das figuras seguintes pode estar representada parte do gráfico da função  $f$ ?

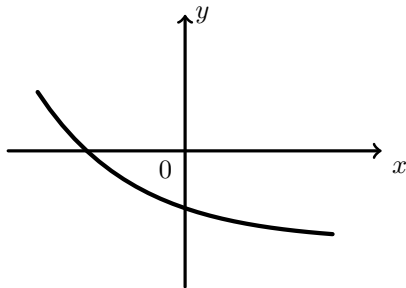
(A)



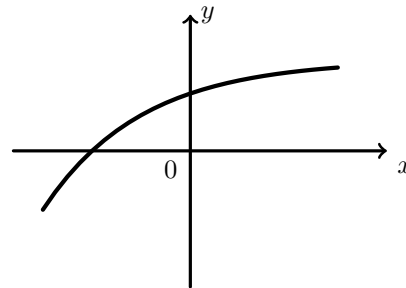
(B)



(C)



(D)



Exame – 2003, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

47. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$  e  $a$  um ponto do domínio de tal  $f$  que  $f'(a) = 0$ .  
Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

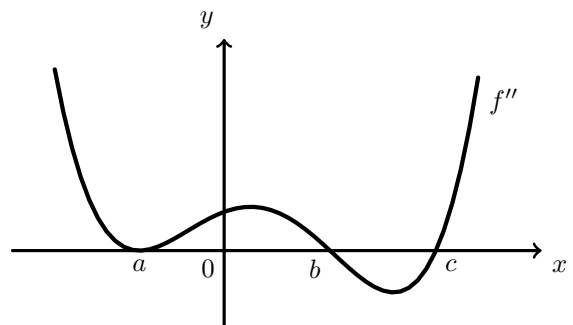
(A)  $a$  é zero de  $f$ (B)  $f(a)$  é extremo relativo de  $f$ (C)  $(a, f(a))$  é ponto de inflexão do gráfico de  $f$ (D) A reta de equação  $y = f(a)$  é tangente ao gráfico de  $f$ 

Exame – 2002, Prova para militares (cód. 435)

48. Seja  $f$  uma função de domínio  $\mathbb{R}$

Na figura ao lado está representada parte do gráfico de  $f''$ , **segunda derivada** da função  $f$ .

Relativamente ao gráfico da **função**  $f$ , qual das afirmações seguintes é verdadeira?



- (A) O ponto de abscissa  $a$  é um ponto de inflexão.  
(B) O ponto de abscissa  $c$  é um ponto de inflexão.  
(C) A concavidade está virada para baixo no intervalo  $[0, b]$   
(D) A concavidade está sempre virada para cima

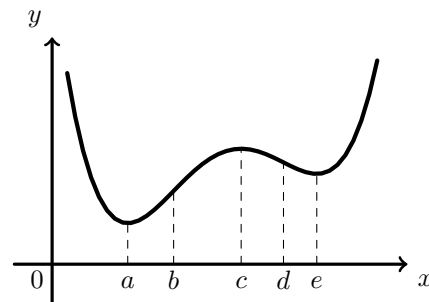
Exame – 2002, 2.ª fase (cód. 435)



49. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ .

Numa das alternativas seguintes estão os quadros de sinais de  $f'$  e de  $f''$ , respetivamente primeira e segunda derivadas de  $f$ .

Em qual delas?



(A)

$x$		$a$		$c$		$e$	
$f'$	+	0	-	0	+	0	-

$x$		$b$		$d$	
$f''$	+	0	-	0	+

(B)

$x$		$a$		$c$		$e$	
$f'$	+	0	-	0	+	0	-

$x$		$b$		$d$	
$f''$	-	0	+	0	-

(C)

$x$		$a$		$c$		$e$	
$f'$	-	0	+	0	-	0	+

$x$		$b$		$d$	
$f''$	+	0	-	0	+

(D)

$x$		$a$		$c$		$e$	
$f'$	-	0	+	0	-	0	+

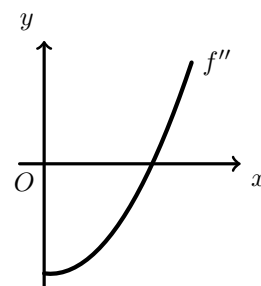
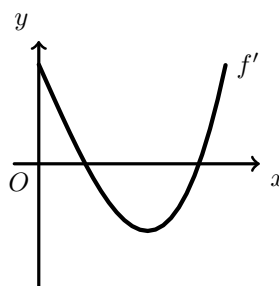
$x$		$b$		$d$	
$f''$	-	0	+	0	-

