



Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

Duração do Teste de Avaliação: 80 minutos + 10 minutos de tolerância | dezembro de 2020

Versão 1

Nome _____

Nº. _____

Instruções gerais

- Não é permitido o uso de corretor
- É permitido o uso de calculadora
- As figuras não estão desenhadas à escala
- Escreve as tuas respostas de forma legível
- Para responderes aos itens de escolha múltipla, assinala de forma inequívoca, a opção escolhida, escrevendo a letra correspondente. **Não apresentes cálculos nem justificações** neste tipo de itens

1. Seja f , uma função real de variável real, de domínio \mathbb{R}

No referencial ortonormado xOy da figura 1, está representado parte do gráfico da função f e duas retas r e s

Sabe-se que:

- a reta r representada intersecta o gráfico de f nos pontos $A(-2; a)$ e $B(3; 0)$
- a taxa média de variação da função f no intervalo $[-2; 3]$ é $-\frac{3}{5}$
- a reta s representada é tangente ao gráfico de f no ponto $C(4; 2)$ e intersecta o eixo das ordenadas no ponto $D(0; -2)$

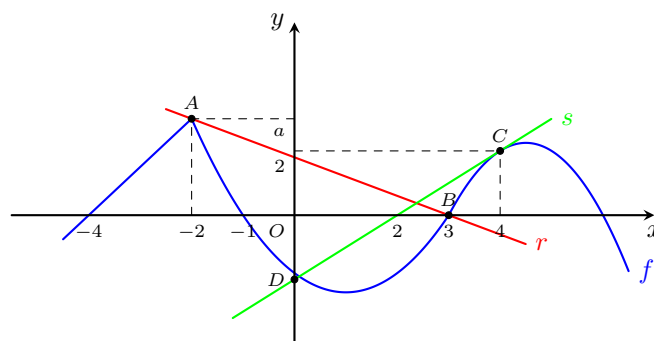


Figura 1

1.1. (10 pontos) Em qual das opções está o valor de $f(-2)$?

- (A) 3
- (B) 4
- (C) $\frac{7}{2}$
- (D) $\frac{10}{3}$

1.2. (15 pontos) Determina $f'(4)$, derivada da função f no ponto de abcissa 4

2. Seja g , a função real de variável real, definida por, $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x + 1}{x} & \text{se } x < 0 \\ -1 & \text{se } x = 0 \\ \frac{-2x^2 + 3x - 1}{x + 1} & \text{se } x > 0 \end{cases}$

2.1. (10 pontos) Em qual das opções está a equação da assíntota vertical ao gráfico da função g ?

- (A) $x = 1$
- (B) $x = 0$
- (C) $x = 2$
- (D) $y = 0$

2.2. (20 pontos) Mostra que a reta de equação $y = x + 1$ é assíntota ao gráfico da função g quando $x \mapsto -\infty$

3. Sejam f e g , duas funções reais de variável real, definidas por $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ e $g(x) = \sqrt{2x+1}$, respetivamente

3.1. (20 pontos) Escreve a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa zero

3.2. (15 pontos) Caracteriza a função derivada da função f

4. Seja f , a função real de variável real, definida por $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$

No referencial ortonormado xOy da figura 2, está representado parte do gráfico da função f

Sabe-se que:

- o gráfico da função f intersesta o eixo Oy no ponto $A(0;1)$
- as retas de equações $x = 1$ e $y = -1$, são assíntotas ao gráfico de f

4.1. (15 pontos) Mostra que $f(x) = \frac{-x-1}{x-1}$

4.2. (20 pontos) Resolve, em \mathbb{R} , a condição $f(x) \geq \frac{x+2}{x^2-x}$

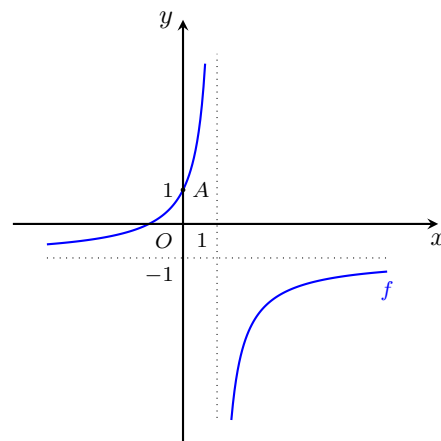


Figura 2

5. (10 pontos) Seja f , uma função real de variável real, de domínio \mathbb{R}

Sabe-se que:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 4$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 4x + 1] = 0$

Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{f(x)}$?

- (A) 2
- (B) 4
- (C) $\frac{1}{4}$
- (D) $\frac{1}{2}$

6. (20 pontos) Seja g , uma função real de variável real, contínua em \mathbb{R} e par, e seja a um número real positivo, tal que $g(a) \neq g(3a)$

Mostra que a equação $g(x - 2a) = g(x + 2a)$ tem pelo menos uma solução em $] -a; a[$

7. Seja f , a função real de variável real, definida por, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x - 3} & \text{se } x < 3 \\ k^2 - 1 & \text{se } x = 3 \\ \frac{x^2 + 3x - 18}{4x^2 - 12x} & \text{se } x > 3 \end{cases}$, com $k \in \mathbb{R}$

7.1. (15 pontos) Mostra que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$

7.2. (20 pontos) Averigua, analiticamente, se existe algum $k \in \mathbb{R}$, para o qual a função f é contínua no ponto $x = 3$

8. (10 pontos) Seja f uma função real de variável real, diferenciável em todo o seu domínio \mathbb{R}

Sabe-se que:

- $f'(1) = 3$
- $f(1) = 2$

Em qual das opções está o valor de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 1}$?

- (A) $\frac{3}{2}$
(B) $\frac{1}{2}$
(C) $\frac{5}{2}$
(D) 3