Ficha n.º 1 – Página 126 **7. MONÓMIOS E POLINÓMIOS. EQUAÇÕES**

1. Opção correta: **(C)**

O monómio $16x^3$ tem grau 3 e $2xyz$ é também um monómio de grau 3 (cada uma das variáveis *x*, *y* e *z* tem expoente 1, sendo o grau a soma desses expoentes).

2. Opção correta: **(C)**

Um monómio é uma expressão que liga por símbolos de produto fatores numéricos e potências de expoente natural, sendo as bases dessas potências letras.

3. Opção correta: **(A)**, pois é a única opção que apresenta a mesma parte literal $\left(16zyxz = 16xyz^2\right)$.

4.

Monómio	Coeficiente	Parte literal	Grau
$2x^3$	2	x^3	3
-7	-7	Não tem	0
$-\frac{1}{2}xyz$	$-\frac{1}{2}$	xyz	3
$4ax^2y$	$4a$	x^2y	3
$\frac{b}{3}x^2yz$	$\frac{b}{3}$	x^2yz	4
$\sqrt{3}bx^7z^3$	$\sqrt{3}b$	x^7z^3	10
x	1	x	1
$-z^4$	-1	z^4	4

Ficha n.º 1 – Página 127

5.1. *A*, *B* e *C* são semelhantes, pois têm a mesma parte literal $\left(xy^2\right)$.

5.2. **a)** $A=\frac{1}{5}xy^2=\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\times\left(-\sqrt{2}\right)^2=\frac{1}{10}\times 2=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$; $B=-xy^2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\sqrt{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times 2=-1$

$C=2xy^2=2\times\frac{1}{2}\times\left(-\sqrt{2}\right)^2=2\times\frac{1}{2}\times 2=2$; $A+B+C=\frac{1}{5}+(-1)+2=\frac{1}{5}-\frac{5}{5}+\frac{10}{5}=\frac{6}{5}$

b) $A+B+C=\frac{1}{5}xy^2-xy^2+2xy^2=\frac{1}{5}xy^2-\frac{5}{5}xy^2+\frac{10}{5}xy^2=\frac{6}{5}xy^2$

Se $x=\frac{1}{2}$ e $y=-\sqrt{2}$: $\frac{6}{5}xy^2=\frac{6}{5}\times\frac{1}{2}\times\left(-\sqrt{2}\right)^2=\frac{6}{10}\times 2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$.

c) Conclui-se que, dada uma soma de monómios semelhantes, substituindo as variáveis por números obtém-se uma expressão numérica de valor igual à soma dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo primeiro em cada um dos monómios, as variáveis pelos respetivos números.

6.1. *A* e *B* não são semelhantes, pois apresentam partes literais distintas.

6.2. *A* tem grau 4 e *B* tem grau 5, logo *B* é o monómio de maior grau.

6.3. **a)** $A=\frac{1}{10}xwy^2=\frac{1}{10}\times(-1)\times\sqrt{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{10}\times(-1)\times\sqrt{2}\times\frac{1}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{40}$

$B=-2x^2wyz=(-2)\times(-1)^2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\times 1=(-2)\times 1\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=-\sqrt{2}$

$A\times B=-\frac{\sqrt{2}}{40}\times\left(-\sqrt{2}\right)=\frac{2}{40}=\frac{1}{20}$

b) $A\times B=\left(\frac{1}{10}xwy^2\right)\times\left(-2x^2wyz\right)=-\frac{2}{10}x^3w^2y^3z=-\frac{1}{5}x^3w^2y^3z$. Se $x=-1$, $y=\frac{1}{2}$, $w=\sqrt{2}$ e $z=1$:

$A\times B=\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-1)^3\times\left(\sqrt{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^3\times 1=\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-1)\times 2\times\frac{1}{8}\times 1=\frac{2}{40}=\frac{1}{20}$

6.4. Conclui-se que, dado um produto de monómios, substituindo as variáveis por números obtém-se uma expressão numérica de valor igual ao produto dos valores das expressões numéricas que se obtêm substituindo primeiro em cada um dos monómios as variáveis pelos respetivos números.

7.1. $P_{\text{Triângulo}}=2x+2x+\frac{1}{3}x=4x+\frac{1}{3}x=\frac{12}{3}x+\frac{1}{3}x=\frac{13}{3}x$; $A_{\text{Retângulo}}=\frac{7}{2}xy\times 2xy=7x^2y^2$

7.2. $\frac{13}{3}x$: monómio de coeficiente $\frac{13}{3}$, parte literal *x* e grau 1

$7x^2y^2$: monómio de coeficiente 7, parte literal x^2y^2 e grau 4

7.3. A forma canónica $\frac{13}{3}x$ é a de uma função linear, pois é do tipo *ax*, sendo *a* um número real.

$g(x)=\frac{13}{3}x\underset{(5,\,2b)}{\rightarrow}2b=\frac{13}{3}\times 5\Leftrightarrow 2b=\frac{65}{3}\Leftrightarrow b=\frac{65}{3}:2\Leftrightarrow b=\frac{65}{3}\times\frac{1}{2}\Leftrightarrow b=\frac{65}{6}$

Ficha n.º 2 – Página 128 **7. MONÓMIOS E POLINÓMIOS. EQUAÇÕES**

1.1. $y+2x+3y-8y+7=2x-4y+7$ é um polinómio de grau 1

1.2. $7x^2+ay+5x^2-ay=12x^2$ é um polinómio de grau 2

1.3. $2x-bxy-ay+6xy=2x+(6-b)xy-ay=(6-b)xy+2x-ay$ é um polinómio de grau 2

1.4. $3x^2y^2+4x+4xy-x^2y^2+y^2+2xy+x-2x^2y^2=5x+6xy+y^2=6xy+y^2+5x$ é um polinómio de grau 2

1.5. $3ax^2+2by-y^2-3by+ax^2=4ax^2-by-y^2=4ax^2-y^2-by$ é um polinómio de grau 2

1.6. $2x^2y^2+5x+3xy-x^2y^2+y^2+3xy-x^2y^2=5x+6xy+y^2=6xy+y^2+5x$ é um polinómio de grau 2

2. **Opção correta: (C)** pois $4xyz^2$ é o monómio de maior grau, 4, que constitui o polinómio, estando este na sua forma reduzida.

3.1. Três termos

3.2. Variáveis: x e y; coeficientes: $\frac{2}{3}$, -6 e 1

3.3. O grau é 4, pois é o maior grau dos monómios que formam o polinómio (o primeiro monómio tem grau 3, o segundo tem grau 1 e o terceiro tem grau 4)

4. $A=4x^2-6xy+x^2-ay+5y=5x^2-6xy+(-a+5)y$

$B=-\frac{1}{2}x^2-ay+5y+\frac{11}{2}x^2-4xy-2xy=\frac{10}{2}x^2+(-a+5)y-6xy=5x^2-6xy+(-a+5)y$

Assim, $A=B$.

Ficha n.º 2 – Página 129

5. $A=-\frac{1}{3}xy+ax-xy+5x+x^2y=-\frac{1}{3}xy+(a+5)x-\frac{3}{3}xy+x^2y=-\frac{4}{3}xy+(a+5)x+x^2y$

$B=6x^2y-bxy+\frac{1}{2}x+3xy-5x^2y=x^2y+(-b+3)xy+\frac{1}{2}x=(-b+3)xy+\frac{1}{2}x+x^2y$

Para que $A=B$: $-\frac{4}{3}=-b+3$ e $a+5=\frac{1}{2}$.

$-\frac{4}{3}=-b+3 \Leftrightarrow b=3+\frac{4}{3} \Leftrightarrow b=\frac{9}{3}+\frac{4}{3} \Leftrightarrow b=\frac{13}{3}$; $a+5=\frac{1}{2} \Leftrightarrow a=\frac{1}{2}-5 \Leftrightarrow a=\frac{1}{2}-\frac{10}{2} \Leftrightarrow a=-\frac{9}{2}$

6.1. $x^2y-2y^3+6x-x^2y+x+7y^3-xy^2=$

$=\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times(-1)-2\times(-1)^3+6\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times(-1)+\left(-\frac{1}{2}\right)+7\times(-1)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-1)^2=$

$=\frac{1}{4}\times(-1)-2\times(-1)-3-\frac{1}{4}\times(-1)-\frac{1}{2}+7\times(-1)+\frac{1}{2}\times1=$

$=-\frac{1}{4}+2-3+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-7+\frac{1}{2}=2-3-7=-8$

6.2. $x^2y-2y^3+6x-x^2y+x+7y^3-xy^2=5y^3+7x-xy^2$. Se $x=-\frac{1}{2}$ e $y=-1$, então:

$5y^3+7x-xy^2=5\times(-1)^3+7\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-1)^2=5\times(-1)-\frac{7}{2}+\frac{1}{2}\times1=-5-\frac{7}{2}+\frac{1}{2}=-5-\frac{6}{2}=-5-3=-8$

7.1. $P=\frac{1}{2}xy+2xy+2x^2y+3x^2y=\frac{1}{2}xy+\frac{4}{2}xy+5x^2y=\frac{5}{2}xy+5x^2y=5x^2y+\frac{5}{2}xy$

