

Escola Secundária de Francisco Franco

Matemática A (metas curriculares) – 10.º ano

Exercícios saídos em exames, provas globais e em testes intermédios

GEOMETRIA ANALÍTICA

1. Num referencial o.n. Oxyz, a intersecção das superfícies esféricas definidas pelas equações $x^2+y^2+z^2=4$ e $x^2+y^2+z^2=9$ é

- (A) Um ponto
(B) Uma superfície esférica
(C) Uma circunferência
(D) O conjunto vazio

Exame Nacional 1997 (2.ª fase)

2. Considere a recta r de equação $y=1/2 x-1$. Qual das seguintes equações representa a recta paralela a r e que contém o ponto de coordenadas $(-2,3)$?

- (A) $y=-1/2 x+2$ (B) $y=2x+7$
(C) $y=-2x-1$ (D) $y=1/2 x+4$

Prova Global ESAAS 1998 (2.ª chamada)

3. Considere, num referencial o.n. Oxyz: a esfera ϵ definida pela equação $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 \leq 36$; a recta r de equação $(x,y,z)=(1,2,3)+k(-2,0,1)$, $k \in \mathbb{R}$. A intersecção da recta r com a esfera ϵ é um segmento de recta. Qual é o comprimento desse segmento de recta?

- (A) 8 (B) 10 (C) 12 (D) 14

Exame Nacional 1998 (1.ª chamada)

4. Num referencial o.n. Oxyz, considere: a esfera definida pela condição $x^2+y^2+z^2 \leq 25$; o plano de equação $z=4$. Qual é a área de intersecção da esfera com o plano?

- (A) π (B) 3π (C) 6π (D) 9π

Prova Modelo 1999

5. Considere, num referencial o.n. Oxyz, os planos α e β , definidos pelas seguintes equações, $\alpha: x=1$ e $\beta: y=2$. Seja r a recta de intersecção dos planos α e β . Indique qual das expressões seguintes é uma equação vectorial da recta r

- (A) $(x,y,z)=(1,2,0)+k(0,0,2)$, $k \in \mathbb{R}$
(B) $(x,y,z)=(1,1,0)+k(1,0,2)$, $k \in \mathbb{R}$
(C) $(x,y,z)=(1,1,0)+k(0,0,2)$, $k \in \mathbb{R}$
(D) $(x,y,z)=(1,2,0)+k(1,2,0)$, $k \in \mathbb{R}$

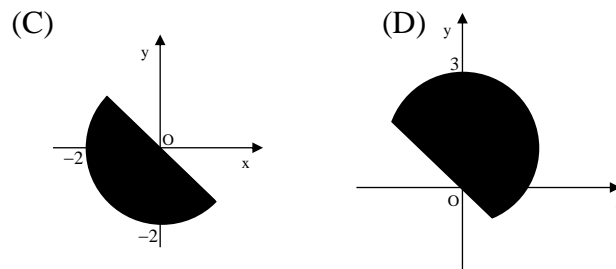
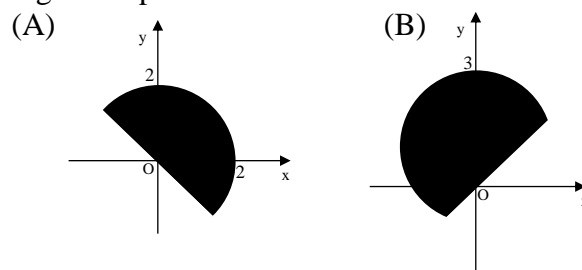
Exame Nacional 1999 (1.ª chamada)

6. Num referencial o.n. Oxyz, uma superfície esférica está centrada na origem. Um ponto P pertence à superfície esférica e tem as coordenadas $(0,0,4)$. Qual a condição que define essa superfície esférica?

- (A) $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ (B) $x^2 + y^2 + z^2 = 16$
(C) $x + y + z = 16$ (D) $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$

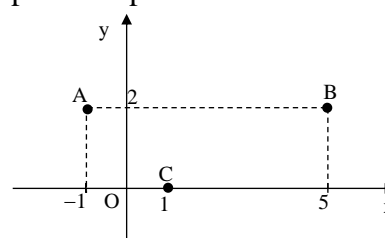
Prova Global ESAAS (1.ª chamada 2001)

7. A condição $y \geq -x \wedge x^2 + (y-1)^2 \leq 4$ define a região do plano:



Prova Global ESAAS (1.ª chamada 2001)

8. Considere, no referencial o.n. xOy ao lado, os pontos representados.



a) Determine as coordenadas do ponto D tal que $D = B + \overrightarrow{AC}$.

b) Calcule $\|\overrightarrow{AC}\|$.

c) Escreva a equação reduzida da recta AC .

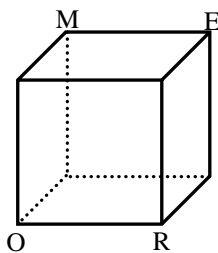
d) Os pontos $R(0; 7)$, $S(1,5; 4)$ e $T(2,5; 2)$ pertencem à mediatriz do segmento $[BC]$ mas apenas

um deles pertence à recta AB. Indique, justificando, qual é esse ponto.

