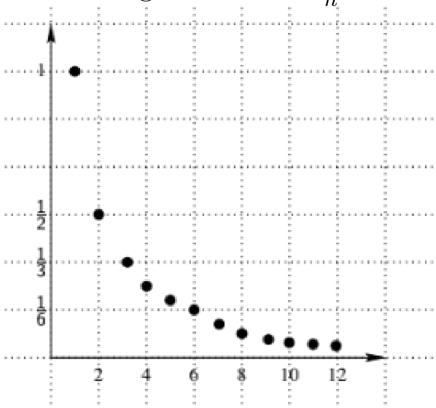
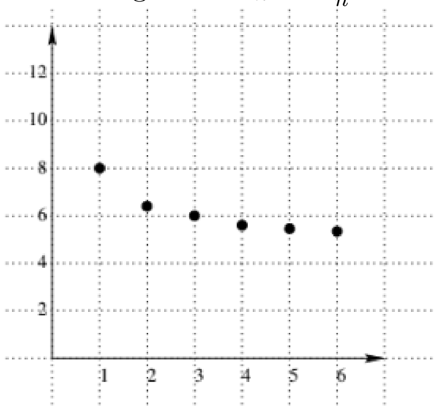
Exercício 1.

Figura 1: $a_n = \frac{1}{n}$



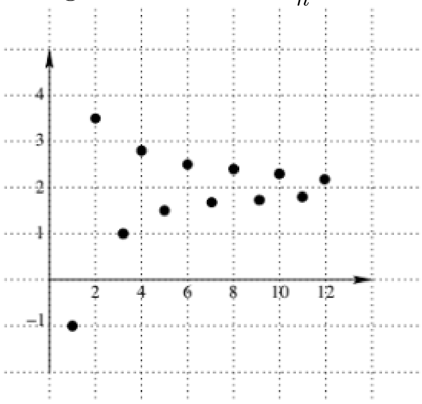
A sucessão a_n é limitada e monótona portanto convergente

Figura 2: $b_n = \frac{5n+3}{n}$



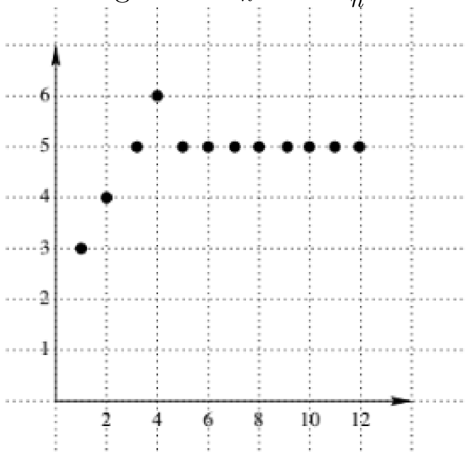
A sucessão b_n é limitada e monótona portanto convergente

Figura 3: $c_n = \frac{3(-1)^n+2n}{n}$



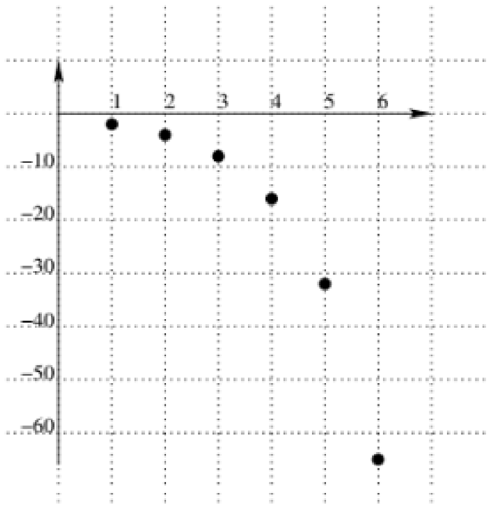
A sucessão c_n é limitada, não monótona mas convergente

Figura 4: $d_n = \frac{3(-1)^n+2n}{n}$



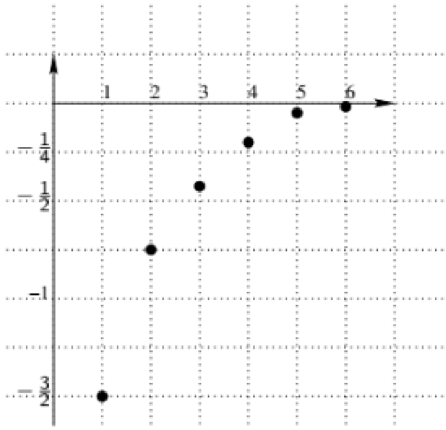
A sucessão d_n é limitada, não monótona mas convergente

Figura 5: $e_n = \frac{3(-1)^n+2n}{n}$



A sucessão e_n não é limitada, é monótona e não convergente

Figura 6: $f_n = \frac{3(-1)^n+2n}{n}$



A sucessão f_n é limitada e monótona portanto convergente

Exercício 2. Considere a sucessão de termo geral $a_n = 3 - 2n$

a) Determine os três primeiros termos da sucessão.

$$a_1 = 3 - 2 \cdot 1 = 1$$

$$a_2 = 3 - 2 \cdot 2 = -1$$

$$a_3 = 3 - 2 \cdot 3 = -3$$

b) Averigue se -17 é termo da sucessão.

$$3 - 2n = -17$$

$$n = 10$$

Confirmação:

$$a_{10} = 3 - 2 \cdot 10 = -17$$

c) Estude a sucessão a_n quanto à monotonia.

