Escola Secundária de Francisco Franco

Matemática A (Aprendizagens Essenciais) – 12.º ano

Exercícios saídos em exames nacionais e em testes intermédios (desde 1996)

Tema II: PROBABILIDADES

1. Numa caixa estão 12 Bolas de Berlim de igual aspecto exterior. No entanto 5 não têm creme. Retirando da caixa 3 desses bolos ao acaso, a probabilidade de que apenas um deles tenha creme é:
[A] 7/12 [B] 7/66 [C] 35/264 [D] 7/22

Prova modelo 1996

2. Dos ouvintes de uma estação radiofónica, 37% ouvem o programa X, 53% ouvem o programa Y e 15% ouvem ambos os programas. Ao escolher aleatoriamente um ouvinte desta estação, qual é a probabilidade de que:
a) Escute apenas um dos referidos programas?
b) Não escute nenhum destes 2 programas?

Exame nacional de 1996 (1.ª chamada)

3. Pretende criar-se uma nova grelha de programação para o período que decorre entre as 7h e as 8h30m da manhã, dispondo-se para o efeito de 2 programas de 1 hora - um musical e o outro sobre desporto - e de 3 programas de 30 minutos - um de informação e 2 musicais. Escolhendo ao acaso uma das possíveis grelhas de programação, qual a probabilidade de que ela contenha apenas programas musicais?
Nota: A mudança de ordem de programas origina diferentes grelhas.

Exame nacional de 1996 (1.ª chamada)

4. Um comerciante foi informado de que tem 4 embalagens premiadas entre as 20 que adquiriu de um certo produto, mas não sabe quais são. Dispondo as 20 embalagens em fila, na montra, por uma ordem qualquer, qual a probabilidade de que as embalagens premiadas fiquem todas juntas no início ou no fim da fila?

Exame nacional de 1996 (2.ª chamada)

5. Um quadro de palavras cruzadas, constituído por 5 linhas e 5 colunas, tem 9 quadrículas a cheio. Destas, sabe-se que 5 ocuparão os 4 cantos e o quadrado central, podendo as restantes ocupar qualquer outra posição.
a) Quantos quadros diferentes se podem obter satisfazendo as condições indicadas?
b) Qual a probabilidade de que, ao escolher ao acaso um dos quadros possíveis, este tenha pelo menos uma das diagonais com quadrículas a cheio?

Exame nacional de 1996 (2.ª fase)

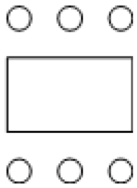
6. Num saco estão 4 bolas de igual tamanho, numeradas de 1 a 4. Tiram-se sucessivamente, sem reposição, as 4 bolas do saco. Qual a probabilidade de as bolas saírem por ordem crescente de numeração?
[A] 1/24 [B] 2/3 [C] 1/4 [D] 1/6

Prova modelo 1997

7. Lançam-se simultaneamente 2 dados equilibrados com as faces numeradas de 1 a 6 e multiplicam-se os 2 n.ºs saídos. A probabilidade do acontecimento "o produto dos n.ºs saídos é 21" é:
[A] 0 [B] 1/36 [C] 1/18 [D] 21/36

Exame nacional de 1997 (1.ª chamada)

8. Seis amigos entram numa pastelaria para tomar café e sentam-se ao acaso numa mesa rectangular com 3 lugares de cada lado, como esquematizado na figura junta. Determine a probabilidade de 2 desses amigos, a Joana e o Rui, ficarem sentados em frente um do outro.

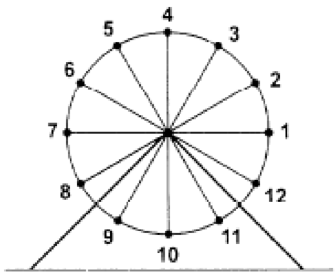


Exame nacional de 1997 (1.ª chamada)

9. Uma empresa de cofres atribui ao acaso um código secreto a cada cofre que comercializa. Cada código secreto é formado por 4 algarismos, por uma certa ordem. Escolhendo-se um cofre ao acaso, qual a probabilidade de o código ter exactamente 3 zeros?
[A] 0,0004 [B] 0,0027
[C] 0,0036 [D] 0,004

Exame nacional de 1997 (2.ª chamada)

10. Uma roda gigante de um parque de diversões tem 12 cadeiras, numeradas de 1 a 12, com um lugar cada uma (ver figura ao lado). Seis raparigas e seis rapazes vão andar na roda gigante e sorteiam entre si os lugares que vão ocupar. Qual é a probabilidade de rapazes e raparigas ficarem sentados alternadamente, isto é, cada rapaz entre 2 raparigas e cada rapariga entre 2 rapazes? Apresente o resultado na forma de percentagem.



Exame nacional de 1997 (2.ª chamada)

11. Abre-se, ao acaso, um livro, ficando à vista 2 páginas numeradas. A probabilidade de a soma dos n.ºs dessas 2 páginas ser ímpar é

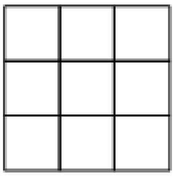
[A] 0 [B] 1/3 [C] 1/2 [D] 1

Exame nacional de 1997 (2.ª fase)

12. Uma embalagem contém 12 pastilhas com igual aspecto exterior, sendo 3 de ananás, 3 de cereja, 3 de laranja e 3 de morango. Esvaziando a embalagem após a compra e retirando 4 pastilhas ao acaso, qual a probabilidade de retirar uma de cada sabor?

Exame nacional de 1997 (2.ª fase)

13. Pretende-se colocar, sobre um tabuleiro situado à nossa frente, como o representado na figura, 9 peças de igual tamanho e feitio, das quais 4 são brancas e 5 são pretas. Cada casa do tabuleiro é ocupada por uma só peça.



a) Mostre que existem 126 maneiras diferentes de as peças ficarem colocadas no tabuleiro.

b) Supondo que as peças são colocadas ao acaso, determine a probabilidade de uma das diagonais ficar só com peças brancas.

Prova modelo 1998

14. Um dado é lançado 5 vezes. Qual é a probabilidade de que a face *seis* apareça pelo menos uma vez?

(A) $1-\left(\frac{1}{6}\right)^5$ (B) $1-\left(\frac{5}{6}\right)^5$ (C) $C_1^5\left(\frac{1}{6}\right)^5$ (D) $C_1^5\left(\frac{5}{6}\right)^5$

Exame nacional de 1998 (1.ª chamada)

15. Uma turma de uma escola secundária tem 27 alunos: 15 raparigas e 12 rapazes. O delegado de turma é um rapaz. Pretende-se constituir uma comissão para organizar um passeio. A comissão deve ser formada por 4 raparigas e 3 rapazes. Acordou-se que um dos 3 rapazes da comissão será necessariamente o delegado de turma.

a) Quantas comissões diferentes se podem constituir?

b) Admita que os 7 membros da comissão, depois de constituída, vão posar para uma fotografia, colocando-se uns ao lado dos outros. Supondo que eles se colocam ao acaso, qual é a probabilidade de as raparigas ficarem todas juntas? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

Exame nacional de 1998 (1.ª chamada)

16. Lançou-se 3 vezes ao ar uma moeda equilibrada, tendo saído sempre a face *coroa*. Qual é a probabilidade de, num 4.º lançamento, sair a face *cara*?

(A) 1/4 (B) 1/2 (C) 2/3 (D) 3/4

Exame nacional de 1998 (2.ª chamada)

17. O código de um cartão multibanco é uma sequência de 4 algarismos como, por exemplo, 0559.

a) Quantos códigos diferentes existem com um e um só algarismo zero?

b) Imagine que um amigo seu vai adquirir um cartão multibanco. Admitindo que o código de qualquer cartão multibanco é atribuído ao acaso, qual é a probabilidade de o código desse cartão ter os 4 algarismos diferentes? Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame nacional de 1998 (2.ª chamada)

18. Colocaram-se numa urna 12 bolas indistinguíveis pelo tacto, numeradas de 1 a 12. Tirou-se uma bola da urna e verificou-se que o respectivo n.º era par. Essa bola não foi reposta na urna. Tirando ao acaso outra bola da urna, a probabilidade do n.º desta bola ser par é

(A) 1/2 (B) 1/4 (C) 5/12 (D) 5/11

Exame nacional de 1998 (2.ª fase)

19. Um fiscal do Ministério das Finanças vai inspeccionar a contabilidade de 7 empresas, das quais 3 são clubes de futebol profissional. A sequência segundo a qual as 7 inspecções vão ser feitas é aleatória. Qual é a probabilidade de que as 3 primeiras empresas inspeccionadas sejam exactamente os 3 clubes de futebol? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame nacional de 1998 (2.ª fase)

20. Lança-se três vezes um dado equilibrado com as faces numeradas de 1 a 6. Indique, justificando, qual dos 2 acontecimentos seguintes é mais provável:

- nunca sair o n.º 6;
- saírem números todos diferentes

Prova modelo 1999

21. Lança-se quatro vezes consecutivas um dado com as faces numeradas de 1 a 6. No primeiro lançamento sai face 1 e no segundo sai face 2. Qual é a probabilidade de os números saídos nos quatro lançamentos serem todos diferentes?

(A) $\frac{6\times5\times4\times3}{6^4}$ (B) $\frac{6\times5}{6^4}$ (C) $\frac{6\times5}{6^2}$ (D) $\frac{4\times3}{6^2}$

Exame nacional de 1999 (1.ª chamada)

22. A Joana tem na estante do seu quarto 3 livros de José Saramago, 4 de Sophia de Mello Breyner Andresen e 5 de Carl Sagan. Quando soube que ia

passar as férias a casa da sua avó, decidiu escolher 6 desses livros, para ler durante este período de lazer. A Joana pretende levar 2 livros de José Saramago, um de Sophia de M. Andresen e 3 de Carl Sagan.

a) De quantas maneiras pode fazer a sua escolha?

b) Admita agora que a Joana **já seleccionou** os 6 livros que irá ler em casa da sua avó. Supondo aleatória a sequência pela qual estes 6 livros vão ser lidos, qual é a probabilidade de os 2 livros de J. Saramago serem lidos um a seguir ao outro? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

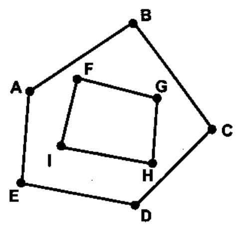
Exame nacional de 1999 (1.ª chamada)

23. O João tem num bolso do casaco uma moeda de 50\$00, 2 moedas de 100\$00 e 3 moedas de 200\$00. Retirando 2 moedas ao acaso, qual é a probabilidade de, com elas, perfazer a quantia exacta de 250\$00?

(A) ½ (B) 1/3 (C) ¼ (D) 1/5

Exame nacional de 1999 (2.ª chamada)

24. Na figura estão representados 2 polígonos: um pentágono [ABCDE]; um quadrilátero [FGHI]. Dos 9 vértices representados, não existem 3 colineares.



a) Determine quantos triângulos têm como vértices 3 dos 9 pontos, de tal modo que 2 vértices pertençam a um dos polígonos e o terceiro vértice pertença ao outro polígono.

b) A Sandra e o Jorge escolheram cada um, e em segredo, um dos 9 vértices representados. Qual é a probabilidade de os 2 vértices, assim escolhidos, pertencerem ambos ao mesmo polígono? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame nacional de 1999 (2.ª chamada)

25. Acabou o tempo de um jogo de basquetebol, e uma das equipas está a perder por um ponto, mas tem ainda direito a 2 lances livres. O Manuel vai tentar encestar. Sabendo que este jogador concretiza, em média, 70% dos lances livres que efectua e que cada lance livre concretizado corresponde a um ponto, qual é a probabilidade de o jogo terminar empatado?

(A) 0,14 (B) 0,21 (C) 0,42 (D) 0,7

Exame nacional de 1999 (2.ª fase)

26. Para representar Portugal num campeonato internacional de hóquei em patins foram seleccionados 10 jogadores: 2 guarda-redes, 4 defesas e 4 avançados.

a) Sabendo que o treinador da selecção nacional opta que Portugal jogue sempre com 1 guarda-redes, 2 defesas e 2 avançados, quantas equipas diferentes pode ele constituir?

b) Um patrocinador da selecção nacional oferece uma viagem a 5 dos 10 jogadores seleccionados, escolhidos ao acaso. Qual é a probabilidade de os 2 guarda-redes serem contemplados com essa viagem? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exame nacional de 1999 (2.ª fase)

27. Cada uma de 6 pessoas lança um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Qual é a probabilidade de os números saídos serem todos diferentes?

(A) $\frac{6!}{6^6}$ (B) $\frac{1}{6^6}$ (C) $\frac{1}{6!}$ (D) $\frac{1}{6}$

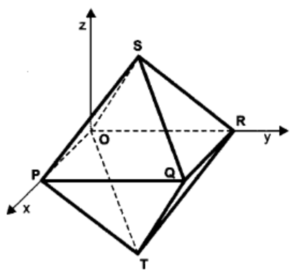
Prova modelo 2000

28. Uma caixa contém 5 bolas brancas e 5 bolas pretas, indistinguíveis ao tacto. Tiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, 2 bolas da caixa. Considere os seguintes acontecimentos: B_1-a bola retirada em 1.º lugar é branca; B_2-a bola retirada em 2.º lugar é branca. Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(B_2|B_1)$?

(A) $\frac{1}{2}\times\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{2}\times\frac{5}{9}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$

Prova modelo 2000

29. Na figura ao lado está representado, em referencial o.n. Oxyz, um octaedro. Sabe-se que: um dos vértices do octaedro é a origem O do referencial; a recta ST é paralela ao eixo Oz; o ponto P pertence ao semieixo positivo Ox; o ponto R pertence ao semieixo positivo Oy; a aresta do octaedro tem comprimento 1. Escolhidos ao acaso 2 vértices do octaedro, qual é a probabilidade de estes definirem uma recta contida no plano de equação x=y? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.



Prova modelo 2000

30. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos (A e B são, portanto, subconjuntos de S). Prove que $P(A)+P(B)+P(\overline{A}\cap\overline{B})=1+P(A\cap B)$

Prova modelo 2000

31. Seja A um acontecimento possível, cuja probabilidade é diferente de 1. Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|A)$?

(A) 0   (B) 1   (C) P(A)   (D) $[P(A)]^2$

Exame nacional de 2000 (1.ª chamada)

32. O António escolhe, ao acaso, uma página de um jornal de 8 páginas. A Ana escolhe, ao acaso, uma página de uma revista de 40 páginas. Qual é a probabilidade de ambos escolherem a página 5?

(A) 1/320   (B) 3/20   (C) 1/48   (D) 5/48

Exame nacional de 2000 (2.ª chamada)

33. a) Um estudo feito a uma certa marca de iogurtes revelou que: se um iogurte está dentro do prazo de validade, a probabilidade de estar estragado é 0,005; se um iogurte está fora do prazo de validade, a probabilidade de estar estragado é 0,65. Considere que, num certo dia, uma mercearia tem 10 iogurtes dessa marca, dos quais 2 estão fora do prazo. Escolhendo ao acaso um desses iogurtes, qual é a probabilidade de ele estar estragado?

b)(adaptação) Numa aula de Matemática, a professora propõe um problema à turma: *Uma caixa tem 12 compartimentos para colocar iogurtes. De quantas maneiras diferentes podemos colocar 7 iogurtes nessa caixa, sabendo que 4 iogurtes são naturais (e portanto indistinguíveis) e os restantes 3 são de frutas (um de morango, um de banana e um de ananás)?* O João e a Joana são os 1.ºs a responder: ${}^{12}C_7 \times {}^{7}A_3$ e ${}^{12}C_4 \times {}^{8}A_3$ (respectivamente). Ambas as respostas ao problema proposto estão certas. Numa pequena composição (15 a 20 linhas, aproximadamente) explique o raciocínio de cada um dos 2 alunos.

Exame nacional de 2000 (2.ª chamada)

34. a) Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam E_1 e E_2 2 acontecimentos possíveis ($E_1 \subset S$ e $E_2 \subset S$). Prove que $P(\overline{E_1} \cup \overline{E_2})=1-P(E_1)\times P(E_2|E_1)$

b) Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas por 4 naipes de 13 cartas cada: espadas, copas, ouros e paus. De um baralho completo extraem-se, sucessivamente e sem reposição, 2 cartas. Qual é a probabilidade de pelo menos 1 das cartas extraídas não ser do naipe espadas? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Nota: se o desejar, utilize a igualdade referida na alínea anterior; neste caso, deverá começar por caracterizar claramente os acontecimentos E_1 e E_2, no contexto da situação apresentada.

c) Num certo jogo de cartas, utiliza-se um baralho completo e dão-se 13 cartas a cada jogador. Imagine que está a participar nesse jogo. Qual é a probabilidade de, nas 13 cartas que vai receber, haver exactamente 6 cartas do naipe de espadas? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame nacional de 2000 (2.ª fase)

35. Seja S o conjunto de resultados (com um nº finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos, contidos em S, nenhum deles impossível, nem certo. Sabe-se que $A \subset B$. Indique qual das afirmações seguintes é verdadeira.

