

---

**Preparação para exame**

---

**12.º Ano de Escolaridade** | Turma K-G

---

**TRIGONOMETRIA**

---

**Recorda:**Seja  $[ABC]$  um triânguloSeja  $[ABC]$  um triângulo**Lei dos senos**

$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{C}}{c}$$

- $\operatorname{tg}(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
- $1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

(No conjunto onde as expressões têm significado)

**Lei dos cossenos (Teorema de Carnot)**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

- $-1 \leq \sin(x) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$
- $-1 \leq \cos(x) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$
- $f$  é uma função par se  $f(-x) = f(x), \forall -x, x \in D_f$
- $f$  é uma função ímpar se  $f(-x) = -f(x), \forall -x, x \in D_f$

---

1. Na figura 1 estão representadas três árvores, identificadas por  $A$ ,  $B$  e  $C$ .

Sabe-se que:

- $\hat{ACB} = 52^\circ$ ;
- $\hat{BAC} = 82^\circ$ ;
- as árvores  $A$  e  $B$  distam de  $6.4m$ , isto é,  $\overline{AB} = 6.4m$ ;

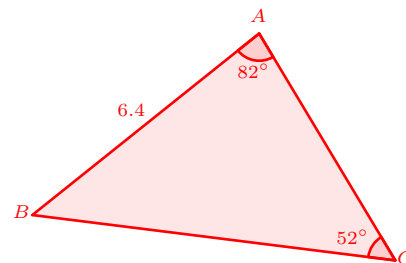


Figura 1

Qual é a distância entre a árvore  $A$  e a árvore  $C$ ?

Numa das opções está o valor dessa distância, arredondado às décimas.

Em qual delas?

- (A)  $5.9m$
- (B)  $5.6m$
- (C)  $5.7m$
- (D)  $5.8m$

2. Na figura 2 está representado um triângulo obtusângulo  $[ABC]$ .

Sabe-se que:

- $\hat{CBA} = 120^\circ$ ;
- $\hat{BAC} = 30^\circ$ ;
- $\overline{AC} = 12m$

Determina o valor exato do perímetro do triângulo  $[ABC]$ .

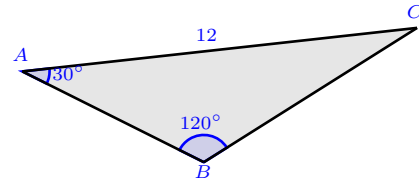


Figura 2

3. Observa a figura 3. Os pontos  $R$ ,  $I$  e  $M$  representam três casas.

$R \rightarrow$  casa do Rodrigo

$I \rightarrow$  casa da Inês

$M \rightarrow$  casa da Marta

Sabe-se que:

- as casa da Inês e da Marta estão à mesma distância da casa do Rodrigo, e essa distância é de  $6km$ ;
- $\hat{IRM} = 30^\circ$ .

Determina A distância entre a casa da Inês e da casa da Marta. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

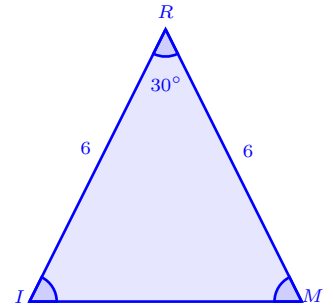


Figura 3

4. Na figura 4 está representado um trapézio  $[ACDE]$  e um triângulo  $[ABC]$ .

Sabe-se que:

- $\overline{CD} = 4$ ;
- $\overline{AC} = b$ ;
- $\overline{BC} = a$ ;
- $\hat{BAC} = \hat{ABE} = 2\theta$ ;
- $\hat{ACB} = \hat{DBC} = \theta$ ;

Mostra que  $b = \frac{4 \sin(3\theta)}{\sin(\theta) \sin(2\theta)}$ .

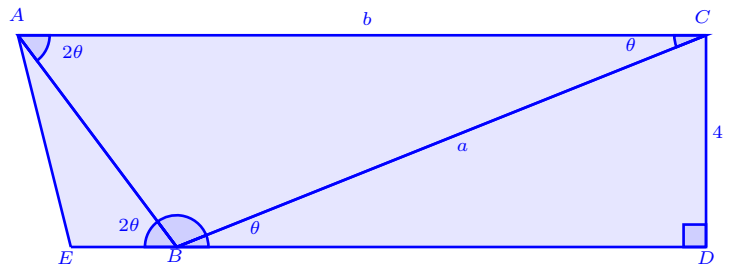


Figura 4

5. Na figura 5 está representado um hexágono regular  $[ABCDEF]$ , inscrito numa circunferência centrada em  $O$ .
- 5.1. A imagem do ponto  $B$  pela rotação de centro  $O$  e ângulo generalizado  $(-120^\circ; -8)$  é:

- (A)  $A$   
 (B)  $E$   
 (C)  $F$   
 (D)  $D$

- 5.2. Em qual das opções está o lado do hexágono que é intersectado pela semirreta  $\vec{OP}$ , sendo  $P$  a imagem do ponto  $E$  pela rotação de centro  $O$  e ângulo de amplitude  $1450^\circ$ ?

