OmegaMat

Resolução do Exame Modelo XIII de Matemática A

Duração do Exame: 150 **minutos** + 30 **minutos de tolerância**

12.º Ano de Escolaridade

1. .

$$^{2020}C_{500} + ^{2020}C_{501} + ^{2021}C_{502} = ^{2021}C_{501} + ^{2021}C_{502} = ^{2022}C_{502}$$

Resposta: (D)

2. .

1° **Processo**

Número de casos possíveis: $\dfrac{16!}{3! \times 3! \times 2! \times 2! \times 2!}$

Quanto ao número de casos favoráveis

Fazendo um esquema

$- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad \underline{III}$

Número de casos favoráveis: $\dfrac{13!}{3! \times 2! \times 2! \times 2!}$

Logo, a probabilidade pedida é igual a

$$P = \frac{\dfrac{13!}{3! \times 2! \times 2! \times 2!}}{\dfrac{16!}{3! \times 3! \times 2! \times 2! \times 2!}} = \frac{1}{560}$$

2° **Processo**

Número de casos possíveis: $^{16}C_3 \times ^{13}C_3 \times ^{10}C_2 \times ^{8}C_2 \times ^{6}C_2$

Quanto ao número de casos favoráveis

Fazendo um esquema

$- \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad \underline{III}$

Número de casos favoráveis: $^{13}C_3 \times ^{10}C_2 \times ^{8}C_2 \times ^{6}C_2$

Logo, a probabilidade pedida é igual a

$$P = \frac{^{13}C_3 \times ^{10}C_2 \times ^{8}C_2 \times ^{6}C_2}{^{16}C_3 \times ^{13}C_3 \times ^{10}C_2 \times ^{8}C_2 \times ^{6}C_2} = \frac{1}{560}$$

3. .

1° **Processo**

Seja A, o acontecimento

A : "Os dois surfistas entendem-se numa conversa"

Então,

$\overline{A}$: "Os dois surfistas não se entendem numa conversa"

Determinemos a probabilidade deste último acontecimento

Número de casos possíveis: ${}^{50}C_2$

Legenda:

${}^{50}C_2 \mapsto$ escolher dois surfistas de entre os 50

Número de casos favoráveis: ${}^{10}C_1 \times {}^{25}C_1$

Legenda:

${}^{10}C_1 \times {}^{25}C_1 \mapsto$ escolher um surfista que só fala francês e um surfista que só fala inglês

Logo, $P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{{}^{10}C_1 \times {}^{25}C_1}{{}^{50}C_2}$

Assim,

$$P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{{}^{10}C_1 \times {}^{25}C_1}{{}^{50}C_2} = \frac{39}{49}$$

2° **Processo**

Número de casos possíveis: ${}^{50}C_2$
Legenda:

${}^{50}C_2 \mapsto$ escolher dois surfistas de entre os 50

Número de casos favoráveis: ${}^{10}C_2 + {}^{25}C_2 + {}^{15}C_2 + {}^{10}C_1 \times {}^{15}C_1 + {}^{25}C_1 \times {}^{15}C_1$

Legenda:

${}^{10}C_2 \mapsto$ escolher dois surfistas que só falam francês

${}^{25}C_2 \mapsto$ escolher dois surfistas que só falam inglês

${}^{15}C_2 \mapsto$ escolher dois surfistas que falam as duas línguas

${}^{10}C_1 \times {}^{15}C_1 \mapsto$ escolher um surfista que só fala francês e um surfista que fala as duas línguas

${}^{25}C_1 \times {}^{15}C_1 \mapsto$ escolher um surfista que só fala inglês e um surfista que fala as duas línguas

Logo, $P = \dfrac{{}^{10}C_2 + {}^{25}C_2 + {}^{15}C_2 + {}^{10}C_1 \times {}^{15}C_1 + {}^{25}C_1 \times {}^{15}C_1}{{}^{50}C_2} = \dfrac{39}{49}$

4. .