(A) $P(A)>P(B)$ (B) $P(A\cap B)=0$

(C) $P(A\cup B)=1$ (D) $P(\overline{A})\geq P(\overline{B})$

Prova modelo 2001

36. O AUTO-HEXÁGONO é um *stand* de venda de automóveis.

a) Efectuou-se um estudo sobre as vendas de automóveis nesse *stand*, o qual revelou que:

-15% dos clientes compram automóvel com alarme e com rádio;

-20% dos clientes compram automóvel sem alarme e sem rádio;

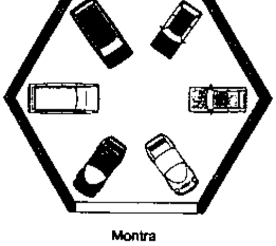
-45% dos clientes compram automóvel com alarme (com ou sem rádio).

Um cliente acaba de comprar um automóvel.

a_1) A Marina, empregada do *stand*, que nada sabia das preferências desse cliente e não tomou conhecimento do equipamento do automóvel que ele tinha comprado, apostou que esse automóvel estava equipado com rádio, mas não tinha alarme. Qual é a probabilidade de a Marina acertar? Apresente o resultado na forma de percentagem.

a_2) Alguém informou depois a Marina de que o referido automóvel vinha equipado com alarme. Ela apostou, então, que o automóvel também tinha rádio. Qual é a probabilidade de a Marina ganhar esta nova aposta? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) O *stand*, de forma hexagonal, tem uma montra que se situa num dos lados do hexágono. Pretende-se arrumar 6 automóveis <u>diferentes</u> (2 utilitários, 2 desportivos e 2 comerciais), de tal forma que cada automóvel fique junto do vértice do hexágono.



Supondo que se arrumam os 6 automóveis ao acaso, qual é a probabilidade de os 2 desportivos ficarem junto dos vértices que se encontram nas extremidades da montra? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Prova modelo 2001

37. Num saco existem 15 bolas, indistinguíveis ao tacto. Cinco bolas são amarelas, 5 são verdes e 5 são brancas. Por cada uma das cores, as bolas estão numeradas de 1 a 5.

a) Retirando todas as bolas do saco e dispondo-as, ao acaso, numa fila, qual é a probabilidade de as bolas da mesma cor ficarem todas juntas? Apresente o resultado na forma de dízima, com 7 casas decimais.

b) Suponha agora que, no saco, estão apenas algumas das 15 bolas. Nestas novas condições, admita que, ao retirarmos, ao acaso, uma bola do saco, se tem:

- a probabilidade de essa bola ser amarela é 50%
- a probabilidade de essa bola ter o n.º 1 é 25%
- a probabilidade de essa bola ser amarela ou ter o n.º 1 é 62,5%

Prove que a bola amarela n.º 1 está no saco.

Exame nacional de 2001 (1.ª chamada)

38. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos ($A\subset E$ e $B\subset E$). Tem-se que: $P(A\cap B)=10\%$; $P(A)=60\%$; $P(A\cup B)=80\%$. Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

(A) 1/5 (B) ¼ (C) 1/3 (D) 1/2

Exame nacional de 2001 (2.ª chamada)

39. Três casais, os Nunes, os Martins e os Santos, vão ao cinema.

a) Ficou decidido que uma mulher, escolhida ao acaso de entre as 3 mulheres, paga 3 bilhetes, e que 1 homem, escolhido igualmente ao acaso de entre os 3 homens, paga outros 3 bilhetes. Qual é a probabilidade de o casal Nunes pagar os 6 bilhetes? Apresente o resultado na forma de fracção.

b) Considere o seguinte problema:

Depois de terem comprado os bilhetes, todos para a mesma fila e em lugares consecutivos, as 6 pessoas distribuem-nos ao acaso entre si. Supondo que cada pessoa se senta no lugar correspondente ao bilhete que lhe saiu, qual é a probabilidade de os membros de cada casal ficarem juntos, com o casal Martins no meio?

Numa pequena composição, com cerca de 15 linhas, explique por que razão $2^4/6!$ é uma resposta correcta a este problema. Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

- referência à Regra de Laplace;
- explicação do n.º de casos possíveis;
- explicação do n.º de casos favoráveis.

Exame nacional de 2001 (2.ª chamada)

40. Num certo país existem 3 empresas operadoras de telecomunicações móveis: A, B e C. Independentemente do operador, os n.ºs de telemóvel têm 9 algarismos. Os n.ºs do operador A começam por 51, os do B por 52 e os do C por 53. Quantos n.ºs de telemóvel constituídos só por algarismos ímpares podem ser atribuídos nesse país?

(A) 139630 (B) 143620
(C) 156250 (D) 165340

Exame nacional de 2001 (2.ª fase)

41. Considere:

- uma caixa com 9 bolas, indistinguíveis ao tacto, numeradas de 1 a 9;

- um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Lança-se o dado e tira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Qual é a probabilidade de os n.ºs saídos serem ambos menores que 4?

(A) 1/9 (B) 1/6 (C) 5/27 (D) 5/54

Exame nacional de 2001 (2.ª fase)

42. Uma turma do 12.º ano é constituída por 25 alunos (15 raparigas e 10 rapazes). Nessa turma, vai ser escolhida 1 comissão para organizar 1 viagem de finalistas. A comissão será formada por 3 pessoas: 1 presidente, 1 tesoureiro e 1 responsável pelas relações públicas. Admita agora que o delegado de turma pode, ou não, fazer parte da comissão. Suponha que a escolha dos 3 elementos vai ser feita por sorteio, da seguinte forma: Cada aluno escreve o seu nome numa folha de papel. As 25 folhas são dobradas e introduzidas num saco. Em seguida, retiram-se do saco, sucessivamente, 3 folhas de papel. O 1.º nome a sair corresponde ao do presidente, o 2.º ao do tesoureiro, e o 3.º ao do responsável pelas relações públicas. Sejam A, B e C os acontecimentos:

A: “o presidente é 1 rapariga”;

B: “o tesoureiro é 1 rapariga”;

C: “a comissão é formada só por raparigas”.

Indique o valor da probabilidade condicionada $P(C|(A\cap B))$ e, numa pequena composição, com cerca de 10 linhas, justifique a sua resposta.

Nota: Não aplique a fórmula da probabilidade condicionada. O valor pedido deverá resultar exclusivamente da interpretação de $P(C|(A\cap B))$, no contexto do problema.

Exame nacional de 2001 (2.ª fase)

43. Um saco contém 5 cartões, numerados de 1 a 5. A Joana retira sucessivamente, ao acaso, os 5 cartões do saco e alinha-os, da esquerda para a direita, pela

ordem de saída, de maneira a formar um n.º de 5 algarismos. Qual é a probabilidade de esse n.º ser par e de ter o algarismo das dezenas também par?

(A) ${}^5C_2/{}^5A_2$ (B) ${}^5C_2/5!$

(C) $2\times3!/{}^5A_2$ (D) $2\times3!/5!$

Exame nacional de 2002 (1.ª chamada)

44. a) Seja S o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos possíveis ($A\subset S$ e $B\subset S$). Prove que:

$$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})-P(B)+P(A|B)\times P(B)$$

b) Das raparigas que moram em Vale do Rei, sabe-se que: a quarta parte tem olhos verdes; a terça parte tem cabelo louro; das que têm cabelo louro, metade tem olhos verdes.

b_1) Escolhendo aleatoriamente uma rapariga de Vale do Rei, qual é a probabilidade de ela não ser loura nem ter olhos verdes?

Sugestão: se lhe for útil, pode utilizar a igualdade enunciada na alínea 68.1 para resolver o problema.

b_2) Admita agora que em Vale do Rei moram 120 raparigas. Pretende-se formar uma comissão de 5 raparigas, para organizar um baile. Quantas comissões diferentes se podem formar com exactamente 2 raparigas louras?

Exame nacional de 2002 (1.ª chamada)

45. O João utiliza, por vezes, o autocarro para ir de casa para a escola. Seja A o acontecimento: "O João vai de autocarro para a escola". Seja B o acontecimento: "O João chega atrasado à escola".
Uma das igualdades abaixo indicadas traduz a seguinte afirmação: "*Metade dos dias em que vai de autocarro para a escola, o João chega atrasado*". Qual é essa igualdade?

(A) $P(A\cap B)=0,5$ (B) $P(A\cup B)=0,5$

(C) $P(A|B)=0,5$ (D) $P(B|A)=0,5$

Exame nacional de 2002 (2.ª chamada)

46. Considere todos os números de 4 algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9.

a) Escolhe-se, ao acaso, um desses números.

a_1) Determine a probabilidade de o n.º escolhido ter exactamente 2 algarismos iguais a 1. Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

a_2) Determine a probabilidade de o n.º escolhido ter os algarismos todos diferentes e ser maior do que 9800. Apresente o resultado na forma de dízima, com 3 casas decimais.

b) Considere o seguinte problema: "*De todos os números de 4 algarismos que se podem formar com os algarismos de 1 a 9, alguns deles cumprem as 3 condições seguintes: começam por 9; têm os algarismos todos diferentes; a soma dos 4 algarismos é par. Quantos são esses números?*"
Uma resposta correcta a este problema é $3\times4\times{}^4A_2+{}^4A_3$. Numa pequena composição, com cerca de 20 linhas, explique porquê.

Exame nacional de 2002 (2.ª chamada)

47. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas por 4 naipes de 13 cartas cada: Espadas, Copas, Ouros e Paus. Cada naipe tem <u>3 figuras</u>: Rei, Dama e Valete.

a) Retirando, ao acaso, 6 cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Rei? Apresente o resultado na forma de dízima, com aproximação às milésimas.

b) De um baralho completo extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, 2 cartas. Sejam E_1, C_2 e F_2 os acontecimentos:

E_1: *sair Espadas na 1.ª extracção;*

C_2: *sair Copas na 2.ª extracção;*

F_2: *sair uma figura na 2.ª extracção;*

Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P((F_2\cap C_2)|E_1)$. Numa pequena composição, com cerca de 10 linhas, explicite o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar <u>apenas</u> da interpretação do significado de $P((F_2\cap C_2)|E_1)$, no contexto da situação descrita.

Exame nacional de 2002 (2.ª fase)

48. Seja E o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset E$ e $B\subset E$). Tem-se que: $P(A)=0,3$ e $P(B)=0,5$. Qual dos números seguintes pode ser o valor de $P(A\cup B)$?

(A) 0,1 (B) 0,4 (C) 0,6 (D) 0,9

Exame nacional de 2003 (1.ª chamada)

49. Considere duas caixas: caixa A e caixa B. A caixa A contém duas bolas verdes e cinco bolas amarelas. A caixa B contém seis bolas verdes e uma bola amarela. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Se sair face 1, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa A. Caso contrário, tira-se, ao acaso, uma bola da caixa B. Considere os acontecimentos:

X: Sair face par no lançamento do dado

Y: Sair bola verde

<u>Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada</u>, indique o valor de $P(Y|X)$ e, numa pequena composição (cinco a dez linhas), justifique a sua resposta.

<u>Nota</u>: comece por indicar o significado de $P(Y|X)$, no contexto da situação descrita.

Exame nacional de 2003 (1.ª chamada)

50. Um saco contém bolas azuis, brancas e pretas. Tira-se, ao acaso, uma bola do saco. Sejam os acontecimentos:
A - a bola retirada é azul
B - a bola retirada é branca
Qual das afirmações seguintes é verdadeira?
(A) A e B são contrários
(B) A e $\overline{B}$ são contrários
(C) A e B são incompatíveis
(D) A e $\overline{B}$ são incompatíveis

Exame nacional de 2003 (2.ª chamada)

51. O sangue humano está classificado em quatro grupos distintos: A, B, AB e O. Independentemente do grupo, o sangue pode possuir, ou não, o factor Rhésus. Se o sangue de uma pessoa possui este factor, diz-se Rhésus positivo (Rh^+); se não possui este factor, diz-se Rhésus negativo (Rh^-). Na população portuguesa, os grupos sanguíneos e os respectivos Rhésus estão repartidos da seguinte forma:

	A	B	AB	O
Rh^+	40 %	6,9 %	2,9 %	35,4 %
Rh^-	6,5 %	1,2 %	0,4 %	6,7 %

a) Escolhido um português ao acaso, qual é a probabilidade de o seu grupo sanguíneo não ser o O? Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às unidades.

b) Escolhido um português ao acaso, e sabendo que é Rhésus negativo, qual é a probabilidade de o seu grupo sanguíneo ser o A? Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às unidades.

Exame nacional de 2003 (2.ª chamada)

52. Considere o seguinte problema: *Vinte e cinco jovens (doze rapazes e treze raparigas) pretendem ir ao cinema. Chegados lá, verificam que existem apenas vinte bilhetes (para duas filas com dez lugares consecutivos em cada uma delas). Comprados os vinte bilhetes, distribuem-nos ao acaso. Como é evidente, cinco jovens irão ficar sem bilhete. Qual é a probabilidade de uma das filas ficar ocupada só com rapazes e a outra só com raparigas?*
Uma resposta correcta para este problema é:

$$\frac{{}^{12}C_{10} \times {}^{13}C_{10} \times 2 \times 10! \times 10!}{{}^{25}C_{20} \times 20!}$$

Explique esta resposta.
Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:
• referência à Regra de Laplace;
• explicação do número de casos possíveis;
• explicação do número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2003 (2.ª chamada)

53. Considere a linha do Triângulo de Pascal em que o 2.º elemento é 35. Escolhem-se, ao acaso, 2 elementos dessa linha. Qual é a probabilidade de esses 2 elementos serem iguais?
(A) $\frac{19}{{}^{35}C_2}$ (B) $\frac{35}{{}^{36}C_2}$ (C) $\frac{1}{{}^{35}C_2}$ (D) $\frac{18}{{}^{36}C_2}$

Exame nacional de 2003 (2.ª fase)

54. Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B 2 acontecimentos possíveis ($A \subset S$ e $B \subset S$). Sabe-se que: $P(A \cap B)=0,1$; $P(A \cup B)=0,8$; $P(A|B)=0,25$.
Prove que A e $\overline{A}$ são acontecimentos equiprováveis.

Exame nacional de 2003 (2.ª fase)

55. Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?
(A) A soma das probabilidades de dois acontecimentos incompatíveis é 1
(B) O produto das probabilidades de dois acontecimentos incompatíveis é 1
(C) A soma das probabilidades de dois acontecimentos contrários é 1
(D) O produto das probabilidades de dois acontecimentos contrários é 1

Exame nacional de 2004 (1.ª fase)

56. O João tem, no bolso, seis moedas: duas moedas de 1 euro e quatro moedas de 50 cêntimos. O João retira, simultaneamente e ao acaso, duas moedas do bolso. Depois de ter retirado as duas moedas do bolso, o João informou a sua irmã Inês de que elas eram iguais. Ela apostou, então, que a quantia retirada era de 2 euros. Qual é a probabilidade de a Inês ganhar a aposta? Apresente o resultado sob a forma de fracção irredutível.

Exame nacional de 2004 (1.ª fase)

57. Seja S o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset S$ e $B \subset S$). Sabe-se que: $P(A)=0,3$; $P(A \cap B)=0,1$; $P(A \cup B)=0,8$. Qual é o valor de $P(\overline{B})$?
(A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

Exame nacional de 2004 (2.ª fase)

58. Lança-se um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6.
a) Considere os acontecimentos A e B: A- «sai face par»;

B-«sai um número menor do que 4». Indique o valor da probabilidade condicionada P(B|A). Justifique a sua resposta.

b) Considere agora que o dado é lançado três vezes. Qual é a probabilidade de a face 6 sair, pela primeira vez, precisamente no terceiro lançamento? Apresente o resultado sob a forma de percentagem, arredondado às décimas.

Exame nacional de 2004 (2.ª fase)

59. Considere o seguinte problema: *Um saco contém doze bolas, indistinguíveis ao tacto: três bolas com o número 1, cinco bolas com o número 2 e quatro bolas com o número 3. Retiram-se, do saco, três bolas, ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma dos números saídos ser igual a cinco?*

Uma resposta correcta para este problema é

$$\frac{{}^{3}C_{2}\times 4+{}^{5}C_{2}\times 3}{{}^{12}C_{3}}$$

Numa pequena composição, com cerca de dez linhas, explique esta resposta.

Nota: Deve organizar a sua composição de acordo com os seguintes tópicos:

* referência à Regra de Laplace;
* explicação do número de casos possíveis;
* explicação do número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2004 (2.ª fase)

60. Seja Ω o espaço de resultados (com um número finito de elementos) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam X e Y dois acontecimentos ($X\subset\Omega$ e $Y\subset\Omega$). Apenas uma das afirmações seguintes não é equivalente à igualdade $P(X\cap Y)=0$. Qual?

