LR MAT EXPLICAÇÕES

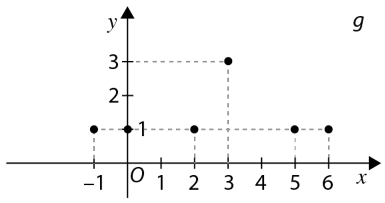
ANO: 10º ANO **DATA: FEV. 2019**

TEMA: RADICAIS. POLINÓMIOS. FUNÇÕES.

TIPO: FICHA DE REVISÕES Nº2

1. Considere as funções $f:\{-1,0,1,4,5\}\to\mathbb{R}$ e $g:\{-1,0,2,3,5,6\}\to\mathbb{R}$ definidas, respetivamente, por:

x	-1	0	1	4	5
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{8}$	-3	3



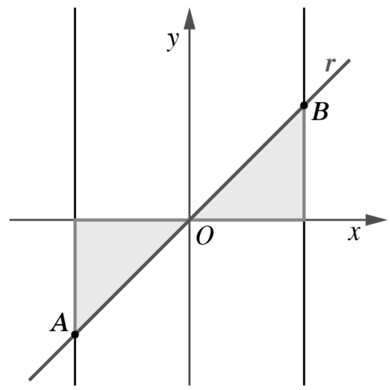
$(f\circ g)(5)$ é igual a:

(A) 1 **(B)** 3 **(C)** $\sqrt{2}$ **(D)** $2\sqrt{2}$

2. Na figura ao lado, estão representadas, num referencial O.n. xOy, duas retas verticais e a reta AB bissetriz dos quadrantes ímpares.

Os pontos A e B também pertencem às retas verticais e têm ordenadas iguais a -2 e 3, respetivamente.

2.1 Qual das condições seguintes define o domínio plano representado a sombreado, incluindo as fronteiras?



(A) $-2\le x\le 3\wedge\left[\left(y\le x\wedge y\ge 0\right)\vee\left(y\ge x\wedge y\le 0\right)\right]$

(B) $-2\le x\le 3\wedge\left[\left(y\ge x\wedge y\ge 0\right)\vee\left(y\le x\wedge y\ge 0\right)\right]$

(C) $-2\le x\le 3\wedge y\ge x\wedge y\le 0$

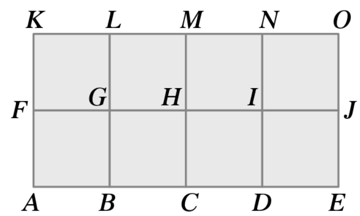
(D) $-2\le x\le 3\wedge\left[\left(y\le x\wedge y\le 0\right)\vee\left(y\ge x\wedge y\le 0\right)\right]$

2.2 Qual é a distância entre os pontos *A* e *B*?

(A) $\sqrt{13}$ **(B)** $5\sqrt{2}$ **(C)** $\sqrt{2}$ **(D)** $2\sqrt{5}$

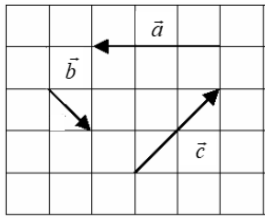
3. Na figura ao lado, o retângulo $[AEOK]$ está dividido em oito quadrados geometricamente iguais.

Podemos afirmar que $N+\overrightarrow{LD}-\overrightarrow{BE}$ é igual a:



(A) B **(B)** C **(C)** N **(D)** M

4. Na figura ao lado, estão assinalados segmentos de reta orientados que representam os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.



Tomando como unidade a medida do lado de cada quadrícula, em qual das opções seguintes está representada a norma do vetor $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$?