Prova Global ESAAS (1.ª chamada 2001)

9. A figura ilustra um cubo com arestas de comprimento 1 dm. O perímetro do rectângulo [MERO] é:

- (A) Inferior a 4 dm.
(B) Superior a 4,6 dm.
(C) Igual a 4 dm.
(D) Igual a 4,6 dm.



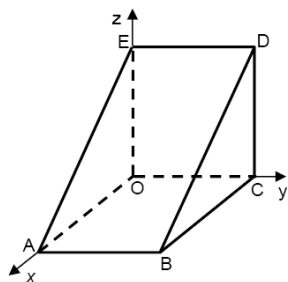
Prova Global ESAAS (2.ª chamada 2001)

10. Considere os pontos $R(-3,0)$ e $S(0,-2)$ num referencial ortonormado do plano. As coordenadas de $\overrightarrow{2RS}$ são:

- (A) $(6,-4)$ (B) $(0,2)$ (C) $(3,-2)$ (D) $(0,0)$

Prova Global ESAAS (2.ª chamada 2001)

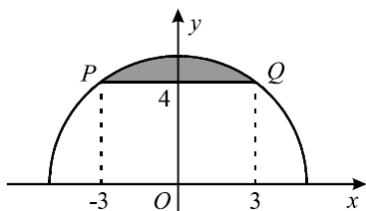
11. No referencial o.n. está representado um prisma triangular recto cuja base [AOE] está contida no plano xOz . A aresta [BC] mede 5 unidades e o ponto D tem as coordenadas $(0,2,3)$.



- a) Determine as coordenadas do ponto A e do vector \overrightarrow{CE} .
b) Calcule a área do triângulo [BED] com duas casas decimais.
c) Caracterize o plano BCD por uma condição cartesiana.
d) Comente, justificando, a seguinte afirmação: “As rectas AD e BC são paralelas.”

Prova Global ESAAS (2.ª chamada 2001)

12. Na figura está representada, em referencial o.n. xOy , uma semicircunferência de centro na origem e que passa nos pontos P e Q. O ponto P tem coordenadas $(-3,4)$ e o ponto Q tem coordenadas $(3,4)$. Na figura está também representado o segmento de recta [PQ]. Qual das condições seguintes define o domínio plano sombreado?



- (A) $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge -3 \leq x \leq 3$

(B) $x^2 + y^2 \leq 25 \wedge y \geq 4$

(C) $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge -3 \leq x \leq 3$

(D) $x^2 + y^2 \leq 16 \wedge y \geq 4$

Teste Intermédio 2008

13. Considere, em referencial o.n. xOy , a recta r que intersecta o eixo Ox no ponto de abscissa 2 e que intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 6. Qual é a equação reduzida da recta r ?

- (A) $y = -3x + 6$ (B) $y = 3x + 6$
(C) $y = -2x + 3$ (D) $y = 2x + 3$

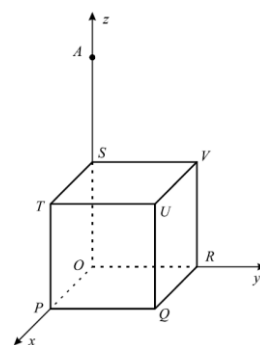
Teste Intermédio 2008

14. Em referencial o.n. $Oxyz$, considere:

- a esfera E definida pela condição $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$
 - a recta r de equação vectorial $(x, y, z) = (0, 0, 2) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$. A intersecção da esfera E com a recta r é
- (A) um segmento de recta de comprimento 2
(B) um segmento de recta de comprimento 4
(C) um ponto
(D) o conjunto vazio

Teste Intermédio 2008

15. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo [OPQRSTUW]. A aresta [OP] está contida no semieixo positivo Ox , a aresta [OR] está contida no semieixo positivo Oy e a aresta [OS] está contida no semieixo positivo Oz . O ponto U tem coordenadas $(2,2,2)$. No eixo Oz está representado um ponto A, cuja cota é 4.



- a) Defina, por meio de uma condição, a aresta [UQ].
b) Averigüe se o ponto T pertence ao plano mediador do segmento [AV].
c) Na figura acima desenhe, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano PQA e, na sua folha de prova, determine o seu perímetro.

Teste Intermédio 2008

16. Qual das condições seguintes define, em referencial o.n. xOy , uma recta paralela ao eixo Oz ?

- (A) $(x, y, z) = (7, 0, 0) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$
(B) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(0, 0, 7), k \in \mathbb{R}$
(C) $(x, y, z) = (1, 1, 0) + k(7, 0, 0), k \in \mathbb{R}$
(D) $(x, y, z) = (0, 0, 7) + k(1, 1, 0), k \in \mathbb{R}$

1.º Teste Intermédio 2009

17. Num referencial o.n. $Oxyz$, a condição $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 \leq 4$ define uma esfera. Qual das equações seguintes define um plano que divide essa esfera em dois sólidos com o mesmo volume?

- (A) $x = 0$ (B) $x = 1$ (C) $x = 2$ (D) $x = 3$

1.º Teste Intermédio 2009

18. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo de aresta 2. Sabe-se que:

• a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy

• a aresta $[DC]$ está contida no eixo Oy

• o ponto D tem coordenadas $(0, 2, 0)$

Os pontos de coordenadas $(2, 2, 0)$ e $(0, 4, 0)$ são vértices do cubo. Qual é o plano mediador do segmento de recta cujos extremos são estes dois vértices?

