Ficha n.º 1 – Página 140 **8. HISTOGRAMAS. PROBABILIDADES**

1. **Opção correta: (B)**
A variável é quantitativa discreta, uma vez que a característica associada (número de irmãos) pode ser contada, assumindo um número finito de valores.

2. **Opção correta: (A)**
A variável é quantitativa contínua, uma vez que a característica associada (massa) pode ser medida, podendo assumir qualquer valor de um certo intervalo de números reais.

3.1. **Opção correta: (D)**
$4+6+8+4=22$

3.2. **Opção correta: (C)**

3.3. **Opção correta: (D)**, porque a classe $[140,\ 150[$ tem uma frequência absoluta de 8.

3.4. **Opção correta: (C)**
$\frac{4}{22}\times 100 \simeq 18\%$

4. **Opção correta: (D)**
A altura é diretamente proporcional à frequência absoluta, logo, se x representar a altura pedida, então:
$\frac{8}{6}=\frac{5}{x} \Leftrightarrow x=\frac{6\times 5}{8} \Leftrightarrow x=\frac{30}{8} \Leftrightarrow x=3{,}75$

Ficha n.º 1 – Página 141

5.1.

15	1389
16	2467
17	1458
18	136
19	02
20	039

15 | 1 representa 151 cm .

5.2.

Classes	Contagem	Freq. absoluta	Freq. relativa	Freq. relativa em %
[151 , 163[	~~||||~~	5	$\frac{5}{20}=0{,}25$	25%
[163 , 175[	~~||||~~	5	$\frac{5}{20}=0{,}25$	25%
[175 , 187[	~~||||~~	5	$\frac{5}{20}=0{,}25$	25%
[187 , 199[	||	2	$\frac{2}{20}=0{,}1$	10%
[199 , 211[	|||	3	$\frac{3}{20}=0{,}15$	15%
Total		**20**	**1**	**100%**

Cálculos auxiliares:

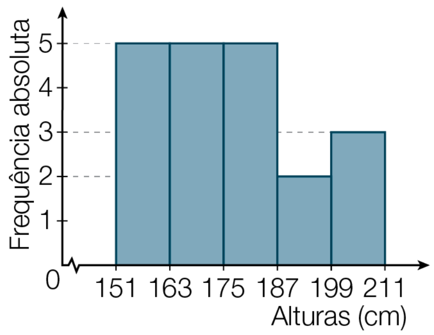
Mínimo = 151

Máximo = 209

$$\frac{209-151}{5}=\frac{58}{2}\approx 12$$

5.3.

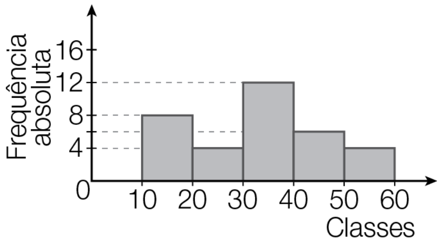
Alturas dos arbustos do jardim



6. Opção correta: (B)

7. Representando por x a frequência absoluta da classe $[40,\ 50[$.

$$8+4+2x+x+4=34 \Leftrightarrow 3x=34-8-4-4 \Leftrightarrow 3x=18 \Leftrightarrow x=6$$



8.1. A turma a que se refere o histograma tem 28 alunos. Há quatro alunos com massa superior ou igual a 54 kg e inferior a 60 kg. Dez alunos da turma têm massa maior ou igual a 60 kg e inferior a 66 kg. Aproximadamente, 28,6% dos alunos têm uma massa inferior a 54 kg.

Cálculos auxiliares:

$2+6+4+10+4+2=28$

$6+2=8$

$\frac{8}{28}\times 100 \simeq 28{,}6$

8.2.

Classes	Freq. absoluta	Freq. relativa
[42 , 48[	2	$\frac{2}{28}\approx 0{,}07$
[48 , 54[	6	$\frac{6}{28}\approx 0{,}21$
[5a , 60[	4	$\frac{4}{28}\approx 0{,}14$
[60 , 66[	10	$\frac{10}{28}\approx 0{,}36$
[66 , 72[	4	$\frac{4}{28}\approx 0{,}14$
[72 , 78[	2	$\frac{2}{28}\approx 0{,}07$

Nota: A soma das frequências relativas é 1 $\left(\frac{2}{28}+\frac{6}{28}+\frac{4}{28}+\frac{10}{28}+\frac{4}{28}+\frac{2}{28}=\frac{28}{28}=1\right)$. Contudo, devido aos arredondamentos efetuados, a soma destes é 0,99.

Porto Editora

Ficha n.º 1 – Página 143

9.1.

$$\begin{array}{l|l} 1 & 055568 \\ 2 & 00002255588 \\ 3 & 00024556 \end{array}$$

$1 \mid 0$ representa 10 € de semanada.

9.2.