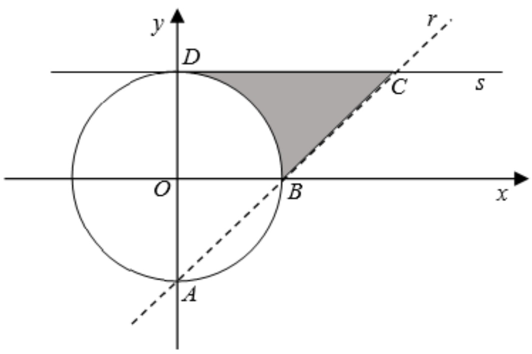
(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 6

5. Em qual das seguintes opções se tem um par de vetores colineares?

(A) $\left(\sqrt{6},-2\right);\left(\sqrt{3},-1\right)$ **(B)** $\left(\sqrt{3},-2\right);\left(-6,4\sqrt{3}\right)$

(C) $(5,0);(0,5)$ **(D)** $(1,-2);(-1,1)$

6. Considere, num plano munido de um referencial o.n. *xOy* a circunferência de equação $x^2+y^2=2$.



Sabe-se também que:

- a reta *r* interseta a circunferência nos eixos coordenados nos pontos *A* e *B*;
- a reta *s* é paralela ao eixo Ox e tangente à circunferência no ponto *D*;
- as retas *r* e *s* intersetam-se no ponto *C*.

6.1. Considere o ponto *P* de coordenadas $(-1,1)$.

Mostre que o ponto *P* pertence à circunferência.

6.2. Seja $\vec{u}=-2\overrightarrow{OP}$ e seja $Q=P+\vec{u}$.

Determine as coordenadas do ponto Q e refira, no contexto do problema, o significado de $[PQ]$.

6.3. Determine as coordenadas dos pontos *A*, *B* e *C.*

6.4. Justifique que a reta *r* é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

6.5. Escreva uma equação vetorial da reta *r*.

6.6. Defina por uma condição a região sombreada da figura.

7. Num referencial o.n. $Oxyz$, considere os vetores $\vec{u}(2,-1,m), m \in \mathbb{R}$ e $\vec{v}\left(-\frac{1}{3}, n, 2\right), n \in \mathbb{R}$..

7.1 Determine m e n de modo que os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sejam colineares.

7.2 Admita que $m=-2$. Determine as coordenadas do(s) vetor(es) colinear(es) com $\vec{u}$ de norma 1.

8. Considere os conjuntos:

$A = \{x \in \mathbb{R}: x < 1 \ \vee \ x \geq \pi\}$

$B = \{x \in \mathbb{R}: -2 < x < 2\}$

$C = \mathbb{R}_0^-$

O conjunto $\overline{A} \setminus (B \cup C)$ é igual a:

(A) $[2, \pi[$ **(B)** $[\pi, +\infty[$ **(C)** $[1, \pi[$ **(D)** $\mathbb{R}^+$

9. Considere os seguintes polinómios:

$A(x) = x^4 + 3x^3 - 10x^2 - 24x$

$B(x) = x^2 - 2x$

$C(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais, com $a \neq 0$

9.1. Determine o valor exato de $A(\sqrt{3}) + B(1-\sqrt{2})$.

9.2. Determine o quociente e o resto da divisão inteira de $A(x)$ por $B(x)$.

9.3. Decomponha o polinómio $A(x)$ num produto de fatores de grau 1, sabendo que -2 é raiz simples do polinómio.

9.4. Determine o conjunto-solução da condição $A(x) \geq 0$.

9.5. Determine os valores de a, b e c, sabendo que 3 é uma raiz de multiplicidade 2 do polinómio $C(x)$ e que o resto da divisão de $C(x)$ por $x-1$ é 6.

10. A expressão $\frac{x^2}{\sqrt[10]{x^8}}$, com $x > 0$, é igual a:

(A) x^2 **(B)** $x\sqrt[10]{x^2}$ **(C)** $x^2\sqrt[10]{x^8}$ **(D)** $x\sqrt[10]{x}$

11. Considere as proposições:

p: $\sqrt{\sqrt[3]{4}} = 2^{\frac{1}{3}}$

q: $\sqrt{(-3)^2} = -3$

r: $\sqrt[3]{(-2)^3} = -2$

Qual das seguintes proposições é falsa?

