Escola Secundária de Francisco Franco

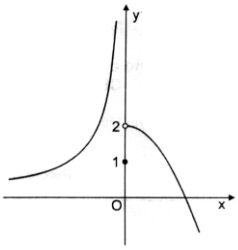
Matemática A (Aprendizagens Essenciais) – 12.º ano

Exercícios saídos em testes intermédios e em exames nacionais (desde 1996)

Tema III: FUNÇÕES REAIS DE VARIÁVEL REAL

Parte 1 – limites, continuidade, assíntotas

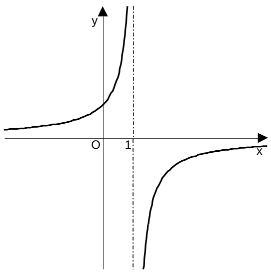
1. Na figura está parte da representação gráfica de uma função g de domínio $\mathbb{R}$ e contínua em $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Considere a sucessão de termo geral $u_n=1/n$. Indique o valor de $\lim g(u_n)$.



(A) $+\infty$ (B) 0
(C) 1 (D) 2

Prova Modelo 1998

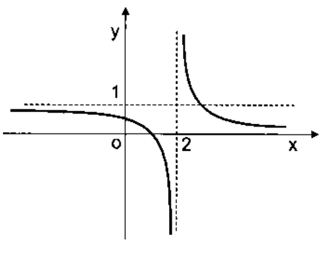
2. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função real $\boldsymbol{g}$, cujo domínio é R \ {1}. A recta de equação $x = 1$ é uma assímptota vertical do gráfico de $\boldsymbol{g}$. Considere a sucessão de termo geral $x_n = 1+\frac{1}{n}$ e seja $u_n = g(x_n)$. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?



(A) $\lim u_n=-\infty$ (B) $\lim u_n=+\infty$
(C) $\lim u_n=0$ (D) Não existe $\lim u_n$

Prova Modelo 1999

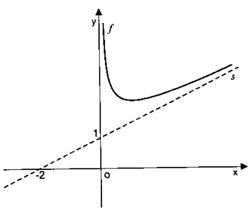
3. Na figura está desenhada parte da representação gráfica de uma função f, cujo domínio é $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. As rectas de equações x=2, y=1 e y=0 são assimptotas do gráfico de f. Seja (x_n) a sucessão de termo geral $x_n=2-n^2$. Indique o valor de $\lim f(x_n)$.



(A) 0 (B) 1 (C) $-\infty$ (D) $+\infty$

Exame Nacional 1999-1.ª chamada

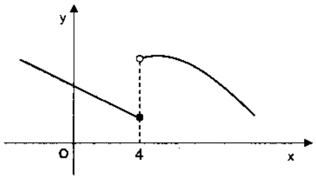
4. Na figura ao lado está representada graficamente uma função f, de domínio $\mathbb{R}^+$. A recta s, que contém os pontos (-2,0) e (0,1), é assímptota do gráfico de f. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$



(A) –2 (B) 0 (C) ½ (D) 1

Exame Nacional 1999, 2.ª fase

5. Na figura está representada parte do gráfico de uma função f, de domínio $\mathbb{R}$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?



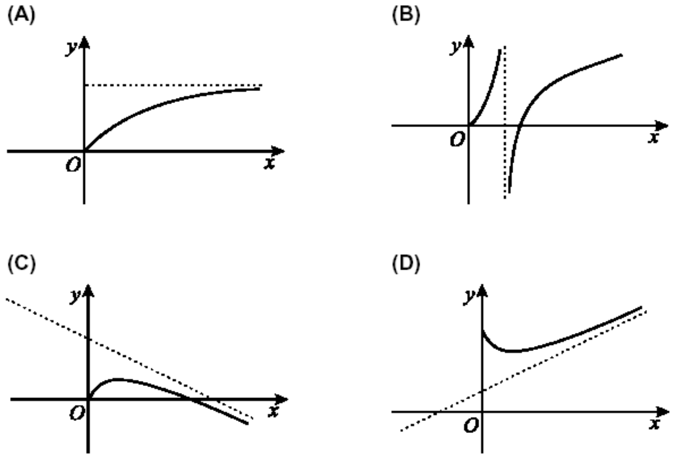
(A) $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)=f(4)$ e $\lim\limits_{x\to4^+} f(x)=f(4)$ (B) $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)=f(4)$ e $\lim\limits_{x\to4^+} f(x)\neq f(4)$

(C) $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)\neq f(4)$ e $\lim\limits_{x\to4^+} f(x)=f(4)$

(D) $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)\neq f(4)$ e $\lim\limits_{x\to4^+} f(x)\neq f(4)$

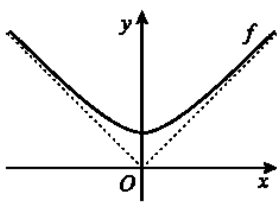
Exame Nacional 2000, 2.ª chamada

6. Considere uma função g, de domínio $[0,+\infty[$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que: O gráfico de g tem uma única assimptota; $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x} = \frac{1}{2}$. Em qual das alternativas seguintes podem estar representadas, em referencial o. n. xOy, parte do gráfico da função g e, a tracejado, a sua assimptota?

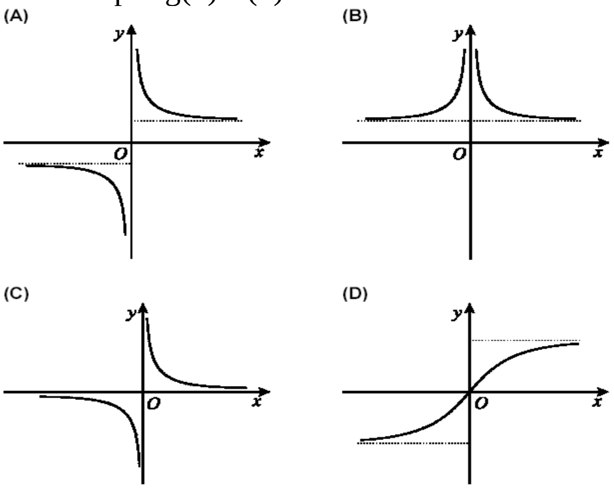


Exame Nacional 2003, 1.ª chamada

7. Na figura junta está representada parte do gráfico de uma função f de domínio R, contínua em todo o seu domínio. A bissectriz dos quadrantes pares e a bissectriz dos quadrantes ímpares são assimptotas do gráfico de f. Indique em qual das figuras seguintes

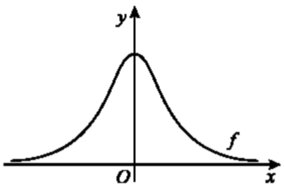


pode estar representada parte do gráfico da função g definida por g(x)=f(x)/x



Exame Nacional 2003, 2.ª chamada

8. Na figura abaixo está parte da representação gráfica de uma função f, par e positiva, da qual a recta de equação *y*=0 é assimptota.



Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{f(x)}$?

(A) 0 (B) 1 (C) +∞ (D) -∞

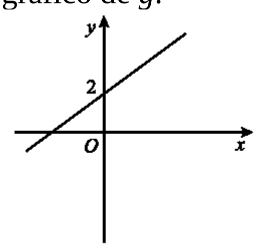
Exame Nacional 2004, 1.ª fase

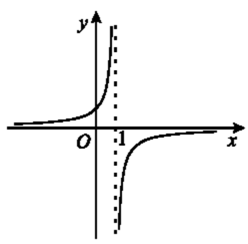
9. Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{5\}$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que: $\lim\limits_{x\to5}f(x)$ = –3; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ =2; $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ =0. Em cada uma das opções seguintes, estão escritas duas equações, representando cada uma delas uma recta. Em qual das opções as duas rectas assim definidas são as assimptotas do gráfico da função f?

(A) y=x e y=2 (B) y=2 e x=5 (C) y=x e x=5 (D) y=–3 e x=2

Exame Nacional 2004, 1.ª fase

10. De duas funções, *f* e *g*, sabe-se que: • o gráfico de *f* é uma recta, cuja ordenada na origem é igual a 2; • o gráfico de *g* é uma hipérbole. Nas figuras seguintes estão representadas parte dessa recta e parte dessa hipérbole. A recta de equação *x* = 1 é assimptota do gráfico de *g*.





Indique o valor de $\lim\limits_{x\to1^+}\frac{f(x)}{g(x)}$

(A) 0 (B) 2 (C) +∞ (D) –∞

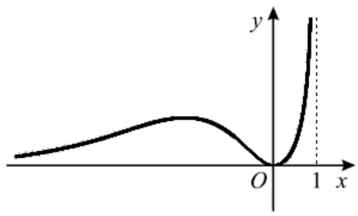
Exame Nacional 2006, 2.ª fase

11. Seja *g* uma função de domínio $\mathbb{R}^+$. Sabe-se que a recta de equação $y=2x+3$ é assimptota do gráfico de *g*. Indique o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\frac{g(x)}{x}\times(g(x)-2x)\right]$

(A) 0 (B) 5 (C) 6 (D) +∞

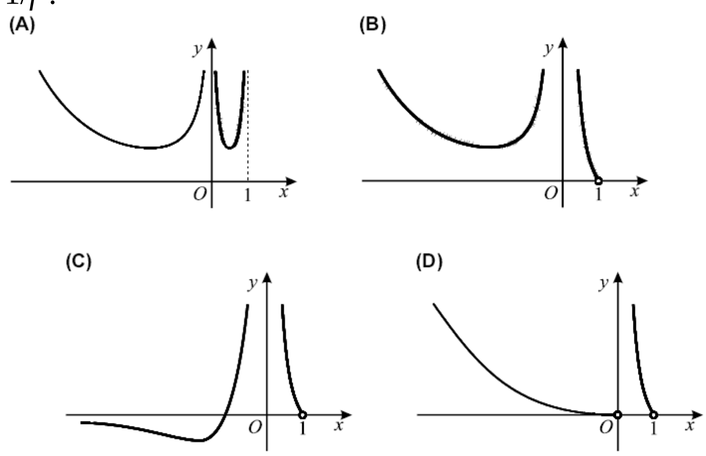
Teste intermédio 2007

12. Na figura está representada, em referencial *xOy*, parte do gráfico de uma função *f*, de domínio]–∞,1[, contínua em todo o seu domínio. Tal como a figura sugere, tem-se:



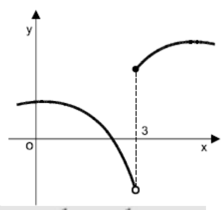
• o gráfico de *f* contém a origem do referencial;
• as rectas de equações $y=0$ e $x=1$ são assimptotas do gráfico de *f*.

Em qual das opções seguintes poderá estar representada, em referencial *xOy*, parte do gráfico de 1/*f* ?



Teste intermédio 2007

13. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função *f*, real de variável real. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

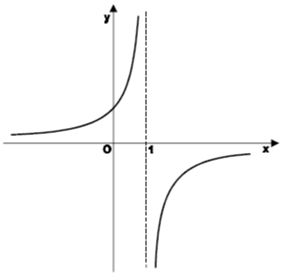


(A) $\lim\limits_{x\to3}\frac{1}{f(x)}=0$ **(B)** $\lim\limits_{x\to3}\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{2}$

(C) $\lim\limits_{x\to3}\frac{1}{f(x)}=-\frac{1}{2}$ **(D)** Não existe $\lim\limits_{x\to3}\frac{1}{f(x)}$

Exame Nacional 2007, 2.ª fase

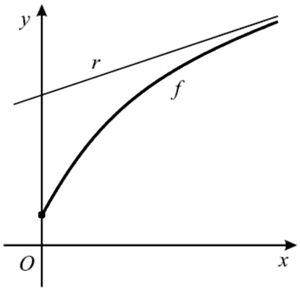
14. Na figura, está representada parte do gráfico de uma função *g*, real de variável real. Tal como a figura sugere, a recta de equação $x = 1$ é assimptota do gráfico da função *g*. Seja $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função definida por $h(x) = x - 1$. O valor do $\lim\limits_{x \to 1} \frac{h(x)}{g(x)}$ é:



(A) $-\infty$ (B) $+\infty$ (C) 0 (D) 1

Exame Nacional 2007, 2.ª fase

15. Na figura está representada parte do gráfico de uma função *f* de domínio $[0,+\infty[$. A recta *r*, de equação $y = \frac{1}{3}x + 2$ é assimptota do gráfico de *f*. Seja *h* a função definida em $[0,+\infty[$ por $h(x) = \frac{x}{f(x)}$. O gráfico de *h* tem uma assimptota horizontal. Qual das equações seguintes define essa assimptota?



(A) $y = \frac{1}{3}$ (B) $y = \frac{1}{2}$ (C) $y = 2$ (D) $y = 3$

Teste intermédio 2008

16. Na figura 1, está representada parte do gráfico de uma função *f* de domínio $]-\infty, 2[$. A recta *t*, de equação $y = -x - 1$, é assimptota do gráfico de *f* quando *x* tende para $-\infty$. Qual é o valor do $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) + x + 1)$?

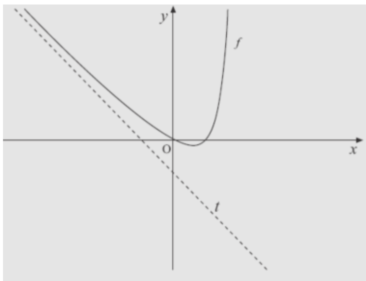


Fig. 1

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) $+\infty$

Exame Nacional 2008, 1.ª fase

17. Na figura 1 está representada parte do gráfico de uma função g, de domínio $\mathbb{R}$ e contínua em $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. As rectas de equações $x = -2$ e $y = 1$ são as únicas assimptotas do gráfico de *g*. Seja (x_n) uma sucessão tal que $\lim g(x_n) = +\infty$. Qual das expressões seguintes pode ser o termo geral da sucessão (x_n)?

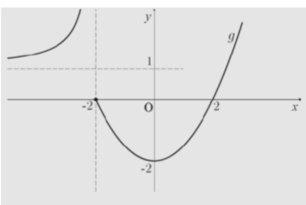


Fig. 1

(A) $-2 + \frac{2}{n}$ (B) $-2 - \frac{1}{n}$ (C) $1 + \frac{1}{n}$ (D) $1 - \frac{1}{n}$

Exame Nacional 2008, 2.ª fase

18. Na figura 2 está representada parte do gráfico de uma função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, sendo $y = -1$ a única assimptota do seu gráfico. Qual é o valor do $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{3}{f(x)}$?

