

Duração: 120 minutos

Nome:

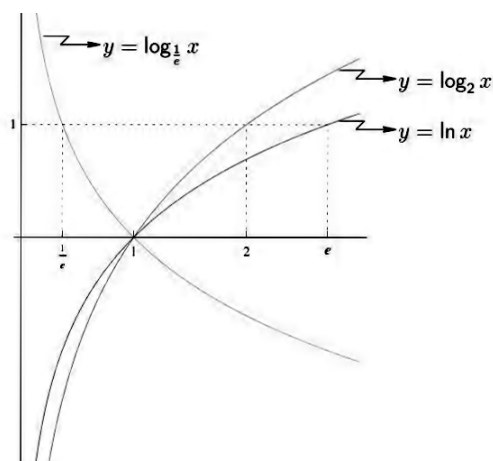
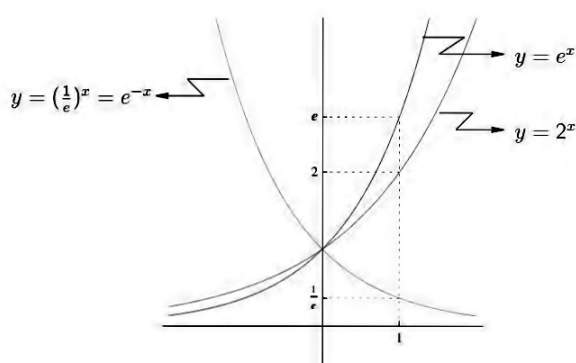
Turma:

Formulário

$d_{P,r} = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ dá a distância do ponto $P(x_0, y_0)$ à reta r de equação $Ax + By + C = 0$

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Gráficos de funções exponenciais e logarítmicas



Regras de derivação

$$(a)' = 0 \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$(x)' = 1$$

$$(ax + b)' = a \quad (a, b \in \mathbb{R})$$

$$(ax^p)' = apx^{p-1} \quad (a \in \mathbb{R}, p \in \mathbb{Z} \setminus \{0\})$$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(fg)' = f'g + fg'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

$$(f^n)' = n f^{n-1} f' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(e^f)' = f' e^f$$

$$(a^f)' = f' a^f \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$$

$$(\log_a f)' = \frac{f'}{f \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

Justifique convenientemente todas as suas respostas.

Exercício 1 Efetue e simplifique:

$$5(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} - 2)^2.$$

Exercício 2 Escreva na forma de uma potência de base 3, recorrendo às regras de operações com potências,

$$\frac{27^{-1} \times 3^2}{9^2}.$$

Exercício 3 Resolva, em \mathbb{R} , as seguintes condições:

a) $(x^2 - 1)(x + 2) = 0;$

b) $|2x - 1| = 1.$

Exercício 4 Considere os vetores $\vec{v} = (-\frac{3}{2}, -1)$ e $\vec{a} = (-1, 2)$. Determine:

a) $2\vec{v} - \vec{a}$;

b) $\|\vec{v}\|$.

Exercício 5 Considere, em \mathbb{R}^2 , a circunferência \mathcal{C} definida pela equação $x^2 - 6x + y^2 + 2y = -1$. Calcule as coordenadas do centro da circunferência e o respectivo raio.

Exercício 6 Determine uma expressão geral das soluções reais da equação $-2 \sin x - 2 = 0$.

Exercício 7 Calcule y' , sendo: $y = (2x - 3)^3$

Exercício 8 Considere a reta r definida por $r: -3x - y + 5 = 0$ e o ponto $P(1, 0)$.

a) Indique as coordenadas de um vetor diretor da reta.

b) Determine a distância do ponto P à reta r .

Exercício 9 Resolva, em \mathbb{R} , a inequação $\log(x - 1) - \log(5 - x) \geq 0$.

Exercício 10 Resolva, em \mathbb{R} , a seguinte equação: $\frac{x^2 + 3x}{x^2 - 9} = 0$.

Exercício 11 Seja $(u_n)_n$ a sucessão definida por: $u_n = \frac{n-3}{2n}$.

a) Estude $(u_n)_n$ quanto à monotonia.

b) Diga, justificando, se $(u_n)_n$ é uma sucessão convergente e se é uma sucessão limitada.

Exercício 12 Determine, caso existam, os seguintes limites:

a) $\lim_n \left(\sqrt{n-1} - \sqrt{n+2} \right);$

b) $\lim_n \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{2n}.$

Exercício 13 Considere a função real de variável real definida por $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$.

a) Determine o domínio de f .

b) Averigue se o ponto de coordenadas $(6, 2)$ pertence ao gráfico de f .

Exercício 14 Considere a função real, de variável real, definida por $f(x) = 5 - \ln(x + 5)$.

a) Determine o domínio e o contradomínio da função f .

b) Caracterize a função inversa da função f .

Cotação:

**1. 10 2. 10 3.a) 8 3.b) 8 4.a) 10 4.b) 10 5. 10 6. 10 7. 8 8.a) 8 8.b) 10
9.10 10.10 11.a) 10 11.b) 8 12.a) 10 12.b) 10 13.a) 10 13.b) 10 14.a) 10 14.b) 10**

FIM DA PROVA