12. Qual dos seguintes números pertence ao intervalo $\left]6 \times 2^{-2}\,,\ 5^{\frac{1}{2}}\right[$?

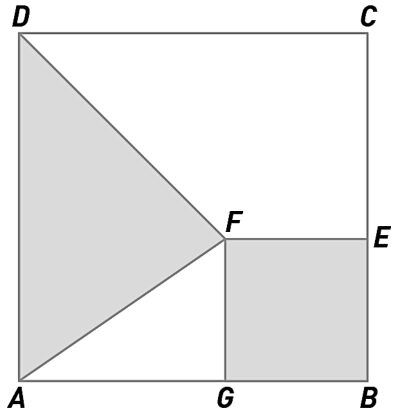
(A) 3 **(B)** $\frac{5}{7}$ **(C)** $1{,}7$ **(D)** $\frac{7}{2}$

13. Na figura estão representados dois quadrados e um triângulo

O triângulo [*AFD*] e os quadrados [*ABCD*] e [*BEFG*].

Fixada uma unidade de comprimento, sabe-se que:

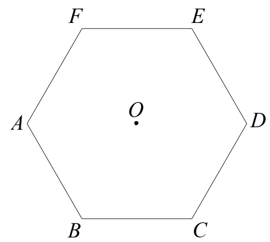
- a área do quadrado [*ABCD*] é 48.
- o perímetro do quadrado [*BEFG*] é $8\sqrt{2}$.
- Mostra que:



13.1 o perímetro do quadrado [*ABCD*] é igual a $16\sqrt{3}$;

13.2 a área do triângulo [*AFD*] é igual a $24 - 4\sqrt{6}$.

14. Na figura está representado o hexágono regular $[ABCDEF]$ de centro no ponto O .



Qual das seguintes igualdades é **falsa**?

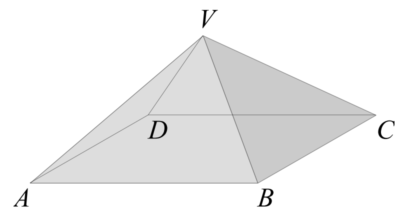
(A) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CD}$

(B) $E + \left(\overrightarrow{FO} - \overrightarrow{CD}\right) = C$

(C) $\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{CO}\right) + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{OA}$

(B) $\frac{1}{2}\overrightarrow{CF} - 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AE}$

15. Fixado um referencial ortonormado do espaço considere a pirâmide quadrangular regular de vértice V e base $[ABCD]$. Sabe-se que $A(-2,-1,4)$ e $C(0,1,-4)$.



15.1 Mostre que $x + y - 4z + 1 = 0$ é uma equação do plano BVD

15.2 Sabendo que o vértice V pertence à reta definida pelo sistema de equações paramétricas $\begin{cases} x = k \\ y = 2k\,,\ k \in \sim \\ z = k \end{cases}$, mostre que V tem coordenadas $(1,2,1)$.

15.3 Determine uma equação vetorial da reta MV em que M é o ponto médio do segmento $[AC]$

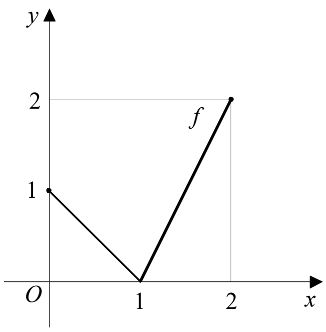
15.4 Determine a medida do volume da pirâmide.

