1. $-102 < -10 < -\frac{6}{5} < 0 < 1{,}2 < \frac{4}{3} < 1{,}3(7) < \sqrt{2}$

Nota: $\frac{4}{3} = 1{,}(3)$ e $\sqrt{2} \approx 1{,}41$

2. **Opção correta: (C)**

Se $x > 4$, então, pela monotonia da adição, $x+5 > 4+5$, ou seja, $x+5>9$.

3.1. Afirmação verdadeira

3.2. Afirmação falsa. Contraexemplo: se $z=2$ e $w=3$, então $z<w$, mas $-z>-w$, pois $-2>-3$.

3.3. Afirmação verdadeira

3.4. Afirmação verdadeira

3.5. A afirmação é falsa e seria verdadeira se $a \in \mathbb{R}^+$.

Contraexemplo: Se $x=1$ e $y=2$, $x<y$. Se $a=-3$, $ax>ay$, pois $(-3)\times 1 > (-3)\times 2 \Leftrightarrow -3>-6$.

3.6. Afirmação verdadeira

3.7. A afirmação é falsa e seria verdadeira se $x, y \in \mathbb{R}^+$.

Contraexemplo: Se $x=-4$ e $y=-3$, $x<y$, mas $x^2>y^2$, pois $x^2=16$ e $y^2=9$, logo $16>9$.

3.8. A afirmação é falsa e seria verdadeira se $x, y \in \mathbb{R}^+$ ou $x, y \in \mathbb{R}^-$

Contraexemplo: Se $x=-2$ e $y=3$, $x<y$, mas $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$, pois $\frac{1}{x}=-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$, logo $-\frac{1}{2}<\frac{1}{3}$.

4. Seja x o preço de uma goma. Sabe-se que $0{,}05 \le x \le 0{,}26$, logo $15\times 0{,}05 \le 15x \le 15\times 0{,}26$, ou seja, $0{,}75 \le 15x \le 3{,}90$. Assim, o Tomás pagará, no máximo, 3,90 € e, por isso, não cumprirá sempre o seu objetivo.

Assim sendo, é possível que o Tomás não cumpra o seu objetivo.

5. Se $a<b$, então $a+c<b+c$. Se $c<d$, então $b+c<b+d$. Assim, conclui-se que $a+c<b+d$, pela propriedade transitiva da relação de ordem em $\mathbb{R}$.

Ficha n.º 1 – Página 5

6. Se $a+3<b+4$, então não podemos concluir que $a<b$. Só com a informação disponibilizada, *a* tanto pode ser inferior como superior a *b*. Por exemplo, se $a=1$ e $b=5$, $a<b$ e $a+3<b+4$, pois $a+3=4$ e $b+4=9$, logo $4<9$. Por outro lado, se $a=3{,}5$ e $b=2{,}6$, $a+3<b+4$, pois $a+3=6{,}5$ e $b+4=6{,}6$. Contudo, $a>b$.

7. Se $a<b$, então $ac<bc$, pois $c>0$. Da mesma forma, se $c<d$, então $bc<bd$, pois $b>0$. Assim, conclui-se que $ac<bd$, pela propriedade transitiva da relação de ordem em $\mathbb{R}$.

8. Se $a<b$ e $a<b$, então $a\times a<b\times b$, logo $a^2<b^2$, considerando que *a* e *b* são números reais positivos.

9.1. $-5<-x<-2$

9.2. $3<x+1<6$

9.3. $4<2x<10$

9.4. $1<\frac{x}{2}<\frac{5}{2}$

9.5. $-6<x-8<-3$

9.6. $4<x^2<25$

9.7. $8<x^3<125$

9.8. $-25<-x^2<-4$

9.9. $-10<-2x<-4$

10.1. Se $-7<x<8$, então $7>-x>-8$.

10.2. Se $-4<y<1$, então $-\frac{1}{2}<\frac{y}{8}<\frac{1}{8}$.

10.3. Se $a, b\in\mathbb{R}^+$ e $a<b$, então $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$, logo $\frac{1}{a}+3>\frac{1}{b}+3$.

10.4. Se $x>-1$, então $2x>-2$, logo $-2x<2$. Assim, $-2x+3<2+3 \Leftrightarrow -2x+3<5$.

Ficha n.º 2 – Página 6

1. RELAÇÃO DE ORDEM EM IR. INEQUAÇÕES

1.1. $]-1, 5[$

1.2. $[5, 7[$

1.3. $\left]-\frac{1}{2}; 0{,}8\right]$

1.4. $\left[-5, -\frac{1}{3}\right]$

1.5. $\left]-\sqrt{2}, -1\right[$

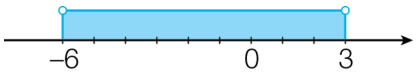
1.6. $]6, +\infty[$

1.7. $[-5, +\infty[$

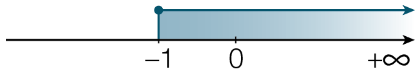
1.8. $\left]-\infty, \sqrt{5}\right]$

1.9. $\left]-\infty; -\frac{10}{3}\right]$

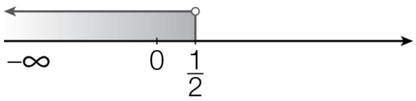
2.1.



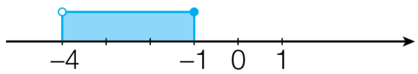
2.2.



2.3.



2.4.



3. **Opção correta: (D)**

$-\frac{5}{3} = -1{,}(6)$ e -2 é o maior número inteiro inferior a $-1{,}(6)$.

4. **Opção correta: (A)**

Ficha n.º 2 – Página 7

5.1. $]10, +\infty[$

5.2. $]3, 11]$

5.3. $]-\infty, -1]$

5.4. $\left[-\frac{1}{6}, 0\right]$

5.5. $]0, 12[$ $\quad (3 \times 4 = 12)$

5.6. $\left[-\frac{1}{5}, 0\right]$

O inverso do simétrico de 5 é $-\frac{1}{5}$. O conjunto dos números não positivos inclui o zero e os números negativos.