4.1. Determinemos as coordenadas dos pontos A e B

Ponto $A(x; 0; 0)$

Como A pertence ao plano ABG, resulta,

$x + 0 + \sqrt{2} \times 0 - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$

Assim, $A(2\sqrt{2}; 0; 0)$ e $B(0; 2\sqrt{2}; 0)$

$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{2} - 0)^2 + (0 - 2\sqrt{2})^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{8 + 8 + 0} = \sqrt{16} = 4$

Seja J, o centro do cubo, então, $J(0; 0; 2)$

Determinemos o raio da superfície esférica

$r = \overline{AJ} = \sqrt{(2\sqrt{2} - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{8 + 0 + 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

A equação cartesiana reduzida da superfície esférica que contém os vértices do cubo é

$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - 2)^2 = (2\sqrt{3})^2$, ou seja, $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 12$

4.2. Sabemos que, $I(0; 0; 4)$

Assim,

$\overrightarrow{IA} = A - I = (2\sqrt{2}; 0; 0) - (0; 0; 4) = (2\sqrt{2}; 0; -4)$

$\overrightarrow{IB} = B - I = (0; 2\sqrt{2}; 0) - (0; 0; 4) = (0; 2\sqrt{2}; -4)$

$\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = (2\sqrt{2}; 0; -4) \cdot (0; 2\sqrt{2}; -4) = 2\sqrt{2} \times 0 + 0 \times 2\sqrt{2} - 4 \times (-4) = 0 + 0 + 16 = 16$

$||\overrightarrow{IA}|| = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 0^2 + (-4)^2} = \sqrt{8 + 0 + 16} = \sqrt{24}$

$||\overrightarrow{IB}|| = \sqrt{0^2 + (2\sqrt{2})^2 + (-4)^2} = \sqrt{0 + 8 + 16} = \sqrt{24}$

Seja α a amplitude do ângulo AIB

$\cos(\alpha) = \dfrac{|\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB}|}{||\overrightarrow{IA}|| \times ||\overrightarrow{IB}||}$

$\therefore \cos(\alpha) = \dfrac{|16|}{\sqrt{24} \times \sqrt{24}}$

$\therefore \cos(\alpha) = \dfrac{16}{24}$

$\therefore \cos(\alpha) = \dfrac{2}{3}$

$\therefore \alpha = \cos^{-1}\left(\dfrac{16}{24}\right) \approx 48.19°$

Resposta: (A)

4.3. Seja I', a projeção ortogonal do ponto I sobre o plano ABG

Determinemos uma equação vetorial da reta II'

Um vetor diretor desta reta poderá ser o vetor normal ao plano ABG

Assim vem,

$(x;y;z)=(0;0;4)+k(1;1;\sqrt{2}),k\in\mathbb{R}$

Um ponto genérico desta reta é $(k;k;4+\sqrt{2}k),k\in\mathbb{R}$

Ora,

$k+k+\sqrt{2}(4+\sqrt{2}k)-2\sqrt{2}=0\Leftrightarrow 2k+4\sqrt{2}+2k-2\sqrt{2}=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4k+2\sqrt{2}=0\Leftrightarrow 2k=-\sqrt{2}\Leftrightarrow k=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Portanto, $I'\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2};4-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}\right)$, ou seja, $I'\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2};-\dfrac{\sqrt{2}}{2};3\right)$

Portanto, a distância entre o ponto I e esse ponto I' do plano ABG, é

$\overline{II'}=\sqrt{\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-0\right)^2+\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-0\right)^2+(3-4)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+1}=\sqrt{2}\ u.c.$

5. $2\in D_f$

A função f é contínua em $x=2$, se existir $\lim\limits_{x\to 2}f(x)$, ou seja,

se $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=f(2)$

- $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\sin(2x-4)}{x-2}=^{\left(\frac{0}{0}\right)}\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\sin(2(x-2))}{x-2}=\lim\limits_{y\to 0^-}\dfrac{\sin(2y)}{y}=$

  $=\lim\limits_{2y\to 0^-}\dfrac{\sin(2y)}{2y}\times 2=1\times 2=2$

  Fez-se a mudança de variável

  $y=x-2\Leftrightarrow x=y+2$

  Se $x\to 2^-$, então, $y\to 0^-$

  Aplicou-se o limite notável: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)}{x}=1$

- $\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-2x}{\ln(x-1)}=^{\left(\frac{0}{0}\right)}\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x(x-2)}{\ln(x-1)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-2}{\ln(x-1)}\times\lim\limits_{x\to 2^+}(x)$