(A) X e Y são acontecimentos incompatíveis.
(B) X e Y não podem ocorrer simultaneamente.
(C) Se X ocorreu, Y não pode ocorrer.
(D) X e Y são ambos impossíveis.

Exame nacional de 2005 (1.ª fase)

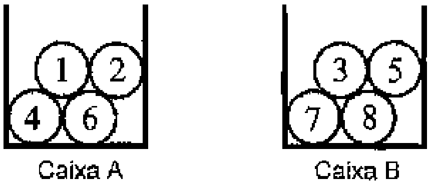
61. Num saco, estão três bolas pretas e nove bolas brancas, indistinguíveis ao tacto. Extraem-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, as doze bolas do saco. Determine:

a) A probabilidade de as duas primeiras bolas extraídas não serem da mesma cor. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) A probabilidade de as três bolas pretas serem extraídas consecutivamente (umas a seguir às outras). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exame nacional de 2005 (1.ª fase)

62. Considere 2 caixas, A e B, cada uma delas contendo 4 bolas numeradas, tal como a figura abaixo ilustra.



Extraem-se, ao acaso, duas bolas da caixa A e uma bola da caixa B. Multiplicam-se os nºs das 3 bolas retiradas. Qual é a probabilidade de o produto obtido ser um nº par?

(A) 0 (B) 1 (C) $\frac{2\times 1}{{}^{4}C_{2}\times{}^{4}C_{1}}$ (D) $\frac{{}^{3}C_{2}\times{}^{1}C_{1}}{{}^{4}C_{2}\times{}^{4}C_{1}}$

Exame nacional de 2005 (2.ª fase)

63. Em cada uma das opções seguintes (A, B, C e D) estão representadas 4 figuras (as figuras são círculos ou quadrados e estão pintadas de branco ou de preto). Para cada opção, considere:

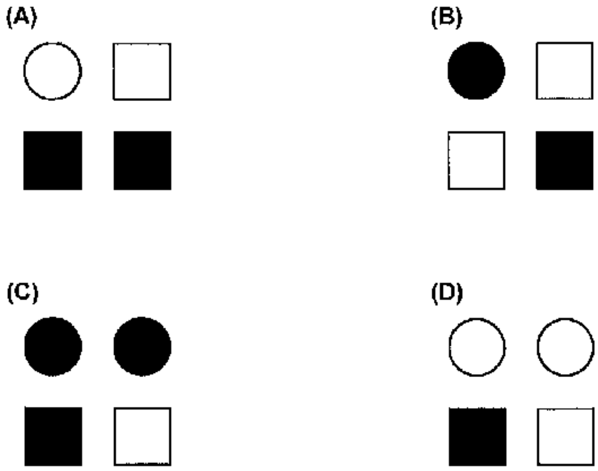
» a experiência que consiste na escolha aleatória de uma das 4 figuras;

» os acontecimentos:

X: «a figura escolhida é um quadrado»;

Y: «a figura escolhida está pintada de preto».

Em qual das opções se tem $P(X|Y)=1/2$?



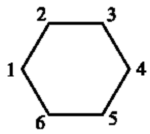
Exame nacional de 2005 (2.ª fase)

64. Considere a função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=x^2-9$. No gráfico desta função, considere os pontos cujas abcissas são −4, −2, 0, 2 e 4. Escolhem-se, ao acaso, dois desses cinco pontos e desenha-se o segmento de recta que tem por extremidades esses dois pontos. Qual é a probabilidade de esse segmento intersectar o eixo das abcissas?

(A) 0,4 (B) 0,5 (C) 0,6 (D) 0,7

Teste intermédio 1 (2005/06)

65. Na figura está representado um hexágono regular com os vértices numerados de 1 a 6. Lança-se três vezes um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Em cada lançamento, selecciona-se o vértice do hexágono que corresponde ao número saído nesse lançamento. Note que, no final da experiência, podemos ter um, dois ou três pontos seleccionados (por exemplo: se sair o mesmo número três vezes, só é seleccionado um ponto). Qual é a probabilidade de se seleccionarem três pontos que sejam os vértices de um triângulo equilátero?



(A) 1/18 (B) 1/16 (C) 1/14 (D) 1/12

Teste intermédio 1 (2005/06)

66. a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), com $P(A)>0$. Sejam $\overline{A}$ e $\overline{B}$ os acontecimentos contrários de A e de B, respectivamente. Seja $P(B|A)$ a probabilidade de B, se A. Mostre que:

$$\frac{P(\overline{B})-P(\overline{A}\cap\overline{B})}{P(A)} = 1 - P(B \mid A)$$

b) Próximo de uma praia portuguesa, realiza-se um acampamento internacional de juventude, no qual participam jovens de ambos os sexos. Sabe-se que: a quarta parte dos jovens são portugueses, sendo os restantes estrangeiros; 52% dos jovens participantes no acampamento são do sexo feminino; considerando apenas os participantes portugueses, 3 em cada 5 são rapazes. No último dia, a organização vai sortear um prémio, entre todos os jovens participantes no acampamento. Qual é a probabilidade de o prémio sair a uma rapariga estrangeira? Apresente o resultado na forma de percentagem.

Nota: se o desejar, pode utilizar a igualdade da alínea anterior (nesse caso, comece por identificar claramente, no contexto do problema, os acontecimentos A e B); no entanto, pode optar por resolver o problema por outro processo (como, por exemplo, através de uma tabela de dupla entrada ou de um diagrama em árvore).

Teste intermédio 1 (2005/06)

67. Uma caixa, que designamos por caixa 1, contém duas bolas pretas e três bolas verdes. Uma segunda caixa, que designamos por caixa 2, contém duas bolas pretas e uma bola verde.

b) Considere agora que, tendo as duas caixas a sua constituição inicial, se realiza a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente três bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2; em seguida, novamente ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2. Sejam os acontecimentos: A: «as três bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»; B: «as duas bolas retiradas da caixa 2 são de cores diferentes». Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, determine o valor de $P(B|A)$, apresentando o seu valor na forma de fracção irredutível. Numa pequena composição, explique o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar da interpretação do significado de $P(B|A)$, no contexto do problema, significado esse que deverá começar por explicar.

c) Considere agora que, na caixa 2, tomando como ponto de partida a sua constituição inicial, se colocam mais *n* bolas, todas amarelas. Esta caixa fica, assim, com duas bolas pretas, uma bola verde e *n* bolas amarelas. Considere a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas dessa caixa. Sabendo que a probabilidade de uma delas ser amarela e a outra ser verde é 5/39, determine o valor de *n*.

Teste intermédio 1 (2005/06)

68. Todos os alunos de uma turma de uma escola secundária praticam pelo menos um dos dois desportos seguintes: andebol e basquetebol. Sabe-se que: metade dos alunos da turma pratica andebol; 70% dos alunos da turma pratica basquetebol.
Escolhe-se ao acaso um aluno dessa turma e constata-se que ele é praticante de andebol. Qual é a probabilidade de ele praticar basquetebol?

(A) 0,1 (B) 0,2 (C) 0,3 (D) 0,4

Teste intermédio 2 (2005/06)

69. Considere, num referencial o.n., um octaedro regular em que cada um dos seus vértices pertence a um dos eixos coordenados (dois vértices em cada eixo). Escolhendo, ao acaso, três vértices desse octaedro, qual é a probabilidade de eles definirem um plano perpendicular ao eixo Oy?

(A) 1/3 (B) 2/3 (C) 1/5 (D) 2/5

Teste intermédio 2 (2005/06)

70. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$). Sabe-se que $P(A)=0{,}3$. Apenas um dos acontecimentos seguintes pode ter probabilidade inferior a 0,3. Qual deles?

(A) $A\cup B$ (B) $\overline{A}\cup B$ (C) $A\cap B$ (D) $\overline{A \cap B}$

Exame nacional de 2006 (1.ª fase)

71. a) Uma coluna com a forma de um prisma hexagonal regular está assente no chão de um jardim. Dispomos de seis cores (amarelo, branco, castanho, dourado, encarnado e verde) para pintar as sete faces

visíveis (as seis faces laterais e a base superior) desse prisma. Admita que se pintam de verde duas faces laterais opostas. Determine de quantas maneiras diferentes podem ficar pintadas as restantes cinco faces, de tal modo

• que duas faces que tenham uma aresta comum fiquem pintadas com cores diferentes

• e que duas faces laterais que sejam opostas fiquem pintadas com a mesma cor.

b) Considere um prisma hexagonal regular num referencial o.n. *Oxyz*, de tal forma que uma das suas bases está contida no plano de equação $z = 2$. Escolhendo ao acaso dois vértices do prisma, qual é a probabilidade de eles definirem uma recta paralela ao eixo . *Oz*? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exame nacional de 2006 (1.ª fase)

72. De uma caixa com dez bolas brancas e algumas bolas pretas, extraem-se sucessivamente, e ao acaso, duas bolas, não repondo a primeira bola extraída, antes de retirar a segunda. Considere os acontecimentos:

A: «a primeira bola extraída é preta»;

B: «a segunda bola extraída é branca».

Sabe-se que $P(B|A)=1/2$. Quantas bolas pretas estão inicialmente na caixa? Numa pequena composição, justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B|A)$, no contexto da situação descrita.

Exame nacional de 2006 (1.ª fase)

73. Numa sala de Tempos Livres, a distribuição dos alunos por idades e sexo é a seguinte:

	5 anos	6 anos	7 anos
Rapaz	1	5	2
Rapariga	3	5	7

a) Escolhem-se dois alunos ao acaso. Qual é a probabilidade de a soma das suas idades ser igual a 12? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) Escolhe-se um aluno ao acaso. Sejam A e B os acontecimentos: A: «o aluno tem 7 anos»; B: «o aluno é rapaz ». Indique, justificando, o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Nota: no caso de utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explicite os valores das duas probabilidades envolvidas nessa fórmula.

Exame nacional de 2006 (2.ª fase)

74. Uma turma de 12.º ano é constituída por raparigas, umas de 16 anos e as restantes de 17 anos, e por rapazes, uns de 17 anos e os restantes de 18 anos. Os alunos dessa turma estão numerados consecutivamente, a partir do número 1. Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma e regista-se o número, a idade e o sexo desse aluno. Em cada uma das opções seguintes estão indicados dois acontecimentos, X e Y, associados a esta experiência aleatória.

Opção 1: X: «O aluno escolhido tem idade superior ou igual a 17 anos»

Y: «O aluno escolhido tem 16 ou 17 anos»

Opção 2: X: «O número do aluno escolhido é par»

Y: «O número do aluno escolhido é múltiplo de 4»

Opção 3: X: «O aluno escolhido tem 18 anos»

Y: «O aluno escolhido é rapariga»

Opção 4: X: «O aluno escolhido é rapaz»

Y: «O aluno escolhido tem 17 anos»

Em apenas uma das opções acima apresentadas os acontecimentos X e Y são tais que são verdadeiras as três afirmações seguintes:

$P(X \cup Y) > P(X)$, $P(X \cup Y) < 1$ e $P(X \cap Y) > 0$

Qual é essa opção? Numa pequena composição, explique por que é que rejeita as outras três opções (para cada uma delas, indique, justificando, qual é a afirmação falsa).

Exame nacional de 2006 (2.ª fase)

75. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) tais que $0<P(A)<1$ e $0<P(B)<1$. Sabe-se que $A \subset B$. Qual é o valor de $P[(A \cup B) \cap \overline{B}]$?

(A) 0 (B) P(A) (C) P(B) (D) 1

Teste intermédio 1 (2006/07)

76. Um saco contém um certo número de cartões. Em cada cartão está escrito um número natural. Tira-se, ao acaso, um cartão do saco. Considere os acontecimentos:

A: «o cartão extraído tem número par»

B: «o cartão extraído tem número múltiplo de 5»

C: «o cartão extraído tem número múltiplo de 10»

Sabe-se que: $P(C)= \frac{3}{8}$ e $P(B|A)= \frac{15}{16}$. Qual é o valor de P(A)?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

Teste intermédio 1 (2006/07)

77. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em 4 naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há 13 cartas: um Ás, três figuras (Rei,

Dama e Valete) e mais 9 cartas (do Dois ao Dez).

a) Utilizando apenas o naipe de paus, quantas sequências diferentes de 13 cartas, iniciadas com uma figura, é possível construir?

b) Retirando ao acaso, sucessivamente e sem reposição, seis cartas de um baralho completo, qual é a probabilidade de, entre elas, haver um e um só Ás? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Teste intermédio 1 (2006/07)

78. Um saco contém dez bolas. Quatro bolas estão numeradas com o número 1, cinco com o número 2 e uma com o número 3.

a) Do saco novamente completo, tiram-se simultaneamente, ao acaso, duas bolas. Determine a probabilidade de essas duas bolas terem o mesmo número. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) Considere, uma vez mais, o saco com a sua constituição inicial. Tira-se, ao acaso, uma bola do saco, observa-se o número e repõe-se a bola no saco juntamente com mais dez bolas com o mesmo número. Seguidamente, tira-se, ao acaso, uma segunda bola do saco. Sejam A e B os acontecimentos :

A: «sair bola com o número 1 na primeira extracção»

B: «sair bola com o número 1 na segunda extracção»

Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique, na forma de fracção, o valor de P(B|A). Numa pequena composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita.

Teste intermédio 1 (2006/07)

79. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$). Sabe-se que A e B são acontecimentos independentes, que $P(B)=\frac{2}{3}$ e que $P(A\cap B)=\frac{1}{2}$. Determine o valor de $P(A\cup B)$. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Teste intermédio 1 (2006/07)

80. Um saco contém vinte bolas, numeradas de 1 a 20. Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de o maior desses três números ser 10?

(A) $\frac{24}{^{20}C_3}$ (B) $\frac{28}{^{20}C_3}$ (C) $\frac{32}{^{20}C_3}$ (D) $\frac{36}{^{20}C_3}$

Teste intermédio 2 (2006/07)

81. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$), ambos com probabilidade não nula. Sabe-se que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. Qual é o valor da probabilidade condicionada P(A|B)?

(A) 0 (B) 1 (C) P(A) (D) $\frac{P(A)}{P(B)}$

Teste intermédio 2 (2006/07)

82. Escolhem-se, ao acaso, dois vértices diferentes de um paralelepípedo rectângulo. Qual é a probabilidade de que esses dois vértices sejam extremos de uma aresta?

(A) $\frac{12}{^{8}C_2}$ (B) $\frac{12}{8^2}$ (C) $\frac{8}{^{8}C_2}$ (D) $\frac{8}{^{8}A_2}$

Exame nacional de 2007 (1.ª fase)

83. As cinco letras da palavra TIMOR foram pintadas, cada uma em sua bola. As cinco bolas, indistinguíveis ao tacto, foram introduzidas num saco. Extraem-se, aleatoriamente, as bolas do saco, sem reposição, e colocam-se em fila, da esquerda para a direita. Qual é a probabilidade de que, no final do processo, fique formada a palavra TIMOR, sabendo-se que, ao fim da terceira extracção, estava formada a sucessão de letras TIM?

(A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

Exame nacional de 2007 (1.ª fase)

84. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A, B e C três acontecimentos ($A\subset\Omega$, $B\subset\Omega$ e $C\subset\Omega$) tais que $(A\cup B)\cap C=\varnothing$. Sabe-se que $P(A)=0,21$ e que $P(C)=0,47$. Calcule $P(A\cup C)$, utilizando as propriedades das operações com conjuntos e a axiomática das probabilidades.

Exame nacional de 2007 (1.ª fase)

85. Dois cientistas, que vão participar num congresso no estrangeiro, mandam reservar hotel na mesma cidade, cada um sem conhecimento da marcação feita pelo outro. Sabendo que nessa cidade existem sete hotéis, todos com igual probabilidade de serem escolhidos, qual é a probabilidade de os dois cientistas ficarem no mesmo hotel?

