Probabilidades (12.º ano)

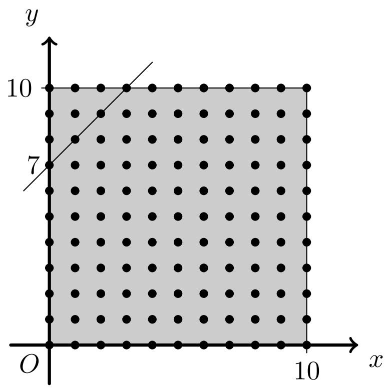
Noções gerais

Exercícios de Provas Nacionais e Testes Intermédios - Propostas de resolução

1. Observando que entre 0 e 10 existem 11 valores números inteiros (incluindo estes limites), então o número de pontos cujas coordenadas são números inteiros, na região indicada, ou seja, o número de casos possíveis, é:

$$11 \times 11 = 121$$

A reta de equação $y = x + 7$ contém 4 dos pontos com coordenadas inteiras que pertencem a esta região $\big((0,7);(1,8);(2,9)$ e $(3,10)\big)$, o seja, o núemor de casos favoráveis é 4.



Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que o valor, arredondado às milésimas, da probabilidade de selecionar ao acaso um dos pontos identificados e ele pertencer à reta dada, é:

$$\frac{4}{121} \approx 0{,}033$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2021, Ép. especial

2. Organizando todos os resultados possíveis para os dois números possíveis de observar, recorrendo a uma tabela, temos:

Dado cúbico / Dado tetraédrico	1	2	3	4	5	6
1	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6

Assim, podemos verificar que existem $4 \times 6 = 24$ alternativas para os lançamentos das duas pessoas, dos quais apenas 9 tem pelo menos uma face 4, pelo que recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade de, pelo menos, uma pessoa registar o número 4:

$$p = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2016, Ép. especial

3. Como o zero é o elemento neutro da multiplicação, o produto dos números saídos é zero, se, pelo menos um deles for zero.
Como no dado não existe qualquer face com o número zero, a ocorrência de um produto igual a zero, depende da bola extraída ter o número zero, independentemente da face do dado que sair.

Assim, a probabilidade de o produto dos números ser igual a zero é igual à probabilidade de extrair a bola com o número zero do saco, e como existem 5 bolas no saco (número de casos possíveis) e apenas 1 tem o número zero (número de casos possíveis), recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade de o produto dos números ser igual a zero é $\frac{1}{5}$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2012, Ép. especial

4. Como só existem bolas azuis e roxas, e a probabilidade de extrair uma bola da caixa, e ela ser azul é igual a $\frac{1}{2}$, então existem tantas bolas azuis como roxas, ou seja, existem 8 bolas roxas na caixa.

Resposta: **Opção C**

Exame – 2010, 2.ª Fase

5. De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade é calculada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, sendo os casos possíveis equiprováveis.
Relativamente ao número de casos possíveis, como existem 18 bolas no saco e são retiradas duas, simultaneamente, podem ser formados 18×17 pares de bolas, considerando a ordenação relevante.
Quanto ao número de casos favoráveis, considerando a ordenação relevante, para garantir a coerência com o cálculo do número de casos possíveis, temos que o par de bolas da mesma cor pode ser formado por duas bolas azuis: 12×11 pares, ou duas bolas vermelhas: 6×5 pares.
Assim temos que o número de casos favoráveis é $12 \times 11 + 6 \times 5$ e a probabilidade de tirar duas bolas do saco, simultaneamente, ao acaso, e elas formarem um par da mesma cor é $\dfrac{12 \times 11 + 6 \times 5}{18 \times 17}$

Exame – 2010, 1.ª Fase

6. Podemos considerar que uma das crianças escreveu uma das letras no papel. Para que as duas crianças escreverem a mesma letra, a segunda criança deverá escolher a mesma letra que a primeira criança.
Como existem 5 letras (número de casos possíveis) e apenas uma foi escolhida pela primeira criança (número de casos favoráveis) recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade da segunda criança escolher, ao acaso, a letra igual à da primeira criança é $\dfrac{1}{5}$