Classes	Contagem	Freq. absoluta	Freq. relativa
$[10\ ,\ 16[$	𝍷𝍷𝍷𝍷	4	$\frac{4}{25}=0{,}16$
$[16\ ,\ 22[$	𝍸𝍷	6	$\frac{6}{25}=0{,}24$
$[22\ ,\ 28[$	𝍸	5	$\frac{5}{25}=0{,}2$
$[28\ ,\ 34[$	𝍸𝍷	6	$\frac{6}{25}=0{,}24$
$[34\ ,\ 40[$	𝍷𝍷𝍷𝍷	4	$\frac{4}{25}=0{,}16$
Total		**25**	**1**

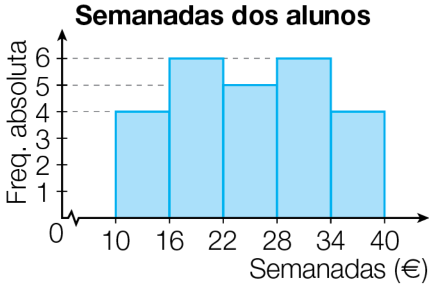
Valor mínimo: 10

Valor máximo: 36

$$\frac{36-10}{5}=\frac{26}{5}=5{,}2: \text{ classes de amplitude } 6$$

9.3.

Semanadas dos alunos



10.1. Afirmação falsa

Os histogramas usam-se para representar dados de uma variável quantitativa.

10.2. Afirmação verdadeira

10.3. Afirmação verdadeira

10.4. Afirmação falsa

$$\frac{16\%}{20\%}=\frac{6{,}3\ \text{cm}^2}{x} \Leftrightarrow x=\frac{20\times 6{,}3}{16} \Leftrightarrow x=7{,}875\ \text{cm}^2$$

A área é $7{,}875\ \text{cm}^2$ e não $10{,}3\ \text{cm}^2$.

1.1. As experiências deterministas são: **II**, **III** e **VI**, visto que têm apenas um resultado possível. Por exemplo, ao contar o número de dias de um ano bissexto há apenas um resultado possível: 366.

As experiências aleatórias são: **I**, **IV**, **V** e **VII**, visto que têm mais do que um resultado possível. Por exemplo, ao lançar um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6, há 6 hipóteses para a face que fica voltada para cima.

1.2. **I:** $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ **IV:** $\Omega = \{\text{preta}, \text{branca}, \text{azul}\}$

V: $\Omega = \{\text{ouros}, \text{copas}, \text{paus}, \text{espadas}\}$ **VII:** $\Omega = \{\text{face europeia}, \text{face nacional}\}$

1.3. **Experiência determinista:** retirar uma bola de um saco que tem 10 bolas brancas e registar a sua cor.

Experiência aleatória: retirar, ao acaso, uma ficha de um saco que contém quatro fichas com as letras *A*, *B*, *C* e *D* e registar a letra da ficha extraída.

$\Omega = \{A, B, C, D\}$

2. $\Omega = \{1,2,3,4,5\}$

Ficha n.º 2 – Página 145

3.1. A experiência é aleatória, porque tem mais do que um resultado possível.

3.2. $\Omega = \{(N,1),(N,2),(N,3),(N,4),(N,5),(N,6),(E,1),(E,2),(E,3),(E,4),(E,5).(E,6)\}$, sendo N a face nacional da moeda e C a face comum da mesma.

4.1. $\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

4.2. **a)** $A = \{2,4,6,8,10,12\}$

$B = \{7,8,9,10,11,12\}$

$C = \{2,3,5,7,11\}$

$D = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

$E = \varnothing$

$F = \{5,10\}$

$G = \varnothing$

$H = \{3,6,9,12\}$

$I = \{1,2,3,4,5,6,7,9,11\}$

$J = \{1,4,9\}$

$K = \{1,8\}$

$L = \{1\}$

b) Sair 7 ou 11

c) ***A*:** composto mas não certo; ***B*:** composto mas não certo; ***C*:** composto mas não certo; ***D***: composto e certo; ***E***: impossível; ***F***: composto mas não certo; ***G***: impossível; ***H***: composto mas não certo; ***I*:** composto mas não certo; ***J*:** composto mas não certo; ***K*:** composto mas não certo; ***L*:** elementar.

5.1. $\Omega = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$

5.2. **Opção correta: (C)**

As 7.ª e 8.ª letras do alfabeto são consoantes, logo não há resultados comuns aos acontecimentos «tirar um cartão com uma vogal» e «tirar um cartão com a sétima ou oitava letras do alfabeto».

5.3. **a)** $\overline{X}$: «Tirar um cartão com uma consoante»

b) $\overline{X} = \{B, C, D, F, G, H\}$

c) Por exemplo, Y : «Tirar um cartão com a segunda ou terceira letras do alfabeto» e $Y = \{B, C\}$.

d) «Tirar um cartão com a letra A».

e) «Tirar um cartão com a segunda ou terceira letras do alfabeto».

6. **Afirmação verdadeira**

De facto, todos os acontecimentos complementares são incompatíveis, pois não apresentam resultados comuns. Contudo, nem todos os acontecimentos incompatíveis são complementares. Por exemplo, na experiência aleatória que consiste no lançamento de um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6 e registo da face que fica voltada para cima, os acontecimentos $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 5\}$ são incompatíveis (não têm elementos comuns), mas não são complementares pois $A \cup B \neq \Omega$.

Ficha n.º 2 – Página 147

7.1. $\Omega = \{-2, -1, 0, 3\}$

7.2. $A = \{0, 3\}$; $B = \{-2, -1, 0\}$; $\overline{A} = \{-2, -1\}$; $\overline{B} = \{3\}$; $A \cup B = \{-2, -1, 0, 3\}$; $A \cap B = \{0\}$.