(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{6}{7}$

Exame nacional de 2007 (2.ª fase)

86. Lançaram-se dois dados, ambos com as faces numeradas de um a seis. Sabe-se que a soma dos números saídos foi quatro. Qual é a probabilidade de ter saído o mesmo número, em ambos os dados?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Exame nacional de 2007 (2.ª fase)

87. De um baralho de cartas, seleccionaram-se 16 cartas (4 ases, 4 reis, 4 damas e 4 valetes). Dividiram-

se as 16 cartas em dois grupos: um com os ases e os reis e outro com as damas e os valetes. Retiraram-se, ao acaso, duas cartas de cada grupo (sem reposição). Qual é a probabilidade de obter um conjunto formado por um ás, um rei, uma dama e um valete, não necessariamente do mesmo naipe? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exame nacional de 2007 (2.ª fase)

88. Considere um espaço de resultados finito, Ω, associado a uma certa experiência aleatória. A propósito de dois acontecimentos X e Y ($X\subset\Omega$ e $Y\subset\Omega$), sabe-se que $P(X)=a$, $P(Y)=b$ e X e Y são independentes.

a) Mostre que a probabilidade de que não ocorra X nem ocorra Y é igual a $1-a-b+a\times b$

b) Num frigorífico, há um certo número de iogurtes e um certo número de sumos. Tiram-se do frigorífico, ao acaso, um iogurte e um sumo. Sabe-se que a probabilidade de o iogurte ser de pêssego é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de o sumo ser de laranja é $\frac{1}{3}$.Admita que os acontecimentos «tirar um iogurte de pêssego» e «tirar um sumo de laranja» são independentes. Utilizando a expressão mencionada em a), determine a probabilidade de, ao tirar, ao acaso, um iogurte e um sumo do frigorífico, o iogurte não ser de pêssego e o sumo não ser de laranja. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exame nacional de 2007 (2.ª fase)

89. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos. Sabe-se que P(A)=0,5 e que P(B)=0,7. Podemos então garantir que ...

(A) A e B são acontecimentos contrários

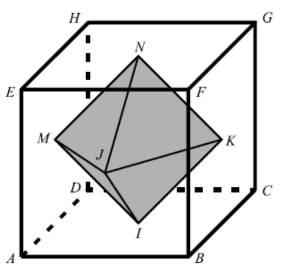
(B) A e B são acontecimentos compatíveis

(C) A está contido em B

(D) o acontecimento $A \cup B$ é certo

Teste intermédio 1 (2008/09)

90. Na figura estão representados dois poliedros, o cubo [ABCDEFGH] e o octaedro [IJKLMN] (o vértice L do octaedro não está visível). Cada vértice do octaedro pertence a uma face do cubo.



a) Considere todos os conjuntos que são constituídos por cinco dos catorze vértices dos dois poliedros (como, por exemplo, {A,B,C,K,L}).

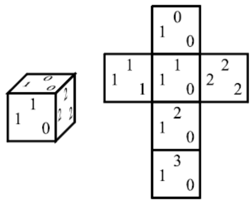
a_1) Quantos desses conjuntos são constituídos por três vértices do cubo e dois vértices do octaedro?

a_2) Quantos desses conjuntos são constituídos por cinco vértices do mesmo poliedro?

b) Escolhem-se ao acaso cinco dos catorze vértices dos dois poliedros. Qual é a probabilidade de os cinco vértices escolhidos pertencerem todos à mesma face do cubo? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Teste intermédio 1 (2008/09)

91. Na figura está representado um dado equilibrado, bem como a respectiva planificação. Conforme se pode observar na figura, existem três números em cada face. Lança-se este dado uma só vez e observam-se os números da face que fica voltada para cima. Diz-se então que saíram esses três números. Seja R o acontecimento «*os números saídos são todos iguais*». Seja S o acontecimento «*a soma dos números saídos é igual a 3*». Os acontecimentos V e W são independentes? Justifique.



Teste intermédio 1 (2008/09)

92. a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos de probabilidade não nula. Considere que $\bar{B}$ designa o acontecimento contrário de B e que P(A|B) e P(B|A) designam probabilidades condicionadas. Mostre que

$P(A\mid B)-P(\bar{B})\times P(A\mid B)=P(A)\times P(B\mid A)$

b) Relativamente a uma turma do 12.º ano, sabe-se que:

• 60% dos alunos da turma praticam desporto;
• 40% dos alunos da turma são raparigas;
• metade dos praticantes de desporto são raparigas.

Escolhendo ao acaso um aluno da turma, qual é a probabilidade de ser praticante de desporto, sabendo que é uma rapariga? Apresente o resultado na forma de percentagem.

Nota: Se desejar, pode utilizar a fórmula da alínea anterior na resolução deste problema. Nesse caso, comece por explicitar o significado dos acontecimentos A e B, no contexto do problema. Também pode resolver o problema através de um diagrama, de uma tabela, ou utilizando qualquer outro processo.

Teste intermédio 1 (2008/09)

93. Um saco contém onze bolas, numeradas de 1 a 11.

a) Ao acaso, tiram-se, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco. Sejam A e B os acontecimentos:
A: «o número da primeira bola retirada é par»
B: «o número da segunda bola retirada é par»
Indique o valor de $P(B \mid \bar{A})$, na forma de fracção irredutível, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada. Justifique a sua resposta, começando por explicar o significado de $P(B \mid \bar{A})$ no contexto da situação descrita.

b) Considere novamente o saco com a sua constituição inicial. Ao acaso, extraem-se simultaneamente três bolas do saco e anotam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de o produto desses números ser ímpar? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Teste intermédio 2 (2008/09)

94. Uma certa linha do Triângulo de Pascal tem exactamente oito elementos. Escolhem-se ao acaso dois desses oito elementos. Qual é a probabilidade de escolher dois números cujo produto seja igual a 7?
(A) $\frac{3}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) 0

Teste intermédio 2 (2008/09)

95. De um baralho com 40 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus), em que cada naipe contém um Ás, uma Dama, um Valete, um Rei e seis cartas (do Dois ao Sete), foram dadas sucessivamente, ao acaso, seis cartas a um jogador, que as coloca na mão, pela ordem que as recebe. Qual é a probabilidade de o jogador obter a sequência 2 – 4 – 6 – 7 – Dama – Rei , nas cartas recebidas?
(A) $\frac{4^6}{^{40}A_6}$ (B) $\frac{4^6}{^{40}C_6}$ (C) $\frac{1}{^{40}A_6}$ (D) $\frac{1}{^{40}C_6}$

Exame nacional de 2009 (1.ª fase)

96. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos
($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:
- P(A) = 0,3
- P(B) = 0,4
- $P(A \cup B) = 0{,}5$

Qual é a probabilidade de se realizar A, sabendo que B se realiza?
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Exame nacional de 2009 (1.ª fase)

97. Uma caixa contém bolas, indistinguíveis ao tacto, numeradas de 1 a 20. As bolas numeradas de 1 a 10 têm cor verde, e as bolas numeradas de 11 a 20 têm cor amarela. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, sucessivamente, duas bolas da caixa, não repondo a primeira bola retirada, e em registar a cor das bolas retiradas.

a) Determine a probabilidade de as duas bolas retiradas da caixa terem cores diferentes. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

b) Na mesma experiência aleatória, considere os acontecimentos:
A: «A 1.ª bola retirada é verde.»
B: «A 2.ª bola retirada é amarela.»
C: «O número da 2.ª bola retirada é par.»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P((B \cap C) \mid A)$? A resposta correcta a esta questão é $P((B \cap C) \mid A) = \frac{5}{19}$.
Numa pequena composição, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, explique o valor dado, começando por interpretar o significado de $P((B \cap C) \mid A)$, no contexto da situação descrita e fazendo referência:
- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2009 (1.ª fase)

98. A Maria gravou nove CD, sete com música *rock* e dois com música popular, mas esqueceu-se de identificar cada um deles. Qual é a probabilidade de, ao escolher dois CD ao acaso, um ser de música *rock* e o outro ser de música popular?
(A) $\frac{7}{36}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{7}{18}$

Exame nacional de 2009 (2.ª fase)

99. Admita que um estudante tem de realizar dois testes no mesmo dia. A probabilidade de ter classificação positiva no primeiro teste é 0,7, a de ter classificação positiva no segundo teste é 0,8 e a de ter classificação negativa em ambos os testes é 0,1. Qual é a probabilidade de o estudante ter negativa no segundo teste, sabendo que teve negativa no primeiro teste?
(A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Exame nacional de 2009 (2.ª fase)

100. Uma certa linha do Triângulo de Pascal é constituída por todos os elementos da forma $^{14}C_p$. Escolhido, ao acaso, um elemento dessa linha, qual é a probabilidade de ele ser o número 14?
(A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{1}{14}$ (C) $\frac{2}{15}$ (D) $\frac{4}{15}$

Exame nacional de 2009 (2.ª fase)

101. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$. Mostre que $1-P(A|B)\times P(B)-P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{A})$

Exame nacional de 2009 (2.ª fase)

102. Considere um baralho com 52 cartas, repartidas por quatro naipes (Copas, Ouros, Espadas e Paus). Em cada naipe, há um Ás, três figuras (uma Dama, um Valete, um Rei) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

a) Retiram-se cinco cartas do baralho, que são colocadas lado a lado, em cima de uma mesa, segundo a ordem pela qual vão sendo retiradas. Quantas sequências se podem formar com as cinco cartas retiradas, caso a primeira carta e a última carta sejam ases, e as restantes sejam figuras?

b) Admita que, num jogo, cada jogador recebe três cartas, por qualquer ordem. Qual é a probabilidade de um determinado jogador receber exactamente dois ases? Uma resposta correcta a esta questão é $\frac{{}^{4}C_{2}\times 48}{{}^{52}C_{3}}$.

Numa pequena composição, justifique esta resposta, fazendo referência:

- à Regra de Laplace;
- ao número de casos possíveis;
- ao número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2009 (2.ª fase)

103. Duas crianças escrevem, em segredo e cada uma em seu papel, uma letra da palavra VERÃO. Qual é a probabilidade de as duas crianças escreverem a mesma letra?

(A) $\frac{1}{25}$ (B) $\frac{2}{25}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$

Exame nacional de 2009 (fase especial)

104. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Mostre que

$P(B) + P(\bar{A}) + P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 2P(\bar{A}) + P(A \cup B)$

Exame nacional de 2009 (fase especial)

105. Na figura 1 estão representados oito cartões, numerados de 1 a 8.

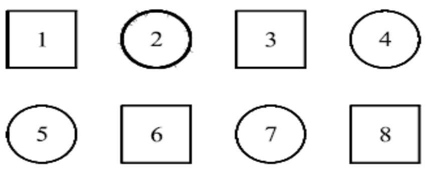


Figura 1

Escolhe-se, ao acaso, um destes oito cartões e observa-se a sua forma e o número nele inscrito. Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:

A: «O número do cartão escolhido é maior do que $\sqrt{30}$»

B: «O cartão escolhido é um círculo»

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A \mid B)$?

$\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Teste intermédio 1 (2009/10)

106. Na figura 2 está representado um prisma pentagonal regular. Quatro dos vértices desse prisma estão designados pelas letras A, B, E e O.

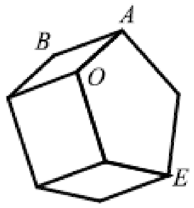


Figura 2

a) Pretende-se designar os <u>restantes seis</u> vértices do prisma, utilizando letras do alfabeto português (23 letras). De quantas maneiras diferentes podemos designar esses seis vértices, de tal modo que os cinco vértices de uma das bases sejam designados pelas cinco vogais?

<u>Nota</u>: não se pode utilizar a mesma letra para designar vértices diferentes.

b) Ao escolhermos <u>três</u> vértices do prisma, pode acontecer que eles pertençam todos a uma mesma face. Por exemplo, os vértices A, B e O pertencem todos a uma mesma face, o mesmo acontecendo com os vértices A, E e O. Escolhem-se aleatoriamente três dos dez vértices do prisma. Qual é a probabilidade de esses três vértices pertencerem todos a uma mesma face? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

c) Escolhe-se aleatoriamente um vértice <u>em cada base</u> do prisma. Qual é a probabilidade de o segmento de recta definido por esses dois vértices ser diagonal de uma face? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Teste intermédio 1 (2009/10)

107. a) Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) > 0$. Prove que $P(A) \times [P(B \mid A) - 1] + P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A})$

b) Num encontro desportivo, participam atletas de vários países, entre os quais Portugal. Metade dos atletas portugueses que participam no encontro são do sexo feminino. Escolhido ao acaso um atleta participante no encontro, a probabilidade de ele ser estrangeiro ou do sexo masculino é 90%. Participam

no encontro duzentos atletas. Quantos são os atletas portugueses?
Nota: se desejar, pode utilizar a igualdade do item a) na resolução deste problema; nesse caso, comece por explicitar os acontecimentos *A* e *B*, no contexto do problema.

Teste intermédio 1 (2009/10)

108. Um saco contém bolas azuis e bolas verdes, indistinguíveis ao tacto. Redija, no contexto desta situação, o enunciado de um problema de cálculo de probabilidade, inventado por si, que admita como resposta correcta
$\frac{{}^{7}C_4 \times 3 + {}^{7}C_5}{{}^{10}C_5}$. No enunciado que apresentar, deve explicitar claramente:
- o número total de bolas existentes no saco;
- o número de bolas de cada cor existentes no saco;
- a experiência aleatória;
- o acontecimento cuja probabilidade pretende que seja calculada (e cujo valor terá de ser dado pela expressão apresentada).

Teste intermédio 1 (2009/10)

109. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:
- *A* e *B* são acontecimentos independentes;
- $P(A) = 0,4$ e $P(B) = 0,5$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?
(A) 0,6 (B) 0,7 (C) 0,8 (D) 0,8

Teste intermédio 2 (2009/10)

110. Uma caixa tem seis bolas: três bolas com o número 0 (zero), duas bolas com o número 1 (um) e uma bola com o número 2 (dois). Tiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa e observam-se os respectivos números.
a) Sejam *A* e *B* os acontecimentos:
A : «os números saídos são iguais»
B: «a soma dos números saídos é igual a 1»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A \mid B)$? Justifique a sua resposta.

Teste intermédio 2 (2009/10)

111. Um teste é constituído por oito perguntas de escolha múltipla. A sequência das oito respostas correctas às oito perguntas desse teste é AABDADAA. O Pedro, que não se preparou para o teste, respondeu ao acaso às oito perguntas. Qual é a probabilidade de o Pedro ter respondido correctamente a todas as perguntas, sabendo que escolheu cinco opções A, uma opção B e duas opções D?
(A) $\frac{1}{56}$ (B) $\frac{1}{112}$ (C) $\frac{1}{168}$ (D) $\frac{1}{224}$

Teste intermédio 3 (2009/10)

112. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:
- P(A) = 30% ;
- $P(A \cup B)$ = 70% ;
- A e B são incompatíveis.

Qual é o valor de P(B)?
(A) 21% (B) 40% (C) 60% (D) 61%

Exame nacional de 2010 (1.ª fase)

113. Num grupo de dez trabalhadores de uma fábrica, vão ser escolhidos três, ao acaso, para frequentarem uma acção de formação. Nesse grupo de dez trabalhadores, há três amigos, o João, o António e o Manuel, que gostariam de frequentar essa acção. Qual é a probabilidade de serem escolhidos, exactamente, os três amigos?
(A) $\frac{1}{{}^{10}A_3}$ (B) $\frac{3}{{}^{10}A_3}$ (C) $\frac{1}{{}^{10}C_3}$ (D) $\frac{3}{{}^{10}C_3}$

Exame nacional de 2010 (1.ª fase)

114. Dos alunos de uma escola, sabe-se que:
- a quinta parte dos alunos tem computador portátil;
- metade dos alunos não sabe o nome do director;
- a terça parte dos alunos que não sabe o nome do director tem computador portátil.

a) Determine a probabilidade de um aluno dessa escola, escolhido ao acaso, não ter computador portátil e saber o nome do director. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
b) Admita que essa escola tem 150 alunos. Pretende-se formar uma comissão de seis alunos para organizar a viagem de finalistas. Determine de quantas maneiras diferentes se pode formar uma comissão com, exactamente, quatro dos alunos que têm computador portátil.

Exame nacional de 2010 (1.ª fase)

115. Considere o problema seguinte: «Num saco, estão dezoito bolas, de duas cores diferentes, de igual tamanho e textura, indistinguíveis ao tacto. Das dezoito bolas do saco, doze bolas são azuis, e seis bolas são vermelhas. Se tirarmos duas bolas do saco, simultaneamente, ao acaso, qual é a probabilidade de elas formarem um par da mesma cor?» Uma resposta correcta para este problema é $\frac{12 \times 11 + 6 \times 5}{18 \times 17}$
Numa composição, explique porquê.
A sua composição deve incluir:

• uma referência à regra de Laplace;
• uma explicação do número de casos possíveis;
• uma explicação do número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2010 (1.ª fase)

116. Uma caixa contém bolas indistinguíveis ao tacto e de duas cores diferentes: azul e roxo. Sabe-se que:
• o número de bolas azuis é 8
• extraindo-se, ao acaso, uma bola da caixa, a probabilidade de ela ser azul é igual a ½ .
Quantas bolas roxas há na caixa?
(A) 16 (B) 12 (C) 8 (D) 4

Exame nacional de 2010 (2.ª fase)

117. Na sequência seguinte, reproduzem-se os três primeiros elementos e os três últimos elementos de uma linha do Triângulo de Pascal: 1 15 105 ... 105 15 1. São escolhidos, ao acaso, dois elementos dessa linha. Qual é a probabilidade de a soma desses dois elementos ser igual a 105?
(A) 1 (B) $\frac{1}{60}$ (C) $\frac{1}{120}$ (D) 0

Exame nacional de 2010 (2.ª fase)

118. A Figura 4 e a Figura 5 representam, respectivamente, as planificações de dois dados cúbicos equilibrados, A e B .

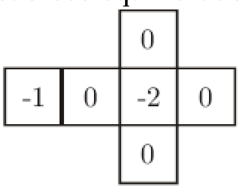


Figura 4

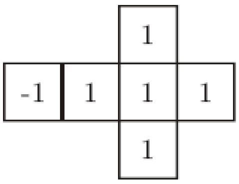


Figura 5

Lançam-se, simultaneamente, os dois dados. Considere que o número da face voltada para cima no dado A (Figura 4) é a abcissa de um ponto Q do referencial o.n. xOy, e que o número da face voltada para cima no dado B (Figura 5) é a ordenada desse ponto Q. Considere agora os acontecimentos:
J : «o número saído no dado A é negativo»;
L: «o ponto Q pertence ao terceiro quadrante».
Indique o valor de P(L | J), sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Apresente o resultado na forma de fracção. Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(L | J) no contexto da situação descrita.

