Ficha n.º 1 – Página 20 **2. FUNÇÕES ALGÉBRICAS**

1. **Opção correta: (D)**

$-y = -2x - 5 \Leftrightarrow y = 2x + 5$

O coeficiente é 2 e o termo independente é 5.

2. **Opção correta: (A)**

$f(3) = 5 \Leftrightarrow a \times 3 + \frac{1}{2} = 5 \Leftrightarrow 3a = 5 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow 6a = 10 - 1 \Leftrightarrow a = \frac{9}{6} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$

3.1. O simétrico do inverso é $-\frac{1}{2}$ é 2.

$h(x) = 2x + 2$

3.2. *h* é uma função afim, uma vez que a sua expressão algébrica é do tipo $ax + b$, sendo, neste caso, $a = 2$ e $b = 2$.

O coeficiente da variável é 2 sendo, também, 2 o termo independente.

3.3. $h(\pi) = 2\pi + 2$; $h(0) = 2 \times 0 + 2 = 2$; $h(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 2$

$$\frac{h(\pi) - h(0)}{\pi} - h(\sqrt{2}) = \frac{2\pi + 2 - 2}{\pi} - (2\sqrt{2} + 2) = \frac{2\pi}{\pi} - 2\sqrt{2} - 2 = 2 - 2\sqrt{2} - 2 = -2\sqrt{2}$$

$-2\sqrt{2}$ é um número irracional.

3.4. $h\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = -1 + 2 = 1$; $h(0) = 2$; $h(1) = 2 \times 1 + 2 = 4$; $h(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 2$; $h(\pi) = 2\pi + 2$

Assim, $D'_h = \{1, 2, 4, 2\sqrt{2} + 2, 2\pi + 2\}$.

3.5. Os pontos do gráfico de *h* estão contidos na reta de equação $y = 2x + 2$, que é paralela à reta de equação $y = 2x$, pois partilham o mesmo declive (2).

4. $f(x) = ax \underset{(2,\,9)}{\rightarrow} 9 = a \times 2 \Leftrightarrow a = \frac{9}{2}$, logo $f(x) = \frac{9}{2}x$.

Ficha n.º 1 – Página 21

5.1. **Função *g*:** $y = ax \underset{(-1,\,2)}{\rightarrow} 2 = a \times (-1) \Leftrightarrow a = -2$, logo $g(x) = -2x$.

Função *h*: $y = ax \underset{(-2,\,1)}{\rightarrow} 1 = a \times (-2) \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$, logo $h(x) = -\frac{1}{2}x$.

Função *f*: $(-2,\,0)$ e $(0,\,2)$ são pontos do gráfico de *f*, logo $a = \frac{2-0}{0-(-2)} = \frac{2}{2} = 1$.

Graficamente, verifica-se que $b = 2$, logo $f(x) = x + 2$.

Função *i*: $(-1,\,0)$ e $(0,\,1)$ são pontos do gráfico de *i*, logo $a = \frac{1-0}{0-(-1)} = \frac{1}{1} = 1$.

Graficamente, verifica-se que $b = 1$, logo $i(x) = x + 1$.

5.2. Funções *f* e *i*, uma vez que as retas que as representam graficamente são paralelas.

5.3. Funções *g* e *h*, pois as retas que as representam intersetam o eixo *Oy* no mesmo ponto.

5.4. $h(x) = -1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x = -1 \Leftrightarrow x = (-1) : \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x = (-1) \times (-2) \Leftrightarrow x = 2$

5.5. $j(x) = x$, pois para representar uma função linear, o termo independente da forma canónica é nulo.

5.6. $\begin{cases} y = x + 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$. Este sistema é impossível uma vez que as retas de equações $y = x + 1$ e $y = x + 2$ são paralelas não coincidentes e, por isso, não se intersetam.

5.7. $g(x) = i(x) \Leftrightarrow -2x = x + 1 \Leftrightarrow -2x - x = 1 \Leftrightarrow -3x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$

$g\left(-\frac{1}{3}\right) = (-2) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}$. Logo, as coordenadas do ponto de interseção são $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

6.1. $a = \dfrac{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}}{-1 - \frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{2} - \frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{9}$

$y = -\frac{2}{9}x + b \underset{\left(-1,\,\frac{2}{3}\right)}{\rightarrow} \frac{2}{3} = -\frac{2}{9} \times (-1) + b \Leftrightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{9} + b \Leftrightarrow \frac{2}{3} - \frac{2}{9} = b \Leftrightarrow \frac{6}{9} - \frac{2}{9} = b \Leftrightarrow b = \frac{4}{9}$

Logo, $g(x) = -\frac{2}{9}x + \frac{4}{9}$.

6.2. Não. *g* não é uma função linear, pois o termo independente da sua forma canónica não é nulo.

7.1. $f(x) = 0{,}15x$. A função *f* é linear, uma vez que a sua forma canónica é do tipo *ax*, sendo *a* = 0,15, neste caso.

7.2. $f(10) = 0{,}15 \times 10 = 1{,}5$ e significa que, se forem compradas dez gomas, paga-se 1,50 €.

7.3. $0{,}60 : 0{,}15 = 4$. O Mário comprou quatro gomas.

Ficha n.º 2 – Página 22 **2. FUNÇÕES ALGÉBRICAS**

1.1. $y \times x = 48$

Se $y = 12,\ x = \frac{48}{12} = 4$; se $y = 24,\ x = \frac{48}{24} = 2$; se $y = 48,\ x = \frac{48}{48} = 1$.

1.2. $y = \frac{48}{x},\ x \neq 0$

1.3. $x = \frac{48}{y},\ y \neq 0$

2.1. $x \times y$ é constante, logo $3 \times 4 = x \times 6 \Leftrightarrow \frac{12}{6} = x \Leftrightarrow x = 2$

2.2. $12 = 1{,}5 \times y \Leftrightarrow y = \frac{12}{1{,}5} \Leftrightarrow y = 8$

2.3. $y = \frac{12}{x},\ x \neq 0$

3. **Opção correta: (B)**

4.1. $2 \times 2 = 4$, logo $a = 18 \times \frac{1}{2} = \frac{18}{2} = 9$. $18 \times \frac{1}{3} = 6$, logo $b = 2 \times 3 = 6$

A constante de proporcionalidade inversão é $2 \times 18 = 36$.

4.2. $5 \times 2 = 10$, logo $c = 2 \times \frac{1}{2} = 1$. $1 \times 2{,}5 = 1 \times \frac{5}{2} = 2{,}5$, logo $d = 10 \times \frac{2}{5} = \frac{20}{5} = 4$.

A constante é 10.

Ficha n.º 2 – Página 23

4.3. $0{,}5\times 0{,}01=0{,}5\times\frac{1}{100}=0{,}005$, logo $e=0{,}7\times 100=70$.

$0{,}7\times 1000=700$, logo $f=0{,}5\times\frac{1}{1000}=\frac{0{,}5}{1000}=0{,}0005$.

A constante é 0,35.

4.4. $2\frac{1}{3}=2+\frac{1}{3}=\frac{6}{3}+\frac{1}{3}=\frac{7}{3}$; $\frac{7}{3}\times\frac{3}{7}=1$, logo $g=3\times\frac{7}{3}=7$

$7\times\frac{1}{10}=0{,}7$, logo $h=1\times 10=10$.

A constante é 7.

5. **Opção correta: (D)**

$$y=\frac{6}{5x}=\frac{\frac{6}{5}}{x}$$

6. **Opção correta: (A)**

Se $xy=c$, então $y=\frac{c}{x}$ define uma função de proporcionalidade inversa cujo gráfico é um ramo de hipérbole localizado no 1.º quadrante do referencial.

7.1. O ponto (2, 2) pertence ao gráfico de *f*, logo a constante de proporcionalidade inversa é $2\times 2=4$. A expressão algébrica da função é $f(x)=\frac{4}{x},\ x\neq 0$.

7.2. $A(x,3)$ $\quad 3=\frac{4}{x}\Leftrightarrow 3x=4\Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$

$B(x;\ 0{,}7)$ $\quad 0{,}7=\frac{4}{x}\Leftrightarrow 0{,}7x=4\Leftrightarrow\frac{7}{10}x=4\Leftrightarrow x=\frac{4\times 10}{7}\Leftrightarrow x=\frac{40}{7}$

As abcissas de *A* e de *B* são $\frac{4}{3}$ e $\frac{40}{7}$, respetivamente.

8. **Opção correta: (D)**

A opção (A) define uma função de proporcionalidade inversa, pois é constante o produto de *x* por *y*.

A opção (B) representa igualmente uma função de proporcionalidade inversa, pois $1\times 5=2\times 2{,}5=5\times 1=10\times 0{,}5=5$.

A opção (C) representa também igualmente uma função de proporcionalidade inversa, pois $0{,}75\times 4=1{,}25\times 2{,}4=6\times 0{,}5=3$.

A opção (D) não representa uma função de proporcionalidade inversa, uma vez que os pontos de coordenadas (1, 6) e (4, 1) pertencem ao gráfico e $1\times 6\neq 4\times 1$.

9.1.

x	a	$\frac{3}{2}a$
y	b	$b-1$

Logo, $b-1=\frac{2}{3}\times b \Leftrightarrow b-\frac{2}{3}b=1 \Leftrightarrow 3b-2b=3 \Leftrightarrow b=3$.

9.2. Se $a=3$, então a constante de proporcionalidade inversa é $a\times b=3\times 3=9$. A expressão algébrica de *f* é $f(x)=\frac{9}{x},\ x\neq 0$.

10. **Opção correta: (C)**

A constante de proporcionalidade inversa é $1\times 420=420$ e representa o custo total do aluguer do automóvel.

11.1. Como *A* e *B* pertencem ao gráfico de *f*, então têm abcissa e ordenada iguais, logo $A(-1,-1)$ e $B(1,1)$.

11.2. $f(-1)=-1$ e $g(x)=\frac{a}{x}$

Como o ponto (1, 1) pertence ao gráfico de *g*, então $a=1\times 1=1$, logo $g(x)=\frac{1}{x}$.

$g(1)=1$; $g\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{\frac{1}{3}}=3$ e $f\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$

$$f(-1)+g(1)+\left[g\left(\frac{1}{3}\right)\right]^2-\left[f\left(\frac{1}{3}\right)\right]^{-2}=-1+1+3^2-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=3^2-3^2=0$$

11.3. $C(1,-1)$

$A_{[ABC]}=\frac{\overline{AC}\times\overline{CB}}{2}=\frac{2\times 2}{2}=2$ unidades quadradas

12. $v=\frac{d}{t}$, logo $t=\frac{d}{v}=\frac{300}{100}=3\text{ h}$

Assim, o João demorou 3 horas. Como o tempo de duração da viagem é inversamente proporcional à velocidade, então:

$100\times 3=120\times t \Leftrightarrow \frac{300}{120}=t \Leftrightarrow t=2{,}5\text{ h}$

Assim, se viajasse a 120 km/h, o João pouparia meia hora, ou seja, 30 minutos.

