# Tópicos de Matemática II

2º Teste

17 · 05 · 2019

Universidade do Minho
DMA

Duração: 90 minutos

---

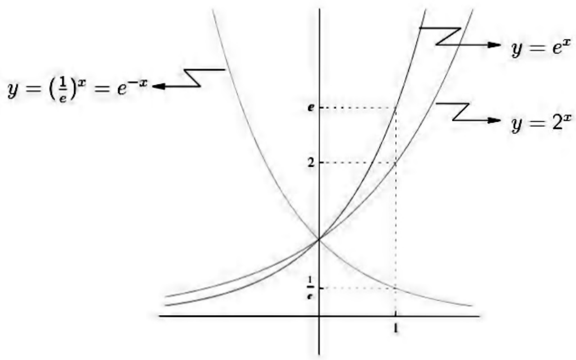
**Nome:**

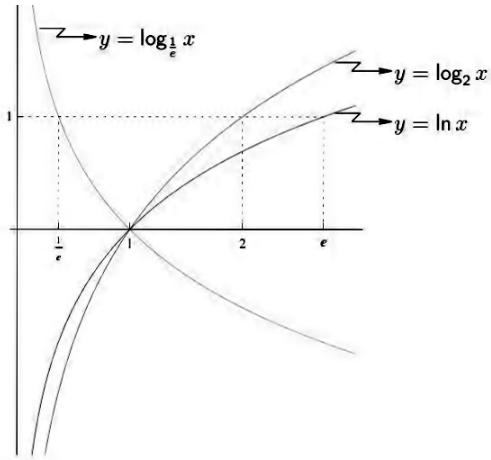
**N.º de identificação civil:** **Turma:**

---

**Formulário**

**Gráficos de funções exponenciais e logarítmicas**




**Regras de derivação**

$(a)' = 0 \qquad (a \in \mathbb{R})$

$(x)' = 1$

$(ax+b)' = a \qquad (a, b \in \mathbb{R})$

$(ax^p)' = apx^{p-1} \quad (a \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{Z}\backslash\{0\})$

$(f+g)' = f' + g'$

$(fg)' = f'g + f\,g'$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - f\,g'}{g^2}$$

$(f^n)' = n\,f^{n-1}f' \qquad (n \in \mathbb{R})$

$$\left(\sqrt[n]{f}\right)' = \frac{f'}{n\sqrt[n]{f^{n-1}}} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

$(\text{sen } f)' = f' \cos f$

$(\cos f)' = -f' \text{ sen } f$

$$(\text{tg } f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$$

$(e^f)' = f'e^f$

$(a^f)' = f'a^f \ln a \qquad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$$

$$(\log_a f)' = \frac{f'}{f \ln a} \qquad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

**Justifique convenientemente todas as suas respostas.**

Cotações:

**1.** a) 14 b) 14 c) 14 **2.** 16 **3.** a) 14 b) 14 **4.** a) 14 b) 14 c) 14

**5.** 16 **6.** 16 **7.** 12 **8.** a) 9 b) 9 **9.** 10

Exercício 1 Considere a função real, de variável real, definida por $f(x) = 1 - 2^{x+2}$.

a) Determine o domínio e o contradomínio da função $f$.

b) Caracterize a função inversa da função $f$.

c) Resolva em $\mathbb{R}$ a seguinte inequação: $f(x) \geq -15$.

Exercício 2 Resolva, em $\mathbb{R}$, a seguinte inequação fracionária: $\dfrac{-x^2+9}{-x-1} \geq 0$.

Exercício 3 Determine, caso existam, os seguintes limites:

a) $\lim_{x \to +\infty} \left( \sqrt{x+2} - \sqrt{x} \right)$;

b) $\lim_{x \to +\infty} \left( \frac{1}{x^2+2} \cdot (x+1) \right)$.

Exercício 4 Resolva, em $\mathbb{R}$, as seguintes condições:

a) $5^{-x-1} = 25^{2x+3}$;

b) $\log(x) > \log(2x+5)$;

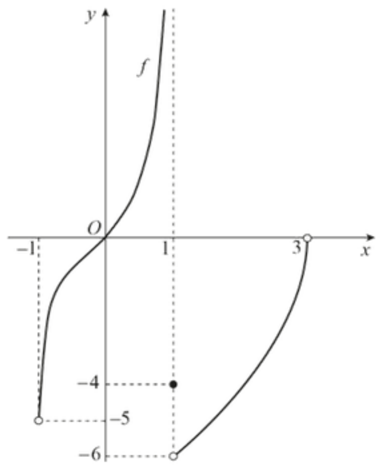
c) $\ln(x-1) = 2$.

Exercício 5 Seja $h$ a função definida em $\mathbb{R}$ por: $h(x) = \begin{cases} \frac{x^3-x^2}{x^2+2x-3} & \text{se } x > 1 \\ \frac{3-2x}{x^2+3} & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$

Calcule analiticamente os seguintes limites: $\lim_{x\to 1^-} h(x)$ e $\lim_{x\to 1^+} h(x)$. Diga se existe $\lim_{x\to 1} h(x)$. Justifique.

Exercício 6 Resolva em $\mathbb{R}$ a seguinte equação fracionária: $\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1} = 0$.

Exercício 7 Na figura está representada parte de um gráfico de uma função $f$ de domínio $]-1, 3[$.




Indique:

a) $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x)$;

b) $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$;

c) $\lim\limits_{x \to 3^-} \dfrac{2}{f(x)}$;

d) $f(1)$.

Exercício 8 Calcule $y'$, sendo:

a) $y = 4x \times \ln(x)$;

b) $y = e^{2x} \times 5x$.

Exercício 9 Considere a função $f$ definida por $f(x) = -\frac{x^3}{3} + x^2 - 7$. Determine, na forma reduzida, a equação da reta tangente ao gráfico de $f$ no ponto de abcissa 1.