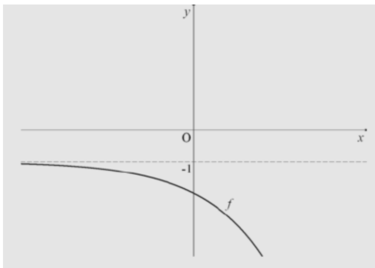


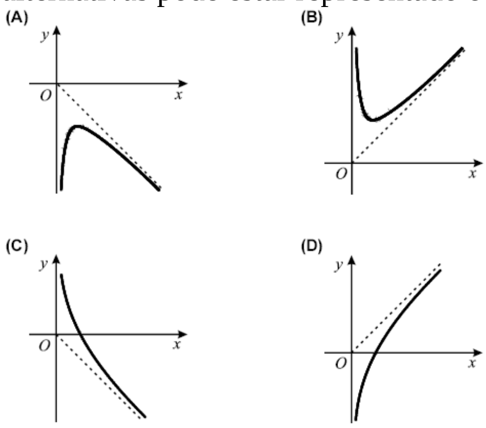
Fig. 2

(A) $-\infty$ (B) -3 (C) -1 (D) 3

Exame Nacional 2008, 2.ª fase

19. De uma função *g*, de domínio $\mathbb{R}^+$, sabe-se que:

$\lim\limits_{x \to 0} g(x) = -\infty$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} [g(x) - x] = 0$. Em cada uma das alternativas apresentadas abaixo, está representado, em referencial o.n. *xOy*, o gráfico de uma função e, a tracejado, uma assimptota desse gráfico. Em qual das alternativas pode estar representado o gráfico de *g*?



Teste intermédio 2009

20. Para um certo valor de *k*, é contínua em $\mathbb{R}$ a função *f* definida por

$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{se } x < a \\ x^2 - x + 3 & \text{se } x \geq a \end{cases}$ Qual é o valor de *a*?

(A) -3 (B) -2 (C) 2 (D) 3

Teste intermédio 2009

21. Sejam f e g duas funções, ambas de domínio $\mathbb{R}^+$.

Sabe-se que: • $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - 2x) = 0$;

• a função g é definida por $g(x) = f(x) + x^2$.

Prove que o gráfico de g não tem assimptotas oblíquas.

Exame Nacional 2009, 1.ª fase

22. Na figura 1, estão representadas parte do gráfico de uma função f, de domínio [–3, +∞[, e parte da recta r, que é a única assimptota do gráfico de f. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$?

(A) –1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

Exame Nacional 2009, 2.ª fase

23. Na figura 2, está representada parte do gráfico de uma função h, de domínio $\mathbb{R}$. Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = h(4 - \frac{1000}{n})$.
Qual é o valor de lim (u_n) ?

(A) –∞ (B) 1 (C) 2 (D) 3

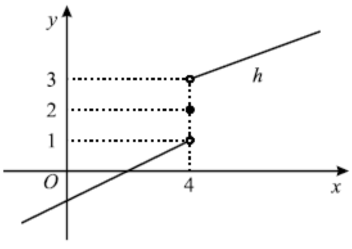


Figura 2

Teste intermédio 2010

24. Na Figura 2, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico de uma função f , contínua, de domínio]–∞,1[. Tal como a Figura 2 sugere, a recta de equação x = 1 é assimptota do gráfico de f.
Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to1^-}\frac{3x}{f(x)}$?

(A)–∞ (B) 3 (C) 0 (D) +∞

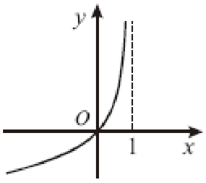


Figura 2

Exame Nacional 2010, 1.ª fase

25. Na Figura 1, está representada, num referencial o. n. xOy , parte do gráfico de uma função g , de domínio]–3, +∞[. A recta de equação y = 2x - 4 é assimptota do gráfico de g. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

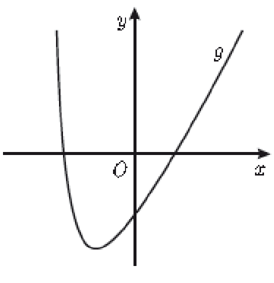


Figura 1

(A) $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-2x-4)=0$ (B) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{g(x)}=2$

(C) $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-2x+4)=0$ (D) $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-2x)=0$

Exame Nacional 2011, 1.ª fase

26. Considere uma função f, de domínio $\mathbb{R}\backslash\{3\}$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que:

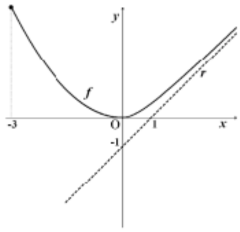
• $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ • $\lim\limits_{x\to3}f(x)=-2$ • $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+2x)=0$

Em qual das opções seguintes as equações definem duas assimptotas do gráfico de f ?

