Exercício 1

Seja $(u_n)_n$ uma sucessão definida por: $u_n = \frac{3}{2+5n}$

a)

Estude $(u_n)_n$ quanto à monotonia

$(u_{n+1}) - (u_n) < 0$ é monótona decrescente
$(u_{n+1}) - (u_n) > 0$ é monótona crescente

$$\left[\frac{2+5n}{2+5n}\right]\left[\frac{3}{5n+7}\right] - \left[\frac{3}{2+5n}\right]\left[\frac{5n+7}{5n+7}\right]$$

$$\frac{6+15n-15n-21}{(5n+7)(2+5n)}$$

$$\frac{-15}{(5n+7)(2+5n)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

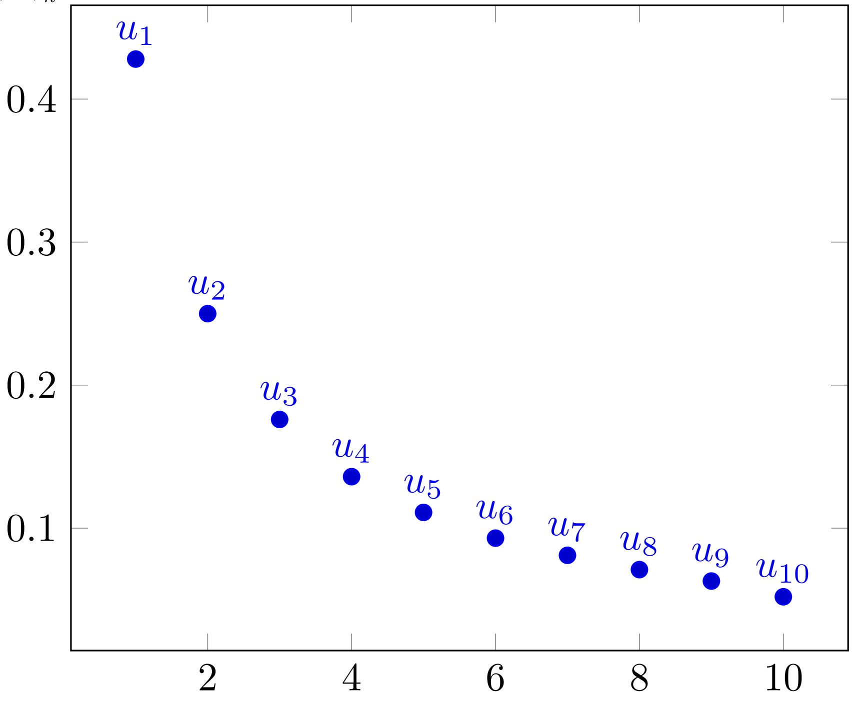
u_n é monótona decrescente

b)

$(u_n)_n$ é uma sucessão convergente? Justifique.

$$\lim_n \frac{3}{2+5n} = \frac{3}{+\infty} = 0$$

$(u_n)_n$ é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada.