7.2. **a)** $\overline{AB}=2xy=2\times4\times\frac{1}{2}=4$; $\overline{BC}=3x^2y=3\times4^2\times\frac{1}{2}=3\times16\times\frac{1}{2}=24$

$\overline{CD}=2x^2y=2\times4^2\times\frac{1}{2}=16$; $\overline{AD}=\frac{1}{2}xy=\frac{1}{2}\times4\times\frac{1}{2}=1$. Logo, $P=4+24+16+1=45$.

b) $\frac{5}{2}xy+5x^2y=\frac{5}{2}\times4\times\frac{1}{2}+5\times4^2\times\frac{1}{2}=\frac{20}{4}+\frac{80}{2}=5+40=45$

8.1. $A+B=\frac{1}{2}x^2-6x+1+\left(-x^2+x-1\right)=\frac{1}{2}x^2-6x+1-x^2+x-1=\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{2}x^2-5x=-\frac{1}{2}x^2-5x$

8.2. $A+C=\frac{1}{2}x^2-6x+1+\frac{5}{3}x^2-\frac{1}{2}x-6=\frac{3}{6}x^2+\frac{10}{6}x^2-\frac{12}{2}x-\frac{1}{2}x-5=\frac{13}{6}x^2-\frac{13}{2}x-5$

8.3. $B+D=-x^2+x-1+x^2-\frac{2}{3}x+7=\frac{3}{3}x-\frac{2}{3}x+6=\frac{1}{3}x+6$

8.4. $2A-C=2\left(\frac{1}{2}x^2-6x+1\right)-\left(\frac{5}{3}x^2-\frac{1}{2}x-6\right)=x^2-12x+2-\frac{5}{3}x^2+\frac{1}{2}x+6=$

$=\frac{3}{3}x^2-\frac{5}{3}x^2-\frac{24}{2}x+\frac{1}{2}x+8=-\frac{2}{3}x^2-\frac{23}{2}x+8$

8.5. $3D-B=3\left(x^2-\frac{2}{3}x+7\right)-\left(-x^2+x-1\right)=3x^2-2x+21+x^2-x+1=4x^2-3x+22$

8.6. $-B+A=-\left(-x^2+x-1\right)+\frac{1}{2}x^2-6x+1=x^2-x+1+\frac{1}{2}x^2-6x+1=\frac{2}{2}x^2+\frac{1}{2}x^2-7x+2=\frac{3}{2}x^2-7x+2$

Ficha n.º 2 – Página 130

9.1. **Falsa.** Por exemplo: $A = x^2 + 1$ e $B = -x^2 + x$ são polinómios de grau 2. Contudo, $A + B = 1 + x$ é um polinómio de grau 1.

9.2. **Falsa.** Por exemplo: $A = x + 1$ e $B = x^2 + 2x + 3$ são polinómios com dois e três termos, respetivamente, e $A + B = x^2 + 3x + 4$ tem três termos e não cinco.

9.3. **Verdadeira.** Se $A = x^2 + 9$ e $B = x^2 + 5$: $A - B = 4$ tem grau 0.

9.4. **Verdadeira**, dado que o grau do primeiro mantém-se inalterável.

9.5. **Falsa.** $6xy + 3y^2x - 5y^2x + xy + 2y^2x = 7xy$, tratando-se de um polinómio de grau 2.

10.1. $2x\left(x^3 - 6xy\right) + 2\left(x^4 - y\right) = 2x^4 - 12x^2y + 2x^4 - 2y = 4x^4 - 12x^2y - 2y$

10.2. $-3xy(2x - 3y) + x\left(4xy - 6y^2\right) = -6x^2y + 9xy^2 + 4x^2y - 6xy^2 = -2x^2y + 3xy^2$

10.3. $(4x - 2y)(-x + 1) = 4x(-x + 1) - 2y(-x + 1) = -4x^2 + 4x + 2xy - 2y = -4x^2 + 2xy + 4x - 2y$

10.4. $(3 - 2x)\left(1 - 4x + x^2\right) = 3\left(1 - 4x + x^2\right) - 2x\left(1 - 4x + x^2\right) = 3 - 12x + 3x^2 - 2x + 8x^2 - 2x^3 =$

$= -2x^3 + 11x^2 - 14x + 3$

10.5. $ax\left(-\frac{3}{2}x + 2y - x^2\right) + 6x(1 - x) = -\frac{3a}{2}x^2 + 2axy - ax^3 + 6x - 6x^2 = \left(-\frac{3a}{2} - 6\right)x^2 + 2axy - ax^3 + 6x =$

$= -ax^3 + \left(-\frac{3a}{2} - 6\right)x^2 + 2axy + 6x$

10.6. $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)(-ax + by - axy) = \frac{1}{2}x(-ax + by - axy) - 1(-ax + by - axy) =$

$= -\frac{a}{2}x^2 + \frac{b}{2}xy - \frac{a}{2}x^2y + ax - by + axy = -\frac{a}{2}x^2 + \left(\frac{b}{2} + a\right)xy - \frac{a}{2}x^2y + ax - by$

10.7. $\left(2xz + z^2x\right)(-3x + 2z) - 4z^3x + x^2z = 2xz(-3x + 2z) + z^2x(-3x + 2z) - 4z^3x + x^2z =$

$= -6x^2z + 4xz^2 - 3x^2z^2 + 2xz^3 - 4xz^3 + x^2z = -3x^2z^2 - 2xz^3 - 5x^2z + 4xz^2$

10.8. $(-z + axz)\left(z^2 - 2x\right) - 3x(z - xz) = -z\left(z^2 - 2x\right) + axz\left(z^2 - 2x\right) - 3xz + 3x^2z =$

$= -z^3 + 2xz + axz^3 - 2ax^2z - 3xz + 3x^2z = axz^3 + (-2a + 3)x^2z - z^3 - xz$

11.1. $A - C = x^2 + 1 - \left(\frac{1}{2}x^2 - 5x + 1\right) = x^2 + 1 - \frac{1}{2}x^2 + 5x - 1 = \frac{2}{2}x^2 - \frac{1}{2}x^2 + 5x = \frac{1}{2}x^2 + 5x$

11.2. $(A + B)^2 = \left[x^2 + 1 + \left(-x^2 + 3x\right)\right]^2 = \left(x^2 + 1 - x^2 + 3x\right)^2 = (1 + 3x)^2 = (1 + 3x)(1 + 3x) =$

$= 1(1 + 3x) + 3x(1 + 3x) = 1 + 3x + 3x + 9x^2 = 1 + 6x + 9x^2 = 9x^2 + 6x + 1$

11.3. $A \times B = \left(x^2 + 1\right) \times \left(-x^2 + 3x\right) = x^2\left(-x^2 + 3x\right) + 1\left(-x^2 + 3x\right) = -x^4 + 3x^3 - x^2 + 3x$

11.4. $B \times C - A = \left(-x^2 + 3x\right) \times \left(\frac{1}{2}x^2 - 5x + 1\right) - \left(x^2 + 1\right) = -x^2\left(\frac{1}{2}x^2 - 5x + 1\right) + 3x\left(\frac{1}{2}x^2 - 5x + 1\right) - x^2 - 1 =$

$= -\frac{1}{2}x^4 + 5x^3 - x^2 + \frac{3}{2}x^3 - 15x^2 + 3x - x^2 - 1 = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{13}{2}x^3 - 17x^2 + 3x - 1$

Ficha n.º 2 – Página 131

12.1. $P_1 = 4(2x+1) = 8x+4$

$P_2 = 3\left(\frac{1}{2}x+3\right) = \frac{3}{2}x+9$

12.2. $P_1 - P_2 = 8x+4-\left(\frac{3}{2}x+9\right) = 8x+4-\frac{3}{2}x-9 = \frac{16}{2}x-\frac{3}{2}x-5 = \frac{13}{2}x-5$

12.3. **a)** $P_1 = 8\times 4+4 = 32+4 = 36$

$P_2 = \frac{3}{2}\times 4+9 = \frac{12}{2}+9 = 6+9 = 15$

$P_1 - P_2 = 36-15 = 21$

b) $P_1 - P_2 = \frac{13}{2}\times 4-5 = 26-5 = 21$

12.4. $A = (2x+1)^2 = (2x+1)(2x+1) = 2x(2x+1)+1(2x+1) = 4x^2+2x+2x+1 = 4x^2+4x+1$

13.1. $2xy\times(xy-1) = 2x^2y^2-2xy$

13.2. $V = A_b \times h = (2x^2y^2-2xy)\times\left(\frac{1}{2}xy+x\right) = 2x^2y^2\left(\frac{1}{2}xy+x\right)-2xy\left(\frac{1}{2}xy+x\right) =$

$= x^3y^3+2x^3y^2-x^2y^2-2x^2y$

13.3. $V = 4^3\times 3^3+2\times 4^3\times 3^2-4^2\times 3^2-2\times 4^2\times 3 = 64\times 27+2\times 64\times 9-16\times 9-2\times 16\times 3 =$

$= 1728+1152-144-96 = 2640\ \text{m}^3$

$\frac{4}{5}\times 2640 = \frac{10\ 560}{5} = 2112\ \text{m}^3 = 2\,112\,000\ \text{dm}^3 = 2\,112\,000\ \text{l}$

Ficha n.º 3 – Página 132 **7. MONÓMIOS E POLINÓMIOS. EQUAÇÕES**

1.1. $(x+y)^2=(x+y)(x+y)=x(x+y)+y(x+y)=x^2+xy+yx+y^2=x^2+2xy+y^2$

1.2. A área do quadrado [*ABCD*] é dada por $\overline{AB}^2=(x+y)^2$. O quadrado [*ABCD*] pode ser decomposto nos quadrados [*DIEH*] e [*EGBF*] e nos retângulos [*AFEH*] e [*ICGE*]. Assim, a área do quadrado [*ABCD*] pode ser dado por $x^2+y^2+xy+xy=x^2+2xy+y^2$. Fica assim provado, geometricamente, que $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$.