(A) x = −2 e y = 1 (B) x = 3 e y = −2x
(C) y = −2x e y = 1 (D) y = 2x e y = −1

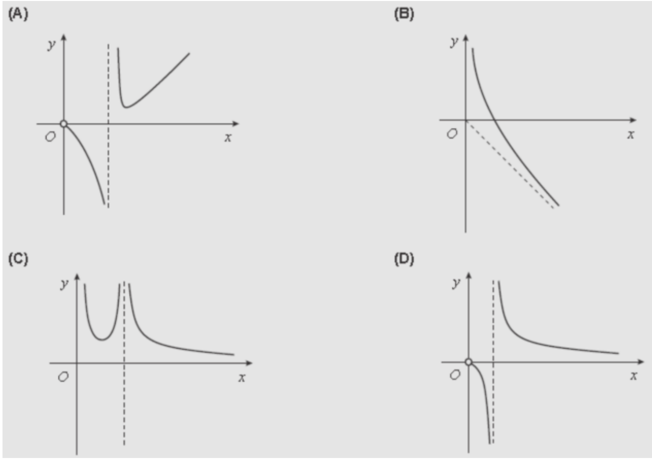
Exame Nacional 2011, época especial

27. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$, contínua em todo o seu domínio. Sabe-se que:



• $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$ • a bissetriz dos quadrantes ímpares é assíntota do gráfico de f

Em qual das opções seguintes pode estar representado o gráfico da função $\frac{1}{f}$?



Teste intermédio 2012

28. Na Figura 1, está representada, num referencial o.n. xOy, parte do gráfico de uma função f , de domínio]–1, 3[. Sabe-se que:

• $f(1) = -4$
• a reta de equação x = 1 é assíntota do gráfico de f
• (x_n) é uma sucessão com termos em]–1, 1[
• lim (x_n) =1

Qual é o valor de lim $f(x_n)$?

(A) +∞ (B) –4 (C) –5 (D) –6

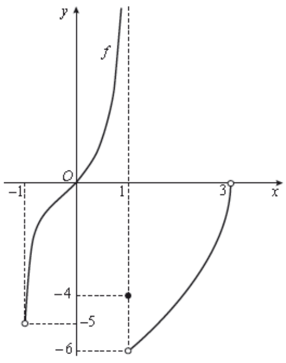


Figura 1

Exame Nacional 2012, 2.ª fase

29. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$. Sabe-se que:

• $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-2x)=1$ • $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=3$

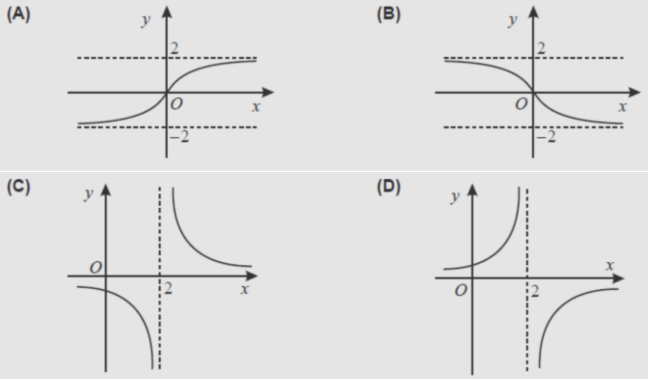
• $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=+\infty$ • $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=2$

Em qual das opções seguintes as duas equações definem assíntotas do gráfico da função f ?

(A) x = 1 e y = − 2x + 1 (B) x = 1 e y = 2x + 1
(C) y = 3 e y = − 2x + 1 (D) y = 2 e y = 2x + 1

Exame Nacional 2012, 2.ª fase

30. Seja (u_n) a sucessão definida por $u_n = 2 + \frac{1}{n}$. De uma certa função f, sabe-se que $\lim f(u_n) = +\infty$. Em qual das seguintes opções pode estar representada parte do gráfico da função f?

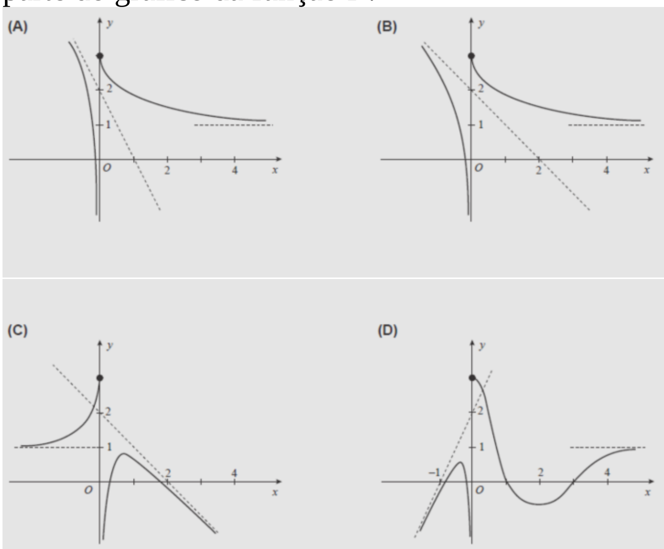


Teste intermédio 2013

31. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$. Sabe-se que:

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) + 2x] = 2$

Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f ?



Exame Nacional 2013, época especial

32. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}^+$. A reta de equação $y = 2x - 5$ é assíntota do gráfico da função f. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{6x-1}{f(x)}$?