  $=2\times\lim\limits_{y\to 0^+}\dfrac{e^y+1-2}{y}=2\times\lim\limits_{y\to 0^+}\dfrac{e^y-1}{y}$

  $=2\times 1=2$

  Fez-se a mudança de variável

  $y=\ln(x-1)\Leftrightarrow x-1=e^y\Leftrightarrow x=e^y+1$

  Se $x\to 2^+$, então, $y\to 0^+$

Aplicou-se o limite notável: $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

- $f(2) = k^2 + \ln\left(e^k\right) = k^2 + k$

Assim, deverá ter-se, $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = f(2)$

Ou seja,

$$k^2 + k = 2 \Leftrightarrow k^2 + k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow k = -2 \vee k = 1$$

Portanto, existem dois valores para k, para os quais a função f é contínua em $x = 2$

6. .

Inserir a função $y_1 = x - \dfrac{1}{2}\sin(2x)$

Inserir a função $y_2 = 1$

Ajustar a janela de visualização

$\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right] \times \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$

Desenhar gáfico

Procurar a abcissa do ponto de interseção dos dois gráficos

$x_1 \approx 1.28$ rad

Resposta: (B)

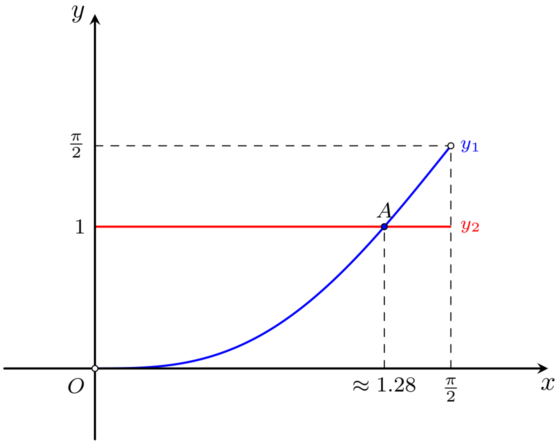


Figura 1

7. .

7.1. O domínio da função é $\mathbb{R}$

Calculemos $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \left(1 + \frac{\ln(x)}{x}\right) = 1 + \lim_{x \to 0^+} \frac{\ln(x)}{x} = 1 + \frac{-\infty}{0^+} = -\infty$$

Logo a reta de equação $x = 0$ é assíntota vertical ao gráfico da função f

Nota: Não existem mais assíntotas verticais ao gráfico da função f

7.2. .

Calculemos $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{\ln(x)}{x}\right) = 1 + = \lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 1 + 0 = 1$$

Aplicou-se o limite notável $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln(x)}{x} = 0$

Logo, a reta de equação $y = 1$ é assíntota horizontal ao gráfico da função f, quando $x \to +\infty$

Calculemos $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(e^{x+1}(2x+1)\right) =^{(0\times\infty)} \lim_{y\to+\infty}\left(e^{-y+1}(-2y+1)\right) = \lim_{y\to+\infty}\left(e\times e^{-y}(-2y+1)\right) =$

$= \lim_{y\to+\infty}\left(\frac{e\times(-2y+1)}{e^y}\right) = e\times\lim_{y\to+\infty}\left(\frac{-2y+1}{e^y}\right) = e\times\frac{\lim_{y\to+\infty}\frac{-2y+1}{y}}{\lim_{y\to+\infty}\frac{e^y}{y}} =$

$= e\times\frac{\lim_{y\to+\infty}\left(-2+\frac{1}{y}\right)}{\lim_{y\to+\infty}\frac{e^y}{y}} = e\times\frac{-2+0}{+\infty} = 0$

Fez-se a mudança de variável

$y = -x \Leftrightarrow x = -y$

Se $x\to-\infty$, então, $y\to+\infty$

Aplicou-se o limite notável $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x} = +\infty$

Logo, a reta de equação $y = 0$ é assíntota horizontal ao gráfico da função f, quando $x\to-\infty$