- (A) ABC (B) ACG (C) BDH (D) BCF

1.º Teste Intermédio 2009

19. Na figura estão representados, em referencial o.n. xOy :

• os pontos A e D , pertencentes ao eixo Oy

• o ponto C , pertencente ao eixo Ox

• a circunferência de centro na origem do referencial e raio 3, que contém os pontos A , C e D

• a recta BD , que contém o ponto C

• a recta AB , paralela ao eixo Ox

O ponto B tem coordenadas $(6, 3)$

Estão assinaladas na figura duas regiões:

• uma, tracejada, no primeiro quadrante

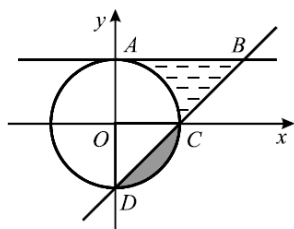
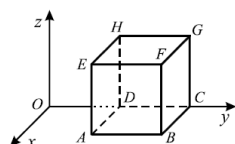
• outra, sombreada, no quarto quadrante

a) Mostre que uma equação da mediatriz do segmento $[BC]$ é $y = -x + 6$

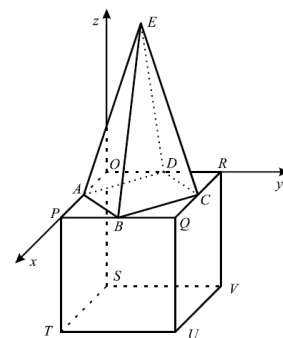
b) Defina, por meio de uma condição, a região sombreada, incluindo a fronteira.

c) Determine a área da região tracejada. Apresente o resultado arredondado às centésimas.

1.º Teste Intermédio 2009



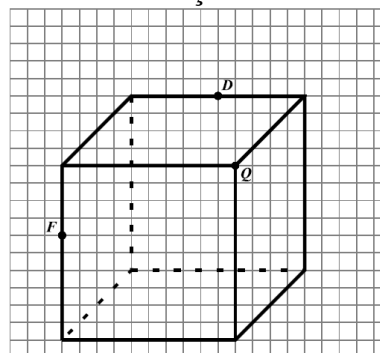
20. Na figura está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um sólido que pode ser decomposto num cubo e numa pirâmide quadrangular regular. A origem do referencial é um dos vértices do cubo, o vértice P pertence ao eixo Ox e o vértice R pertence ao eixo Oy . Os vértices da base da pirâmide são os pontos médios dos lados do quadrado $[OPQR]$. O ponto Q tem coordenadas $(2, 2, 0)$. O volume do sólido é igual a 10.



a) Determine a cota do ponto E .

b) Determine uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto T e que contém o ponto C .

c) Na figura abaixo está representado o cubo, em papel quadriculado. Nesta figura, desenhe, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano FQD . Em seguida, assinale com um X a opção correcta, quanto à forma da secção.

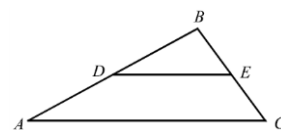


A secção obtida é um

- ☐ triângulo
☐ rectângulo
☐ losango
☐ trapézio
☐ pentágono
☐ hexágono

1.º Teste Intermédio 2009

21. Na figura está representado um triângulo $[ABC]$. Os pontos D e E são os pontos médios dos lados $[AB]$ e $[BC]$, respectivamente.



Utilizando cálculo vectorial, prove que as rectas AC e DE são paralelas.

Sugestão Percorra as seguintes etapas:

• Exprima o vector \overrightarrow{AC} à custa dos vectores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{BC}

• Relacione o vector \overrightarrow{AB} com o vector \overrightarrow{DE}

• Relacione o vector \overrightarrow{BC} com o vector \overrightarrow{BE}

• Mostre que $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{DE}$

• Utilize a igualdade anterior para justificar que as rectas AC e DE são paralelas.

1.º Teste Intermédio 2009

22. Na figura 1 está representada, em referencial o.n. xOy , uma circunferência de centro no ponto $P(2,-1)$. Qual das condições seguintes define a região sombreada, incluindo a fronteira?

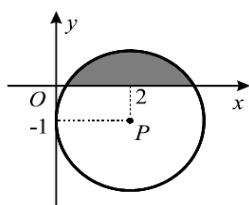


Figura 1

- (A) $(x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$
 (B) $(x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$
 (C) $(x+2)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \wedge y \geq 0$
 (D) $(x+2)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \wedge x \geq 0$

2.º Teste Intermédio 2009

23. Na figura 4 está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular não regular [ABCDEF]. Sabe-se que:

- as bases são triângulos isósceles ($\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\overline{DE} = \overline{DF}$)
- a base [ABC] está contida no plano xOy
- as arestas laterais do prisma são perpendiculares às bases
- o ponto A tem coordenadas $(4,0,0)$
- o ponto E tem coordenadas $(0,3,8)$
- o ponto F é o simétrico do ponto E, relativamente ao plano xOz

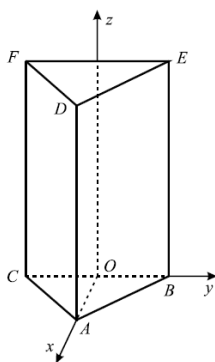


Figura 4

- a) Determine uma equação vectorial da recta DF
 b) Determine a área lateral do prisma.