2. **Opção correta: (C)**

$(x+y)(x+y)-(x^2+y^2)=(x+y)(x+y)-x^2-y^2=x^2+2xy+y^2-x^2-y^2=2xy$

3.1. $(x-2)^2=x^2+2\times x\times(-2)+(-2)^2=x^2-4x+4$

3.2. $(2x+3)^2=(2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2=4x^2+12x+9$

3.3. $\left(\frac{1}{2}x-4\right)^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times\frac{1}{2}x\times(-4)+(-4)^2=\frac{1}{4}x^2-4x+16$

3.4. $(2x-y)^2=(2x)^2+2\times 2x\times(-y)+(-y)^2=4x^2-4xy+y^2$

3.5. $(-3x+1)^2=(-3x)^2+2\times(-3x)\times 1+1^2=9x^2-6x+1$

3.6. $\left(\frac{4}{5}x-2y\right)^2=\left(\frac{4}{5}x\right)^2+2\times\left(\frac{4}{5}x\right)\times(-2y)+(-2y)^2=\frac{16}{25}x^2-\frac{16}{5}xy+4y^2$

3.7. $(x-3)^2-2x(1-x)=x^2+2\times x\times(-3)+(-3)^2-2x+2x^2=x^2-6x+9-2x+2x^2=3x^2-8x+9$

3.8. $1-x(x-1)^2+x^3-3x^2=1-x\left[x^2+2\times x\times(-1)+(-1)^2\right]+x^3-3x^2=$

$=1-x(x^2-2x+1)+x^3-3x^2=1-x^3+2x^2-x+x^3-3x^2=-x^2-x+1$

3.9. $(4-x)(2x-1)-(2x+4)^2=4(2x-1)-x(2x-1)-\left[(2x)^2+2\times 2x\times 4+4^2\right]=$

$=8x-4-2x^2+x-(4x^2+16x+16)=9x-4-2x^2-4x^2-16x-16=-6x^2-7x-20$

3.10. $\left(2-\frac{1}{3}x\right)^2+\frac{1}{3}x^2-6x=2^2+2\times 2\times\left(-\frac{1}{3}x\right)+\left(-\frac{1}{3}x\right)^2+\frac{1}{3}x^2-6x=4-\frac{4}{3}x+\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x^2-6x=$

$=4-\frac{4}{3}x-\frac{18}{3}x+\frac{1}{9}x^2+\frac{3}{9}x^2=4-\frac{22}{3}x+\frac{4}{9}x^2$

Ficha n.º 3 – Página 133

4.1. $(x+y)^2 = x^2 + 2\times x \times y + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$; $(-x-y)^2 = (-x)^2 + 2\times(-x)\times(-y) + (-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

Logo, $(x+y)^2 = (-x-y)^2$.

4.2. $(x-y)^2 = x^2 + 2\times x\times(-y) + (-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

$(y-x)^2 = y^2 + 2\times y\times(-x) + (-x)^2 = y^2 - 2xy + x^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Logo, $(x-y)^2 = (y-x)^2$.

5.1. $A_B - A_A = (4x+2)^2 - (3x-1)^2 = (4x)^2 + 2\times 4x\times 2 + 2^2 - \left[(3x)^2 + 2\times 3x\times(-1) + (-1)^2\right] =$

$= 16x^2 + 16x + 4 - (9x^2 - 6x + 1) = 16x^2 + 16x + 4 - 9x^2 + 6x - 1 = 7x^2 + 22x + 3$

5.2. **a)** $A_B = \left(4\times\frac{1}{2}+2\right) = (2+2)^2 = 4^2 = 16$; $A_A = \left(3\times\frac{1}{2}-1\right) = \left(\frac{3}{2}-1\right)^2 = \left(\frac{3}{2}-\frac{2}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$A_B - A_A = 16 - \frac{1}{4} = \frac{64}{4} - \frac{1}{4} = \frac{63}{4}$

b) $7\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 22\times\frac{1}{2} + 3 = 7\times\frac{1}{4} + \frac{22}{2} + 3 = \frac{7}{4} + 11 + 3 = \frac{7}{4} + 14 = \frac{7}{4} + \frac{56}{4} = \frac{63}{4}$

c) Depois de ter a expressão polinomial na forma reduzida correspondente à diferença entre as áreas, é mais rápido substituir nessa expressão a variável x por $\frac{1}{2}$ do que substituir separadamente na área de cada um dos quadrados.

6.1. $9x^2 + 24x + 16 = (3x+4)^2$, porque $4^2 = 16$ e $2\times 3x\times 4 = 24x$

6.2. $y^2 - 10y + 25 = (y-5)^2$, porque $5^2 = 16$ e $2\times y\times(-5) = -10y$

6.3. $x^2 + 12x + 36 = (x+6)^2$, porque $6^2 = 36$ e $2\times x\times 6 = 12x$

6.4. $16x^2 - 16x + 4 = (4x-2)^2$, porque $2^2 = 4$ e $2\times 4x\times(-2) = -16x$

6.5. $49 + 28x + 4x^2 = (7+2x)^2$, porque $7^2 = 49$, $(2x)^2 = 4x^2$ e $2\times 2x\times 7 = 28x$

6.6. $\left(\frac{x}{2}+8\right)^2 = \frac{x^2}{4} + 8x + 64$, porque $8^2 = 64$ e $2\times\frac{x}{2}\times 8 = 8x$

6.7. $\left(z+\frac{1}{3}\right)^2 = z^2 + \frac{2}{3}z + \frac{1}{9}$, porque $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ e $2\times z\times\frac{1}{3} = \frac{2}{3}z$

6.8. $\frac{1}{36} - \frac{y}{2} + \frac{9y^2}{4} = \left(\frac{1}{6} - \frac{3y}{2}\right)^2$, porque $\left(\frac{3y}{2}\right)^2 = \frac{9y^2}{4}$ e $2\times\frac{1}{6}\times\left(-\frac{3y}{2}\right) = -\frac{3y}{6} = -\frac{1}{2}y = -\frac{y}{2}$

1. $(x-y)(x+y)=x(x+y)-y(x+y)=x^2+\cancel{xy}-\cancel{yx}-y^2=x^2-y^2$

2.1. O quadrado [*ABCD*] da figura tem lado *x* e o quadrado [*FECG*] tem lado *y*. Assim, a área do polígono [*ABEFGD*] é a diferença entre a área de [*ABCD*] e a área de [*FECG*], ou seja, tem x^2-y^2 unidades de área.

2.2. O polígono [*ABEFGD*] pode ser transformado num retângulo com a mesma área, ”movendo” o retângulo [*IFGD*] para o lado do retângulo [*HBEF*], justapondo os lados [*BE*] e [*IF*], como mostra a figura. Nesta nova figura, $\overline{AG}=x+y$ e $\overline{AI}=x-y$, logo, a sua área total é $(x+y)\times(x-y)$. Fica assim demonstrado geometricamente que $(x-y)\times(x+y)=x^2-y^2$.

