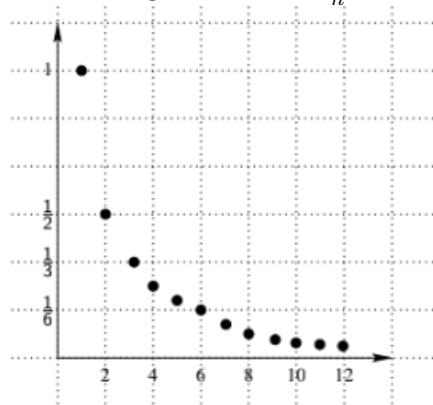


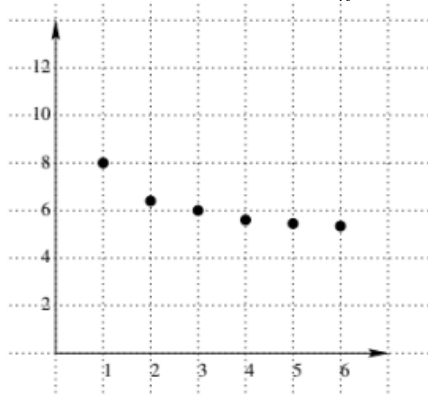
Exercício 1.

Figura 1:  $a_n = \frac{1}{n}$



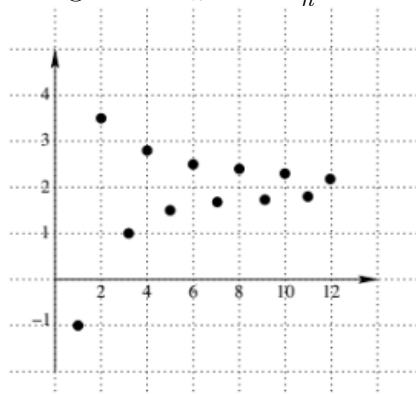
A sucessão  $a_n$  é limitada e monótona portanto convergente

Figura 2:  $b_n = \frac{5n+3}{n}$



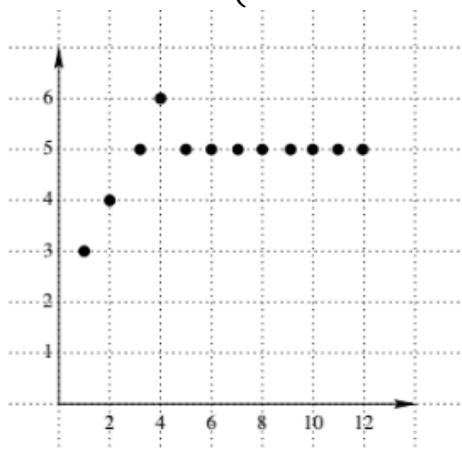
A sucessão  $b_n$  é limitada e monótona portanto convergente

Figura 3:  $c_n = \frac{3(-1)^n + 2n}{n}$



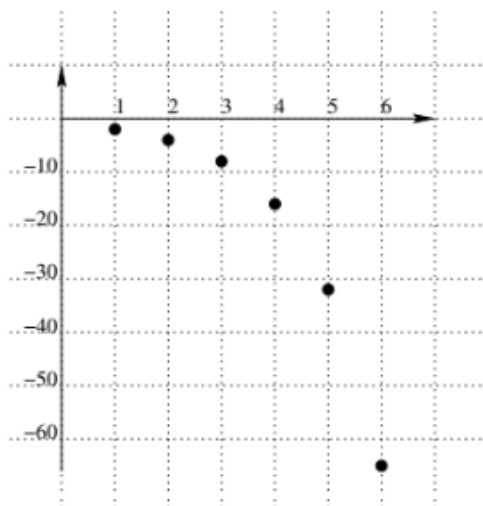
A sucessão  $c_n$  é limitada, não monótona mas convergente

Figura 4:  $d_n = \begin{cases} n + 2, & \text{se } n < 5 \\ 5 & \text{se, } n \geq 5 \end{cases}$