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) $+\infty$

Exame Nacional 2013, época especial

33. Sejam f e g duas funções de domínio $\mathbb{R}^+$. Sabe-se que a reta de equação $y = -x$ é assíntota oblíqua do gráfico de f e do gráfico de g. Qual é o valor de $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)\times g(x)}{x}$?

(A) $+\infty$ (B) 1 (C) -1 (D) $-\infty$

Exame Nacional 2017, 1.ª fase

34. Na Figura 1, está representado o gráfico de uma função f, de domínio $[-1, 6]$, e, na Figura 2, está representada parte do gráfico de uma função g , de domínio $\mathbb{R}$. Tal como as figuras sugerem, em ambas as funções, todos os objetos inteiros têm imagens inteiras.

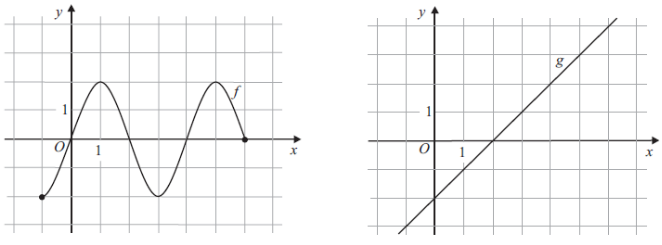


Figura 1 Figura 2

Quais são os zeros da função gof ?

(A) 0 e 4 (B) 1 e 5 (C) -1 e 3 (D) 2 e 6

Exame Nacional 2017, 2.ª fase

35. Sejam f e g duas funções de domínio $\mathbb{R}$, tais que a função $f-g$ admite inversa. Sabe-se que $f(3) = 4$ e que $(f-g)^{-1}(2)=3$. Qual é o valor de g(3) ?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Exame Nacional 2017, época especial

36. Uma lente de contacto é um meio transparente limitado por duas faces, sendo cada uma delas parte de uma superfície esférica. Na Figura 2, pode observar-se uma lente de contacto.

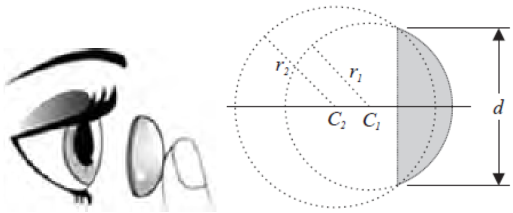


Figura 2 Figura 3

Na Figura 3, está representado um corte longitudinal de duas superfícies esféricas, uma de centro C_1 e raio r_1 e outra de centro C_2 e raio r_2, com $r_2>r_2$, que servem de base à construção de uma lente de contacto, representada a sombreado na figura. Seja $x = \overline{C_1C_2}$

Sabe-se que o diâmetro, d, da lente é dado por

$$\frac{\sqrt{\left[(r_1+r_2)^2 - x^2\right]\left[x^2-(r_1-r_2)^2\right]}}{x}, \quad \text{com} \quad r_2 - r_1 < x < \sqrt{r_2^2 - r_1^2}$$

Uma lente de contacto foi obtida a partir de duas superfícies esféricas com 7 mm e 8 mm de raio, respetivamente. O diâmetro dessa lente excede em 9 mm a distância, x, entre os centros das duas superfícies esféricas. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de x, sabendo-se que esse valor é único no intervalo

$\left]r_2 - r_1, \sqrt{r_2^2 - r_1^2}\right[$ Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:
— apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
— reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação;
— apresente o valor pedido em milímetros, arredondado às décimas.

Exame Nacional 2019, 1.ª fase

37. Para um certo n.º real k, é contínua em ℝ a função f, definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{x^2+x-2} & \text{se} \quad x>1\\ k & \text{se} \quad x\leq 1\end{cases}$$

Qual é o valor de k?

(A) 2 (B) 3 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Exame Nacional 2019, época especial

38. Sejam f e g duas funções de domínio ℝ. Sabe-se que f(x)=2x+1 e que (fog)(x)=7, para todo o valor real de x. Qual das seguintes expressões define a função g?

(A) -3 (B) 3 (C) $x-3$ (D) $x+3$

Exame Nacional 2019, época especial

39. Os satélites artificiais são utilizados para diversos fins e a altitude a que são colocados depende do fim a que se destinam. Admita que a Terra é uma esfera. A Figura 2 apresenta um esquema em que se pode observar a superfície terrestre coberta por um satélite, quando este se encontra numa certa posição.