6. **Opção correta: (D)**

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

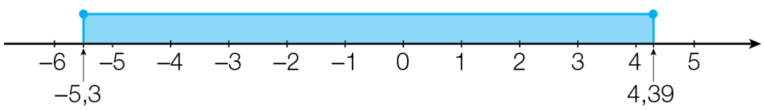
7. Por exemplo, $\sqrt{2}$.

8. Por exemplo, –2,5.

9. **Opção correta: (A)**

$\mathbb{R}^+ = \{\text{números reais positivos}\} =]0, +\infty[$

10.



São dez números: $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ e 4

11.1. Afirmação verdadeira

11.2. Afirmação verdadeira. $2^{-1}=\frac{1}{2}$. No intervalo $\left[\frac{1}{2}, 1\right[$ não existe nenhum número inteiro.

11.3. Afirmação falsa. Existem infinitos números racionais pertencentes ao intervalo $[1, 10]$.

11.4. Afirmação verdadeira. $\sqrt{49}=7$ e $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=2^4=16$, logo não existe nenhum número que esteja compreendido entre –4 e 6, inclusive, e simultaneamente entre 7 e 16, inclusive.

11.5. Afirmação falsa. $5-1=4$. A amplitude do intervalo $[1, 5]$ é 4.

11.6. Afirmação verdadeira

11.7. Afirmação falsa. $\mathbb{R}=\left]-\infty, +\infty\right[$

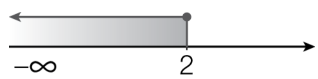
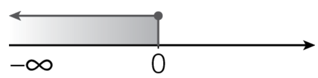
11.8. Afirmação falsa. Existem quatro números naturais pertencentes ao intervalo $[3, 7[$: 3, 4, 5 e 6.

11.9. Afirmação falsa. O número 0,(9) é igual a 1, logo pertence ao intervalo $[1, 4]$.

12. **Opção correta: (C)** $16\times10^{-1}=1{,}6\in[1, 2[$

13. Por exemplo, $[1{,}2; 1{,}7]$. A amplitude deste intervalo é $\frac{1}{2}$, pois $1{,}7-1{,}2=0{,}5=\frac{1}{2}$. O número 1,3(6) está compreendido entre 1,2 e 1,7, logo pertence ao referido intervalo.

14.

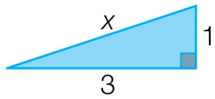
Intervalo	Condição	Representação na reta real
$]-4, 1]$	$-4<x\leq1$	
$]-3, +\infty[$	$x>-3$	
$]-1, 3[$	$-1<x<3$	
$]-\infty, 2]$	$x\leq2$	
$[2, 5]$	$2\leq x\leq5$	
$]-\infty, 0]$	$x\leq0$	
$[-4, -3[$	$-4\leq x<-3$	

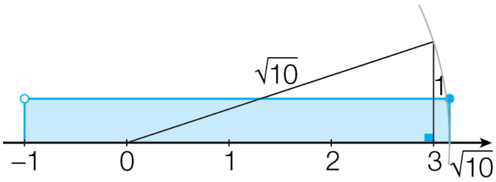
Ficha n.º 2 – Página 9

15.1. $x^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 2 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{2}$. Assim, $A = \left[-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right[$.

15.2. $x^2 = 3^2 + 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 9 + 4 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{13}$ e $y^2 = 2^2 + 1^2 \Leftrightarrow y^2 = 5 \underset{y>0}{\Leftrightarrow} y = \sqrt{5}$. Logo, $B = \left[-\sqrt{13}, 0\right]$ e $C = \left]1 + \sqrt{5}, +\infty\right[$.

16. $x^2 = 1^2 + 3^2 \Leftrightarrow x^2 = 10 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{10}$



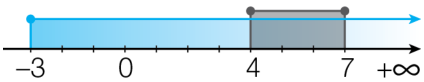


Nota: O arco de circunferência traçado tem centro na origem e raio $\sqrt{10}$ (igual à hipotenusa do triângulo retângulo representado).

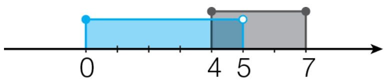
17. **Opção correta: (C)**

O conjunto A é o conjunto dos números inteiros compreendidos entre –3, exclusive, e 1, inclusive.

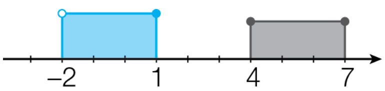
18.1. $A \cap B = [4, 7]$



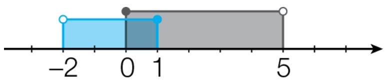
18.2. $A \cap D = [4, 5[$



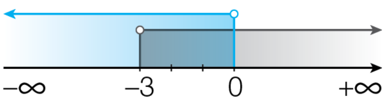
18.3. $A \cup C =]-2, 1] \cup [4, 7]$



18.4. $A \cap C = \varnothing$

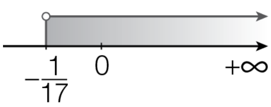


18.5. $C \cap D = [0, 1]$



18.6. $C \cup D =]-2, 5[$

18.7. $B \cap \mathbb{R}^- =]-3, 0[$



18.8. $D \cup \mathbb{R}^- =]-\infty, 5[$

19. **Opção correta: (C).** $]-\infty, 2]$ e $]2,(5); 3,1]$ são disjuntos, porque não têm elementos em comum.

Ficha n.º 3 – Página 10 **1. RELAÇÃO DE ORDEM EM IR. INEQUAÇÕES**

1.1. **Opção correta: (A)**. Porque se $x=-10$, então $\frac{x}{2}-4=\frac{-10}{2}-4=-5-4=-9$ e -9 é inferior a 1.

Assim, -10 não satisfaz a inequação $\frac{x}{2}-4\geq 1$.