2.º Teste Intermédio 2009

24. Na figura 1, está representada, num referencial o.n. xOy , a recta r , que intersecta o eixo Ox no ponto de abscissa 2 e o eixo Oy no ponto de ordenada 2. Qual é a equação reduzida da recta r ?

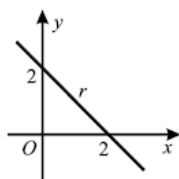


Figura 1

- (A) $y = 2x+2$ (B) $y = -2x+2$
 (C) $y = -x+2$ (D) $y = x+2$

1.º Teste Intermédio 2010

25. Considere, num referencial o.n. xOy , a circunferência de equação $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 16$. Qual das equações seguintes define uma recta tangente a esta circunferência?

- (A) $x = -3$ (B) $x = 1$ (C) $y = -4$ (D) $y = 1$

1.º Teste Intermédio 2010

26. Na figura 3, estão representados um triângulo isósceles [ABC] e um quadrado inscrito nesse triângulo. A altura relativa à base [AB] é o segmento de recta [CD], representado a tracejado. Sabe-se que $\overline{AB} = 4$ cm e que $\overline{CD} = 8$ cm. Quanto mede, em centímetros, o lado do quadrado?

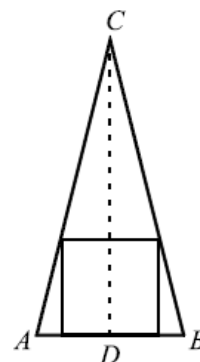


Figura 3

- (A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) $\frac{11}{4}$

1.º Teste Intermédio 2010

27. Na figura 4, está representada, num referencial o.n. xOy , a circunferência que tem centro no ponto $A(4,7)$ e que contém o ponto $D(8,10)$. Sabe-se que:

- [CF] é a corda da circunferência contida no eixo Oy
- [CD] é uma corda da circunferência, paralela ao eixo Ox
- [AE] é um raio da circunferência, paralelo ao eixo Ox
- [ABCD] é um trapézio rectângulo.
 - Determine a área do trapézio [ABCD].
 - Determine a equação reduzida da mediatriz do segmento [AD]
 - Defina, por uma condição, a região sombreada, incluindo a fronteira.

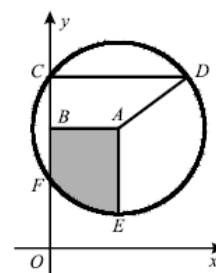


Figura 4

1.º Teste Intermédio 2010

28. Na figura 5, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo [ABCDEFGH] (o ponto H não está representado na figura).

- a) Preencha cada um dos espaços seguintes, utilizando a designação de um ponto ou de um vector, de modo a obter afirmações verdadeiras. Copie as afirmações obtidas para a sua folha de respostas.

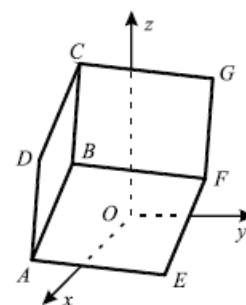


Figura 5

..... + $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AC}$

$F + \overrightarrow{CD} = \dots\dots\dots$

$D + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} = \dots\dots\dots$

- b) Admita agora que:

- o ponto A tem coordenadas $(11, -1, 2)$
- o ponto B tem coordenadas $(13, 2, 8)$

- o ponto E tem coordenadas (8,5,0)

b₁) Determine a área da secção produzida no cubo pelo plano ABG

b₂) Defina, por uma condição, a recta que contém o ponto F e é paralela ao eixo Oz

1.º Teste Intermédio 2010

29. Na figura 6, estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide quadrangular regular [VOPQR] e o prisma quadrangular regular [ABCDEFGH]. Sabe-se que:

- os vértices P e R da pirâmide pertencem aos eixos coordenados Ox e Oy , respectivamente;
- uma das bases do prisma está contida na base da pirâmide e cada vértice da outra base pertence a uma aresta da pirâmide.

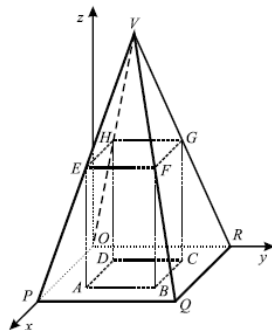


Figura 6

a) Preencha cada um dos espaços seguintes, de modo a obter afirmações verdadeiras quanto à posição relativa das rectas e/ou dos planos. Copie as afirmações obtidas para a sua folha de respostas.

As rectas DQ e VF são

As rectas EH e são não coplanares.

A recta PQ e o plano HGB são

A recta FQ e o plano ADH são

Os planos BQV e são perpendiculares.

b) Sabe-se que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 8z = 0$ é uma equação da superfície esférica que tem centro no ponto V e que contém os quatro vértices da base da pirâmide [VOPQR]. Calcule o volume da pirâmide [VOPQR].

1.º Teste Intermédio 2010

30. Considere, num referencial o.n. xOy , a recta r que intersecta o eixo Ox no ponto de abcissa 2 e que intersecta o eixo Oy no ponto de ordenada 8. Qual é a equação reduzida da recta r ?