Exame nacional de 2010 (2.ª fase)

119. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $P(B) \neq 0$.
Mostre que $\frac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\bar{A} \mid B) = \frac{P(A)}{P(B)}$

Exame nacional de 2010 (2.ª fase)

120. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$) . Sabe-se que:
• $P(A) = 0,4$
• $P(\bar{B}) = 0,3$
• $P(A \cap B) = 0,3$
Qual é o valor de $P(A \cup B)$?
(A) 0,4 (B) 0,6 (C) 0,7 (D) 0,8

Exame nacional de 2010 (fase especial)

121. Uma turma é constituída por 27 alunos, dos quais 17 são rapazes. A Maria e o Manuel são alunos dessa turma. A professora de Português vai escolher, ao acaso, um grupo de cinco alunos para definirem as regras de um Jogo de Palavras.
a) Determine quantos grupos diferentes se podem formar, sabendo que em cada grupo tem de estar, pelo menos, um aluno de cada sexo.
b) Considere os acontecimentos:
A: «a Maria e o Manuel são escolhidos para definirem as regras do jogo»;
B: «dos cinco alunos escolhidos, dois são rapazes e três são raparigas».
Uma resposta correcta para a probabilidade condicionada P(B |A) é $\frac{16 \times {}^{9}C_{2}}{{}^{25}C_{3}}$. Numa composição, explique porquê. A sua composição deve incluir:
• a interpretação do significado de P(B |A), no contexto da situação descrita;
• uma referência à regra de Laplace;
• uma explicação do número de casos possíveis;
• uma explicação do número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2010 (fase especial)

122. A Ana e a Joana são amigas e vão acampar nas férias do Carnaval. A mãe da Ana e a mãe da Joana pediram às filhas que, quando chegassem ao acampamento, lhes telefonassem, pedido que é hábito fazerem sempre que as jovens se ausentam de casa por períodos de tempo alargados. Admita-se que o facto de uma delas telefonar é independente de a outra também o fazer. Sabe-se pela experiência que elas nem sempre satisfazem o pedido das mães. Considere os acontecimentos:
A: «a Ana telefona à mãe»;
B: «a Joana telefona à mãe».
Determine a probabilidade de, pelo menos, uma das amigas telefonar à sua mãe, sabendo que P(A) = 70%, que P(B) = 80% e que A e B são acontecimentos independentes. Apresente o resultado em percentagem.

Exame nacional de 2010 (fase especial)

123. Os vinte e cinco alunos de uma turma do 12.º ano distribuem-se, por idade e sexo, de acordo com a tabela seguinte.

	17 anos	18 anos
Rapazes	8	2
Raparigas	11	4

Escolhe-se, ao acaso, um dos vinte e cinco alunos da turma.
Sejam A e B os acontecimentos:
A: «O aluno escolhido é do sexo masculino»
B: «O aluno escolhido tem 18 anos»
Qual é o valor da probabilidade condicionada P(B|A)?
(A) $\frac{2}{25}$ (B) $\frac{14}{25}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{5}$

Teste intermédio 1 (2010/11)

124. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos. Sabe-se que:
• P(B) = 0,3
• P(A|B)= 0,2
• P($\bar{A}\,|\,\bar{B}$)= 0,4
Determine P(B|A). Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Teste intermédio 1 (2010/11)

125. Um saco contém dezasseis bolas, numeradas de 1 a 16. Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, duas dessas dezasseis bolas e adicionam-se os respectivos números. Qual é a probabilidade de a soma obtida ser igual a 7?
(A) $\frac{1}{35}$ (B) $\frac{1}{40}$ (C) $\frac{1}{45}$ (D) $\frac{1}{50}$

Teste intermédio 2 (2010/11)

126. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos, ambos com probabilidade diferente de zero. Prove que
$P(A \cup B) < P(A \mid B) \times P(\bar{B}) \Leftrightarrow P(A) + P(B) < P(A \mid B)$

Teste intermédio 2 (2010/11)

127. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e B⊂Ω) independentes, com P(A) ≠ 0. Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?
(A) P(A)+P(B) = 1 (B) P(A∪B)=P(A)+P(B)
(C) P(A)≠ P(B) (D) P(B |A)=P(B)

Exame nacional de 2011 (1.ª fase)

128. Uma companhia aérea vende bilhetes a baixo custo exclusivamente para viagens cujos destinos sejam Berlim ou Paris. A companhia aérea constatou que, quando o destino é Berlim, 5% dos seus passageiros perdem o voo e que, quando o destino é Paris, 92% dos passageiros seguem viagem. Sabe-se que 30% dos bilhetes a baixo custo que a companhia aérea vende têm por destino Berlim. Determine a probabilidade de um passageiro, que comprou um bilhete a baixo custo nessa companhia aérea, perder o voo. Apresente o resultado na forma de dízima.

Exame nacional de 2011 (1.ª fase)

129. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e B⊂Ω) , com P(A) ≠ 0. Mostre que $P(B \mid A) \geq 1 - \frac{1-P(B)}{P(A)}$

Exame nacional de 2011 (1.ª fase)

130. Os medicamentos produzidos num laboratório são embalados em caixas de igual aspecto exterior e indistinguíveis ao tacto. Um lote contém dez caixas de um medicamento X e vinte caixas de um medicamento Y. Desse lote, retiram-se, ao acaso, simultaneamente, quatro caixas para controlo de qualidade. Qual é a probabilidade de as caixas retiradas serem todas do medicamento Y?
(A) $\frac{^{10}C_4}{^{30}C_4}$ (B) $\frac{^{20}C_4}{^{30}C_4}$ (C) $\frac{4}{^{30}C_4}$ (D) $(\frac{2}{3})^4$

Exame nacional de 2011 (2.ª fase)

131. A MatFinance é uma empresa de consultoria financeira. Dos funcionários da MatFinance, sabe-se que:
• 60% são licenciados;
• dos que são licenciados, 80% têm idade inferior a 40 anos;
• dos que não são licenciados, 10% têm idade inferior a 40 anos.
Determine a probabilidade de um desses funcionários, escolhido ao acaso, ser licenciado, sabendo que tem idade não inferior a 40 anos. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

Exame nacional de 2011 (2.ª fase)

132. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e B⊂Ω). Sabe-se que:
• P($\bar{A}$)= 0,9
• P(A∪ B)= 0,73
• A e B são acontecimentos independentes

Qual é o valor de P(B)?
(A) 0,63 (B) 0,657 (C) 0,073 (D) 0,7
Exame nacional de 2011 (1.ª fase especial)

133. Uma turma do 12.º ano de uma escola secundária tem 18 raparigas e 10 rapazes. Nessa turma, 20 alunos têm Inglês. Dos alunos da turma que têm Inglês só 4 são rapazes. Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa turma. Qual é a probabilidade de o aluno escolhido não ter Inglês, sabendo que é rapariga?
(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{1}{4}$
Exame nacional de 2011 (1.ª fase especial)

134. Na Figura 3, está representado um tetraedro com as faces numeradas de 1 a 4.

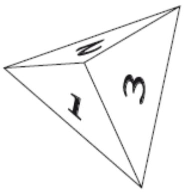


Figura 3

a) O João tem um catálogo de tintas com 12 cores diferentes, uma das quais é a sua preferida. O João selecciona, ao acaso, 4 cores diferentes para pintar as quatro faces do tetraedro. Cada uma das faces é pintada com uma única cor. Determine a probabilidade de o tetraedro ter uma das faces pintadas com a cor preferida do João. Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.
b) Considere, agora, a experiência aleatória que consiste em lançar 4 vezes o tetraedro representado na Figura 3 e registar, em cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo. Sejam I e J os acontecimentos seguintes.
I : «o número registado nos três primeiros lançamentos do tetraedro é o número 2»;
J : «a soma dos números registados nos quatro lançamentos do tetraedro é menor do que 10».
Indique o valor de P(J|I) sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Numa composição, explique o seu raciocínio, começando por referir o significado de P(J|I) no contexto da situação descrita.
Exame nacional de 2011 (1.ª fase especial)

135. Num determinado clube desportivo praticam-se apenas dois desportos, futebol e andebol. Dos jovens inscritos nesse clube, 28 jogam apenas futebol, 12 jogam apenas andebol e 12 jogam futebol e andebol. Escolhe-se, ao acaso, um dos jovens inscritos.
Qual é a probabilidade de o jovem escolhido jogar andebol sabendo que joga futebol?
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{7}{10}$ (D) $\frac{3}{7}$
Exame nacional de 2011 (especial normal)

136. Lança-se cinco vezes consecutivas um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e regista-se, em cada lançamento, o número inscrito na face voltada para cima. Considere os acontecimentos seguintes.
I: «sair face ímpar em exactamente dois dos cinco lançamentos»;
J: «sair face 4 em exactamente dois dos cinco lançamentos».
Qual dos acontecimentos seguintes é mais provável?
(A) acontecimento I (B) acontecimento I
(C) acontecimento J (D) acontecimento J
Exame nacional de 2011 (especial normal)

137. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$) incompatíveis. Sabe-se que $P(\bar{A}\cap\bar{B}) = 0,3$ e que P(A) =0,5. Qual é o valor de P(B)?
(A) 0,2 (B) 0 (C) 0,5 (D) 0,4
Exame nacional de 2011 (especial normal)

138. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$, com $P(B)\neq 0$.
Mostre que $P(\overline{A\cap B} \mid B) = P(\bar{A} \mid B)$
Exame nacional de 2011 (especial normal)

139. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos incompatíveis ($A\subset\Omega$ e $\subset\Omega$). Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?
(A) $P(A\cup B) = P(A\cap B)$ (B) $P(A) + P(B) = 1$
(C) $P(A\cap B) = 0$ (D) $P(A\cap B) = P(A)\times P(B)$
Teste intermédio 1 (2011/12)

140. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos em todos os anos de escolaridade. Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Sejam A e B os acontecimentos:
A: «O aluno é do sexo feminino»
B: «O aluno está no 12.º ano»
Qual das expressões seguintes designa o acontecimento «o aluno é do sexo masculino e não está no 12.º ano»?
(A) $A \cap B$ (B) $\overline{A\cap B}$ (C) $A \cup B$ (D) $\overline{A\cup B}$
Teste intermédio 2 (2011/12)

141. Uma caixa, que designaremos por caixa 1, tem uma bola branca e duas bolas pretas. Outra caixa, que designaremos por caixa 2, tem três bolas brancas e quatro bolas pretas. Realiza-se a seguinte experiência: ao acaso, tiram-se duas bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2; em seguida, tiram-se

simultaneamente duas bolas da caixa 2. Sejam A e B os acontecimentos:
A: «As bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»
B: «As bolas retiradas da caixa 2 são da mesma cor»
Determine o valor de $P(\bar{B} \mid A)$, sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada. Numa pequena composição, justifique a sua resposta. A sua composição deve contemplar:
• o significado de $P(\bar{B} \mid A)$, no contexto da situação descrita;
• a explicação do conteúdo da caixa 2 após a realização do acontecimento A
• a explicação do número de casos possíveis;
• a explicação do número de casos favoráveis;
• a apresentação do valor da probabilidade pedida.

Teste intermédio 2 (2011/12)

142. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e ⊂Ω). Sabe-se que:
• A e B são acontecimentos independentes;
• $P(\bar{A}) = \frac{7}{10}$
• $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) $\frac{5}{14}$ (B) $\frac{9}{14}$ (C) $\frac{9}{20}$ (D) $\frac{11}{20}$

Exame nacional de 2012 (1.ª fase)

143. Para assistirem a um espetáculo, o João, a Margarida e cinco amigos sentam-se, ao acaso, numa fila com sete lugares.
Qual é a probabilidade de o João e a Margarida não ficarem sentados um ao lado do outro?

(A) $\frac{2\times5!}{7!}$ (B) $\frac{5!}{7!}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$

Exame nacional de 2012 (1.ª fase)

144. Numa escola, realizou-se um estudo sobre os hábitos alimentares dos alunos. No âmbito desse estudo, analisou-se o peso de todos os alunos. Sabe-se que:
• 55% dos alunos são raparigas;
• 30% das raparigas têm excesso de peso;
• 40% dos rapazes não têm excesso de peso.

a) Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz, sabendo que tem excesso de peso. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que a escola onde o estudo foi realizado tem 200 alunos. Pretende-se escolher, ao acaso, três alunos para representarem a escola num concurso. Determine a probabilidade de serem escolhidos duas raparigas e um rapaz. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

Exame nacional de 2012 (1.ª fase)

145. Numa certa linha do triângulo de Pascal, o penúltimo elemento é 111. Escolhe-se, ao acaso, um elemento dessa linha. Qual é a probabilidade de esse elemento ser maior do que 10^5 ?

(A) $\frac{3}{56}$ (B) $\frac{53}{56}$ (C) $\frac{2}{37}$ (D) $\frac{35}{37}$

Exame nacional de 2012 (2.ª fase)

146. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e ⊂Ω), com P(B) ≠ 0. Mostre que

$P(\overline{A \cap B} \mid B) + P(A \mid B) = 1$

Exame nacional de 2012 (2.ª fase)

147. Considere um dado cúbico, com as faces numeradas de 1 a 6, e um saco que contém cinco bolas, indistinguíveis ao tato, cada uma delas numerada com um número diferente: 0, 1, 2, 3 e 4.
Lança-se o dado uma vez e retira-se, ao acaso, uma bola do saco, registando-se os números que saíram.
Qual é a probabilidade de o produto desses números ser igual a zero?

(A) 0 (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{30}$ (D) $\frac{1}{5}$

Exame nacional de 2012 (fase especial)

148. Considere uma empresa em que:
• 80% dos funcionários apostam no euromilhões;
• dos funcionários que apostam no euromilhões, 25% apostam no totoloto;
• 5% dos funcionários não apostam no euromilhões nem no totoloto.

Determine a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, um funcionário dessa empresa, ele apostar no totoloto.

Exame nacional de 2012 (fase especial)

149. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos (A⊂Ω e ⊂Ω). Mostre que, se A e B são dois acontecimentos independentes, então

$P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A}) \times (1 - P(B)) = P(\bar{A})$

Exame nacional de 2012 (fase especial)

150. Relativamente a uma turma de 12.º ano, sabe-se que:
• o número de rapazes é igual ao número de raparigas;
• ¾ dos alunos pretendem frequentar um curso da área de saúde e os restantes alunos pretendem frequentar um curso da área de engenharia;
• dos alunos que pretendem frequentar um curso da área de engenharia, dois em cada sete são raparigas.

a) Escolhe-se, ao acaso, uma rapariga da turma. Qual é a probabilidade de essa rapariga pretender frequentar um curso da área de saúde? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Escolhem-se, ao acaso, dois alunos da turma para estarem presentes nas comemorações do aniversário da escola. Sabe-se que a probabilidade de esses dois alunos serem rapazes é $\frac{13}{54}$. Seja n o número de rapazes da turma.

Determine o valor de n. Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

• equacione o problema;

• resolva a equação, sem utilizar a calculadora.

Teste intermédio 1 (2012/13)

151. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$). Sabe-se que:

• $P(A) = 0{,}3$

• $P(\bar{B}) = 0{,}6$

• $P(\bar{A}\cap\bar{B}) = 0{,}4$

Averigue se os acontecimentos A e B são independentes.

Teste intermédio 1 (2012/13)

152. Um saco contém quatro bolas com o número 0, uma bola com o número 2 e duas bolas com o número 3. Considere agora a experiência que consiste em retirar, ao acaso, uma a uma, sucessivamente e sem reposição, todas as bolas do saco. Sejam A e B os acontecimentos seguintes.

A: «Não saem bolas com o número 0 em extrações consecutivas»

B: «A segunda bola retirada tem o número 2»

Determine P(B|A), sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada.