Exame – 2002, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

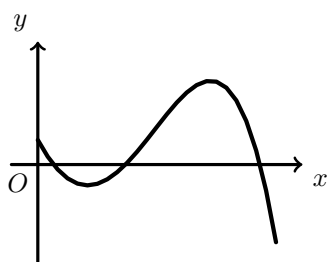
50. Seja  $f$  uma função de domínio  $[0, +\infty[$

Na figura ao lado, à esquerda, está parte da representação gráfica da função  $f'$  e, à direita, parte da representação gráfica da função  $f''$ , respetivamente **primeira** e **segunda** derivadas de  $f$ .

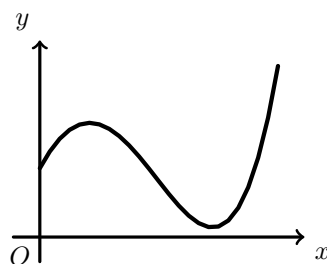
Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica da função  $f$ ?



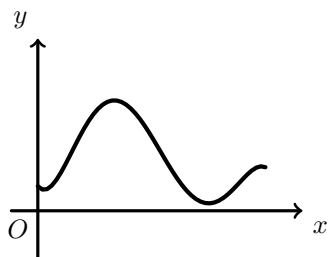
(A)



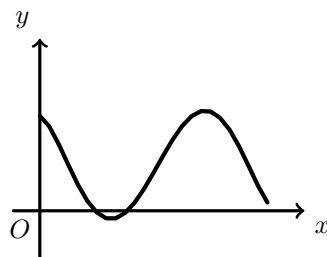
(B)



(C)



(D)



Exame – 2001, Prova para militares (cód. 435)

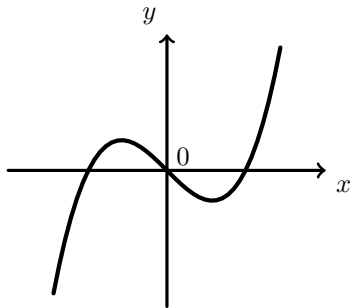


51. Seja  $g$  uma função, de domínio  $\mathbb{R}$ , tal que a sua **segunda derivada** é definida por

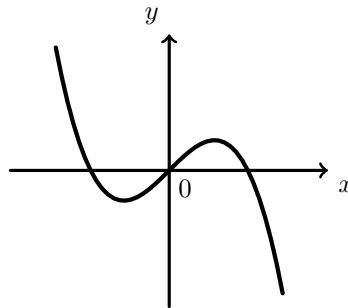
$$g''(x) = 1 - x^2$$

Em qual das figuras seguintes pode estar parte da representação gráfica da **função  $g$**  ?

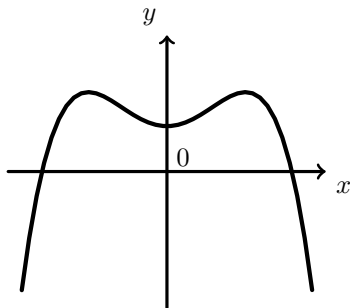
(A)



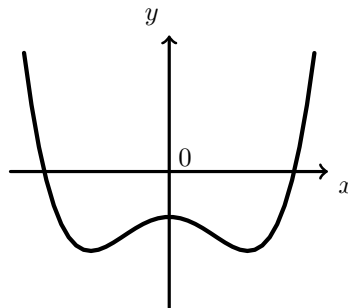
(B)



(C)



(D)

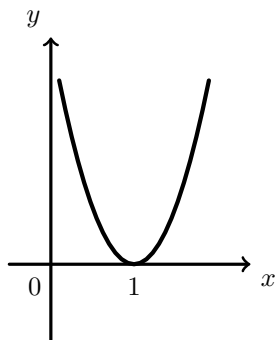


Exame – 2001, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

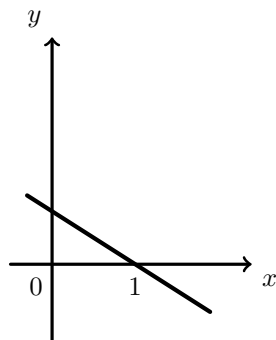
52. Seja  $g$  uma função cujo gráfico tem um ponto de inflexão de abscissa 1.