3.1. $(x-1)\times(x+1)=x^2-1$

3.2. $(x+5)\times(x-5)=x^2-25$

3.3. $(2y-2)\times(2y+2)=(2y)^2-2^2=4y^2-4$

3.4. $1-x^2=(1-x)\times(1+x)$

3.5. $(2x+3)\times(2x-3)=4x^2-9$

3.6. $1234^2-2^2=(1234+2)\times(1234-2)$

3.7. $\left(\frac{1}{2}z-1\right)\times\left(\frac{1}{2}z+1\right)=\left(\frac{1}{2}z\right)^2-1^2=\frac{1}{4}z^2-1$

3.8. $\left(\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{1}{3}y\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}y^2-\frac{4}{9}$

3.9. $\left(xy-\frac{1}{2}\right)\times\left(xy+\frac{1}{2}\right)=(xy)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2y^2-\frac{1}{4}$

3.10. $\left(\frac{4}{5}t+1\right)\times\left(\frac{4}{5}t-1\right)=\frac{16}{25}t^2-1$

Ficha n.º 4 – Página 135

4. Opção correta: **(C)**

$$(a-b)(c+d)=a(c+d)-b(c+d)=ac+ad-bc-bd\neq(ac)^2-(bd)^2$$

5.1. $\left(\frac{1}{2}x-4\right)^2-\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times\frac{1}{2}x\times(-4)+(-4)^2-\left[x^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]=$

$=\frac{1}{4}x^2-4x+16-x^2+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}x^2-\frac{4}{4}x^2-4x+\frac{64}{4}+\frac{1}{4}=-\frac{3}{4}x^2-4x+\frac{65}{4}$

5.2. $-(2x-3)(2x+3)-\left(x^2-8\right)=-\left[(2x)^2-3^2\right]-x^2+8=-4x^2+9-x^2+8=-5x^2+17$

5.3. $\frac{1}{2}(x-1)^2+6x(1-x)=\frac{1}{2}\left(x^2+2\times x\times(-1)+(-1)^2\right)+6x-6x^2=\frac{1}{2}\left(x^2-2x+1\right)+6x-6x^2=$

$=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}+6x-\frac{12}{2}x^2=-\frac{11}{2}x^2+5x+\frac{1}{2}$

5.4. $(-2w+1)(-2w-1)+(3w+2)^2=(-2w)^2-1^2+(3w)^2+2\times3w\times2+2^2=4w^2-1+9w^2+12w+4=$

$=13w^2+12w+3$

6. $(x+1)^2-(x+1)(x-1)=x^2+2\times x\times1+1^2-\left(x^2-1^2\right)=x^2+2x+1-x^2+1=2x+2=2(x+1)$

7.1. $A_{\text{sombreada}}=A_{\text{retângulo}}-A_{\text{quadrado}}=(x+8)(x-8)-(x-12)^2=x^2-8^2-\left[x^2+2\times x\times(-12)+(-12)^2\right]=$

$=x^2-64-\left(x^2-24x+144\right)=x^2-64-x^2+24x-144=24x-208$

7.2. $24\times14-208=336-208=128\ \text{m}^2$

8. $(x-2)^2+(x-2)(x-2+4)=x^2+2\times x\times(-2)+(-2)^2+(x-2)(x+2)=$

$=x^2-4x+4+x^2-2^2=2x^2-4x+4-4=2x^2-4x$

1. **Opção correta: (C)**, porque $4x(1-4x)=4x-16x^2$

2. **(A) → (2); (B) → (5); (C) → (3); (D) → (4); (E) → (1)**

Cálculos auxiliares:

(1) $\left(\frac{1}{3}x-1\right)\left(\frac{1}{3}x+1\right)=\left(\frac{1}{3}x\right)^2-1^2=\frac{1}{9}x^2-1=\frac{x^2}{9}-1$

(2) $(x-4)(x+4)=x^2-4^2=x^2-16$

(3) $\left(\frac{1}{3}x+3\right)\left(\frac{1}{3}x+3\right)=\left(\frac{1}{3}x+3\right)^2=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2\times\frac{1}{3}x\times3+3^2=\frac{1}{9}x^2+2x+9=\frac{x^2}{9}+2x+9$

(4) $(x-4)(x-4)=(x-4)^2=x^2+2\times x\times(-4)+(-4)^2=x^2-8x+16$

(5) $x(5-2x)=5x-2x^2=-2x^2+5x$

3.1. $x^2+6x+9=(x+3)^2=(x+3)(x+3)$

3.2. $16y^2-100=(4y-10)(4y+10)$

3.3. $\frac{x^2}{4}-1=\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\frac{x}{2}+1\right)$

3.4. $\frac{1}{4}+x+x^2=\left(\frac{1}{2}+x\right)^2=\left(\frac{1}{2}+x\right)\left(\frac{1}{2}+x\right)$

3.5. $\frac{1}{3}x^2-2x=x\left(\frac{1}{3}x-2\right)$

3.6. $16x^2-40x+25=(4x-5)^2=(4x-5)(4x-5)$

3.7. $y^3+2y^2+y=y\left(y^2+2y+1\right)=y(y+1)^2=y(y+1)(y+1)$

3.8. $2x^2-8x=2x(x-4)$

3.9. $36-\frac{b^2}{9}=\left(6-\frac{b}{3}\right)\left(6+\frac{b}{3}\right)$

3.10. $x^3-x=x\left(x^2-1\right)=x(x+1)(x-1)$

Ficha n.º 5 – Página 137

4.1. $(x-3)^2-36=(x-3)^2-6^2=(x-3-6)(x-3+6)=(x-9)(x+3)$

4.2. $1-(2x+1)^2=1^2-(2x+1)^2=[1-(2x+1)]\times[1+(2x+1)]=(1-2x-1)(1+2x+1)=-2x(2+2x)$

4.3. $\frac{9}{4}-\left(\frac{x}{2}-1\right)^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{x}{2}-1\right)^2=\left[\frac{3}{2}-\left(\frac{x}{2}-1\right)\right]\times\left[\frac{3}{2}+\left(\frac{x}{2}-1\right)\right]=$

$=\left(\frac{3}{2}-\frac{x}{2}+\frac{2}{2}\right)\left(\frac{3}{2}+\frac{x}{2}-\frac{2}{2}\right)=\left(\frac{5}{2}-\frac{x}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+\frac{x}{2}\right)$

4.4. $(1-y)^2-9=(1-y)^2-3^2=(1-y-3)(1-y+3)=(-y-2)(-y+4)$

4.5. $(x+1)^2-(2x-1)^2=[x+1-(2x-1)]\times[x+1+(2x-1)]=(x+1-2x+1)(x+1+2x-1)=$

$=(-x+2)\times 3x=3x(-x+2)$

4.6. $(2x-1)^2-(-x+3)^2=[2x-1-(-x+3)]\times[2x-1+(-x+3)]=$

$=(2x-1+x-3)(2x-1-x+3)=(3x-4)(x+2)$

5. $A=(2x+3)(x+1)+\left(2x+\frac{3}{2}\right)(x-2)=2x(x+1)+3(x+1)+2x(x-2)+\frac{3}{2}(x-2)=$

$=2x^2+2x+3x+3+2x^2-4x+\frac{3}{2}x-3=4x^2+\frac{5}{2}x=x\left(4x+\frac{5}{2}\right)$

6.1. **Verdadeira.** Os dois termos são $2xy$ e $3zw$. O primeiro tem como fatores 2, x e y e o segundo termo tem como fatores 3, z e w.

6.2. **Falsa.** O fator 2 também é comum.

6.3. **Falsa.** De facto, $y^2(y-2)-2y(y-2)+(y-2)=(y-2)(y^2-2y+1)$, mas este polinómio não se encontra na forma mais fatorizada possível.

6.4. **Falsa.** $x^4-1=(x^2)^2-1=(x^2-1)(x^2+1)=(x-1)(x+1)(x^2+1)$

6.5. **Falsa.** $(x+1)(x-1)$ é a factorização de x^2-1. Não é possível fatorizar o polinómio x^2+1.

1. **Opção correta: (D)**

$(x+1)(x+1)=0 \Leftrightarrow x^2+2x+1=0$ é uma equação do 2.º grau completa, pois nem o coeficiente de x nem o termo independente do 1.º membro são nulos.

$(x-1)^2=x^2 \Leftrightarrow x^2-2x+1=x^2 \Leftrightarrow -2x+1=0$, é uma equação do 1.º grau.

$x(x+4)=0 \Leftrightarrow x^2+4x=0$ e $(x-1)(x+1)=0 \Leftrightarrow x^2-1=0$ são duas equações do 2.º grau incompletas.

2.1. -5 e 5 (5 é o valor de y que anula o primeiro fator e -5 é o valor que anula o segundo fator.)

2.2. $-\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{2}$

2.3. $-\frac{4}{5}$ e $\frac{4}{5}$

2.4. -5 e 0

2.5. -1, 0 e 1

2.6. $0, 3, \frac{1}{8}$ e 2

3. Por exemplo:

3.1. $(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow x(x-2)-1(x-2)=0 \Leftrightarrow x^2-2x-x+2=0 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0$

3.2. $(x+3)(x-3)=0 \Leftrightarrow x^2-3^2=0 \Leftrightarrow x^2-9=0$

3.3. $x\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{4}{5}\right)=0 \Leftrightarrow \left(x^2-\frac{1}{2}x\right)\left(x+\frac{4}{5}\right)=0 \Leftrightarrow x^2\left(x+\frac{4}{5}\right)-\frac{1}{2}x\left(x+\frac{4}{5}\right)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^3+\frac{4}{5}x^2-\frac{1}{2}x^2-\frac{4}{10}x=0 \Leftrightarrow x^3+\frac{8}{10}x^2-\frac{5}{10}x^2-\frac{2}{5}x=0 \Leftrightarrow x^3+\frac{3}{10}x^2-\frac{2}{5}x=0$

3.4. $(x-a)(x+a)=0 \Leftrightarrow x^2-a^2=0$

4. Porque o segundo membro da equação não é nulo. Só é possível aplicar a lei do anulamento do produto na resolução de equações em que um dos membros é nulo e o outro é um produto de fatores.