7.3. *A* e *B* não são incompatíveis pois têm um elemento comum (o zero), logo também não são complementares.

8. **Opção correta: (B).** *A* e *B* são incompatíveis, uma vez que a bola retirada não pode ser simultaneamente preta e branca.

9.1.
a) *A*: «Sair um número primo»
b) *B*: «Sair um quadrado perfeito»
c) *C*: «Sair um número superior a 6»
d) *D*: «Sair um múltiplo de 3»
e) *E*: «Sair um número inferior a 7»
f) *F*: «Sair o número 6»

9.2.
a) *B* e *D*, por exemplo. São incompatíveis, porque $B \cap D = \emptyset$, mas não são complementares pois $B \cup D \neq \Omega$.
b) *C* e *E*
c) *A* e *D*, por exemplo. São compatíveis, pois têm um caso comum: o número 3

Ficha n.º 3 – Página 148 **8. HISTOGRAMAS. PROBABILIDADES**

1. **Opção correta: (C)**

$$P(\text{"azul ou verde"}) = \frac{13}{28} \times 100 \simeq 46\% \neq 42\%$$

1.1. $P = \frac{4}{7} \times 100 \simeq 57\%$

1.2. $P = \frac{3}{7} \times 100 \simeq 43\%$

1.3. $P = 0\%$

1.4. $P = \frac{3}{7} \times 100 \simeq 43\%$

2. Representando por x a probabilidade de se escolher um livro do 7.º ano, então:

$$x + x + \frac{1}{8} + 0{,}25 = 1 \Leftrightarrow 2x = 1 - \frac{1}{8} - \frac{25}{100} \Leftrightarrow 2x = 1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2x = \frac{8-1-2}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = \frac{5}{8} \Leftrightarrow x = \frac{\frac{5}{8}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{16}$$

$$\frac{5}{16} = \frac{15}{48}$$

Logo, no total, há 48 livros da coleção Ases da Matemática.

Ficha n.º 3 – Página 149

4.1. $P = \frac{2}{9}$

4.2. $P = \frac{3}{9} \times 100 \simeq 33\%$

4.3. $P = \frac{2}{9} \simeq 0,2$ (os números irracionais que pertencem a X são $\sqrt{2}$ e $\frac{\pi}{2}$).

4.4. $P = \frac{1}{9} \times 100 \simeq 11,11\%$

4.5. $P = \frac{2}{9}$ os cubos perfeitos superiores a 5 que pertencem a X são 8 e 27).

5.1. $P = \frac{150}{200} \times 100 = 75\%$

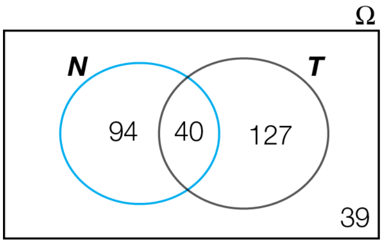
5.2. $P = 100\% - 75\% = 25\%$

5.3. $P = \frac{160}{200} \times 100 = 80\%$

5.4. $P = 100\% - 80\% = 20\%$

5.5. $P = \frac{30}{200} \times 100 = 15\%$

6.1.



Sendo *N* e *T* os acontecimentos "ver noticiários" e "ver *Talent shows*", respetivamente.

$134 + 167 + 39 = 340$ e $340 - 300 = 40$, que representa o número de pessoas que gostam dos dois tipos de programas.

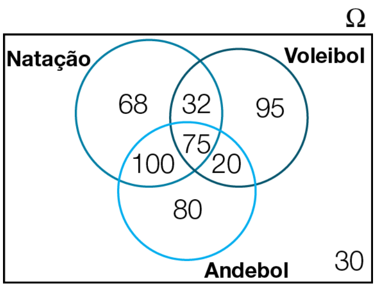
6.2. **a)** $P = \frac{40}{300} \times 100 \simeq 13\%$

b) $P = \frac{39}{300} \times 100 \simeq 13\%$

c) $P = \frac{127}{300} \times 100 \simeq 42\%$

d) $P = \frac{94 + 127}{300} \times 100 \simeq 74\%$.

7.1.



$175 - 75 = 100$

$95 - 75 = 20$

$107 - 75 = 32$

$275 - (100 + 75 + 32) = 68$

$222 - (32 + 75 + 20) = 95$

$275 - (100 + 75 + 20) = 80$

$500 - (68 + 100 + 75 + 32 + 95 + 20 + 80) = 30$

30 é o número de alunos que não frequentam natação, nem voleibol, nem andebol.

Ficha n.º 3 – Página 151

7.2. **a)** $P=\frac{275}{500}=\frac{11}{20}$ **b)** $P=\frac{500-(30+68)}{500}=\frac{402}{500}=\frac{201}{250}$

c) $P=\frac{95+20}{500}=\frac{115}{500}=\frac{23}{100}$ **d)** $P=\frac{68+95+80}{500}=\frac{243}{500}$

e) $P=\frac{30}{500}=\frac{3}{50}$

f) Se já se sabe que o aluno pratica andebol, o espaço de resultados fica restringido a 275 elementos. Destes, $100+75=175$ praticam natação. Assim, a probabilidade pedida é $P=\frac{175}{275}=\frac{7}{11}$.