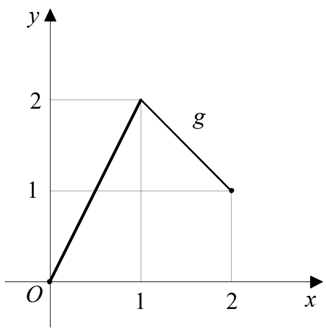
16. Considere a proposição $\forall x, (x \leq 2\ \vee\ x > 1)$. Qual das seguintes proposições é equivalente à negação da anterior?

(A) $\forall x, (x > 2\ \wedge\ x \leq 1)$ **(B)** $\exists x: (x > 2\ \wedge\ x \leq 1)$

(C) $\exists x: (x > 2\ \vee\ x \leq 1)$ **(D)** $\exists x: (x \geq 2\ \wedge\ x < 1)$

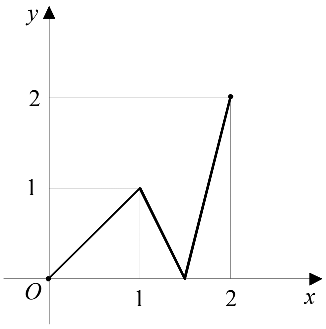
17. Considere duas funções f e g, de domínio $[0, 2]$, cujos gráficos se apresentam a seguir.



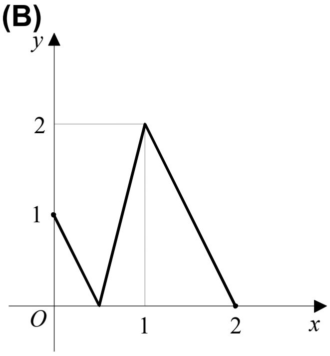


Qual das seguintes opções pode corresponder ao gráfico da função $f \circ g$?

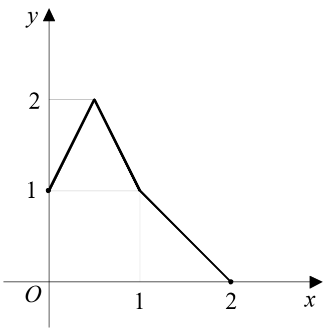
(A)



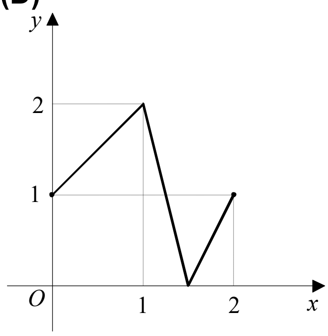
(B)



(C)



(D)



18. Considera o polinómio: $P(x) = x^4 - 2x^3 + 2x - 1$.

Qual é a multiplicidade de raiz 1?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4

19. Resolve a seguinte equação, apresentado a resposta com denominador racional.

$$x\sqrt{8} - 4 = x\sqrt{3} - 2$$

20. Mostra que a proposição $\sqrt{50} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ é verdadeira.

21. Calcula simplificando o resultado o mais possível:

(a) $\sqrt{2} \times \sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{10}$

(b) $\sqrt[3]{18} : \sqrt[3]{9} \times \left(\sqrt[3]{2}\right)^2$

(c) $\sqrt{\sqrt{36}} + \sqrt{24} + \sqrt{54} - \sqrt{216}$

22. Racionaliza os denominadores seguintes.

(a) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ (b) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ (c) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

(d) $\frac{2}{\sqrt{3}-3}$ (e) $\frac{3}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}}$ (f) $\frac{7+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$

23. Considera os conjuntos A e B tais que $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ e $B = \{-10, -5, 0, 5, 10\}$.

Representa em extensão os seguintes conjuntos:

(a) $A \cap B$ (b) $A \cup B$

(c) $B \backslash A$ (d) $A \cap \mathbb{N}$

24. Considera as funções reais de variável g e h definidas em $\mathbb{R}$ por $g(x) = 4x - 2$ e $h(x) = -3x + 5$.

24.1 Calcula:

(a) $(g \circ h)(-2)$ (b) $(h \circ g)(-2)$

24.2 Determina a expressão algébrica que define as funções:

(a) $(g \circ h)(x)$ (b) $(h \circ g)(x)$

25. Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

(A) Toda a função real de variável real injetiva é também sobrejetiva.