Ficha n.º 6 – Página 139

5.1. $x^2-49=0 \Leftrightarrow (x-7)(x+7)=0 \Leftrightarrow x-7=0 \vee x+7=0 \Leftrightarrow x=7 \vee x=-7$ $S=\{-7\,,\,7\}$

5.2. $x^2-64=0 \Leftrightarrow (x-8)(x+8)=0 \Leftrightarrow x-8=0 \vee x+8=0 \Leftrightarrow x=8 \vee x=-8$ $S=\{-8\,,\,8\}$

5.3. $3x^2=2x \Leftrightarrow 3x^2-2x=0 \Leftrightarrow x(3x-2)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 3x-2=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{2}{3}$ $S=\left\{0\,,\,\frac{2}{3}\right\}$

5.4. $6x^2+x=0 \Leftrightarrow x(6x+1)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 6x+1=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=-\frac{1}{6}$ $S=\left\{-\frac{1}{6}\,,\,0\right\}$

5.5. $16x^2-9=0 \Leftrightarrow (4x-3)(4x+3)=0 \Leftrightarrow 4x-3=0 \vee 4x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{4} \vee x=-\frac{3}{4}$ $S=\left\{-\frac{3}{4}\,,\,\frac{3}{4}\right\}$

5.6. $x(-x+3)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -x+3=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -x=-3 \Leftrightarrow x=0 \vee x=3$ $S=\{0,\ 3\}$

5.7. $-x\left(\frac{x-1}{2}\right)=0 \Leftrightarrow -x=0 \vee \frac{x-1}{2}=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x-1=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=1$ $S=\{0,\ 1\}$

5.8. $(x-3)(5-x)=0 \Leftrightarrow x-3=0 \vee 5-x=0 \Leftrightarrow x=3 \vee 5=x \Leftrightarrow x=3 \vee x=5$ $S=\{3,\ 5\}$

5.9. $6(x-3)+x(x-3)=0 \Leftrightarrow (6+x)(x-3)=0 \Leftrightarrow 6+x=0 \vee x-3=0 \Leftrightarrow x=-6 \vee x=3$ $S=\{-6,\ 3\}$

5.10. $(2x-3)^2=-4(2x-3) \Leftrightarrow (2x-3)(2x-3)+4(2x-3)=0 \Leftrightarrow (2x-3+4)(2x-3)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (2x+1)(2x-3)=0 \Leftrightarrow 2x+1=0 \vee 2x-3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2} \vee x=\frac{3}{2}$ $S=\left\{-\frac{1}{2},\ \frac{3}{2}\right\}$

5.11. $\left(\frac{1}{2}-x\right)^2=\frac{1}{2}-x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}-x\right)\left(\frac{1}{2}-x\right)-\left(\frac{1}{2}-x\right)\times 1=0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}-x\right)\left(\frac{1}{2}-x-1\right)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}-x=0 \vee \frac{1}{2}-x-1=0 \Leftrightarrow -x=-\frac{1}{2} \vee -x=-\frac{1}{2}+1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \vee x=-\frac{1}{2}$ $S=\left\{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\}$

5.12. $x^2-(2x-7)^2=0 \Leftrightarrow [x-(2x-7)]\times[x+(2x-7)]=0 \Leftrightarrow (x-2x+7)(x+2x-7)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (-x+7)(3x-7)=0 \Leftrightarrow -x+7=0 \vee 3x-7=0 \Leftrightarrow x=7 \vee x=\frac{7}{3}$ $S=\left\{\frac{7}{3},7\right\}$

5.13. $(8x-5)^2=(4x-3)^2 \Leftrightarrow (8x-5)^2-(4x-3)^2=0 \Leftrightarrow 0 \Leftrightarrow [8x-5-(4x-3)]\times[8x-5+(4x-3)]=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (8x-5-4x+3)(8x-5+4x-3)=0 \Leftrightarrow (4x-2)(12x-8)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (4x-2)=0 \vee (12x-8)=0 \Leftrightarrow 4x=2 \vee 12x=8 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \vee x=\frac{2}{3}$ $S=\left\{\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right\}$

5.14. $x(x+6)+3(-x-6)=0 \Leftrightarrow x(x+6)-3(x+6)=0 \Leftrightarrow (x+6)(x-3)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x+6=0 \vee x-3=0 \Leftrightarrow x=-6 \vee x=3$ $S=\{-6,3\}$

5.15. $x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2=0 \Leftrightarrow (x+2)(x+2)=0 \Leftrightarrow x+2=0 \vee x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ $S=\{-2\}$

5.16. $\left(3x-\frac{1}{9}\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(3x-\frac{1}{9}\right)\left(3x-\frac{1}{9}\right)=0 \Leftrightarrow 3x-\frac{1}{9}=0 \vee 3x-\frac{1}{9}=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{27}$ $S=\left\{\frac{1}{27}\right\}$

5.17. $16x^2-40x=-25 \Leftrightarrow 16x^2-40x+25=0 \Leftrightarrow (4x-5)^2=0 \Leftrightarrow 4x-5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$ $S=\left\{\frac{5}{4}\right\}$

5.18. $x^2=-1$. Esta equação é impossível, pois qualquer que seja o valor de x, x^2 é sempre maior ou igual a zero. Logo, x^2 não pode ser –1, pelo que $S=\varnothing$.

1. Opção correta: (C)

Se $a = 0$, $x^2 = a \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \rightarrow$ Uma só solução.

Se $a < 0$, $x^2 = a$ é impossível $\rightarrow$ Nenhuma solução.

Se $a > 0$, $x^2 = a \Leftrightarrow x = \sqrt{a} \Leftrightarrow x = -\sqrt{a} \rightarrow$ Duas soluções distintas.

2. Opção correta: (A)

$x^2 = ax \Leftrightarrow x^2 - ax = 0 \Leftrightarrow x(x-a) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - a = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = a$

Assim, a equação admite uma única solução se $a = 0$ e duas soluções distintas se $a \neq 0$.

3. Seja x o número pedido.

$2x^2 = 288 \Leftrightarrow x^2 = 144 \Leftrightarrow x = \sqrt{144} \vee x = -\sqrt{144} \Leftrightarrow x = 12 \vee \underbrace{x = -12}_{\text{não é natural}}$

Assim, trata-se do número 12.

4. Seja x o número pedido.

$x = x^2 \Leftrightarrow x - x^2 = 0 \Leftrightarrow x(1-x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 1 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 1 = x \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$

$S = \{0, 1\}$

Os números são o 0 e o 1.

5. $\pi R^2 = 113{,}04 \Leftrightarrow R^2 = \dfrac{113{,}04}{3{,}14} \Leftrightarrow R^2 = 36 \Leftrightarrow R = \sqrt{36} \vee R = -\sqrt{36} \Leftrightarrow R = 6 \vee \underbrace{R = -6}_{\text{O raio não pode ser negativo.}}$

Assim, $R = 6$, pelo que o diâmetro é igual a 12 cm.

Ficha n.º 7 – Página 141

6.1. Se o triângulo é retângulo, então os seus lados verificam o Teorema de Pitágoras.

$x^2 = 8^2 + (x-4)^2 \Leftrightarrow x^2 = 64 + x^2 + 2 \times x \times (-4) + (-4)^2 \Leftrightarrow 0 = 64 - 8x + 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 8x = 80 \Leftrightarrow x = \frac{80}{8} \Leftrightarrow x = 10$

6.2. $(2x+1)^2 = (2x)^2 + 3^2 \Leftrightarrow (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 + 9 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 + 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x = 9 - 1 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{4} \Leftrightarrow x = 2$

7. O retângulo decompõe-se em dois triângulos retângulos iguais. Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$x^2 = 7^2 + (x-1)^2 \Leftrightarrow x^2 = 49 + x^2 + 2 \times x \times (-1) + (-1)^2 \Leftrightarrow 0 = 49 - 2x + 1 \Leftrightarrow 2x = 50 \Leftrightarrow x = 25$

$A = 7 \times (x-1) = 7 \times (25-1) = 7 \times 24 = 168$ unidades quadradas

8. Sejam x e $x+1$ números inteiros consecutivos.

$x(x+1) = x + 16 \Leftrightarrow x^2 + x = x + 16 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \sqrt{16} \vee x = -\sqrt{16} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -4$

Se $x = 4$, $x + 1 = 5$; se $x = -4$, $x + 1 = -3$.

Os números são 4 e 5 ou –4 e –3.

9.1. Opção correta: **(B)**

O número de círculos azuis é igual à ordem do termo (n); o número de círculos brancos é igual ao quadrado da ordem do termo (n^2). Assim, o número total de círculos é $n^2 + n$.

9.2. $n^2 = 121 \underset{n>0}{\Leftrightarrow} n = \sqrt{121} \Leftrightarrow n = 11 \rightarrow$ ordem do termo.

A figura tem 11 círculos azuis.

9.3. $n^2 + n = n + 625 \Leftrightarrow n^2 = 625 \underset{n>0}{\Leftrightarrow} n = \sqrt{625} \Leftrightarrow n = 25$

Trata-se do 25.º termo.