Numa pequena composição, justifique a sua resposta. A sua composição deve contemplar:

• o significado de P(B|A), no contexto da situação descrita;

• a explicação da ordem de saída das bolas com o número 0

• a explicação do número de casos possíveis;

• a explicação do número de casos favoráveis;

• a apresentação do valor da probabilidade na forma de fração.

Teste intermédio 2 (2012/13)

153. Uma caixa contém apenas bolas brancas e bolas pretas, indistinguíveis ao tato. Todas as bolas estão numeradas com um único número natural. Sabe-se que:

• duas bolas em cada cinco são pretas;

• 20% das bolas pretas têm um número par;

• 40% das bolas brancas têm um número ímpar.

a) Retira-se, ao acaso, uma bola dessa caixa. Determine a probabilidade de essa bola ser preta, sabendo que tem um número par. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Admita agora que a caixa tem n bolas. Extraem-se, ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas da caixa. Determine n, sabendo que a probabilidade de ambas as bolas serem brancas é igual a $\frac{7}{20}$

Exame nacional de 2013 (1.ª fase)

154. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$). Sabe-se que:

• $P(B) = \frac{1}{4}$

• $P(\bar{A}\cup\bar{B}) = \frac{15}{16}$

• $P(A\mid\bar{B}) = \frac{7}{12}$

Determine P(A).

Exame nacional de 2013 (1.ª fase)

155. Considere a linha do triângulo de Pascal em que o produto do segundo elemento pelo penúltimo elemento é 484. Qual é a probabilidade de escolher, ao acaso, um elemento dessa linha que seja superior a 1000 ?

(A) $\frac{15}{23}$ (B) $\frac{6}{11}$ 6 (C) $\frac{17}{23}$ (D) $\frac{8}{11}$

Exame nacional de 2013 (2.ª fase)

156. Na Figura 3, está representado um dado cúbico, não equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 3, em que faces opostas têm o mesmo número. Lança-se o dado uma única vez e observa-se o número da face voltada para cima.

Sejam A e B os acontecimentos seguintes.

A: «sair número ímpar»

B: «sair número menor do que 3»

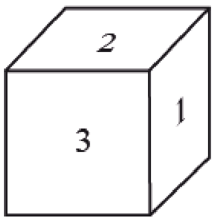


Figura 3

Sabe-se que:

• $P(\bar{A}\cup\bar{B}) - P(A\cap B) = \frac{5}{9}$

• $P(B\mid A) = \frac{2}{7}$

Determine a probabilidade de sair o número 3

Exame nacional de 2013 (2.ª fase)

157. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$). Sabe-se que:

• $P(A) = 0{,}3$

• $P(\bar{A}\cap B) = 0{,}55$

• A e B são acontecimentos incompatíveis.

Qual é o valor de $P(\bar{A} \cap \bar{B})$?

(A) 0,85 (B) 0,25 (C) 0,15 (D) 0

Exame nacional de 2013 (fase especial)

158. Uma empresa produz apenas dois tipos de lâmpadas: lâmpadas fluorescentes e lâmpadas LED (Díodos Emissores de Luz). As lâmpadas de cada tipo podem ter a forma tubular ou ser compactas. Sabe-se que:

• 55% das lâmpadas produzidas nessa empresa são fluorescentes;

• das lâmpadas fluorescentes produzidas nessa empresa, 50% têm a forma tubular;

• das lâmpadas LED produzidas nessa empresa, 90% são compactas.

Determine a probabilidade de, ao escolher, ao acaso, uma lâmpada produzida nessa empresa, ela ser fluorescente, sabendo que tem a forma tubular. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

Exame nacional de 2013 (fase especial)

159. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$. Qual é o valor de $P(\bar{A} \cup (A \cap \bar{B}))$?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

Teste intermédio 1 (2013/14)

160. Numa caixa, estão cinco bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 5.

a) De quantas maneiras diferentes se podem colocar, lado a lado, as cinco bolas, de modo que as bolas com os números 3 e 4 fiquem ao lado uma da outra?

b) Considere a experiência aleatória que consiste em retirar ao acaso e em simultâneo três bolas da caixa e observar os seus números. Sejam X e Y as variáveis aleatórias seguintes.

X : «número de bolas retiradas com número ímpar»

Y : «soma dos números das bolas retiradas»

Determine $P(Y < 10 | X = 1)$, sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada. A sua resposta deve incluir:

• o significado de $P(Y < 10 | X = 1)$, no contexto da situação descrita;

• a apresentação dos casos possíveis que considerou;

• a apresentação dos casos favoráveis;

• o valor da probabilidade pedida.

Teste intermédio 1 (2013/14)

161. O João tem uma coleção de dados, uns com a forma de um cubo (dados cúbicos) e os outros com a forma de um octaedro (dados octaédricos).

a) Os dados cúbicos são equilibrados e têm as faces numeradas de 1 a 6. O João lança oito vezes um dos dados cúbicos. Qual é a probabilidade de a face com o número 1 sair pelo menos duas vezes? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

b) Alguns dados da coleção do João são verdes e os restantes são amarelos. Sabe-se que:

• 10% dos dados da coleção são amarelos;

• o número de dados cúbicos é igual ao triplo do número de dados octaédricos;

• 20% dos dados amarelos são cúbicos.

O João seleciona ao acaso um dos dados da coleção e verifica que é verde.

Qual é a probabilidade de esse dado ser octaédrico? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Teste intermédio 1 (2013/14)

162. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

• A e B são incompatíveis;

• $P(A) \neq 0$ e $P(B) \neq 0$

Mostre que as probabilidades $P(A)$, $P(A|B)$ e $P(\bar{B} \mid A)$ são todas diferentes e escreva-as por ordem crescente.

Teste intermédio 1 (2013/14)

163. Na Figura 1, está representado, num referencial o.n. Oxyz , um octaedro regular [ABCDEF], cujos vértices pertencem aos eixos coordenados.

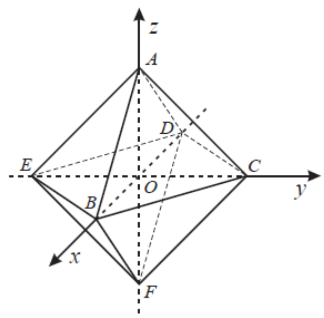


Figura 1

a) Escolhem-se ao acaso dois vértices distintos do octaedro. Qual é a probabilidade de a reta definida por esses dois vértices ser paralela à reta definida por $x = 1 \wedge y = 2$? Apresente o resultado na forma de fração.

b) Considere a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos vértices do octaedro. Sejam X e Y os acontecimentos seguintes.

X : «o vértice escolhido pertence ao plano definido por y = 0»

Y : «a soma das coordenadas do vértice escolhido é positiva»

Averigue se os acontecimentos X e Y são independentes. Justifique. Na sua justificação, deve indicar os vértices que pertencem a cada um dos acontecimentos X, Y e $X \cap Y$.

c) Admita agora que a face [ABC] do octaedro está numerada com o número 1, como se observa na Figura 2. Pretende-se numerar as restantes faces do octaedro com os números de 2 a 8 (um número diferente em cada face). De quantas maneiras diferentes se podem numerar as restantes sete faces, de modo que, depois de o octaedro ter todas as faces numeradas, pelo menos três das faces concorrentes no vértice A fiquem numeradas com números ímpares?

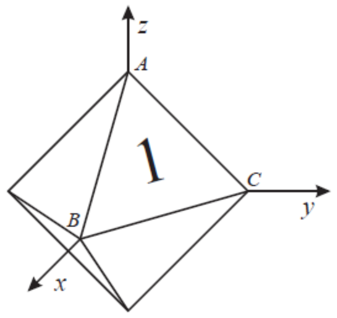


Figura 2

Teste intermédio 1 (2013/14)

164. Escolhe-se, ao acaso, um professor de uma certa escola secundária. Sejam A e B os acontecimentos:

A : «o professor escolhido é do sexo masculino»

B : «o professor escolhido ensina Matemática»

Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}44$
- $P(A \cup \bar{B}) = 0{,}92$

Qual é a probabilidade de o professor escolhido ensinar Matemática, sabendo que é do sexo feminino?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{8}$

Teste intermédio 1 (2013/14)

165. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}4$
- $P(A \cap B) = 0{,}2$
- $P(B|\bar{A}) = 0{,}8$

Qual é o valor de P(B)?

(A) 0,28 (B) 0,52 (C) 0,68 (D) 0,80

Exame nacional de 2014 (1.ª fase)

166. Uma caixa tem nove bolas distinguíveis apenas pela cor: seis pretas, duas brancas e uma amarela. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar dessa caixa, simultaneamente e ao acaso, três bolas. Determine a probabilidade de as bolas retiradas não terem todas a mesma cor. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2014 (1.ª fase)

167. Na Figura 3, está representada uma planificação de um dado tetraédrico equilibrado, com as faces numeradas com os números −1, 1, 2 e 3. Considere a experiência aleatória que consiste em lançar esse dado duas vezes consecutivas e registar, após cada lançamento, o número inscrito na face voltada para baixo. Sejam A e B os acontecimentos seguintes.

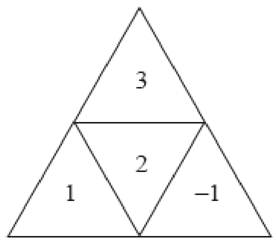


Figura 3

A: «o número registado no primeiro lançamento é negativo»

B: «o produto dos números registados nos dois lançamentos é positivo»

Elabore uma composição, na qual indique o valor de P(A|B), sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Na sua resposta, explique o significado de P(A|B) no contexto da situação descrita, explique o número de casos possíveis, explique o número de casos favoráveis e apresente o valor de P(A|B)

Exame nacional de 2014 (1.ª fase)

168. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

- A e B são acontecimentos independentes;
- $P(A) = 0{,}4$
- $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}48$

Qual é o valor de P(B) ?

(A) 0,08 (B) 0,12 (C) 0,2 (D) 0,6

Exame nacional de 2014 (2.ª fase)

169. Na Figura 1, está representado, num referencial o.n. Oxyz, um octaedro [ABCDEF], cujos vértices pertencem aos eixos coordenados. Escolhem-se, ao acaso, três vértices desse octaedro. Qual é a probabilidade de esses três vértices definirem um plano paralelo ao plano de equação z = 5 ?

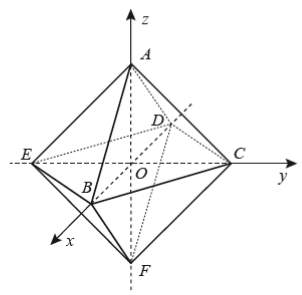


Figura 1

(A) $\frac{1}{^6C_3}$ (B) $\frac{4}{^6C_3}$ (C) $\frac{8}{^6C_3}$ (D) $\frac{12}{^6C_3}$

Exame nacional de 2014 (2.ª fase)

170. Uma caixa tem seis bolas distinguíveis apenas pela cor: duas azuis e quatro pretas. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, ao

acaso, uma a uma, sucessivamente e sem reposição, todas as bolas da caixa. À medida que são retiradas da caixa, as bolas são colocadas lado a lado, da esquerda para a direita. Determine a probabilidade de as duas bolas azuis ficarem uma ao lado da outra. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2014 (2.ª fase)

171. Considere a linha do triângulo de Pascal em que a soma dos dois primeiros elementos com os dois últimos elementos é igual a 20. Escolhendo, ao acaso, um elemento dessa linha, qual é a probabilidade de ele ser par?

(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

Exame nacional de 2014 (fase especial)

172. De uma turma de 12.º ano, sabe-se que:
• 60% dos alunos são rapazes;
• 80% dos alunos estão inscritos no desporto escolar;
• 20% dos rapazes não estão inscritos no desporto escolar.

a) Determine a probabilidade de um aluno dessa turma, escolhido ao acaso, ser rapariga, sabendo que está inscrito no desporto escolar. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que essa turma de 12.º ano tem 25 alunos. Pretende-se escolher, ao acaso, três alunos dessa turma para a representarem num evento do desporto escolar.
Determine a probabilidade de serem escolhidos, pelo menos, dois alunos que estão inscritos no desporto escolar. Apresente o resultado com arredondamento às centésimas.

Exame nacional de 2014 (fase especial)

173. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:
• A e $\overline{A}$ são acontecimentos equiprováveis;
• A e B são acontecimentos independentes.

Mostre que $2P(A \cup B) = 1 + P(B)$

Exame nacional de 2014 (fase especial)

174. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:
• $P(A) = 0{,}4$
• $P(\overline{B}) = 0{,}7$
• $P(A \cup B) = 0{,}5$

Qual é o valor de $P(\overline{A} \cup \overline{B})$?

(A) 0,6 (B) 0,7 (C) 0,8 (D) 0,9

Exame nacional de 2015 (1.ª fase)

175. De uma empresa com sede em Coimbra, sabe-se que:
• 60% dos funcionários residem fora de Coimbra;
• os restantes funcionários residem em Coimbra.

a) Relativamente aos funcionários dessa empresa, sabe-se ainda que:
• o número de homens é igual ao número de mulheres;
• 30% dos homens residem fora de Coimbra.
Escolhe-se, ao acaso, um funcionário dessa empresa. Qual é a probabilidade de o funcionário escolhido ser mulher, sabendo que reside em Coimbra? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

b) Considere agora que a empresa tem oitenta funcionários.
Escolhem-se, ao acaso, três funcionários dessa empresa. A probabilidade de, entre esses funcionários, haver no máximo dois a residir em Coimbra é igual a

$$\frac{{}^{80}C_3 - {}^{32}C_3}{{}^{80}C_3}$$

Elabore uma composição na qual explique a expressão apresentada.
Na sua resposta:
• enuncie a regra de Laplace;
• explique o número de casos possíveis;
• explique o número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2015 (1.ª fase)

176. Um saco contém nove bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9. As bolas numeradas de 1 a 5 são pretas e as restantes são brancas. Retira-se, ao acaso, uma bola do saco e observa-se a sua cor e o seu número. Considere os seguintes acontecimentos, associados a esta experiência aleatória:
A: «a bola retirada é preta»
B: «o número da bola retirada é um número par»
Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|B)$?

(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$

Exame nacional de 2015 (2.ª fase)

177. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$), com $P(A) \neq 0$. Prove que

$$P(A \cup \overline{B}) - 1 + P(B) = P(A) \times P(B|A)$$

Exame nacional de 2015 (2.ª fase)

178. Na Figura 3, está representado, num referencial o.n. Oxyz, o poliedro [NOPQRSTUV] que se pode decompor num cubo e numa pirâmide quadrangular regular. Sabe-se que:

• o vértice P pertence ao eixo Ox

• o vértice N pertence ao eixo Oy

• o vértice T pertence ao eixo Oz

• o vértice R tem coordenadas (2, 2, 2)

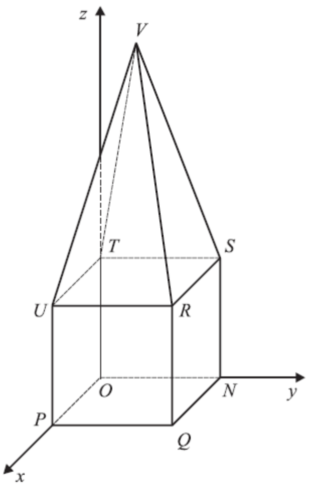


Figura 3

Dispõe-se de sete cores diferentes, das quais uma é branca e outra é azul, para colorir as nove faces do poliedro [NOPQRSTUV].Cada face vai ser colorida com uma única cor. Considere a experiência aleatória que consiste em colorir, ao acaso, as nove faces do poliedro, podendo cada face ser colorida por qualquer uma das sete cores. Determine a probabilidade de, no final da experiência, o poliedro ficar com exatamente duas faces brancas, ambas triangulares, exatamente duas faces azuis, ambas quadradas, e as restantes faces coloridas com cores todas diferentes. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas de milésima.

Exame nacional de 2015 (2.ª fase)

179. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

• $P(A \cup B) = 0{,}7$

• $P(B) = 0{,}4$

• $P(A \cap B) = 0{,}2$

Qual é o valor de $P(B|A)$?

(A) 0,25 (B) 0,3 (C) 0,35 (D) 0,4

Exame nacional de 2015 (fase especial)

180. Nove jovens, três rapazes e seis raparigas, vão dispor-se, lado a lado, para uma fotografia. De quantas maneiras o podem fazer, de modo que os rapazes fiquem juntos?

(A) 40 140 (B) 30 240 (C) 20 340 (D) 10 440

Exame nacional de 2015 (fase especial)

181. Um saco contém nove bolas numeradas de 1 a 9, indistinguíveis ao tato. Retiram-se, sucessivamente e ao acaso, três bolas do saco. As bolas são retiradas com reposição, isto é, repõe-se a primeira bola antes de se retirar a segunda e repõe-se a segunda bola antes de se retirar a terceira. Qual é a probabilidade de o produto dos números das três bolas retiradas ser igual a 2? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2015 (fase especial)

182. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

• $P(A) = \frac{2}{5}$

• $P(B) = \frac{3}{10}$

• $P(A \mid B) = \frac{1}{6}$

Qual é o valor de $P(A \cup B)$?

