Álgebra

Equações. Classificação de equações. Resolução de problemas

Rever + Praticar – páginas 28 a 31

1.

1.1. Não é uma equação em x, uma vez que não tem incógnita.

1.2. É uma equação em x, porque é uma igualdade entre expressões algébricas onde figura, pelo menos, uma incógnita.

1.3. Não é uma equação em x, uma vez que se trata de uma desigualdade entre expressões.

2.

2.1. Incógnita: x

1.º membro: $3x + 5$

2.º membro: 9

Termos independentes: 5 e 9

Termos com incógnita: $3x$

1 não é solução da equação, uma vez que substituindo a incógnita por 1, obtemos uma igualdade falsa, $8 \neq 9$.

2.2. Incógnita: a

1.º membro: -13

2.º membro: $-6 + a$

Termos independentes: -13 e -6

Termos com incógnita: a

1 não é solução da equação, uma vez que substituindo a incógnita por 1, obtemos uma igualdade falsa, $-13 \neq -5$.

2.3. Incógnita: y

1.º membro: $3(y + 2)$

2.º membro: $7 + 2y$

Termos independentes: 6 e 7

Termos com incógnita: $3y$ e $2y$

1 é solução da equação, uma vez que substituindo a incógnita por 1, obtemos uma igualdade verdadeira:

$3(1 + 2) = 7 + 2 \times 1$

$9 = 9$

3. Duas equações são equivalentes, se tiverem o mesmo conjunto-solução. As equações não são equivalentes, uma vez que 7 é solução da equação $x + 1 = 8$ e 3 é solução da equação $3x = 9$.

4.

4.1. $5x - 2 = 23 \Leftrightarrow 5x = 23 + 2 \Leftrightarrow 5x = 25$

$\Leftrightarrow x = \frac{25}{5} \Leftrightarrow x = 5$

C.S. = $\{5\}$

4.2. $4x + 14 = -3x + 8 \Leftrightarrow 4x + 3x = 8 - 14$

$\Leftrightarrow 7x = -6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{7}$

C.S. = $\left\{-\frac{6}{7}\right\}$

4.3. $2(x + 3) = 3x - 14 \Leftrightarrow 2x + 6 = 3x - 14$

$\Leftrightarrow 2x - 3x = -14 - 6 \Leftrightarrow -x = -20 \Leftrightarrow x = 20$

C.S. = $\{20\}$

5. Como se trata de um quadrado, então os lados têm a mesma medida, ou seja:

$x + 8 = 3x \Leftrightarrow x - 3x = -8 \Leftrightarrow -2x = -8 \Leftrightarrow x = \frac{-8}{-2}$

$\Leftrightarrow x = 4$

C.S. = $\{4\}$

Assim, a medida do lado do quadrado é $3 \times 4 = 12$ e a área do quadrado é:

$A = \ell^2 = 12 \times 12 = 144$ u.a.

6.

6.1. $2x + 1 = 7 \Leftrightarrow 2x = 7 - 1 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = \frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x = 3$

C.S. = $\{3\}$

Equação possível determinada

6.2. $-4 = 11 - 3x \Leftrightarrow 3x = 11 + 4$

$\Leftrightarrow 3x = 15$

$\Leftrightarrow x = \frac{15}{3}$

$\Leftrightarrow x = 5$

C.S. = $\{5\}$

Equação possível determinada

6.3. $-(6x - 12) = -2(3x - 6) \Leftrightarrow -6x + 12 = -6x + 12$

$\Leftrightarrow -6x + 6x = 12 - 12$

$\Leftrightarrow 0x = 0$

$\Leftrightarrow 0 = 0$

Equação possível indeterminada

6.4. $3x - 2 = -(-3x + 5) \Leftrightarrow 3x - 2 = 3x - 5$

$\Leftrightarrow 3x - 3x = -5 + 2$

$\Leftrightarrow 0x = -3$

$\Leftrightarrow 0 = -3$

C.S. = $\{\ \}$

Equação impossível

Propostas de Resolução

6.5. $-(6x + 12) = -3(2x + 6) \Leftrightarrow -6x - 12 = -6x - 18$
$\Leftrightarrow -6x + 6x = -18 + 12$
$\Leftrightarrow 0x = -6$
$\Leftrightarrow 0 = -6$

C.S. = { }

Equação impossível

6.6. $-(-2x + 11) = 4 + (-15 + 2x)$
$\Leftrightarrow 2x - 11 = 4 - 15 + 2x$
$\Leftrightarrow 2x - 2x = 4 - 15 + 11$
$\Leftrightarrow 0x = 0$
$\Leftrightarrow 0 = 0$

Equação possível indeterminada

7. Para que o triângulo seja equilátero, o comprimento dos três lados tem que ser igual. Assim:

$x + 60 = 100$ e $2x + 100 = 100$

Contudo:

$x + 60 = 100 \Leftrightarrow x = 100 - 60 \Leftrightarrow x = 40$

Por outro lado:

$2x + 100 = 100 \Leftrightarrow 2x = 100 - 100$
$\Leftrightarrow 2x = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$

Logo, o triângulo não pode ser equilátero porque as equações $x + 60 = 100$ e $2x + 100 = 100$ não têm o mesmo conjunto-solução.

8. Dois números inteiros consecutivos: x e $x + 1$

$x + x + 1 = 37 \Leftrightarrow 2x = 37 - 1$
$\Leftrightarrow 2x = 36$
$\Leftrightarrow x = \frac{36}{2}$
$\Leftrightarrow x = 18$

C.S. = {18}

Logo:

$x = 18$

$x + 1 = 19$

Os números são 18 e 19.

9. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º, então:

$40 + 9x + 5 + 45 = 180 \Leftrightarrow 9x = 180 - 40 - 45 - 5$
$\Leftrightarrow 9x = 90$
$\Leftrightarrow x = \frac{90}{9}$
$\Leftrightarrow x = 10$

C.S. = {10}

Logo, $x = 10$.

10. Como o perímetro do retângulo é igual a 5 cm, $x + x + x + 3 + x + 3 = 5$.

$x + x + x + 3 + x + 3 = 5 \Leftrightarrow 4x + 6 = 5$
$\Leftrightarrow 4x = 5 - 6$
$\Leftrightarrow 4x = -1$
$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$

C.S. = $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$

Embora seja solução da equação, $-\frac{1}{4}$ não é solução do problema, porque o valor do comprimento não pode ser negativo. Assim, o problema não tem solução, ou seja, não existe um retângulo nas condições do enunciado.

Praticar + – páginas 32 a 35

1.

1.1. $2x + 30$

1.2. $2(x + 30)$

1.3. $5 + 15x$

1.4. $4x - 7$

2.

2.1. $5x - 6 = x - 4 \Leftrightarrow 5x - x = -4 + 6$
$\Leftrightarrow 4x = 2$

2.2. $2(x - 6) = 3x - 1 \Leftrightarrow 2x - 12 = 3x - 1$
$\Leftrightarrow 2x - 3x = -1 + 12$
$\Leftrightarrow -x = 11$

3.

3.1. $x + 7 = 5 \Leftrightarrow x = 5 - 7$
$\Leftrightarrow x = -2$

C.S. = {–2}

3.2. $x - 11 = 12 \Leftrightarrow x = 12 + 11$
$\Leftrightarrow x = 23$

C.S. = {23}

3.3. $2x - 1 = 2x + 3 \Leftrightarrow 2x - 2x = 3 + 1$
$\Leftrightarrow 0x = 4$

C.S. = { } Equação impossível

3.4. $3x = 18 \Leftrightarrow x = \frac{18}{3}$
$\Leftrightarrow x = 6$

C.S. = {6}

3.5. $\frac{2x-1}{5} = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 10$
$\Leftrightarrow 2x = 10 + 1$
$\Leftrightarrow 2x = 11$
$\Leftrightarrow x = \frac{11}{2}$

C.S. $= \left\{\frac{11}{2}\right\}$

3.6. $3x + 13 = 3(x + 5) - 2 \Leftrightarrow 3x + 13 = 3x + 15 - 2$
$\Leftrightarrow 3x - 3x = 13 - 13$
$\Leftrightarrow 0 = 0$

C.S. $= \mathbb{Q}$

3.7. $2(x - 5) = -x - 4 \Leftrightarrow 2x - 10 = -x - 4$
$\Leftrightarrow 2x + x = -4 + 10$
$\Leftrightarrow 3x = 6$
$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3}$
$\Leftrightarrow x = 2$

C.S. $= \{2\}$

3.8. $-(x - 1) + 3 = \frac{x}{2} \Leftrightarrow -\underset{(\times 2)}{\frac{x}{1}} + \underset{(\times 2)}{\frac{1}{1}} + \underset{(\times 2)}{\frac{3}{1}} = \frac{x}{2}$
$\Leftrightarrow -2x + 2 + 6 = x$
$\Leftrightarrow -2x - x = -2 - 6$
$\Leftrightarrow -3x = -8$
$\Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$

C.S. $= \left\{\frac{8}{3}\right\}$

4. [A] $-3 \times (-3) + 4 = 9 + 4 = 13 \neq -13$
[B] $-(-3) + 5 = 3 + 5 = 8 \neq 2$
[C] $2(-3 + 4) = 2 \times 1 = 2$
A afirmação é verdadeira.
[D] $11 + (-3) = 8 \neq 14$
Logo, a opção correta é a [C].

5. Para verificar se 8 é solução de equação, basta substituir x por 8 e verificar a veracidade.

$2(8 - 1) = \frac{8}{4} - (2 \times 8 - 4) \Leftrightarrow 2 \times 7 = 2 - (16 - 4)$
$\Leftrightarrow 14 = 2 - 12$
$\Leftrightarrow 14 = -10$ (F)

Então, 8 não é solução da equação.

6. Seja x a idade atual da Joana. Assim, $x + 5$ é a idade da Joana daqui a 5 anos e $x - 5$ é a idade da Joana há 5 anos.

$x + 5 = 3(x - 5) \Leftrightarrow x + 5 = 3x - 15$
$\Leftrightarrow x - 3x = -15 - 5$
$\Leftrightarrow -2x = -20$
$\Leftrightarrow x = \frac{-20}{-2}$
$\Leftrightarrow x = 10$

C.S. $= \{10\}$
A idade atual da Joana é 10 anos.

7. Seja x o peso de uma esfera.

7.1. Como o peso total é 13 kg, então
$4 + x + 6 = 13 \Leftrightarrow x = 13 - 4 - 6$
$\Leftrightarrow x = 3$

C.S. $= \{3\}$
A esfera pesa 3 kg.

7.2. $3x = x + 5 \Leftrightarrow 3x - x = 5$
$\Leftrightarrow 2x = 5$
$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$
$\Leftrightarrow x = 2{,}5$

C.S. $= \{2{,}5\}$
Cada esfera pesa 2,5 kg.

7.3. $3x + 5 = 18 \Leftrightarrow 3x = 18 - 5$
$\Leftrightarrow 3x = 13$
$\Leftrightarrow x = \frac{13}{3}$

C.S. $= \left\{\frac{13}{3}\right\}$
Cada esfera pesa $\frac{13}{3}$ kg.

8. $P_{\text{pentágono}} = 3 \times P_{\text{triângulo}}$

8.1. $5 \times 6 = 3 \times 3x \Leftrightarrow 9x = 30$

8.2. $9x = 30 \Leftrightarrow x = \frac{30}{9}$
$\Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$

C.S. $= \left\{\frac{10}{3}\right\}$

Logo, $P = 3 \times \frac{10}{3} = 10$.

Assim, o perímetro do triângulo é 10 cm.

9.

9.1. O perímetro é igual à soma de todos os lados do polígono. Logo:
$P = x + 2x + 2 + x + 8 + 3x - 1 =$
$= x + 2x + x + 3x + 2 + 8 - 1 =$
$= 7x + 9$

9.2. Se $x = 3$:
$P = 7 \times 3 + 9 = 30$ cm
Logo, a opção correta é a [B].

Propostas de Resolução

9.3. $P = 17{,}4$

$$\begin{aligned}7x + 9 = 17{,}4 &\Leftrightarrow 7x = 17{,}4 - 9\\ &\Leftrightarrow 7x = 8{,}4\\ &\Leftrightarrow \underset{(\times 5)}{\frac{7}{1}}x = \frac{42}{5}\\ &\Leftrightarrow 35x = 42\\ &\Leftrightarrow x = \frac{42}{35}\\ &\Leftrightarrow x = \frac{6}{5}\\ &\Leftrightarrow x = 1{,}2\end{aligned}$$

C.S. = {1,2}

10. Sejam n, $n + 1$ e $n + 2$ três números inteiros consecutivos. Assim:

$$\begin{aligned}n + n + 1 + n + 2 = 99 &\Leftrightarrow n + n + n = 99 - 1 - 2\\ &\Leftrightarrow 3n = 96\\ &\Leftrightarrow n = \frac{96}{3}\\ &\Leftrightarrow n = 32\end{aligned}$$

C.S. = {32}

Logo, $n = 32$; $n + 1 = 33$ e $n + 2 = 34$.

Os números são 32, 33 e 34.

11.

11.1. $1 - \frac{x-6}{3} = -(x-1) \Leftrightarrow \underset{(\times 3)}{\frac{1}{1}} - \frac{x-6}{3} = -\underset{(\times 3)}{\frac{x}{1}} + \underset{(\times 3)}{\frac{1}{1}}$

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow 3 - x + 6 = -3x + 3\\ &\Leftrightarrow -x + 3x = 3 - 3 - 6\\ &\Leftrightarrow 2x = -6\\ &\Leftrightarrow x = -\frac{6}{2}\\ &\Leftrightarrow x = -3\end{aligned}$$

C.S. = {–3}

Equação possível determinada

11.2. $2x - 3(x - 4) - \frac{x-6}{2} = -\frac{2}{3}$

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \underset{(\times 6)}{\frac{2x}{1}} - \underset{(\times 6)}{\frac{3x}{1}} + \underset{(\times 6)}{\frac{12}{1}} - \underset{(\times 3)}{\frac{x-6}{2}} = -\underset{(\times 2)}{\frac{2}{3}}\\ &\Leftrightarrow 12x - 18x + 72 - 3x + 18 = -4\\ &\Leftrightarrow 12x - 18x - 3x = -4 - 72 - 18\\ &\Leftrightarrow -9x = -94\\ &\Leftrightarrow x = \frac{-94}{-9}\\ &\Leftrightarrow x = \frac{94}{9}\end{aligned}$$

C.S. $= \left\{\frac{94}{9}\right\}$

Equação possível determinada

11.3.

$$\begin{aligned}2(x - 2) = 4(x - 1) - 2x &\Leftrightarrow 2x - 4 = 4x - 4 - 2x\\ &\Leftrightarrow 2x - 4x + 2x = -4 + 4\\ &\Leftrightarrow 0x = 0\end{aligned}$$

C.S. = $\mathbb{R}$

Equação possível indeterminada

11.4.

$$\begin{aligned}\underset{(\times 3)}{4} - \frac{2x-1}{3} = \underset{(\times 3)}{10} &\Leftrightarrow 12 - 2x + 1 = 30\\ &\Leftrightarrow -2x = 30 - 12 - 1\\ &\Leftrightarrow -2x = 17\\ &\Leftrightarrow x = -\frac{17}{2}\end{aligned}$$

C.S. $= \left\{-\frac{17}{2}\right\}$

Equação possível determinada

11.5.

$$\begin{aligned}2(3 - x) - \frac{x}{3} = \frac{x-3}{2} &\Leftrightarrow \underset{(\times 6)}{6} - \underset{(\times 6)}{2x} - \underset{(\times 2)}{\frac{x}{3}} = \underset{(\times 3)}{\frac{x-3}{2}}\\ &\Leftrightarrow 36 - 12x - 2x = 3x - 9\\ &\Leftrightarrow -12x - 2x - 3x = -9 - 36\\ &\Leftrightarrow -17x = -45\\ &\Leftrightarrow x = \frac{45}{17}\end{aligned}$$

C.S. $= \left\{\frac{45}{17}\right\}$

Equação possível determinada

11.6.

$$\begin{aligned}1 - \frac{x-1}{4} = \frac{3(x+1)}{2} &\Leftrightarrow \underset{(\times 4)}{\frac{1}{1}} - \frac{x-1}{4} = \underset{(\times 2)}{\frac{3x+3}{2}}\\ &\Leftrightarrow 4 - x + 1 = 6x + 6\\ &\Leftrightarrow -x - 6x = 6 - 4 - 1\\ &\Leftrightarrow -7x = 1\\ &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{7}\end{aligned}$$

C.S. $= \left\{-\frac{1}{7}\right\}$

Equação possível determinada

12. $A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$

$$\begin{aligned}A_{\text{trapézio}} &= \frac{x + 4x - 2}{2} \times 8 = \frac{5x - 2}{2} \times 8 = \frac{40x - 16}{2} =\\ &= 20x - 8\end{aligned}$$

$A_{\text{triângulo}} = \frac{b \times h}{2}$

$A_{\text{triângulo}} = \frac{(3x + 1) \times 8}{2} = \frac{24x + 8}{2} = 12x + 4$

Como os dois polígonos têm a mesma área, basta igualar as duas expressões $20x - 8 = 12x + 4$. Resolvendo a equação em ordem a x, obtemos:

$$\begin{aligned}20x - 12x = 4 + 8 \Leftrightarrow 8x = 12 &\Leftrightarrow x = \frac{12}{8}\\ &\Leftrightarrow x = \frac{3}{2}\\ &\Leftrightarrow x = 1{,}5\end{aligned}$$

C.S. = {1,5}

Assim, $x = 1{,}5$ cm.

13. A opção [A] não é correta, porque

$4 \times (-5) - 5 = 5(2 \times (-5) - 13) \Leftrightarrow -20 - 5 = 5(-10 - 13)$

$\Leftrightarrow -25 = 5 \times (-23)$ (Falso)

As equações são equivalentes se tiverem o mesmo conjunto-solução.

Resolvendo as duas equações, tem-se:

- $4x - 5 = 5(2x - 13) \Leftrightarrow 4x - 5 = 10x - 65$
$\Leftrightarrow 4x - 10x = -65 + 5$
$\Leftrightarrow -6x = -60$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-60}{-6}$
$\Leftrightarrow x = 10$

  C.S. = {10}

- $\dfrac{2(x+2)}{3} = 8 \Leftrightarrow \dfrac{2x+4}{3} = \underset{(\times 3)}{\dfrac{8}{1}}$
$\Leftrightarrow 2x + 4 = 24$
$\Leftrightarrow 2x = 24 - 4$
$\Leftrightarrow 2x = 20$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{20}{2}$
$\Leftrightarrow x = 10$

  C.S. = {10}

Logo, as equações são equivalentes.

A opção [C] não é a correta, porque a equação é possível determinada, C.S. = {10}

A opção [D] não é a correta, porque a equação é possível determinada, C.S. = {10}

A opção correta é a [B].