Ficha n.º 2 – Página 25

13. $A(1, y)$ $y = \frac{10}{1} = 10$, logo $A(1, 10)$.

Como $\overline{AB} = 9$, então $B(-8, 10)$.

$C\left(-\frac{8}{2}, y\right) = (-4, y)$ $y = -\frac{10}{4} = -\frac{5}{2}$, logo $C\left(-4, -\frac{5}{2}\right)$ e $D\left(0, -\frac{5}{2}\right)$.

$$A_{[ABCD]} = \frac{\left(\overline{AB} + \overline{CD}\right) \times h}{2} = \frac{(9+4) \times \left(10 - \left(-\frac{5}{2}\right)\right)}{2} = \frac{13 \times \left(10 + \frac{5}{2}\right)}{2} = \frac{13 \times \left(\frac{20+5}{2}\right)}{2} = \frac{13 \times \frac{25}{2}}{2} = \frac{325}{4}$$

unidades quadradas

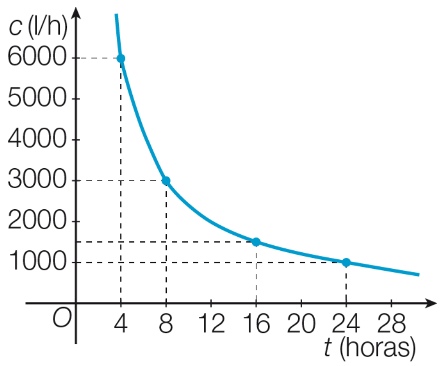
14.1. $1500 \times 16 = 24\,000$; $24\,000 : 30 = 800$; $24\,000 : 3000 = 8$; $24\,000 : 24 = 1000$; $24\,000 : 1600 = 15$

Caudal da torneira (l/h)	1500	800	3000	1000	1600
Tempo (horas)	16	30	8	24	15

14.2. A constante de proporcionalidade inversa é 24 000 e representa a capacidade, em litros, da piscina.

14.3. **a)** $c = \frac{24\,000}{t}, t \neq 0$

b)



15.1. $24 \times 3 = 72$ €

O valor da prenda é 72 €.

15.2. $72 : 15 = 4{,}80$ €

Cada aluno deve pagar 4,80 €.

15.3. $72 : 3{,}60 = 20$ alunos

Na iniciativa participaram 20 alunos.

1.1. $f(-1)=\frac{1}{2}\times(-1)^2=\frac{1}{2}\times 1=\frac{1}{2}$

1.2. $\frac{1}{2}x^2=8 \Leftrightarrow x^2=8\times 2 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\sqrt{16} \vee x=-\sqrt{16} \Leftrightarrow x=4 \vee x=-4$

1.3. O produto de $\frac{1}{2}$ pelo quadrado de qualquer número é sempre não negativo, logo não há nenhum objeto cuja imagem por *f* seja –2.

1.4. *f* não é uma função injetiva, pois há objetos diferentes que apresentam a mesma imagem. Por exemplo, os objetos 2 e –2 têm a mesma imagem:

$f(2)=\frac{1}{2}\times 2^2=\frac{1}{2}\times 4=2$ e $f(-2)=\frac{1}{2}\times(-2)^2=\frac{1}{2}\times 4=2$

Aliás, quaisquer objetos simétricos apresentam a mesma imagem por *f*.

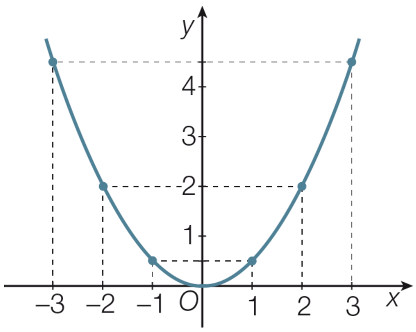
1.5.

X	0	–1	1	–2	2	–3	3
Y	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	2	2	$\frac{9}{2}$	$\frac{9}{2}$

Cálculos auxiliares:

$f(0)=\frac{1}{2}\times 0^2=0$; $f(-1)=f(1)=\frac{1}{2}\times 1^2=\frac{1}{2}$; $f(-2)=f(2)=\frac{1}{2}\times 2^2=2$; $f(-3)=f(3)=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$

Representação gráfica:



1.6. A parábola que representa graficamente a função *f* tem vértice no ponto de coordenadas (0, 0), ou seja, na origem do referencial. A concavidade da parábola é voltada para cima e o seu eixo de simetria é o eixo *Oy*.

2. **Opção correta: (A)**

$y=ax^2 \underset{(1,\,4)}{\rightarrow} 4=a\times 1^2 \Leftrightarrow a\times 1=4 \Leftrightarrow a=4$, logo $y=4x^2$.

