

Duração: 90 minutos

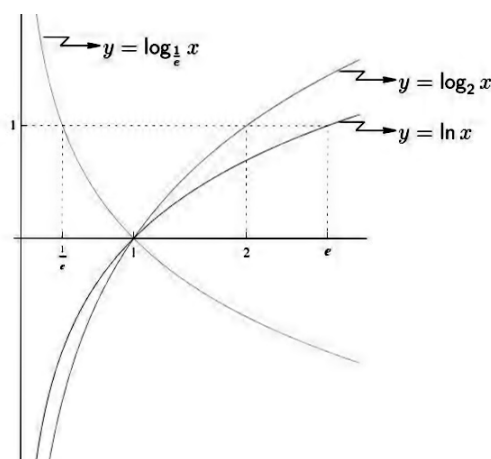
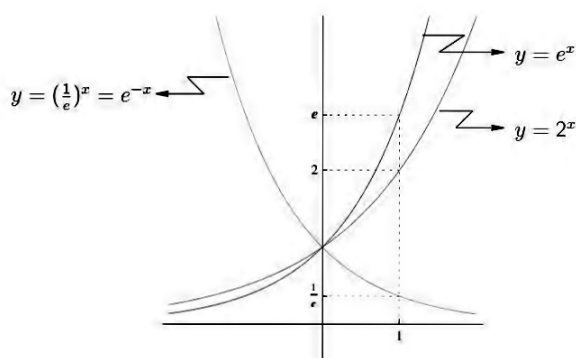
Nome:

N.º de identificação civil:

Turma:

Formulário

Gráficos de funções exponenciais e logarítmicas



Regras de derivação

$$(a)' = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$(x)' = 1$$

$$(ax + b)' = a \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

$$(ax^p)' = apx^{p-1} \quad (a \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^n)' = n f^{n-1} f' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$\left(\sqrt[n]{f}\right)' = \frac{f'}{n \sqrt[n]{f^{n-1}}} \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$(\sin f)' = f' \cos f$$

$$(\cos f)' = -f' \sin f$$

$$(\operatorname{tg} f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$$

$$(e^f)' = f' e^f$$

$$(a^f)' = f' a^f \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$$

$$(\log_a f)' = \frac{f'}{f \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

Cotações:

1. a) 12 b) 10 2. a) 12 b) 12 3. a) 12 b) 8 c) 8 4. 15 5. a) 12 b) 12 6. 12
7. 15 8. a) 12 b) 12 c) 12 9. a) 12 b) 12

Exercício 1 Considere a sucessão $(u_n)_n$, definida por $u_n = \frac{2n}{3n+5}$.

a) Mostre que a sucessão $(u_n)_n$ é uma sucessão convergente.

b) A sucessão $(u_n)_n$ é uma sucessão limitada? Justifique a sua resposta.

Exercício 2 Determine, caso existam, os seguintes limites:

a) $\lim_n (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$;

b) $\lim_n \left(1 + \frac{5}{n+1}\right)^{\frac{n+1}{5}}$.

Exercício 3 Considere a função quadrática f , de domínio \mathbb{R} , definida por $f(x) = -x^2 + 4x + 3$.

a) Mostre que o vértice da parábola definida pelo gráfico de f é $V(2, 7)$.

b) Indique o contradomínio de f .

c) Indique, caso existam, o máximo e o mínimo absoluto de f .

Exercício 4 Resolva em \mathbb{R} a seguinte inequação fracionária : $\frac{x^2+2}{-x^2+2x} > 0$.

Exercício 5 Considere a função polinomial definida em \mathbb{R} por $p(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

a) Mostre, usando a regra de Ruffini, que $p(x) = (x - 1)(x^2 - 4)$, para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

b) Determine $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - x^2 - 4x + 4)$.

Exercício 6 Calcule y' , sendo: $y = \frac{x^3 + 1}{x}$.

Exercício 7 Considere a função f definida por $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 5x - 10$. Determine, na forma reduzida, a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 2.

Exercício 8 Considere a função real, de variável real, definida por $g(x) = 5 - 3^{2x+3}$.

a) Determine o domínio e o contradomínio da função g .

b) Caracterize a função inversa da função g .

c) Resolva em \mathbb{R} a seguinte equação: $g(x) = -4$.

Exercício 9 Resolva, em \mathbb{R} , as seguintes condições:

a) $\ln(-x + 5) = \ln(-2x)$;

b) $(x + 3) \cdot 3^x - 3^x = 0$.