(A) $y = -4x+8$ (B) $y = 4x+8$ (C) $y = -2x+4$ (D) $y = 2x+4$

2.º Teste Intermédio 2010

31. Na figura 2, estão representados, num referencial o.n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular e uma pirâmide. A base da pirâmide, [OPQR], está contida no plano xOy e coincide com a base inferior do prisma. O ponto W, vértice da pirâmide, coincide com o centro da base superior, [STUV], do prisma. O ponto P tem coordenadas (5,0,0)

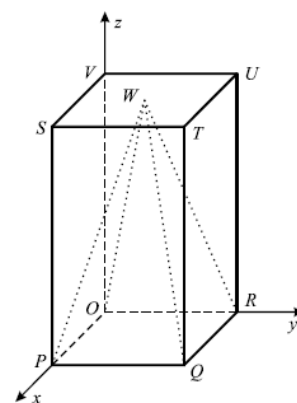


Figura 2

a) Defina, por uma condição, a superfície esférica de centro no ponto Q e que passa no ponto O

b) Sabe-se que o volume da pirâmide é igual a 75. Determine as coordenadas do ponto W, vértice da pirâmide.

2.º Teste Intermédio 2010

32. Na Figura 2, está representado um cubo de aresta 4. Os pontos A, B e C são vértices da mesma face do cubo. O ponto D pertence a uma das arestas do cubo e $\overline{DC} = 3$. Qual é o valor da área da secção produzida no cubo pelo plano ABD?

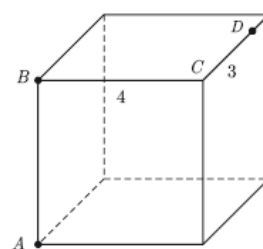


Figura 2

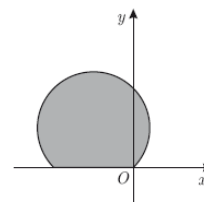
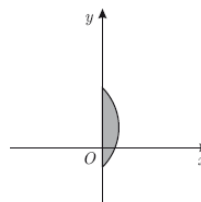
(A) 10 (B) 12 (C) 20 (D) 25

Teste Intermédio 2011

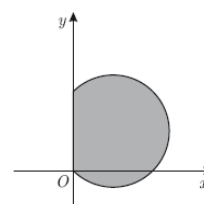
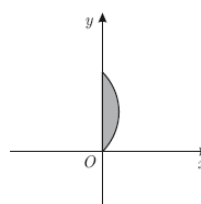
33. Considere a condição $(x+1)^2 + (y-1)^2 \leq 2 \wedge x \geq 0$

Em qual das opções seguintes está representado, em referencial o.n. xOy , o conjunto de pontos definido por esta condição?

(A) (B)



(C) (D)



Teste Intermédio 2011

34. Na Figura 3, está representado um sólido que se pode decompor no cubo [ABCDEFGH] e na pirâmide triangular não regular [GIJK]. Sabe-se que:

- o cubo tem aresta 6
 - o ponto I é o ponto de intersecção do segmento [BK] com a aresta [GF]
 - o ponto J é o ponto de intersecção do segmento [DK] com a aresta [GH]
 - o ponto G é o ponto médio do segmento [CK]
- Qual é o valor do volume da pirâmide [GIJK] ?

(A) 36 (B) 27 (C) 18 (D) 9

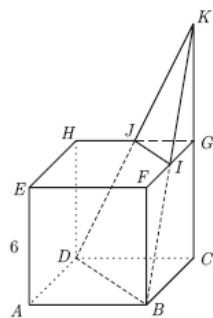


Figura 3

Teste Intermédio 2011

35. Na Figura 6, está representado, em referencial o.n. Oxyz, o prisma quadrangular regular [ABCDEFGH]. As coordenadas dos pontos A, B e G são (11, -1, 2), (8, 5, 0) e (6, 9, 15), respectivamente.

- Determine as coordenadas do ponto H
- Escreva uma equação que defina a superfície esférica com centro no ponto A e que passa no ponto B
- Escreva uma condição que defina a recta que passa no ponto G e que é paralela ao eixo Oy

Teste Intermédio 2011

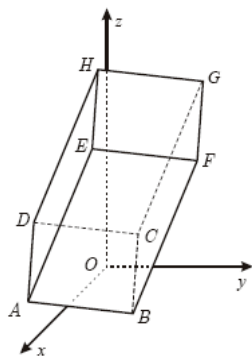


Figura 6

36. Na Figura 7, está representado um cilindro de altura h e raio da base r. Sejam A e B os centros das bases do cilindro. Considere que um ponto P se desloca ao longo do segmento [AB], nunca coincidindo com o ponto A, nem com o ponto B. Cada posição do ponto P determina dois cones cujos vértices coincidem com o ponto P e cujas bases coincidem com as bases do cilindro. Mostre que a soma dos volumes dos dois cones é constante, isto é, não depende da posição do ponto P.

Sugestão – Designe por a a altura de um dos cones.

