Ficha de Trabalho nº 10

Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turma G-K

FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL

1. Na figura está parte da representação gráfica de uma função cúbica g e um triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que:

- $g(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 4)(x - 3)$;
- o ponto C percorre a curva do gráfico da função g, sendo a a sua abcissa, e com $a \in]-2;2[$.

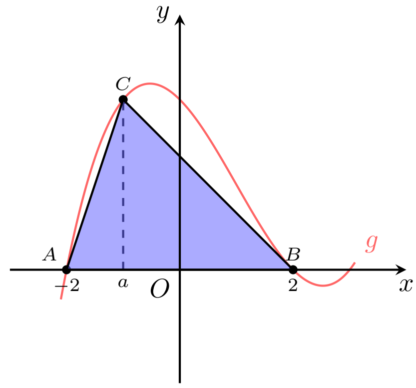

Figura 1

1.1. Determina, em função de a, a área do triângulo $[ABC]$.

1.2. Determina o valor de a, para o qual a área do triângulo $[ABC]$ é máxima.

1.3. Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica, determina o(s) valor(es) de a, para o qual(ais) a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 3. Apresenta os valores arredondados às centésimas.

2. Na figura está representado, num plano munido de um referencial ortonormado, parte do gráfico da função f, definida por $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ e os pontos A, B e C.

Sabe-se que o ponto B, de abcissa x, percorre a curva do gráfico da função f, e o ponto C acompanha esse movimento, ao longo da reta $y = 2$, de tal modo que se tem sempre $\overline{AB} = \overline{BC}$ e a abcissa de C superior à abcissa de B.

2.1. Prova que para todo o $x \in D_f$, a área do triângulo $[ABC]$, é dada, em função de x, por $g(x) = (x-1)\sqrt{x-1}$.

2.2. Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica, determina a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) do gráfico de f para o(s) qual(ais), a área do triângulo $[ABC]$ é igual a 5 unidades quadradas. Apresenta os valores arredondados às centésimas.

2.3. Existe um ponto em que os gráficos de f e de g se intersetam. Determina-o recorrendo à calculadora gráfica. Apresenta as coordenadas arredondadas às centésimas.

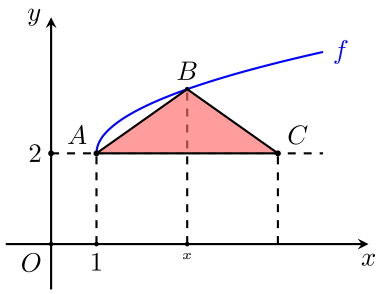

Figura 2
(Retirado e adaptado do caderno de apoio às metas)

3. Na figura está representado, num plano munido de um referencial ortonormado, parte do gráfico da função f, definida por $f(x) = -x^2 + 4x$ e o ponto A de coordenadas $(1; 0)$.

Considera a função g que associa a cada x a distância entre o ponto A e o ponto P do gráfico de f de abcissa x.

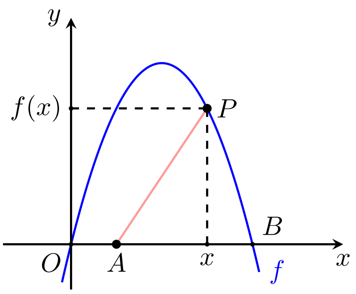

Figura 3
(Retirado e adaptado do caderno de apoio às metas)

3.1. Prova que para todo o x, $g(x) = \sqrt{x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 2x + 1}$.

3.2. Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica, determina as abcissas dos pontos do gráfico de f que distam três unidades do ponto A. Apresenta os valores arredondados às centésimas.

3.3. Recorrendo às potencialidades da calculadora gráfica, determina as abcissas dos pontos do gráfico de f que distam uma unidade do ponto A. Apresenta os valores arredondados às centésimas.

3.4. Existe um ponto em que os gráficos de f e de g se intersetam. Determina-o por métodos analíticos e interpreta geometricamente o resultado obtido.

4. Na figura está representado um trapézio isósceles $[ACDF]$.

Considera que A é um ponto que se desloca ao longo da reta AF.

Os pontos B, C, D e F, acompanham o movimento de A de tal modo que $[BCDE]$ é um quadrado de lado x e $\overline{AB} = x + 1$.

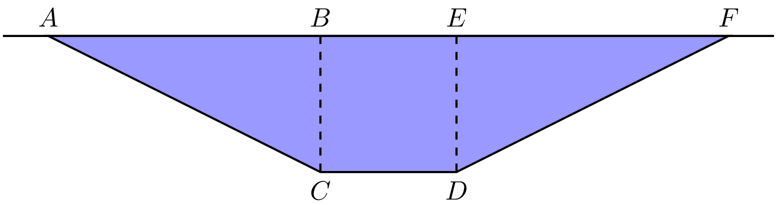

Figura 4

Considerando x como o lado do quadrado $[BCDE]$, seja f a função que a cada valor de x faz corresponder o perímetro do trapézio $[ACDF]$.

4.1. Prova que $f(x) = 4x + 2 + 2\sqrt{2x^2 + 2x + 1}$.

4.2. Resolve, por processos exclusivamente analíticos, a equação $f(x) = 24$. Interpreta o resultado obtido no contexto do problema.