Ficha n.º 3 – Página 27

3. **Opção correta: (D)**

Dada a função $y = ax^2 \; (a \neq 0)$, quanto menor o valor absoluto de *a*, mais aberta é a parábola.

$$\left|-\frac{1}{6}\right| = \frac{1}{6} < \frac{1}{5} < 2 < 3$$

4. $h : y = 8x^2$; $g : y = -\frac{1}{2}x^2$; $i : y = x^2$; $f : y = -3x^2$

Cálculos auxiliares:

1. $y = ax^2 \underset{(-1,\,-3)}{\rightarrow} -3 = a \times (-1)^2 \Leftrightarrow a \times 1 = -3 \Leftrightarrow a = -3$

2. $y = ax^2 \underset{(2,\,-2)}{\rightarrow} -2 = a \times 2^2 \Leftrightarrow -2 = 4a \Leftrightarrow a = -\frac{2}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$

3. $y = ax^2 \underset{(2,\,32)}{\rightarrow} 32 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 4a = 32 \Leftrightarrow a = \frac{32}{4} \Leftrightarrow a = 8$

4. $y = ax^2 \underset{(-2,\,4)}{\rightarrow} 4 = a \times (-2)^2 \Leftrightarrow 4a = 4 \Leftrightarrow a = 1$

5.1. $f(-2) = f(2) = -\frac{18}{5}$

Se uma parábola tem vértice na origem do referencial, então é simétrica em relação ao eixo *Oy* e, por isso, objetos simétricos apresentam a mesma imagem.

5.2. $y = ax^2 \underset{\left(2,\,-\frac{18}{5}\right)}{\rightarrow} -\frac{18}{5} = a \times 2^2 \Leftrightarrow 4a = -\frac{18}{5} \Leftrightarrow a = -\frac{18}{5} : 4 \Leftrightarrow a = \left(-\frac{18}{5}\right) \times \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{18}{20} \Leftrightarrow a = -\frac{9}{10}$

A expressão algébrica da função representada é $f(x) = -\frac{9}{10}x^2$.

6. $f : y = 2x^2$; $g : y = x^2$; $h : y = 0{,}6x^2$

A parábola associada à função *h* é a mais aberta, logo a sua equação é do tipo $y = ax^2$, sendo *a* o menor possível (positivo). Da mesma forma, sendo *f* a função cuja parábola é a mais fechada, é esta que apresenta o maior valor do parâmetro *a*.

1.1. Opção correta: (B)

$3x^2+5x-2=0 \Leftrightarrow 3x^2=-5x+2$

Os gráficos de $y=3x^2$ (parábola) e $y=-5x+2$ (reta) intersetam-se nos pontos cujas abcissas são as soluções desta equações do 2.º grau.

2.1. Opção correta: (C)

A parábola de equação $y=-2x^2$ não se interseta com a reta de equação $y=\frac{1}{2}x+1$.

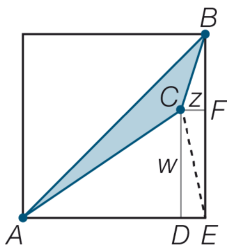
2.2. Opção correta: (D)

A parábola de equação $y=-2x^2$ e a reta de equação $y=-2$ intersetam-se em dois pontos.

3. $y=ax^2 \underset{(3,\,6)}{\rightarrow} 6=a\times 3^2 \Leftrightarrow 9a=6 \Leftrightarrow a=\frac{6}{9} \Leftrightarrow a=\frac{2}{3}$

$y=\frac{2}{3}x^2 \qquad A(-1,\,y)\rightarrow y=\frac{2}{3}\times(-1)^2=\frac{2}{3}\times 1=\frac{2}{3}$, logo $A\left(-1,\,\frac{2}{3}\right)$

$B\left(x,\,\frac{25}{6}\right)\rightarrow \frac{25}{6}=\frac{2}{3}\times x^2 \Leftrightarrow \frac{25}{6}\times\frac{3}{2}=x^2 \Leftrightarrow \frac{75}{12}=x^2 \Leftrightarrow x^2=\frac{25}{4} \Leftrightarrow x=\frac{5}{2} \vee x=-\frac{5}{2}$. Como $x>0$, então $x=\frac{5}{2}$, logo $B\left(\frac{5}{2},\,\frac{21}{6}\right)$.



$C(2,\,y)\rightarrow y=\frac{2}{3}\times 2^2=\frac{2}{3}\times 4=\frac{8}{3}$, logo $C\left(2,\,\frac{8}{3}\right)$

$z=\frac{5}{2}-2=\frac{5}{2}-\frac{4}{2}=\frac{1}{2}$; $w=\frac{8}{3}-\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2$

$A_{[AEB]}=\frac{\frac{7}{2}\times\frac{21}{6}}{2}=\frac{\frac{147}{12}}{2}=\frac{147}{24}$; $A_{[AEC]}=\frac{\frac{7}{2}\times 2}{2}=\frac{7}{2}$; $A_{[BCE]}=\frac{\frac{21}{6}\times\frac{1}{2}}{2}=\frac{\frac{21}{12}}{2}=\frac{21}{24}$

$A_{\text{retângulo}}=\frac{7}{2}\times\frac{21}{6}=\frac{147}{12}$

$A_{[ABC]}=\frac{147}{12}-\left(\frac{147}{24}+\frac{7}{2}+\frac{21}{24}\right)=\frac{147}{12}-\left(\frac{147}{24}+\frac{84}{24}+\frac{21}{24}\right)=\frac{294}{24}-\frac{252}{24}=\frac{42}{24}=\frac{7}{4}$

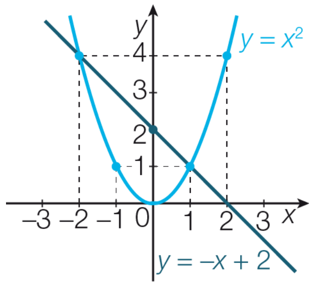
A área do triângulo [*ABC*] é $\frac{7}{4}$ unidades quadradas.

