MATonline	10º ano Ficha de Trabalho nº10	2º Período Março. 2019

Tema: Função com radicais quadrados.

1. Partindo do gráfico da função $y=\sqrt{x}$, representa graficamente as funções f, g e h definidas por:

$$f(x)=\sqrt{-x};\ \ g(x)=3+\sqrt{x+1} \text{ e } h(x)=1-\sqrt{x}$$

Para cada uma das funções indica:

- o domínio;
- o contradomínio;
- os zeros;
- os extremos;
- a monotonia.

2. Resolve as equações seguintes, simplificando tanto quanto possível as expressões que representam as respetivas soluções.

2.1 $\sqrt{x-4}=2$

2.2 $\sqrt{-x+2}+x=0$

2.3 $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-2}=1$

2.4 $3x-4+\sqrt{x-4}=2(x+3)$

2.5 $\sqrt{x+2}=1-\frac{x}{2}$

2.6 $3\sqrt{x}+\sqrt{x-2}=0$

2.7 $\sqrt{-x+2}+x=0$

2.8 $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-2}=1$

2.9 $\sqrt{x}-\sqrt{-x^2+2}=0$

2.10 $\sqrt{3x+1}=1-x$

2.11 $2\sqrt{x}-2=\sqrt{x-1}$

3. Representa sob a forma de intervalos ou uniões de intervalos os conjuntos-solução das seguintes condições:

3.1 $\sqrt{x+3}<5$

3.2 $\sqrt{2x-1}\geq 4$

3.3 $\sqrt{4+3x}\geq 1-\sqrt{x}$

3.4 $\sqrt{-3x+5}>2$

3.5 $\sqrt{x}+\sqrt{x-3}<3$

3.6 $\sqrt{x+2}+\sqrt{4-x^2}\geq 0$

4. Considera a função f definida por $f(x) = 1 + \sqrt{2x - 1}$.

4.1 Caracteriza a função inversa da função f.

4.2 Calcula $f^{-1}(6)$ usando a expressão analítica de $f(x)$.

4.3 Determina o conjunto-solução da equação $f(x) = x$.

4.4 Determina o conjunto-solução da equação $f(x) \geq 2$.

5. Considera as funções reais de variável f e g, definidas por:

$$f(x) = 2\sqrt{2x} - 1 \text{ e } g(x) = \sqrt{2x^2 - 9}$$

5.1 Determina domínio de cada uma das funções.

5.2 Determina os zeros de cada uma das funções.

5.3 Resolve a equação $f(x) = -1 - x$.

5.4 Utilizando as capacidades gráficas da calculadora, determina as soluções inteiras que satisfazem a condição $g(x) < f(x) + 1$.

6. Uma janela tem a forma de um triângulo isósceles. Admite que o perímetro da janela é igual a 4 metros.

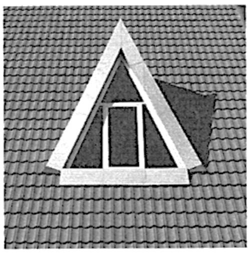


Figura 1

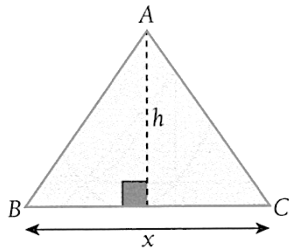


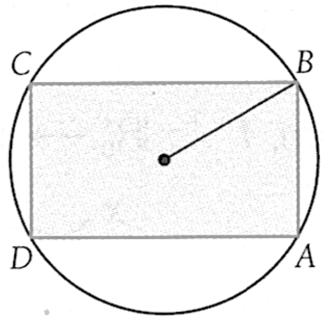
Figura 2

Observa o esquema da janela na qual se considerou que x é a medida, em metros, da base do triângulo e $\overline{AB} = \overline{AC}$.

6.1 Mostra que a área A, da janela pode ser dada por: $A(x) = \sqrt{x^2 - \frac{x^3}{2}}$.

6.2 Determina os valores de x que verificam as condições do problema, ou seja, determina o domínio da função A.

7. Considera um círculo de raio 2cm, no qual se inscreveu o retângulo $[ABCD]$. Seja $\overline{AB} = x$ cm.



7.1 Mostra que a área do retângulo $[ABCD]$ é dada, em função de x, por $A(x) = x\sqrt{16 - x^2}$.

7.2 Indica o conjunto de valores que x pode tomar.

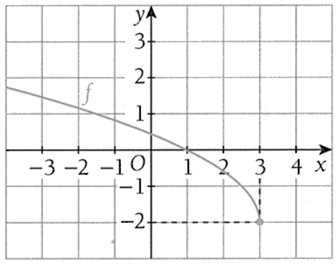
7.3 Determina o valor de x que é solução da equação $A(x) = x$.