8.1. $P=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$

8.2. $P=\frac{13}{52}=\frac{1}{4}$

8.3. $P=\frac{4+4+4}{52}=\frac{12}{52}=\frac{3}{13}$

8.4. $P=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$

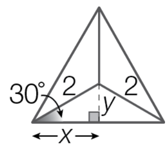
8.5. $P=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$

8.6. $P=\frac{13+13}{52}=\frac{26}{52}=\frac{1}{2}$

9. $P=\frac{A_{\text{sombreada}}}{A_{\text{total}}}$

A área do círculo é $\pi\times 2^2=4\pi$ e $60^\circ : 2=30^\circ$

Atendendo à figura ao lado:



$\sin 30^\circ=\frac{y}{2}\Leftrightarrow y=2\times\frac{1}{2}\Leftrightarrow y=1$ e $\cos 30^\circ=\frac{x}{2}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{x}{2}\Leftrightarrow x=\sqrt{3}$.

A área do triângulo [*ABC*] é dada por $3\times\frac{2\sqrt{3}\times 1}{2}=3\sqrt{3}$ e a área sombreada por $4\pi-3\sqrt{3}$. A probabilidade pedida é, portanto, $\frac{4\pi-3\sqrt{3}}{4\pi}$; 0,587 .

10. Se se sabe que a probabilidade do Francisco receber um caramelo, retirado do segundo saco, é $\frac{1}{2}$, é porque este saco ficou com o mesmo número de caramelos e rebuçados de fruta. Ora, este saco tinha quatro rebuçados de fruta e cinco caramelos. Para que este saco fique com o mesmo número de rebuçados de cada tipo terá de receber necessariamente do primeiro saco um rebuçado de fruta, ficando, desta forma, com cinco rebuçados de fruta e cinco caramelos.

1. Opção correta: (B)

2. Opção correta: (D)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ só é verdadeira se A e B forem acontecimentos disjuntos.

3.1. Opção correta: (D)

Os números primos de Ω são 3, 5 e 7. Os cubos perfeitos são 1 e 8. Não há números que sejam simultaneamente primos e cubos perfeitos e, além disso, $\{3, 5, 7\} \cup \{1, 8\} = \Omega$.

3.2. **a)** $P(A) = \frac{3}{5}$

b) $P(B) = \frac{2}{5}$

c) $P(\overline{A}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

d) $P(\overline{B}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

e) $P(A \cap B) = P(\{7\}) = \frac{1}{5}$

f) $P(A \cup B) = P(\{3,5,7,8\}) = \frac{4}{5}$

g) $P(\overline{A} \cap B) = P(\{1,8\} \cap \{7,8\}) = P(\{8\}) = \frac{1}{5}$

h) $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

Ficha n.º 4 – Página 153

4.1. Tem-se que $A=\{4, 12\}$, $B=\{1, 4, 12\}$, $C=\{1,4\}$ e $D=\{7, 10, 12, 13\}$.

Assim, $P(A)+P(B)=\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$ e $P(A\cup B)\neq P(A)+P(B)$.

Por outro lado, $P(C)+P(D)=\frac{2}{6}+\frac{4}{6}=\frac{6}{6}=1$ e $P(C\cup D)=P(\{1, 4, 7, 10, 12, 13\})=\frac{6}{6}=1$. Logo, $P(C\cup D)=P(C)+P(D)$.

4.2. $P(A\cup B)\neq P(A)+P(B)$, uma vez que A e B não são disjuntos. $P(C\cup D)=P(C)+P(D)$, pois C e D são acontecimentos disjuntos.

5.1. $P=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

5.2. $\frac{3}{5}=\frac{9}{15}$, logo há um total de 15 rosas. $15-9=6$. Assim, há seis rosas brancas na jarra.

6. Representando por x a probabilidade de se retirar uma fita amarela, então a probabilidade de se retirar uma fita vermelha é dada por $2x$ e a de retirar uma fita castanha por $2x+x$. Tem-se que $x+2x+2x+x=1\Leftrightarrow 6x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{6}$ e $2\times\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ é a probabilidade de se retirar uma fita vermelha. $\frac{1}{3}=\frac{24}{72}$, pelo que há 24 fitas vermelhas num total de 72 fitas. O número de fitas amarelas é igual a $\frac{1}{6}\times 72=12$ e o número de fitas castanhas é igual a $\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{6}\right)\times 72=\frac{3}{6}\times 72=\frac{1}{2}\times 72=36$.

7. A **afirmação é falsa.** Sendo uma probabilidade o quociente entre o número de casos favoráveis a um acontecimento e o número de casos possíveis, então o seu valor máximo é 1, pois o número de casos favoráveis é sempre inferior ou igual ao número de casos possíveis. Assim, a probabilidade de um acontecimento nunca poderia ser igual a $\frac{3}{2}$.

1. Opção correta: (A).

2.1. $\Omega = \{BC, BM, BN, CM, CN, MN\}$

2.2. $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

2.3. $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

3. Número de números de dois algarismos: $99 - 10 + 1 = 90$.

Números em que o produto dos algarismos é 6: 16, 23, 32, 61.

A probabilidade pedida é $\frac{4}{90} = \frac{2}{45}$.