1.2. **Opção correta: (B)**. $\frac{x}{2}-4\geq 1 \Leftrightarrow x-8\geq 2 \Leftrightarrow x\geq 2+8 \Leftrightarrow x\geq 10$, logo C.S. $=[10, +\infty[$.

2. **Opção correta: (C)**

$-2x+3<9 \Leftrightarrow -2x<9-3 \Leftrightarrow -2x<6 \Leftrightarrow 2x>-6 \Leftrightarrow x>-3$

3.1. $x>1 \Leftrightarrow \frac{4-a}{3}>1 \Leftrightarrow 4-a>3 \Leftrightarrow -a>3-4 \Leftrightarrow -a>-1 \Leftrightarrow a<1$

$a\in\,]-\infty, 1[$

3.2. $x>0 \Leftrightarrow \frac{4-a}{3}>0 \Leftrightarrow 4-a>0 \Leftrightarrow -a>-4 \Leftrightarrow a<4$

$a\in\,]-\infty, 4[$

3.3. $x\leq -\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{4-a}{3}\leq -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 4-a\leq -2 \Leftrightarrow -a\leq -2-4 \Leftrightarrow -a\leq -6 \Leftrightarrow a\geq 6$

$a\in[6, +\infty[$

4.1. Substituindo x por -2:

$$-\frac{1-(-2)}{3}-\frac{1}{2}(3\times(-2)-1)\geq -\frac{-2}{2}+1 \Leftrightarrow -\frac{1+2}{3}-\frac{1}{2}(-6-1)\geq 1+1 \Leftrightarrow -\frac{3}{3}+\frac{6}{2}+\frac{1}{2}\geq 2 \Leftrightarrow -1+3+\frac{1}{2}\geq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2+\frac{1}{2}\geq 2 \Leftrightarrow \frac{5}{2}\geq 2 \rightarrow \text{Verdadeiro}$$

Assim, -2 é solução da inequação.

4.2. $$-\frac{1-x}{3}-\frac{1}{2}(3x-1)\geq -\frac{x}{2}+1 \Leftrightarrow -\frac{1-x}{3}-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\geq -\frac{x}{2}+1 \Leftrightarrow -\frac{2-2x}{6}-\frac{9x}{6}+\frac{3}{6}\geq -\frac{3x}{6}+\frac{6}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2+2x-9x+3\geq -3x+6 \Leftrightarrow 2x-9x+3x\geq 6+2-3 \Leftrightarrow -4x\geq 5 \Leftrightarrow 4x\leq -5 \Leftrightarrow x\leq -\frac{5}{4}$$

C.S. $=\left]-\infty, -\frac{5}{4}\right]$

Ficha n.º 3 – Página 11

5. **Opção correta: (A)**

$|x| \leq 4$: Os números cujo módulo é inferior ou igual a 4 são as abcissas dos pontos que, na reta real, estão a uma distância inferior ou igual a 4, ou seja, estão compreendidos entre –4 e 4, inclusive.

6. $1-2(x-3) < -\dfrac{x}{2}+3 \Leftrightarrow 1-2x+6 < -\dfrac{x}{2}+3 \Leftrightarrow 2-4x+12 < -x+6 \Leftrightarrow -4x+x < 6-2-12 \Leftrightarrow$

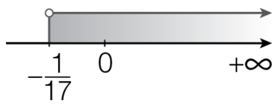
$\Leftrightarrow -3x < -8 \Leftrightarrow 3x > 8 \Leftrightarrow x > \dfrac{8}{3} = 2,(6)$ $\rightarrow$ o menor número inteiro é o 3.

7.1. $2x-3(x-4) < 1-(x+1) \Leftrightarrow 2x-3x+12 < 1-x-1 \Leftrightarrow 2x-3x+x < 1-1-12 \Leftrightarrow 0x < -12 \Leftrightarrow 0 < -12$

O número zero não é inferior a –12, logo a inequação é impossível. C.S. $= \varnothing$

7.2. $\dfrac{3-4x}{5} < 1-\dfrac{1-x}{3} \Leftrightarrow \dfrac{9-12x}{15} < \dfrac{15}{15}-\dfrac{5-5x}{15} \Leftrightarrow 9-12x < 15-5+5x \Leftrightarrow -12x-5x < 15-5-9 \Leftrightarrow$

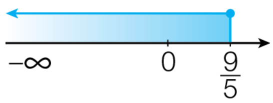
$\Leftrightarrow -17x < 1 \Leftrightarrow 17x > -1 \Leftrightarrow x > -\dfrac{1}{17}$. C.S. $= \left]-\dfrac{1}{17}, +\infty\right[$. Inequação possível



7.3. $1-2x \geq \dfrac{2(x-3)}{3} - x \Leftrightarrow 1-2x \geq \dfrac{2x-6}{3} - x \Leftrightarrow \dfrac{3}{3}-\dfrac{6x}{3} \geq \dfrac{2x-6}{3}-\dfrac{3x}{3} \Leftrightarrow 3-6x \geq 2x-6-3x \Leftrightarrow$

$-6x-2x+3x \geq -6-3 \Leftrightarrow -5x \geq -9 \Leftrightarrow 5x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq \dfrac{9}{5}$

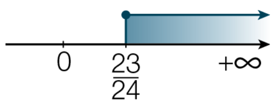
C.S. $= \left]-\infty, \dfrac{9}{5}\right]$. Inequação possível



7.4. $\dfrac{1}{4}(2x-1)-\dfrac{3x-5}{3} \leq 2x-\dfrac{x+1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{2}{4}x-\dfrac{1}{4}-\dfrac{3x-5}{3} \leq 2x-\dfrac{x+1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{6x}{12}-\dfrac{3}{12}-\dfrac{12x-20}{12} \leq \dfrac{24x}{12}-\dfrac{6x+6}{12} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6x-3-12x+20 \leq 24x-6x-6 \Leftrightarrow 6x-12x-24x+6x \leq -6+3-20 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -24x \leq -23 \Leftrightarrow 24x \geq 23 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{23}{24}$. C.S. $= \left[\dfrac{23}{24}, +\infty\right[$. Inequação possível