Ficha n.º 4 – Página 29

4.

x	$y = x^2$
0	0
1	1
–1	1
2	4
–2	4

x	$y = -x + 2$
0	2
1	1

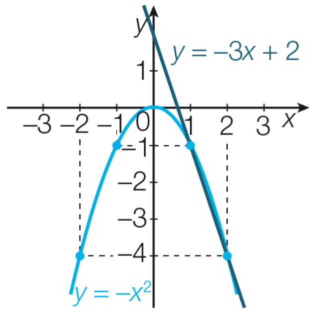


$x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -x + 2$, logo as soluções desta equação são as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos de $y = x^2$ e $y = -x + 2$. Assim, $\text{C.S.} = \{-2, 1\}$.

5. $-x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 = -3x + 2$

x	$y = -x^2$
0	0
1	–1
–1	–1
2	–4
–2	–4

x	$y = -3x + 2$
1	–1
2	–4

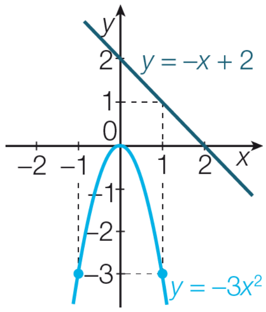


$\text{C.S.} = \{1, 2\}$

6. $-3x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow -3x^2 = -x + 2$

x	$y = -3x^2$
0	0
1	–3
–1	–3

x	$y = -x + 2$
0	2
1	1



A parábola de equação $y = -3x^2$ e a reta de equação $y = -x + 2$ não se intersetam e, por isso, a equação do 2.º grau $-3x^2 + x - 2 = 0$ é impossível.

7.1. $f(x) = ax^2 \underset{(2,\,5)}{\rightarrow} 5 = a \times 2^2 \Leftrightarrow 4a = 5 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}$, logo $f(x) = \frac{5}{4}x^2$.

7.2. $f(-1) = \frac{5}{4} \times (-1)^2 = \frac{5}{4} \times 1 = \frac{5}{4}$, logo os pontos $\left(-1, \frac{5}{4}\right)$ e $(2, 5)$ pertencem ao gráfico de g.

$$a = \frac{5 - \frac{5}{4}}{2 - (-1)} = \frac{\frac{20}{4} - \frac{5}{4}}{3} = \frac{\frac{15}{4}}{3} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$g(x) = \frac{5}{4}x + b \underset{(2,\,5)}{\rightarrow} 5 = \frac{5}{4} \times 2 + b \Leftrightarrow 5 = \frac{10}{4} + b \Leftrightarrow b = 5 - \frac{5}{2} \Leftrightarrow b = \frac{5}{2}$, pelo que $g(x) = \frac{5}{4}x + \frac{5}{2}$.

7.3. Como –1 e 2 são as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos de *f* e de *g*, então a equação do 2.º grau pedida pode ser:

$$\frac{5}{4}x^2 = \frac{5}{4}x + \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{5}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{5}{2} = 0$$

Teste n.º 1 – Página 30 **2. FUNÇÕES ALGÉBRICAS**

1. $f(x)=\frac{a}{x}$; $\frac{5}{2}=\frac{a}{2} \Leftrightarrow a=\frac{5}{2}\times 2 \Leftrightarrow a=5$

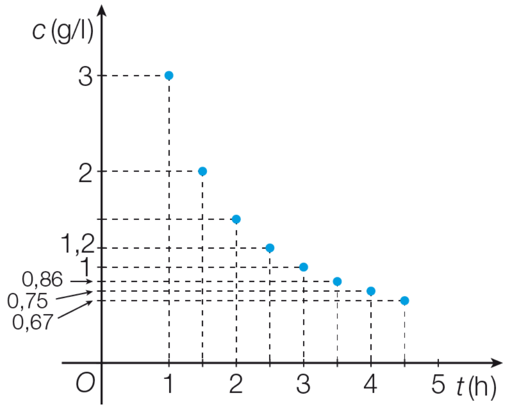
$g(x)=ax^2$; $a\times 2^2=\frac{5}{2} \Leftrightarrow a=\frac{5}{2}\times\frac{1}{4} \Leftrightarrow a=\frac{5}{8}$

$h(x)=ax$; $a\times 2=\frac{5}{2} \Leftrightarrow a=\frac{5}{2}\times\frac{1}{2} \Leftrightarrow a=\frac{5}{4}$

Assim, $f(x)=\frac{5}{x}$, $x\neq 0$; $g(x)=\frac{5}{8}x^2$ e $h(x)=\frac{5}{4}x$.

2.1. 2 g/l

2.2. $1\times 3=3$; $3:2{,}5=1{,}2$; $3:3=1$; $3:3{,}5\approx 0{,}86$; $3:4=0{,}75$; $3:4{,}5\approx 0{,}67$



2.3. $1\times 3=3$ é a constante de proporcionalidade inversa.