(B) Toda a função real de variável real sobrejetiva é também injetiva.

(C) Toda a função real de variável real bijetiva é também sobrejetiva.

(D) Toda a função real de variável real injetiva é também bijetiva.

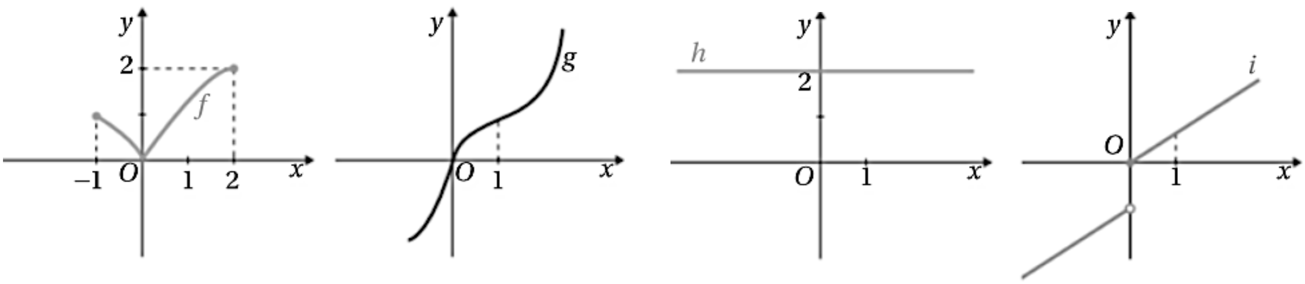
26. Considera a função g definida por: $g: \{0, 1, 4, 9\} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$

26.1. Indica: (a) D_g; (b) o conjunto de chegada de g; (c) D'_g

26.2. Determina $f(C)$, sendo $C = \{0,1,4\}$.

26.3. Determina o gráfico da função $f|_D$, sendo $D = \{1,4,9\}$.

27. Considera as funções f, g, h e i, representadas pelo seu gráfico cartesiano.
Indica, justificando, as que são não injetivas.



28. Considera a função f representada no referencial cartesiana da figura.

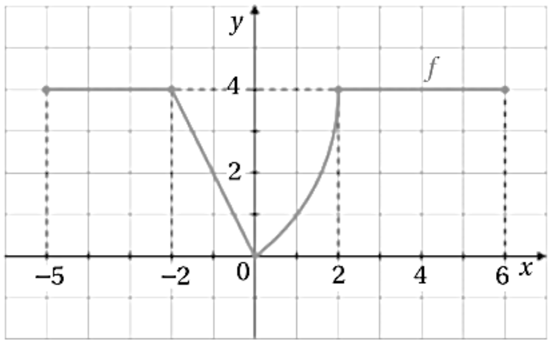
29.1 Indica D_f e D'_f.

29.2 Sendo g a função real de variável real definida por $g(x) = \sqrt{3x+4}$, determina:

(a) $(g \circ f)(-2)$

(b) $(f \circ g)(7)$

(c) $(g \circ f)(0)$



29. Considera a função f associada ao seguinte gráfico:

$$G_f = \{(1,2), (2,2), (3,1), (4,2), (5,4), (6,5)\}$$

29.1. Completa a frase seguinte de forma a obteres uma afirmação verdadeira:
"A função f é não injetiva pois os objetos ____, ____ e _____ têm a mesma imagem".