8. $-\dfrac{1-3x}{5}+\dfrac{1}{2}x \geq x+\dfrac{1}{10}(x-3) \Leftrightarrow -\dfrac{1-3x}{5}+\dfrac{1}{2}x \geq x+\dfrac{1}{10}x-\dfrac{3}{10} \Leftrightarrow -\dfrac{2-6x}{10}+\dfrac{5}{10}x \geq \dfrac{10}{10}x+\dfrac{1}{10}x-\dfrac{3}{10} \Leftrightarrow$

$-2+6x+5x \geq 10x+x-3 \Leftrightarrow 6x+5x-10x-x \geq -3+2 \Leftrightarrow 0x \geq -1 \Leftrightarrow 0 \geq -1 \rightarrow$ Verdadeiro. C.S. $= \mathbb{R}$

9. Seja x o número de computadores vendidos. 2% de 780 é $0{,}02 \times 780 = 15{,}60$. Assim, o salário do José é dado por $500 + 15{,}60x$.

$500+15{,}60x \geq 700 \Leftrightarrow 15{,}60x \geq 700-500 \Leftrightarrow 15{,}60x \geq 200 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{200}{15{,}60} \approx 12{,}82$

O José tem de vender, no mínimo, 13 computadores por mês.

10. $P = 2(2x+3)+2(x-1) = 6x+4$ e $6x+4 < 22 \Leftrightarrow 6x < 22-4 \Leftrightarrow 6x < 18 \Leftrightarrow x < \dfrac{18}{6} \Leftrightarrow x < 3$

Para além disso, as medidas dos lados de um retângulo assumem sempre valores positivos, logo $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ e $2x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -\dfrac{3}{2}$. Assim, $x \in \left]1, 3\right[$

Ficha n.º 4 – Página 12 **1. RELAÇÃO DE ORDEM EM IR. INEQUAÇÕES**

1.1. Opção correta: (A)

1.2. $41 < 3x + 7 < 49 \Leftrightarrow 3x + 7 > 41 \wedge 3x + 7 < 49 \Leftrightarrow 3x > 41 - 7 \wedge 3x < 49 - 7 \Leftrightarrow 3x > 34 \wedge 3x < 42 \Leftrightarrow$

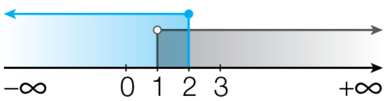
$\Leftrightarrow x > \frac{34}{3} \wedge x < \frac{42}{3} \Leftrightarrow x > \frac{34}{3} \wedge x < 14$

$\frac{34}{3} = 11,(3)$. Assim, x é natural, pelo que tem de ser superior a 11,(3) e simultaneamente inferior a 14, logo x pode ser 12 ou 13.

Os números naturais pedidos são o 12 e o 13.

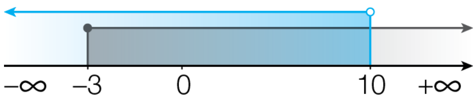
2. Opção correta: (C)

$x > 1 \vee -x > -2 \Leftrightarrow x > 1 \vee x < 2$



3. $\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)x \geq -9 \vee -\frac{x}{2} > -5 \Leftrightarrow \left(\left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2\right)x \geq -9 \vee -x > -10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (5-2)x \geq -9 \vee x < 10 \Leftrightarrow x \geq -\frac{9}{3} \vee x < 10 \Leftrightarrow x \geq -3 \vee x < 10$, logo C.S. $= \mathbb{R}$



4.

- $(-2x+3)^2 - 5x \geq \frac{1}{2} + 4x^2 \Leftrightarrow (-2x)^2 + 2 \times (-2x) \times 3 + 3^2 - 5x \geq \frac{1}{2} + 4x^2 \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 - 5x \geq \frac{1}{2} + 4x^2 \Leftrightarrow -17x \geq \frac{1}{2} - 9 \Leftrightarrow -34x \geq 1 - 18 \Leftrightarrow$

  $\Leftrightarrow -34x \geq -17 \Leftrightarrow 34x \leq 17 \Leftrightarrow x \leq \frac{17}{34} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{2}$

- $-\frac{x-3}{2} - x < x + 1 \Leftrightarrow -x + 3 - 2x < 2x + 2 \Leftrightarrow -3x - 2x < 2 - 3 \Leftrightarrow -5x < -1 \Leftrightarrow 5x > 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{5}$

C.S. $= \left]-\infty, \frac{1}{2}\right] \cap \left]\frac{1}{5}, +\infty\right[= \left]\frac{1}{5}, \frac{1}{2}\right]$

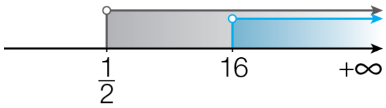
Ficha n.º 4 – Página 13

5. ▪ $1-\frac{x}{5}>0{,}1 \Leftrightarrow 1-\frac{x}{5}>\frac{1}{10} \Leftrightarrow 10-2x>1 \Leftrightarrow -2x>1-10 \Leftrightarrow 2x<9 \Leftrightarrow x<\frac{9}{2}$

▪ $2(-x-1)\leq 3 \Leftrightarrow -2x-2\leq 3 \Leftrightarrow -2x\leq 5 \Leftrightarrow 2x\geq -5 \Leftrightarrow x\geq -\frac{5}{2}$

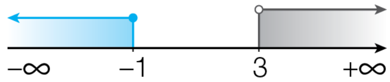
Como em A existem apenas números inteiros, então $A=\{-2,-1,0,1,2,3,4\}$ contém apenas dois negativos (–2 e –1). Assim, a percentagem de números negativos de A é $\frac{2}{7}\times 100\approx 29\%$.