14. Seja x a herança deixada à Teresa.

Assim, $x + 50\,000$ representa a herança deixada à Ana.

$x + x + 50\,000 = 200\,000 \Leftrightarrow 2x = 200\,000 - 50\,000$
$\Leftrightarrow 2x = 150\,000$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{150\,000}{2}$
$\Leftrightarrow x = 75\,000$

Logo, $x + 50\,000 = 75\,000 + 50\,000 = 125\,000$

A Ana recebeu de herança 125 000 €.

15. Seja x o dinheiro que a Leonor recebeu do avô.

Então, $\dfrac{x}{4}$ representa a parte que a Leonor gastou numa mochila e $\dfrac{x}{3}$ representa a parte que gastou num *tablet*.

Como sobraram 100 €, temos:

$\underset{(\times 12)}{x} = \underset{(\times 3)}{\dfrac{x}{4}} + \underset{(\times 4)}{\dfrac{x}{3}} + \underset{(\times 12)}{100} \Leftrightarrow 12x = 3x + 4x + 1200$
$\Leftrightarrow 12x - 3x - 4x = 1200$
$\Leftrightarrow 5x = 1200$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{1200}{5}$
$\Leftrightarrow x = 240$

C.S. = {240}

A Leonor recebeu 240 € do seu avô.

16. Como $A = \dfrac{b \times h}{2}$ e a área é igual a 40 cm^2, então

$40 = \dfrac{8 \times h}{2} \Leftrightarrow \dfrac{8h}{2} = 40 \Leftrightarrow 8h = 80$
$\Leftrightarrow h = \dfrac{80}{8}$
$\Leftrightarrow h = 10$ cm

A altura do triângulo relativamente a esse lado é 10 cm.

17. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º, então:

$4x + 50 + 6x + x + 20 = 180$
$\Leftrightarrow 4x + 6x + x = 180 - 50 - 20$
$\Leftrightarrow 11x = 110$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{110}{11}$
$\Leftrightarrow x = 10$

C.S. = {10}

Como $x = 10$, então:

- $4x + 50 = 4 \times 10 + 50 = 90$
- $6x = 6 \times 10 = 60$
- $x + 20 = 10 + 20 = 30$

Assim, $A\hat{C}B = 90º$, $C\hat{B}A = 30º$ e $B\hat{A}C = 60º$.

O triângulo $[ABC]$ é retângulo, porque um dos ângulos internos tem amplitude 90º.

18. Nos primeiros autocarros seguiam x alunos e no terceiro seguiam $(x + 2)$ alunos. Como no total seguiam 146 alunos, então:

$x + x + x + 2 = 146 \Leftrightarrow 3x = 146 - 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{144}{3}$
$\Leftrightarrow x = 48$

C.S. = {48}

$x + 2 = 48 + 2 = 50$

O autocarro mais cheio transportou 50 alunos.

19. $2(x - 3) + 1 = k - 5x$

19.1. $k = -2$:

$2(x - 3) + 1 = -2 - 5x \Leftrightarrow 2x - 6 + 1 = -2 - 5x$
$\Leftrightarrow 2x + 5x = -2 + 6 - 1$
$\Leftrightarrow 7x = 3$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{3}{7}$

C.S. $= \left\{\dfrac{3}{7}\right\}$

Propostas de Resolução

19.2. $x = 5$:

$$2(5-3)+1 = k - 5\times 5 \Leftrightarrow 2\times 2 + 1 = k - 25$$
$$\Leftrightarrow -k = -25 - 4 - 1$$
$$\Leftrightarrow -k = -30$$
$$\Leftrightarrow k = 30$$

20. Seja x o valor do aluguer de uma loja. Assim, $x + 0{,}2x$ representa o aluguer da loja mais cara. Logo:

$$x + x + 0{,}2x = 35\,200 \Leftrightarrow 2{,}2x = 35\,200$$
$$\Leftrightarrow \frac{22}{10}x = 35\,200$$
$$\Leftrightarrow 22x = 352\,000$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{352\,000}{22}$$
$$\Leftrightarrow x = 16\,000$$

C.S. = {16 000}

$x = 16\,000$ €

$x + 0{,}2x = 19\,200$ €

A renda mensal de cada uma das lojas é 16 000 € e 19 200 €.

21. $d = 100$ cm

Se um dos quadrados tem mais 20 cm de perímetro,

$$x + x + 20 = 100 \Leftrightarrow 2x = 100 - 20 \Leftrightarrow 2x = 80$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{80}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = 40$$

C.S. = {40}

Assim, $x = 40$ cm e $x + 20 = 60$ cm.

O fio de 100 cm foi dividido em dois fios com 40 cm e 60 cm.

22. Seja x o valor que o Pedro doou a instituições de caridade.

$$\underset{(\times 3)}{\frac{x}{2}} + \underset{(\times 2)}{\frac{x}{3}} + \underset{(\times 6)}{1000} = \underset{(\times 6)}{x} \Leftrightarrow 3x + 2x + 6000 = 6x$$
$$\Leftrightarrow 3x + 2x - 6x = -6000$$
$$\Leftrightarrow -x = -6000$$
$$\Leftrightarrow x = 6000$$

C.S. = {6000}

Seja y o valor que o Pedro recebeu.

Como pagou 23% de imposto, $y - 0{,}23y = 6000$.

Assim, $0{,}77y = 6000 \Leftrightarrow y \approx 7792{,}21$

O Pedro recebeu da venda dos relógios 7792,21 €.

23.

	Idade atual	Idade daqui a x anos
Filipa	18	$18 + x$
Ana	7	$7 + x$

$$18 + x = 2\times(7 + x) \Leftrightarrow 18 + x = 14 + 2x$$
$$\Leftrightarrow x - 2x = 14 - 18$$
$$\Leftrightarrow -x = -4$$
$$\Leftrightarrow x = 4$$

C.S. = {4}

Daqui a quatro anos a Filipa terá o dobro da idade da Ana.

24. $42 + x$ – idade da mãe daqui a x anos

$13 + x$ – idade do João daqui a x anos

$15 + x$ – idade da Joana daqui a x anos

Traduzindo o problema por uma equação, temos:

$$42 + x = (13 + x) + (15 + x) \Leftrightarrow x - x - x = 13 + 15 - 42$$
$$\Leftrightarrow -x = -14$$
$$\Leftrightarrow x = 14$$

C.S. = {14}

Daqui a 14 anos a idade da mãe será igual à soma das idades dos filhos.

25.

25.1. $4x - 6 = 4x - k \Leftrightarrow 4x - 4x - 6 = -k$

$$\Leftrightarrow -6 = -k$$
$$\Leftrightarrow 6 = k$$

Por exemplo, se $k = 2$ a equação é impossível ($6 \neq 2$).

25.2. $k = 6$, pois:

$4x - 6 = 4x - 6 \Leftrightarrow 0x = 0$

25.3. A afirmação é verdadeira, porque os termos com incógnita anulam-se.

26. A média dos três números é dada pela expressão:

$$\frac{(x+9)+(7x-3)+2x}{3} = \frac{x + 7x + 2x + 9 - 3}{3} =$$
$$= \frac{10x + 6}{3}$$

Como a média é igual a $4x$, então:

$$\frac{10x+6}{3} = \underset{(\times 3)}{4x} \Leftrightarrow 10x + 6 = 12x$$
$$\Leftrightarrow 10x - 12x = -6$$
$$\Leftrightarrow -2x = -6$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{-2}$$
$$\Leftrightarrow x = 3$$

C.S. = {3}

- $x + 9 = 3 + 9 = 12$
- $7x - 3 = 7\times 3 - 3 = 18$
- $2x = 2\times 3 = 6$

Os números são 6, 12 e 18.

27. Sejam x, $x + 1$ e $x + 2$ três números inteiros consecutivos.

$$x + x + 1 + x + 2 = 2(x + 2) - 6 \Leftrightarrow 3x + 3 = 2x + 4 - 6$$
$$\Leftrightarrow 3x - 2x = 4 - 6 - 3$$
$$\Leftrightarrow x = -5$$

C.S. $= \{-5\}$

$x = -5$; $x + 1 = -4$ e $x + 2 = -3$.

Os números são -5, -4 e -3.

28. Seja x o valor que cada um recebeu. Assim, $\frac{6}{7}x$ é o valor que o João gastou e $\frac{1}{8}x$ é o valor com que o Filipe ficou.

Como o João gastou $\frac{6}{7}x$, então ficou $\frac{1}{7}x$.

$$\underset{(\times 7)}{\frac{1}{8}x} + \underset{(\times 56)}{1} = \underset{(\times 8)}{\frac{1}{7}x} \Leftrightarrow 7x + 56 = 8x$$
$$\Leftrightarrow 7x - 8x = -56$$
$$\Leftrightarrow x = 56$$

C.S. $= \{56\}$

O avô deu a cada um dos netos 56 €.

Monómios. Polinómios. Casos notáveis da multiplicação. Equações de 2.º grau

Rever + Praticar – páginas 36 a 42

1.

1.1. Monómio *A*: coeficiente: -12; parte literal: x^3

Monómio *B*: coeficiente: 4; parte literal: x^2y^3

1.2. Monómio *A*: grau 3

Monómio *B*: grau 5

1.3. Dois monómios dizem-se semelhantes quando têm a mesma parte literal. Assim, por exemplo, $7x^3$ é um monómio semelhante a A.

1.4. O monómio $-4x^2y^3$, já que $-4x^2y^3 + 4x^2y^3 = 0$, pois têm os coeficientes simétricos e a mesma parte literal.

2.

2.1. Monómio *A*: coeficiente: $3a$; parte literal: x^2

Monómio *B*: coeficiente: -4; parte literal: y

2.2. $3ax^2 \times (-4y) = -12ayx^2$

Este monómio tem grau $3(1 + 2)$.

3.

3.1. Sabemos que a largura do retângulo é x e o comprimento é $2x$. Assim, o perímetro é dado por: $P = 2x + 2x + x + x = 4x + 2x = 6x$

3.2. A área do retângulo é dada por:

$A = c \times \ell = 2x \times x = 2x^2$

4.

4.1. $p(x) = 2x^3 - x^2 + 5 + 4x^2 = 2x^3 + 3x^2 + 5$

$q(x) = -3x^4 + 2x^2 + 4x + 3x^4 = 2x^2 + 4x$

4.2. Polinómio *p*: grau 3; termo independente: 5

Polinómio *q*: grau 2

5. Seja P o polinómio que representa a área do triângulo. Então:

$$P(x) = \frac{5x \times (3x + 2)}{2} = \frac{15x^2 + 10x}{2} =$$
$$= \frac{15}{2}x^2 + 5x$$

6.

6.1. $A + B = 3x^3 + 4x^2 - 6 + (2x^3 - 3x) =$
$= 3x^3 + 4x^2 - 6 + 2x^3 - 3x =$
$= 5x^3 + 4x^2 - 3x - 6$

6.2. $A - 2B = 3x^3 + 4x^2 - 6 - 2(2x^3 - 3x) =$
$= 3x^3 + 4x^2 - 6 - 4x^3 + 6x =$
$= -x^3 + 4x^2 + 6x - 6$

6.3. $A \times B = (3x^3 + 4x^2 - 6) \times (2x^3 - 3x) =$
$= 6x^6 - 9x^4 + 8x^5 - 12x^3 - 12x^3 + 18x =$
$= 6x^6 + 8x^5 - 9x^4 - 24x^3 + 18x$

7.

7.1. Simétrico do polinómio *A*: $-4x - 12$

Simétrico do polinómio *B*: $-3x^2 + 6x - 4$

Simétrico do polinómio C: $-2x + 3x^2 - 5$

7.2. a) $2A = 2 \times (4x + 12) = 8x + 24$

b) $-(B + C) = -(3x^2 - 6x + 4 + 2x - 3x^2 + 5) =$
$= -(-4x + 9) =$
$= 4x - 9$

c) $A \times B = (4x + 12) \times (3x^2 - 6x + 4) =$
$= 12x^3 - 24x^2 + 16x + 36x^2 - 72x + 48 =$
$= 12x^3 + 12x^2 - 56x + 48$

7.3. A afirmação é falsa. Por exemplo, considerando os polinómios $3x^3 + 2x^2 + 5$ e $-3x^3 + 3x$, cujo grau de ambos é 3, a sua soma $3x^3 + 2x^2 + 5 - 3x^3 + 3x = 2x^2 + 3x + 5$ é um polinómio de grau 2, ou seja, basta que os termos de grau n sejam simétricos.

8.

8.1. $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

8.2. $(x - 3) \times (x + 3) = x^2 - 9$

8.3. $(2x + 5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$

8.4. $(2x + 1) \times (2x - 1) = 4x^2 - 1$

Propostas de Resolução

9.

9.1. $2x - 3x^2 = x(2 - 3x)$

9.2. $2(x - 7) + x(x - 7) = (x - 7)(2 + x)$

9.3. $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$

9.4. $25 - 9x^2 = (5 - 3x)(5 + 3x)$

10. $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

Sabemos que $\ell \times \ell = A$, em que ℓ representa o comprimento do lado do quadrado e A representa a sua área. A expressão que representa o comprimento dos lados desse quadrado é $x - 4$.

11.

11.1. $3x^2 - 48 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 48$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{48}{3}$

$\Leftrightarrow x^2 = 16$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16}$

$\Leftrightarrow x = \pm 4$

C.S. = $\{-4, 4\}$

11.2. $x^2 - 2 = 12x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 12x = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 12) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x = 12$

C.S. = $\{0, 12\}$

11.3. $(x + 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = -4$

C.S. = $\{-4\}$

11.4. $x^2 - 4x - 6 = 2(x - 3) \Leftrightarrow x^2 - 4x - 6 = 2x - 6$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 2x - 6 + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow x(x - 6) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x = 6$

C.S. = $\{0, 6\}$

11.5. $x^2 - 10x + 25 = -3$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 28 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -10$ e $c = 28$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 1 \times 128}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 112}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x = \frac{10 \pm \sqrt{-12}}{2}}_{\text{equação impossível}}$$

C.S. = { }

12. A área do triângulo é dada por:

$$A = \frac{(70 - 2x) \times (35 + x)}{2}$$

Como sabemos que a área é 1200, temos que:

$$1200 = \frac{(70 - 2x) \times (35 + x)}{2}$$

$\Leftrightarrow 2400 = 2450 + 70x - 70x - 2x^2$

$\Leftrightarrow -50 = -2x^2$

$\Leftrightarrow x^2 = 25$

$\Leftrightarrow x = \pm 5$

Como se trata de uma medida, temos que $x = 5$ e $5 \times 5 = 25$ e $70 - 2 \times 5 = 60$.

Assim, o perímetro do triângulo é:

$P = 25 + 25 + 60 = 110$ u.c.

13.

13.1. $2x^2 - 20x + 50 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 2$, $b = -20$ e $c = 50$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 4 \times 2 \times 50}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 400}}{4}$$

$\Leftrightarrow x = 5$

C.S. = $\{5\}$

13.2. $x^2 - 4x = 12 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -4$ e $c = -12$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{2} \ \vee \ x = -\frac{4}{2}$$

$\Leftrightarrow x = 6 \ \vee \ x = -2$

C.S. = $\{-2, 6\}$

13.3. $x^2 - 6x + 13 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -6$ e $c = 13$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 1 \times 13}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 52}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x = \frac{10 \pm \sqrt{-16}}{2}}_{\text{equação impossível}}$$

C.S. = { }

13.4. $3(x-2)^2 - 2(x^2-4) = 0$
$\Leftrightarrow 3(x^2 - 4x + 4) - 2x^2 + 8 = 0$
$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 12 - 2x^2 + 8 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 20 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -12$ e $c = 20$, tem-se:
$\Leftrightarrow x = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \times 1 \times 20}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{12 \pm \sqrt{64}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{12 \pm 8}{2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{20}{2} \lor x = \dfrac{4}{2}$
$\Leftrightarrow x = 10 \lor x = 2$
C.S. = {2, 10}

14.
14.1. A equação tem uma solução se $\Delta = 0$.
$\Delta = 0 \Leftrightarrow 36 - 4 \times 3 \times (2 - k) = 0$
$\Leftrightarrow 36 - 24 + 12k = 0$
$\Leftrightarrow 12 + 12k = 0$
$\Leftrightarrow 12k = -12$
$\Leftrightarrow k = -\dfrac{12}{12}$
$\Leftrightarrow k = -1$
14.2. $3x^2 - 6x + 3 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 3$, $b = -6$ e $c = 3$, tem-se:
$\Leftrightarrow x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \times 3 \times 3}}{6}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{6 \pm \sqrt{36 - 36}}{6}$
$\Leftrightarrow x = 1$
C.S. = {1}

Praticar + – páginas 43 a 51

1.
1.1. Parte numérica: 13
Parte literal: y^3
Grau: 3
1.2. Parte numérica: 12
Parte literal: não tem
Grau: 0
1.3. Parte numérica: $17k^7$
Parte literal: x^2
Grau: 2
1.4. Parte numérica: $\dfrac{7a^5}{3}$
Parte literal: b^7
Grau: 7

2.
2.1. $A = 5b \times 5b = 25b^2$
2.2. $A = x^2y \times 2x^2y = 2x^4y^2$
2.3. $A = \dfrac{5t \times 2t^2y}{2} = 5t^3y$

3.
3.1. a) $A + 2B =$
$= 6x^3 - 3x + 2(-3x^3 + 2x^2 - 3x + 1) =$
$= 6x^3 - 3x - 6x^3 + 4x^2 - 6x + 2 =$
$= 4x^2 - 9x + 2$
b) $B - 2C =$
$= -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 - 2(-x^2 + 2x) =$
$= -3x^3 + 2x^2 - 3x + 1 + 2x^2 - 4x =$
$= -3x^3 + 4x^2 - 7x + 1$
c) $-B + A =$
$= -(-3x^3 + 2x^2 - 3x + 1) + 6x^3 - 3x =$
$= 3x^3 - 2x^2 + 3x - 1 + 6x^3 - 3x =$
$= 9x^3 - 2x^2 - 1$
3.2. O simétrico de B é:
$-B = 3x^3 - 2x^2 + 3x - 1$
3.3. Se $x = -2$:
$B = -3 \times (-2)^3 + 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 1 =$
$= -3 \times (-8) + 2 \times 4 + 6 + 1 =$
$= 24 + 8 + 6 + 1 =$
$= 39$

4.
4.1. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
4.2. $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$
4.3. $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$
4.4. $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$
4.5. $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$
4.6. $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$
4.7. $(x+10)^2 = x^2 + 20x + 100$
4.8. $(x-7)^2 = x^2 - 14x + 49$

5.
5.1. $x^2 - 1$
5.2. $x^2 - 4$
5.3. $x^2 - 25$
5.4. $x^2 - 36$
5.5. $x^2 - 100$
5.6. $x^2 - 121$

Propostas de Resolução

6.