Teste Intermédio 2011

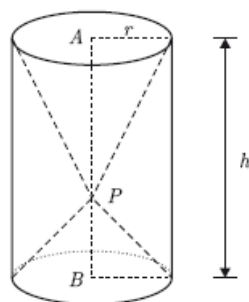


Figura 7

37. Na Figura 1, está representado, num referencial o.n. Oxyz, o cubo [OPQRSTUV] de aresta 2. Os pontos, P, R e T pertencem aos semieixos positivos. Numa das opções seguintes estão as coordenadas de um ponto pertencente a uma das arestas do cubo. Em qual?

- (A) (1, 1, 2) (B) (1, 2, 0) (C) (0, 1, 1) (D) (1, 1, 1)

Teste Intermédio 2012

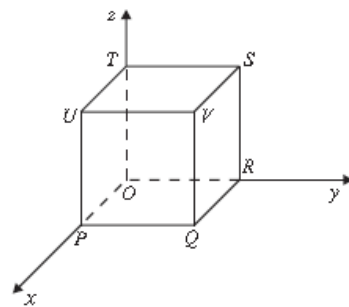


Figura 1

38. Considere, num referencial o.n. Oxyz, a reta t definida por $(x, y, z) = (-1, 2, 3) + k(0, 1, 0)$, $k \in \mathbb{R}$. Qual das condições seguintes também define a reta t?

- (A) $x = -1 \wedge y = 2$ (B) $y = 2 \wedge z = 3$
(C) $x = -1 \wedge z = 3$ (D) $x = 0 \wedge z = 0$

Teste Intermédio 2012

39. Considere, num referencial o.n. xOy :

- a reta r, definida pela equação $y = 2x - 1$
- o ponto A de coordenadas (0, -2)

a) Escreva uma equação vetorial da reta r

b) Escreva a equação reduzida da reta paralela à reta r que passa no ponto A

c) Na Figura 5, estão representados a reta r, o ponto A e a circunferência que tem centro no ponto A e que passa em O. Defina, por uma condição, a região representada a sombreado, incluindo a sua fronteira.

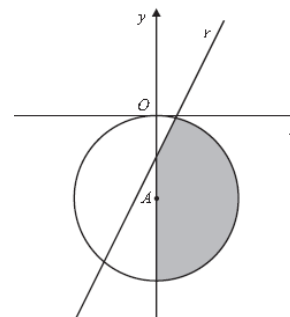


Figura 5

Teste Intermédio 2012

40. Considere, num referencial o.n. xOy:

- os pontos A e B
 - o segmento de reta [AB]
 - a reta de equação $y = 2$, mediatriz de [AB]
- Quais são as coordenadas dos pontos A e B?
- A) A(2, 3); B(2, -3) B) A(4, 3); B(4, 1)
C) A(-2, -3); B(6, -3) D) A(0, -1); B(4, 1)

Teste Intermédio ESFF 2013

41. Na figura 1, está representada, num referencial o.n. xOy , a reta r que contém a diagonal do quadrado $[OABC]$, também representado nesse referencial. Sabe-se que $\overline{AB} = 3$. Qual das seguintes condições define a reta r ?

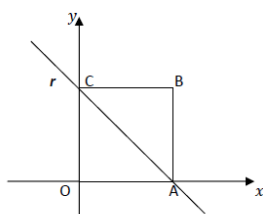


Figura 1

- A) $y = -x + 3$ B) $y = x + 3$
 C) $(x, y) = (1, 0) + k(3, 3), k \in \mathbb{R}$
 D) $(x, y) = (0, 1) + k(-3, 3), k \in \mathbb{R}$

Teste Intermédio ESFF 2013

42. Que região do espaço é definida pela condição

$$(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 36 \wedge x = 1?$$

- A) uma semiesfera B) um círculo
 C) uma circunferência D) um segmento de reta.

Teste Intermédio ESFF 2013

43. Na figura 5, está representado, num referencial o. n. $Oxyz$, um prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$ (o ponto H não está representado na figura).

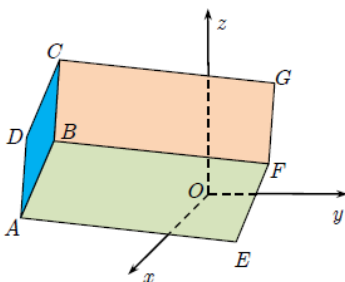


Figura 5

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(15, -7, 3)$
 - o ponto B tem coordenadas $(17, -4, 9)$
 - o ponto C tem coordenadas $(11, -6, 12)$
 - o ponto E tem coordenadas $(9, 5, -1)$
- a) Determine as coordenadas do ponto G .
 b) Escreva uma equação que defina a reta que passa no ponto E e que é paralela ao eixo Ox .
 c) Escreva uma equação da superfície esférica que contém os oito vértices do prisma.
 d) Determine uma equação do plano DBF . Apresente a sua resposta na forma $ax + by + cz = d$ (a, b, c e d designam números reais).

Nota – o plano DBF é o plano mediador de um segmento cujos extremos são dois vértices do prisma.

Teste Intermédio ESFF 2013

44. Na Figura 1 está representada, em referencial o.n. xOy , uma semicircunferência de centro na origem do referencial. Qual das condições seguintes pode definir a região sombreada, incluindo a fronteira?