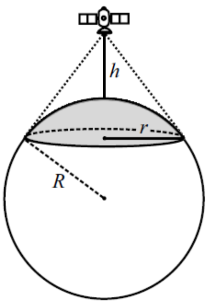


Figura 2

Nesta figura,
• R é o raio, em quilómetros, da Terra;
• h é a altitude, em quilómetros, do satélite (h>0)
• r é o raio, em quilómetros, da base da calote esférica cuja superfície é coberta pelo satélite (0<r<R)
• as grandezas h e r podem relacionar-se por meio da igualdade $r=\dfrac{R}{h+R}\sqrt{h^2+2hR}$

Sabe-se que, para cada posição do satélite, a percentagem da área da superfície terrestre coberta pelo satélite é dada por $50\left(1-\sqrt{1-\left(\dfrac{r}{R}\right)^2}\right)$

a) Qual é a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite se o raio da base da calote esférica for igual a 3/5 do raio da Terra?
(A) 20% (B) 15% (C) 10% (D) 5%

b) Considere que o raio da Terra é 6400 km. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, a percentagem da área da superfície terrestre coberta por um satélite se a altitude deste for igual ao raio da base da respetiva calote esférica.
Apresente o resultado arredondado às unidades.
Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:
— apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
— reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas;
— apresente o valor pedido arredondado às unidades.
Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame Nacional 2020, 2.ª fase

40. Um município construiu, num dos seus parques, uma rampa de skate entre duas paredes verticais distanciadas 21 metros uma da outra. Na Figura 4, estão representados um corte longitudinal da rampa e dois jovens, cada um no seu skate.

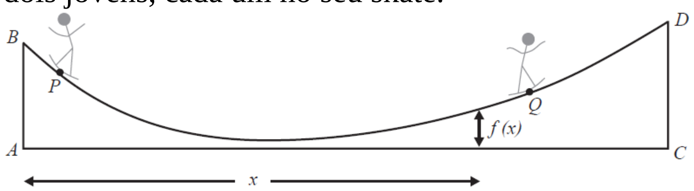


Figura 4

Nesta figura, o arco BD representa a rampa, os segmentos de reta [AB] e [CD] representam as paredes e o segmento de reta [AC] representa o solo. Os pontos P e Q representam as posições dos dois jovens na rampa. Admita que a distância ao solo, em metros, de um ponto da rampa situado x metros à direita da parede representada na figura por [AB] é dada por

$$f(x)=0{,}0001x^4-0{,}005x^3+0{,}11x^2-x+3{,}4\ ,\quad 0\leq x\leq 21$$

a) Qual é, em metros, com arredondamento às décimas, o valor absoluto da diferença entre as alturas das duas paredes da rampa de skate?
(A) 0,8 (B) 0,7 (C) 0,5 (D) 0,4

b) Num certo instante, os dois jovens estão à mesma distância do solo, um mais próximo da parede representada por [AB] e o outro mais próximo da parede representada por [CD]. O jovem que se encontra mais próximo da parede representada por [AB] está a um metro desta parede. Seja d a distância

a que se encontra da parede representada por [CD] o jovem que dela está mais próximo. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de d, sabendo-se que esse valor existe e é único.
Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:
— apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
— reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas;
— apresente o valor de d em metros, arredondado às décimas.
Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame Nacional 2020, época especial

41. A Figura 3 representa um depósito de forma cilíndrica, instalado na horizontal, que contém uma certa quantidade de combustível. Sabe-se que as bases do cilindro têm 1,8 metros de diâmetro. Num certo instante, iniciou-se o vazamento do depósito. Seja $a(t)$ a altura, em metros, do combustível no depósito, t minutos após o início do vazamento.

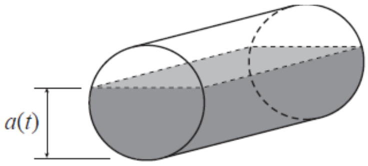


Figura 3

Admita que $a(t)=1{,}8-(0{,}216+0{,}0039t)^{\frac{2}{3}}$

a) Qual é, em metros, a diferença entre a altura do combustível no depósito no início do vazamento e a altura do combustível quando este ocupa metade da capacidade do depósito?
(A) 0,72 (B) 0,54 (C) 0,36 (D) 0,27

b) Decorridos t_1 minutos após o início do vazamento, a altura do combustível no depósito é igual a um certo valor. Sabe-se que, passado igual período de tempo, a altura do combustível no depósito é igual a metade desse valor. Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de t_1, sabendo que esse valor existe e é único. Apresente o resultado em horas e minutos (minutos arredondados às unidades). Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:
— apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
— reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação, e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas.
Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

Exame Nacional 2021, 1.ª fase

42. Na Figura 2, está representada parte do gráfico de uma função g, de domínio $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