(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{7}{10}$ (C) $\frac{13}{20}$ (D) $\frac{19}{30}$

Exame nacional de 2016 (1.ª fase)

183. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:

• $P(A) = 0{,}2$

• $P(B) = 0{,}3$

• $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}6$

Qual é o valor de $P(A|B)$?

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{5}{6}$

Exame nacional de 2016 (2.ª fase)

184. Considere nove fichas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a 9.

a) Considere duas caixas, U e V. Colocam-se as fichas numeradas de 1 a 5 na caixa U e as fichas numeradas de 6 a 9 na caixa V. Realiza-se a seguinte experiência.

Retira-se, ao acaso, uma ficha da caixa U e retira-se, também ao acaso, uma ficha da caixa V. Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A soma dos números das fichas retiradas é igual a 10»

B : «O produto dos números das fichas retiradas é ímpar»

Determine o valor de $P(B|A)$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Na sua resposta:

– explique o significado de $P(B|A)$ no contexto da situação descrita;

– indique os casos possíveis, apresentando cada um deles na forma (u,v), em que u designa o número da ficha retirada da caixa U e v designa o número da ficha retirada da caixa V

– indique os casos favoráveis;

– apresente o valor pedido na forma de fração irredutível.

b) Na Figura 2, está representado um tabuleiro com 16 casas, dispostas em quatro filas horizontais (A, B, C e D) e em quatro filas verticais (1, 2, 3 e 4). Pretende-se dispor as nove fichas (numeradas de 1 a 9) no tabuleiro, de modo que cada ficha ocupe uma única casa e que cada casa não seja ocupada por mais do que uma ficha. De quantas maneiras diferentes é possível dispor as nove fichas, de tal forma que as que têm número par ocupem uma única fila horizontal?

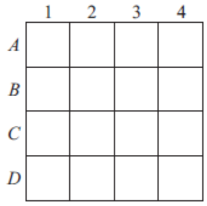


Figura 2

Exame nacional de 2016 (2.ª fase)

185. Uma pessoa lança um dado cúbico, com as faces numeradas de 1 a 6, e regista o número da face que ficou voltada para cima. Uma outra pessoa lança um dado com a forma de um tetraedro regular, com as faces numeradas de 1 a 4, e regista o número da face que ficou voltada para baixo. Admita que ambos os dados são equilibrados. Qual é a probabilidade de, pelo menos, uma dessas pessoas registar o número 4?

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{5}{8}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{7}{12}$

Exame nacional de 2016 (fase especial)

186. Um saco contém *n* bolas, indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n, sendo n um número par maior do que 3.

a) Retiram-se, em simultâneo e ao acaso, três bolas do saco. Escreva uma expressão, em função de *n*, que dê a probabilidade de, dessas três bolas, duas terem número par e uma ter número ímpar. Não simplifique a expressão que escrever.

b) Admita agora que *n* = 8. Ao acaso, extraem-se sucessivamente duas bolas do saco (primeiro uma e depois outra) e observa-se o número de cada uma delas. Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A primeira bola extraída tem número par.»

B : «A segunda bola extraída tem número par.»

Determine o valor de $P(A \cap B)$ no caso em que a extração é feita com reposição e no caso em que a extração é feita sem reposição. Justifique a sua resposta, tendo em conta que $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$. Na sua resposta:

– interprete o significado de $P(A \cap B)$, no contexto da situação descrita;

– indique o valor de $P(B|A)$, no caso de a extração ser feita com reposição;

– indique o valor de $P(B|A)$, no caso de a extração ser feita sem reposição;

– apresente o valor de $P(A \cap B)$, em cada uma das situações (designe esse valor por *a* no caso de a extração ser feita com reposição e por *b* no caso de a extração ser feita sem reposição).

Exame nacional de 2016 (fase especial)

187. Uma turma é constituída por rapazes e por raparigas, num total de 20 alunos. Sabe-se que:

• $\frac{1}{4}$ dos rapazes tem olhos verdes;

• escolhido, ao acaso, um aluno da turma, a probabilidade de ele ser rapaz e de ter olhos verdes é $\frac{1}{10}$. Quantos rapazes tem a turma?

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16

Exame nacional de 2017 (1.ª fase)

188. Na Figura 2, está representado, num referencial o.n. Oxyz, o prisma quadrangular regular [OPQRSTUV]. Sabe-se que:

• a face [OPQR] está contida no plano xOy

• o vértice Q pertence ao eixo Oy e o vértice T pertence ao eixo Oz

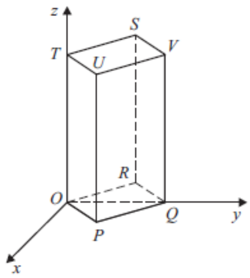


Figura 2

Escolhem-se, ao acaso, três vértices do prisma. Determine a probabilidade de o plano definido por esses três vértices ser perpendicular ao plano xOy. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2017 (1.ª fase)

189. Um saco contém n bolas indistinguíveis ao tato, numeradas de 1 a n (com n par e superior a 6). Retira-se, ao acaso, uma bola do saco. Sejam A e B os acontecimentos:

A: «o número da bola retirada é menor ou igual a 6»

B: «o número da bola retirada é par»

Escreva o significado de $P(\bar{A} \cup B)$ no contexto da situação descrita e determine uma expressão, em função de n, que dê esta probabilidade. Apresente a expressão na forma de uma fração.

Exame nacional de 2017 (1.ª fase)

190. Uma escola secundária tem alunos de ambos os sexos.

a) Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Seja A o acontecimento «o aluno escolhido é rapariga», e seja B o acontecimento «o aluno escolhido frequenta o 10.º ano». Sabe-se que:

• a probabilidade de o aluno escolhido ser rapaz ou não frequentar o 10.º ano é 0,82

• a probabilidade de o aluno escolhido frequentar o 10.º ano, sabendo que é rapariga, é $\frac{1}{3}$

Determine P(A)

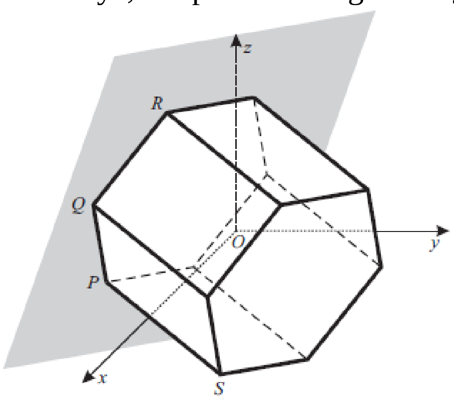
b) Uma das turmas dessa escola tem trinta alunos, numerados de 1 a 30. Com o objetivo de escolher quatro alunos dessa turma para formar uma comissão, introduzem-se, num saco, trinta cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 30. Em seguida, retiram-se quatro cartões do saco, simultaneamente e ao acaso. Qual é a probabilidade de os dois menores números saídos serem o 7 e o 22? Apresente o resultado arredondado às milésimas.

Exame nacional de 2017 (2.ª fase)

191. Considere duas caixas, C_1 e C_2. A caixa C_1 tem 12 bolas, das quais cinco são brancas e as restantes são pretas. A caixa C_2 tem sete bolas, umas brancas e outras pretas. Considere a experiência que consiste em retirar, simultaneamente e ao acaso, duas bolas da caixa C_1, colocá-las na caixa C_2 e, em seguida, retirar, também ao acaso, uma bola da caixa C_2. Sejam A e B os acontecimentos:
A : «As bolas retiradas da caixa C_1 têm a mesma cor.»
B : «A bola retirada da caixa C_2 é branca.»
Sabe-se que $P(B \mid \bar{A}) = \frac{2}{3}$. Interprete o significado de $P(B \mid \bar{A})$ e indique, justificando, quantas bolas brancas e quantas bolas pretas existiam inicialmente na caixa C_2.

Exame nacional de 2017 (fase especial)

192. Na figura, está representado, num referencial o.n. Oxyz, um prisma hexagonal regular.



Escolhem-se, ao acaso, dois vértices de cada uma das bases do prisma da figura. Determine a probabilidade de esses quatro pontos pertencerem a uma mesma face lateral do prisma. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Exame nacional de 2018 (1.ª fase)

193. Uma escola dedica-se ao ensino de Espanhol e de Inglês, entre outras línguas.
a) Doze alunos dessa escola, quatro de Espanhol e oito de Inglês, dispõem-se lado a lado em linha reta para tirar uma fotografia. De quantas maneiras se podem dispor os doze alunos, de modo que os alunos da mesma disciplina fiquem juntos?
(A) 40 320 (B) 80 640 (C) 967 680 (D) 1 935 360
b) Relativamente a essa escola, sabe-se que:
• o número de alunos que estudam Espanhol é igual ao número de alunos que estudam Inglês;
• o número de alunos que estudam, pelo menos, uma das duas línguas é o quádruplo do número de alunos que estudam as duas línguas.
Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Determine a probabilidade de esse aluno estudar Inglês, sabendo que estuda Espanhol. Apresente o resultado na forma de percentagem.

Exame nacional de 2018 (1.ª fase)

194. Num clube desportivo, praticam-se as modalidades de basquetebol e futebol, entre outras. Sabe-se que, escolhido ao acaso um atleta deste clube, a probabilidade de ele praticar basquetebol é $\frac{1}{5}$ e a probabilidade de ele praticar futebol é $\frac{2}{5}$. Sabe-se ainda que, dos atletas que não praticam futebol, 3 em cada 4 não praticam basquetebol. Mostre que existe, pelo menos, um atleta do clube que pratica as duas modalidades desportivas.

Exame nacional de 2018 (2.ª fase)

195. Dispõe-se de catorze caracteres (a saber: os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e as vogais a, e, i, o, u) para formar códigos de quatro caracteres.
a) Quantos códigos iniciados por uma vogal seguida de três algarismos diferentes se podem formar?
(A) 420 (B) 504 (C) 1840 (D) 2520
b) Escolhe-se, ao acaso, um código de entre todos os códigos de quatro caracteres, repetidos ou não, que é possível formar com os catorze caracteres. Determine a probabilidade de esse código ser constituído por quatro algarismos diferentes cujo produto seja um número ímpar. Apresente o resultado arredondado às milésimas.

Exame nacional de 2018 (2.ª fase)

196. Seja Ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$). Sabe-se que:
• A e B são acontecimentos independentes e equiprováveis;
• $P(A \cup B) = 0{,}64$
Qual é o valor de P(A) ?
(A) 0,42 (B) 0,40 (C) 0,38 (D) 0,36

Exame nacional de 2018 (fase especial)

197. A soma dos dois últimos elementos de uma certa linha do triângulo de Pascal é 35. Escolhem-se, ao acaso, dois elementos dessa linha. Determine a probabilidade de esses dois elementos serem iguais.

Apresente o resultado na forma decimal, arredondado às centésimas.

Exame nacional de 2018 (fase especial)

198. Seja Ω o espaço amostral (espaço de resultados) associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A\subset\Omega$ e $B\subset\Omega$). Sabe-se que:

- $P(A)=0{,}6$
- $P(B)=0{,}7$

Mostre que $P(B|A)\geq\frac{1}{2}$

Exame nacional de 2018 (fase especial)

199. Uma caixa contém bolas de várias cores, indistinguíveis ao tato, umas com um logotipo desenhado e outras não. Das bolas existentes na caixa, dez são amarelas. Dessas dez bolas, três têm o logotipo desenhado.

a) Retira-se, ao acaso, uma bola da caixa. Sabe-se que a probabilidade de ela não ser amarela ou de não ter um logotipo desenhado é igual a 15/16. Determine o número de bolas que a caixa contém.

b) Dispõem-se, ao acaso, as dez bolas amarelas, lado a lado, em linha reta. Qual é a probabilidade de as três bolas com o logotipo desenhado ficarem juntas?

(A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{15}$ (C) $\frac{1}{14}$ (D) $\frac{1}{13}$

Exame nacional de 2019 (1.ª fase)

200. Na Figura 1, está representado, num referencial o.n. Oxyz, um paralelepípedo retângulo [ABCDEFGH].

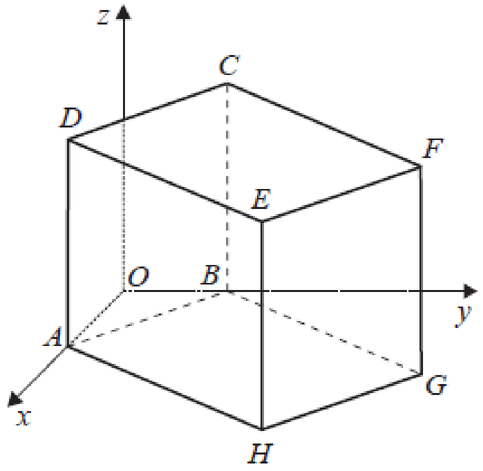


Figura 1

Sabe-se que:
• o vértice A pertence ao eixo Ox e o vértice B pertence ao eixo Oy
• o vértice C tem coordenadas (0,3,6) e o vértice G tem coordenadas (6,11,0).

Escolhe-se, ao acaso, um vértice do paralelepípedo e, seguidamente, também ao acaso, escolhe-se um outro vértice, diferente do anterior. Designe-se por X o primeiro vértice escolhido e por Y o segundo vértice escolhido. Qual é a probabilidade de a terceira coordenada do vetor $\overrightarrow{XY}$ ser igual a zero? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2019 (2.ª fase)

201. Uma escola secundária tem apenas turmas de 10.º, 11.º e 12.º anos.

a) Relativamente aos alunos desta escola, sabe-se que:
• 3/5 dos alunos do 10.º ano são rapazes;
• 11/21 dos alunos da escola são rapazes;
• 1/7 dos alunos da escola são rapazes e frequentam o 10.º ano.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno dessa escola. Determine a probabilidade de o aluno escolhido ser uma rapariga e não frequentar o 10.º ano. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

b) Uma turma dessa escola tem 26 alunos, dos quais 15 são raparigas. O delegado de turma é um rapaz. Pretende-se formar uma comissão com três alunos desta turma, para organizar uma festa de fim de ano. Quantas comissões diferentes, que incluam rapazes e raparigas, se podem formar, sabendo-se que o delegado de turma tem de fazer parte da comissão?
(A) 195 (B) 215 (C) 235 (D) 255

Exame nacional de 2019 (2.ª fase)

202. Um saco contém nove cartões, indistinguíveis ao tato, numerados de 1 a 9.

a) Retiram-se, simultaneamente e ao acaso, quatro cartões do saco. Qual é a probabilidade de o menor dos números saídos ser 3 e o maior ser 8?

(A) $\frac{1}{18}$ (B) $\frac{1}{21}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{7}$

b) Colocam-se os nove cartões em cima de uma mesa, lado a lado, em linha reta. Determine de quantas maneiras diferentes é possível colocar os cartões, de modo que os números inscritos nos três primeiros cartões sejam primos.

Exame nacional de 2019 (fase especial)

203. Numa turma de 12.º ano, apenas alguns alunos estão matriculados na disciplina de Química. Relativamente a essa turma, sabe-se que:
• o número de raparigas é o dobro do número de alunos matriculados na disciplina de Química;
• um terço dos alunos matriculados na disciplina de Química são raparigas;
• metade dos rapazes não estão matriculados na disciplina de Química.

Escolhe-se, ao acaso, um aluno da turma. Determine a probabilidade de esse aluno estar matriculado na disciplina de Química. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2019 (fase especial)

204. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos equiprováveis e independentes. Sabe-se que $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{8}{9}$. Qual é o valor de P(A)?

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{3}{4}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{2}{3}$

Exame nacional de 2019 (fase especial)

205. Quatro pessoas vão escolher, cada uma e em segredo, um dos seguintes números: 1, 2, 3, 4 e 5. Qual é a probabilidade de exatamente duas delas escolherem o número 5?

(A) 0,1530 (B) 0,1532 (C) 0,1534 (D) 0,1536

Exame nacional de 2020 (1.ª fase)

206. Um saco contém bolas azuis e bolas brancas, indistinguíveis ao tato. Cada bola tem uma única cor e só existem bolas azuis e bolas brancas no saco.

a) Retiram-se ao acaso, sucessivamente e sem reposição, duas bolas do saco. Sejam A e B os acontecimentos:

A : «A primeira bola retirada é azul»

B : «A segunda bola retirada é branca»

Sabe-se que $P(A \cap B) = \frac{1}{3}P(A)$. Justifique que inicialmente existia um número ímpar de bolas azuis no saco.