9.4. $n^2 + n = 6n \Leftrightarrow n^2 + n - 6n = 0 \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow n(n-5) = 0 \Leftrightarrow n = 0 \vee n - 5 = 0 \Leftrightarrow \underbrace{n = 0}_{\text{impossível pois } 0 \notin \mathbb{N}} \vee n = 5$

Trata-se do 5.º termo.

10. $(x-6)(x+6)=28 \Leftrightarrow x^2-6^2=28 \Leftrightarrow x^2=28+36 \Leftrightarrow x^2=64 \Leftrightarrow x=\sqrt{64} \vee x=-\sqrt{64} \Leftrightarrow x=8 \vee x=-8$

$x=-8$ não faz sentido no contexto apresentado pois se x fosse –8, a largura do retângulo ficaria $-8-6=-14$ e as medidas dos lados do retângulo não podem ser negativas.

$x-6=8-6=2$; $x+6=8+6=14$

A largura do retângulo é 2 cm sendo 14 cm o seu comprimento.

11.1. $x+1$, $x+2$, $x+3$

11.2. $3x+x^2+(x+1)^2=13+(x+2)(x+3) \Leftrightarrow 3x+x^2+x^2+2x+1=13+x(x+3)+2(x+3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2+5x+1=13+x^2+3x+2x+6 \Leftrightarrow 2x^2-x^2+5x-5x=13+6-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2=18 \Leftrightarrow x=\sqrt{18} \vee x=-\sqrt{18}$

Nem $x=\sqrt{18}$ nem $x=-\sqrt{18}$ corresponde a um número inteiro, logo não existem quatro números inteiros consecutivos que satisfaçam a condição do enunciado.

12.1. O erro cometido pelo João ocorre na primeira etapa, porque está errado escrever $x-2=12 \vee x+2=12$, pois, neste caso, não é possível aplicar a lei do anulamento do produto, apenas seria possível se o segundo membro da equação dada fosse 0.

12.2. $(x-2)(x+2)=12 \Leftrightarrow x^2-2^2=12 \Leftrightarrow x^2=12+4 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\sqrt{16} \vee x=-\sqrt{16} \Leftrightarrow x=4 \vee x=-4$

$S=\{-4, 4\}$

13.1. $x=0 \rightarrow y=0^2-10\times 0+27=27$ m

A altura do poste da esquerda é 27 m.

13.2. Determinação do valor de x correspondente ao poste da direita:

$y=27 \Leftrightarrow x^2-10x+27=27 \Leftrightarrow x^2-10x=0 \Leftrightarrow x(x-10)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x-10=0 \Leftrightarrow \underbrace{x=0}_{\text{corresponde ao poste da esquerda}} \vee x=10$

A distância entre os dois postes é 10 m.

13.3. Se $x=5$, $y=5^2-10\times 5+27=25-50+27=2$ m

Como 1,80 < 2, então é possível o carro passar por baixo da corda sem lhe tocar.

Ficha n.º 7 – Página 143

14.1. $(x+1)^2=25 \Leftrightarrow x+1=\sqrt{25} \vee x+1=-\sqrt{25} \Leftrightarrow x+1=5 \vee x+1=-5 \Leftrightarrow x=4 \vee x=-6$ $\quad S=\{-6, 4\}$

14.2. $2x^3-8x^2=0 \Leftrightarrow x^2(2x-8)=0 \Leftrightarrow x^2=0 \vee 2x-8=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 2x=8 \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$ $\quad S=\{0, 4\}$

14.3. $(1-x)^2=1-2x \Leftrightarrow 1-2x+x^2=1-2x \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=0$ $\quad S=\{0\}$

14.4. $2(x-3)^2=32 \Leftrightarrow (x-3)^2=\frac{32}{2} \Leftrightarrow (x-3)^2=16 \Leftrightarrow x-3=4 \vee x-3=-4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=4+3 \vee x=-4+3 \Leftrightarrow x=7 \vee x=-1$ $\quad S=\{-1, 7\}$

14.5. $\frac{(x+1)^2}{2}-x=5 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x+1}{2}-\frac{2x}{2}=\frac{10}{2} \Leftrightarrow x^2+2x+1-2x=10 \Leftrightarrow x^2=10-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\sqrt{9} \vee x=-\sqrt{9} \Leftrightarrow x=3 \vee x=-3$ $\quad S=\{-3, 3\}$

14.6. $(-x+3)^2-(2x+1)^2=0 \Leftrightarrow [-x+3-(2x+1)]\times[-x+3+(2x+1)]=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (-x+3-2x-1)(-x+3+2x+1)=0 \Leftrightarrow (-3x+2)(x+4)=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x+2=0 \vee x+4=0 \Leftrightarrow -3x=-2 \vee x=-4 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3} \vee x=-4$ $\quad S=\left\{-4, \frac{2}{3}\right\}$

14.7. $(x-2)(x+2)-(2x-1)^2=-5 \Leftrightarrow x^2-2^2-\left[(2x)^2+2\times 2x\times(-1)+(-1)^2\right]=-5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-4-(4x^2-4x+1)=-5 \Leftrightarrow x^2-4-4x^2+4x-1=-5 \Leftrightarrow -3x^2+4x=0 \Leftrightarrow x(-3x+4)=0$

$\Leftrightarrow x=0 \vee -3x=-4 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{4}{3}$ $\quad S=\left\{0, \frac{4}{3}\right\}$

14.8. $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2-\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=x \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times\frac{1}{2}x\times 1+1^2-\left(x^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)=x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2+x+1-x^2+\frac{1}{9}=x \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2-\frac{4}{4}x^2=-1-\frac{1}{9} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^2=-\frac{9}{9}-\frac{1}{9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2=\frac{-\frac{10}{9}}{-\frac{3}{4}} \Leftrightarrow x^2=\frac{40}{27} \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{40}{27}} \vee x=-\sqrt{\frac{40}{27}}$ $\quad S=\left\{-\sqrt{\frac{40}{27}}, \sqrt{\frac{40}{27}}\right\}$

15. $3x^2=kx \Leftrightarrow 3x^2-kx=0 \Leftrightarrow x(3x-k)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 3x-k=0 \Leftrightarrow x=0 \vee 3x=k \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{k}{3}$

$x=0$ é um número inteiro e $x=\frac{k}{3}$ é inteiro apenas se k for múltiplo de 3, ou seja, se $k\in\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, pois $k\in\mathbb{N}$, $k\le 20$. Assim, existem seis equações nas condições pedidas.

16. $A_{\text{triângulo}}=A_{\text{retângulo}} \Leftrightarrow \frac{(x+6)(x+4)}{2}=(x+1)(2x+3) \Leftrightarrow \frac{x(x+4)+6(x+4)}{2}=x(2x+3)+1(2x+3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{x^2+4x+6x+24}{2}=2x^2+3x+2x+3 \Leftrightarrow x^2+10x+24=(2x^2+5x+3)\times 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+10x+24=4x^2+10x+6 \Leftrightarrow x^2-4x^2=6-24 \Leftrightarrow x^2=\frac{18}{3} \Leftrightarrow x^2=6 \Leftrightarrow x=\sqrt{6} \vee x=-\sqrt{6}$

$x=-\sqrt{6}$ não faz sentido no contexto apresentado pois se $x=-\sqrt{6}$, então $x+1$ seria $-\sqrt{6}+1<0$, e as medidas dos lados de um polígono não podem assumir valores negativos. Assim, $x=\sqrt{6}$.

17. $(2x+6)(x+5)-x(2x+1)=90 \Leftrightarrow 2x(x+5)+6(x+5)-2x^2-x=90 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2+10x+6x+30-2x^2-x=90 \Leftrightarrow 15x=90-30 \Leftrightarrow 15x=60 \Leftrightarrow x=\frac{60}{15} \Leftrightarrow x=4$

O terreno tem 14 m de comprimento e 9 m de largura e a piscina tem 9 m de comprimento e 4 m de largura.

1. **Opção correta: (A)**

O coeficiente é $-\frac{1}{3}$, pois $-\frac{xyz^2}{3} = -\frac{1}{3}xyz^2$ e o grau é 4, pois corresponde à soma dos expoentes das variáveis.