Ficha n.º 5 – Página 155

4.1. Tabela de dupla entrada:

$\times$	–1	0	2	3
–1	1	0	–2	–3
0	0	0	0	0
2	–2	0	4	6
3	–3	0	6	9

$P = \frac{7}{16}$

4.2. $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

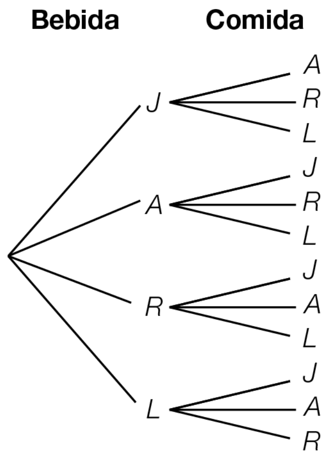
4.3. Tabela de dupla entrada:

$+$	–1	0	2	3
–1	–2	–1	1	2
0	-1	0	2	3
2	1	2	4	5
3	2	3	5	6

$P = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

5.1.

$P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$



5.2. $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

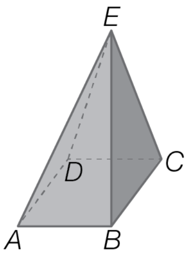
6. Tabela de dupla entrada:

+	1	2	3	4	5	6
1	**2**	**3**	**4**	**5**	6	7
2	**3**	**4**	**5**	6	7	8
3	**4**	**5**	6	7	8	9
4	**5**	6	7	8	9	**10**
5	6	7	8	9	**10**	**11**
6	7	8	9	**10**	**11**	**12**

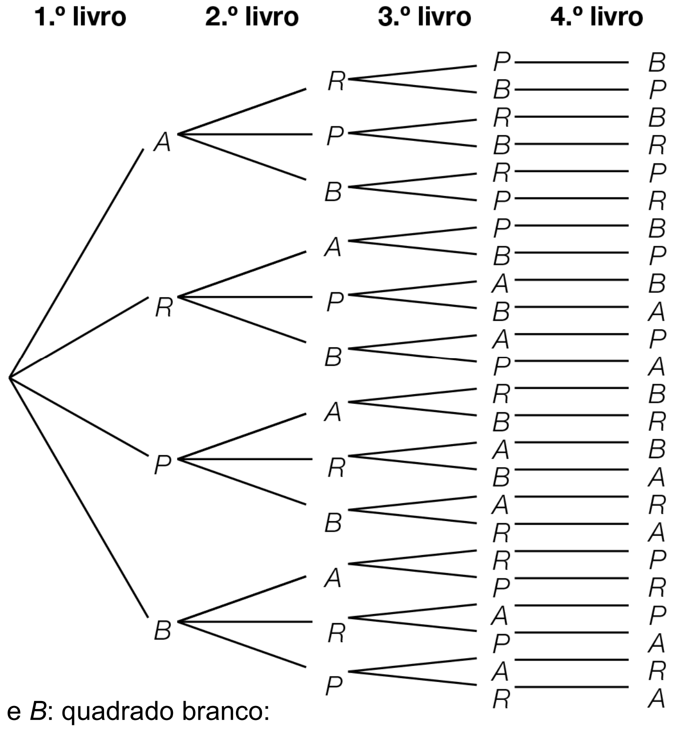
A probabilidade de o João ganhar é $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ e a da Inês ganhar é $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$, pelo que o jogo não é justo, uma vez que os dois amigos não têm a mesma probabilidade de ganhar.

7. Escolhas possíveis: **AB**, AC, **AD**, **AE**, **BC**, BD, **BE**, **CD**, **CE** e **DE**.

$$P = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$



8. Sendo A: aventuras, R: romance, P: policial e B: banda desenhada.



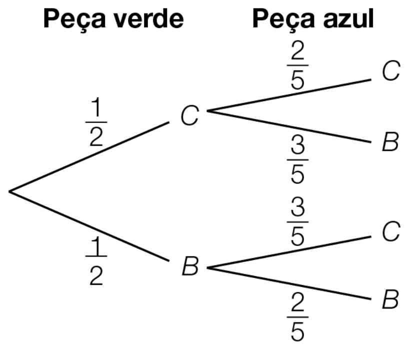
8.1. $P = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

8.2. $P = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

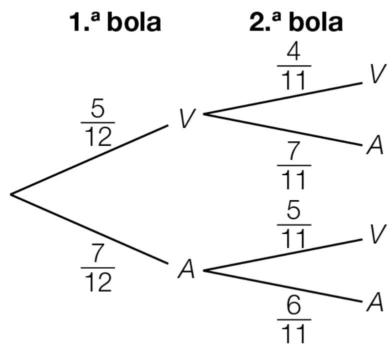
8.3. $P = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

9. Sendo C: quadrado cinzento e B: quadrado branco:

$$P = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$



10. Sendo V: bola verde e A: bola amarela:



10.1. $P = \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$

10.2. $P = P(V,A) + P(A,V) = \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} + \frac{7}{12} \times \frac{5}{11} = \frac{70}{132} = \frac{35}{66}$

10.3. $P = 1 - \frac{35}{66} = \frac{66-35}{66} = \frac{31}{66}$

(o contrário de as duas bolas serem da mesma cor é serem de cores diferentes).

