Escola Secundária de Paredes

Ficha de Trabalho 5

Matemática A

12.º Ano de Escolaridade | Turma: J

Tema: Funções reais de variável real - Teorema de Bolzano-Cauchy

1. Seja g, a função real, de variável real, definida por $g(x) = -x^3 + 10x + 2$

   Mostra que a equação $g(x) = -8$ tem solução no intervalo $]-2;-1[$

2. Seja f, uma função real, de variável real

   O gráfico desta função está representado em referencial *o.n.*, xOy, como se observa na figura 1

   Comenta a seguinte afirmação: $\forall k \in]1;6[, \exists c \in]1;5[: f(c) = k$

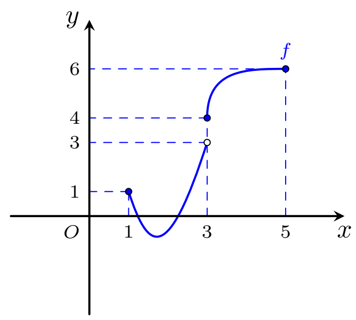

Figura 1

3. Seja f, a função real, de variável real, definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

   Mostra que a função f tem pelo menos um zero no intervalo $\left]\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right[$

4. Considera a função f, real, de variável real, definida por $f(x) = x^3 - 3x + 1$

   Mostra que a equação $f(x) = x$ tem solução no intervalo $]1;2[$

5. Considera as funções f e g, reais, de variável real, definidas por $f(x) = 2x^3 - 4x - 6$ e $g(x) = -x + 6$, respetivamente

   Mostra que os gráficos das duas funções se intersetam em pelo menos um ponto cuja abcissa pertence ao intervalo $]2;3[$

6. Seja f, a função real, de variável real, definida por $f(x) = -x^3 + 2m^2x^2 - 2x - 2m^4$, com m um número real não nulo

   Mostra que a função f tem pelo menos um zero no intervalo $]-m;m[$

7. Seja f, uma função real, de variável real, contínua no intervalo $[-3;-2]$, e tal que $f(-3) = 8$ e $f(-2) = 1$

   Seja g, a função real, de variável real, definida por $g(x) = x^3 + 2f(x)$

   Mostra que a equação $g(x) = -8$ é possível em $]-3;-2[$

8. Seja f, a função real, de variável real, contínua em $[2;4]$
   Sabe-se que:
   $f(2) = 2k + 2$ e $f(4) = 1 - k$, com $k \in \mathbb{R}$
   Determina os valores de k de modo que a função f tenha pelo menos um zero no intervalo $]2;4[$

9. Seja f, a função real, de variável real, contínua, de domínio $[1;3]$ e contradomínio $[4;5]$
   Seja g a função real, de variável real, definida em $[1;3]$, por $g(x) = -f(x) + x^2$
   Mostra que a função g tem pelo menos um zero em $]1;3[$