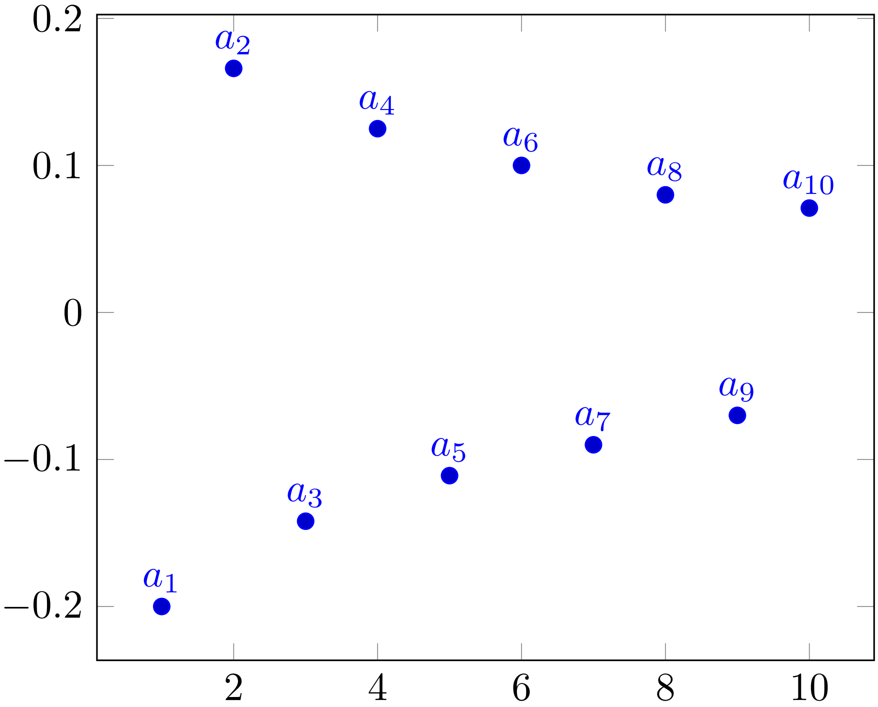
Exercício 2

Considere a uma sucessão $(a_n)_n$ de termo geral $a_n = \frac{(-1)^n}{n+4}$. Verifique se $(a_n)_n$ é limitada. Justifique a sua resposta.

$$a_n = \begin{cases} \text{Para n par: } \lim\limits_n \frac{1}{n+4} = \frac{1}{+\infty} = 0 \\ \text{Para n ímpar: } \lim\limits_n \frac{-1}{n+4} = \frac{-1}{+\infty} = 0 \end{cases}$$

$(a_n)_n$ é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada.

$$-\frac{1}{5} \leq a_n \leq \frac{1}{6}$$



Exercício 3

Determine, caso existam, os seguintes limites:

a)

$$\lim_n \left(\frac{\sqrt{n^2+1}}{3n-2} \right) \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=}$$

$$\lim_n \left(\frac{\cancel{n}\sqrt{1+\cancel{\frac{1}{n^2}}^{\,0}}}{\cancel{n}\left(3-\cancel{\frac{2}{n}}^{\,0}\right)} \right)$$

$$= \frac{\sqrt{1}}{3} = \frac{1}{3}$$

b)

$$\lim_n \left(2n - \sqrt{2+4n^2}\right) \overset{\infty-\infty}{=}$$

$$\lim_n \left(\frac{\left(2n-\sqrt{2+4n^2}\right)\left(2n+\sqrt{2+4n^2}\right)}{\left(2n+\sqrt{2+4n^2}\right)} \right)$$

$$\lim_n \frac{-2}{2n+\sqrt{2+4n^2}} = \frac{-2}{+\infty} = 0$$

c)

$$\lim_n \left(\frac{n+3}{n}\right)^{2n} \overset{1^\infty}{=}$$

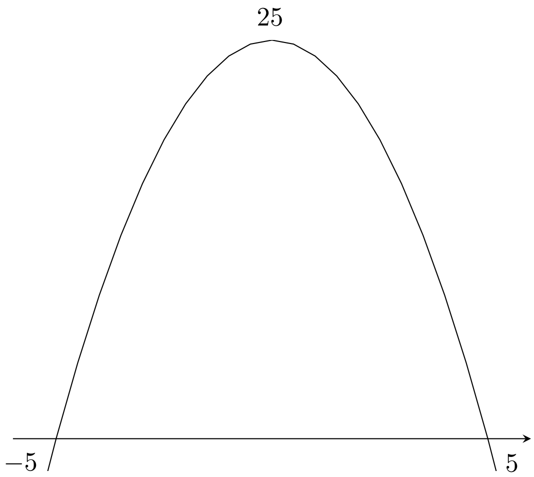
$$\lim_n \left[\left(1+\frac{3}{n}\right)^n\right]^2$$

$$= e^6$$

Exercício 4

Determine o domínio da função real de variável real definida por $f(x) = \frac{\sqrt{-x^2+25}}{x-5}$

C.A.

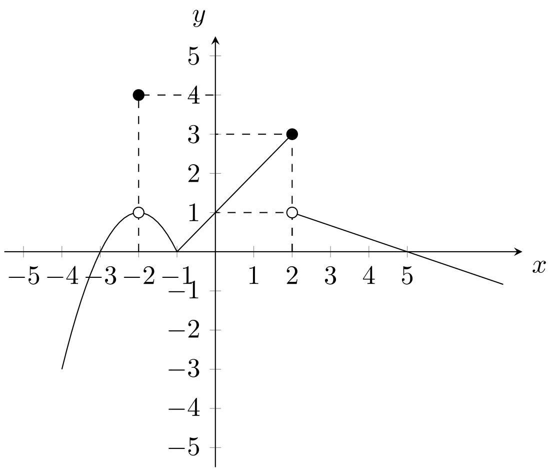


$-x^2+25 \geq 0 = [-5,5]$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : -x^2+25 \geq 0 \wedge x \neq 5\} = [-5,5[$$