6.1. $\frac{x}{2}-7>1 \vee x-1>-x \Leftrightarrow x-14>2 \vee x+x>1 \Leftrightarrow x>2+14 \vee 2x>1 \Leftrightarrow x>16 \vee x>\frac{1}{2}$ C.S. $=\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$



6.2. $2x-3\leq -x \wedge -\frac{1}{3}(x-6)<1 \Leftrightarrow 2x+x\leq 3 \wedge -\frac{1}{3}x+\frac{6}{3}<1 \Leftrightarrow 3x\leq 3 \wedge -x+6<3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x\leq\frac{3}{3} \wedge -x<3-6 \Leftrightarrow x\leq 1 \wedge -x<-3 \Leftrightarrow x\leq 1 \wedge x>3$ C.S. $=\varnothing$



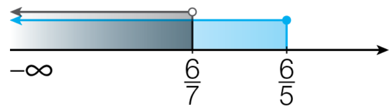
6.3. $\frac{x}{2}-4<-x+1 \vee -x+3\geq 4 \Leftrightarrow x-8<-2x+2 \vee -x\geq 4-3 \Leftrightarrow x+2x<2+8 \vee -x\geq 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x<10 \vee x\leq -1 \Leftrightarrow x<\frac{10}{3} \vee x\leq -1$ C.S. $=\left]-\infty,\frac{10}{3}\right[$

6.4. $1-\frac{1}{2}(x-4)\geq 2x \wedge \frac{x}{2}-(2-3x)<1 \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}x+\frac{4}{2}\geq 2x \wedge \frac{x}{2}-2+3x<1 \Leftrightarrow$

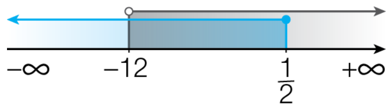
$\Leftrightarrow 2-x+4\geq 4x \wedge x-4+6x<2 \Leftrightarrow -x-4x\geq -2-4 \wedge x+6x<4+2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -5x\geq -6 \wedge 7x<6 \Leftrightarrow 5x\leq 6 \wedge 7x<6 \Leftrightarrow x\leq\frac{6}{5} \wedge x<\frac{6}{7}$. C.S. $=\left]-\infty,\frac{6}{7}\right[$



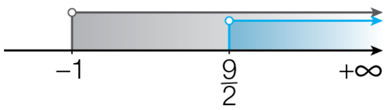
6.5. $(x-1)^2-2x-x^2\geq 4 \vee 1-\frac{x}{3}<5 \Leftrightarrow x^2-2x+1-2x-x^2\geq 4 \vee 3-x<15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x\geq 4-1 \vee -x<15-3 \Leftrightarrow -4x\geq 3 \vee -x<12 \Leftrightarrow x\leq -\frac{3}{4} \vee x>-12$. C.S. $=\mathbb{R}$



6.6. $\frac{x}{2}-\frac{1-x}{3}\geq -1+\frac{1}{6}x \wedge 1-2\left(\frac{x}{3}-1\right)<0 \Leftrightarrow 3x-2+2x\geq -6+x \wedge 1-\frac{2x}{3}+2<0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x+2x-x\geq -6+2 \wedge 3-2x+6<0 \Leftrightarrow 4x\geq -4 \wedge -2x<-9 \Leftrightarrow x\geq -1 \wedge x>\frac{9}{2}$ C.S. $=\left]\frac{9}{2},+\infty\right[$



7. Seja x o preço por pessoa: $x\geq 45 \wedge 8x+36\leq 500 \Leftrightarrow x\geq 45 \wedge 8x\leq 500-36 \Leftrightarrow x\geq 45 \wedge x\leq 58$

O preço a pagar pertence ao intervalo $[45,58]$, ou seja, para que os amigos aceitem a proposta da agência, o preço da viagem por pessoa deve variar entre 45 € e 58 €, inclusive.

8. O parâmetro a tem de satisfazer, simultaneamente, as seguintes condições:

$$\underbrace{a+5+3a+2+2a+1\leq 49}_{\left]-\infty,\frac{41}{6}\right]} \wedge \underbrace{a+5>0 \wedge 3a+2>0 \wedge 2a+1>0}_{\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[} \wedge \underbrace{a+5+2a+1>3a+2 \wedge a+5+3a+2>2a+1 \wedge 2a+1+3a+2>a+5}_{\left]\frac{1}{2},+\infty\right[}$$

Assim, $a\in\left]-\frac{1}{2},+\infty\right[\cap\left]\frac{1}{2},+\infty\right[\cap\left]-\infty,\frac{41}{6}\right]=\left]\frac{1}{2},\frac{41}{6}\right]$.

Ficha n.º 5 – Página 14 **1. RELAÇÃO DE ORDEM EM IR. INEQUAÇÕES**

1.1. **a)** 1,4 **b)** 1,35 **c)** 1,36 **d)** 1 **e)** 1,357 **f)** 1,358

1.2. **a)** $1 < x < 2$ **b)** $1{,}35 < x < 1{,}36$

2. **Opção correta: (D)** $17{,}018 < a < 17{,}019$

3. **Opção correta: (A)**

Na calculadora, $2\sqrt{3} - 1 = 2{,}464\,101\,6...$

A diferença entre $2\sqrt{3} - 1$ e 2,4563 é inferior a 0,01.

4.1. **a)** $2{,}76 - 0{,}02 < a < 2{,}76 + 0{,}02 \Leftrightarrow 2{,}74 < a < 2{,}78$, logo $a \in \left]2{,}74;\, 2{,}78\right[$.

b) $0{,}2 - 0{,}1 < b < 0{,}2 + 0{,}1 \Leftrightarrow 0{,}1 < b < 0{,}3$, logo $b \in \left]0{,}1;\, 0{,}3\right[$

c) Como $2{,}74 < a < 2{,}78$ e $0{,}1 < b < 0{,}3$, então $2{,}74 + 0{,}1 < a + b < 2{,}78 + 0{,}3 \Leftrightarrow 2{,}84 < a + b < 3{,}08$

Assim, $a + b \in \left]2{,}84;\, 3{,}08\right[$.