2.4. **Opção correta: (A)**

$c\times t=3$, logo $c=\frac{3}{t}$, $t\neq 0$

2.5. $c=\frac{3}{1{,}25}=2{,}4$ e $1{,}25\text{ h}=1\text{ h}+\frac{1}{4}\text{ h}=1\text{ h }15\text{ min}$

Passada 1 hora e 15 minutos de ser internado no hospital, a concentração de antibiótico no sangue da Maria era de 2,4 g/l.

Teste n.º 1 – Página 31

3.1. $A_{\text{triângulo}} = 8 \Leftrightarrow \frac{b \times h}{2} = 8 \Leftrightarrow bh = 8 \times 2 \Leftrightarrow bh = 16 \Leftrightarrow b = \frac{16}{h}$

b e h são grandezas inversamente proporcionais, pois $b \times h$ é uma constante (igual a 16).

3.2. $1{,}6 = \frac{16}{h} \Leftrightarrow h = \frac{16}{1{,}6} \Leftrightarrow h = 10\text{ cm}$

4.1. $y = ax^2 \underset{(4,\,8)}{\rightarrow} 8 = a \times 4^2 \Leftrightarrow 8 = 16a \Leftrightarrow a = \frac{8}{16} \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x^2$ é a equação da parábola.

$\frac{1}{2}x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \times 2 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

Assim, $A(-2,\, 2)$ e $B(2,\, 2)$.

4.2. **a)** $\overline{AB} = 2 + 2 = 4$

$\frac{4 \times h}{2} = 2 \Leftrightarrow 2h = 2 \Leftrightarrow h = 1$

A altura do triângulo é 1 unidade. Assim, há dois pontos na parábola com ordenada $2 - 1 = 1$ e outros dois com ordenada $2 + 1 = 3$.

b) $\frac{1}{2}x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$; $\frac{1}{2}x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 2 \times 3 \Leftrightarrow x^2 = 6 \Leftrightarrow x = \sqrt{6} \vee x = -\sqrt{6}$

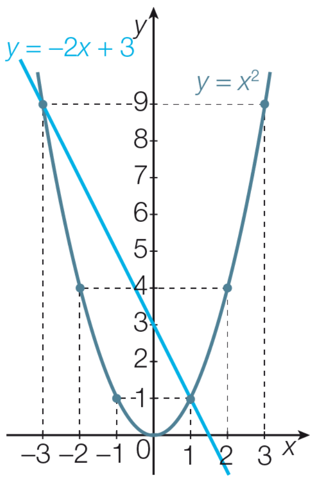
Assim, as abcissas dos quatro pontos mencionados em **a)** são $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$ e $-\sqrt{6}$.

5.1. $g(x) = -2x + 3$ e $g(x) = x^2$ (quadrado de x)

$-2x + 3 = x^2$

x	$y = -2x + 3$
0	3
1	1

x	$y = x^2$
0	0
–1	1
1	1
–2	4
2	4



A reta de equação $y = -2x + 3$ e a parábola de equação $y = x^2$ intersetam-se os pontos de abcissa 1 e –3, logo o conjunto-solução da equação $-2x + 3 = x^2$ é $\{-3,\, 1\}$. Assim, $a = -3$ e $b = 1$.

5.2. $(a + b,\, b - 2a) = (-3 + 1,\, 1 - 2 \times (-3)) = (-2,\, 7)$

$g(-2) = (-2) \times (-2) + 3 = 4 + 3 = 7$, logo o ponto $(-2,\, 7)$ pertence ao gráfico de g.

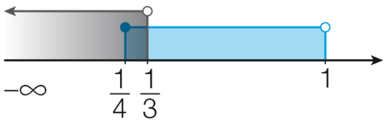
Teste n.º 2 – Página 32 **2. FUNÇÕES ALGÉBRICAS**

1. **Opção correta: (C)**

$a-1<a$ e $b<b+1$. Como $a<b$, então, pela transitividade da relação < em $\mathbb{R}$, conclui-se que

$a-1<b+1$ (pois $a-1<a<b<b+1$).

2. **Opção correta: (A)**



$A\cap B=\left[\frac{1}{4},\frac{1}{3}\right[$

3. **Opção correta: (B)**

$-\frac{8}{3}=-2,(6)$. O menor número inteiro superior a $-2,(6)$ é –2.

4.1. $(-1,\ 4)$ e $\left(\frac{1}{2},\ 3\right)$

$$a=\frac{3-4}{\frac{1}{2}-(-1)}=\frac{-1}{\frac{1}{2}+\frac{2}{2}}=\frac{-1}{\frac{3}{2}}=(-1)\times\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}$$

$$y=-\frac{2}{3}x+b\underset{(-1,\ 4)}{\rightarrow}4=-\frac{2}{3}\times(-1)+b\Leftrightarrow 4=\frac{2}{3}+b\Leftrightarrow\frac{12}{3}-\frac{2}{3}=b\Leftrightarrow b=\frac{10}{3}$$

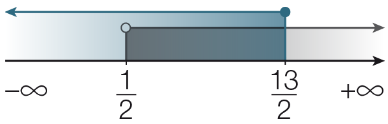
$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}$ é a expressão algébrica da função *f*.

