

## Tópicos de Matemática I - 2018/ 2019

### 1º Teste – Tópicos de resolução

#### Exercício 1

a) i)  $A = ]-\infty, -2[ \cup ]0, +\infty[$       ii)  $A \cap B = [-3, -2[ \cup ]0, 1]$

b)  $(3x-1)(x^2-1)=0 \Leftrightarrow 3x-1=0 \vee x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3} \vee x=\pm 1$

Resposta: -1 e 1

#### Exercício 2

$$2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1 + (\sqrt{2})^2 - 4 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3} + 1 + 2 - 4 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$

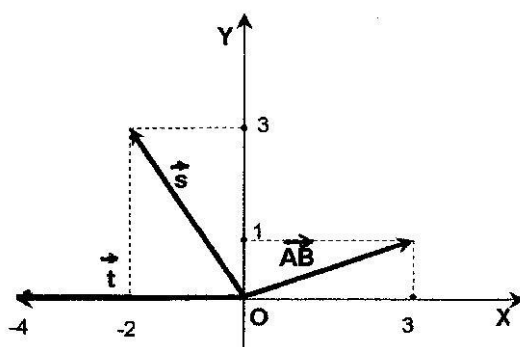
#### Exercício 3

$$\frac{(5^2)^{-2} \times 5^{-1}}{5^3} = \frac{5^{-4} \times 5^{-1}}{5^3} = \frac{5^{-5}}{5^3} = 5^{-8}$$

#### Exercício 4

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{2}, \frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right) = (3, 1) \quad \dot{t} = 2\vec{r} = (-4, 0) \text{ (Nota: também poderia ser } -2\vec{r} = (4, 0))$$

Possíveis representações dos vetores pedidos:



#### Exercício 5

a) i)  $(\sqrt{5}, -2) - (2\sqrt{5}, 5\sqrt{5}) = (\sqrt{5} - 2\sqrt{5}, -2 - 5\sqrt{5}) = (-\sqrt{5}, -2 - 5\sqrt{5})$

ii)  $\|\vec{v}\| = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (-2)^2} = \sqrt{5+4} = 3$

b) Por exemplo:  $(-\sqrt{5}, 2)$  e  $(2\sqrt{5}, -4)$

### Exercício 6

$$\text{a)} \quad 2x-1=5 \vee 2x-1=-5 \Leftrightarrow 2x=6 \vee 2x=-4 \Leftrightarrow x=3 \vee x=-2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 3\}$$

$$\text{b)} \quad x=0 \vee x-1=0 \vee x+5=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=1 \vee x=-5$$

$$\text{C.S.} = \{-5, 0, 1\}$$

$$\text{c)} \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2} \Leftrightarrow x=1 \vee x=3$$

$$\text{C.S.} = \{1, 3\}$$

$$\text{d)} \quad x^2(2-x^2)=0 \Leftrightarrow x^2=0 \vee x^2=2 \Leftrightarrow x=0 \vee x=\pm\sqrt{2}$$

$$\text{C.S.} = \{-\sqrt{2}, 0, \sqrt{2}\}$$

### Exercício 7

$$2-6x \leq 6-3x-3 \Leftrightarrow -6x+3x \leq 6-3-2 \Leftrightarrow -3x \leq 1 \Leftrightarrow 3x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\text{C.S.} = \left[-\frac{1}{3}, +\infty\right[$$

### Exercício 8

$$\begin{cases} 2x+2y=2-x \\ 6+x-y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=2 \\ x=y-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(y-6)+2y=2 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-18+2y=2 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y=20 \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ x=4-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ x=-2 \end{cases}$$

A solução é o par ordenado  $(-2, 4)$ .

### Exercício 9

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (a-\sqrt{3})(a+\sqrt{3})+5a^2=0 \Leftrightarrow a^2-3+5a^2=0 \Leftrightarrow 6a^2=3 \Leftrightarrow a^2=\frac{1}{2} \Leftrightarrow a=\pm\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Como  $a > 0$  então  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .