23 + curso

Matemática

Universidade do Minho
DMA

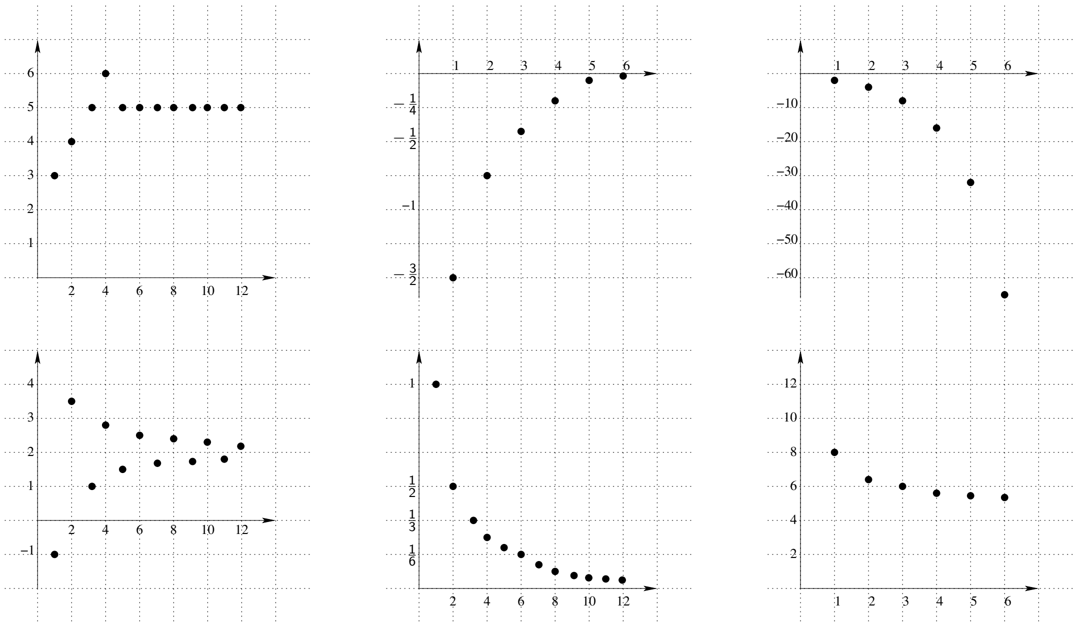
Folha 6 - Sucessões Numéricas: **Exercícios Propostos**

Exercício 1 Considere as sucessões seguintes:

$$a_n = \frac{1}{n}; \qquad b_n = \frac{5n+3}{n}; \qquad c_n = \frac{3(-1)^n + 2n}{n};$$

$$d_n = \begin{cases} n+2, & \text{se } n < 5, \\ 5, & \text{se } n \geq 5; \end{cases} \qquad e_n = -2^n; \qquad f_n = \frac{-3}{2^n}.$$

Faça a correspondência entre as sucessões e os gráficos que se apresentam de seguida e indique, caso exista, o respetivo limite.



Exercício 2 Considere a sucessão de termo geral $a_n = 3 - 2n$.

a) Determine os três primeiros termos da sucessão.

b) Averigue se -17 é termo da sucessão.

c) Estude a sucessão $(a_n)_n$ quanto à monotonia.

d) $(a_n)_n$ é limitada?

Exercício 3 Considere a sucessão de termo geral $u_n = \frac{3n-2}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.

a) Calcule os dois primeiros termos da sucessão.

b) Verifique se $\frac{5}{2}$ é termo da sucessão.

c) Estude, quanto à monotonia, a sucessão $(u_n)_n$.

d) A sucessão é limitada?

Exercício 4 Considere a sucessão de termo geral $b_n = n^2 - 8n$, $n \in \mathbb{N}$.

a) Determine os quatro primeiros termos da sucessão.

b) Calcule o vigésimo termo da sucessão e diga se a sucessão monótona.

Exercício 5 Considere as sucessões cujos termos gerais são

$$a_n = \frac{n^2}{n+1}, \quad b_n = -2 + \frac{1}{n+1}, \quad c_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n, \quad d_n = 2^n, \quad e_n = (-1)^n.$$

a) Diga se as sucessões apresentadas são convergentes ou divergentes e, para as convergentes, identifique o respetivo limite.

b) Quais das sucessões são limitadas?

c) Determine, caso existam, os limites das seguintes sucessões:

i) $a_n b_n$; ii) $a_n + b_n$; iii) $b_n\, c_n$; iv) $\dfrac{d_n}{c_n}$.

Exercício 6 Considere sucessões $(u_n)_n$ e $(v_n)_n$ tais que $\lim_n u_n = 0$ e $\lim_n v_n = +\infty$. Apresente exemplos de sucessões nestas condições de modo que:

i) $\lim_n u_n\, v_n = -3$; ii) $\lim_n u_n\, v_n = 0$; iii) $\lim_n u_n\, v_n = +\infty$; ;

Exercício 7 Calcule, caso exista:

a) $\lim_n \dfrac{2+3n}{5n}$; b) $\lim_n \dfrac{3n^2+4n-2}{4n^2-3n+5}$;

c) $\lim_n \dfrac{3n^2+1}{4n^3+5}$; d) $\lim_n \dfrac{3n^3+4n^2-3n+2}{4n^2+3n+2}$;

e) $\lim_n 5(-1)^n$; f) $\lim_n \sqrt{n^3+3}$;

g) $\lim_n \dfrac{\sqrt{4n^2+1}}{n+3}$; h) $\lim_n \left(\dfrac{1}{\sqrt{n^2+1}} - \dfrac{1}{\sqrt{n^2+2}}\right)$;

i) $\lim_n \dfrac{1}{\sqrt{n^4+2}-\sqrt{n^4+3}}$ j) $\lim_n \left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-n}\right)$; .

Exercício 8 Calcule os limites:

a) $\lim_n \left(1+\dfrac{5}{n}\right)^{\frac{n}{5}}$; b) $\lim_n \left(\dfrac{n+3}{n}\right)^{n+1}$; c) $\lim_n \left(\dfrac{n-1}{n+5}\right)^{2n}$.

Considerando que a e b representam dois quaisquer números reais não nulos:

	$\lim\limits_n (a_n + b_n)$	$\lim\limits_n (a_n - b_n)$	$\lim\limits_n (a_n b_n)$	$\lim\limits_n \frac{a_n}{b_n}$
$\lim\limits_n a_n = a$ $\lim\limits_n b_n = b$	$a+b$	$a-b$	ab	$\frac{a}{b}$
$\lim\limits_n a_n = 0$ $\lim\limits_n b_n = b$	b	$-b$	0	0
$\lim\limits_n a_n = a$ $\lim\limits_n b_n = 0$	a	a	0	$(*)$
$\lim\limits_n a_n = 0$ $\lim\limits_n b_n = 0$	0	0	0	Indeterminação
$\lim\limits_n a_n = +\infty$ $\lim\limits_n b_n = b$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$, se $b > 0$ $-\infty$, se $b < 0$	$+\infty$, se $b > 0$ $-\infty$, se $b < 0$
$\lim\limits_n a_n = -\infty$ $\lim\limits_n b_n = b$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$, se $b > 0$ $+\infty$, se $b < 0$	$-\infty$, se $b > 0$ $+\infty$, se $b < 0$
$\lim\limits_n a_n = a$ $\lim\limits_n b_n = +\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$, se $a > 0$ $-\infty$, se $a < 0$	0
$\lim\limits_n a_n = a$ $\lim\limits_n b_n = -\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$, se $a > 0$ $+\infty$, se $a < 0$	0
$\lim\limits_n a_n = \pm\infty$ $\lim\limits_n b_n = 0$	$\pm\infty$	$\pm\infty$	Indeterminação	$(**)$
$\lim\limits_n a_n = 0$ $\lim\limits_n b_n = \pm\infty$	$\pm\infty$	$\mp\infty$	Indeterminação	0
$\lim\limits_n a_n = +\infty$ $\lim\limits_n b_n = +\infty$	$+\infty$	Indeterminação	$+\infty$	Indeterminação
$\lim\limits_n a_n = +\infty$ $\lim\limits_n b_n = -\infty$	Indeterminação	$+\infty$	$-\infty$	Indeterminação
$\lim\limits_n a_n = -\infty$ $\lim\limits_n b_n = +\infty$	Indeterminação	$-\infty$	$-\infty$	Indeterminação
$\lim\limits_n a_n = -\infty$ $\lim\limits_n b_n = -\infty$	$-\infty$	Indeterminação	$+\infty$	Indeterminação

$$(*)\begin{cases} +\infty \text{ se } \begin{cases} a > 0 & \text{e} \quad b_n \to 0^+ \\ a < 0 & \text{e} \quad b_n \to 0^- \end{cases} \\ -\infty \text{ se } \begin{cases} a > 0 & \text{e} \quad b_n \to 0^- \\ a < 0 & \text{e} \quad b_n \to 0^+ \end{cases} \\ \text{sem limites nos outros casos} \end{cases} \qquad (**)\begin{cases} \pm\infty \text{ se } b_n \to 0^+ \\ \mp\infty \text{ se } b_n \to 0^- \\ \text{sem limites nos outros casos} \end{cases}$$