LR MAT EXPLICAÇÕES

1. Sejam a e b duas proposições. Sabe-se que a proposição \sim a \Rightarrow b é falsa.

Então necessariamente o valor lógico de:

(A) $\sim a \wedge b$ é verdadeiro.

(B) $a \Leftrightarrow \sim b$ é verdadeiro

(C) $a \Rightarrow \sim b$ é falso.

(D) $a \lor b$ é falso.

2. Dadas as proposições p, q e r sabe-se que a proposição $(p \land \sim q) \Rightarrow (r \lor q)$ é verdadeira. Qual das seguintes hipóteses não pode ocorrer.

 $(B) \qquad \begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline p & q & r \\\hline F & V & F \\\hline \end{array}$

 $(C) \begin{array}{c|cccc} p & q & r \\ \hline V & F & F \\ \end{array}$

 $(D) \qquad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline p & q & r \\ \hline F & F & F \\ \hline \end{array}$

- 3. Considera as proposições:
 - $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$

 $(II) \qquad \forall \, x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 > 0$

(III) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 0$

(IV) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 < 0$

Relativamente a estas proposições pode afirmar-se:

(A) (II) e (III) são verdadeiras.

(B) (I) e (III) são verdadeiras.

(C) (I) e (IV) são verdadeiras.

- (D) (II) e (IV) são verdadeiras.
- 4. Na figura estão representados dois quadrados, um com 1 cm de lado e outro com 3 cm de lado, e o retângulo [ABCD].



• [BC] é uma diagonal do quadrado maior.

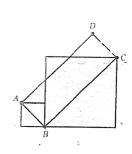
O perímetro, em cm, do retângulo [ABCD] é:



(B) $4\sqrt{3}$

(C) $2\sqrt{3}$

(D) $5\sqrt{2}$



5. Sejam a e b dois números reais positivos.

A expressão
$$\frac{\left(a^{-1}\sqrt{b}\right)^3\cdot\left(\sqrt{a^3b^{-2}}\right)}{\sqrt{b^4\sqrt{a^{-2}}}}$$
 é equivalente a:

(A)
$$\sqrt[4]{a^{-1}}$$

(A)
$$\sqrt[4]{a^{-7}}$$
 (B) $b\sqrt[4]{a^{-7}}$

(C)
$$\sqrt[4]{b^{-1}}$$

(D)
$$\sqrt[4]{a^{-5}}$$

6. O valor da expressão $\frac{\left(1-\sqrt{3}\right)^2-4}{1-\sqrt{3}}$ é igual a:

(A)
$$\frac{-3+\sqrt{3}}{3}$$

(B)
$$\frac{3+\sqrt{3}}{3}$$

(C)
$$3 + \sqrt{3}$$

(D)
$$-\frac{3+\sqrt{3}}{3}$$

7. Qual das seguintes condições é universal em R?

(A)
$$x^2 > 0 \Rightarrow x > 0$$

(B)
$$x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$$

(C)
$$x = -4 \Rightarrow x^2 = 16$$

(D)
$$x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4$$

8. Prova que, quaisquer que sejam as proposições $p \in q$, é verdadeira a proposição:

$$[p \land (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$$

9. Considera as proposições $a, b \in c$, sendo:

p: "O Luís toca viola."

q: "O Luís toca bateria." r: "O Luís toca piano."

Admitindo que a proposição $(q \Rightarrow \sim p) \vee (p \Rightarrow r)$ é falsa, quais são os instrumentos que o Luís toca. Justifica a tua resposta.

- 10. Considera a proposição $p \vee [(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow \sim q)]$. Mostra que esta proposição é verdadeira independentemente dos valores lógicos de p e de q:
 - 10.1 utilizando as propriedades das operações lógicas.
 - 10.2 Utilizando uma tabela de verdade.
- 11. Sabendo que a proposição $\sim (p \Rightarrow q) \land r$ é verdadeira, determina o valor lógico das proposições $p, q \in r$.
- 12. Considera, em \mathbb{R} , as seguintes condições:

$$a(x)$$
: $(x + 1)^2 = 2x + 5$

$$a(x): (x+1)^2 = 2x + 5$$
 $b(x): 1 - 2(x+2) < \frac{x-2}{3}$

$$c(x): 1 + 2x^2 > 0$$

- 12.1 Classifica cada uma das condições.
- 12.2 Determina o conjunto solução de:

(a)
$$a(x) \wedge b(x)$$

(b)
$$\sim (b(x) \wedge c(x)) \vee a(x)$$

13. Racionaliza o denominador das seguintes frações:

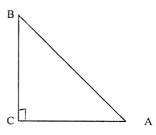
13.1)
$$\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$$

13.2)
$$\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{3}}$$

13.3)
$$\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$$

14. Considera o triângulo [ABC], retângulo em C, tal que $\overline{CA} = 3 + \sqrt{27}$ e $\overline{CB} = 3 - \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Determina a área do triângulo [ABC], apresentando o resultado na forma $a+b\sqrt{c}$, com $a,b,c\in\mathbb{R}$.



15. Simplifica:

15.1)
$$(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)-(\sqrt{5}-1)^2$$

$$15.2) \frac{\sqrt[4]{3} \sqrt[3]{2}}{\sqrt[6]{12}}$$

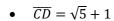
16. Resolve a seguinte inequação, apresentando a resposta com denominador racional.

$$x\sqrt{8} - 4 = x\sqrt{3} - 2$$

17. Na figura estão representados o triângulo [ABCD] e o quadrado [AEFG].

O ponto E pertence ao segmento da reta [AB] e o ponto G pertence ao segmento de reta [AD].



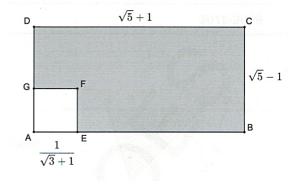


•
$$\overline{BC} = \sqrt{5} - 1$$

$$\bullet \quad \overline{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}+1}$$

Determina o valor da área da figura sombreada.

Apresenta o resultado na forma $a + b\sqrt{c}$, $a, b \in \mathbb{R}$ e $c \in \mathbb{R}^+$.



- 18. Considera, num plano munido de um referencial o.n. x0y, os pontos de coordenadas A(-1,2), B(-3,6) e C(2,-3).
 - 18.1 Determina o valor exato do perímetro do triângulo cujos vértices são A, B e C.
 - 18.2 O triângulo [ABC] é retângulo? Justifica a tua resposta.
 - 18.3 Determina as coordenadas do ponto D, sabendo que o ponto médio de [AD] é C.
 - 18.4 Escreve a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta [BC].
 - 18.5 Escreve a equação reduzida da reta *AC* e determina os pontos de interseção da reta com os eixos coordenados.