



LR MAT EXPLICAÇÕES

ANO: 10º ANO

DATA: FEV

TEMA: DIVISÃO EUCLIDIANA DE POLINÓMIOS. REGRA DE RUFFINI. TEOREMA DE RESTO.

TIPO: FICHA DE TRABALHO N.º 2

1. Determina, na forma reduzida, os polinómios quociente e resto da divisão inteira de $A(x)$ por $B(x)$, sendo:

1.1 $A(x) = x^2 + 2x - 3$ e $B(x) = x - 1$;

1.2 $A(x) = -x^3 + 4x^2 - 7$ e $B(x) = x - 3$;

1.3 $A(x) = 4x^3 - 5x + 1$ e $B(x) = 2x^2 + 3$;

1.4 $A(x) = 4x^4 - 5x^3 + x^2 - x - 3$ e $B(x) = 3x^2 - 3x + 2$

2. Recorrendo à regra de Ruffini, determina o quociente e o resto das seguintes divisões inteiras:

2.1 $(3x^2 - 4x - 5) : (x + 3)$

2.2 $(-x^4 + 2x^2 - 1) : (x - 2)$

2.3 $(x^3 - 1) : (x - 1)$

2.4 $(4x^3 + 3x^2 - 2) : \left(x + \frac{3}{4}\right)$

2.5 $\left(\frac{3}{2}x^3 - 3x - 1\right) : \left(x - \frac{5}{3}\right)$

2.6 $(2x^2 - x + 2) : (2x - 4)$

2.7 $(2x^3 - x^2 + 2) : (2x + 3)$

3. Determina o valor de $t \in \mathbb{R}$ sabendo que o resto da divisão inteiro de $2x^4 + tx^3 + x - 2$ por $x - 3$ é 1.

4. Sem efetuar a divisão, determina o resto das seguintes divisões inteiras:

4.1 $(3x^2 - 5x - 6) : (x - 3)$

4.2 $(x^4 - 2x^3 - 3x - 1) : (x + 1)$

4.3 $(x^3 + x - 2) : \left(x + \frac{2}{3}\right)$

4.4 $(-x^2 - x - 2) : (2x + 1)$

5. Considera o polinómio $P(x) = -2x^3 - 10x^2 + kx + 16$, com $k \in \mathbb{R}$.

Determina o valor de k de modo que $P(x)$:

5.1 seja divisível por $x - 1$;

5.2 tenha -2 como raiz;

5.3 seja divisível por $x + \frac{1}{2}$.

6. Considera o polinómio $P(x) = (x - a)(x^2 + kx + 6)$, com $a, k \in \mathbb{R}$.

6.1 Qual é o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $x - a$?

6.2 Sendo $a \neq -6$, determina o valor de k para o qual -6 é raiz de $P(x)$.

7. Considera o polinómio $A(x) = 2x^3 - 10x^2 - mx + 15$.

Determina o valor de m para o qual:

7.1) $A(x)$ é múltiplo de $x - 5$.

7.2) o resto da divisão de $A(x)$ por $x + 2$ é 33.

8. Considera o polinómio $P(x) = x^3 - 2x^2 + mx + n$ ($m, n \in \mathbb{R}$).

Determina os valores de m e n sabendo que:

- $P(x)$ é divisível por $x + 3$;
- o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $x - 1$ é 28.

9. Considera o polinómio $P(x) = x^2 + bx + c$, com $b, c \in \mathbb{R}$.

Determina os valores de b e c para os quais $P(x)$ é divisível por $x - 1$ e $x + 2$.

10. Considera o polinómio $P(x) = x^4 - (k + 1)x^2 + 3kx - 2$.

Determina o valor de k de modo que:

10.1) o resto da divisão de $P(x)$ por $x + 1$ seja -2 .

10.2) $P(x)$ seja divisível por $x - 2$.

11. Seja $n \in \mathbb{N}$. Prova que:

11.1) $x^n - 1$ é divisível por $x - 1$

11.2) $x^n + x$ é divisível por $x + 1$ se n par.

12. Considera o polinómio: $P(x) = x^4 + ax^3 - 3x + b$.

Determina a e b de forma que $P(x)$ seja divisível por $x^2 - 1$.

13. De um polinómio $A(x)$ de quarto grau, sabe-se que:

- $A(1) = 0$
- o grau de multiplicidade de todas as suas raízes é dois
- o resto da divisão por $x + 1$ é igual a 8
- o polinómio $A(x)$ não tem termo independente

O polinómio $A(x)$, na forma reduzida, é:

(A) $3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x$

(B) $2x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 2$

(C) $2x^4 - 4x^3 + 2x^2$

(D) $3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2$

14. Considera o polinómio do 3.º grau $P(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$, com $a, b \in \mathbb{R}$. Sabe-se que:

- $P(x)$ é divisível por $x - 2$;
- o resto da divisão de $P(x)$ por $x - 1$ é igual a -1 .

Os valores reais de a e b são, respetivamente:

- (A) -3 e 2 (B) 1 e 2
(C) -3 e 3 (D) 1 e 3

15. Considera o polinómio $P(x) = x^{2n} + x^{2n-1} + x + 1$, com $n \in \mathbb{N}$.

Qual das seguintes proposições é verdadeira?

- (A) $P(1) = 0, \forall n \in \mathbb{N}$ (B) $\exists n \in \mathbb{N} : P(1) = 0$
(C) $P(-1) = 0, \forall n \in \mathbb{N}$ (D) $\exists n \in \mathbb{N} : P(-2) = 0$

16. O polinómio $x^n + a^n$, com $n \in \mathbb{N}$ e $a \in \mathbb{R}$ é divisível por $x + a$:

- (A) se n for par (B) se n for ímpar
(C) para todo o $n \in \mathbb{N}$ (D) para $n \geq 3$