

Exercicio 1

Seja $(u_n)_n$ uma sucessão definida por: $u_n = \frac{1-3n}{n+1}$

a)

Verifique se $-\frac{14}{5}$ é um dos termos de $(u_n)_n$

$$\frac{1-3n}{n+1} = -\frac{14}{5}$$

$$n = 19$$

$$u_{19} = -\frac{14}{5}$$

b)

Estude $(u_n)_n$ quanto à monotonia

$(u_{n+1}) - (u_n) < 0$ é monótona decrescente

$(u_{n+1}) - (u_n) > 0$ é monótona crescente

$$\left[\frac{n+1}{n+1} \right] \left[\frac{-3n-2}{n+2} \right] - \left[\frac{1-3n}{n+1} \right] \left[\frac{n+2}{n+2} \right]$$

$$\frac{-3n^2 - 3n - 2n - 2}{(n+1)(n+2)} - \frac{n+2 - 3n^2 - 6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-3n^2 - 3n - 2n - 2 - n - 2 + 3n^2 + 6n}{(n+1)(n+2)}$$

$$\frac{-4}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

u_n é monótona decrescente

c)

$(u_n)_n$ é uma sucessão convergente? E limitada? Justifique.

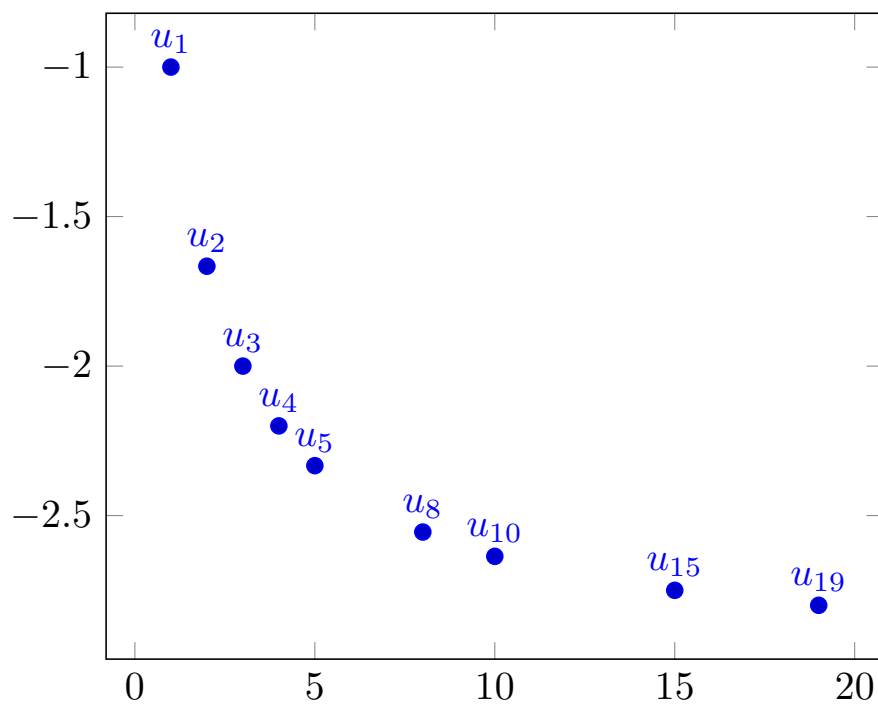
$$\lim_n \frac{1-3n}{n+1} = \lim_n \frac{\mathcal{K}\left(\frac{1}{n} - 3\right)}{\mathcal{K}\left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{\overset{0}{\nearrow} \frac{1}{n} - 3}{1 + \underset{\nearrow 0}{\frac{1}{n}}} = -3$$

$(u_n)_n$ é convergente pois tende para um número real. Toda a sucessão convergente é limitada. Como $(u_n)_n$ é decrescente sabemos que:

$$\frac{1-3n}{n+1} = -3 + \frac{4}{n+1}$$

$\frac{4}{n+1} > 0$, então qualquer termo será sempre superior a -3

$$-3 < u_n < -1, \forall n \in \mathbb{N}$$



Exercicio 2

Exercicio 3

a)

$$\lim_n \frac{-7n^3 - 5n^2 + n}{3\sqrt{n^2 + 1}} \equiv \infty$$

b)

c)

d)