7.4 Usa a calculadora gráfica para determinar o valor de x para o qual se obtém o retângulo com maior área. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

8. Para um certo valor de $m \in \mathbb{R}$, considera a função f definida em $\left]-\infty, \frac{m}{2}\right[$, por $f(x) = -2 + \sqrt{m - 2x}$.

Na figura ao lado está representada parte do gráfico da função f.

Tal como a figura sugere, o gráfico de f interseta o eixo Ox no ponto de abcissa 1. Qual é o valor de m?

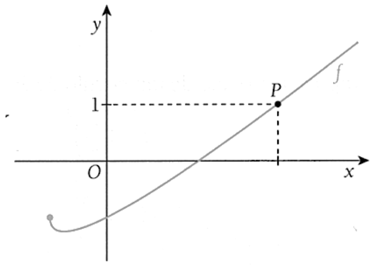


(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

9. Na figura seguinte está representada parte do gráfico da função f definida por $f(x) = x - \sqrt{x+1}$.

P é o ponto do gráfico de f, que tem ordenada 1.

Qual é a abcissa do ponto P?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

10. Considera a seguinte equação: $\sqrt{x^2 + 3} = x - 2$.

Em $\mathbb{R}$, o conjunto-solução da equação é:

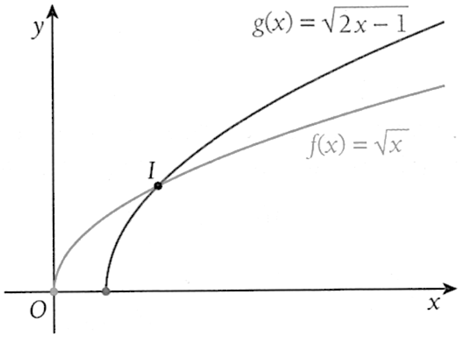
(A) $\{\ \}$ (B) $\{1\}$ (C) $\{2\}$ (D) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$

11. Na figura ao lado estão representadas graficamente duas funções f e g definidas por:

$$f(x) = \sqrt{x} \text{ e } g(x) = \sqrt{2x - 1}$$

Os gráficos de f e g intersetam-se no ponto I.

Qual é a abcissa do ponto I ?



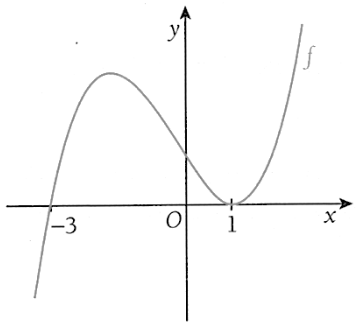
(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

12. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f, polinomial do 3 º grau.

A função f tem apenas dois zeros: -3 e 1.

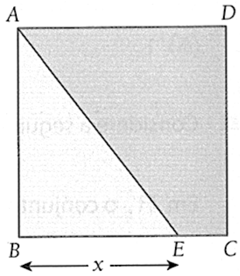
Seja g a função definida por $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

Qual dos seguintes conjuntos pode ser o domínio da função g?



(A) $]-\infty, 1]$ (B) $\mathbb{R}\backslash\{-3,1\}$ (C) $]-\infty, -3[$ (D) $[-3, +\infty[$

13. Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ cujos lados medem 5 unidades. Considera que um ponto E se desloca ao longo do lado $[BC]$, nunca coincidindo com o ponto B. Para cada posição do ponto E, seja x o comprimento do segmento de reta $[BE]$.



Qual das expressões seguintes dá o perímetro do quadrilátero $[AECD]$?

(A) $15 - x + \sqrt{x^2 + 25}$ (B) $15 - x + \sqrt{x + 25}$

(C) $10 - x + \sqrt{x^2 + 25}$ (D) $15 - x + \sqrt{x + 5}$

14. Considera a função f definida por $f(x) = \sqrt{5 - 2x}$.

14.1 Determina o domínio e o contradomínio de f.

14.2 Considera o gráfico da função f num referencial o.n. Oxy do plano. A reta de equação $y = 2x + 1$ interseta o gráfico de f num único ponto. Determina as suas coordenadas.

14.3 Define a função inversa de f.

15. Considera as funções f e g definidas por $f(x) = \sqrt{4 - x}$ e $g(x) = \sqrt{x} - 6$.

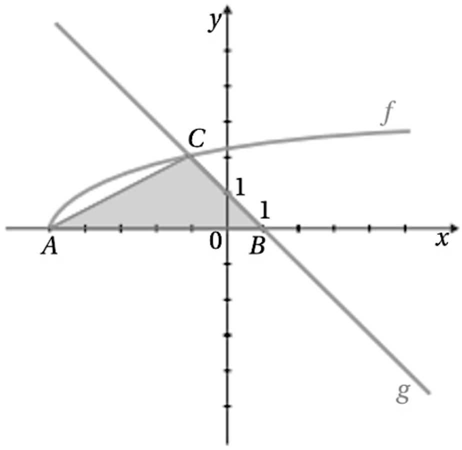
Determina o domínio da função $\frac{f}{g}$.