Ficha n.º 5 – Página 157

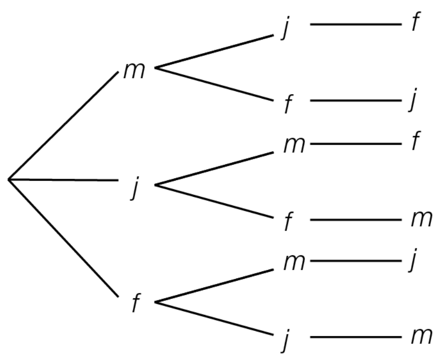
11. A probabilidade de a Rita comer todos os bombons da caixa é a probabilidade de ela escolher, em primeiro lugar, um bombom sem recheio, em segundo lugar, o outro sem recheio e finalmente o que tem recheio.

Assim, $P = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{3}$

12. Sendo *m*: prenda da Matilde, *j*: prenda do João e *f*: prenda do Francisco:

Matilde **João** **Francisco**

$P = \frac{1}{6}$



13.1. Representando por x o número da outra bola.

$3 + (-2) = 1 > 0$, $3 + x < 0$ e $-2 + x < 0$.

Há três casos possíveis: extrair as bolas 3 e –; extrair as bolas 3 e x; extrair as bolas –2 e x. Para que a probabilidade da soma ser negativa seja $\frac{2}{3}$, $3 + x$ e $-2 + x$ têm de assumir valores negativos.

X pode assumir, por exemplo, o valor –7 pois $3 + (-7) = -4$ e $-2 + (-7) = -9$.

13.2. $3 + x < 0 \wedge -2 + x < 0 \Leftrightarrow x < -3 \wedge x < 2 \Leftrightarrow x < -3$, logo $x \in \left]-\infty, -3\right[$.

1.1. 200

1.2. A Sofia deve ter escolhido a segunda tabela, pois quanto maior o número de lançamentos, mais próximo estará o valor da frequência relativa do da probabilidade. O valor aproximado pedido no enunciado é 25%.

1.3. Para melhorar a aproximação, a Sofia poderia ter lançado o pião um maior número de vezes.

1.4. Tendo a Sofia lançado o pião 10000 vezes, não é possível tirar conclusões fidedignas. Efetivamente, as faces *A* e *B* saíram mais vezes que as restantes, mas o número de lançamentos não é suficientemente elevado para se concluir se o pião é ou não equilibrado.

2. Posso lançar o dado um elevado número de vezes e verificar se há uma (ou algumas) face(s) que ocorra mais vezes que as restantes.

Ficha n.º 6 – Página 159

3. Para fazer a afirmação referida no enunciado, o médico baseia-se nas intervenções cirúrgicas realizadas até ao momento. Assim, segundo a afirmação do médico, 9 em cada 10 intervenções cirúrgicas do tipo da que a Inês irá fazer tiveram êxito para o paciente, ou seja, resolveram-lhe o problema.

4. **Opção correta: (D).**

5. $\frac{1}{29} \times 2000 = \frac{2000}{29} \simeq 69$, pelo que é de esperar que o setor referido saia, aproximadamente, 69 vezes.

6.1. $P = \frac{205}{98 + 47 + 150 + 205} = \frac{205}{500} = 0{,}41$

6.2. $P = \frac{98}{500} \simeq 0{,}20$

6.3. $P = \frac{150}{500} = 0{,}5$

6.4. $P = \frac{98 + 47}{500} = \frac{145}{500} = 0{,}29$

Teste n.º 1 – Página 160 **8. HISTOGRAMAS. PROBABILIDADES**

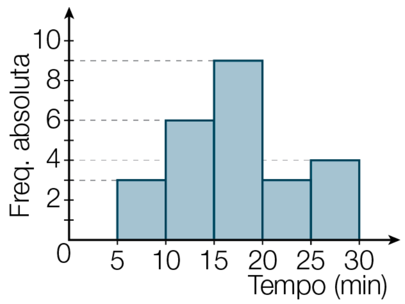
1.1. **Opção correta: (C).** O tempo mede-se; além disso, o tempo pode assumir qualquer valor de um certo intervalo de números reais.

1.2. Valor mínimo: 5 e valor máximo: 29

$\frac{29-5}{5}=\frac{24}{5}=4{,}8$, pelo que cada classe tem amplitude 5.

Classes	Contagem	Freq. absoluta	Freq. relativa	Freq. relativa em %
[5 , 10[	|||	3	$\frac{3}{25}=0{,}12$	12%
[10 , 15[	~~||||~~ |	6	$\frac{6}{25}=0{,}24$	24%
[15 , 20[	~~||||~~ ||||	9	$\frac{9}{25}=0{,}36$	36%
[20 , 25[	|||	3	$\frac{3}{25}=0{,}12$	12%
[25 , 30[	||||	4	$\frac{4}{25}=0{,}16$	16%
Total		**25**	**1**	**100%**

1.3.



2. Se considerarmos a experiência que consiste no lançamento de um dado cúbico equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6 e registo da face que fica voltada para cima, os acontecimentos *A*: «sair um número par» e *B*: «sair um número superior a 4» estão nas condições do enunciado, pois:

$P(A)=P(\{2,4,6\})=\frac{3}{6}$, $P(B)=P(\{5,6\})=\frac{2}{6}$ e $P(A\cup B)=P(\{2,4,5,6\})=\frac{4}{6}\neq\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$.