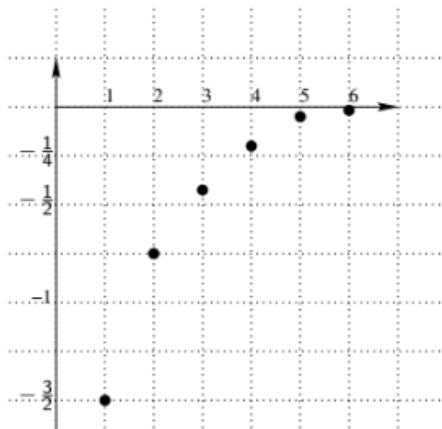
A sucessão  $d_n$  é limitada, não monótona mas convergente

Figura 5:  $e_n = -2^n$



A sucessão  $e_n$  não é limitada, é monótona e não convergente

Figura 6:  $f_n = \frac{-3}{2^n}$



A sucessão  $f_n$  é limitada e monótona portanto convergente

**Exercício 2.** Considere a sucessão de termo geral  $a_n = 3 - 2n$

a) Determine os três primeiros termos da sucessão.

$$a_1 = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

$$a_2 = 3 - 2 \cdot 2 = -1$$

$$a_3 = 3 - 2 \cdot 3 = -3$$

b) Averigue se -17 é termo da sucessão.

$$3 - 2n = -17$$

$$n = 10$$

Confirmação:

$$a_{10} = 3 - 2 \cdot 10 = -17$$

c) Estude a sucessão  $a_n$  quanto à monotonia.

$$\begin{aligned} & a_{n+1} - a_n \\ &= 3 - 2(n+1) - (3 - 2n) \\ &= 3 - 2n - 2 - 3 + 2n \\ &= -2 < 0 \end{aligned}$$

$a_n$  é uma sucessão monótona decrescente

d) A sucessão é limitada ?

$$\lim_n (3 - 2n) = -\infty$$

$u_n$  É uma sucessão majorada

$$a_1 = 1$$

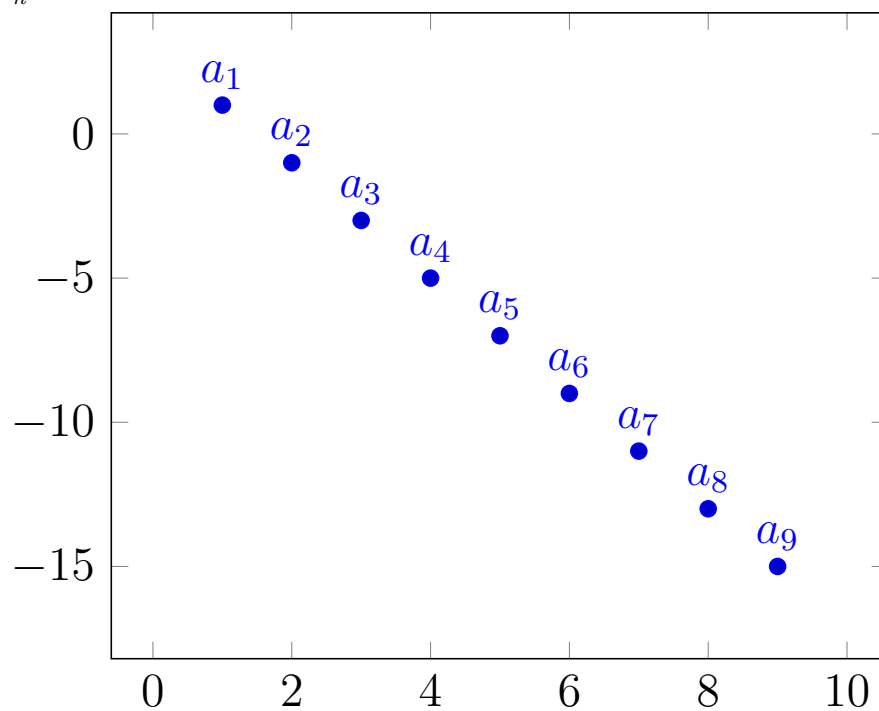
Seja  $M \in \mathbb{R}^-$

$$a_n < M$$

$$\Leftrightarrow 3 - 2n < M$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{3 - M}{2}$$

$u_n$  não é uma sucessão limitada



**Exercício 3.** Considere a sucessão de termo geral  $u_n = \frac{3n-2}{n}$

a) Determine os dois primeiros termos da sucessão.

$$u_1 = \frac{3(1) - 2}{1} = 1$$

$$u_2 = \frac{3(2) - 2}{2} = 2$$

b) Verifique se  $\frac{5}{2}$  é termo da sucessão.

$$3 - \frac{2}{n} = \frac{5}{2}$$
$$n = 4$$

Como  $n \in \mathbb{N}$ , então é termo da sucessão

c) Estude a sucessão  $u_n$  quanto à monotonia.