6.1. $(x - \mathbf{5})^2 = \boldsymbol{x^2} - 10x + 25$

6.2. $(\boldsymbol{x} - 7)^2 = \boldsymbol{x^2} - 14x + \mathbf{49}$

6.3. $(x - \mathbf{6})\ (x + \mathbf{6}) = x^2 - 36$

6.4. $(2x - 7)\ (2x + \mathbf{7}) = \mathbf{4}\boldsymbol{x^2} - 49$

7.

7.1. $10x - 5 = 2 \times 5 \times x - 5 = 5(2x - 1)$

7.2. $x^2 - 12x = x \times x - 12 \times x = x(x - 12)$

7.3. $y^3 - 7y = y \times y^2 - y \times 7 = y(y^2 - 7)$

7.4. $t^4 - t^5 = t^4 - t \times t^4 = t^4(1 - t)$

7.5. $80abc - 7ab = ab(80c - 7)$

7.6. $5(x - 1) - x(x - 1) = (x - 1)(5 - x)$

8.

8.1. $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

8.2. $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2 = (x - 5)(x - 5)$

8.3. $a^2 - 36 = (a - 6)(a + 6)$

8.4. $100 - x^2 = (10 - x)(10 + x)$

8.5. $t^2 + 6t + 9 = (t + 3)^2 = (t + 3)(t + 3)$

8.6. $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2 = (2x + 1)(2x + 1)$

9.

9.1. $2(x - 3) = x^2 \Leftrightarrow 2x - 6 - x^2 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + 2x - 6 = 0$

9.2. $(x - 5)^2 - 3x = -3 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 - 3x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 13x + 28 = 0$

9.3. $2\left(\frac{x}{3} - 2\right)\left(\frac{x}{3} + 2\right) = -1 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2}{9} - 4\right) + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{9}x^2 - 8 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{9}x^2 - \underset{(\times 9)}{7} = 0$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 63 = 0$

10.

10.1. $(x - 1)\ (x - 5) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \ \vee \ B = 0)$, tem-se:

$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \ \vee \ x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1 \ \vee \ x = 5$

C.S. = {1, 5}

10.2. $\left(\frac{x}{2} - 3\right)\left(\frac{x}{5} - 1\right)$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \ \vee \ B = 0)$, tem-se:

$\Leftrightarrow \frac{x}{2} - 3 = 0 \ \vee \ \frac{x}{5} - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2} = 3 \ \vee \ \frac{x}{5} = 1$

$\Leftrightarrow x = 6 \ \vee \ x = 5$

C.S. = {5, 6}

10.3. $-(-5 - x)\left(\frac{x}{3} + 3\right) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \ \vee \ B = 0)$, tem-se:

$\Leftrightarrow 5 + x = 0 \ \vee \ \frac{x}{3} + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = -5 \ \vee \ \frac{x}{3} = -3$

$\Leftrightarrow x = -5 \ \vee \ x = -9$

C.S. = {–9, –5}

11.

11.1. Substituindo x por 0, obtém-se:

$2 \times 0^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow -32 = 0$ (F)

Assim, concluímos que 0 não é solução da equação.

11.2. $2x^2 - 32 = 2(x^2 - 16) = 2(x - 4)\ (x + 4) =$

$= (2x - 8)\ (x + 4)$

11.3. $2x^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 16) = 0$

$\Leftrightarrow 2(x - 4)\ (x + 4) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto

$(A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \ \vee \ B = 0)$, tem-se:

$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \ \vee \ x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = 4 \ \vee \ x = -4$

C.S. = {–4, 4}

12. $A_{\square} = b \times h$ e $A_{\square} = \ell^2$

Logo, $A_{\square} = (x - y)(x + 2y)$ e $A_{\square} = x^2$. Então:

$A_{azul} = (x - y)(x + 2y) - x^2 =$

$= x^2 + 2xy - yx - 2y^2 - x^2 =$

$= xy - 2y^2$

13. [A] $-4(x - 7) = 0 \Leftrightarrow -4x + 28 = 0$

Equação de 1.º grau.

[B] $3(x^2 - 4x) = 2 + 3x^2 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x - 2 - 3x^2 = 0$

$\Leftrightarrow -12x - 2 = 0$

Equação de 1.º grau.

[C] $4^2 + 16 = 32$

Não é uma equação.

[D] $x(x - 4) = 7 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 7 = 0$

Equação de 2.º grau.

Logo, a opção correta é a [D].

14. $x^2 - 4x + 8 = (x^2 - 4x) + 8 =$

$= (x^2 - 4x + \mathbf{4}) + 8 - \mathbf{4} =$

$= (x - \mathbf{2})^2 + \mathbf{4}$

15. $(-x + 5)^2 = (-x)^2 + 2 \times (-x) \times 5 + 5^2 =$
$= x^2 - 10x + 25 =$
$= (x - 5)^2$
Logo, a opção correta é a [D].

16. [A] $(-2)^2 + (-2) - 1 = 0 \Leftrightarrow 4 - 2 - 1 = 0$
$\Leftrightarrow 3 = 0$ (F)
-2 não é solução da equação $x^2 + x - 1 = 0$.
[B] $(-2)^2 - 3 \times (-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow 4 + 6 + 2 = 0$ (F)
-2 não é solução da equação $x^2 - 3x + 2 = 0$.
[C] $(-2 + 2)(-2 - 1) = 0 \Leftrightarrow 0 \times (-3) = 0$ (V)
-2 é solução da equação $(x + 2)(x - 1) = 0$.
$(1 + 2)(1 - 1) = 0 \Leftrightarrow 3 \times 0 = 0$ (V)
1 é solução da equação $(x + 2)(x - 1) = 0$
$\{-2, 1\}$ é o conjunto-solução da equação.
[D] $(-2 - 2)(-2 + 1) = 0 \Leftrightarrow -4 \times (-1) = 0$ (F)
-2 não é solução da equação $(x - 2)(x + 1) = 0$
Logo, a opção correta é a [C].

17.
17.1. $x^2 + 4x + 3 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = 4$ e $c = 3$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 2}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 - 2}{2} \vee x = \frac{-4 + 2}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{2} \vee x = -\frac{2}{2}$$
$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1$
C.S. $= \{-3, -1\}$

17.2. $2k^2 - 50 = 0 \Leftrightarrow 2k^2 = 50$
$$\Leftrightarrow k^2 = \frac{50}{2}$$
$\Leftrightarrow k^2 = 25$
$\Leftrightarrow k = \pm 5$
C.S. $= \{-5, 5\}$

17.3. $(3t + 1)(2t - 1) = 0$
Aplicando a lei do anulamento do produto
($A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$), tem-se:
$\Leftrightarrow 3t + 1 = 0 \vee 2t - 1 = 0$
$\Leftrightarrow 3t = -1 \vee 2t = 1$
$$\Leftrightarrow t = -\frac{1}{3} \vee t = \frac{1}{2}$$
$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$$

17.4. $x^2 - 9x = 0$
Aplicando a lei do anulamento do produto
($A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \vee B = 0$), tem-se:
$\Leftrightarrow x(x - 9) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 9 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 9$
C.S. $= \{0, 9\}$

17.5. $2x^2 + 5x - 7 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 2$, $b = 5$ e $c = -7$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-7)}}{2 \times 2}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 - 9}{4} \vee x = \frac{-5 + 9}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{14}{4} \vee x = \frac{4}{4}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \vee x = 1$$
$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{7}{2}, 1\right\}$$

17.6. $x(x - 1) = 6 - 2x - 4x^2$
$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 + 2x + 4x^2 = 0$
$\Leftrightarrow 5x^2 + x - 6 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 5$, $b = 1$ e $c = -6$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 5 \times (-6)}}{2 \times 5}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 120}}{10}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{10}$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 11}{10}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{10} \vee x = \frac{10}{10}$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{6}{5} \vee x = 1$$
$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{6}{5}, 1\right\}$$

Propostas de Resolução

18. Para determinar o número de soluções de uma equação de 2º grau, é necessário verificar o sinal do binómio discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$.

18.1. $x^2 + 4x + 12 = 0$, $a = 1$, $b = 4$ e $c = 12$

$\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 12 = 16 - 48 =$

$= -32$

Como $\Delta < 0$, então a equação $x^2 + 4x + 12 = 0$ é impossível, logo não tem soluções.

18.2. $2x^2 - 3x - 8 = 0$, $a = 2$, $b = -3$ e $c = -8$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-8) = 9 + 64 =$

$= 73$

Como $\Delta > 0$, então a equação é possível e tem duas soluções distintas.

19. Duas equações são equivalentes se tiverem o mesmo conjunto-solução.

$x^2 - x - 6 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -1$ e $c = -6$, tem-se:

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{25}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm 5}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 - 5}{2} \lor x = \dfrac{1 + 5}{2}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{4}{2} \lor x = \dfrac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x = -2 \lor x = 3$

C.S. = $\{-2, 3\}$

[A] $x^2 + x - 6 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = 1$ e $c = -6$, tem-se:

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm 5}{2}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{6}{2} \lor x = \dfrac{4}{2}$

$\Leftrightarrow x = -3 \lor x = 2$

C.S. = $\{-3, 2\}$

A equação $x^2 + x - 6 = 0$ não é equivalente à equação dada.

[B] $x^2 - x + 6 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -1$ e $c = 6$, tem-se:

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 24}}{2}$

$\underbrace{\Leftrightarrow x = \dfrac{1 \pm \sqrt{-23}}{2}}_{\text{equação impossível}}$

C.S. = { }

A equação $x^2 - x + 6 = 0$ não é equivalente à equação dada.

[C] $7(x - 3)(x + 2) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto ($A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \lor B = 0$), tem-se:

$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \lor x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = 3 \lor x = -2$

C.S. = $\{-2, 3\}$

A equação $7(x - 3)(x + 2) = 0$ é equivalente à equação dada.

[D] $2(x + 3)(x - 2) = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto ($A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \lor B = 0$), tem-se:

$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \lor x - 2 = 0$

$\Leftrightarrow x = -3 \lor x = 2$

C.S. = $\{-3, 2\}$

A equação $2(x + 3)(x - 2) = 0$ não é equivalente à equação dada.

Logo, a opção correta é a [C].

20. Verificar se 4 é solução, é substituir na equação o x por 4:

$2 \times 4^2 - 7 \times 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow 2 \times 16 - 28 + 3 = 0$

$\Leftrightarrow 7 = 0$ (F)

Logo, 4 não é solução da equação $2x^2 - 7x + 3 = 0$.

21. $x^2 - 6x + k = 0$

21.1. Se $k = 0$:

$x^2 - 6x = 0$

Aplicando a lei do anulamento do produto ($A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \lor B = 0$), tem-se:

$\Leftrightarrow x(x - 6) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \lor x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \lor x = 6$

C.S. = $\{0, 6\}$

21.2. Se $x = 5$:

$5^2 - 6 \times 5 + k = 0 \Leftrightarrow 25 - 30 + k = 0$

$\Leftrightarrow k = 5$

C.S. = {5}

Substituindo k por 5, tem-se:

$x^2 - 6x + 5 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -6$ e $c = 5$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \lor x = \frac{10}{2}$$

$\Leftrightarrow x = 1 \lor x = 5$

C.S. = {1, 5}

A outra solução é 1.

22. A área do retângulo é dada por $A = b \times h$ ou seja, $A = (2x - 23) \times (x + 6)$.

A área do quadrado é dada por $A = \ell^2$, ou seja, $A = (x - 4)^2$.

Como os dois polígonos têm a mesma área, igualamos as duas expressões:

$(2x - 23)(x + 6) = (x - 4)^2$

Resolvendo a equação, obtemos:

$2x^2 + 12x - 23x - 138 = x^2 - 8x + 16$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x^2 + 12x - 23x + 8x - 138 - 16 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 154 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -3$ e $c = -154$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times (-154)}}{2 \times 1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 616}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{625}}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 - 25}{2} \lor x = \frac{3 + 25}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{2} \lor x = \frac{28}{2}$$

$\Leftrightarrow x = -11 \lor x = 14$

Como $2x - 23 > 0$, então $x > \frac{23}{2}$.

Logo, $x = 14$.

Assim, $x = 14$.

23. A equação que traduz o problema é:

$$2 \times (x^2 + 5) = 18$$

Resolvendo a equação, temos:

$2(x^2 + 5) = 18 \Leftrightarrow 2x^2 + 10 = 18$

$\Leftrightarrow 2x^2 = 18 - 10$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{2}$

$\Leftrightarrow x^2 = 4$

$\Leftrightarrow x \pm \sqrt{4}$

$\Leftrightarrow x = -2 \lor x = 2$

C.S. = {–2, 2}

Existem dois números nestas condições, –2 e 2.

24. $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Como $a + b = 3$, então $(a + b)^2 = 3^2 = 9$.

25. Sejam ℓ a largura do terreno e c o comprimento do terreno.

$\ell = c - 160$ e $A = 8000$.

Então:

$$\begin{cases} \ell = c - 160 \\ c \times \ell = 8000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c(c - 160) = 8000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c^2 - 160c - 8000 = 0 \end{cases}$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -160$ e $c = -8000$, tem-se:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c = \frac{160 \pm \sqrt{(160)^2 - 4 \times 1 \times (-8000)}}{2 \times 1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c = \frac{160 \pm \sqrt{25\,600 + 32\,000}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c = \frac{160 \pm \sqrt{57\,600}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c = \frac{160 \pm 240}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ c = -40 \lor c = 200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \ell = 200 - 160 \\ c = 200, c > 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ell = 40 \\ c = 200 \end{cases}$$

C.S. = {(200, 40)}

O terreno tem 40 metros de largura e 200 metros de comprimento.

Propostas de Resolução

26. Recorrendo ao sistema:

$$\begin{cases} x = 3y \\ x \times y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 3y \times y = 48 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y^2 = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ y = -\sqrt{16} \end{cases} \vee \begin{cases} \text{———} \\ y = \sqrt{16} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \times (-4) \\ y = -4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \times 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ y = -4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 12 \\ y = 4 \end{cases}$$

C.S. = $\{(-12, -4), (12, 4)\}$

Como os números são positivos, então são 12 e 4.

27. **?** $\times 4kw^2 = 16^2k^2w^3$, ou seja, $\dfrac{16k^2w^3}{4kw^2} = 4kw$.

28.

28.1. Monómios semelhantes são monómios com a mesma parte literal.
Por exemplo, $-3a^2b^3$ e $\dfrac{4}{5}\,a^2b^3$.

28.2. Se $a = -1$ e $b = 2$:
$3 \times (-1)^2 \times 2^3 = 3 \times 8 = 24$

29.

29.1. $2 + (2x - 6)(2x + 6) - (x - 3)^2 =$
$= 2 + 4x^2 - 36 - (x^2 - 6x + 9) =$
$= 2 + 4x^2 - 36 - x^2 + 6x - 9 =$
$= 3x^2 + 6x - 43$

29.2. $(-x + 1)^2 - 3(x - 1)(x + 1) =$
$= x^2 - 2x + 1 - 3(x^2 - 1) =$
$= x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 3 =$
$= -2x^2 - 2x + 4$

30. Consideremos, por exemplo, os polinómios
$x^3 - 2x^2 + x + 3$ e $x^3 - 2x^2 + 4x - 1$
A diferença entre eles é:
$x^3 - 2x^2 + x + 3 - (x^3 - 2x^2 + 4x - 1) =$
$x^3 - 2x^2 + x + 3 - x^3 + 2x^2 - 4x + 1 =$
$= x^3 - x^3 - 2x^2 + 2x^2 + x - 4x + 3 + 1 =$
$= -3x + 4$
Ou seja, a diferença entre estes dois polinómios de grau 3 é um polinómio de 1.º grau.

Nota: Basta que a parte numérica dos termos de grau 3 e de grau 2 seja igual nos dois polinómios.

31. $P = \dfrac{b \times h}{2}$

Assim:

$P = \dfrac{4x \times (2x + 5)}{2} = 2x(2x + 5) = 4x^2 + 10x$

32. $V_{\text{paralelepípedo}} = c \times \ell \times h$

Logo:

$V_{\text{caixa}} = (2x - 4) \times 2x \times x = (2x - 4) \times 2x^2 =$
$= 4x^3 - 8x^2$

33. $A_{[ABCD]} = \overline{BC} \times \overline{AB} = (x + 3 + x) \times (x + 2 + x + 2) =$
$= (2x + 3)(2x + 4) =$
$= 4x^2 + 8x + 6x + 12 =$
$= 4x^2 + 14x + 12$

$A_{[BGFE]} = \overline{BG} \times \overline{BE} =$
$= (x + 3) \times (x + 2) = x^2 + 2x + 3x + 6 =$
$= x^2 + 5x + 6$

Logo:

$A_{\text{verde}} = A_{[ABCD]} - A_{[BGFE]} =$
$= 4x^2 + 14x + 12 - (x^2 + 5x + 6) =$
$= 4x^2 + 14x + 12 - x^2 - 5x - 6 =$
$= 4x^2 - x^2 + 14x - 5x + 12 - 6 =$
$= 3x^2 + 9x + 6$

34.

34.1. Como o polinómio não tem termo independente:
$a^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 4 \Leftrightarrow a = -2 \ \vee \ a = 2$
C.S. = $\{-2, 2\}$
Para ser um polinómio de 3.º grau, $a - 2 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$.
Assim, $a = -2$.

34.2. Para ser um polinómio de 2.º grau, $a - 2 = 0$ $\Leftrightarrow a = 2$. Mas se $a = 2$, o polinómio não tem termo independente.
Impossível, não existe nenhum valor de a nas condições pedidas.

35. [A] $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$
[B] $3x - 9x^2 = 3x(1 - 3x)$
[C] $(x - 7)(x + 7) = x^2 - 49$
[D] $2x^2 - 8x + 8 = 2(x^2 - 4x + 4) = 2(x - 2)^2$
Logo, a opção correta é a [D].

36. $3x^2 + 12x - 1 = (3x^2 + 12x) - 1 =$
$= 3(\mathbf{x^2} + \mathbf{4x}) - 1 =$
$= 3(\mathbf{x^2} + \mathbf{4x} + \mathbf{4}) - 1 - \mathbf{12} =$
$= 3(\mathbf{x} + \mathbf{2})^2 - \mathbf{13}$

37. Como $A_{sombreado} = A_{[ACEF]} - A_{[BCDG]}$, então:
$A_{[ACEF]} = x \times x = x^2$ cm²
$A_{[BCDG]} = 10^2 = 100$ cm²
$A_{[ACEF]} - A_{[BCDG]} = x^2 - 100$
Como a área da região a sombreado é igual a 156 cm², então:
$$x^2 - 100 = 156 \Leftrightarrow x^2 = 156 + 100$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 256$$
$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{256}$$
$$\Leftrightarrow x = -16 \ \vee \ x = 16$$
Como $x > 10$, então $x = 16$.