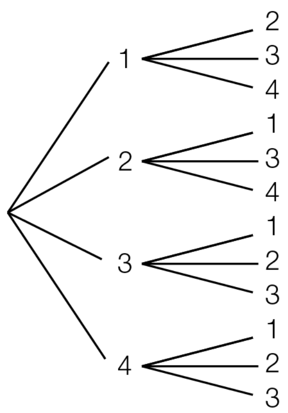
Logo, $P(A\cup B)\neq P(A)+P(B)$

3. $3\times7\times4=84$ maneiras diferentes.

Teste n.º 1 – Página 161

4.1.

1.ª bola **2.ª bola**



$\Omega = \{(1, 2),(1, 3),(1, 4),(2, 1),(2, 3),(2, 4),(3, 1),(3, 2),(3, 4),(4, 1),(4, 2),(4, 3)\}$

4.2. **a)** $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

b) $P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ (Os casos favoráveis são $(2,1),(2,3),(2,4),(3,1),(3,2),(3,4)$.)

c) $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ (Os casos favoráveis são $(1,3),(2,4),(3,1),(4,2)$.)

d) $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ (Os casos favoráveis são $(1,3),(2,4),(3,1),(4,2)$ e $(2,1),(2,3),(4,1),(4,3)$.)

5.1. $P = 1 - \left(0,2 + \frac{1}{3}\right) = 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\right) = \frac{15}{15} - \frac{3}{15} - \frac{5}{15} = \frac{7}{15}$

5.2. $\frac{1}{3} = \frac{15}{45}$, pelo que, ao todo, são 45 automóveis.

5.3. O número de carros da marca *Peugeot* é dado por $0,2 \times 45 = \frac{1}{5} \times 45 = \frac{45}{5} = 9$

$P = \frac{9}{44}$, onde o número de casos possíveis é 44, pois o veículo da Sofia já saiu da oficina.

6. **A afirmação é falsa.** O acontecimento complementar de “sair um número maior que 2” é “sair um número menor ou igual a 2”.

1. Se *A* e *B* são dois acontecimentos incompatíveis, então:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, logo, $0{,}7 = 0{,}4 + P(B) \Leftrightarrow P(B) = 0{,}7 - 0{,}4 \Leftrightarrow P(B) = 0{,}3$.

3. **Opção correta: (D)**

$6 + 10 + 4 + 2 = 22$, representa o número total de alunos

$1 \text{ hora} = 60 \text{ minutos}$ e $1 \text{ hora } 30 \text{ minutos} = 90 \text{ minutos}$

$\frac{4}{22} \times 100 \simeq 18\%$, logo aproximadamente 18% dos alunos dispensa entre 1 hora e 1 hora e 30 minutos por dia a estudar Matemática.

3.1. **a)** "*A* é um acontecimento certo e *B* é um acontecimento impossível."

b) "*A* e *B* são incompatíveis."

3.2. Se *A* é um acontecimento certo e *B* é impossível, então $A = \Omega$ e $B = \varnothing$. Assim, $A \cap B = \Omega \cap \varnothing = \varnothing$, logo *A* e *B* são incompatíveis.

3.3. O recíproco do teorema apresentado não é um teorema. Por exemplo, se considerarmos a experiência aleatória que consiste no lançamento de um dado cúbico equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6 e registo da face que fica voltada para cima, os acontecimentos *A*: "Sair um número inferior a 3" e *B*: "Sair um número superior a 4" são incompatíveis, contudo, nem *A* é certo nem *B* é impossível.

Teste n.º 2 – Página 163

4.1. O número total de vértices é 14. O número de casos possíveis é $14 \times 13 = 182$ e o número de casos favoráveis é $6 \times 5 = 30$, pois há seis vértices do sólido no plano *EFG*: *E*, *F*, *G*, *I*, *J* e *L*. A probabilidade pedida é, portanto, $\frac{30}{182} \times 100 \simeq 16\%$.

4.2. **a)** O plano *NPJ contém a reta ND*, que é paralela à reta *EA*, pois contêm arestas paralelas de um prisma reto. Como o plano *NPJ* contém uma reta paralela a *EA*, então esta reta é paralela ao referido plano.

b) A reta *ON* é paralela a *HI*, pois contêm duas arestas paralelas do cubo. Por sua vez, as retas *HI* e *BC* são paralelas, pois contêm arestas paralelas do prisma. Se *ON // HI* e *HI // BC*, então também *ON//BC*.

c) Sabe-se que por um ponto exterior a um plano passa um único plano que lhe é paralelo. Assim, existe um único plano que contém o ponto *E* e é paralelo a *NPJ*. Como *EA // NH*, também *EA // NPJ*. Assim, o único plano paralelo a *NPJ* por *E* também contém a reta *EA*. Logo, há um único plano que contém a reta *EA* e é paralelo ao plano *NPJ*.

d) A reta *PJ* é perpendicular ao plano *EFG* pois é perpendicular a duas retas concorrentes deste plano: as retas *IJ* e *JL*.