2. **Opção correta: (D)**

$$A \times B - C = (x+3)(-x+5) - (-x^2+2x+3) = x(-x+5) + 3(-x+5) + x^2 - 2x - 3 =$$
$$= -x^2 + 5x - 3x + 15 + x^2 - 2x - 3 = 12$$

12 é um polinómio constante não nulo e tem grau 0

3. **Opção correta: (D)**

$$x^8 - 1 = (x^4)^2 - 1^2 = (x^4+1)(x^4-1)$$

4.1. $\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right) - 2x(3-x) = (2x)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 6x + 2x^2 = 4x^2 - \frac{1}{4} - 6x + 2x^2 = 6x^2 - 6x - \frac{1}{4}$

4.2. $-2\left(\frac{1}{2}x-1\right)(-4x^2+1) - (2x+1)^2 = -2\left[\frac{1}{2}x(-4x^2+1) - 1(-4x^2+1)\right] - \left[(2x)^2 + 2\times 2x\times 1 + 1^2\right] =$

$= -2\left(-2x^3 + \frac{1}{2}x + 4x^2 - 1\right) - (4x^2+4x+1) = 4x^3 - x - 8x^2 + 2 - 4x^2 - 4x - 1 = 4x^3 - 12x^2 - 5x + 1$

5.1. $25 - 4x^2 = 5^2 - (2x)^2 = (5-2x)(5+2x)$

5.2. $9x^2 + 6x + 1 = (3x)^2 + 2\times 3x\times 1 + 1^2 = (3x+1)^2 = (3x+1)(3x+1)$

5.3. $5x - 10x^2 = 5x(1-2x)$

5.4. $(-x+2)^2 - 16 = (-x+2)^2 - 4^2 = (-x+2-4)(-x+2+4) = (-x-2)(-x+6)$

5.5. $2x^3 - 2x = 2x(x^2-1) = 2x(x-1)(x+1)$

5.6. $(x+2)^2 - (-x+1)^2 = [x+2-(-x+1)]\times[x+2+(-x+1)] = (x+2+x-1)(x+2-x+1) =$

$= (2x+1)\times 3 = 3(2x+1)$

Teste n.º 1 – Página 145

6.1. $16-x^2=0 \Leftrightarrow -x^2=-16 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=\sqrt{16} \vee x=-\sqrt{16} \Leftrightarrow x=4 \vee x=-4$

Ou

$16-x^2=0 \Leftrightarrow (4-x)(4+x)=0 \Leftrightarrow 4-x=0 \vee 4+x=0 \Leftrightarrow x=4 \vee x=-4$

$S=\{-4,\ 4\}$

6.2. $4x^2=16x \Leftrightarrow 4x^2-16x=0 \Leftrightarrow 4x(x-4)=0 \Leftrightarrow 4x(x-4)=0 \Leftrightarrow 4x=0 \vee x-4=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=4$

$S=\{0,\ 4\}$

6.3. $x^2-16x=-64 \Leftrightarrow x^2-16x+64=0 \Leftrightarrow x^2-2\times x\times 8+8^2=0 \Leftrightarrow (x-8)^2=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-8)(x-8)=0 \Leftrightarrow x-8=0 \vee x-8=0 \Leftrightarrow x=8$

$S=\{8\}$

6.4. $(x-1)^2-(x-1)(x+3)=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)-(x-1)(x+3)=0 \Leftrightarrow (x-1)[x-1-(x+3)]=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-1-x+3)=0 \Leftrightarrow (x-1)\times 2=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

$S=\{1\}$

7. $(x+4)(x-4)=33 \Leftrightarrow x^2-4^2=33 \Leftrightarrow x^2=33+16 \Leftrightarrow x^2=49 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\sqrt{49} \vee x=-\sqrt{49} \Leftrightarrow x=7 \vee x=-7$

$x=-7$ não pode ser pois a largura da folha não pode assumir um valor negativo.

$x+4=7+4=11$ cm

A largura inicial da folha era 7 cm e o seu comprimento 11 cm.

8.1. $A_{\text{sombreada}}=A_{[ABCD]}-A_{[DPQ]}=12\times 8-\frac{(8-x)(12-x)}{2}=96-\frac{96-8x-12x+x^2}{2}=\underset{\times 2}{\frac{96}{1}}-\frac{96-20x+x^2}{2}=$

$=\frac{192-96+20x-x^2}{2}=\frac{96+20x-x^2}{2}$

8.2. Se $\overline{DP}=6$, então $\overline{AP}=x=8-6=2$ cm

$A=\frac{96+20\times 2-2^2}{2}=\frac{96+40-4}{2}=\frac{132}{2}=66$ cm²

8.3. $\frac{96+20x-x^2}{2}=\frac{156-x^2}{2} \Leftrightarrow 96+20x-x^2=156-x^2 \Leftrightarrow 20x=156-96 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 20x=60 \Leftrightarrow x=\frac{60}{20} \Leftrightarrow x=3$

O ponto *P* encontra-se a 3 cm de *A*.

1.1. $f(x)=3x-1;\ g(x)=ax+b$

$(-1,3)$ e $(1,-1)$ são pontos do gráfico de g

$$a=\frac{3-(-1)}{-1-1}=\frac{3+1}{-2}=\frac{4}{-2}=-2$$

$$y=-2x+b \to -1=(-2)\times 1+b \Leftrightarrow -1=-2+b \Leftrightarrow -1+2=b \Leftrightarrow b=1$$

Logo, $g(x)=-2x+1$.

1.2. $h(-1)-2g(4)=(f(-1))^2-2g(4)=[3\times(-1)-1]^2-2\times((-2)\times 4+1)=(-3-1)^2-2\times(-8+1)=$

$=(-4)^2-2\times(-7)=16+14=30$

1.3. $h(x)=g(x)\Leftrightarrow (f(x))^2=g(x)\Leftrightarrow (3x-1)^2=-2x+1\Leftrightarrow (3x)^2+2\times 3x\times(-1)+(-1)^2=-2x+1\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 9x^2-6x+1=-2x+1\Leftrightarrow 9x^2-6x+2x=0\Leftrightarrow 9x^2-4x=0\Leftrightarrow x(9x-4)=0\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=0\vee 9x-4=0\Leftrightarrow x=0\vee 9x=4\Leftrightarrow x=0\vee x=\frac{4}{9}$

$S=\left\{0,\ \frac{4}{9}\right\}$

1.4. $h(x)=(g(x))^2\Leftrightarrow (f(x))^2=(g(x))^2\Leftrightarrow (3x-1)^2=(-2x+1)^2\Leftrightarrow (3x-1)^2-(-2x+1)^2=0\Leftrightarrow$

$[(3x-1)-(-2x+1)]\times[(3x-1)+(-2x+1)]=0\Leftrightarrow (3x-1+2x-1)(3x-1-2x+1)=0\Leftrightarrow (5x-2)x=0\Leftrightarrow$

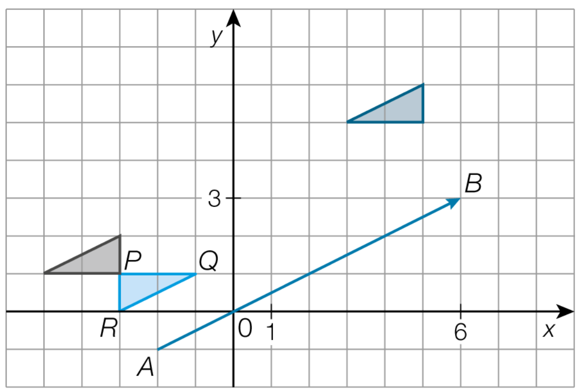
$\Leftrightarrow 5x-2=0\vee x=0\Leftrightarrow 5x=2\vee x=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}\vee x=0$

$S=\left\{0,\frac{2}{5}\right\}$

2.1. $f(x)=ax$; $\frac{1}{2}=a\times 1\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$, logo $f(x)=\frac{1}{2}x$

2.2. $A(-2,y)$, $y=\frac{1}{2}\times(-2)=-1$, logo $A(-2,-1)$

$B(x,3)$, $3=\frac{1}{2}x\Leftrightarrow x=3\times 2\Leftrightarrow x=6$, logo $B(6,3)$



O triângulo cinzento é o transformado do triângulo [*PQR*] por uma rotação de centro *P* e amplitude 180º, $R_{P,\,180º}$. O triângulo azul é o transformado do cinzento pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{AB}$, $T_{\overrightarrow{AB}}$.

Assim, o triângulo azul é o transformado do triângulo [*PQR*] por $T_{\overrightarrow{AB}}\circ R_{P,\,180º}$

Teste n.º 2 – Página 146 (cont.)

3. Opção correta: (D)

(A) $1-\frac{x-3}{2}=\frac{1}{2}(5-x) \Leftrightarrow \frac{1}{1}_{(\times 2)}-\frac{x}{2}+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}-\frac{x}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{\cancel{2}}-\frac{x}{\cancel{2}}+\frac{3}{\cancel{2}}=\frac{5}{\cancel{2}}-\frac{x}{\cancel{2}} \Leftrightarrow 2-x+3=5-x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x+x=5-2-3 \Leftrightarrow 0x=0$, a equação é possível e indeterminada, logo tem uma infinidade de soluções.

(B) $2\left(\frac{x}{2}-3\right)=6-x \Leftrightarrow \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}-6=6-x \Leftrightarrow x-6=6-x \Leftrightarrow x+x=6+6 \Leftrightarrow 2x=12 \Leftrightarrow x=\frac{12}{2} \Leftrightarrow x=6$

$S=\{6\}$

(C) $2\left(x-\frac{1}{2}\right)-2x=-(1-x) \Leftrightarrow \cancel{2x}-\frac{2}{2}\cancel{-2x}=-1+x \Leftrightarrow -1=-1+x \Leftrightarrow -1+1=x \Leftrightarrow x=0$, $S=\{0\}$

(D) $-3\left(1-\frac{2}{3}x\right)-x=3+x \Leftrightarrow -3+\frac{\cancel{3}\times 2}{\cancel{3}}x-x=3+x \Leftrightarrow -3+2x-x=3+x \Leftrightarrow 2x-x-x=3+3 \Leftrightarrow$

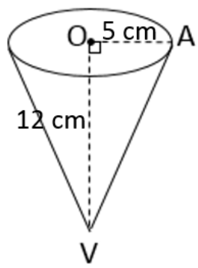
$\Leftrightarrow 0x=6$, a equação é impossível, logo não tem soluções, sendo o seu conjunto-solução o conjunto vazio.