38.
38.1. Por exemplo, $4x^4 - 3x$ e $3x^4 + 2x + 1$.
38.2. Por exemplo, $3x^4 + 3x^3 + x$ e $3x^4 + 2x + 5$.
38.3. Por exemplo, $2x^4 + 3x^2 + 7$ e $2x^4 + 3x^2 + 2x$.

39.
39.1. a) Se $t = 0$, então:
$$h(0) = -(0-2)^2 + 10 \Leftrightarrow h(0) = -4 + 10$$
$$\Leftrightarrow h(0) = 6$$
A altura do projétil é 6 m.
b) Se $t = 1$, então:
$$h(1) = -(1-2)^2 + 10 \Leftrightarrow h(1) = -1 + 10$$
$$\Leftrightarrow h(1) = 9$$
A altura do projétil é 9 m.
39.2. O projétil atinge o solo quando h é zero, ou seja, quando $h(t) = 0$.
$$-(t-2)^2 + 10 = 0 \Leftrightarrow -(t-2)^2 = -10$$
$$\Leftrightarrow (t-2)^2 = 10$$
$$\Leftrightarrow t - 2 = -\sqrt{10} \ \vee \ t - 2 = \sqrt{10}$$
$$\Leftrightarrow \underbrace{t = -\sqrt{10} + 2}_{<0} \ \vee \ t = \sqrt{10} + 2$$
Logo, $t \approx 5{,}2$ s.

40. $A = \frac{9}{2}$
Como a área é igual a $\frac{b \times h}{2}$, então:
$$\frac{(x-4)\times(x+4)}{2} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow (x-4)(x+4) = 9$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 16 - 9 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 25 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-5)(x+5) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 5 \ \vee \ x = -5$$
C.S. = $\{-5, 5\}$
Como $x > 4$, então $x = 5$ cm.
O cateto maior mede 9 cm ($x + 4 = 5 + 4 = 9$).

41. Como $A = 900$ cm², então:
$$\overline{OA}^2 = 900 \Leftrightarrow (a-30)^2 = 900$$
$$\Leftrightarrow (a-30)^2 - 30^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow (a-30-30)(a-30+30) = 0$$
$$\Leftrightarrow a - 60 = 0 \ \vee \ a = 0$$
$$\Leftrightarrow a = 60 \ \vee \ \underbrace{a = 0}$$
$a > 30$ porque é a medida do lado do quadrado.
$$\Leftrightarrow a = 60$$
Assim, $a = 60$ m.

42. Como $x = -2 \ \vee \ x = 5$, então:
$$x + 2 = 0 \ \vee \ x - 5 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5) = 0$$
Simplificando a equação, temos:
$$x^2 - 5x + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$$

43. Como a equação admite duas soluções distintas, então $\Delta > 0$, com $a = 2$, $b = 3$ e $c = -k$.
$$\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-k) = 9 + 8k$$
Então:
$$9 + 8k > 0 \Leftrightarrow 8k > -9 \Leftrightarrow k > -\frac{9}{8}$$
$$k \in \left]-\frac{9}{8}, +\infty\right[$$
Por exemplo, $k = 1$.

44.
44.1. $9x^2 + 16 = 24x \Leftrightarrow 9x^2 - 24x + 16 = 0$
$$\Leftrightarrow (3x-4)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow (3x-4)(3x-4) = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x - 4 = 0$$
$$\Leftrightarrow 3x = 4$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$
C.S. = $\left\{\frac{4}{3}\right\}$
44.2. $21x^2 = 7x \Leftrightarrow 21x^2 - 7x = 0$
$$\Leftrightarrow 7x(3x-1) = 0$$
$$\Leftrightarrow 7x = 0 \ \vee \ 3x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ 3x = 1$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x = \frac{1}{3}$$
C.S. = $\left\{0, \frac{1}{3}\right\}$
44.3. $4x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow (2x-6)(2x+6) = 0$
$$\Leftrightarrow 2x - 6 = 0 \ \vee \ 2x + 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x = 6 \ \vee \ 2x = -6$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{2} \ \vee \ x = -\frac{6}{2}$$
$$\Leftrightarrow x = 3 \ \vee \ x = -3$$
C.S. = $\{-3, 3\}$

44.4. $49 - 9x^2 = 0 \Leftrightarrow -9x^2 = -49$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{49}{9}$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{49}{9}}$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{7}{3} \;\vee\; x = \dfrac{7}{3}$

C.S. $= \left\{-\dfrac{7}{3}, \dfrac{7}{3}\right\}$

45. Seja x o comprimento do lado do quadrado menor e $2x$ o comprimento do lado do quadrado maior. Assim:

$(2x)^2 - x^2 = 27 \Leftrightarrow 4x^2 - x^2 = 27$

$\Leftrightarrow 3x^2 = 27$

$\Leftrightarrow x^2 = \dfrac{27}{3}$

$\Leftrightarrow x^2 = 9$

$\Leftrightarrow x = \pm\, 3$

C.S. $= \{-3, 3\}$

Como $x > 0$, então $x = 3$ cm.

Logo, o quadrado maior tem 6 cm de lado ($2 \times 3 = 6$), e o seu perímetro é igual a 24 cm ($6 \times 4 = 24$).

46.

46.1. $2x^2 + 20x - 1 = (2x^2 + 20) - 1 =$

$= 2(x^2 + 10) - 1 =$

$= 2(x^2 + 10x + 25) - 1 - 50 =$

$= 2(x + 5)^2 - 51$

46.2. $-x^2 - 4x - 20 = (-x^2 - 4x) - 20 =$

$= -(x^2 + 4x) - 20 =$

$= -(x^2 + 4x + 4) - 20 + 4 =$

$= -(x + 2)^2 - 16$

47. $(x - 2)\,(x + 2) + 16 = 7x + 2(x - 3)^2$

$\Leftrightarrow x^2 - 4 + 16 = 7x + 2(x^2 - 6x + 9)$

$\Leftrightarrow x^2 - 4 + 16 = 7x + 2x^2 - 12x + 18$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x^2 - 7x + 12x - 4 + 16 - 18 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + 5x - 6 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -1$, $b = 5$ e $c = -6$, tem-se:

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-1) \times (-6)}}{2 \times (-1)}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm 1}{-2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-6}{-2} \;\vee\; x = \dfrac{-4}{-2}$

$\Leftrightarrow x = 3 \;\vee\; x = 2$

C.S. $= \{2, 3\}$

48.

48.1. $(x - 4)^2 = 25$

$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{25} \;\vee\; x - 4 = \sqrt{25}$

$\Leftrightarrow x = -5 + 4 \;\vee\; x = 5 + 4$

$\Leftrightarrow x = -1 \;\vee\; x = 9$

C.S. $= \{-1, 9\}$

48.2. $x^2 + 8x - 9 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 8x = 9$

$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 9 + 16$

$\Leftrightarrow (x + 4)^2 = 25$

$\Leftrightarrow x + 4 = -\sqrt{25} \;\vee\; x + 4 = \sqrt{25}$

$\Leftrightarrow x = -5 - 4 \;\vee\; x = 5 - 4$

$\Leftrightarrow x = -9 \;\vee\; x = 1$

C.S. $= \{-9, 1\}$

48.3. $x^2 = 4(x + 3)$

$\Leftrightarrow x^2 = 4x + 12$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 12$

$\Leftrightarrow x - 4x + 4 = 12 + 4$

$\Leftrightarrow (x - 2)^2 = 16$

$\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{16} \;\vee\; x - 2 = \sqrt{16}$

$\Leftrightarrow x = -4 + 2 \;\vee\; x = 4 + 2$

$\Leftrightarrow x = -2 \;\vee\; x = 6$

C.S. $= \{-2, 6\}$

48.4. $3x^2 - 30x + 75 = 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 10x) + 75 = 0$

$\Leftrightarrow 3(x^2 - 10x + 25) + 75 - 75 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x = 5$

C.S. $= \{5\}$

49.

49.1. $(x + 2)^2 = 3x\left(x + \dfrac{2}{3}\right)$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 3x^2 + 2x$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x^2 + 4x - 2x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -2$, $b = 2$ e $c = 4$, tem-se:

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-2) \times 4}}{2 \times (-2)}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{36}}{-4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-2 \pm 6}{-4}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{4}{-4} \;\vee\; x = \dfrac{-8}{-4}$

$\Leftrightarrow x = -1 \;\vee\; x = 2$

C.S. $= \{-1, 2\}$

49.2. $(x + 3)^2 + 2 = 2x^2 + x + 5$
$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + 2 - 2x^2 - x - 5 = 0$
$\Leftrightarrow -x^2 + 5x + 6 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -1$, $b = 5$ e $c = 6$, tem-se:
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-1) \times 6}}{2 \times (-1)}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{49}}{-2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-5 \pm 7}{-2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-12}{-2} \vee x = \dfrac{2}{-2}$
$\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -1$
C.S. = $\{-1, 6\}$

50.
50.1. A equação tem uma solução dupla se $\Delta = 0$. Como $\Delta = b^2 - 4ac$, temos $b^2 - 4ac = 0$. Como $a = 2$, $b = -1$ e $c = k$, tem-se:
$(-1)^2 - 4 \times 2 \times k = 0 \Leftrightarrow 1 - 8k = 0$
$\Leftrightarrow -8k = -1$
$\Leftrightarrow k = \dfrac{1}{8}$
C.S. = $\left\{\dfrac{1}{8}\right\}$
Assim, $k = \dfrac{1}{8}$.

50.2. A equação admite duas soluções distintas se $\Delta > 0$, ou seja:
$-8k + 1 > 0 \Leftrightarrow -8k > -1 \Leftrightarrow 8k < 1$
$\Leftrightarrow k < \dfrac{1}{8}$
C.S. = $\left]-\infty, \dfrac{1}{8}\right[$
Assim, $k \in \left]-\infty, \dfrac{1}{8}\right[$.

50.3. A equação é impossível se $\Delta < 0$, ou seja:
$-8k + 1 < 0 \Leftrightarrow -8k < -1 \Leftrightarrow k > \dfrac{1}{8}$
C.S. = $\left]\dfrac{1}{8}, +\infty\right[$
Assim, $k \in \left]\dfrac{1}{8}, +\infty\right[$.

50.4. Se -5 é solução da equação, então:
$2 \times (-5)^2 - (-5) + k = 0 \Leftrightarrow 2 \times 25 + 5 + k = 0$
$\Leftrightarrow k = -55$
C.S. = $\{-55\}$
Assim, $k = -55$.

51. Como 4 é solução da equação, basta substituir x por 4:
$-k \times 4^2 + 4(4 + 4) = 0 \Leftrightarrow -16k + 32 = 0$
$\Leftrightarrow -16k = -32$
$\Leftrightarrow k = \dfrac{-32}{-16}$
$\Leftrightarrow k = 2$
C.S. = $\{2\}$
Substituindo k por 2 na equação $-kx^2 + 4(x + 4) = 0$, obtemos:
$-2x^2 + 4x + 16 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -2$, $b = 4$ e $c = 16$, tem-se:
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-2) \times (16)}}{2 \times (-2)}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{16 + 128}}{-4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{144}}{-4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4 - 12}{-4} \vee x = \dfrac{-4 + 12}{-4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-16}{-4} \vee x = \dfrac{8}{-4}$
$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -2$
C.S. = $\{-2, 4\}$
A outra soluçao da equação é -2.

52. 1.º processo
Considerando x e y as dimensões do terreno e sabendo que o terreno tem área 3200 m^2, obtemos a equação $x \times y = 3200 \Leftrightarrow y = \dfrac{3200}{x}$, $x > 0$, $y > 0$.
Como foi utilizado 220 metros de rede e o perímetro do terreno, sem a porta, é igual a $2x + y + y - 20 = 0$, obtemos:
$2x + y + y - 20 = 220 \Leftrightarrow 2x + 2y = 240$
$\Leftrightarrow x + y = 120$
$\Leftrightarrow x + \dfrac{3200}{x} = 120$
$\Leftrightarrow x^2 + 3200 = 120x$
$\Leftrightarrow x^2 - 120x + 3200 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = -120$ e $c = 3200$, tem-se:
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \times 1 \times 3200}}{2 \times 1}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{120 \pm \sqrt{14\,400 - 12\,800}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{120 \pm \sqrt{1600}}{2}$

Propostas de Resolução

$\Leftrightarrow x = \dfrac{120 \pm 40}{2}$

$\Leftrightarrow x = 40 \ \vee \ x = 80$

C.S. = {40, 80}

Se $x = 40$, então $y = \dfrac{3200}{40} = 80$.

Se $x = 80$, então $y = \dfrac{3200}{80} = 40$.

As dimensões do terreno são 40 metros de largura e 80 metros de comprimento.

2.º processo

Considerando x e y as dimensões do terreno e sabendo que o terreno tem área 3200 m^2, obtemos a equação $x \times y = 3200$, $x > 0$, $y > 0$.

Como foi utilizado 220 metros de rede e o perímetro do terreno, sem a porta, é igual a $2x + y + y - 20$, obtemos:

$2x + y + y - 20 = 220 \Leftrightarrow 2x + 2y = 240$

$\Leftrightarrow x + y = 120$

Escrevendo o sistema:

$$\begin{cases} x \times y = 3200 \\ x + y = 120 \end{cases}$$

Para obter o valor de x e o valor de y, resolvemos o sistema pelo método de substituição:

$$\begin{cases} x \times y = 3200 \\ x + y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (120 - y) \times y = 3200 \\ x = 120 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 120y - y^2 = 3200 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 120y + 3200 = 0 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{-(-120) \pm \sqrt{(-120)^2 - 4 \times 1 \times 3200}}{2 \times 1} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{120 \pm \sqrt{14\,400 - 12\,800}}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{120 \pm \sqrt{1600}}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{120 \pm 40}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \dfrac{80}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \vee \begin{cases} y = \dfrac{160}{2} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 40 \\ x = 80 \end{cases} \vee \begin{cases} y = 80 \\ x = 40 \end{cases}$$

C.S. = {(80, 40); (40, 80)}

As dimensões do terreno são 40 metros de largura e 80 metros de comprimento.

53. A área atual do parque é 700 m^2, ou seja, $20 \times y = 700$.

O novo parque terá área 1750 m^2, ou seja:

$(x + 20) \times (x + y) = 1750$

Como $20 \times y = 700$, então $y = 35$.

Substituindo o y por 35 na equação $(x + 20) \times (x + y) = 1750$, obtemos:

$(x + 20) \times (x + 35) = 1750$

$\Leftrightarrow x^2 + 35x + 20x + 700 - 1750 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 55x - 1050 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = 55$ e $c = -1050$, tem-se:

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm \sqrt{55^2 - 4 \times 1 \times (-1050)}}{2 \times 1}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm \sqrt{3025 + 4200}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm \sqrt{7225}}{2}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-55 \pm 85}{2}$

$\Leftrightarrow x = -70 \ \vee \ x = 15$

C.S. = {–70, 15}

Como $x > 0$, então $x = 15$.

$x + 20 = 15 + 20 = 35$ e $y + x = 35 + 15 = 50$

As dimensões do novo parque de estacionamento são 35 metros de largura e 50 metros de comprimento.

54. $a^2 + 2 \times a \times b + b^2 = 16$

$\Leftrightarrow (a + b)^2 = 16$

$\Leftrightarrow a + b = -\sqrt{16} \ \vee \ a + b = \sqrt{16}$

$\Leftrightarrow a + b = -4 \ \vee \ a + b = 4$

$\Leftrightarrow 3(a + b) = -4 \times 3 \ \vee \ 3(a + b) = 4 \times 3$

$\Leftrightarrow 3a + 3b = -12 \ \vee \ 3a + 3b = 12$

Logo, a opção correta é a [C].

55.

55.1. P é um polinómio de 2.º grau se e só se $k - 3 = 0$ e $k - 2 \neq 0$, ou seja, $k = 3$ e $k \neq 2$.

Assim, $k = 3$.

55.2. Se $k = 3$ e $k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$

Não é possível porque, se $k = 3$, o polinómio é de 2.º grau e, se $k = 2$, o polinómio é de 4.º grau.

56.

56.1. $5(x - 3)^2 = 125 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = \dfrac{125}{5}$

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 25$

$\Leftrightarrow x - 3 = -5 \ \vee \ x - 3 = 5$

$\Leftrightarrow x = -5 + 3 \ \vee \ x = 5 + 3$

$\Leftrightarrow x = -2 \ \vee \ x = 8$

C.S. = {–2, 8}

56.2. $2(x-3)^2 = 19 + (x-1)(x+1)$
$\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x + 9) = 19 + x^2 - 1$
$\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 18 - 19 - x^2 + 1 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 - 12x = 0$
$\Leftrightarrow x(x-12) = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x - 12 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0 \ \vee \ x = 12$
C.S. = $\{0, 12\}$

57. $(3x - n)^2 = 9x^2 - 42x + n^2$
$2 \times 3 \times x \times (-n) = -6xn$
$-42x = -6xn \Leftrightarrow -42x + 6xn = 0$
$\Leftrightarrow 6x(-7 + n) = 0$
$\Leftrightarrow 6x = 0 \ \vee \ -7 + n = 0$
$\Leftrightarrow n = 7$
Logo, a opção correta é a [D].

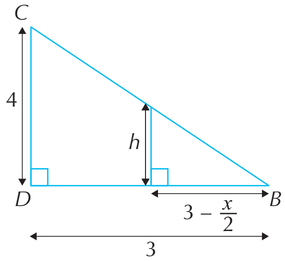
58. $A_{[ABCD]} - A_{[EFGH]} = g^2 - h^2 = (g-h)(g+h)$

59. $2(x^2 - 25) + 7(x-5) = 2(x-5)(x+5) + 7(x-5) =$
$= (x-5)(2x + 10 + 7) =$
$= (x-5)(2x+17)$

60.
60.1. As dimensões do paralelepípedo II são $x - y$, y e y. Então, o volume é igual a:
$V = (x-y) \times y \times y = xy^2 - y^3$
60.2. $V_{\text{III}} = (x-y) \times y \times (x-y) = (x-y)^2 \times y =$
$= (x^2 - 2xy + y^2)y =$
$= x^2y - 2xy^2 + y^3$
$V_{\text{IV}} = (x-y)(x-y) \times y = (x-y)^2 \times y =$
$= (x^2 - 2x + y^2)y =$
$= x^2y - 2xy^2 + y^3$
60.3. $V_{\text{cubo}} - V_{\text{I}} - V_{\text{II}} - \underbrace{V_{\text{III}} - V_{\text{IV}}}_{\text{são iguais}} =$
$= x^3 - y^3 - (xy^2 - y^3) - 2 \times (x^2y - 2xy^2 + y^3) =$
$= x^3 - y^3 - xy^2 + y^3 - 2x^2y + 4xy^2 + 2y^3 =$
$= x^3 + 3xy^2 - 2x^2y - 2y^3 =$
$= x^3 - y(2x^2 - 3xy + 2y^2)$

61.
61.1. Substituindo na equação k por 2, obtemos:
$-2x^2 - 2x + 4 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -2$, $b = -2$ e $c = 4$, tem-se:
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-2) \times 4}}{2 \times (-2)}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{-4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{2 \pm \sqrt{36}}{-4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{2 \pm 6}{-4}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-4}{-4} \ \vee \ x = \dfrac{8}{-4}$
$\Leftrightarrow x = 1 \ \vee \ x = -2$
C.S. = $\{-2, 1\}$
61.2. Uma equação de 2.º grau admite duas soluções distintas se $\Delta > 0$. Então:
$b^2 - 4ac = (-k)^2 - 4 \times (-2) \times 4 = k^2 + 32$
$k^2 + 32$ é sempre maior que zero.