4.2. $2{,}76 + 0{,}2 = 2{,}96$

$2{,}84 < a + b < 3{,}08$

$2{,}84 - 2{,}96 < a + b - 2{,}96 < 3{,}08 - 2{,}96 \Leftrightarrow -0{,}12 < \mathrm{a} + \mathrm{b} - 2{,}96 < 0{,}12$

$|-0{,}12| = |0{,}12| = 0{,}12$, logo o menor majorante do erro que se comete ao aproximar $a + b$ por 2,96 é 0,12.

Ficha n.º 5 – Página 15

5. O menor majorante do erro que se comete é a soma de 0,01 com 0,3, ou seja, 0,31. Confirmação:

$3{,}02-0{,}01<c<3{,}02+0{,}01 \Leftrightarrow 3{,}01<c<3{,}03$ e $1{,}4-0{,}3<d<1{,}4+0{,}3 \Leftrightarrow 1{,}1<d<1{,}7$

$3{,}01+1{,}1<c+d<3{,}03+1{,}7 \Leftrightarrow 4{,}11<c+d<4{,}73$

$4{,}11-4{,}42<c+d-4{,}42<4{,}73-4{,}42 \Leftrightarrow -0{,}31<c+d-4{,}42<0{,}31$

$|0{,}31|=|-0{,}31|=0{,}31$, logo o menor majorante do erro cometido é 0,31.

6.1. $10-0{,}1<a<10+0{,}1 \Leftrightarrow 9{,}9<a<10{,}1$ e $3-0{,}01<b<3+0{,}01 \Leftrightarrow 2{,}99<b<3{,}01$

Logo, $a \in \,]9{,}9;\, 10{,}1[$ e $b \in \,]2{,}99;\, 3{,}01[$.

6.2. $9{,}9\times 2{,}99<a\times b<10{,}1\times 3{,}01 \Leftrightarrow 29{,}601<a\times b<30{,}401$

6.3. $29{,}601-30<a\times b-30<30{,}401-30 \Leftrightarrow -0{,}399<a\times b-30<0{,}401$

$|-0{,}399|=0{,}399<0{,}401=|0{,}401|$, logo o menor majorante do erro cometido é 0,401.

7. Sejam b a medida da base e h a medida da altura.

$8-0{,}4<b<8+0{,}4 \Leftrightarrow 7{,}6<b<8{,}4$ e $4-0{,}1<h<4+0{,}1 \Leftrightarrow 3{,}9<h<4{,}1$

$$\frac{7{,}6\times 3{,}9}{2}<\frac{b\times h}{2}<\frac{8{,}4\times 4{,}1}{2} \Leftrightarrow 14{,}82<A_{\text{triângulo}}<17{,}22 \Leftrightarrow 14{,}82-16<A_{\text{triângulo}}-16<17{,}22-16 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -1{,}18<A_{\text{triângulo}}-16<1{,}22$$

$|-1{,}18|=1{,}18<1{,}22=|1{,}22|$, logo o menor majorante do erro cometido é 1,22.

8.1. Erro inferior a $0{,}1=\frac{1}{10}$. Temos que $10^2\times 5=500$, $22^2=484$ e $23^2=529$, logo $22^2<500<23^2$, ou seja, $22^2<10^2\times 5<23^2$. Assim: $\frac{22^2}{10^2}<5<\frac{23^2}{10^2}$, logo $\sqrt{\frac{22^2}{10^2}}<\sqrt{5}<\sqrt{\frac{23^2}{10^2}} \Leftrightarrow 2{,}2<\sqrt{5}<2{,}3$.

8.2. Erro inferior a $0{,}2=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$. Temos que $3\times 5^2=75$; $8^2=64$ e $9^2=81$, logo:

$$8^2<3\times 5^2<9^2 \Leftrightarrow \frac{8^2}{5^2}<3<\frac{9^2}{5^2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{8^2}{5^2}}<\sqrt{3}<\sqrt{\frac{9^2}{5^2}} \Leftrightarrow \frac{8}{5}<\sqrt{3}<\frac{9}{5} \Leftrightarrow 1{,}6<\sqrt{3}<1{,}8$$

8.3. Erro inferior a $0{,}5=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$. Temos que $4\times 2^3=32$; $3^3=27$ e $4^3=64$, logo:

$$3^3<4\times 2^3<4^3 \Leftrightarrow \frac{3^3}{2^3}<4<\frac{4^3}{2^3} \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^3}}<\sqrt[3]{4}<\sqrt[3]{\frac{4^3}{2^3}} \Leftrightarrow \frac{3}{2}<\sqrt[3]{4}<\frac{4}{2} \Leftrightarrow 1{,}5<\sqrt[3]{4}<2$$

9. $A_{\text{quadrado}}=8$ e $l_{\text{quadrado}}=\sqrt{8}$; erro inferior a $0{,}01=\frac{1}{100}$. Temos que $8\times 100^2=80\,000$.

$282^2=79\,524$ e $283^2=80\,089$, logo:

$$282^2<8\times 100^2<283^2 \Leftrightarrow \frac{282^2}{100^2}<8<\frac{283^2}{100^2} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{282^2}{100^2}}<\sqrt{8}<\sqrt{\frac{283^2}{100^2}} \Leftrightarrow 2{,}82<\sqrt{8}<2{,}83$$

Teste n.º 1 – Página 16

1. RELAÇÃO DE ORDEM EM IR. INEQUAÇÕES

1. Se $x-1<-5$, então $x-1+1<-5+1$, ou seja, $x<-4$.

Opção correta: (B)

2.1. Afirmação verdadeira

2.2. Afirmação falsa

$2x-7<4 \Leftrightarrow 2x<4+7 \Leftrightarrow 2x<11 \Leftrightarrow x<\dfrac{11}{2}$. Como $x \in \mathbb{N}$ e $\dfrac{11}{2}=5{,}5$, então $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Assim, *B* tem cinco elementos e não infinitos elementos.

2.3. Afirmação verdadeira

Se $A \subset B$, então todos os elementos de *A* fazem parte de *B* e, por isso, $A \cup B = B$.

