
Preparação para exame

12.º Ano de Escolaridade | Turma G-K

FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL

Recorda

- Dada uma função f e um número real a , diz-se que a reta de equação $x = a$ é assíntota vertical ao gráfico de f se:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty \text{ ou } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

ou

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty \text{ ou } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

- Dada uma função f e a reta de equação $y = mx + b$ ($m, b \in \mathbb{R}$), diz-se que a reta de equação $y = mx + b$ é assíntota não vertical ao gráfico de f se:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (mx + b)] = 0 \text{ ou } \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (mx + b)] = 0$$

- Dada uma função f e a reta de equação $y = mx + b$ ($m, b \in \mathbb{R}$), assíntota não vertical ao gráfico de f em $+\infty$ ou em $-\infty$, tem-se que,

$$m = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} \quad e \quad b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - mx]$$

Na resolução dos itens não é permitido a utilização de calculadora gráfica

- Considera num referencial ortonormado xOy , a representação gráfica da função g , real de variável real, definida por $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$, e das suas duas assíntotas não verticais, tal como se observa na figura 1.

Mostra, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, que as duas assíntotas ao gráfico se intersectam na origem do referencial.

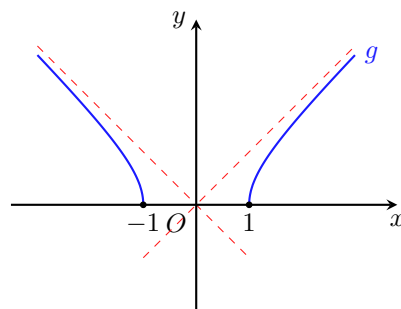


Figura 1

- Considera as funções f e g , reais de variável real, definidas por $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \mapsto \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x^2 - 4}{x + 1}$ e $g : [-2; 2] \mapsto \mathbb{R}$, $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$, respetivamente.

Para cada uma delas, faz um estudo tão completo quanto possível.

Na tua resolução deves abordar (sempre que possível) os seguintes tópicos:

Domínio / Interseção com os eixos coordenados / Sinal / Paridade / Assíntotas ao gráfico / Monotonia e extremos / Sentido das concavidades do gráfico e pontos de inflexão / Contradomínio / Esboço do gráfico