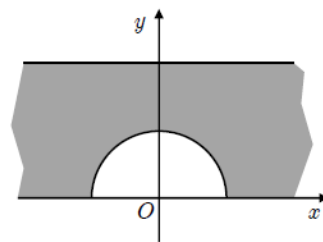


Figura 1

- (A) $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 < y < 8$
 (B) $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 \leq y \leq 4$
 (C) $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 < x < 8$
 (D) $x^2 + y^2 \geq 4 \wedge 0 \leq x \leq 4$

Teste Intermédio ESFF 2014

45. No referencial o.n. xOy da Figura 2 estão os triângulos $[OPQ]$ e $[ORS]$, retângulos em P e em R , respetivamente. Sabe-se que:

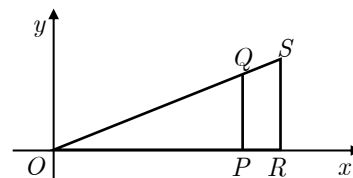


Figura 2

- a razão entre a área do triângulo $[ORS]$ e a do $[OPQ]$ é igual a $\frac{36}{25}$
- os pontos P e R pertencem ao semieixo positivo Ox
- o ponto Q tem coordenadas $(5, 2)$

Quais são as coordenadas do ponto S ?

- (A) $(\frac{49}{8}, 3)$ (B) $(\frac{31}{5}, 3)$ (C) $(6, \frac{19}{8})$ (D) $(6, \frac{12}{5})$

Teste Intermédio ESFF 2014

46. Considere o hexágono regular $[ABCDEF]$ da Figura 3, de centro no ponto O . Qual é a proposição verdadeira?

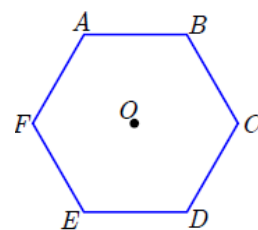


Figura 3

- (A) $C + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{AB} = B$
 (B) $C + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{AB} = D$
 (C) $C + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{AB} = A$
 (D) $C + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{AB} = E$

Teste Intermédio ESFF 2014

47. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, a reta definida pela condição $x = 5 \wedge z = -3$. Qual pode ser uma equação vetorial dessa reta?

- (A) $(x, y, z) = (5, 5, -3) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$
 (B) $(x, y, z) = (5, 5, -3) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$
 (C) $(x, y, z) = (-3, 5, -3) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$
 (D) $(x, y, z) = (-3, 5, -3) + k(0, 1, 0), k \in \mathbb{R}$

Teste Intermédio ESFF 2014

48. Considere, no referencial o.n. xOy da Figura 5, a circunferência de centro H e o paralelogramo $[ABCD]$.

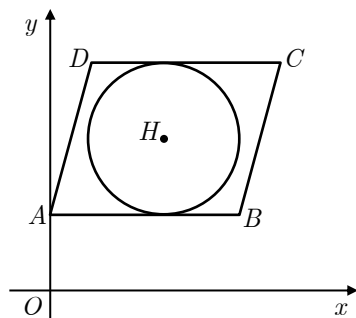


Figura 5

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(0,2)$;
- os lados $[AB]$ e $[CD]$ são paralelos ao eixo Ox e tangentes à circunferência;
- a equação da circunferência é $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$;
- H é o centro do paralelogramo $[ABCD]$;
- $\overrightarrow{BH} = (-2,2)$.

- Determine a área do paralelogramo $[ABCD]$.
- Escreva a equação reduzida da reta AH .
- Calcule as ordenadas dos pontos da circunferência de abscissa 2.

Teste Intermédio ESFF 2014

49. Na Figura 6 está representado, em referencial o.n. $Oxyz$, um cubo $[ABCDEFGH]$.

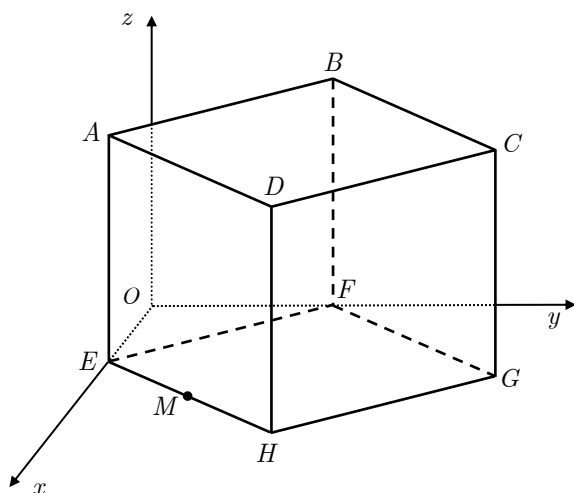


Figura 6

Sabe-se que:

- o ponto B tem coordenadas $(0,4,5)$;
- o ponto E pertence ao semieixo positivo Ox ;
- o ponto F pertence ao semieixo positivo Oy ;
- o ponto M é o ponto médio do segmento $[EH]$;

• a face $[EFGH]$ está sobre o plano xOy .

a) **Desenhe**, a lápis, a secção produzida no cubo pelo plano ACM .

b) Mostre que o ponto A tem coordenadas $(3,0,5)$ e escreva a equação do plano medidor do segmento $[AB]$. Apresente a sua resposta na forma $ax + by + cz = d$, com $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

c) Considere a esfera de centro no ponto B e raio 13. O plano definido por $z = k$ intersesta a esfera segundo um círculo de área 25π . Que valores pode tomar k ? Justifique a resposta.

