LR MAT EXPLICAÇÕES

ANO: 10º ANO **DATA: ABR**

TEMA: ESTUDO ELEMENTAR DA FUNÇÃO QUADRÁTICA (AULA 2)

TIPO: GUIÃO DE APOIO – PARTE I #ESTUDOEMCASA

Acede à aula a partir do link:

https://www.facebook.com/SRE.GRM/videos/2465735587071249/

Como determinar o vértice de uma parábola?

Método 1 – Conhecendo os zeros

Exemplo 1: $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$

- Determinar os zeros:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times 4}}{2 \times 2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2$$

- $x_{Vértice} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$

- $y_{vértice} = f\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 6 \times \frac{3}{2} + 4$

$$= -\frac{1}{2}$$

As coordenadas dos vértices são $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

Exercício 1

Determina as coordenadas dos vértices das parábolas que correspondem ao gráfico das funções definidas como se segue, recorrendo ao método 1.

1.1) $f(x) = x^2 + 4x + 3$

1.2) $g(x) = -3x^2 + 12x - 12$

Nota: Este método só pode ser aplicado se a função quadrática tiver um $(\Delta = 0)$ ou dois zeros $(\Delta > 0)$.

Método 2 – Complemento do quadrado

Exemplo 2: $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$

$$f(x) = 2(x^2 - 3x + 2)$$

Colocar o coeficiente do termo de maior grau em evidência.

$$= 2\left(\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2\right)^2$$

Completar o quadrado e compensar.

$$= 2\left(\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \frac{8}{2}\right)^2$$

$$= 2\left(\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right)$$

$$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{2}{4}$$

$$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$$

As coordenadas do vértice da parábola são $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

Exercício 2

Determina as coordenadas dos vértices das parábolas que correspondem ao gráfico das funções definidas como se segue, recorrendo ao método 2.

2.1) $f(x) = x^2 + 4x + 3$

2.2) $g(x) = -3x^2 + 12x - 12$

Método 3 – $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

Exemplo 3: $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$

$$a = 2; b = -6; c = 4$$

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2 \times 2} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{4}{4 \times 2} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

C.A. $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 2 \times 4 = 4$

As coordenadas do vértice da parábola são $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

Exercício 3

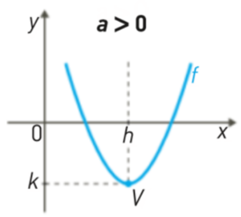
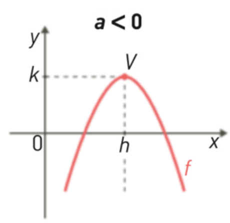
Determina as coordenadas dos vértices das parábolas que correspondem ao gráfico das funções definidas como se segue, recorrendo ao método 3.

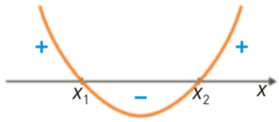
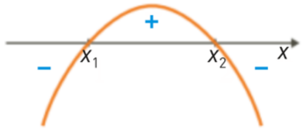
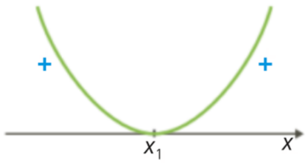
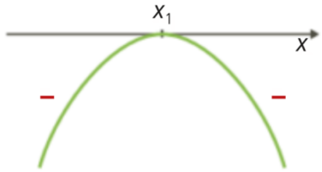
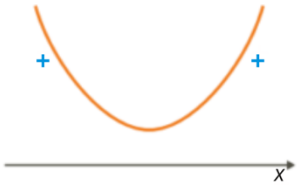
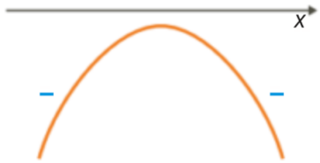
3.1) $f(x) = x^2 + 4x + 3$

3.2) $g(x) = -3x^2 + 12x - 12$

estudo elementar de uma função quadrática

Domínio	$\mathbb{R}$

		
Eixo de simetria	$x = h$	$x = h$
Contradomínio	$D' = [k, +\infty[$	$D' =]-\infty, k]$
Monotonia	Decrescente: $]-\infty, h]$ Crescente: $[h, +\infty[$	Crescente: $]-\infty, h]$ Decrescente: $[h, +\infty[$
Extremos	k é mínimo absoluto	k é máximo absoluto

	$a > 0$	$a < 0$
2 zeros $(\Delta > 0)$	 f é positiva em $]-\infty, x_1[\, \cup \,]x_2, +\infty[$ f é negativa em $]x_1, x_2[$	 f é negativa em $]-\infty, x_1[\, \cup \,]x_2, +\infty[$ f é positiva em $]x_1, x_2[$
1 zero $(\Delta = 0)$	 f é positiva em $\mathbb{R}\backslash\{x_1\}$	 f é negativa em $\mathbb{R}\backslash\{x_1\}$
Não tem zeros $(\Delta < 0)$	 f é positiva em $\mathbb{R}$	 f é negativa em $\mathbb{R}$

Exercício 4

Estuda cada uma das funções em relação:

- ao domínio;
- ao contradomínio;
- ao vértice;
- ao sentido da concavidade do gráfico;
- ao eixo de simetria;
- à existência de zeros;
- à monotonia;
- à existência de extremos;
- ao sinal.

4.1) $f(x) = 2x^2 - 8x + 12$

4.2) $g(x) = x^2 + 2x + 1$

4.3) $h(x) = -x^2 - 2x - 6$