4.2. $-\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}=2x\Leftrightarrow -2x+10=6x\Leftrightarrow -2x-6x=-10\Leftrightarrow -8x=-10\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$

4.3. $f(x)\in[-1,\ 3[\ \Leftrightarrow f(x)\geq -1\wedge f(x)<3\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}\geq -1\ \wedge\ -\frac{2}{3}x+\frac{10}{3}<3\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x+10\geq -3\wedge -2x+10<9\Leftrightarrow -2x\geq -13\wedge -2x<-1\Leftrightarrow x\leq\frac{13}{2}\wedge x>\frac{1}{2}$

$Z=\left]\frac{1}{2},\frac{13}{2}\right]$



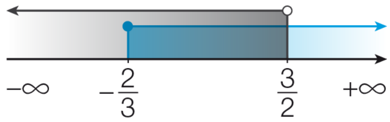
5. **I.** $\frac{x-\frac{1}{3}}{2}-\frac{1}{4}x\leq x\Leftrightarrow 2x-\frac{2}{3}-x\leq 2x\Leftrightarrow 6x-2-3x\leq 6x\Leftrightarrow -3x\leq 2\Leftrightarrow x\geq -\frac{2}{3}$ $\quad S_1=\left[-\frac{2}{3},+\infty\right[$

II. $-\frac{1-2x}{2}+(-x+3)^2>1+x^2\Leftrightarrow -\frac{1-2x}{2}+\cancel{x^2}-6x+9>1+\cancel{x^2}\Leftrightarrow -1+2x-12x+18>2\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x-12x>2+1-18\Leftrightarrow -10x>-15\Leftrightarrow x<\frac{15}{10}\Leftrightarrow x<\frac{3}{2}$ $\quad S_2=\left]-\infty,\frac{3}{2}\right[$

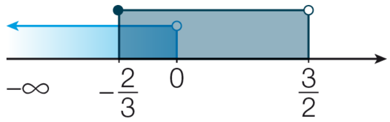
Teste n.º 2 – Página 33

5.2. **a)** $S_1 \cap S_2 = \left[-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right[$



b) $S_1 \cup S_2 = \mathbb{R} = \left]-\infty, +\infty\right[$

c) $S_1 \cap S_2 \cap \mathbb{R}^- = \left[-\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right[\cap \mathbb{R}^- = \left[-\frac{2}{3}, 0\right[$



5.3. $\frac{5}{2}$, por exemplo

6.1. $1{,}7 - 0{,}1 < \overline{AB} < 1{,}7 + 0{,}1 \Leftrightarrow 1{,}6 < \overline{AB} < 1{,}8$

$2{,}3 - 0{,}2 < \overline{BC} < 2{,}3 + 0{,}2 \Leftrightarrow 2{,}1 < \overline{BC} < 2{,}5$

$1{,}2 - 0{,}01 < \overline{AC} < 1{,}2 + 0{,}01 \Leftrightarrow 1{,}19 < \overline{AC} < 1{,}21$

6.2. $1{,}6 + 2{,}1 + 1{,}19 < \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} < 1{,}8 + 2{,}5 + 1{,}21 \Leftrightarrow 4{,}89 < P_{\text{triângulo}} < 5{,}51$

6.3. $4{,}89 < P_{\text{triângulo}} < 5{,}51$, logo $4{,}89 - 5{,}2 < P_{\text{triângulo}} - 5{,}2 < 5{,}51 - 5{,}2 \Leftrightarrow -0{,}31 < P_{\text{triângulo}} - 5{,}2 < 0{,}31$

$|-0{,}31| = |0{,}31| = 0{,}31$ é o menor majorante do erro cometido ao aproximar o perímetro do triângulo por 5,2.

7. $V_{\text{paralelepípedo}} = 1 \times 2 \times 3 = 6$ e $V_{\text{cubo}} = 6$, logo a aresta é igual a $\sqrt[3]{6}$.

Duas décimas são $0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$6 \times 5^3 = 750$; $9^3 = 729$ e $10^3 = 1000$

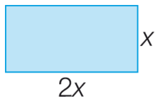
$9^3 < 6 \times 5^3 < 10^3 \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^3 < 6 < \left(\frac{10}{5}\right)^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{\left(\frac{9}{5}\right)^3} < \sqrt[3]{6} < \sqrt[3]{\left(\frac{10}{5}\right)^3} \Leftrightarrow \frac{9}{5} < \sqrt[3]{6} < 2 \Leftrightarrow 1{,}8 < \sqrt[3]{6} < 2$

8. Se *f* é representada graficamente por uma parábola com vértice na origem do referencial, então a expressão algébrica de *f* é do tipo $f(x) = ax^2$, sendo *a* um parâmetro real não nulo. Sejam *w* e *–w* dois objetos simétricos.

$f(w) = aw^2$ e $f(-w) = a(-w)^2 = aw^2$

Assim, $f(w) = f(-w)$, logo *f* é uma função par.

9.1. $h(x) = x \times 2x = 2x^2$

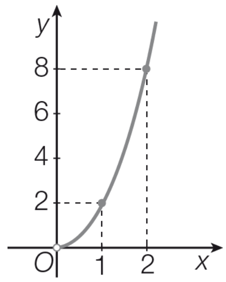


9.2. $h(3) = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$ e significa que, se a largura do retângulo for 3 unidades de comprimento, a sua área será 18 unidades quadradas.

9.3.

x	$2x^2$
0	0
1	2
2	8

Nota: $(0,0)$ não pertence ao gráfico de *h*, pois $x > 0$.