Resposta: **Opção C**

Exame – 2009, Ép. especial

7. Como se pretende que as bolas tenham cor diferente, a extração da primeira bola não interfere com a ocorrência do acontecimento, porque existem mais do que uma bola de cada cor.
Como a extração da segunda bola é feita sem reposição e depois da primeira, verificamos que, antes da extração da segunda bola, existem 19 bolas na caixa (número de casos possíveis), das quais 10 são de cor diferente da que já foi extraída (número de casos favoráveis).
Assim, recorrendo à Regra de Laplace, temos que a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes, na forma de fração irredutível, é $\dfrac{10}{19}$

Exame – 2009, 1.ª Fase

8. Como a probabilidade do João acertar em cada tentativa é 0,8, a probabilidade do João acertar nas 4 tentativas é

$$0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 \times 0{,}8 = (0{,}8)^4 = 0{,}4096$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2008, 2.ª Fase

9. Podemos considerar que um dos cientistas escolheu um dos hotéis. Para que os dois cientistas escolham o mesmo hotel, o segundo cientista deverá escolher o mesmo hotel.
Como existem 7 hotéis na cidade (número de casos possíveis) e apenas um foi escolhido pelo primeiro cientista (número de casos favoráveis) recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade do segundo cientista escolher, ao acaso, o mesmo hotel do primeiro cientista é $\dfrac{1}{7}$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2007, 2.ª Fase

10. Como o dado tem 6 faces, o número de trios de números que é possível observar é $6 \times 6 \times 6 = 216$, ou seja existem 216 casos possíveis.
Como se pretende calcular a probabilidade de a face 6 não ocorra no primeiro lançamento nem no segundo e ocorra no terceiro, existem $5 \times 5 \times 1 = 25$ casos favoráveis (correspondentes a 5 hipóteses para o primeiro lançamento, 5 para o segundo e apenas uma para o terceiro).
Desta forma, recorrendo à Regra de LaPlace, a probabilidade de a face 6 sair, pela primeira vez, precisamente no terceiro lançamento, é:

$$p = \frac{5 \times 5 \times 1}{6 \times 6 \times 6} = \frac{25}{216} \approx 0{,}1157$$

A probabilidade correspondente na forma de percentagem, arredondado às décimas, é 11,6%

Exame – 2004, 2.ª Fase

11. Elaborando uma tabela onde figurem todas as somas possíveis (no lançamento de dois dados), temos:

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Uma hipótese para um jogo com as características enunciadas é o seguinte:

Dois jogadores (A e B) fazem uma aposta de igual valor e cada um lança um dado. Observa-se a soma dos números saídos, e:

- se sair 1 ou 6 em ambos os dados (soma 2 ou 12) o jogo termina e a aposta reverte a favor do casino;
- se sair soma 7 nenhum dos jogadores ganha e são lançados novamente os dados, transitando o valor das apostas para a jogada seguinte;
- se a soma for um valor inferior a 7 o jogo termina e o jogador A ganha a totalidade das duas apostas;
- se a soma for um valor superior a 7 ganha o jogador B ganha a totalidade das duas apostas.

Exame – 2003, Prova para militares

12. Escolhendo um português ao acaso, a probabilidade de o seu grupo sanguíneo não ser o O, corresponde à probabilidade de do grupo sanguíneo ser A, B ou AB, independentemente do fator Rhésus. Assim, a probabilidade, na forma de percentagem e arredondada às unidades, é:

$$40 + 6{,}5 + 6{,}9 + 1{,}2 + 2{,}9 + 0{,}4 = 57{,}9 \approx 58\%$$

Exame – 2003, 1.ª Fase – 2.ª chamada

13. Organizando todos os totais de bolas na caixa após os dois lançamentos do dado, recorrendo a uma tabela, temos:

1.º Lanç. / **2.º Lanç.**	1	2	3	4	5	6
1	$6-1+1=6$	$6-2+1=5$	$6-3+1=4$	$6-4+1=3$	$6-5+1=2$	$6-6+1=1$
2	$6-1+2=7$	$6-2+2=6$	$6-3+2=5$	$6-4+2=4$	$6-5+2=3$	$6-6+2=2$
3	$6-1+3=8$	$6-2+3=7$	$6-3+3=6$	$6-4+3=5$	$6-5+3=4$	$6-6+3=3$
4	$6-1+4=9$	$6-2+4=8$	$6-3+4=7$	$6-4+4=6$	$6-5+4=5$	$6-6+4=4$
5	$6-1+5=10$	$6-2+5=9$	$6-3+5=8$	$6-4+5=7$	$6-5+5=6$	$6-6+5=5$
6	$6-1+6=11$	$6-2+6=10$	$6-3+6=9$	$6-4+6=8$	$6-5+6=7$	$6-6+6=6$

Assim, podemos verificar que existem $6 \times 6 = 36$ alternativas para os dois lançamentos, dos quais em apenas 6 se obtém um total de seis bolas no final, pelo que recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade, na forma de fração irredutível, é:

$$p = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Exame – 2001, Ép. especial

14. Como o dado tem 6 faces e a caixa tem 9 bolas, o número de pares de números que é possível observar é $6 \times 9 = 54$, ou seja existem 54 casos possíveis.
Como se pretende calcular a probabilidade de que os números saídos sejam ambos menores que 4, tanto no dado como na bola retirada, os números que devem ser observados são 1, 2 ou 3, ou seja, existem $3 \times 3 = 9$ casos favoráveis.
Desta forma, recorrendo à Regra de LaPlace, a probabilidade de que os números saídos sejam ambos menores que 4, é:

$$p = \frac{3 \times 3}{6 \times 9} = \frac{9}{6 \times 9} = \frac{1}{6}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2001, 2.ª Fase

15. Organizando todos os resultados possíveis para os dois números possíveis de observar, recorrendo a uma tabela, temos:

	1	2	3	4	5	6
1	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

Assim, podemos verificar que existem $6 \times 6 = 36$ alternativas para os dois lançamentos, dos quais em apenas 10 se observa exatamente uma vez a face 6, pelo que recorrendo à Regra de Laplace, a probabilidade é:

$$p = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 2000, 2.ª Fase (prog. antigo)

16. Como o António escolhe, ao acaso, uma página de um jornal de oito páginas e a Ana escolhe, ao acaso, uma página de uma revista de quarenta páginas, o número de pares de páginas que é possível identificar é 8×40, sendo que apenas um corresponde à escolha da página 5 pelo António e também pela Ana.
Desta forma, recorrendo à Regra de LaPlace, a probabilidade de ambos escolherem a página 5 é:

$$p = \frac{1}{8 \times 40} = \frac{1}{320}$$

Resposta: **Opção A**

Exame – 2000, 1.ª Fase – 2.ª chamada

17. Como o dado tem seis faces, e existem três faces numeradas com números ímpares, a probabilidade de sair face com número ímpar, em cada um dos lançamentos, é $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Desta forma a probabilidade de saírem três números ímpares nos três lançamentos, é:

$$p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2000, 1.ª Fase – 1.ª chamada (prog. antigo)

18. Designado por n o número de raparigas da turma, temos $n+9$ casos possíveis (correspondente ao total de alunos da turma) 9 casos favoráveis (correspondente ao número de rapazes da turma), pelo que, recorrendo à Regra de Laplace, como a probabilidade de escolher ao acaso um aluno da turma e ele ser um rapaz é $\frac{1}{3}$, permite estabelecer a igualdade seguinte calcular o valor de n:

$$\frac{9}{9+n} = \frac{1}{3} \underset{n+9\neq 0}{\Leftrightarrow} 9+n = 3\times 9 \Leftrightarrow n = 27-9 \Leftrightarrow n = 18$$

Resposta: **Opção B**

Exame – 2000, 1.ª Fase – 1.ª chamada (prog. antigo)

19. A única forma de obter uma quantia exata de dois euros e 50 cêntimos, com duas moedas, é retirar uma moeda de dois euros e uma moeda de 50 cêntimos.
Assim, organizando todas as somas possíveis para os pares de duas moedas que o João pode retirar, recorrendo a uma tabela, temos:

Somas (€)	0,50€	1€	1€	2€	2€	2€
0,5€	—	1,5	1,5	2,5	2,5	2,5
1€	—	—	2	3	3	3
1€	—	—	—	3	3	3
2€	—	—	—	—	4	4
2€	—	—	—	—	—	4
2€	—	—	—	—	—	—

Logo, retirando duas moedas ao acaso do bolso do caso, a probabilidade de o João perfazer a quantia exata de dois euros e 50 cêntimos é

$$p = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

Resposta: **Opção D**

Exame – 1999, 1.ª Fase – 2.ª chamada (prog. antigo)

20. Como o dado tem seis faces, existem 5 faces que não correspondem ao número 6, logo a probabilidade não sair o número 6 em cada um dos lançamentos é $\frac{5}{6}$
Desta forma a probabilidade de que nos 3 lançamentos nunca ocorra a face com o número 6 é:

$$p = \frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0{,}58$$

Para que os números saídos nos três lançamentos sejam diferentes, no primeiro lançamento qualquer face é favorável, no segundo lançamento existem apenas 5 faces que têm números diferentes do primeiro lançamento, e no terceiro lançamento, apenas 4 faces têm números diferentes dos dois anteriores, pelo que a probabilidade é:

$$p = \frac{6}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{4}{6} = \frac{5\times 4}{6^2} \approx 0{,}56$$

E assim podemos concluir que o acontecimento mais provável é ≪nunca sair o número 6≫.

Prova Modelo – 1999 (prog. antigo)

21. Serem necessários pelo menos três lançamentos, até sair a face nacional, significa que nos dois primeiros lançamentos não ocorre a face nacional (pelo que será necessário recorrer a um terceiro lançamento ou mais ainda, para observar a face nacional).
Como a probabilidade de não sair face nacional no primeiro lançamento é $\frac{1}{2}$, e a probabilidade de não voltar a sair a face nacional no segundo lançamento também é $\frac{1}{2}$, então a probabilidade de não sair face nacional nos dois primeiros lançamentos, ou seja, a probabilidade de serem necessários pelo menos três lançamentos, até sair a face nacional, é:
$$p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$
Resposta: **Opção B**

Exame – 1998, Prova para militares (prog. antigo)

22. Como o resultado da experiência do lançamento da moeda é independente a cada realização da experiência (a moeda não conserva memória sobre os lançamentos anteriores), a probabilidade de sair a face *cara* em qualquer lançamento da moeda é sempre $\frac{1}{2}$, independentemente das observações dos lançamentos anteriores.

Resposta: **Opção B**

Exame – 1998, 1.ª Fase – 2.ª chamada (prog. antigo)

23. Como as doze cores são iguais nas aguarelas e nos lápis, e se pretende que sejam da mesma cor, podemos considerar que qualquer cor é favorável para a ocorrência do acontecimento.
Assim, considerando que se extraí uma aguarelas, existem 12 casos possíveis e 12 casos favoráveis. Para a extração do lápis devemos considerar apenas 1 caso favorável, no conjunto dos 12 casos possíveis, pelo que a probabilidade é:
$$p = \frac{12}{12} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$
Resposta: **Opção A**

Exame – 1997, Prova para militares (prog. antigo)

24. Quando se abre um livro, as duas páginas que ficam à vista tê, números inteiros consecutivos, logo, um deles e par e o outro ímpar.
Como a soma de um número par com um número ímpar é um número ímpar, então a soma dos números das duas páginas de um livro aberto é sempre ímpar, ou seja, a soma ser ímpar é o acontecimento certo, e por isso a probabilidade é um.

Resposta: **Opção D**

Exame – 1997, 2.ª Fase (progr. antigo)

25. Como a decomposição em fatores primos do número 21 é $21 = 3 \times 7$, e não existe o número 7 nas faces do dado, o acontecimento ”o produto dos números saídos é 21”é impossível, ou seja, a probabilidade é nula.

Resposta: **Opção A**

Exame – 1997, 1.ª Fase – 1.ª chamada (progr. antigo)