Sugestão: comece por designar por *a* o número de bolas azuis e por b o número de bolas brancas que existiam inicialmente no saco.

b) Considere que se alterou a constituição inicial do saco e que, neste, estão agora oito bolas azuis e sete bolas brancas. Pretende-se colocar todas estas bolas em dez caixas numeradas de 1 a 10, de tal forma que:

- cada caixa com número par tenha, pelo menos, uma bola azul;
- cada caixa com número ímpar tenha, pelo menos, uma bola branca;
- cada caixa tenha, no máximo, duas bolas.

Nestas condições, de quantas maneiras diferentes podem ficar colocadas as bolas nas dez caixas?

(A) 1176 (B) 2520 (C) 28 016 (D) 30 550

Exame nacional de 2020 (1.ª fase)

207. Considere um cubo [MNPQRSTU]. Escolhem-se, ao acaso, três vértices distintos desse cubo. Qual é a probabilidade de o plano por eles definido conter uma das faces do cubo?

(A) 1/7 (B) 3/7 (C) 1/8 (D) 3/8

Exame nacional de 2020 (2.ª fase)

208. Seja E o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos (A⊂E e B⊂E). Sabe-se que:

- $P(A) = 0{,}3$; $P(B) = 0{,}4$
- $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0{,}9$

Determine o valor da probabilidade condicionada $P(A|(A \cup B))$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2020 (2.ª fase)

209. Considere um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6. Lança-se esse dado quatro vezes e escrevem-se, da esquerda para a direita, os algarismos saídos, obtendo-se, assim, um número com quatro algarismos. Qual é a probabilidade de esse número ser par, menor do que 5000 e capicua (sequência de algarismos cuja leitura da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita dá o mesmo número)?

(A) $\frac{1}{36}$ **(B)** $\frac{5}{36}$ **(C)** $\frac{1}{108}$ **(D)** $\frac{5}{108}$

Exame nacional de 2020 (fase especial)

210. Um hotel, que promove atividades ao ar livre, é procurado por turistas de várias nacionalidades.

a) Num certo dia, o hotel organizou uma descida do rio Zêzere e uma caminhada na serra da Estrela. Sabe-se que:

- 80% dos hóspedes participaram na caminhada na serra da Estrela;
- 50% dos hóspedes participaram na descida do rio Zêzere;
- 30% dos hóspedes que participaram na descida do rio Zêzere não participaram na caminhada na serra da Estrela.

Escolhe-se, ao acaso, um dos hóspedes do hotel. Determine a probabilidade de esse hóspede ter participado na caminhada na serra da Estrela e não ter participado na descida do rio Zêzere. Apresente o resultado na forma de percentagem.

b) Três hóspedes suecos e quatro hóspedes dinamarqueses pretendem visitar os arredores do hotel. Para tal, o hotel disponibiliza quatro motos de dois lugares cada uma (uma preta, uma amarela, uma branca e uma verde). Sabe-se que apenas os hóspedes dinamarqueses podem conduzir. De quantas maneiras distintas se podem distribuir, deste modo, os sete hóspedes pelas quatro motos?

(A) 21 (B) 35 (C) 268 (D) 576

Exame nacional de 2020 (fase especial)

211. Numa escola frequentada por estudantes portugueses e estrangeiros, 60% dos alunos são raparigas e 15% são rapazes estrangeiros. Escolheu-se, ao acaso, um aluno dessa escola e verificou-se que era um rapaz. Qual é a probabilidade de ele ser português?

(A) 45% (B) 50% (C) 57,5% (D) 62,5%

Exame nacional de 2021 (1.ª fase)

212. Uma turma de 11.º ano é constituída por 30 alunos com idades de 15, 16 e 17 anos, dos quais 60% são raparigas. Sabe-se que um terço dos rapazes tem 17 anos e que um terço das raparigas tem 15 ou 16 anos. O André e a Beatriz, alunos da turma, são gémeos e têm 16 anos. Escolhem-se, ao acaso, cinco alunos da turma. Determine a probabilidade de o grupo constituído por esses cinco alunos ser formado pelo André, pela Beatriz, por dois jovens com 17 anos e por outro com 15 ou 16 anos. Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às centésimas.

Exame nacional de 2021 (1.ª fase)

213. Numa dada localidade, existe um clube onde se pratica badmínton e ténis.

a) Com doze raquetes distintas, sendo seis de badmínton e seis de ténis, formam-se, ao acaso, dois conjuntos de seis raquetes cada um. Qual é o valor, arredondado às centésimas, da probabilidade de cada um dos dois conjuntos ficar com três raquetes de badmínton e três raquetes de ténis?

(A) 0,22 (B) 0,43 (C) 0,50 (D) 0,87

b) Relativamente a este clube, sabe-se que:

- cada sócio pratica uma e só uma das duas modalidades;
- 65% dos sócios são mulheres;
- 1/7 dos homens pratica badmínton;
- 5/6 dos praticantes de badmínton são mulheres.

Escolhe-se, ao acaso, um sócio deste clube. Determine a probabilidade de o sócio escolhido ser uma mulher que pratica ténis. Apresente o resultado na forma de percentagem.

Exame nacional de 2021 (2.ª fase)

214. Na Figura 3, está representada, a sombreado, num referencial o.n. xOy, a região do plano cartesiano definida pela condição

$0 \leq x \leq 10 \ \wedge \ 0 \leq y \leq 10$

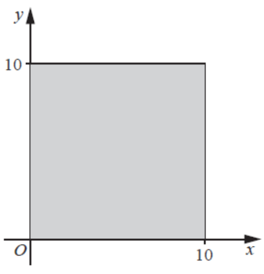


Figura 3

Considere todos os pontos que pertencem a essa região e cujas coordenadas são números inteiros. Escolhe-se, ao acaso, um desses pontos. Qual é o valor, arredondado às milésimas, da probabilidade de esse ponto pertencer à reta de equação y=x+7?

(A) 0,025 (B) 0,033 (C) 0,041 (D) 0,057

Exame nacional de 2021 (fase especial)

215. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$.

Sabe-se que:

- $P(A) \neq 0$
- $P(B) = \frac{3}{2}P(A)$
- $P(B|A) = \frac{1}{2}$

Mostre que $P(\overline{A} \cap \overline{B}) + 2P(A) = 1$

Exame nacional de 2021 (fase especial)

216. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma dada experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$.

Sabe-se que:

- $P(\overline{B}) = 0{,}6$;
- $P(A \cup B) = 0{,}6$;
- $A \cap B = \varnothing$.

Qual é o valor de $P(\overline{A})$?

0,2 (B) 0,4 (C) 0,6 (D) 0,8

Exame nacional de 2022 (1.ª fase)

217. Dos alunos que participaram num torneio de jogos matemáticos, que incluiu os jogos Semáforo e Rastros, sabe-se que:

- metade dos alunos jogou Semáforo;
- um quarto dos alunos não jogou Rastros;
- um quinto dos alunos que não jogaram Rastros jogou Semáforo.

Determine a probabilidade de um aluno que participou no torneio, escolhido ao acaso, não ter jogado Semáforo e ter jogado Rastros. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2022 (1.ª fase)

218. Dos passageiros de um voo de avião do Porto para Faro sabe-se que, antes do embarque:

- 70% nunca tinham viajado de avião;
- 2/5 já tinham estado em Faro;
- metade dos que já tinham estado em Faro já tinha viajado de avião.

Admita que a ordem de saída dos passageiros deste voo é aleatória. O primeiro passageiro a sair do avião nunca tinha estado em Faro. Qual é a probabilidade de esta ter sido a primeira viagem de avião desse passageiro? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2022 (2.ª fase)

219. Um saco contém 12 cartões com a forma de retângulos geometricamente iguais: 3 azuis, 2 brancos, 3 pretos e 4 vermelhos. Os 12 cartões vão ser retirados, sucessivamente e ao acaso, do saco e dispostos sobre uma mesa, alinhados pela ordem em que são retirados. Determine a probabilidade de os cartões azuis ficarem todos juntos. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2022 (2.ª fase)

220. Uma empresa tem 60 funcionários. Todos trabalham cinco dias por semana, mas fazem-no em regimes diferentes, como a seguir se descreve:

• 40% trabalham todos os dias em regime presencial;
• 25% trabalham todos os dias à distância;
• os restantes trabalham dois dias em regime presencial e três dias à distância.

Selecionam-se, ao acaso, quatro funcionários dessa empresa. A expressão seguinte permite determinar a probabilidade de serem selecionados, no máximo, três funcionários que trabalham em regime presencial, pelo menos, dois dias por semana.

$$\frac{{}^{60}C_4 - {}^{45}C_4}{{}^{60}C_4}$$

Explique esta expressão no contexto descrito. Na sua resposta:

— enuncie a regra de Laplace;
— explique o número de casos possíveis;
— explique o número de casos favoráveis.

Exame nacional de 2022 (fase especial)

221. Seja Ω, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos independentes $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$, com $P(A) \neq 0$. Mostre que

$$P(B) + P(A) \times (1 - P(B \mid A)) = P(A) + P(B) \times P(\overline{A}).$$

Exame nacional de 2022 (fase especial)

222. Um grupo de jovens inscreveu-se num campo de férias que oferece as modalidades de surf e de skate.

a) Dez dos jovens do grupo vão deslocar-se em fila, pela praia, para uma aula de surf. A Ana, o Diogo e o Francisco são três desses jovens. De quantas formas diferentes se podem dispor os jovens na fila, ficando a Ana, o Diogo e o Francisco juntos?

(A) 483 840 (B) 241 920 (C) 60 480 (D) 30 240

b) No ato da inscrição, todos os jovens do grupo responderam a um questionário sobre a prática das modalidades de surf e de skate. De acordo com as respostas ao questionário:

• 65% praticavam surf ;
• 20% praticavam skate e não praticavam surf ;
• quatro em cada cinco dos que praticavam surf também praticavam skate.

Selecionou-se, ao acaso, um jovem que, no questionário, tinha respondido que não praticava skate. Determine a probabilidade de esse jovem, no questionário, também ter respondido que praticava surf. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

c) Considere que, no grupo, há 70 jovens com 13 ou 14 anos de idade, sendo o número de jovens com 14 anos maior do que o número de jovens com 13 anos. Para realizar uma determinada tarefa, vão ser selecionados, aleatoriamente, dois desses jovens. Sabe-se que a probabilidade de selecionar dois desses jovens com idades distintas é 16/35. Determine o número de jovens com 13 anos que há no grupo.

Exame nacional de 2023 (1.ª fase)

223. Seja E, conjunto finito, o espaço amostral associado a uma experiência aleatória, e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset E \text{ e } B \subset E)$. Sabe-se que:

• A e B são acontecimentos equiprováveis;
• $P(\overline{A}) = 0{,}6$;
• $P(A \cup \overline{B}) = 0{,}7$.

Determine o valor de $P((A \cup \overline{B}) \mid B)$. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

Exame nacional de 2023 (2.ª fase)

224. Uma certa composição geométrica é formada por n hexágonos regulares inscritos em circunferências concêntricas, contidas num mesmo plano, de centro no ponto V, sendo n>3. A Figura 2 é um esquema de parte dessa composição, e nela estão representados três dos n hexágonos que formam a composição. Considere o conjunto de pontos formado pelo ponto V e pelos vértices de todos os hexágonos da composição. Sabe-se que, selecionando, ao acaso, dois pontos desse conjunto, a probabilidade de estes

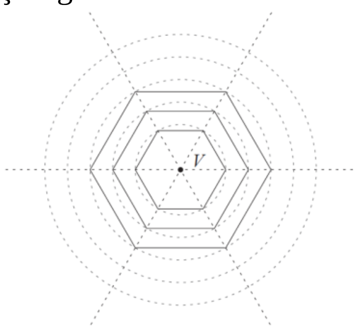


Figura 2

serem vértices do mesmo hexágono é igual a 5/49. Determine o valor de n.

Exame nacional de 2023 (2.ª fase)

225. Seja Ω o espaço amostral associado a uma certa experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega)$. Sabe-se que:

- $P(A \cup B) = 0{,}8$;
- $P(A \cap \overline{B}) = 0{,}5$.

Qual é o valor de P(B)?
(A) 0,2 (B) 0,3 (C) 0,5 (D) 0,6

Exame nacional de 2023 (fase especial)

226. O Rui tem nove bombons com recheio de frutos secos: quatro de amêndoa, dois de avelã e três de noz.

a) Numa caixa com nove compartimentos, numerados de 1 a 9, o Rui vai colocar, aleatoriamente, os nove bombons, um bombom em cada compartimento. Os nove compartimentos estão dispostos em três linhas por três colunas, como se ilustra na Figura 2. Determine a probabilidade de uma das três linhas ficar preenchida com três bombons de amêndoa. Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Figura 2

b) Aos nove bombons com recheio de frutos secos, juntam-se vinte e dois bombons com recheio de caramelo. Selecionam-se, sucessivamente, ao acaso e sem reposição, três bombons. Considere os acontecimentos:
A: «o primeiro bombom tem recheio de frutos secos»;
B: «o segundo bombom tem recheio de frutos secos»;
C: «o terceiro bombom tem recheio de caramelo».
Justifique, sem recorrer à fórmula da probabilidade condicionada, que o valor da probabilidade $P(C \mid (A \cap \overline{B}))$ é $\frac{21}{29}$. Na sua resposta, tendo em conta o contexto descrito:

- interprete o significado de $P(C \mid (A \cap \overline{B}))$;
- explique o valor do numerador e o valor do denominador da fração apresentada.

Exame nacional de 2023 (fase especial)

Soluções:
1. D 2. 60%; 25% 3. 2/9 4. 4,13x10^{-4} 5. 4845; 61/969 6. A 7. A 8. 1/5 9. C 10. 0,216% 11. D
12. 0,1(63) 13. 2/21 14. B 15. 75075; 0,114 16. B 17. 2916; 0,504 18. D 19. 3% 20. 1.º
21. D 22. 120; 1/3 23. D 24. 70; 51% 25. C 26. 72; 2/9 27. A 28. C 29. 2/5 31. B 32. A
33. 0,134 34.16/17; 4% 35. D 36. 35%; 1/3; 1/15 38.C 39. 1/9 40. C 41. B 42. 13/23
43. D 44. 7/12; 64084800 45. D 46. 6%; 0,006 47. 0,336; 1/17 48. C 49. 6/7 50.C 51. 58%; 44%
53. D 55. C 56. 2/5, 8/15, 1/15; 1/7 57. D 58. 1/3; 11,6% 60. D 61. 9/22; 1/22 62. B 63. B 64. C
65. A 66. 0,42 67. 8/15; 10 68. D 69. C 70. C 71. 60; 1/11 72. 11 73. 81/253; 2/9 74. 4
75. A 76. B 77. 1437004800; 0,34 78. 16/45; 7/10 79. 11/12 80. D 81. A 82. A 83. C 84. 0,68
85. A 86. C 87. 16/49 88. 8/15 89. B 90. 840; 62; 3/1001 91. não 92. 75% 93. 1/2; 0,12
94. C 95. A 96. D 97. 10/19 98. D 99. C 100. C 102. ou 0 ou 1 ou 120 ou 12 ou 15840 103. C
105. B 106. 114240; 1/3; 2/5 107. 40 109. B 110. 0 111. C 112. B 113. C 114. 7/15; 195671700 116. C
117. D 118. 1/6 120. D 121. 74290 122. 94 123. D 124. 1/8 125. B 127. D 128. 0,071
130. B 131. ¼ 132. D 133. A 134. 1/3; ¾ 135. B 136. D 137. A 139. C 140. D 141. ½ 142. B 143. D
144. 18/29; 0,41 145. B 146. B 147. D 148. 0,35 150. 6/7; 14 151. Não 152. 1/3 153. 2/11; 25
154. ½ 155. C 156. 5/9 157. C 158. 0,86 159. D 160. 48; 2/3 161. 0,4; 17/90
162. P(A|B)<P(A)< $P(\overline{B} \mid A)$ 163. 1/15; são; 1872 164. C 165. C 166. 16/21 167. 1/10 168. C
169. B 170. 1/3 171. C 172. 2/5; 0,91 174. C 175. 1/8 176.B 178. 0,0002 179. D 180. B
181. 1/243 182. C 183. A 184. 1/2; 9123840 185. A 186. $^{(n/2)}C_2 \times n/2 \,/\, {}^{n}C_3$; ¼ e 3/14 187. B 188. 3/7
189. (n-3)/n 190. 0,54; 0,001 191. 5 e 2 192. 0,03 193. D; 40% 195. D; 0,003 196. B 197. 0,03
199. 48; B 200. 3/7 201. 0,38; D 202. B; 17280 203. 3/10 204. C 205. D 206. B 207. B
208. ½ 209. C 210. 45%; D 211. D 212. 0,01 213. B; 40% 214. B 216. D 217. 3/10
218. 5/6 219. 1/22 222. B; 13/28; 24 223. ¼ 224. 8 225. B 226. 1/7

O professor: Roberto Oliveira