9.4. $D_h = \mathbb{R}^+$

9.5. **a)** $2x^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 = \frac{10}{2} \Leftrightarrow x^2 = 5 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{5}$

b) $0{,}01 = \frac{1}{100}$; $5 \times 100^2 = 50\,000$; $223^2 = 49\,729$; $224^2 = 50\,179$

$$223^2 < 5 \times 100^2 < 224^2 \Leftrightarrow \frac{223^2}{100^2} < 5 < \frac{224^2}{100^2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{223^2}{100^2}} < \sqrt{5} < \sqrt{\frac{224^2}{100^2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{223}{100} < \sqrt{5} < \frac{224}{100} \Leftrightarrow 2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$$

10.1. $y = ax^2 \underset{(1,\,2)}{\rightarrow} 2 = a \times 1^2 \Leftrightarrow a = 2$

Se $y = 2x^2$, então para $x = 2$; $y = 2 \times 2^2 = 8 \neq 6$. Logo, o ponto de coordenadas (2, 6) não pertence à mesma parábola com vértice na origem do referencial que o ponto de coordenadas (1, 2).

10.2. $1 \times 2 \neq 2 \times 6$, logo *h* não é uma função de proporcionalidade inversa.

10.3. $h(x) = ax + b$

$$a = \frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$$

$y = 4x + b \underset{(1,\,2)}{\rightarrow} 2 = 4 \times 1 + b \Leftrightarrow 2 - 4 = b \Leftrightarrow b = -2$, logo $h(x) = 4x - 2$.

$$h(-3) = \frac{a+1}{2} \Leftrightarrow 4 \times (-3) - 2 = \frac{a+1}{2} \Leftrightarrow -12 - 2 = \frac{a+1}{2} \Leftrightarrow (-14) \times 2 = a + 1 \Leftrightarrow -28 - 1 = a \Leftrightarrow a = -29$$

Teste n.º 2 – Página 35

11.1. Opção correta: (B)

$1 \times 6 = 6$ e $xy = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{y},\ y \neq 0$

11.2. $A(x, 4) \to x = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}$ e $B(8, y) \to 8 = \dfrac{6}{y} \Leftrightarrow y = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$

$\dfrac{3}{2}$ e $\dfrac{3}{4}$ são a abcissa de A e a ordenada de B, respetivamente.

11.3. a) $f(a) = 9$ e $f(3a) = f(a) \times \dfrac{1}{3} = 9 \times \dfrac{1}{3} = 3$. Se $f(a) = 9$, então $f(3a) = 3$.

b) $f\left(\dfrac{a}{2}\right) = 4$ e $f(a) = 2 \times f\left(\dfrac{a}{2}\right) = 2 \times 4 = 8$. Se $f\left(\dfrac{a}{2}\right) = 4$, então $f(a) = 8$.

c) $f\left(\dfrac{2}{5}a\right) = 7$ e $f(a) = \dfrac{5}{2} \times f\left(\dfrac{2}{5}a\right) = \dfrac{5}{2} \times 7 = \dfrac{35}{2}$. Se $f\left(\dfrac{2}{5}a\right) = 7$, então $f(a) = \dfrac{35}{2}$.

d) $f(2a) = 5$; $f(a) = \dfrac{1}{2} \times f(2a) = \dfrac{1}{2} \times 5 = \dfrac{5}{2}$ e $f(3a) = \dfrac{1}{3} \times f(a) = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{5}{6}$

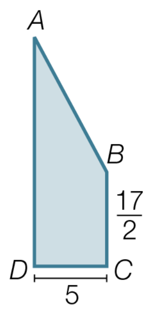
Se $f(2a) = 5$, então $f(3a) = \dfrac{5}{6}$.

12.1. $B(2, 8)$; parábola com a concavidade voltada para cima: $y = ax^2 \underset{(2,\,8)}{\rightarrow} 8 = a \times 2^2 \Leftrightarrow a = \dfrac{8}{4} \Leftrightarrow a = 2$

$2x^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 = 9 \underset{x<0}{\Leftrightarrow} x = -3$, pelo que $C(-3, 18)$. Como $[AB] // [CD]$, C e D têm a mesma abcissa.

$D(-3, y)$. Parábola com a concavidade voltada para baixo: $y = ax^2 \underset{\left(2,\,-\frac{1}{2}\right)}{\rightarrow} -\dfrac{1}{2} = a \times 2^2 \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{8}$

$y = -\dfrac{1}{8}x^2 \underset{x=-3}{\rightarrow} y = -\dfrac{1}{8} \times (-3)^2 = -\dfrac{9}{8}$. Assim, $D\left(-3, -\dfrac{9}{8}\right)$.



12.2. $8 - \left(-\dfrac{1}{2}\right) = 8 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{16}{2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{17}{2}$ e $2 - (-3) = 5$

$\overline{CD} = 18 - \left(-\dfrac{9}{8}\right) = 18 + \dfrac{9}{8} = \dfrac{144}{8} + \dfrac{9}{8} = \dfrac{153}{8}$

Área do trapézio: $\dfrac{\dfrac{153}{8} + \dfrac{17}{2}}{2} \times 5 = \left(\dfrac{153}{8} + \dfrac{68}{8}\right) \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{221}{8} \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{1105}{16}$ unidades quadradas

13. $-x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 = x - 2$

x	$-x^2$
0	0
–1	–1
1	–1
2	–4
–2	–4

x	$x - 2$
0	–2
1	–1

C.S. $= \{-2, 1\}$