62.
62.1. A área do quadrado de lado $[AP]$ é igual a $3^2 = 9$ u.a.
62.2. $\overline{PB} = \overline{AB} - \overline{AP}$
$\overline{PB} = 12 - x$
Então, a área do quadrado de lado $[PB]$ é igual a $(12 - x)^2$.
Logo, $A = (12 - x)^2$.
62.3. A área do quadrado de lado $[PB]$ é igual a $(12 - x)^2$.
A área do quadrado de lado $[AP]$ é igual a x^2.
Então, $(12 - x)^2 = 25 \times x^2$.
Para determinar o valor de x, basta resolver a equação anterior.
$144 - 24x + x^2 - 25x^2 = 0$
$\Leftrightarrow -24x^2 - 24x + 144 = 0$
$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$
Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 1$, $b = 1$ e $c = -6$, tem-se:
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{25}}{2}$
$\Leftrightarrow x = \dfrac{-1 \pm 5}{2}$
$\Leftrightarrow x = -3 \ \vee \ x = 2$
C.S. = $\{-3, 2\}$
Como $0 < x < 12$, então $x = 2$.

63.
63.1.


Propostas de Resolução

Como os triângulos são semelhantes, então:

$$\frac{h}{4} = \frac{3 - \frac{x}{2}}{3} \Leftrightarrow 3h = 12 - 4\,\frac{x}{2}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{12 - 2x}{3}$$

$$\Leftrightarrow h = 4 - \frac{2}{3}\,x$$

63.2. $A_{\text{total}} = A_{[ABC]} = \frac{b \times h}{2}$

$A_{[ABC]} = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12$ u.a.

A área ocupada pelo preçário é dada por $A_{\square} = b \times h$.

$x \times h = x \times \left(4 - \frac{2}{3}\,x\right) = 4x - \frac{2}{3}\,x^2$

A área destinada às fotografias é igual à diferença entre a área total e a área do preçário. Então,

$12 - \left(4x - \frac{2}{3}\,x^2\right) = \frac{2}{3}\,x^2 - 4x + 12$

63.3. Como a expressão da área do preçário é igual a $4x - \frac{2}{3}\,x^2$, então:

$$4x - \frac{2}{3}\,x^2 = 6 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\,x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 12x - 18 = 0$$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = -2$, $b = 12$ e $c = -18$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \times (-2) \times (-18)}}{2 \times (-2)}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

C.S. = {3}

Assim, $x = 3$ u.c.

64. A caixa tem volume 588 cm^3 e os quadrados cortados têm área 9 cm^2.

$\sqrt{9} = 3$ cm, lado do quadrado recortado

$x - 6$, lado da base da caixa

$V = 588$

$(x - 6)(x - 6) \times 3 = 588$

$\Leftrightarrow 3 \times (x^2 - 12x + 36) - 588 = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x + 108 - 588 = 0$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 36x - 480 = 0$

Recorrendo à fórmula resolvente, com $a = 3$, $b = -36$ e $c = -480$, tem-se:

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \times 3 \times (-480)}}{2 \times 3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{1296 + 5760}}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm \sqrt{7056}}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36 \pm 84}{6}$$

$\Leftrightarrow x = -8 \ \vee \ x = 20$

Como $x > 0$, então $x = 20$ cm.

A folha de papel tinha 20 cm de lado.

65.

65.1. Para determinar a altura do 2.º poste, basta substituir x por 30 na expressão $\frac{1}{40}\,(x - 10)^2 + 5$, ou seja:

$$\frac{1}{40}\,(30 - 10)^2 + 5 = \frac{1}{40} \times 20^2 + 5 =$$

$$= \frac{400}{40} + 5 = 15$$

O 2.º poste tem 15 metros de altura.

65.2. Se o ponto se situa a 5 metros de altura, basta igualar a expressão $\frac{1}{40}\,(x - 10)^2 + 5$ a 5, e resolver a equação:

$$\frac{1}{40}\,(x - 10)^2 + 5 = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{40}\,(x - 10)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 10)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

C.S. = {10}

O ponto situa-se a 10 metros de distância do 1.º poste.

Equações literais. Sistemas de duas equações

Rever + Praticar – páginas 52 a 54

1. Para $(-1, 3)$ ser solução da equação, quando substituímos na equação a variável x por -1 e a variável y por 3, teremos de obter uma proposição verdadeira:

$$5x - y = -8 \underset{(x,\,y) = (-1,\,3)}{\Rightarrow} 5 \times (-1) - 3 = -8 \Leftrightarrow -8 = -8$$

Logo, $(-1, 3)$ é solução da equação.

2. Para encontrar um par ordenado que seja solução da equação, basta atribuir um valor a uma das variáveis, determinando o valor da outra variável através da resolução da equação resultante dessa substituição.

Assim:

- para $x = -1$: $3 \times (-1) - y = 4 \Leftrightarrow -3 - y = 4$
$\Leftrightarrow -y = 7$
$\Leftrightarrow y = -7$
- para $x = 2$: $3 \times 2 - y = 4 \Leftrightarrow 6 - y = 4$
$\Leftrightarrow -y = -2$
$\Leftrightarrow y = 2$
- para $x = 3$: $3 \times 3 - y = 4 \Leftrightarrow 9 - y = 4$
$\Leftrightarrow -y = -5$
$\Leftrightarrow y = 5$

Logo, $(-1, -7)$, $(2, 2)$ e $(3, 5)$ são soluções da equação.

3.

3.1. Seja P o perímetro do retângulo.
Assim:
$P = x + x + y + y \Leftrightarrow 20 = 2x + 2y$
$\Leftrightarrow -2x = 2y - 20$
$\Leftrightarrow x = -y + 10$

3.2. Se $x = 6$, então, substituindo na equação anterior, obtém-se:
$6 = -y + 1\ 0 \Leftrightarrow y = 4$
A medida da largura do retângulo é 4 cm.

4. Vejamos se o par ordenado $(-1, 1)$ é solução das duas equações.
Por um lado, $1 + 1 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2$, que é verdadeira.
Logo, $(-1, 1)$ é solução da equação $-x + y = 2$.
Por outro lado, $2 \times (-1) + 1 = 1 \Leftrightarrow -1 = 1$, que é falsa.
$(-1, 1)$ não é solução da equação $2x + 1 = y$, logo não é solução do sistema.

5. Como as duas retas se intersetam no ponto de coordenadas $(2, 1)$, este ponto é solução do sistema.

6.

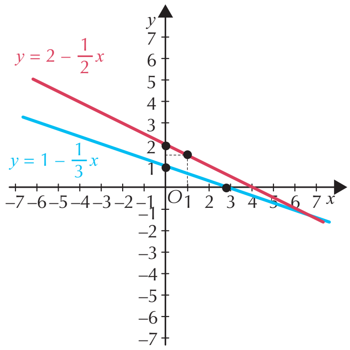
6.1. Sistema A

$x + 2y = 4 \Leftrightarrow 2y = 4 - x \Leftrightarrow y = 2 - \frac{1}{2}x$

x	$y = 2 - \frac{1}{2}x$	Ponto
0	2	(0, 2)
1	$\frac{3}{2}$	$\left(1, \frac{3}{2}\right)$

$x + 3y = 3 \Leftrightarrow 3y = 3 - x \Leftrightarrow y = 1 - \frac{1}{3}x$

x	$y = 1 - \frac{1}{3}x$	Ponto
0	1	(0, 1)
3	0	(3, 0)



Sistema possível determinado
C.S. = {(6, –1)}

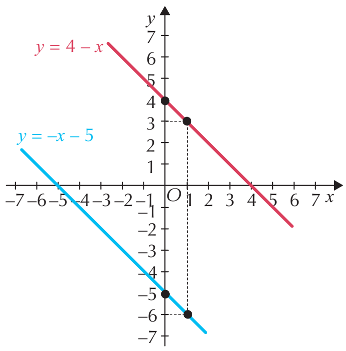
Sistema B

$2x + 2y = 8 \Leftrightarrow 2y = 8 - 2x \Leftrightarrow y = 4 - x$

x	$y = 4 - x$	Ponto
0	4	(0, 4)
1	3	(1, 3)

$x + 5 = -y \Leftrightarrow y = -x - 5$

x	$y = -x - 5$	Ponto
0	–5	(0, –5)
1	–6	(1, –6)



Sistema impossível
C.S. = { }

6.2. Sistema A

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2y \\ 4 - 2y + 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2 \times (-1) \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -1 \end{cases}$$

C.S = {(6, –1)}

Sistema B

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ x + 5 = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 8 - 2y \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ 4 - y + 5 = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 0y = -9 \end{cases}$$

C.S. = { }

Propostas de Resolução

7. Sejam x e y os dois números procurados.
Suponhamos que $x > y$.
Sabemos que:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - y \\ 2(3 - y) - 3y = 11 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ 6 - 2y - 3y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -5y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$$

C.S. = $\{(4, -1)\}$
Os dois números procurados são o -1 e o 4.

Praticar + – páginas 55 a 59

1. $5x - 3y = -20$, se $x = -1$ e $y = 5$
$5 \times (-1) - 3 \times 5 = -20 \Leftrightarrow -5 - 15 = -20$
$\Leftrightarrow -20 = -20$ (V)
$(-1, 5)$ é solução da equação $5x - 3y = -20$.

2.

2.1. $x - 5y - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 5y + 7$

2.2. $2x - 8y = 10 \Leftrightarrow 2x = 8y + 10$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8y + 10}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 4y + 5$$

2.3. $3y = 5x - 11 \Leftrightarrow 5x - 11 = 3y$

$$\Leftrightarrow 5x = 3y + 11$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{5}y + \frac{11}{5}$$

3. Verificar se $(2, 4)$ é solução do sistema, é verificar se é solução das duas equações.

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 4 \times 4 = 12 \\ -2 + 4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 16 = 12 \\ 2 = 2 \ \ \text{(V)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12 = 12 \ \ \text{(F)} \\ \text{———} \end{cases}$$

Concluímos que $(2, 4)$ não é solução do sistema porque não é solução de uma das equações.

4. [A] $(8, 2)$

$$\begin{cases} 8 - 2 = 7 \\ -2 \times 8 + 5 \times 2 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 7 \ \ \text{(F)} \\ \text{———} \end{cases}$$

Logo, $(8, 2)$ não é solução do sistema.

[B] $(10, 3)$

$$\begin{cases} 10 - 3 = 7 \\ -2 \times 10 + 5 \times 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \\ -20 + 15 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 7 \ \ \text{(V)} \\ -5 = -5 \ \ \text{(V)} \end{cases}$$

Logo $(10, 3)$ é solução do sistema.

[C] $(2, 8)$

$$\begin{cases} 2 - 8 = 7 \\ -2 \times 2 + 5 \times 8 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = 7 \ \ \text{(F)} \\ \text{———} \end{cases}$$

Logo, $(2, 8)$ não é solução do sistema.

[D] $(3, 10)$

$$\begin{cases} 3 - 10 = 7 \\ -2 \times 3 + 5 \times 10 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 = 7 \ \ \text{(F)} \\ \text{———} \end{cases}$$

Logo, $(3, 10)$ não é solução do sistema.
A opção correta é a [B].

5.

5.1. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x + y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - (15 - x) = 9 \\ y = 15 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 15 + x = 9 \\ \text{———} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + x = 9 + 15 \\ \text{———} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 24 \\ \text{———} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{24}{2} \\ \text{———} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases}$$

C.S. = $\{(12, 3)\}$

5.2. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 1 - x - x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ -2x = 9 - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ x = \frac{8}{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - (-4) \\ x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = -4 \end{cases}$$

C.S. = $\{(-4, 5)\}$

5.3. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} 2x + y = -10 \\ x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 - x = -10 \\ y = -3 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x = -10 + 3 \\ \text{———} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = -3 - (-7) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 4 \end{cases}$$

C.S. = $\{(-7, 4)\}$

5.4. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} 2y - x = 7 \\ -y + x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(-1 + y) + 2y = 7 \\ x = -1 + y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - y + 2y = 7 \\ \text{———} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y + 2y = 7 - 1 \\ \text{———} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = -1 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 5 \end{cases}$$

C.S. = $\{(5, 6)\}$

5.5. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ -7y - 3x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 2 \\ -3x - 7y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2x \\ -3x - 7(2 - 2x) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -3x - 14 + 14x = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -3x + 14x = -3 + 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 11x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ x = \frac{11}{11} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2 \times 1 \\ x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - 2 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

C.S. = $\{(1, 0)\}$

5.6. O sistema já está escrito na forma canónica:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 14 \\ 2y + x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 7 \\ x + 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-4 - 2y) - y = 7 \\ x = -4 - 2y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8 - 4y - y = 7 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4y - y = 7 + 8 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5y = 15 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{15}{-5} \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = -4 - 2 \times (-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

C.S. = $\{(2, -3)\}$

6.

6.1. Por exemplo, (0, 4) porque

$3 \times 0 + 2 \times 4 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8$ (V)

e $4 = 2 \times 0 - 3 \Leftrightarrow 4 = -3$ (F)

6.2. Por exemplo, (3, 3) porque

$3 = 2 \times 3 - 3 \Leftrightarrow 3 = 3$ (V)

e $3 \times 3 + 2 \times 3 = 8 \Leftrightarrow 9 + 6 = 8$ (F)

6.3. A solução do sistema é o par ordenado (2, 1). É o ponto de interseção das duas retas.

6.4. Resolvendo o sistema pelo método de substituição:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2(2x - 3) = 8 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4x - 6 = 8 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4x = 8 + 6 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

C.S. = $\{(2, 1)\}$

7. Como o perímetro é igual a 100 cm,

$P = 100$

$2 \times (2x + y) + 2 \times (3x + 2y) = 100$

$\Leftrightarrow 4x + 2y + 6x + 4y = 100$

$\Leftrightarrow 10x + 6y = 100$

$\Leftrightarrow 5x + 3y = 50$

7.1. Se $x = 4$:

$$\begin{aligned} 5 \times 4 + 3y = 50 &\Leftrightarrow 20 + 3y = 50 \\ &\Leftrightarrow 3y = 50 - 20 \\ &\Leftrightarrow 3y = 30 \\ &\Leftrightarrow y = \frac{30}{3} \\ &\Leftrightarrow y = 10 \end{aligned}$$

7.2. Se $y = 5$:

$$\begin{aligned} 5x + 3 \times 5 = 50 &\Leftrightarrow 5x + 15 = 50 \\ &\Leftrightarrow 5x = 50 - 15 \\ &\Leftrightarrow 5x = 35 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{35}{5} \\ &\Leftrightarrow x = 7 \end{aligned}$$

Como $x = 7$ e $y = 5$:

$A = (3x + 2y) \times (2x + y)$, ou seja:

$A = (3 \times 7 + 2 \times 5) \times (2 \times 7 + 5) =$

$= (21 + 10) \times (14 + 5) =$

$= 31 \times 19 =$

$= 589$

A área do retângulo é 589 cm^2.

8. x – idade do Fernando

y – idade da filha mais velha do Fernando

- $x + y = 42$

$x + 5$ – idade do Fernando daqui a 5 anos

$y + 5$ – idade da filha mais velha do Fernando daqui a 5 anos

- $x + 5 = 3 \times (y + 5)$

Resolvendo, pelo método de substituição, o sistema com as duas equações:

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 = 3(y + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 = 3y + 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x - 3y = 15 - 5 \end{cases}$$

Escrevendo na forma canónica, tem-se:

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 42 - y \\ 42 - y - 3y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -4y = -32 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 42 - 8 \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 34 \\ y = 8 \end{cases}$$

C.S. = $\{(34, 8)\}$

O Fernando tem atualmente 34 anos.

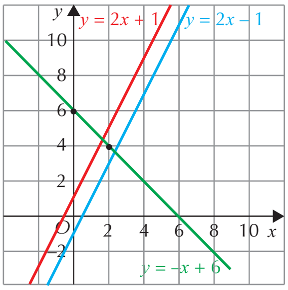
Propostas de Resolução

9.

9.1. Como as retas são estritamente paralelas, o sistema é impossível.
C.S. = { }

9.2.

x	$y = -x + 6$
0	$-0 + 6 = 6$
2	$-2 + 6 = 4$



Logo, a reta contém os pontos (0, 6) e (2, 4).

9.3. a) Por exemplo:

$\begin{cases} y = -x + 6 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$ porque são retas concorrentes.

b) Por exemplo:

$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ porque são retas coincidentes.

10. Sejam x o preço de cada martelo e y o preço de cada chave inglesa.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 29 \\ 2x + 3y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 29 - 2y \\ \_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{29 - 2y}{3} \\ 2\left(\dfrac{29 - 2y}{3}\right) + 3y = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_ \\ \dfrac{58}{3} - \dfrac{4}{3}y + 3y = 31 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_ \\ 58 - 4y + 9y = 93 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_ \\ -4y + 9y = 93 - 58 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_ \\ y = \dfrac{35}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{29 - 2 \times 7}{3} \\ y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{15}{3} \\ \_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$$

C.S. = {(5, 7)}

Como cada martelo custa 5 €, cinco martelos custam 5 × 5 = 25 € e cada chave inglesa custa 7 €.
Então, cinco martelos e uma chave inglesa custarão 32 € (25 + 7 = 32).
O novo *pack* custará 32 €.

11. [A] (2, –8)

$$\begin{cases} 2 \times 2 - (-8) = 4 \\ \dfrac{2 \times 2 + (-8)}{3} = 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 8 = 4 \quad \text{(F)} \\ -\dfrac{4}{3} = 4 \quad \text{(F)} \end{cases}$$

(2, –8) não é solução do sistema porque não é solução das equações do sistema.

[B] (–2, –8)

$$\begin{cases} 2 \times (-2) - (-8) = 4 \\ \dfrac{2 \times (-2) + (-8)}{3} = 2 \times (-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + 8 = 4 \quad \text{(V)} \\ \dfrac{-4 - 8}{3} = -4 \quad \text{(V)} \end{cases}$$

(–2, –8) é solução do sistema porque é solução das duas equações do sistema.

[C] (–2, 8)

$$\begin{cases} 2 \times (-2) - 8 = 4 \\ \dfrac{2 \times (-2) + 8}{3} = 2 \times (-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - 8 = 4 \quad \text{(F)} \\ -\dfrac{4 + 8}{3} = -4 \quad \text{(F)} \end{cases}$$

(–2, 8) não é solução do sistema porque não é solução das equações do sistema.