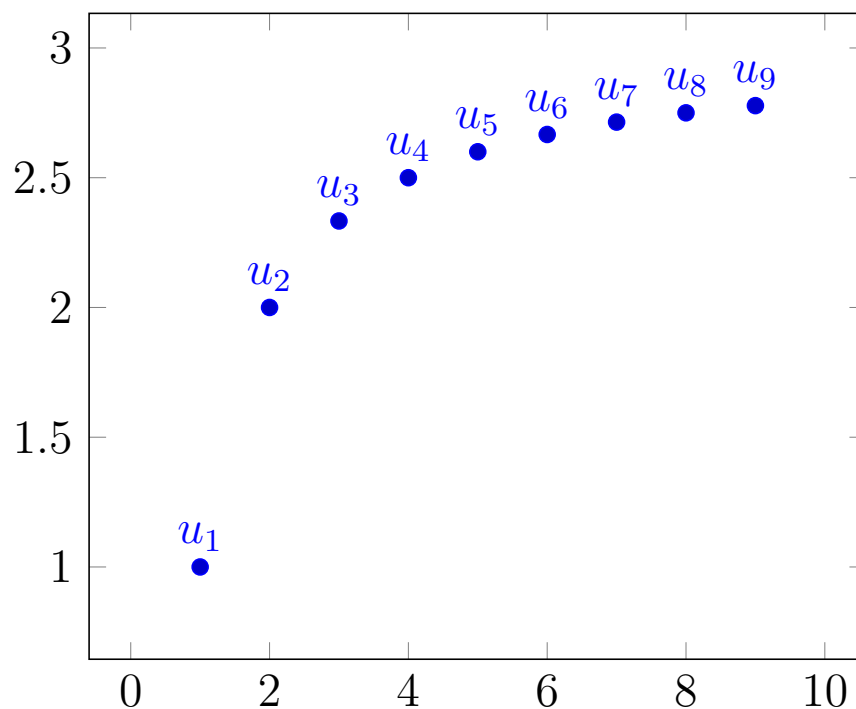
$$u_{n+1} - u_n$$
$$= \frac{3(n+1) - 2}{n+1} - \left( \frac{3n-2}{n} \right)$$
$$= \left[ \frac{3n+1}{n+1} \right] \cdot \left[ \frac{n}{n} \right] - \left[ \frac{3n-2}{n} \right] \cdot \left[ \frac{n+1}{n+1} \right]$$
$$= \frac{2}{(n+1)(n)} > 0$$

$u_n$  é uma sucessão crescente

d) A sucessão é limitada ?

$$3 - \frac{2}{n}$$
$$-\frac{2}{n} < 0$$
$$1 < 3 - \frac{2}{n} < 3$$

$u_n$  é uma sucessão monótona, limitada



**Exercício 4.** Considere a sucessão de termo geral  $b_n = n^2 - 8n$

a) Determine os quatro primeiros termos da sucessão.

$$b_1 = (1)^2 - 8 = -7$$

$$b_2 = (2)^2 - 16 = -12$$

$$b_3 = (3)^2 - 24 = -15$$

$$b_4 = (4)^2 - 32 = -16$$

b) Calcule o vigésimo termo da sucessão e diga se a sucessão é monótona.

$$b_{20} = (20)^2 - 160 = 240$$

$b_n$  não é uma sucessão monótona

**Exercício 5.** a)

$$\lim_n \left( \frac{2+3n}{5n} \right) = \lim_n \left( \frac{\mathcal{N} \left( \overset{0}{\cancel{\frac{2}{n}}} + 3 \right)}{\mathcal{N}(5)} \right) = \frac{3}{5}$$

b)

$$\lim_n \left( \frac{3n^2 + 4n - 2}{4n^2 - 3n + 5} \right) = \lim_n \left( \frac{\cancel{n}^2 \left( 3 + \frac{4}{\cancel{n}} - \frac{2}{\cancel{n}^2} \right)}{\cancel{n}^2 \left( 4 - \frac{3}{\cancel{n}} + \frac{5}{\cancel{n}^2} \right)} \right) = \frac{3}{4}$$