29.2. Indica o conjunto de chegada da função f, de forma que f seja sobrejetiva.

30. Para cada alínea, indica, justificando, se a função definida pelo seu gráfico é bijetiva.

30.1 $f: \{1,2,3\} \to \{1,2,3\}$; $G_f = \{(1,2), (2,1), (3,3)\}$

30.2 $g: \{1,2,3\} \to \{1,2\}$; $G_g = \{(1,2), (2,1), (3,1)\}$

30.3 $h: \{1,2\} \to \{1,2,3\}$; $G_g = \{(1,2), (2,1)\}$

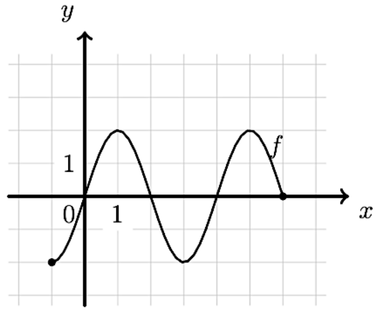
30.4 $g: \{1,2,3\} \to \{1,2\}$; $G_g = \{(1,2), (2,1), (3,1)\}$

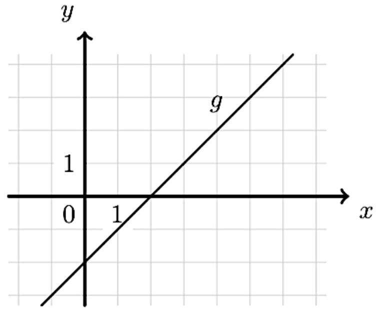
30.5 $j: \{2\} \to \{2\}$; $G_i = \{(2,2)\}$

30.6 $k: \{1,2,3\} \to \{1,2,3,4\}$; $G_g = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$

31. Na figura em baixo, à esquerda, está representado o gráfico de uma função f, de domínio $[-1,6]$, e, na figura da direita, está representada parte do gráfico de uma função g, de domínio $\mathbb{R}$.

Tal como as figuras sugerem, em ambas as funções, todos os objetos inteiros têm imagens inteiras.





Quais são os zeros da função $g \circ f$? (o símbolo $\circ$ designa a composição de funções)

(A) 0 e 4 (B) 1 e 5 (C) -1 e 3 (D) 2 e 6

32. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por: $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3x^2 - 13$.

Considera, para cada número real k, a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = kx + 2$.

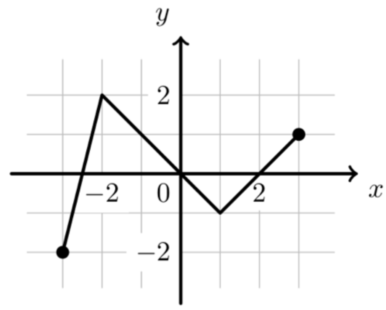
Determine o valor de k para o qual se tem $(g \circ f)(-3) = 6$.

33. Seja f a função cujo gráfico está representado na figura ao lado.

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = -x + 3$.

Qual é o valor de $(g \circ f)(3)$?

(o símbolo $\circ$ designa a composição de funções)



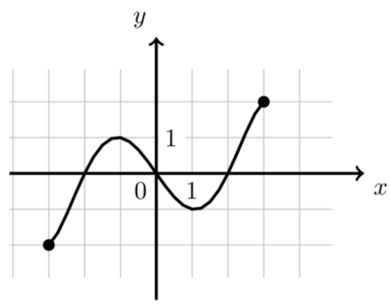
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

34. Seja f a função cujo gráfico está representado a figura ao lado.

Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = -2x + 1$.

Qual é o valor de $(f \circ g)(2)$?

(o símbolo $\circ$ designa a composição de funções)



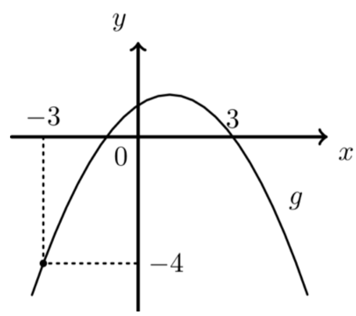
(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

35. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função g.