4.3. **a)** *NP*, por exemplo

b) *JLM*

c) $[NP]$ e $[HJ]$

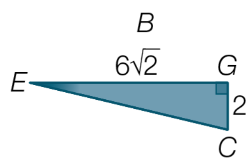
d) *H*

4.4. **a)** A área da base é igual a $6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$ e a altura da pirâmide é igual à distância de *P* ao plano *ABC*, que é igual a $2 + 2 = 4$ cm.

$$\text{Volume} = \frac{34 \times 4}{3} = 48 \text{ cm}^3$$

b) Tem-se que, $\overline{EG}^2 = 6^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 2 \times 36 \underset{\overline{EG}>0}{\Leftrightarrow} \overline{EG} = \sqrt{2 \times 36} \Leftrightarrow \overline{EG} = 6\sqrt{2}$.

$$\tan\left(C\hat{E}G\right) = \frac{\overline{CG}}{\overline{EG}} = \frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}, \text{ logo } C\hat{E}G = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right) \simeq 13{,}3^\circ.$$



5. **Opção correta: (C)**

$$\sin 60° = \frac{\sin 60°}{\cos 60°} = \frac{\cos(90°-60°)}{\sin(90°-60°)} = \frac{\cos 30°}{\sin 30°}$$

6.1. $A_{sombreada} = A_{quadrado} - A_{retangulo} = x^2 - 3(x-5) = x^2 - 3x + 15$

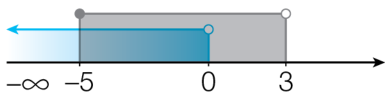
6.2. $x^2 - 3x + 15 = 123 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 108 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4\times 1\times(-108)}}{2\times 1} \Leftrightarrow x = \frac{3\pm\sqrt{9+432}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{3\pm\sqrt{441}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3\pm 21}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3+21}{2} \vee x = \frac{3-21}{2} \Leftrightarrow x = \frac{24}{2} \vee x = -\frac{18}{2} \Leftrightarrow x = 12 \vee \cancel{x = -9}$, uma vez que $x > 5$.

As dimensões do retângulo são 3 por 7 unidades de comprimento, pois $12 - 5 = 7$.

7. **Opção correta: (B)**

$\mathbb{R}^- \cap [-5,3[= [-5,0[$



8.1. Representando por *l* a largura do terreno e por *c* o respetivo comprimento, tem-se que:

$1\text{ dm} = 0{,}1\text{ m}$ e $10\text{ mm} = 0{,}01\text{ m}$

$12 - 0{,}1 < l < 12 + 0{,}1 \Leftrightarrow 11{,}9 < l < 12{,}1$ e, por outro lado, $24 - 0{,}01 < c < 24 + 0{,}01 \Leftrightarrow 23{,}99 < c < 24{,}01$, donde $l \in]11{,}9;12{,}1[$ e $c \in]23{,}99;24{,}01[$.

8.2. Como $11{,}9 < l < 12{,}1$ e $23{,}99 < c < 24{,}01$, então:

$11{,}9 \times 23{,}99 < c \times l < 12{,}1 \times 24{,}01 \Leftrightarrow 285{,}481 < A_{terreno} < 290{,}521$

Assim, o Sr. Jorge foi correto, pois de acordo com as aproximações indicadas no enunciado, a área do terreno varia entre $285{,}481\text{ m}^2$ e $290{,}521\text{ m}^2$ não podendo, por isso, ser inferior a 285 m^2.

8. **Opção correta: (B)**

Se $g(a) = 16$, então $g(8a) = \frac{g(a)}{8} = \frac{16}{8} = 2$.

Teste n.º 2 – Página 165

10.1. **a)** Arco *ADC*

b) Os arcos subtensos pela corda $[AC]$ são os arcos *CA* e *ADC*.

$\overset{\frown}{CA} = C\hat{B}A \times 2 = 25° \times 2 = 50°$ e $\overset{\frown}{ADC} = 360° - 50° = 310°$

10.2. $\overset{\frown}{DB} = 180° - \overset{\frown}{AD} = 180° - 100° = 80°$ e $D\hat{E}B = \frac{\overset{\frown}{DB} + \overset{\frown}{CA}}{2} = \frac{80° + 50°}{2} = \frac{130°}{2} = 65°$.

10.3. $\overset{\frown}{CA} = 50°$. Como $\frac{360°}{50°} = 7{,}2 \notin \mathbb{N}$, então 50º não é divisor de 360º e, portanto, $[AC]$ não pode ser o lado de um polígono regular inscrito na circunferência.

11.1. **Opção correta: (B)**

$y = ax^2 \xrightarrow[(-3,18)]{} 18 = a \times (-3)^2 \Leftrightarrow 18 = 9a \Leftrightarrow a = \frac{18}{9} = 2$, logo $f(x) = 2x^2$.

11.2. A área do triângulo [*OAB*] é igual a $\frac{5 \times 2}{2} = 5$ unidades quadradas.

11.3. **Opção correta: (D)**

$A(2,8)$, porque $2 \times 2^2 = 2 \times 4 = 8$, logo $8 = \frac{k}{2} \Leftrightarrow k = 8 \times 2 = k = 16$.

11.4. $f(x) \leq 2(x-1)^2 - \frac{1}{3}x \Leftrightarrow 2x^2 \leq 2(x^2 - 2x + 1) - \frac{1}{3}x \Leftrightarrow \cancel{2x^2} \leq \cancel{2x^2} - 4x + 2 - \frac{1}{3}x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x + \frac{1}{3}x \leq 2 \Leftrightarrow 12x + x \leq 6 \Leftrightarrow 13x \leq 6 \Leftrightarrow x \leq \frac{6}{13}$

$\text{C.S.} = \left]-\infty, \frac{6}{13}\right]$.