c)

$$\lim_n \left( \frac{3n^2 + 1}{4n^3 + 5} \right) = \lim_n \left( \frac{\cancel{n}^2 \left( 3 + \frac{1}{\cancel{n}^2} \right)}{\cancel{n}^2 \left( 4n + \frac{5}{\cancel{n}^3} \right)} \right) = \lim_n \left( \frac{3}{4n} \right) = 0$$

d)

$$\lim_n \left( \frac{3n^3 + 4n^2 - 3n + 2}{4n^2 + 3n + 2} \right) = \lim_n \left( \frac{\cancel{n}^3 \left( 3n + \frac{4}{\cancel{n}} - \frac{3}{\cancel{n}^2} + \frac{2}{\cancel{n}^3} \right)}{\cancel{n}^2 \left( 4 + \frac{3}{\cancel{n}} + \frac{2}{\cancel{n}^2} \right)} \right) = \lim_n \left( \frac{3n}{4} \right) = +\infty$$

e)

$$\lim_n (5(-1)^n) \begin{cases} -5 & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ 5 & \text{se } n \text{ é par} \end{cases} \quad \text{Limite não existe}$$

f)

$$\lim_n \left( \sqrt{n^3 + 3} = \lim_n \sqrt{n^2 \left( n + \frac{3}{n^2} \right)} \right) = \lim_n |n| \sqrt{n + \frac{3}{n^2}} = \lim_n n \sqrt{n + \frac{3}{n^2}} = +\infty$$

g)

$$\lim_n \frac{\sqrt{4n^2 + 1}}{n + 3} = \lim_n \frac{\sqrt{n^2 \left( 4 + \frac{1}{n^2} \right)}}{n \left( 1 + \frac{3}{n} \right)} = \lim_n \frac{|n| \sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}}{n \left( 1 + \frac{3}{n} \right)} = \lim_n \frac{\cancel{n} \sqrt{4 + \frac{1}{\cancel{n}^2}}}{\cancel{n} \left( 1 + \frac{3}{\cancel{n}} \right)} = 2$$

h)

$$\lim_n \left( \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} \right)$$

$$= \lim_n \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} \right) - \lim_n \left( \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} \right)$$

$$0 - 0 = 0$$

i)

$$\lim_n \left( \frac{1}{\sqrt{n^4+2} - \sqrt{n^4+3}} \right) = \lim_n \left( \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n^4+3}}{(\sqrt{n^4+2} - \sqrt{n^4+3})(\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n^4+3})} \right)$$

$$= \lim_n \left( \frac{\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n^4+3}}{-1} \right)$$

$$= -\lim_n (\sqrt{n^4+2} + \sqrt{n^4+3})$$

$$= -\lim_n \left( \sqrt{n^4 \left( 1 + \frac{2}{n^4} \right)} + \sqrt{n^4 \left( 1 + \frac{3}{n^4} \right)} \right) = -\lim_n \left( |n| \sqrt{1 + \frac{2}{n^4}} + |n| \sqrt{1 + \frac{3}{n^4}} \right)$$

j)

$$\lim_n (\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-n})$$

$$= \lim_n \left( \frac{(\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2-n})(\sqrt{n^2+2} + \sqrt{n^2-n})}{(\sqrt{n^2+2} + \sqrt{n^2-n})} \right)$$

$$= \lim_n \left( \frac{2+n}{(\sqrt{n^2+2} + \sqrt{n^2-n})} \right)$$

$$= \lim_n \left( \frac{n \left( \frac{2}{n} + 1 \right)}{\sqrt{n^2 \left( 1 + \frac{2}{n^2} \right)} + \sqrt{n^2 \left( 1 - \frac{1}{n} \right)}} \right)$$

$$= \lim_n \left( \frac{n \left( \frac{2}{n} + 1 \right)}{|n| \left( \sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n}} \right)} \right)$$



$$\begin{aligned}
&= \lim_n \left( \frac{\mathcal{K}\left(\frac{2}{n} + 1\right)}{\mathcal{K}\left(\sqrt{1 + \frac{2}{n^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{n}}\right)} \right) \\
&= \frac{1}{2}
\end{aligned}$$