Teste n.º 2 – Página 147

4. Opção correta: (B)

5.1. $V_{cone} = \frac{1}{3} \times A_{\underset{cone}{base}} \times h_{cone} \Leftrightarrow 100\pi = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times h \Leftrightarrow 100\pi = \frac{25\pi h}{3} \Leftrightarrow \frac{300\pi}{\cancel{3}} = \frac{25\pi h}{\cancel{3}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 300\pi = 25\pi h \Leftrightarrow \frac{300\cancel{\pi}}{25\cancel{\pi}} = h \Leftrightarrow h = 12 \text{ cm}$



5.2. Seja $[VA]$ a geratriz do cone. Pelo teorema de Pitágoras,

$\overline{VA}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OV}^2 \Leftrightarrow \overline{VA}^2 = 5^2 + 12^2 \Leftrightarrow \overline{VA}^2 = 25 + 144 \Leftrightarrow \overline{VA}^2 = 169 \underset{\overline{VA}>0}{\Leftrightarrow}$

$\underset{\overline{VA}>0}{\Leftrightarrow} \overline{VA} = \sqrt{169} \Leftrightarrow \overline{VA} = 13 \text{ cm}$

Assim, $A_{Total} = A_{base} + A_{lateral} = \pi \times 5^2 + \pi \times 5 \times 13 = 25\pi + 65\pi = 90\pi$ cm²

6.1. $C \times B^2 - A = 3x \times (-x+1)^2 - (x^2 + 6x) = 3x\left[(-x)^2 + 2 \times (-x) \times 1 + 1^2\right] - x^2 - 6x =$

$= 3x(x^2 - 2x + 1) - x^2 - 6x = 3x^3 - 6x^2 + 3x - x^2 - 6x = 3x^3 - 7x^2 - 3x$

6.2. $A = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \underset{\times 2}{\frac{6}{2}} = \frac{1}{4} + \frac{12}{4} = \frac{13}{4}$

$B = -\frac{1}{2} + 1 = -\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$

$A \times B = \frac{13}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{8}$

6.3. $10 \times 1{,}1(6) = 11{,}(6)$

$100 \times 1{,}1(6) = 116{,}(6)$

$100 \times 1{,}1(6) - 10 \times 1{,}1(6) = 116{,}(6) - 11{,}(6) \Leftrightarrow 90 \times 1{,}1(6) = 105 \Leftrightarrow 1{,}1(6) = \underset{:15}{\frac{105}{90}} \Leftrightarrow 1{,}1(6) = \frac{7}{6}$

Assim, $x = -\frac{7}{6}$.

$B = -x + 1$, logo, se $x = -\frac{7}{6}$, então $B = -\left(-\frac{7}{6}\right) + 1 = \frac{7}{6} + \frac{6}{6} = \frac{13}{6}$.

Teste n.º 2 – Página 148

7. Opção correta: (B)

$$a=\frac{2^2\times 2^3}{2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{2^5}{2}-2^3+1=2^4-8+1=16-8+1=9$$

$b=\sqrt{10}$, pois se x for a medida da hipotenusa do triângulo representado:

$x^2=3^2+1^2 \Leftrightarrow x^2=10 \underset{x>0}{\Leftrightarrow} x=\sqrt{10}$, logo $b=\sqrt{10}$.

$$c=-b^2-(3-b)(3+b)=-b^2-\left(3^2-b^2\right)=\cancel{-b^2}-9\cancel{+b^2}=-9$$

Assim, $a>b>c$.

8. Opção correta: (A)

$x(16-x)=16x-x^2$

9. Como AB//CD, os triângulos [ABE] e [CDE] são semelhantes, pelo critério de semelhança de triângulos AA, logo os lados correspondentes dos dois triângulos são diretamente proporcionais:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DC}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$$

$\frac{8}{6}=\frac{x+2}{x}$, sendo $x=\overline{DE}$.

Assim, $8x=6(x+2) \Leftrightarrow 8x=6x+12 \Leftrightarrow 8x-6x=12 \Leftrightarrow 2x=12 \Leftrightarrow x=\frac{12}{2} \Leftrightarrow x=6$.

Logo, $\overline{DE}=6$ cm

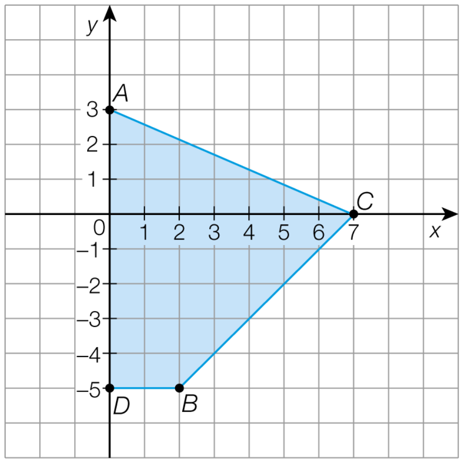
10.1. $y=(-4)\times\frac{1}{4}\times 3=-1+3=2$, logo $P\left(\frac{1}{4},2\right)$

10.2. Sabendo que retas paralelas têm o mesmo declive, então:

$t: y=-4x+b \rightarrow 2=(-4)\times(-1)+b \Leftrightarrow 2=4+b \Leftrightarrow 2-4=b \Leftrightarrow b=-2$

Logo, $t: y=-4x-2$.

Teste n.º 2 – Página 149



10.3. $A(0,3)$ e $D(0,-5)$.

B é o ponto de interseção das retas $r: y=-4x+3$ e $s: y=x-7$.

A abcissa de B é tal que:

$-4x+3=x-7 \Leftrightarrow -4x-x=-7-3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -5x=-10 \Leftrightarrow x=\frac{-10}{-5} \Leftrightarrow x=2$

$y=x-7$, logo $y=2-7=-5$, pelo que $B(2,-5)$.

A abcissa de $C(x,0)$ é tal que: $0=x-7 \Leftrightarrow x=7$, logo $C(7,0)$.

$$A_{[ABCD]}=A_{[OAC]}+A_{[OCBD]}=\frac{7\times 3}{2}+\frac{(7+2)\times 5}{2}=\frac{21}{2}+\frac{9\times 5}{2}=\frac{21}{2}+\frac{45}{2}=\frac{66}{2}=33 \text{ unidades quadradas}$$

11.
$$\begin{cases}2x-y=4\\ -x+\frac{y}{3}=-\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-y=4-2x\\ -x+\frac{y}{3}=-\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ -x+\frac{y}{3}=-\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ -x+\frac{-4+2x}{3}=-\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ -\underset{(\times 6)}{\frac{x}{1}}-\underset{(\times 2)}{\frac{4}{3}}+\underset{(\times 2)}{\frac{2x}{3}}=-\underset{(\times 3)}{\frac{3}{2}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ -\frac{6x}{\cancel{6}}-\frac{8}{\cancel{6}}+\frac{4x}{\cancel{6}}=-\frac{9}{\cancel{6}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ -6x-8+4x=-9\end{cases}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ -6x+4x=-9+8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ -2x=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2x\\ x=\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-4+2\times\frac{1}{2}\\ x=\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=-3\\ x=\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$S=\left\{\left(\frac{1}{2},-3\right)\right\}$$

12.1. $h(1{,}5)=\left(-\frac{4}{9}\right)\times 1{,}5^2+\frac{8}{3}\times 1{,}5=\left(-\frac{4}{9}\right)\times\left(\frac{3}{2}\right)^2+\frac{8}{3}\times\frac{3}{2}=\left(-\frac{4}{9}\right)\times\frac{9}{4}+\frac{8}{3}\times\frac{3}{2}=-1+4=3$

Significa que 1,5 s após ter sido dado o pontapé, a bola encontrava-se a uma altura de 3 m.

12.2. $-\frac{4}{9}x^2+\frac{8}{3}x=0 \Leftrightarrow x\left(-\frac{4}{9}x+\frac{8}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -\frac{4}{9}x+\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow x=0 \vee -\frac{4}{9}x=-\frac{8}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{9}} \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{9\times 8}{3\times 4} \Leftrightarrow x=0 \vee x=\frac{3\times 3\times 4\times 2}{3\times 4} \Leftrightarrow \underbrace{x=0}_{\text{instante inicial}} \vee x=6$

A bola caiu no chão passados seis segundos.

12.3. $6:2=3$ segundos

$h(3)=\left(-\frac{4}{9}\right)\times 3^2+\frac{8}{3}\times 3=\left(-\frac{4}{9}\right)\times 9+\frac{8}{3}\times 3=-4+8=4$

A altura máxima atingida pela bola foi 4 m. Como 4 < 6, a bola não atingiu o teto do pavilhão.