

POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
Ano Lectivo: 2010/2011		Data: 22/05/2010	
Prova: MATEMÁTICA		Duração da Prova: 2h Tolerância: 15 min	
A preencher pelo candidato	Escola onde realiza esta prova: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP		Rubrica de Docente em Vigilância
	Nome do Candidato: _____		Classificação Final _____ (0-200)
	Documento de Identificação apresentado: <input type="checkbox"/> BI <input type="checkbox"/> C.Cid. <input type="checkbox"/> Pas. <input type="checkbox"/> C.Cond. <input type="checkbox"/> Outro		
	Número do Documento de Identificação: <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>		Rubrica de Docente (Júri de Prova)
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP		
Curso(s) a que se candidata: _____			
Número de folhas extra entregues pelo Candidato: <input type="text"/>			

É obrigatória a apresentação de documento de identificação com fotografia ao docente encarregado da vigilância

Material admitido:

- Material de escrita.
- Máquina de calcular elementar ou máquina de calcular científica (não gráfica).

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta indelével, azul ou preta, excepto nas respostas que impliquem a elaboração de construções, de desenhos ou de outras representações, que podem ser primeiramente elaborados a lápis, sendo, a seguir, passados a tinta.

Não é permitido o uso de corrector. Em caso de engano, deve riscar, de forma inequívoca, aquilo que pretende que não seja classificado.

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O Grupo I inclui 7 questões de escolha múltipla.
 - Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais apenas uma está correcta.
 - Responda na página fornecida para o efeito, respeitando as regras nela indicadas. Só serão consideradas as respostas dadas nessa página.
- O Grupo II inclui 7 questões de resposta aberta, algumas delas subdivididas em alíneas, num total de 11.
 - Nas questões deste grupo apresente de forma clara o seu raciocínio, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.
 - Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exacto.
 - Cada questão deve ser respondida na própria folha do enunciado.
 - Devem ser pedidas folhas adicionais caso a resposta à pergunta não caiba na folha respectiva.

A prova tem 16 páginas e termina com a palavra **FIM**.

Na página 15 é indicada a cotação de cada pergunta.

Na página 16 é disponibilizado um formulário.

POLITÉCNICO DO PORTO	PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
Nº Respostas CERTAS:	Classificação Grupo I:	Rubrica de Docente Corrector

FOLHA DE RESPOSTAS DO GRUPO I

Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a resposta for ilegível.
Não apresente cálculos, nem justificações.

Assinalar resposta correcta:



Anular a resposta:



Assinalar de novo resposta anulada:



1



2



3



4



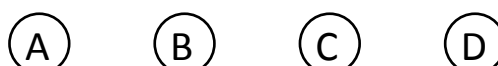
5



6



7



A preencher pelo
candidato

Nome do Candidato: _____

Número do Documento de Identificação:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Escola(s) a que se candidata: ☐ ESEIG ☐ ESTGF ☐ ISCAP ☐ ISEP

Curso(s) a que se candidata: _____

GRUPO I – RESPONDA NA PÁGINA FORNECIDA PARA O EFEITO

1. Sendo a e b números reais não nulos, então uma expressão equivalente a $\frac{a-b^{-1}}{b-a^{-1}}$, $b-a^{-1} \neq 0$, é:

(A) $\frac{b}{a}$

(C) $\frac{a}{b}$

(B) 1

(D) $\frac{2a}{b}$

2. Considere a equação $x(x-3) = -2$. O seu conjunto solução, em \mathbb{R} , é:

(A) $\{1, 2\}$

(C) $\{-2, 1\}$

(B) $\{0, 3\}$

(D) $\{-2\}$

3. Quantos números inteiros positivos satisfazem a inequação $\frac{2x}{3} + \frac{x-7}{2} < 0$?

(A) Nenhum

(C) 1

(B) 2

(D) 3

4. O domínio da função real de variável real f , definida por $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x+1}$, é:

(A) $[-2, +\infty[\setminus \{-1\}$

(C) $] -\infty, 2]$

(B) $[2, +\infty[$

(D) $] -\infty, 2] \setminus \{-1\}$

5. Sabendo que $\sin(\theta) = \frac{1}{3}$, pode afirmar-se que:

(A) $\cos(90^\circ + \theta) = \frac{1}{3}$

(C) $\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{8}}{3}$

(B) $\sin(180^\circ - \theta) = -\frac{1}{3}$

(D) $\sin(180^\circ + \theta) = -\frac{1}{3}$

6. Considere a função real de variável real h , definida por $h(x) = K(2x+1)^6$, $K \in \mathbb{R}$. Sabendo que a expressão analítica da função derivada de h é $h'(x) = 16(2x+1)^5$, então o valor de K é:

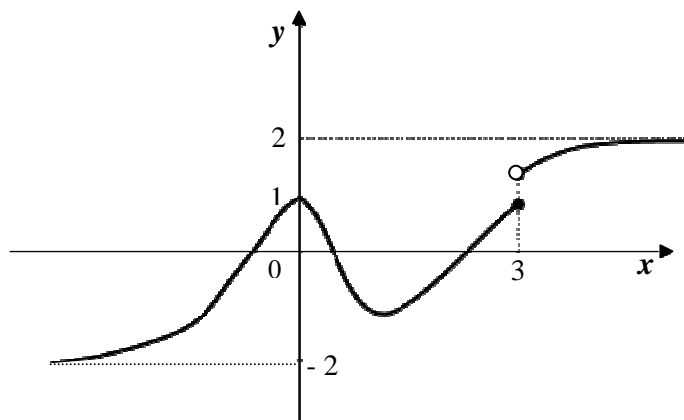
(A) 16

(C) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{8}{3}$

7. Considere a função real de variável real g , cuja representação gráfica é:



Pode afirmar-se que:

(A) • $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$

(C) • $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$

• $g'(0) = 0$

• $g'(0) = 0$

• A função é contínua à esquerda de $x = 3$.

• A função é contínua à direita de $x = 3$.

(B) • $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$

(D) • $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -2$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$

• $g'(0) = 1$

• $g'(0) = 1$

• A função é contínua à esquerda de $x = 3$.

• A função é contínua à direita de $x = 3$.

POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS													
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q1.	GII Q2.												
	Número do Documento de Identificação: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr></table>													Clas. Parcial Q1+Q2	
Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corrector														
	Curso(s) a que se candidata: _____														

GRUPO II

- Na composição de 100 g de um determinado chocolate, 11 g são proteínas. Sabendo que 48 barras desse chocolate pesam 1,8 kg, determine quantos gramas de proteínas tem cada uma dessas barras.

- Calcule e simplifique o valor da seguinte expressão numérica:
$$\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} \times \left[-\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]}{\sqrt{16} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^3}$$

POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q3.	GII Q4.
	Número do Documento de Identificação: <div style="display: flex; gap: 2px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> </div>	Clas. Parcial Q3+Q4	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corrector	
	Curso(s) a que se candidata: _____		

3. Determine os valores de $m \in \mathbb{R}$ para os quais a equação $2x^2 + mx + 2 = 0$ é uma condição impossível.

4. Suponha que $\log_3(a) = 7$. Calcule o valor exacto de $\log_3\left(\frac{9}{a}\right)$.

POLITÉCNICO DO PORTO		PROVAS DE ACESSO E INGRESSO PARA OS MAIORES DE 23 ANOS	
A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q5.1	GII Q5.2
	Número do Documento de Identificação: <div style="display: flex; gap: 5px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></div> </div>	Clas. Parcial GII Q5	
	Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Rubrica de Docente Corrector	
	Curso(s) a que se candidata: _____		

5. Determine a **expressão analítica mais simples** da **função derivada** de cada uma das seguintes funções reais de variável real:

5.1. $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \sqrt{5x} + \frac{\text{sen}(x)}{x-2}$

5.2. $g(x) = 6e^{4x} + \cos^5(3x) + x \ln(2x)$

A preencher pelo
candidato

Nome do Candidato: _____

Número do Documento de Identificação:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

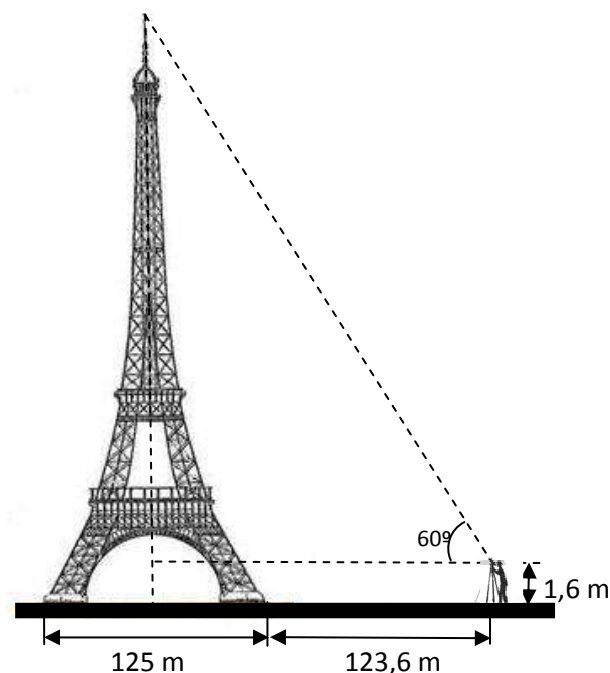
Escola(s) a que se candidata: ☐ ESEIG ☐ ESTGF ☐ ISCAP ☐ ISEP