Exercício 5

Na figura está representada graficamente a função g de domínio.
$]-4, \frac{15}{2}]$**.**



Indique:

i) **os zeros de g, se existirem;**

Os zeros são $-3, -1, 5$.

ii) **um intervalo em que g seja simultaneamente negativa e crescente;**

$]-4,-3[$

iii) **um intervalo em que g seja injetiva;**

$]-4,-3[$ e $]-1,2[$

iv) **o valor de $g(-2)$;**

O valor é 4.

v) **os valores de x para os quais $g(x) > 1$.**

$\{-2\} \cup]0, 2]$

Exercício 6

Considere a funcão quadrática f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = -2x^2 + 4x - 4$.

a)

Determine as coordenadas do vértice da parábola representativa do gráfico da função f escreva uma equação do eixo de simetria da parábola.

O vertíce da parábola é $V(1, -2)$ e a sua equação do eixo de simetria é $x = 1$

b)

Indique, justificando, o contradomínio de f.

$$D'_f =]-\infty, -2]$$

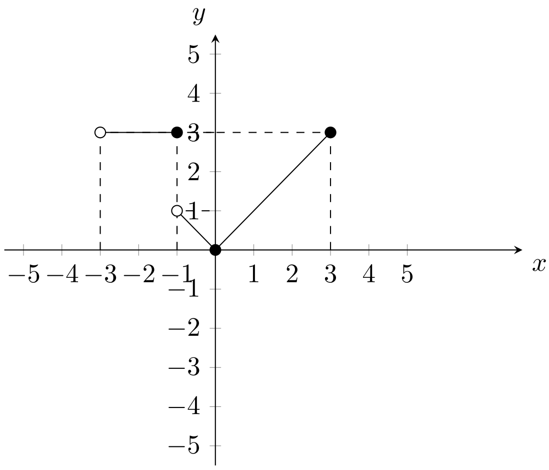
Conclui-se esse contradomínio porque é uma parábola com concavidade para baixo e -2 é a coordenada do

Exercício 7

Considere a função h real de domínio $]-3, 3]$ definida por:

$$h(x) = \begin{cases} -3, \text{ se } -3 < x \leq -1 \\ x, \text{ se } -1 < x \leq 3 \end{cases}$$

Represente graficamente a função $|h(x)|$. (Nota: não é necessário apresentar os cálculos.)



$$h_g =]-3,3]$$

$$h'_g = [0,3]$$

Exercício 8

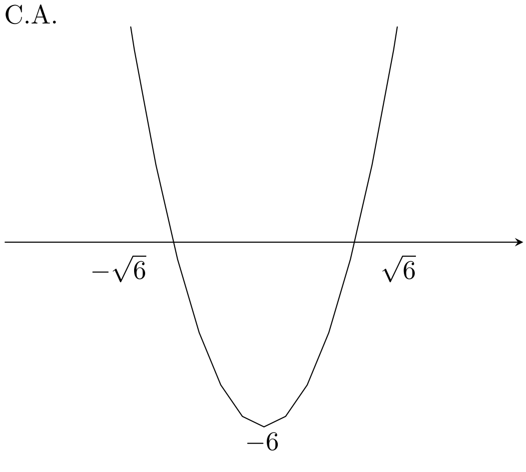
Resolva, em $\mathbb{R}$, a seguinte inequação: $x^3 - 6x \leq 0$. C.A.

$$x^3 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\sqrt{6} \vee x = \sqrt{6}$$

C.A.



x	$-\infty$	$-\sqrt{6}$		0		$\sqrt{6}$	$+\infty$
x	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
x^2-6	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x)\left(x^2-6\right)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Decrescente Decrescente

$$CS] -\infty, -\sqrt{6}] \cup [0, \sqrt{6}]$$

Exercício 9

Considere a função real de variável real definida pela expressão $f(x) = -2x^2 + 4x$. Determine analiticamente para que valores de $k \in \mathbb{R}$ a equação $f(x) = k$ tem duas soluções distintas.

Para ter duas soluções distintas então $\Delta > 0$.

$$-2x^2 + 4x = k$$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 4x - k = 0$$

C.A.

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow 16 - 8k > 0$$

$$\Leftrightarrow k < 2 \Leftrightarrow k \in]-\infty, 2[$$