7.3. $g(x) = e^{x+1}(2x+1)$, com $x\in\,]-\infty;0[$

Calculemos a função primeira derivada de g

$g'(x) = \left(e^{x+1}(2x+1)\right)' = \left(e^{x+1}\right)'\times(2x+1) + e^{x+1}\times(2x+1)' =$

$= (x+1)'\times e^{x+1}\times(2x+1) + e^{x+1}\times 2 = e^{x+1}(2x+1) + 2e^{x+1} =$

$= e^{x+1}(2x+1+2) = e^{x+1}(2x+3)$

Determinemos os zeros de $g'(x)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow e^{x+1}(2x+3) = 0 \Leftrightarrow e^{x+1} = 0 \vee 2x+3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ Equação impossível $\vee 2x = -3 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

Quadro de sinal de $g'(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$		0
e^{x+1}	$+$	$+$	$+$	$+$
$2x+3$	$-$	0	$+$	$+$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	$n.d.$
$g(x)$	$\searrow$	$-\frac{2}{\sqrt{e}}$	$\nearrow$	$n.d.$

$g\left(-\frac{3}{2}\right) = e^{-\frac{3}{2}+1}\left(2\times\left(-\frac{3}{2}\right)+1\right) = e^{-\frac{1}{2}}\times(-2) = -\frac{2}{\sqrt{e}}$

A função g é decrescente em $\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[$ e é crescente em $\left]-\frac{3}{2};0\right[$

A função g atinge um mínimo absoluto $-\frac{2}{\sqrt{e}}$, para $x = -\frac{3}{2}$

8. .

8.1. Ora,

$164 = 41 \times 4$

Então,

$z_1 = -1 + 8i + i^{164} = -1 + 8i + i^{41\times 4} = -1 + 4i + \left(i^4\right)^{41} = -1 + 8i + 1 = 8i = 8e^{i\frac{\pi}{2}}$

$z^3 - z_1 = 0 \Leftrightarrow z^3 = z_1 \Leftrightarrow z = \sqrt[3]{z_1} \Leftrightarrow z = \sqrt[3]{8e^{i\frac{\pi}{2}}} \Leftrightarrow z = \sqrt[3]{8}e^{i\left(\frac{\frac{\pi}{2}+k2\pi}{3}\right)}, k \in \{0;1;2\} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow z = 2e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}\right)}$, $k \in \{0;1;2\}$

Atribuindo valores a k, vem,

$k = 0 \mapsto w_0 = 2e^{i\left(\frac{\pi}{6}\right)} = 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right] = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) =$

$= \sqrt{3} + i$

$k = 1 \mapsto w_1 = 2e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3}\right)} = 2e^{i\left(\frac{5\pi}{6}\right)} = 2\left[\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right] = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) =$

$= -\sqrt{3} + i$

$k = 2 \mapsto w_2 = 2e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{4\pi}{3}\right)} = 2e^{i\left(\frac{9\pi}{6}\right)} = 2e^{i\left(\frac{3\pi}{2}\right)} = -2i$

Sejam, $A\left(\sqrt{3};1\right)$, $B\left(-\sqrt{3};1\right)$ e $C\,(0;-2)$, os afixos de w_0, w_1 e de w_2, respetivamente

Ora,

$\overline{AB} = |w_0 - w_1| = \left|\sqrt{3} + i - \left(-\sqrt{3} + i\right)\right| = \left|\sqrt{3} + i + \sqrt{3} - i\right| = \left|2\sqrt{3}\right| = 2\sqrt{3}$

Portanto, o perímetro do triângulo $[ABC]$ é igual a $6\sqrt{3}$ $u.c.$

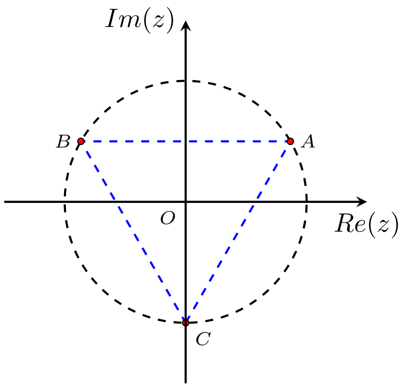


Figura 2

8.2. .