Curso(s) a que se candidata: _____

Clas. Parcial GII Q6

Rubrica de Docente
Corrector

6. Um matemático curioso, com um teodolito (instrumento óptico de medida de ângulos) situado a 123,6 metros da base (quadrada) da Torre Eiffel, mede o ângulo entre a horizontal e o topo da antena no alto da torre e obtém 60° . Atendendo aos dados da figura, determine a medida da altura da torre, arredondada às unidades.

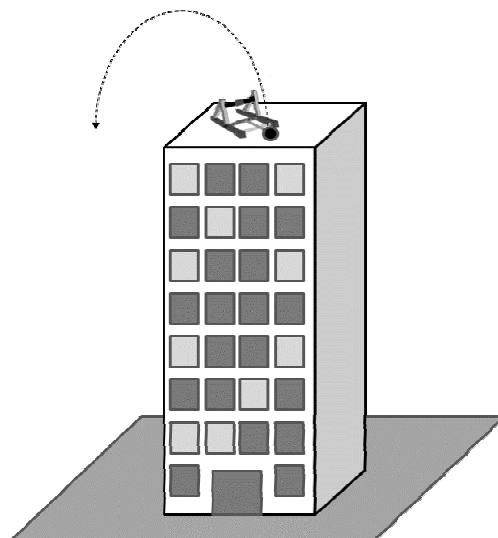


A preencher pelo candidato	Nome do Candidato: _____	GII Q7.1											
	Número do Documento de Identificação: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>											GII Q7.2	
		GII Q7.3											
	GII Q7.4												
Escola(s) a que se candidata: <input type="checkbox"/> ESEIG <input type="checkbox"/> ESTGF <input type="checkbox"/> ISCAP <input type="checkbox"/> ISEP	Clas. Parcial GII Q7												
Curso(s) a que se candidata: _____	Rubrica de Docente Corrector												

7. Uma bola é lançada do terraço de um prédio, usando uma catapulta. A distância, em metros, da bola ao solo, t segundos após ter sido lançada, é dada pela função definida por:

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 25.$$

- 7.1. Calcule a altura do prédio.
- 7.2. Determine a altura máxima atingida pela bola.
- 7.3. Ao fim de quantos segundos a bola atinge o solo?
- 7.4. Sabendo que a velocidade da bola é dada pela derivada da função, determine a velocidade de lançamento.



COTAÇÕES

Grupo I 84 pontos

Cada resposta certa 12 pontos

Cada questão errada, não respondida ou anulada 0 pontos

Grupo II 116 pontos

1. 10 pontos

2. 10 pontos

3. 12 pontos

4. 6 pontos

5. 28 pontos

5.1. 12 pontos

5.2. 16 pontos

6. 15 pontos

7. 35 pontos

7.1. 5 pontos

7.2. 13 pontos

7.3. 10 pontos

7.4. 7 pontos

TOTAL..... 200 pontos

FORMULÁRIO

Relações trigonométricas de ângulos agudos

	$\text{sen}(\alpha)$	$\cos(\alpha)$	$\text{tg}(\alpha)$
$\alpha = 0^\circ$	0	1	0
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$\alpha = 45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\alpha = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\alpha = 90^\circ$	1	0	-

Trigonometria

- $\text{sen}^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$
- $\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \text{sen}(\beta) \cdot \cos(\alpha)$
- $\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \text{sen}(\alpha) \cdot \text{sen}(\beta)$
- $\text{tg}(\alpha) = \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

Regras de derivação

- $(u + v)' = u' + v'$
- $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
- $(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
- $(\text{sen}(u))' = u' \cdot \cos(u)$
- $(\cos(u))' = -u' \cdot \text{sen}(u)$
- $(e^u)' = u' \cdot e^u$
- $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln(a)$
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$
- $(\log_a(u))' = \frac{u'}{u \cdot \ln(a)}$

FIM