Qual dos seguintes gráficos poderá ser o da **segunda derivada** da função  $g$ ?

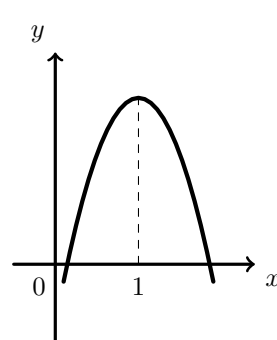
(A)



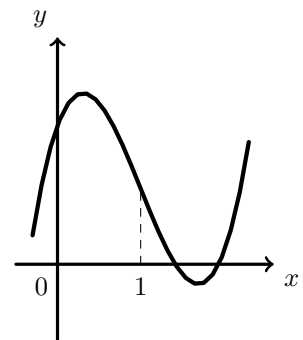
(B)



(C)



(D)



Exame – 2000, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 435)

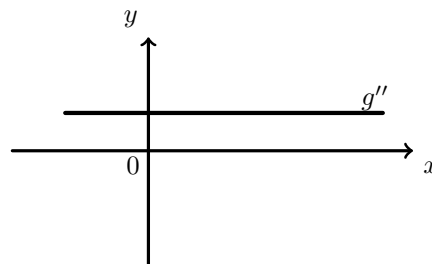
53. Considere a função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , definida por  $f(x) = e^x(x^2 + x)$

Sabendo que  $f'(x) = e^x(x^2 + 3x + 1)$  e recorrendo exclusivamente a processos analíticos, estude  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão.

Exame – 2000, 1.ª fase - 1.ª chamada (cód. 435)

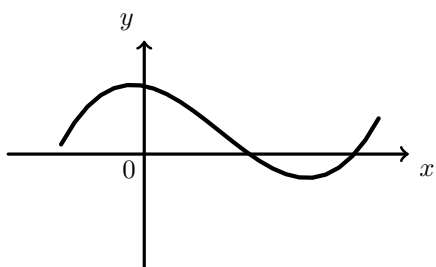


54. Na figura ao lado está parte da representação gráfica de  $g''$ , segunda derivada de uma certa função  $g$

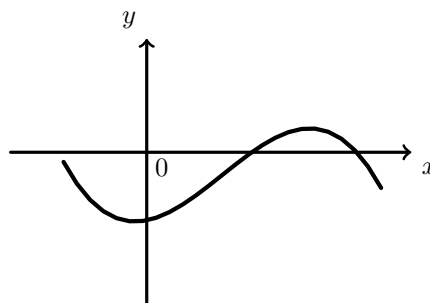


Qual dos gráficos seguintes pode ser o da função  $g$ ?

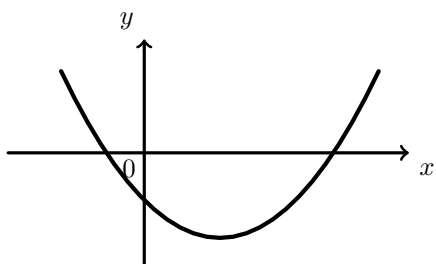
(A)



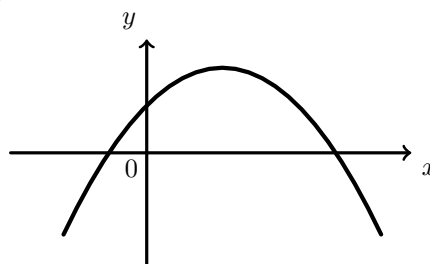
(B)



(C)



(D)



Exame – 2000, Prova modelo (cód. 435)

55. De uma certa função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}^+$ , sabe-se que a sua derivada,  $f'$ , é definida por  $f'(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$ .  
 Mostre que  $f''(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$  e estude  $f$  quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e à existência de pontos de inflexão.

Exame – 1998, 1.ª fase - 2.ª chamada (cód. 135)