[D] (2, 8)

$$\begin{cases} 2 \times 2 - 8 = 4 \\ \dfrac{2 \times 2 + 8}{3} = 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - 8 = 4 \quad \text{(F)} \\ \dfrac{4 + 8}{3} = 4 \quad \text{(V)} \end{cases}$$

(2, 8) não é solução do sistema porque não é solução de uma das equações do sistema.
Logo, a opção correta é a [B].

12.

12.1. Como as retas r e s são paralelas, então têm o mesmo declive.
Sendo r: $y = 25 + 10x$, então s: $y = 10x + b$.
A reta s interseta o eixo Oy no ponto (0, 40).
Logo, a ordenada na origem é 40.
s: $y = 10x + 40$

12.2. A abcissa do ponto A é 2 e A é um ponto da reta r. Logo:
$y = 25 + 10 \times 2 \Leftrightarrow y = 25 + 20 \Leftrightarrow y = 45$
Então, $A(2, 45)$.

12.3. O sistema é impossível porque as retas são estritamente paralelas.

13.

13.1. Se $x = 3$:

$$y - \frac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow y - \frac{2}{3} \times 3 = 4 \Leftrightarrow y = 4 + 2$$
$$\Leftrightarrow y = 6$$

Se $x = 6$: $y - \dfrac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow y - \dfrac{2}{3} \times 6 = 4 \Leftrightarrow y = 4 + 4$
$\Leftrightarrow y = 8$

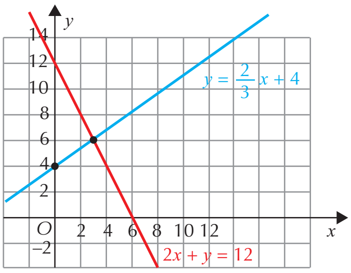
Se $y = 10$: $y - \dfrac{2}{3}x = 4 \Leftrightarrow \underset{(\times 3)}{10} - \dfrac{2}{3}x = \underset{(\times 3)}{4}$

$\Leftrightarrow 30 - 2x = 12$
$\Leftrightarrow -2x = 12 - 30$
$\Leftrightarrow -2x = -18$
$\Leftrightarrow x = \frac{-18}{-2}$
$\Leftrightarrow x = 9$

Então:

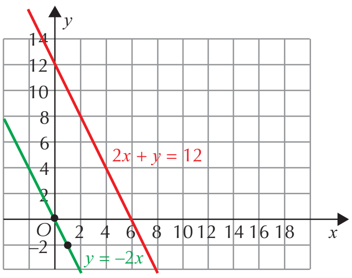
x	0	3	6	**9**
y	4	**6**	**8**	10

13.2. Marcar no referencial dois pontos da reta r, por exemplo, os pontos (0, 4) e (3, 6) e traçar a reta que contém esses pontos.



13.3. A solução do sistema é (3, 6), ponto de interseção das duas retas.

13.4. Por exemplo, $y = -2x$. Basta que as duas retas tenham o mesmo declive, ou seja, –2.



Como as retas são estritamente paralelas, o sistema é impossível.

14.

14.1. O sistema III, porque está escrito na forma $\begin{cases} ax + bx = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$.

14.2.

$$\begin{cases} 2x - \frac{1}{2}(y-3) = -2 \\ \underset{(\times 3)}{\frac{x}{2}} - \underset{(\times 2)}{\frac{y}{3}} = \underset{(\times 6)}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underset{(\times 2)}{2x - \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}} = \underset{(\times 2)}{-2} \\ 3x - 2y = -18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = -7 \\ 3x - 2y = -18 \end{cases} \quad \text{(Forma canónica)}$$

14.3. [A] (1, 5)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times 1 = -1 + 2 \times 5 \\ 1 - 3 \times 5 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{5} = 9 \quad (F) \\ \text{———} \end{cases}$$

Logo, (1, 5) não é solução do sistema II porque não é solução da 1.ª equação do sistema.

[B] (–1, –1)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times (-1) = -1 + 2 \times (-1) \\ -1 - 3 \times (-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{5} = -3 \quad (F) \\ 2 = 2 \quad (V) \end{cases}$$

Logo, (–1, –1) não é solução do sistema II porque não é solução da 1.ª equação do sistema.

[C] (5, 1)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times 5 = -1 + 2 \times 1 \\ 5 - 3 \times 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \quad (V) \\ 2 = 2 \quad (V) \end{cases}$$

Logo, (5, 1) é solução do sistema II porque é solução das duas equações do sistema.

[D] (1, 1)

$$\begin{cases} \frac{1}{5} \times 1 = -1 + 2 \times 1 \\ 1 - 3 \times 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{5} = 1 \quad (F) \\ -2 = 2 \quad (F) \end{cases}$$

Logo, (1, 1) não é solução do sistema porque não é solução das duas equações.

Assim, a opção correta é a [C].

14.4. Escrevendo o sistema na forma canónica, obtemos:

$$\begin{cases} \frac{1}{5}x = \underset{(\times 5)}{-1} + \underset{(\times 5)}{2y} \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 + 10y \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 10y = -5 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$$

Resolvendo as duas equações em ordem a y:

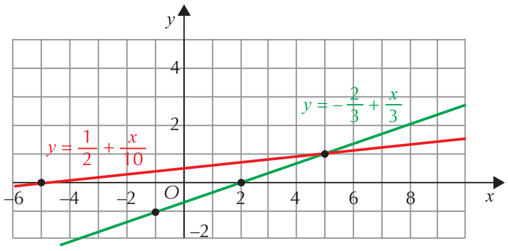
$$\begin{cases} -10y = -5 - x \\ -3y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-5 - x}{-10} \\ y = \frac{2 - x}{-3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} + \frac{x}{10} \\ y = -\frac{2}{3} + \frac{x}{3} \end{cases}$$

x	$y = \frac{1}{2} + \frac{x}{10}$
5	$\frac{1}{2} + \frac{5}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$
–5	$\frac{1}{2} - \frac{5}{10} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

x	$y = -\frac{2}{3} + \frac{x}{3}$
2	$-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$
–1	$-\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = -1$

Propostas de Resolução



Sistema possível determinado.

C.S. = {(5, 1)}

14.5.

$$\begin{cases} 2x - 5y = 4 \\ -3x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5(-2 + 3x) = 4 \\ y = -2 + 3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 10 - 15x = 4 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 15x = 4 - 10 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -13x = -6 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -2 + 3 \times \frac{6}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = \underset{(\times 13)}{-2} + \frac{18}{13} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ y = -\frac{26}{13} + \frac{18}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = -\frac{8}{13} \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \left\{\left(\frac{6}{13}, -\frac{8}{13}\right)\right\}$$

15. O sistema I é impossível porque as retas r e s são estritamente paralelas.

O sistema II é possível indeterminado porque as retas r e s são coincidentes.

Os sistemas III e IV são possíveis determinados porque as retas r e s são concorrentes.

16. Sendo x, y e z os comprimentos dos lados do triângulo escaleno e $x < y < z$.

$\frac{z}{x} = 2$; $x + y = z + 2$ e $x + y + z = 24$

Como $\frac{z}{x} = 2 \Leftrightarrow z = 2x$.

Substituindo z por $2x$ nas expressões, obtemos:

- $x + y = z + 2 \Leftrightarrow x + y = 2x + 2$
  $\Leftrightarrow x - 2x + y = 2$
  $\Leftrightarrow -x + y = 2$
- $x + y + z = 24 \Leftrightarrow x + y + 2x = 24$
  $\Leftrightarrow 3x + y = 24$

Resolvendo o sistema de equações:

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ 3x + y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + x \\ 3x + 2 + x = 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 3x + x = 24 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ 4x = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ x = \frac{22}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + \frac{11}{2} \\ x = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{15}{2} \\ x = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7{,}5 \\ x = 5{,}5 \end{cases}$$

C.S. = {(5,5; 7,5)}

O comprimento do lado maior é z, então $z = 2x$, ou seja, $z = 2 \times 5{,}5 = 11$.

O lado maior tem comprimento 11 cm.

17. Como o aluguer da caravana custa D euros por dia, então, em 17 dias, custa $17D$.

Como cada quilómetro percorrido custa K cêntimos, então percorrendo 5300 km custa $5300K$, ou seja, $53K$ euros.

Assim, no total, pagará $17D + 53K$ cêntimos.

Logo, a opção correta é a [B].

18. Sejam x a idade do João e y a idade do Filipe.

18.1. $x + 5$ representa a idade do João daqui a 5 anos e $y + 5$ representa a idade do Filipe daqui a 5 anos.

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + 5 + y + 5 = 52 \end{cases}$$

18.2.

$$\begin{cases} x + y = 42 \\ x + y = 52 - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 42 \\ x + y = 42 \end{cases}$$

Como as equações são equivalentes, o sistema é possível indeterminado, o que significa que o sistema tem uma infinidade de soluções.

18.3. Por exemplo, (10, 32), (15, 27), (20, 22) e (21, 21).

19. Sejam x o número de notas de 20 € e y o número de notas de 100 €.

$$\begin{cases} 20x + 100y = 1000 \\ x + y = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 20(26 - y) + 100y = 1000 \\ x = 26 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 520 - 20y + 100y = 1000 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -20y + 100y = 1000 - 520 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 80y = 480 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{480}{80} \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 26 - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 20 \end{cases}$$

C.S. = {(20, 6)}

O Pedro tem 20 notas de 20 € e 6 notas de 100 €.

Em notas de 20 €, o Pedro tem 20 × 20 = 400 €, ou seja, a quantia é inferior a 419,99 €.

O Pedro não consegue comprar a bicicleta, apenas com as notas de 20 €.

20. Para determinar as coordenadas de A, basta resolver o sistema.

$$\begin{cases} y = 4x - 8 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 4x - 8 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4x = -8 - 3 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x = -11 \\ \_\_\_\_\_\_ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = 2 \times \frac{11}{2} + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \_\_\_\_\_\_ \\ y = 11 + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = 14 \end{cases}$$

C.S. $= \left\{\left(\frac{11}{2}, 14\right)\right\}$

Logo, $A = \left(\frac{11}{2}, 14\right)$

O ponto B é um ponto do eixo Ox, ou seja, tem ordenada zero. A abcissa de B é igual à abcissa de A, $\frac{11}{2}$.

Logo, B tem coordenadas $\left(\frac{11}{2}, 0\right)$.

$$A_{[OBA]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[OBA]} = \frac{\frac{11}{2} \times 14}{2} = \frac{154}{4} = 38{,}5 \text{ u.a.}$$

21.

21.1. Como a 1.ª equação, $y = ax + 2$, tem ordenada na origem 2, corresponde à reta vermelha.

Determinando o declive, o valor de a:

a reta contém por exemplo, o ponto (3, –2), então

$$-2 = a \times 3 + 2 \Leftrightarrow 3a = -2 - 2$$
$$\Leftrightarrow 3a = -4$$
$$\Leftrightarrow a = -\frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3}x + 2$$

Os pontos (3, –2) e (6, 0) pertencem à reta de equação $bx + cy = d$ e –4 é a ordenada na origem, então

$$bx + cy = d \Leftrightarrow y = -\frac{b}{c}x + \frac{d}{c} \text{ e } \frac{d}{c} = -4.$$

Assim, $y = -\frac{b}{c}x - 4$

Utilizando, por exemplo, os pontos (3, –2) e (6, 0), podemos determinar o seu declive.

$\frac{0-(-2)}{6-3} = \frac{2}{3}$, ou seja, $-\frac{b}{c} = \frac{2}{3}$.

Escrevendo a equação $y = \frac{2}{3}x - 4$ na forma $bx + cy = d$, temos:

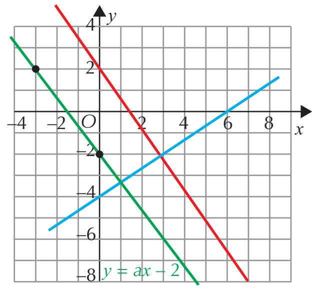
$$y = \frac{2}{3}x - 4 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + 3y = -4 \Leftrightarrow -2x + 3y = -12$$

$a = -\frac{4}{3}$ e, por exemplo, $b = -2$, $c = 3$ e $d = -12$.

21.2. O sistema é possível determinado porque as retas são concorrentes. Como as retas se intersetam no ponto de coordenadas (3, –2), a solução do sistema é (3, –2), ou seja, C.S. = {(3, –2)}.

21.3. Como $a = -\frac{4}{3}$ (por 21.1.), pretendemos representar a reta de equação $y = -\frac{4}{3}x - 2$.

x	y	Ponto
0	–2	(0, –2)
–3	2	(–3, 2)



21.4. O sistema é impossível porque as retas de equações $y = ax + 2$ (a vermelho) e $y = ax - 2$ (a verde) são paralelas (alínea 21.3.).

22. [A] $-4 \times \frac{1}{2} + (-3) = 5 \Leftrightarrow -2 - 3 = 5 \Leftrightarrow -5 = 5$ (F)

$\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ não é solução da equação.

[B] $6 \times \frac{1}{2} + (-3) = 2 \Leftrightarrow 3 - 3 = 2$ (F)

$\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ não é solução da equação.

[C] $-2 \times \frac{1}{2} - (-3) = 20 \Leftrightarrow -1 + 3 = 20$ (F)

$\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ não é solução da equação.

[D] $\frac{1}{2} + \frac{(-3)}{2} = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{2} = -1$ (V)

Assim, a outra equação é $x + \frac{y}{2} = -1$ e a opção correta é a [D].

23. $A = \pi \times r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{A}{\pi} \underset{r>0}{\Leftrightarrow} r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

Logo, a opção correta é a [B].

Propostas de Resolução

24. Sejam x o número de adultos e y o número de crianças.

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 10x + 3y = 2440 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 - y \\ 10(300 - y) + 3y = 2440 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 3000 - 10y + 3y = 2440 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -7y = -560 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 - 80 \\ y = 80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 220 \\ y = 80 \end{cases}$$

C.S. = {(220, 80)}

Assistiram à peça 80 crianças.

25.

25.1.

$$\begin{cases} 4 - \dfrac{x+y}{2} = 6 \\ \dfrac{2x-6}{2} = 2\left(x + \dfrac{y}{2}\right) - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4}{\underset{(\times 2)}{1}} - \dfrac{x+y}{2} = \dfrac{6}{\underset{(\times 2)}{1}} \\ \dfrac{2x}{2} - \dfrac{6}{2} = 2x + \dfrac{2y}{2} - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 - x - y = 12 \\ x - 3 = 2x + y - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = 12 - 8 \\ x - 2x + x - y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x - y = 4 \\ 0x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - (-3) = 4 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 3 = 4 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 4 - 3 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = 1 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$$

C.S. = {(–1, –3)}

25.2.

$$\begin{cases} \dfrac{3x-1}{3} + y = 2 \\ -\dfrac{x-1}{3} = 2y - (2x - 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3x-1}{3} + \dfrac{y}{\underset{(\times 3)}{1}} = \dfrac{2}{\underset{(\times 3)}{1}} \\ -\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{2y}{\underset{(\times 3)}{1}} - \dfrac{2x}{\underset{(\times 3)}{1}} + \dfrac{1}{\underset{(\times 3)}{1}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 + 3y = 6 \\ -x + 1 = 6y - 6x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 6 + 1 \\ -x + 6x - 6y = 3 - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 7 \\ 5x - 6y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 7 - 3y \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{7}{3} - y \\ 5 \times \left(\dfrac{7}{3} - y\right) - 6y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ \dfrac{35}{3} - \dfrac{5y}{\underset{(\times 3)}{1}} - \dfrac{6y}{\underset{(\times 3)}{1}} = \dfrac{2}{\underset{(\times 3)}{1}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 35 - 15y - 18y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -33y = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ y = \dfrac{29}{33} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{7}{\underset{(\times 11)}{3}} - \dfrac{29}{33} \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{77}{33} - \dfrac{29}{33} \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{48}{33} \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{16}{11} \\ y = \dfrac{29}{33} \end{cases}$$

C.S. = $\left\{\left(\dfrac{16}{11}, \dfrac{29}{33}\right)\right\}$

26. Como $\dfrac{x + 4y}{3} = x - 2y = 6$, podemos escrever:

$\dfrac{x + 4y}{3} = 6 \ \wedge \ x - 2y = 6$, ou seja:

$$\begin{cases} \dfrac{x+4y}{3} = 6 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4y = 18 \\ x = 6 + 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 2y + 4y = 18 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 12 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 + 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 10 \end{cases}$$

C.S. = {(10, 2)}

Assim, $x = 10$ e $y = 2$.

27. Seja $\dfrac{x}{y}$ a fração pedida.

$$\begin{cases} \dfrac{x-6}{y} = \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{x}{y+2} = \dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 24 = y \\ 2x = y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 2x = 4x - 24 + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 2x - 4x = -24 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ -2x = -22 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 \times 11 - 24 = y \\ x = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 11 \end{cases}$$

C.S. = {(11, 20)}

A fração é $\dfrac{11}{20}$.

28. Num triângulo, a lados de maior comprimento opõem-se ângulos de maior amplitude, logo $B\hat{A}C > C\hat{B}A$.

$$x + \frac{y}{2} = 3y - \frac{x}{5} + 2 + 6$$

$$\Leftrightarrow \underset{(\times 10)}{x} + \underset{(\times 2)}{\frac{x}{5}} + \underset{(\times 5)}{\frac{y}{2}} - \underset{(\times 10)}{3y} = \underset{(\times 10)}{8}$$

$$\Leftrightarrow 10x + 2x + 5y - 30y = 80$$

$$\Leftrightarrow 12x - 25y = 80$$

Como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º e o triângulo é retângulo, ou seja, um dos ângulos tem de amplitude 90º, temos:

$$\begin{cases} x + \frac{y}{2} + 3y - \frac{x}{5} + 2 + 90 = 180 \\ 12x - 25y = 80 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underset{(\times 10)}{x} - \underset{(\times 2)}{\frac{x}{5}} + \underset{(\times 5)}{\frac{y}{2}} + \underset{(\times 10)}{3y} = \underset{(\times 10)}{88} \\ 12x - 25y = 80 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 2x + 5y + 30y = 880 \\ \quad {\scriptstyle (\times 10) \quad (\times 2) \quad (\times 5) \quad (\times 10) \quad (\times 10)} \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 35y = 880 \\ x = \frac{80 + 25y}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\left(\frac{80 + 25y}{12}\right) + 35y = 880 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{640}{12} + \frac{200}{12}y + \underset{(\times 12)}{35y} = \underset{(\times 12)}{880} \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 640 + 200y + 420y = 10\,560 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 620y = 9920 \\ \underline{\qquad\quad} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = \frac{80 + 25 \times 16}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 40 \end{cases}$$

C.S. = {(40, 16)}

Assim, $x = 40$ e $y = 16$.