Exercício 3. a)

$$\lim_n \left(\frac{2+3n}{5n}\right) = \lim_n \left(\frac{\cancel{n}\left(\cancelto{0}{\frac{2}{n}} + 3\right)}{\cancel{n}(5)}\right) = \frac{3}{5}$$

b)

$$\lim_{n} \left(\frac{3n^2+4n-2}{4n^2-3n+5}\right) = \lim_{n} \left(\frac{\cancel{n^2}\left(3+\cancelto{0}{\frac{4}{n}}-\cancelto{0}{\frac{2}{n^2}}\right)}{\cancel{n^2}\left(4-\cancelto{0}{\frac{3}{n}}+\cancelto{0}{\frac{5}{n^2}}\right)}\right) = \frac{3}{4}$$

c)

$$\lim_{n} \left(\frac{3n^2+1}{4n^3+5}\right) = \lim_{n} \left(\frac{\cancel{n^2}\left(3+\cancelto{0}{\frac{1}{n^2}}\right)}{\cancel{n^3}(4)}\right) = \lim_{n} \left(\frac{3}{4n}\right) = 0$$

d)

$$\lim_{n} \left(\frac{3n^3+4n^2-3n+2}{4n^2+3n+2}\right) = \lim_{n} \left(\frac{\cancel{n^3}\left(3+\cancelto{0}{\frac{4}{n}}-\cancelto{0}{\frac{3}{n^2}}+\cancelto{0}{\frac{2}{n^3}}\right)}{\cancel{n^2}\left(4+\cancelto{0}{\frac{3}{n}}+\cancelto{0}{\frac{2}{n^2}}\right)}\right) = \lim_{n} \left(\frac{3n}{4}\right) = +\infty$$

e)

$$\lim_{n} \left(5(-1)^n\right) \begin{cases} \text{-5 se n é ímpar} \\ \text{5 se n é par} \end{cases} \quad \text{Limite não existe}$$

f)

$$\lim_{n} \left(\sqrt{n^3+3} = \lim_{n} \sqrt{n^2\left(n+\frac{3}{n^2}\right)}\right) = \lim_{n} |n|\sqrt{n+\frac{3}{n^2}} = \lim_{n} n\sqrt{n+\frac{3}{n^2}} = +\infty$$

g)

$$\lim_{n} \frac{\sqrt{4n^2+1}}{n+3} = \lim_{n} \frac{\sqrt{n^2\left(4+\frac{1}{n^2}\right)}}{n\left(1+\frac{3}{n}\right)} = \lim_{n} \frac{|n|\sqrt{4+\frac{1}{n^2}}}{n\left(1+\frac{3}{n}\right)} = \lim_{n} \frac{\cancel{n}\sqrt{4+\frac{1}{n^2}}}{\cancel{n}\left(1+\frac{3}{n}\right)} = 2$$

h)

$$\lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} - \frac{1}{\sqrt{n^2+2}}\right)$$

$$= \lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\right) - \lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}\right)$$
$$0 - 0 = 0$$

i)

$$\lim_{n} \left(\frac{1}{\sqrt{n^4+2}-\sqrt{n^4+3}}\right) = \lim_{n} \left(\frac{\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}}{\left(\sqrt{n^4+2}-\sqrt{n^4+3}\right)\left(\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}\right)}\right)$$

$$= \lim_{n} \left(\frac{\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}}{-1}\right)$$
$$= -\lim_{n} \left(\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n^4+3}\right)$$
$$= -\lim_{n} \left(\sqrt{n^4\left(1+\frac{2}{n^4}\right)}+\sqrt{n^4\left(1+\frac{3}{n^4}\right)}\right) = -\lim_{n} \left(|n|\sqrt{1+\frac{2}{n^4}}+|n|\sqrt{1+\frac{3}{n^4}}\right)$$

j)

$$\lim_{n} \left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-n}\right)$$
$$= \lim_{n} \left(\frac{\left(\sqrt{n^2+2}-\sqrt{n^2-n}\right)\left(\sqrt{n^2+2}+\sqrt{n^2-n}\right)}{\left(\sqrt{n^2+2}+\sqrt{n^2-n}\right)}\right)$$
$$= \lim_{n} \left(\frac{2+n}{\left(\sqrt{n^2+2}+\sqrt{n^2-n}\right)}\right)$$
$$= \lim_{n} \left(\frac{n\left(\frac{2}{n}+1\right)}{\sqrt{n^2\left(1+\frac{2}{n^2}\right)}+\sqrt{n^2\left(1-\frac{1}{n}\right)}}\right)$$
$$= \lim_{n} \left(\frac{n\left(\frac{2}{n}+1\right)}{|n|\left(\sqrt{1+\frac{2}{n^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{n}}\right)}\right)$$

$$= \lim_{n} \left(\frac{\cancel{n}\left(\frac{2}{n}+1\right)}{\cancel{n}\left(\sqrt{1+\frac{2}{n^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{n}}\right)} \right)$$

$$= \frac{1}{2}$$