Calculemos $|z_2|^2$

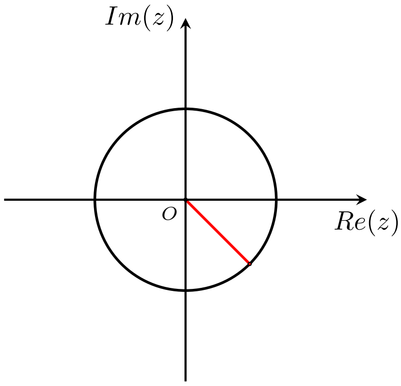
$z_2 = \frac{2+2i}{2i} = \frac{1+i}{i} = \frac{(1+i)\times(-i)}{i\times(-i)} = \frac{-i-i^2}{-i^2} = \frac{1-i}{1} = 1 - i$

$|z_2| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$

Logo, $|z_2|^2 = 2$

A condição $|z| \leq |z_2|^2 \Leftrightarrow |z| \leq 2$, representa, no plano complexo, o círculo centrado na origem e de raio 2

Representemos o conjunto A



O comprimento da linha é 2

Resposta: (A)

9. .

9.1. Ora, $g(x) = \sin(2x)\cos(2x) = \frac{1}{2}\sin(4x)$, se $x \leq 0$

Assim,

$$g'(x) = \left(\frac{1}{2}\sin(4x)\right)' = \frac{1}{2} \times (4x)'\cos(4x) = \frac{1}{2} \times 4\cos(4x) = 2\cos(4x)$$

O declive da reta tangente t é

$$m = g'\left(-\frac{\pi}{16}\right) = 2\cos\left(-\frac{4\pi}{16}\right) = 2\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

Logo, $t : y = \sqrt{2}x + b, b \in \mathbb{R}$

Quanto ao ponto de tangência $T\left(-\frac{\pi}{16}; g\left(-\frac{\pi}{16}\right)\right)$

$$g\left(-\frac{\pi}{16}\right) = \frac{1}{2}\sin\left(-\frac{4\pi}{16}\right) = -\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

Assim, $T\left(-\frac{\pi}{16}; -\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

Substituindo estas coordenadas na equação da reta, vem,

$$-\frac{\sqrt{2}}{4} = \sqrt{2} \times \left(-\frac{\pi}{16}\right) + b \Leftrightarrow b = -\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}\pi}{16} \Leftrightarrow b = \frac{-4\sqrt{2} + \sqrt{2}\pi}{16} \Leftrightarrow b = \frac{(\pi - 4)\sqrt{2}}{16}$$

Resumindo, a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de g, no ponto de abcissa $-\frac{\pi}{16}$, é $y = \sqrt{2}x + \frac{(\pi - 4)\sqrt{2}}{16}$

9.2. $$\lim_{x \to 0^+} g(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{\sin(4x)}{1 - e^{2x}} =^{\left(\frac{0}{0}\right)} -\frac{\lim_{4x \to 0^+} \frac{\sin(4x)}{4x} \times 4}{\lim_{2x \to 0^+} \frac{e^{2x} - 1}{2x} \times 2} = -\frac{1 \times 4}{1 \times 2} = -2$$

Aplicaram-se os limites notáveis

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1 \text{ e } \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

10. .

10.1. Como a circunferência tem raio 1, então

$A(\cos(x);\sin(x))$, com $\cos(x)<0$ e $\sin(x)>0$

Seja G, a projeção ortogonal do ponto A sobre o eixo Ox, logo, $G(\cos(x);0)$

Logo,

$\overline{OG}=|\cos(x)|=-\cos(x)$

$\overline{AD}=2|\sin(x)|=2\sin(x)$

Assim,

$$A_{[ADO]}=\frac{\overline{AD}\times\overline{OG}}{2}=\frac{2\sin(x)\times(-\cos(x))}{2}=-\frac{1}{2}\sin(2x)$$

Portanto, a área da região colorida é dada, em função de x, por,

$$A(x)=2\times A_{[ADO]}=2\times\left(-\frac{1}{2}\sin(2x)\right)=-\sin(2x),\text{ com } x\in\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$$

Resposta: (C)

10.2. Teremos de resolver a equação $A(x)=1$, com $x\in\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$

Assim,

$$A(x)=1\Leftrightarrow-\sin(2x)=1\Leftrightarrow\sin(2x)=-1\Leftrightarrow\sin(2x)=\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\Leftrightarrow 2x=\frac{3\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{3\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$$

Atribuindo valores a k, vem,

$k=0\mapsto x=\frac{3\pi}{4}\in\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$

$k=1\mapsto x=\frac{3\pi}{4}+\pi=\frac{7\pi}{4}\notin\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$

$k=-1\mapsto x=\frac{3\pi}{4}-\pi=-\frac{\pi}{4}\notin\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$

Logo, $x=\frac{3\pi}{4}$

11. .