29. Sejam x o número de cachorros "simples" e y o número de cachorros "com tudo".

Como foram vendidos 25 cachorros, então $x + y = 25$.

Como o António faturou 59,5 €, então $2x + 3{,}5y = 69{,}5$.

Obtém-se o sistema de equações:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 3{,}5y = 69{,}5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - y \\ 20x + 35y = 695 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - y \\ 20(25 - y) + 35y = 695 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 500 - 20y + 35y = 695 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 15y = 195 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ y = \frac{195}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 - 13 \\ y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 13 \end{cases}$$

C.S. = {(12, 13)}

O António vendeu 13 cachorros "com tudo".

30. Como foram necessários três autocarros de 50 lugares, significa que foram 150 pessoas ($50 \times 3 = 150$).

Sejam x o número de alunos e y o número de professores.

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ 8x + 15y = 1410 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 - y \\ 8(150 - y) + 15y = 1410 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 1200 - 8y + 15y = 1410 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ 7y = 210 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ y = \frac{210}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\qquad\quad} \\ y = 30 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 - 30 \\ y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 120 \\ y = 30 \end{cases}$$

C.S. = {(120, 30)}

Acompanharam o grupo 30 professores.

Relações de ordem em IR. Intervalos de números reais. Inequações de 1.º grau

Rever + Praticar – páginas 60 a 63

1.

1.1. Como $x > 12$, então:

$x + 7 > 12 + 7 \Leftrightarrow x + 7 > 19$

1.2. Sabendo que $x > 12$, então:

$2x > 12 \times 2 \Leftrightarrow 2x > 24$

1.3. Como $x > 12$, então:

$$\begin{aligned} 3x > 12 \times 3 &\Leftrightarrow 3x > 36 \\ &\Leftrightarrow 3x + 4 > 36 + 4 \\ &\Leftrightarrow 3x + 4 > 40 \end{aligned}$$

2.

2.1. Sabendo que $k < 13$, então:

$k - 15 < 13 - 15 \Leftrightarrow k - 15 < -2$

2.2. Sabendo que $k < 13$, então:

$$\begin{aligned} 3k < 3 \times 13 &\Leftrightarrow 3k < 39 \\ &\Leftrightarrow -3k > -39 \end{aligned}$$

2.3. Sabendo que $k < 13$, então:

$$\begin{aligned} -k > -13 &\Leftrightarrow -k + 4 > -13 + 4 \\ &\Leftrightarrow -k + 4 > -9 \end{aligned}$$

3. Sejam x o número em que a Filipa pensou e y o número em que a Catarina pensou.

Sabemos que $x < 12$ e $y < 15$.

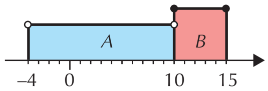
Então, podemos ter, por exemplo, $x = -20$ e $y = -10$.

Assim, a Cidália não tem razão porque

$x \times y = -20 \times (-10) = 200$ e 200 não é menor que 180.

Propostas de Resolução

4. Comecemos por representar graficamente os conjuntos A e B na reta real:



4.1. $A \cap B = \{\ \}$

4.2. $A \cup B =]-4, 15]$

4.3. $A \cap \mathbb{R} = A$

4.4. $B \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$

5.

5.1. Ao intervalo $[-3, 0]$ pertencem os números inteiros $-3, -2, -1$ e 0.
Ao intervalo $[-1, 2]$ pertencem os números inteiros $-1, 0, 1$ e 2.
Ao conjunto A pertencem os números inteiros que pertencem ao intervalo $[-3, 0]$ ou ao intervalo $[1, 2]$, ou seja, pertencem os números inteiros $-3, -2, -1, 0, 1$ e 2.

5.2. Ao intervalo $[3, +\infty[$ pertencem todos os números inteiros maiores que 3 e o próprio 3.
Ao intervalo $]-\infty, 5[$ pertencem todos os números inteiros menores que 5.
Ao conjunto B pertencem os números inteiros que pertencem, simultaneamente, ao intervalo $[3, +\infty[$ e ao intervalo $]-\infty, 5[$, ou seja, os números inteiros 3 e 4.

6.

6.1. $d + 12 < 16 \Leftrightarrow d < 16 - 12$
$\Leftrightarrow d < 4$

C.S. $=]-\infty, 4[$

6.2. $3 \leq -g + 5 \Leftrightarrow 3 - 5 \leq -g$
$\Leftrightarrow -2 \leq -g$
$\Leftrightarrow -g \geq -2$
$\Leftrightarrow g \leq 2$

C.S. $=]-\infty, 2]$

6.3. $4c - 12 > 5c - 12 \Leftrightarrow 4c > 5c - 12 + 12$
$\Leftrightarrow 4c > 5c$
$\Leftrightarrow 4c - 5c > 0$
$\Leftrightarrow -c > 0$
$\Leftrightarrow c < 0$

C.S. $=]-\infty, 0[$

6.4. $x + 5 \geq 8 \Leftrightarrow x \geq 8 - 5$
$\Leftrightarrow x \geq 3$

C.S. $= [3, +\infty[$

6.5. $3b + 4 < -5b + 9 \Leftrightarrow 3b + 5b < 9 - 4$
$\Leftrightarrow 8b < 5$
$\Leftrightarrow b < \frac{5}{8}$

C.S. $= \left]-\infty, \frac{5}{8}\right[$

6.6. $-12 + 3a \leq -6a \Leftrightarrow 3a + 6a \leq 12$
$\Leftrightarrow 9a \leq 12$
$\Leftrightarrow a \leq \frac{12}{9}$
$\Leftrightarrow a \leq \frac{4}{3}$

C.S. $= \left]-\infty, \frac{4}{3}\right]$

7.

7.1. Uma equação de 2.º grau com duas soluções reais distintas garante que o binómio discriminante seja positivo.
Assim:
$\Delta = b^2 - 4ac$
$a = 1, b = -6, c = k$
$(-6)^2 - 4 \times 1 \times k > 0 \Leftrightarrow 36 - 4k > 0$
$\Leftrightarrow -4k > -36$
$\Leftrightarrow 4k < 36$
$\Leftrightarrow k < \frac{36}{4}$
$\Leftrightarrow k < 9$

C.S. $=]-\infty, 9[$

7.2. Escrevendo a equação na forma canónica, fica $k^2 - 5x + 3 = 0$.
Uma equação de 2.º grau impossível em $\mathbb{R}$ garante que o binómio discriminante seja negativo.
Assim:
$\Delta = b^2 - 4ac$
$a = k, b = -5, c = 3$
$(-5)^2 - 4 \times k \times 3 < 0 \Leftrightarrow 25 - 12k < 0$
$\Leftrightarrow -12k < -25$
$\Leftrightarrow 12k > 25$
$\Leftrightarrow k > \frac{25}{12}$

C.S. $= \left]\frac{25}{12}, +\infty\right[$

7.3. Escrevendo a equação na forma canónica, fica $-x^2 + 6x + 3k = 0$.
Uma equação de 2.º grau sem soluções é impossível em $\mathbb{R}$, por isso devemos garantir que o binómio discriminante seja negativo. Assim:
$\Delta = b^2 - 4ac$
$a = -1, b = 6, c = 3k$
$6^2 - 4 \times (-1) \times 3k < 0 \Leftrightarrow 36 + 12k < 0$
$\Leftrightarrow 12k < -36$
$\Leftrightarrow k < -\frac{36}{12}$
$\Leftrightarrow k < -3$

C.S. $=]-\infty, -3[$

8.

8.1. $x \geq 8 \wedge x \leq -5$

C.S. $=]-\infty, -5] \cap [8, +\infty[= \varnothing$

8.2. $3x - 12 \leq 0 \ \wedge\ -2x < -16 \Leftrightarrow 3x \leq 12 \ \wedge\ 2x > 16$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{12}{3} \ \wedge\ x > \frac{16}{2}$

$\Leftrightarrow x \leq 4 \ \wedge\ x > 8$

C.S. $=]-\infty, 4] \cap]8, +\infty[= \varnothing$

8.3. $\underset{(\times 3)}{-3x} - \frac{x}{3} \leq \underset{(\times 3)}{-2} \ \wedge\ x - (3x - 4) \geq 0$

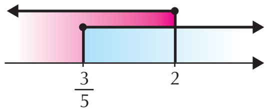
$\Leftrightarrow -9x - x \leq -6 \ \wedge\ x - 3x + 4 \geq 0$

$\Leftrightarrow -10x \leq -6 \ \wedge\ -2x \geq -4$

$\Leftrightarrow 10x \geq 6 \ \wedge\ 2x \leq 4$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{6}{10} \ \wedge\ x \leq \frac{4}{2}$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{3}{5} \ \wedge\ x \leq 2$



C.S. $=]-\infty, 2] \cap \left[\frac{3}{5}, +\infty\right[= \left[\frac{3}{5}, 2\right]$

8.4. $\frac{2x - 10}{3} \leq 0 \wedge \frac{-3(x - 6)}{2} > -4(x - 1)$

$\Leftrightarrow 2x - 10 \leq 0 \ \wedge\ -\frac{-3x + 18}{2} > -\underset{(\times 2)}{\frac{4x}{1}} + \underset{(\times 2)}{\frac{4}{1}}$

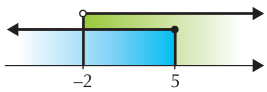
$\Leftrightarrow 2x \leq 10 \ \wedge\ -3x + 18 > -8x + 8$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{10}{2} \ \wedge\ -3x + 8x > 8 - 18$

$\Leftrightarrow x \leq 5 \ \wedge\ 5x > -10$

$\Leftrightarrow x \leq 5 \ \wedge\ x > -\frac{10}{5}$

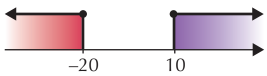
$\Leftrightarrow x \leq 5 \ \wedge\ x > -2$



C.S. $=]-\infty, 5] \cap]-2, +\infty[=]-2, 5]$

8.5. $x \geq 10 \vee 2x \leq -40 \Leftrightarrow x \geq 10 \ \vee\ x \leq -\frac{40}{2}$

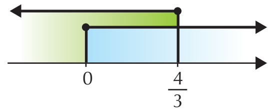
$\Leftrightarrow x \geq 10 \ \vee\ x \leq -20$



C.S. $=]-\infty, -20] \cup [10, +\infty[$

8.6. $3x - 4 \leq 0 \ \vee\ x \geq 0 \Leftrightarrow 3x \leq 4 \ \vee\ x \geq 0$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{4}{3} \ \vee\ x \geq 0$



C.S. $= \left]-\infty, \frac{4}{3}\right] \cup [0, +\infty[= \mathbb{R}$

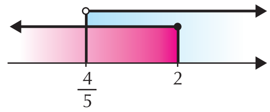
8.7. $\frac{5x - 10}{2} > \underset{(\times 2)}{-3} \ \vee\ -3(x - 2) \geq 0$

$\Leftrightarrow 5x - 10 > -6 \ \vee\ -3x + 6 \geq 0$

$\Leftrightarrow 5x > -6 + 10 \ \vee\ -3x \geq -6$

$\Leftrightarrow 5x > 4 \ \vee\ x \leq \frac{6}{3}$

$\Leftrightarrow x > \frac{4}{5} \ \vee\ x \leq 2$



C.S. $= \left]\frac{4}{5}, +\infty\right] \cup]-\infty, 2] = \mathbb{R}$

8.8. $\frac{3x}{2} - 5 \leq -x \ \vee\ 2(x - 4) - x \geq -3$

$\Leftrightarrow 3x + 2x \leq 10 \ \vee\ 2x - x \geq -3 + 8$

$\Leftrightarrow 5x \leq 10 \ \vee\ x \geq 5$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{10}{5} \ \vee\ x \geq 5$

$\Leftrightarrow x \leq 2 \ \vee\ x \geq 5$

C.S. $=]-\infty, 2] \cup [5, +\infty[$

9. Determinemos uma expressão para a área, A, do triângulo:

$$A = \frac{(3x - 4) \times 3}{2} = \frac{9x - 12}{2}$$

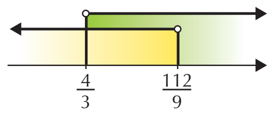
Pretende-se que a área do triângulo seja inferior a 50 cm². Sendo assim, $\frac{9x - 12}{2} < 50$. Por outro lado, sabe-se que $3x - 4 > 0$, pois $3x - 4$ corresponde à medida do comprimento de um dos lados do triângulo. Assim, temos:

$\frac{9x - 12}{2} < 50 \ \wedge\ 3x - 4 > 0$

$\Leftrightarrow 9x - 12 < 100 \ \wedge\ 3x - 4 > 0$

$\Leftrightarrow 9x < 112 \ \wedge\ 3x > 4$

$\Leftrightarrow x < \frac{112}{9} \ \wedge\ x > \frac{4}{3}$



Podemos, então, concluir que a área do triângulo da figura é inferior a 50 cm² quando $x \in \left]\frac{4}{3}, \frac{112}{9}\right[$.

Propostas de Resolução

Praticar + – páginas 64 a 68

1.

1.1. Se $y < 11$, então $y + 4 < 11 + 4 \Leftrightarrow y + 4 < 15$.

1.2. Se $y < 11$, então $y < 11 \times 2 \Leftrightarrow 2y < 22$.

1.3. Se $y < 11$, então:

$5y < 11 \times 5 \Leftrightarrow 5y < 55 \Leftrightarrow 5y - 10 < 55 - 10$

$\Leftrightarrow 5y - 10 < 45$

2.

2.1. $-5 < x < 10 \Leftrightarrow -5 - 3 < x - 3 < 10 - 3$

$\Leftrightarrow -8 < x - 3 < 7$

2.2. $-5 < x < 10 \Leftrightarrow -5 \times 2 < 2x < 10 \times 2$

$\Leftrightarrow -10 < 2x < 20$

2.3. $-5 < x < 10 \Leftrightarrow -5 \times 4 < 4x < 10 \times 4$

$\Leftrightarrow -20 < 4x < 40$

$\Leftrightarrow -20 - 1 < 4x - 1 < 40 - 1$

$\Leftrightarrow -21 < 4x - 1 < 39$

3.

3.1. O perímetro é igual à soma de todos os lados.

Assim:

$P = 1 + 1 + \sqrt{2} = \left(2 + \sqrt{2}\right)$ u.c.

3.2. Se $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$, então:

$2 + 1{,}414 < 2 + \sqrt{2} < 2 + 1{,}415$

$\Leftrightarrow 3{,}414 < 2 + \sqrt{2} < 3{,}415$

$\Leftrightarrow 3{,}414 < P < 3{,}415$

4.

4.1. $a > b \Leftrightarrow 2 \times a \mathbf{>} 2 \times b$

4.2. $a > b \Leftrightarrow 3a > 3b \Leftrightarrow -3a \mathbf{<} -3b$

4.3. $a > b \Leftrightarrow -a < -b \Leftrightarrow -a + 5 \mathbf{<} -b + 5$

4.4. $a > b \Leftrightarrow 3a > 3b \Leftrightarrow 3a - 2 \mathbf{>} 3b - 2$

5. A opção [A] não é a correta porque $\pi \notin A$, uma vez que $\pi > \sqrt{2}$.

Como $\sqrt{2} \notin A$, as opções [B] e [C] não são corretas.

Logo, a opção correta é a [D].

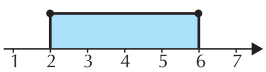
6. $-3x \geq 9 \Leftrightarrow 3x \leq -9 \Leftrightarrow x \leq -\dfrac{9}{3}$

$\Leftrightarrow x \leq -3$

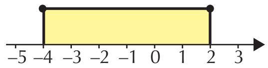
Logo, a opção correta é a [D].

7.

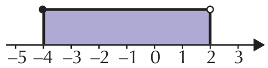
7.1. [2, 6]



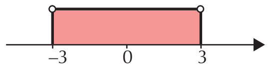
7.2. [–4, 2]



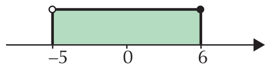
7.3. [–4, 2[



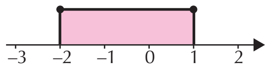
7.4.]–3, 3[



7.5.]–5, 6]



7.6. [–2, 1]



8.

8.1. $x > -3 \ \wedge \ x \leq 1 \Leftrightarrow -3 < x \leq 1$

]–3, 1] e $-3 < x \leq 1$

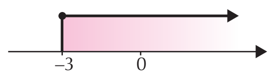
8.2.]–7, + ∞[e $x > -7$

8.3.]–∞, 3] e $x \leq 3$

9.

9.1.

9.2.

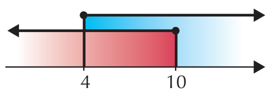


10. $C = \left[-2, \sqrt{10}\right[$, $\sqrt{10} \approx 3{,}16$

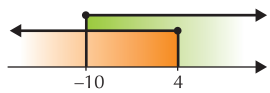
10.1. São todos os números inteiros compreendidos entre –2 e 3, ou seja, –2, –1, 0, 1, 2 e 3.

10.2. $C = \left\{x \in \mathbb{R}: \mathbf{-2} \leq x < \sqrt{\mathbf{10}}\right\}$

11. Representando graficamente:



e



[A]]–∞, 10] ∩ [4, +∞[= [4, 10]

[B]]–∞, 4] ∩ [–10, +∞[= [–10, 4]

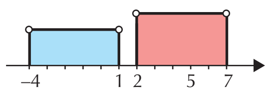
[C]]–∞, 10] ∪ [4, +∞[= $\mathbb{R}$

[D]]–∞, 4] ∪ [–10, +∞[= $\mathbb{R}$

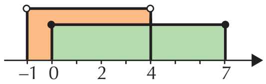
Logo, a opção correta é a [B].

12.

12.1. Geometricamente:

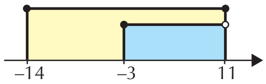


12.2. Geometricamente:



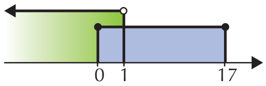
Na forma de intervalo:]–1, 7]

12.3. Geometricamente:



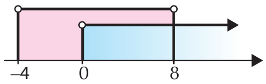
Na forma de intervalo: [–3, 11[

12.4. Geometricamente:



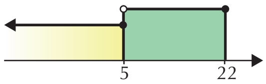
Na forma de intervalo:]–∞, 17]

12.5. Geometricamente:



Na forma de intervalo:]0, 8[

12.6. Geometricamente:



Na forma de intervalo:]–∞, 22]

13.