16. Na figura está representada, num referencial ortonormado parte do gráfico da função f definida por $f(x) = \sqrt{5 + x}$ e da função g definida por $g(x) = 1 - x$.

Sabe-se que:

- o gráfico de f interseta o eixo Ox no ponto A;
- o gráfico de g interseta o eixo Ox no ponto B;
- o ponto C é o ponto de interseção dos gráficos de f e de g.

Determina a área do triângulo $[ABC]$.



17. Considera a função f definida por $f(x) = \begin{cases} -x^2 & se \quad x \geq -1 \\ \sqrt{-1 - x} - 2 & se \quad x < -1 \end{cases}$

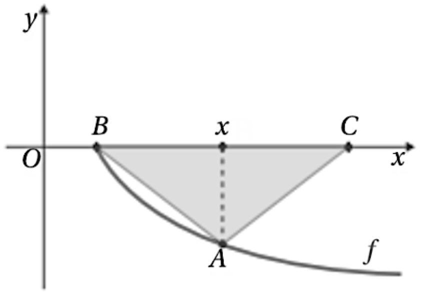
17.1 Averigua se a função f tem zeros.

17.2 Mostra que $f\left(-8 - 4\sqrt{3}\right) = \sqrt{3}$.

18. Na figura está representada, num referencial ortonormado, parte do gráfico da função f definida por $f(x) = -\sqrt{x-2}$ e que interseta o eixo Ox no ponto B.

O ponto A pertence ao gráfico da função f e C é um ponto do eixo Ox tal que $\overline{AC} = \overline{AB}$ e de abcissa superior à abcissa de A.

Seja x a abcissa do ponto A.

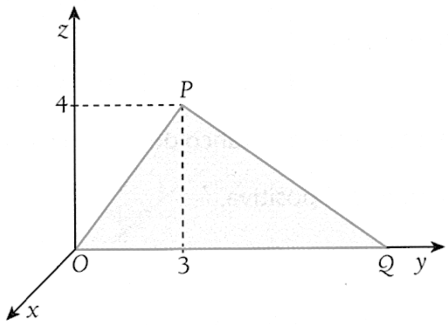


18.1 Mostra que a área do triângulo $[ABC]$, em função de x, pode ser dada por $(x-2)^{\frac{3}{2}}$.

18.2 Determina para que valor de x a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 64.

19. Considera, num referencial o.n. $Oxyz$, o ponto $P(0,3,4)$.

Admite que um ponto Q se desloca ao longo semieixo positivo Oy, nunca coincidindo com a origem O do referencial. Seja f a função que faz corresponder a ordenada b do ponto Q, o perímetro do triângulo $[OQP]$.



19.1 Mostra que $f(b) = b + 5 + \sqrt{b^2 - 6b + 25}$.

19.2 Calcula o perímetro do triângulo $[OPQ]$ quando o ponto Q tem ordenada 5.

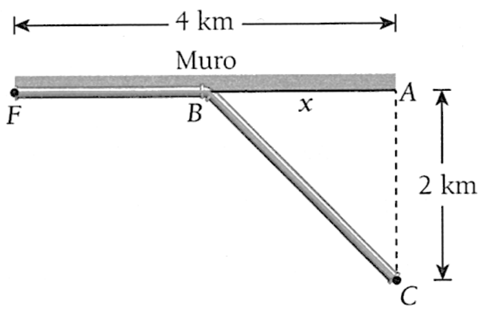
19.3 Sem recorrer à calculadora, determina a ordenada do ponto Q de modo que o perímetro do triângulo $[OPQ]$ seja igual a 12.

19.4 Com a ajuda da calculadora gráfica resolva a inequação $f(b) \geq 15$.

Apresenta o resultado com duas casas decimais.

20. Pretende-se ligar uma fábrica F a uma central de tratamento de resíduos C por meio de uma conduta conforme se ilustra na figura seguinte.

A conduta deve seguir ao longo de um muro, até um certo ponto B, e daí deve seguir em linha reta até à central de tratamento.



Designou-se por A o ponto do muro mais próximo da central de tratamento.

A distância da fábrica ao ponto A é de $4\,km$ e a distância deste ponto à central é de $2\,km$.

Designou-se por x a distância entre A e B (em quilómetros).

O preço da colocação da conduta é:

- quinze mil euros por quilómetro, ao longo do muro;
- vinte e cinco mil euros por quilómetro, do muro à central de tratamento.

20.1 Mostra que o preço de colocação da conduta, em milhares, de euros, é dado, em função de x, por: $p(x) = 60 - 15x + 25\sqrt{x^2+4}, (x \in]0,4[)$.

20.2 Calcula $p(1)$. Apresente o resultado, em euros, arredondado às unidades.

20.3 Com a ajuda da calculadora gráfica determina o valor de x para o qual o preço de colocação da conduta é mínimo.

20.4 Recorra à calculadora para determinar, com aproximação às décimas, o contradomínio da função p.