Ora, $A\,(\ln(2); e)$ $B\,(\ln(6); e)$ e $C(x; f(x))$

$y_1 = \sin(-2x) + \dfrac{e}{2}$

$y_2 = e$

$\overline{AB} = |\ln(6) - \ln(2)| = |\ln(3)| = \ln(3)$

$\overline{AC} = \sqrt{(x - \ln(2))^2 + \left(\sin(-2x) + \dfrac{e}{2} - e\right)^2}$

$= \sqrt{(x - \ln(2))^2 + \left(\sin(-2x) - \dfrac{e}{2}\right)^2}$

$\overline{BC} = \sqrt{(x - \ln(6))^2 + \left(\sin(-2x) + \dfrac{e}{2} - e\right)^2}$

$= \sqrt{(x - \ln(6))^2 + \left(\sin(-2x) - \dfrac{e}{2}\right)^2}$

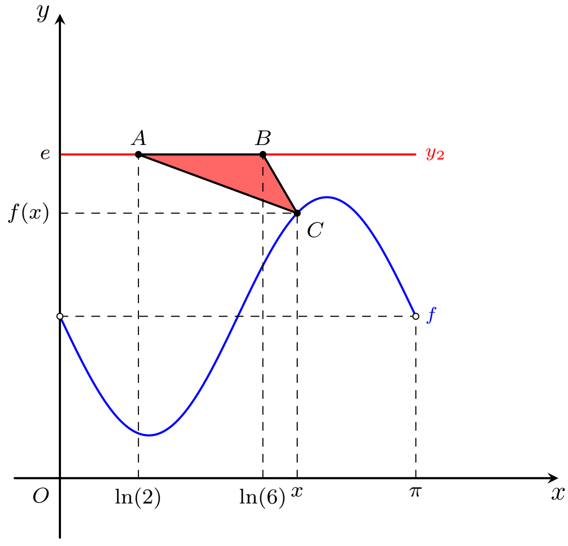


Figura 3

Pretende-se descobrir x, tal que

$P_{[ABC]} = \overline{AB} + \overline{AC} + \overline{BC}$ é mínimo

Ou seja, que

$P_{[ABC]} = \ln(3) + \sqrt{(x - \ln(2))^2 + \left(\sin(-2x) - \dfrac{e}{2}\right)^2} + \sqrt{(x - \ln(6))^2 + \left(\sin(-2x) - \dfrac{e}{2}\right)^2}$ seja mínimo

Inserir a função

$y_1 = \ln(3) + \sqrt{(x - \ln(2))^2 + \left(\sin(-2x) - \dfrac{e}{2}\right)^2} + \sqrt{(x - \ln(6))^2 + \left(\sin(-2x) - \dfrac{e}{2}\right)^2}$

Ajustar a janela de visualização

$[0; \pi] \times [0; 4]$

Desenhar gáfico

Procurar a abcissa do ponto onde a função atinge o mínimo

Resposta: $x_1 \approx 2.06$ rad

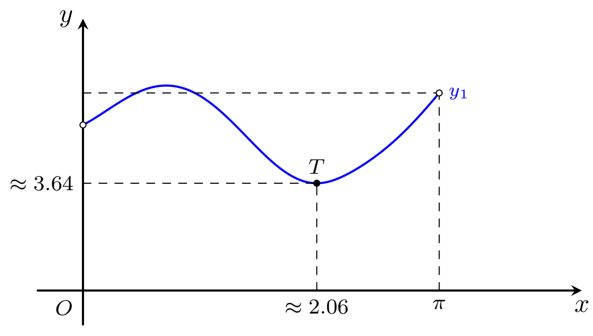


Figura 4