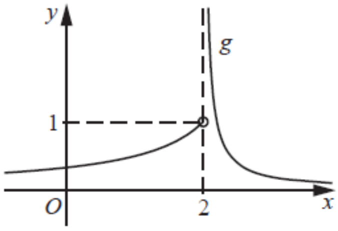
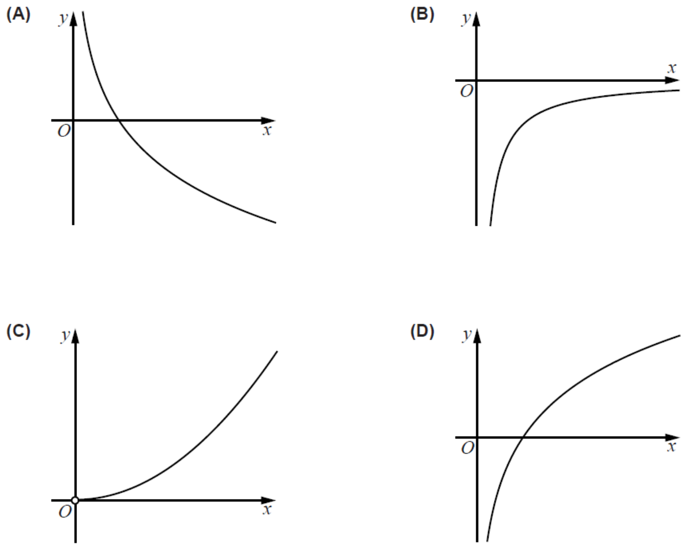


Figura 2

A reta de equação x = 2 é uma assíntota vertical ao gráfico da função g. Seja (v_n) a sucessão de termo geral $v_n = 2-\frac{5}{n+3}$ A que é igual $\lim g(v_n)$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) $+\infty$

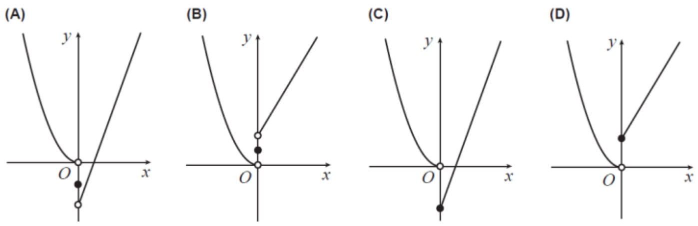
Exame Nacional 2021, 2.ª fase

43. Considere a sucessão (u_n) definida por $u_n=2n^2-n$. Em relação a uma certa função *f*, de domínio $\mathbb{R}^+$, sabe-se que $\lim f\left(\frac{1}{u_n}\right)=+\infty$. Em qual das opções seguintes pode estar representada parte do gráfico da função f ?



Exame Nacional 2021, época especial

44. Em qual das opções seguintes está representada graficamente, em referencial o.n. Oxy, uma função que tem um mínimo em x = 0 ?



Exame Nacional 2022, 2.ª fase

45. Um tanque, que inicialmente tinha um certo volume de água salgada, dispõe de duas torneiras, uma de enchimento e outra de vazamento. As duas torneiras são abertas, em simultâneo, sendo vertida água do mar para o tanque até este estar cheio. Admita que a massa de sal, m , em quilogramas, no tanque, t minutos após a abertura das torneiras, até o tanque estar cheio, é dada por

$$m(t)=\frac{30(1+0{,}006t)^3-29}{(1+0{,}006t)^2} \quad , \quad \text{com } t\in[0,250]$$

a) Qual é, com aproximação às unidades, a percentagem de aumento da massa de sal no tanque, no primeiro minuto após a abertura das torneiras?

(A) 152% (B) 52% (C) 250% (D) 25%

b) Existe um instante a partir do qual, passada meia hora, a massa de sal no tanque triplica. Determine, recorrendo à calculadora, esse instante, sabendo-se que existe e é único. Apresente o resultado em minutos e segundos (com os segundos arredondados às unidades). Não justifique a validade do resultado obtido na calculadora. Na sua resposta:

– apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;

– reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permite(m) resolver a equação e apresente a(s) coordenada(s) do(s) ponto(s) relevante(s) arredondada(s) às centésimas.

Exame Nacional 2022, 2.ª fase

46. Para fazer obras de remodelação das instalações, uma pequena empresa pretende pedir um empréstimo a um banco, a pagar em prestações mensais iguais. De acordo com a proposta do banco, o valor da prestação mensal a pagar, p , em euros, é dado, em função da taxa de juro anual aplicada, j , em percentagem, pela expressão

$$p(j)=\frac{62{,}5j}{1-\left(1+\frac{j}{1200}\right)^{-120}} \quad , \quad \text{com } j>0$$

Sabe-se que, no caso de a taxa de juro anual inicial duplicar, a prestação mensal aumentará 120 euros. Determine, utilizando a calculadora gráfica, a taxa de juro anual inicial. Apresente o resultado em percentagem, arredondado às milésimas. Na sua resposta:

– apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;

– represente, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinale o(s) ponto(s) relevante(s), que lhe permitem resolver a equação.

Exame Nacional 2023, 2.ª fase

<u>Soluções</u>:

1. D	2. A	3. B	4. C	5. B	6. D	7. A	8. C	9. A	10. A	11. C	12. B	13. D	14. C	15. D
16. B	17. B	18. B	19. D	20. A	22. C	23. B	24. C	25. C	26. C	27. D	28. A	29. B	30. C	31. A
32. C	33. A	34. B	35. B	36. 1,4	37. C	38. B	39. C; 23%		40. B; 2,7		41. B; 2h58min		42. B	43. A
44. C	45. B; 10’21’’		46. 3,281%											

O professor: Roberto Oliveira