

Duração: 90 minutos

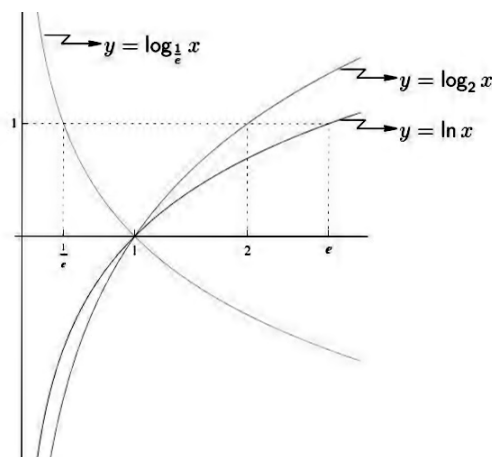
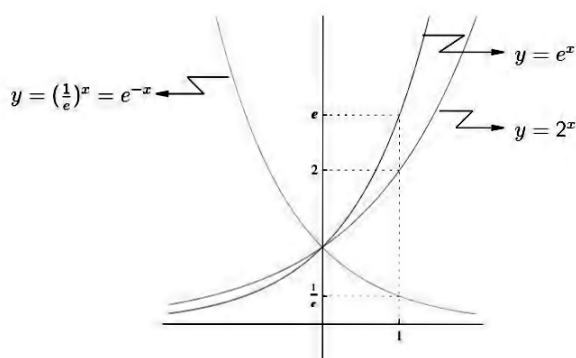
Nome:

N.º de identificação civil:

Turma:

Formulário

Gráficos de funções exponenciais e logarítmicas



Regras de derivação

$$(a)' = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$(x)' = 1$$

$$(ax + b)' = a \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

$$(ax^p)' = apx^{p-1} \quad (a \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^n)' = n f^{n-1} f' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin f)' = f' \cos f$$

$$(\cos f)' = -f' \sin f$$

$$(\operatorname{tg} f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$$

$$(e^f)' = f' e^f$$

$$(a^f)' = f' a^f \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$$

$$(\log_a f)' = \frac{f'}{f \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

Cotações:

1. a) 12 b) i) 15 b) ii) 15 2. 20 3. a) 15 b) 15 c) 15 4. 12 5. a) 15 b) 15
6. a) 12 b) 12 c) 12 7. 15

Exercício 1 Considere a função polinomial definida em \mathbb{R} por $p(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$.

a) Mostre, usando a regra de Ruffini, que $p(x) = (x + 1)(x^2 - 3)$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

b) Calcule analiticamente, se existirem, os seguintes limites:

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{p(x)}{-x^2 + 1};$

ii) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{p(x)}{x^2 - 1}.$

Exercício 2 Resolva, em \mathbb{R} , a seguinte inequação fracionária: $\frac{1 - x^2}{x^2 - x} \geq 0$.

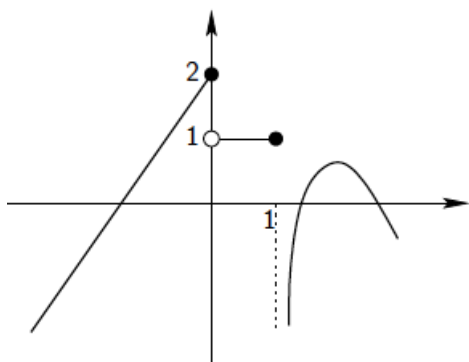
Exercício 3 Considere a função real, de variável real, definida por $f(x) = 10 - e^{2x+1}$.

a) Determine o domínio e o contradomínio da função f .

b) Caracterize a função inversa da função f .

c) Resolva em \mathbb{R} a seguinte inequação: $f(x) \geq 0$.

Exercício 4 Na figura está representada parte de um gráfico de uma função f de domínio \mathbb{R} .



Indique:

a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.

Exercício 5 Resolva, em \mathbb{R} , as seguintes condições:

a) $4^x \times x^2 - 4^x \times x = 0;$

b) $\log_3(4x - 3) = 2.$

Exercício 6 Calcule y' , sendo:

a) $y = 2x^3 + 5x^2 + 10;$

b) $y = \frac{e^{2x}}{x + 1};$

c) $y = \ln(x) \times (x + 1).$

Exercício 7 Considere os números reais positivos b e c diferentes de 1 e tais que $\log_c b = 2$.

Determine o valor de $\log_c \left(\frac{c}{\sqrt[3]{b^2}} \right).$