2.4. Afirmação falsa

O número 2^{-3} não pertence a $]-\infty, 0[$, pois $2^{-3}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}>0$

2.5. Afirmação verdadeira

$6-0{,}1<a<6+0{,}1 \Leftrightarrow 5{,}9<a<6{,}1$ e $1{,}4-0{,}2<b<1{,}4+0{,}2 \Leftrightarrow 1{,}2<b<1{,}6$

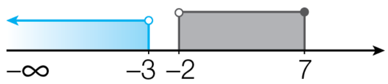
Assim: $5{,}9+1{,}2<a+b<6{,}1+1{,}6 \Leftrightarrow 7{,}1<a+b<7{,}7$.

Logo, $7{,}1-7{,}4<a+b-7{,}4<7{,}7-7{,}4 \Leftrightarrow -0{,}3<a+b-7{,}4<0{,}3$ e como $|0{,}3|=|-0{,}3|=0{,}3$, então 7,4 é um valor aproximado de $a+b$ com erro inferior a 0,3.

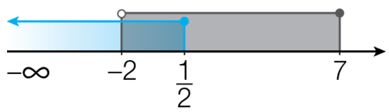
2.6. Afirmação verdadeira

3. $1-\dfrac{x-3}{2}>4 \Leftrightarrow 2-x+3>8 \Leftrightarrow -x>8-2-3 \Leftrightarrow -x>3 \Leftrightarrow x<-3$, logo $B=]-\infty, -3[$.

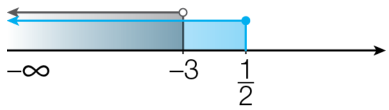
3.1. $A \cap B = \varnothing$



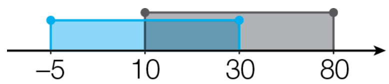
3.2. $A \cup B =]-\infty, -3[\cup]-2, 7]$



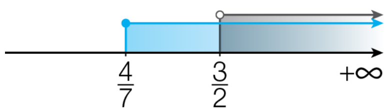
3.3. $A \cap C = \left]-2, \dfrac{1}{2}\right]$



3.4. $A \cup C =]-\infty, 7]$



3.5. $B \cap C =]-\infty, -3[$



3.6. $B \cup C = \left]-\infty, \dfrac{1}{2}\right]$

Teste n.º 1 – Página 17

4. $2^2 + 1^2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 5 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x = \sqrt{5}$

Assim, o extremo direito do intervalo é $43 + \sqrt{5}$. O intervalo representado a azul é $\left[42, 43 + \sqrt{5}\right[$.

Opção correta: (B)

5.1. $x - \frac{1-x}{2} > 4 + \frac{3x}{2} \Leftrightarrow 2x - 1 + x > 8 + 3x \Leftrightarrow 3x - 3x > 8 + 1 \Leftrightarrow 0x > 9 \Leftrightarrow 0 > 9 \rightarrow$ Falso

A equação é impossível, logo $\text{C.S.} = \varnothing$.

5.2. $\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{5}\right) \leq 0{,}1x - 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{1}{10} \leq \frac{1}{10}x - 2 \Leftrightarrow 5x - 1 \leq x - 20 \Leftrightarrow 5x - x \leq -20 + 1 \Leftrightarrow$

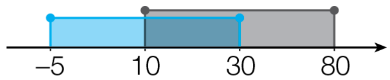
$\Leftrightarrow 4x \leq -19 \Leftrightarrow x \leq -\frac{19}{4}$

$\text{C.S.} = \left]-\infty, -\frac{19}{4}\right]$

6. Seja x a temperatura inicial do produto.

$-5 \leq \frac{x}{2} - 10 \leq 30 \Leftrightarrow -5 + 10 \leq \frac{x}{2} - 10 + 10 \leq 30 + 10 \Leftrightarrow 5 \leq \frac{x}{2} \leq 40 \Leftrightarrow 5 \times 2 \leq x \leq 40 \times 2 \Leftrightarrow 10 \leq x \leq 80$

Mas $-5 \leq x \leq 30$, logo $10 \leq x \leq 30$.

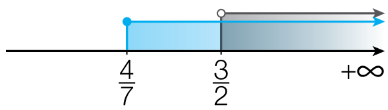


A temperatura inicial do produto pode variar entre 10 ºC e 30 ºC, inclusive.

7. $(x-2)^2 < x^2 + 4x - 8 \wedge \frac{1}{3}(1 - 3x) \leq \frac{1}{6}(x - 2) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 < x^2 + 4x - 8 \wedge \frac{1}{3} - \frac{3}{3}x \leq \frac{1}{6}x - \frac{2}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -4x - 4x < -8 - 4 \wedge 2 - 6x \leq x - 2 \Leftrightarrow -8x < -12 \wedge -6x - x \leq -2 - 2 \Leftrightarrow 8x > 12 \wedge -7x \leq -4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x > \frac{12}{8} \wedge 7x \geq 4 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2} \wedge x \geq \frac{4}{7}$



$\text{C.S.} = \left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$

O menor número inteiro que verifica a conjunção das inequações dadas é o 2.

8. Sejam c o comprimento do retângulo, em centímetros, e l a largura do retângulo, em centímetros.

$8 - 0{,}2 < c < 8 + 0{,}2 \Leftrightarrow 7{,}8 < c < 8{,}2$ e $1{,}5 - 0{,}1 < l < 1{,}5 + 0{,}1 \Leftrightarrow 1{,}4 < l < 1{,}6$

Assim, $7{,}8 \times 1{,}4 < c \times l < 8{,}2 \times 1{,}6 \Leftrightarrow 10{,}92 < c \times l < 13{,}12$.

$10{,}92 < A_{\text{retângulo}} < 13{,}12$, ou seja, $10{,}92 - 12 < A_{\text{retângulo}} - 12 < 13{,}12 - 12 \Leftrightarrow -1{,}08 < A_{\text{retângulo}} - 12 < 1{,}12$

$|-1{,}08| < |1{,}12| = 1{,}12$

O erro cometido é inferior a 1,12 sendo 1,12 o menor majorante do erro cometido.