13.1. $2x - 3 \geq 3 \Leftrightarrow 2x \geq 3 + 3 \Leftrightarrow 2x \geq 6$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x \geq 3$

C.S. = [3, +∞[

13.2. $5g + 2 > 14 - g \Leftrightarrow 5g + g > 14 - 2$

$\Leftrightarrow 6g > 12$

$\Leftrightarrow g > \frac{12}{6}$

$\Leftrightarrow g > 2$

C.S. =]2, +∞[

13.3. $4x - 10 \geq 2x + 16 \Leftrightarrow 4x - 2x \geq 16 + 10$

$\Leftrightarrow 2x \geq 26$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{26}{2}$

$\Leftrightarrow x \geq 13$

C.S. = [13, +∞[

13.4. $3a - 2 < 19 + 4a \Leftrightarrow 3a - 4a < 19 + 2$

$\Leftrightarrow -a < 21$

$\Leftrightarrow a > -21$

C.S. =]–21, +∞[

13.5. $3a - 1 \geq a + 4 \Leftrightarrow 3a - a \geq 4 + 1$

$\Leftrightarrow 2a \geq 5$

$\Leftrightarrow a \geq \frac{5}{2}$

C.S. = $\left[\frac{5}{2}, +\infty\right[$

13.6. $-3(a - 1) < a + 2 \Leftrightarrow -3a + 3 < a + 2$

$\Leftrightarrow -3a - a < 2 - 3$

$\Leftrightarrow -4a < -1$

$\Leftrightarrow 4a > 1$

$\Leftrightarrow a > \frac{1}{4}$

C.S. = $\left]\frac{1}{4}, +\infty\right[$

14.

14.1. $2(x - 6) > -(-x + 4) \Leftrightarrow 2x - 12 > x - 4$

$\Leftrightarrow 2x - x > -4 + 12$

$\Leftrightarrow x > 8$

C.S. =]8, +∞[

14.2. 8 não é solução da inequação porque o intervalo do conjunto-solução é aberto em 8. Logo, 8 não é elemento desse conjunto.

14.3. O menor número inteiro é 9, porque é o menor número inteiro maior que 8.

15.

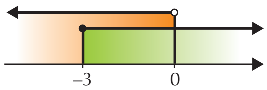
15.1. $3(x - 5) < -15 \;\vee\; 2x \geq x - 3$

$\Leftrightarrow 3x - 15 < -15 \;\vee\; 2x - x \geq -3$

$\Leftrightarrow 3x < -15 + 15 \;\vee\; x \geq -3$

$\Leftrightarrow 3x < 0 \;\vee\; x \geq -3$

$\Leftrightarrow x < 0 \;\vee\; x \geq -3$



]–∞, 0[∪ [–3, +∞[=]–∞, +∞[= ℝ

C.S. = ℝ

15.2. $-2x - 4 < -8 \;\wedge\; 2(x - 3) \leq 4$

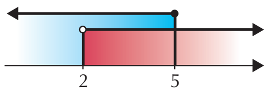
$\Leftrightarrow -2x < -8 + 4 \;\wedge\; 2x - 6 \leq 4$

$\Leftrightarrow -2x < -4 \;\wedge\; 2x \leq 4 + 6$

$\Leftrightarrow 2x > 4 \;\wedge\; 2x \leq 10$

$\Leftrightarrow x > \frac{4}{2} \;\wedge\; x \leq \frac{10}{2}$

$\Leftrightarrow x > 2 \;\wedge\; x \leq 5$



]2, +∞[∩]–∞, 5] =]2, 5]

C.S. =]2, 5]

Propostas de Resolução

16. $P = x + x + 2x + 6 + x + 4$

Simplificando a expressão, tem-se $P = 5x + 10$.

Como o perímetro é inferior a 25, $P < 25$.

$5x + 10 < 25 \Leftrightarrow 5x < 25 - 10 \Leftrightarrow 5x < 15$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{15}{5}$

$\Leftrightarrow x < 3$

C.S. = $]-\infty, 3[$

Como $x > 0$, então $x \in\ ]0, 3[$.

17. Se $a \leq b$ e $b \leq a$, então $a = b$.

18. [A] $a - 3 \leq b - 3 \Leftrightarrow a \leq b$ (V)

[B] $-c \leq -d \Leftrightarrow c \geq d$ (F, porque $c \leq d$.)

[C] $a + c \leq b + d$ (V)

[D] $6a \leq 6b \Leftrightarrow a \leq b$ (V)

Logo, a opção correta é a [B].

19. $-0{,}002x < 0{,}04 \Leftrightarrow -\dfrac{2}{1000}x < \underset{(\times 10)}{\dfrac{4}{100}}$

$\Leftrightarrow -2x < 40$

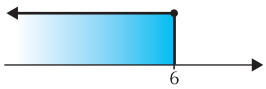
$\Leftrightarrow 2x > -40$

$\Leftrightarrow x > -\dfrac{40}{2}$

$\Leftrightarrow x > -20$

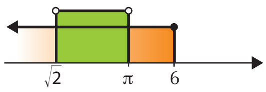
C.S. = $]-20, +\infty[$

20. Representando graficamentre o conjunto A:



20.1. 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6

20.2. $]\sqrt{2}, \pi[\ \cap A =]\sqrt{2}, \pi[\ \cap\ ]-\infty, 6] =]\sqrt{2}, \pi[$



21.

21.1. $\{x \in \mathbb{R}: -3 \leq x < 17\} = [-3, 17[$

21.2. $\{x \in \mathbb{N}: x < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$

22. $A_{\text{trapézio}} = \dfrac{B + b}{2} \times h$, ou seja, $\dfrac{2x + 1 + 5x}{2} \times 3$.

Simplificando a expressão, obtemos:

$\dfrac{7x + 1}{2} \times 3 = \dfrac{21}{2}x + \dfrac{3}{2}$

Como a área é inferior a 19, temos:

$\dfrac{21}{2}x + \dfrac{3}{2} < 19 \Leftrightarrow 21x + 3 < 38 \Leftrightarrow 21x < 38 - 3$

$\Leftrightarrow 21x < 35$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{35}{21}$

$\Leftrightarrow x < \dfrac{5}{3}$

C.S. = $\left]-\infty, \dfrac{5}{3}\right[$

Como $x > 0$, então $x \in \left]0, \dfrac{5}{3}\right[$.

23.

23.1. Se o valor da expressão pertence ao intervalo $[-3, +\infty[$, então é superior ou igual a -3. Assim:

$4(-d + 6) - 5 \geq -3 \Leftrightarrow -4d + 24 - 5 \geq -3$

$\Leftrightarrow -4d + 19 \geq -3$

$\Leftrightarrow -4d \geq -3 - 19$

$\Leftrightarrow -4d \geq -22$

$\Leftrightarrow 4d \leq 22$

$\Leftrightarrow d \leq \dfrac{22}{4}$

$\Leftrightarrow d \leq \dfrac{11}{2}$

C.S. = $\left]-\infty, \dfrac{11}{2}\right]$

$d \in \left]-\infty, \dfrac{11}{2}\right]$

23.2. Se a expressão assume um valor positivo, então $-4d + 19 > 0$.

Se a expressão é menor que 10, então:

$-4d + 19 < 10$

Então, obtemos a conjunção:

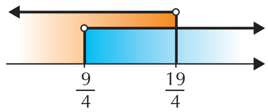
$-4d + 19 > 0 \ \wedge\ -4d + 19 < 10$

$\Leftrightarrow -4d > -19 \ \wedge\ -4d < 10 - 19$

$\Leftrightarrow 4d < 19 \ \wedge\ -4d < -9$

$\Leftrightarrow d < \dfrac{19}{4} \ \wedge\ 4d > 9$

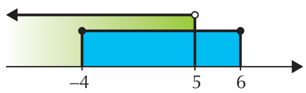
$\Leftrightarrow d < \dfrac{19}{4} \ \wedge\ d > \dfrac{9}{4}$



C.S. = $\left]\dfrac{9}{4}, \dfrac{19}{4}\right[$

Logo, $d \in \left]\dfrac{9}{4}, \dfrac{19}{4}\right[$.

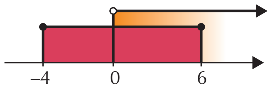
24. Representando graficamente os conjuntos A e B:



24.1. $A \cap B =]-\infty, 5[\ \cap\ [-4, 6] = [-4, 5[$

Logo, a opção correta é a [C].

24.2. a) $A \cap \mathbb{R} =]-\infty, 5[\cap \mathbb{R} =]-\infty, 5[$
b) $A \cup B =]-\infty, 5[\cup [-4, 6] =]-\infty, 6]$
c) $B \cap \mathbb{R}^+ = [-4, 6] \cap \mathbb{R}^+ =]0, 6]$



25. [A] $\sqrt{3} \notin [0, \sqrt{3}[$, porque o intervalo é aberto em $\sqrt{3}$.
[B] $\sqrt{3} \in [\sqrt{2}, 7[$, porque $\sqrt{3} > \sqrt{2}$ e $\sqrt{3} < 7$.
[C] $\sqrt{3} \notin \{\sqrt{2}, 7\}$
[D] $\sqrt{3} \notin \{\sqrt{2} + 1\}$
Logo, a opção correta é a [B].

26. I. $2 - \frac{x-6}{3} \geq -(x-3) \Leftrightarrow 2 - \frac{x-6}{3} \geq -x + 3$

$\Leftrightarrow 6 - x + 6 \geq -3x + 9$
$\Leftrightarrow -x + 3x \geq 9 - 6 - 6$
$\Leftrightarrow 2x \geq -3$
$\Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}$

C.S. $= \left[-\frac{3}{2}, +\infty\right[$

II. $2(-x + 4) < \frac{x}{2} - 1 \Leftrightarrow -2x + 8 < \frac{x}{2} - 1$

$\Leftrightarrow -4x + 16 < x - 2$
$\Leftrightarrow -4x - x < -2 - 16$
$\Leftrightarrow -5x < -18$
$\Leftrightarrow 5x > 18$
$\Leftrightarrow x > \frac{18}{5}$

C.S. $= \left]\frac{18}{5}, +\infty\right[$

III. $3 - \frac{x-1}{2} \leq -3(2 - x) + 1$

$\Leftrightarrow 3 - \frac{x-1}{2} \leq -6 + 3x + 1$
$\Leftrightarrow 6 - x + 1 \leq -12 + 6x + 2$
$\Leftrightarrow -x - 6x \leq -12 + 2 - 6 - 1$
$\Leftrightarrow -7x \leq -17$
$\Leftrightarrow 7x \geq 17$
$\Leftrightarrow x \geq \frac{17}{7}$

C.S. $= \left[\frac{17}{7}, +\infty\right[$

27. Seja x o peso de cada esfera.
$3x + 10 < x + 17 \Leftrightarrow 3x - x < 17 - 10 \Leftrightarrow 2x < 7$

$\Leftrightarrow x < \frac{7}{2}$

C.S. $= \left]-\infty; \frac{7}{2}\right[$

Cada esfera pesa menos do que 3,5 kg.
Então, $k = 3$.
Logo, a opção correta é a [C].

28. O perímetro do triângulo é dado pela expressão $2x + 2x + 3 + x + 1 = 5x + 4$.
O perímetro do hexágono é dado pela expressão $x \times 6 = 6x$. Então:
$5x + 4 > 6x \Leftrightarrow 5x - 6x > -4$
$\Leftrightarrow -x > -4$
$\Leftrightarrow x < 4$
C.S. $=]-\infty, 4[$
Como $x > 0$, então $x \in]0, 4[$.

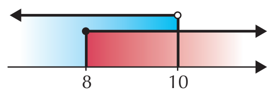
29. [A] A afirmação é falsa. Se $a < b$, então $a \neq b$.
[B] A afirmação é verdadeira.
[C] A afirmação é falsa porque $-a < -b \Leftrightarrow a > b$.
[D] A afirmação é falsa porque
$-3 + a > -3 + b \Leftrightarrow a > b$.
Logo, a opção correta é a [B].

30. Sejam x o preço dos sapatos e o y o preço da blusa. Como os sapatos custam mais 20 € do que a blusa, então $x = 20 + y$.
A Margarida pretende comprar uns sapatos e uma blusa, sem gastar mais de 200 €, então $x + y \leq 200$.
Como $x = 20 + y$, temos:
$20 + y + y \leq 200 \Leftrightarrow 2y \leq 200 - 20 \Leftrightarrow 2y \leq 180$

$\Leftrightarrow y \leq \frac{180}{2}$
$\Leftrightarrow y \leq 90$

C.S. $=]-\infty, 90]$
A blusa pode custar, no máximo, 90 €.

31
31.1. $\{x \in \mathbb{R}: 2x - 4 \geq 12\} \cap [x \in \mathbb{R}: 2(x - 5) - 3 < 7\}$
$2x \geq 12 + 4 \ \wedge \ 2x - 10 - 3 < 7$
$\Leftrightarrow 2x \geq 16 \ \wedge \ 2x < 7 + 10 + 3$
$\Leftrightarrow x \geq \frac{16}{2} \ \wedge \ 2x < 20$
$\Leftrightarrow x \geq 8 \ \wedge \ x < \frac{20}{2}$
$\Leftrightarrow x \geq 8 \ \wedge \ x < 10$

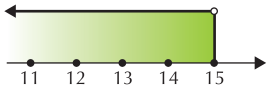


$[8, +\infty[\cap]-\infty, 10[= [8, 10[$
C.S. $= [8, 10[$

Propostas de Resolução

31.2. $\{x \in \mathbb{Z}: x \geq 11\} \cap \{x \in \mathbb{R}: x < 15\}$

$\{11, 12, 13, \ldots\} \wedge x < 15 \Leftrightarrow 11 \leq x < 15, x \in \mathbb{Z}$



C.S. = $\{11, 12, 13, 14\}$

31.3. $\{x \in \mathbb{N}: -2(x+3) \geq -14\} \cup \{-3, -2, -1\}$

$-2x - 6 \geq -14 \Leftrightarrow -2x \geq -14 + 6$

$\Leftrightarrow -2x \geq -8$

$\Leftrightarrow 2x \leq 8$

$\Leftrightarrow x \leq \frac{8}{2}$

$\Leftrightarrow x \leq 4, x \in \mathbb{N}$

$\{1, 2, 3, 4\} \cup \{-3, -2, -1\} = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

C.S. = $\{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$

32. $2x + 1$, $2x + 3$ e $2x + 5$, sendo x um número natural, são três números ímpares consecutivos.

$2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 > 53 \wedge$

$\wedge\ 2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 < 60$

$\Leftrightarrow 6x > 53 - 1 - 3 - 5 \wedge 6x < 60 - 1 - 3 - 5$

$\Leftrightarrow 6x > 44 \wedge 6x < 51$

$\Leftrightarrow x > \frac{44}{6} \wedge x < \frac{51}{6}$

$\Leftrightarrow x > \frac{22}{3} \wedge x < \frac{17}{2}$

C.S. = $\left]\frac{22}{3}, \frac{17}{2}\right[$

Como $\frac{22}{3} \approx 7{,}(3)$, $\frac{17}{2} = 8{,}5$ e x é um número natural, então $x = 8$ e os três números são:

$2 \times 8 + 1 = 17$

$2 \times 8 + 3 = 19$

$2 \times 8 + 5 = 21$

Os números são 17, 19 e 21.

33. $B = \left]-\sqrt{8}, \pi\right[$ e $-\sqrt{8} \approx -2{,}8$ e $\pi \approx 3{,}14$

$B \cap \mathbb{N} = \left]-\sqrt{8}, \pi\right[\cap \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\} = \{1, 2, 3\}$

Os elementos comuns aos dois conjuntos são 1, 2 e 3.

34. Começando por resolver a inequação, temos:

$-2(x-4) - 3 < 11 \Leftrightarrow -2x + 8 - 3 < 11$

$\Leftrightarrow -2x < 11 - 8 + 3$

$\Leftrightarrow -2x < 6$

$\Leftrightarrow 2x > -6$

$\Leftrightarrow x > -\frac{6}{2}$

$\Leftrightarrow x > -3$

$]-3, +\infty[\ \cap \mathbb{Z}^- = \{-2, -1\}$

($\mathbb{Z}^-$ – números inteiros negativos)

Logo, há dois números inteiros negativos, -2 e -1, que satisfazem a condição $-2(x-4) - 3 < 11$.

35.

35.1. $3x < 3x \Leftrightarrow 3x - 3x < 0$

$\Leftrightarrow 0 < 0$

Inequação impossível.

C.S. = $\{\ \}$

35.2. $x \geq x \Leftrightarrow x - x \geq 0$

$\Leftrightarrow 0x \geq 0$

C.S. = $\mathbb{R}$

35.3. $5x - 1 < 5x \Leftrightarrow 5x - 5x < 1$

$\Leftrightarrow 0x < 1$

C.S. = $\mathbb{R}$

36. Como $\pi \approx 3{,}1415\ldots$

[A] $\pi \notin]-\infty; 3{,}14]$ porque $\pi > 3{,}14$.

[B] $\pi \notin]0, \pi[$ porque o intervalo é aberto em π.

[C] $\pi \in]3{,}14; +\infty[$, porque $\pi > 3{,}14$.

[D] $\pi \notin]\pi, +\infty[$, porque o intervalo é aberto em π.

Logo, a opção correta é a [C].

37. [A] $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, +\infty[\ \cap\ ]-1, 4] = [\sqrt{2} - 1, 4]$

[B] $I \cap A =]\sqrt{2} - 1, 8[\ \cap\ ]-1, 4] =]\sqrt{2} - 1, 4]$

[C] $I \cap A = [\sqrt{2} - 1, 4[\ \cap\ ]-1, 4] = [\sqrt{2} - 1, 4[$

[D] $I \cap A =]\sqrt{2} - 1, 4[\ \cap\ ]-1, 4] =]\sqrt{2} - 1, 4[$

Logo, a opção correta é a [B].

38. Sejam c o comprimento e ℓ a largura do retângulo.

Sabemos que $c = 7 + \ell$ e $P = 2\ell + 2c$.

Então:

$P = 2\ell + 2(7 + \ell) = 2\ell + 14 + 2\ell =$

$= 4\ell + 14$

Como $P \geq 54$, temos:

$4\ell + 14 \geq 54 \Leftrightarrow 4\ell \geq 54 - 14$

$\Leftrightarrow 4\ell \geq 40$

$\Leftrightarrow \ell \geq \frac{40}{4}$

$\Leftrightarrow \ell \geq 10$

$\ell \in [10, +\infty[$

A largura tem, no mínimo, 10 cm.

$c = 7 + \ell \Leftrightarrow c = 7 + 10$

$\Leftrightarrow c = 17$ cm

As dimensões mínimas do retângulo são 10 cm de largura e 17 cm de comprimento.

39. A média dos três valores é dada pela expressão:

$$\frac{8{,}11 + 8{,}42 + x}{3} = \frac{1}{3}x + 5{,}51$$

Como a média deve ser inferior a 8,6 e superior a 8,3, então:

$$\frac{1}{3}x + 5{,}51 > 8{,}3 \ \wedge \ \frac{1}{3}x + 5{,}51 < 8{,}6$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x > 2{,}79 \ \wedge \ \frac{1}{3}x < 3{,}09$$

$$\Leftrightarrow x > 8{,}37 \ \wedge \ x < 9{,}27$$

C.S. =]8,37; 9,27[

Na última medição, o valor de PH poderá estar entre 8,37 e 9,27.