Teste Intermédio ESFF 2014

50. Considere, num referencial o.n. xOy , o quadrado definido pela condição $0 \leq x \leq 4 \wedge 1 \leq y \leq 5$. Qual das condições seguintes define a circunferência inscrita neste quadrado?

- (A) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 16$ (B) $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 4$
(C) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ (D) $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16$

Exame de Matemática A 2016 (2.ª fase)

51. Considere, num referencial o.n. xOy , os pontos $A(-1,3)$ e $B(2,4)$. Qual das seguintes equações define uma reta paralela à reta AB ?

- (A) $y = -\frac{1}{3}x$ (B) $y = \frac{1}{3}x$ (C) $y = 3x$ (D) $y = -3x$

Exame de Matemática A 2016 (fase especial)

52. Considere, num referencial o.n. xOy , a região definida pela condição

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 \leq 1 \wedge x+y+2 \geq 0$$

Qual é o perímetro dessa região?

- (A) $\pi + 1$ (B) $\frac{\pi}{2} + 1$ (C) $\pi + 2$ (D) $\frac{\pi}{2} + 2$

Exame de Matemática A 2017 (2.ª fase)

53. Na Figura 4, está representada, num referencial o.n. xOy , uma circunferência de centro na origem e que passa nos pontos A, B, C, D, E e F . Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao semieixo positivo Ox e tem abscissa igual a 2
- os pontos B e F têm ambos abscissa igual a 1
- os pontos C, D e E são, respetivamente, os simétricos dos pontos B, A e F relativamente ao eixo Oy

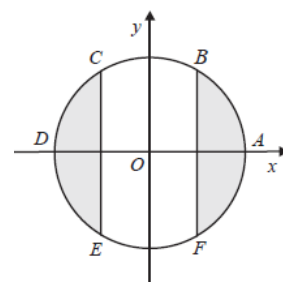


Figura 4

Qual das condições seguintes define o domínio plano representado a sombreado?

(A) $x^2 + y^2 \leq 2 \wedge |x| \geq 1$

(B) $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |x| \leq 1$

(C) $x^2 + y^2 \leq 4 \wedge |x| \geq 1$

(D) $x^2 + y^2 \leq 2 \wedge |x| \leq 1$

Exame de Matemática A 2018 (1.ª fase)

54. Considere, num referencial o.n. xOy, uma elipse centrada na origem do referencial e de focos F_1 e F_2 pertencentes ao eixo Ox. Sabe-se que:

• $\overline{F_1 F_2} = 12$

• sendo P um ponto qualquer da elipse, tem-se

$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 20$

Qual é a equação reduzida desta elipse?

(A) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

(B) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

(C) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$

(D) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$

Exame de Matemática A 2018 (2.ª fase)

55. Para um certo número real a , diferente de zero, são paralelas as retas r e s , definidas, num referencial o.n. xOy, pelas condições $r: ax + 2y + 1 = 0$ e $s: (x, y) = (1, 1) + k(a, 2a), k \in \mathbb{R}$. Qual é o valor de a ?

(A) -4 (B) 2 (C) -2 (D) 4

Exame de Matemática A 2018 (fase especial)

Soluções:

1. D 2. D 3. C 4. D 5. A 6. B 7. D 8. (7,0); $\sqrt{8}$; $y = -x + 1$; T 9. B 10. A
 11. (5,0,0) e (0,-2,3); $\sqrt{34}$ 12. B 13. A 14. C 15. $x=2 \wedge y=2 \wedge 0 \leq z \leq 2$; sim; $4+2\sqrt{5}$ 16. B 17. A
 18. C 19. $y \leq x-3 \wedge x^2 + y^2 \leq 9$; 6,43 20. 3; $(x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$; trapézio 22. B
 23. $(x, y, z) = (4, 0, 8) + k(4, 3, 0), k \in \mathbb{R}$; 128 24. C 25. A 26. C 27. 18; $y = -4/3 x + 33/2$; $(x-4)^2 + (y-7)^2 \leq 25 \wedge 0 \leq x \leq 4 \wedge y \leq 4$
 28. \overline{AB} , E e F; $49\sqrt{2}$; $x=10 \wedge y=8$ 29. conc., FB, est. paral., conc. e BQV; 16/3 30. A
 31. $(x-5)^2 + (y-5)^2 + z^2 = 50$; (5/2, 5/2, 9) 32. C 33. C 34. D 35. (9,3,17); $(x-11)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 49$; $x=6 \wedge z=15$
 37. B 38. C 39. $(x, y) = (0, -1) + k(1, 2), k \in \mathbb{R}$; $y=2x-2$; $x^2 + (y+2)^2 \leq 4 \wedge y \leq 2x-1 \wedge x \geq 0$ 40. B 41. A 42. C
 43. (5,6,8); $(x, y, z) = (9, 5, -1) + k(1, 0, 0), k \in \mathbb{R}$; $(x-10)^2 + (y+1/2)^2 + (z-11/2)^2 = 147/2$; $4x-y-9z=-9$ 44. B 45. D
 46. B 47. B 48. 20; $y=2/3 x+2$; $4+\sqrt{3}$ e $4-\sqrt{3}$ 49. $-6x+8y=7$; -7 ou 17 50. C 51. B 52. C 53. C
 54. B 55. A

O professor: Roberto Oliveira