1. Se $a > 2$ e $b > 4$, então $ab > 2 \times 4 \Leftrightarrow ab > 8$.

Opção correta: (A)

2. Se $a > b$ e $a, b \in \mathbb{R}^+$, então $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. Logo, $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$.

Opção correta: (C)

3. $7{,}4 \times 10^{-1} = 0{,}74$; $3^{-1} = \frac{1}{3} = 0{,}(3)$ e $\frac{9}{10} = 0{,}9$

$0{,}74 \in \left]0{,}(3); 0{,}9\right[$

Opção correta: (A)

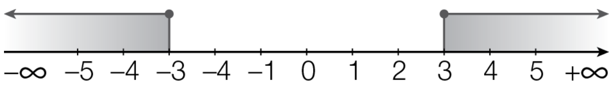
4. Não concordo com a Inês. Por exemplo, se $x = 0{,}01$, $x^2 < \sqrt{x}$, pois $0{,}01^2 = 0{,}0001$ e $\sqrt{0{,}01} = 0{,}1$, sendo 0,0001 < 0,1.

5. **Opção correta: (D)**

$\left]-\infty, 6\right] \cap [-2, 10] = [-2, 6]$

6.1. Se $|x| \geq 3$, tal significa que a distância dos pontos de abcissa x à origem é superior ou igual a 3.

Assim, $x \geq 3 \vee x \leq -3$.



$A = \left]-\infty, -3\right] \cap \left[3, +\infty\right[$

6.2. $\{x \in \mathbb{R}: x \notin A\} = \left]-3, 3\right[$

Teste n.º 2 – Página 19

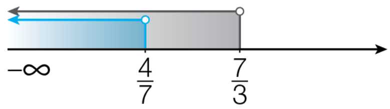
7. $\dfrac{x-\frac{1}{2}}{3}-x>\dfrac{2}{5} \Leftrightarrow 5x-\dfrac{5}{2}-15x>6 \Leftrightarrow 10x-5-30x>12 \Leftrightarrow 10x-30x>12+5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -20x>17 \Leftrightarrow 20x<-17 \Leftrightarrow x<-\dfrac{17}{20}$ C.S. $=\left]-\infty, -\dfrac{17}{20}\right[$

8. $-2(1-x)^2<\dfrac{x}{2}-2x^2 \vee 0<\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{2}(x-1) \Leftrightarrow -2\left(1-2x+x^2\right)<\dfrac{x}{2}-2x^2 \vee 0<\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2+4x-2x^2<\dfrac{x}{2}-2x^2 \vee 0<4-3x+3 \Leftrightarrow -4+8x-4x^2<x-4x^2 \vee 3x<7 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x-x<4 \vee x<\dfrac{7}{3} \Leftrightarrow 7x<4 \vee x<\dfrac{7}{3} \Leftrightarrow x<\dfrac{4}{7} \vee x<\dfrac{7}{3}$



C.S. $=\left]-\infty, \dfrac{7}{3}\right[$

Um número irracional que satisfaça a disjunção apresentado é, por exemplo, $-\sqrt{2}$.

9. O perímetro do novo terreno do José é dado, em função de x, por:

$2(12+2x)+2(8-x)=24+4x+16-2x=40+2x$

$P_{\text{retângulo}}<50 \Leftrightarrow 40+2x<50 \Leftrightarrow 2x<50-40 \Leftrightarrow 2x<10 \Leftrightarrow x<\dfrac{10}{2} \Leftrightarrow x<5$

Assim, o maior número inteiro de metros que x por assumir é 4.

10.1. $4-0{,}1<a<4+0{,}1 \Leftrightarrow 3{,}9<a<4{,}1$; $1{,}2-0{,}2<b<1{,}2+0{,}2 \Leftrightarrow 1<b<1{,}4$;

$3-0{,}3<c<3+0{,}3 \Leftrightarrow 2{,}7<c<3{,}3$

10.2. $3{,}9\times 2{,}7<ac<4{,}1\times 3{,}3$

$3{,}9\times 2{,}7+1<ac+b<4{,}1\times 3{,}3+1{,}4 \Leftrightarrow 11{,}53<ac+b<14{,}93$

$11{,}53-13{,}2<ac+b-13{,}2<14{,}93-13{,}2 \Leftrightarrow -1{,}67<ac+b-13{,}2<1{,}73$

$|1{,}73|=1{,}73>|-1{,}67|=1{,}67$

1,73 é o menor majorante do erro cometido.

11.1. $0{,}1=\dfrac{1}{10}$; $7\times 10^2=700$; $26^2=676$; $27^2=729$

$26^2<7\times 10^2<27^2$, ou seja, $\dfrac{26^2}{10^2}<7<\dfrac{27^2}{10^2}$, logo

$\sqrt{\dfrac{26^2}{10^2}}<\sqrt{7}<\sqrt{\dfrac{27^2}{10^2}} \Leftrightarrow \dfrac{26}{10}<\sqrt{7}<\dfrac{27}{10} \Leftrightarrow 2{,}6<\sqrt{7}<2{,}7$

11.2. $0{,}1=\dfrac{1}{10}$; $2\times 10^3=2000$; $12^3=1728$ e $13^3=2197$

$1728<2\times 10^3<2187 \Leftrightarrow 12^3<2\times 10^3<13^3 \Leftrightarrow \dfrac{12^3}{10^3}<2<\dfrac{13^3}{10^3} \Leftrightarrow \left(\dfrac{12}{10}\right)^3<2<\left(\dfrac{13}{10}\right)^3$, logo

$\sqrt[3]{\left(\dfrac{12}{10}\right)^3}<\sqrt[3]{2}<\sqrt[3]{\left(\dfrac{13}{10}\right)^3} \Leftrightarrow \dfrac{12}{10}<\sqrt[3]{2}<\dfrac{13}{10} \Leftrightarrow 1{,}2<\sqrt[3]{2}<1{,}3$