Seja f a função de domínio $\mathbb{R}$ definida por $f(x) = |x|$.

Qual é o valor de $(f \circ g)(-3)$?

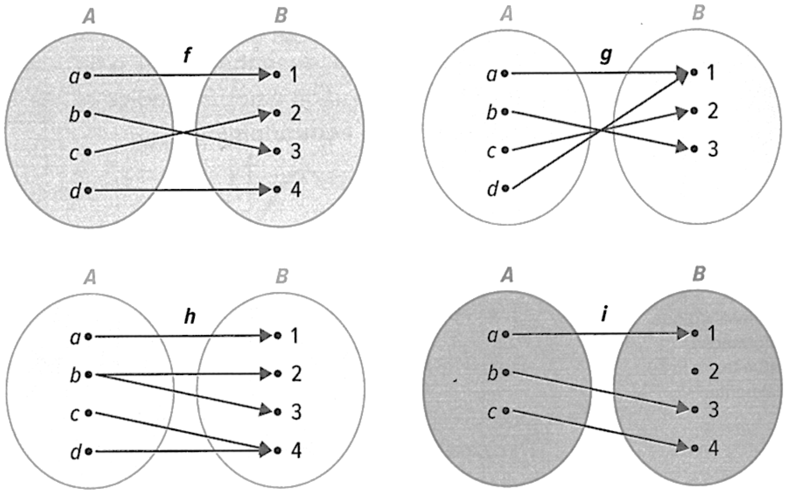
(o símbolo $\circ$ designa a composição de funções)



(A) -4 (B) 0 (C) 3 (D) 4

36. Considera as seguintes correspondências:

36.1 Qual das correspondências não é uma função:



(A) f (B) g (C) h (D) i

36.2 Qual das correspondências é uma função bijetiva?

(A) f (B) g (C) h (D) i

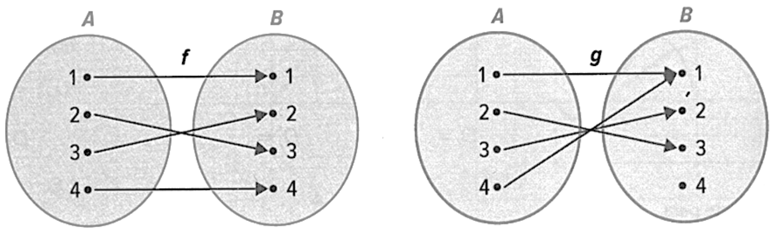
36.3 Qual das correspondências é uma função injetiva e **não** sobrejetiva?

(A) f (B) g (C) h (D) i

36.4 Qual das correspondências é uma função sobrejetiva e **não** injetiva?

(A) f (B) g (C) h (D) i

37. Considera as seguintes funções:



37.1 Qual é o valor de $(g \circ f)(4)$?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

37.2 Qual é o valor de $(f \circ g)(4)$?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

38. Considera os conjuntos $A = \{0,2,4,6\}$ e $B = \{0,1,3,5,7,9\}$ e as funções $f: A \to \mathbb{Z}$ e $g: B \to \mathbb{Z}$ tais que:

$$f(x) = 2x + 1; \quad g(x) = 3 - x$$

Determina o domínio e o contradomínio da função $g \circ f$ e representa a função através de um diagrama de setas.

39. Considera os conjuntos $A = \{-2,-1,0,1,2\}$ e $B = \{-4,-3,-2,-1,0,1\}$ e as funções $g: A \to \mathbb{Z}$ e $h: B \to \mathbb{Z}$ tais que: $g(x) = -x^2$ e $h(x) = 1 - x$.

39.1 Determina o domínio da função $g \circ h$.

39.2 Determina o contradomínio de $g \circ h$.

39.3 Determina: (a) $g \circ h(0)$ (b) $g \circ h(-1)$ (c) $h \circ h(1)$ (d) $g \circ g(-1)$