- (A)  $[EF]$   
 (B)  $[CD]$   
 (C)  $[DE]$   
 (D)  $[BC]$

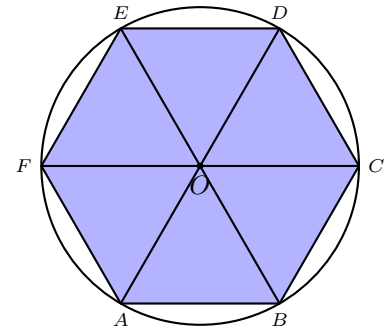


Figura 5

6. Na figura 6 está representado um octógono regular  $[ABCDEFGH]$ , inscrito numa circunferência de centro  $O$ .

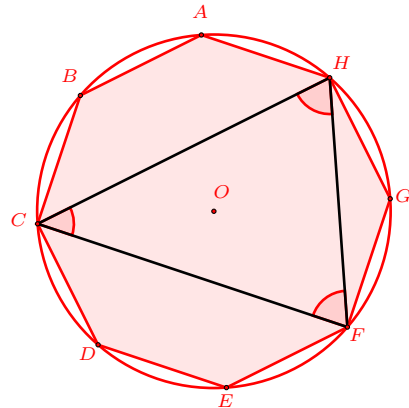


Figura 6

Sabe-se que:

- o octógono tem perímetro  $40dm$ .

- 6.1. Utilizando letras da figura, indica o lado extremidade do ângulo orientado com lado origem  $\vec{OF}$  e amplitude  $-2205^\circ$ .
- 6.2. Em qual das opções está a imagem do ponto  $H$  pela rotação de centro  $O$  e ângulo generalizado  $(-135^\circ; -7)$ ?
- (A)  $E$   
 (B)  $C$   
 (C)  $B$   
 (D)  $A$
- 6.3. Determina a área do triângulo  $[FGH]$ . Apresenta o resultado arredondado às centésimas.
- 6.4. Determina o perímetro do triângulo  $[CFH]$ . Apresenta o resultado arredondado às décimas.

**Nota:** Nos cálculos intermédios conserva três casas decimais.

7. Na figura 7 estão representadas três vilas, Arribas de Baixo, Arribas de Cima e Ribeira Brava, identificadas, respetivamente, por  $A$ ,  $B$  e  $C$ , e um túnel que vai ser construído para ligar a vila de Arribas de Baixo à vila de Arribas de Cima.

Sabe-se que:

- as vilas de Arribas de Baixo e de Ribeira Brava distam  $2\text{km}$ ;
- as vilas de Arribas de Cima e de Ribeira Brava distam  $3\text{km}$ ;
- $\widehat{BCA} = 60^\circ$ ;

Determina o comprimento do túnel ( $\overline{AB}$ ).  
Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

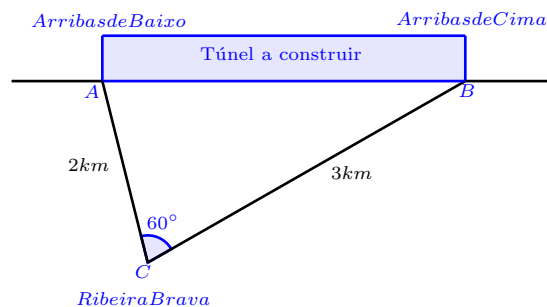


Figura 7

8. Dois jovens lançaram um drone com uma câmara de filmar sobre a cidade onde residem para fazerem um documentário. Ao fim de algum tempo o drone encontra-se a uma certa distância do solo. No solo estão os dois jovens, que têm exatamente a mesma estatura de  $1.6\text{m}$ , afastados 40 metros, um do outro, e que observam o drone segundo ângulos de amplitudes  $37^\circ$  e  $52^\circ$ , tal como se observa na figura 9.



Figura 8: Drone

Sabe-se que:

- o drone encontra-se no ponto  $C$  e os jovens nos pontos  $A$  e  $B$ ;
- $\overline{AB} = 40\text{m}$ ;
- $\overline{AF} = 1.6\text{m}$ ;
- $\widehat{ABC} = 37^\circ$ ;
- $\widehat{CAB} = 52^\circ$ .

Determina a distância do drone ao solo e a distância entre o jovem que se encontra no ponto  $A$  e o drone, apresentando o resultado com duas casas decimais.

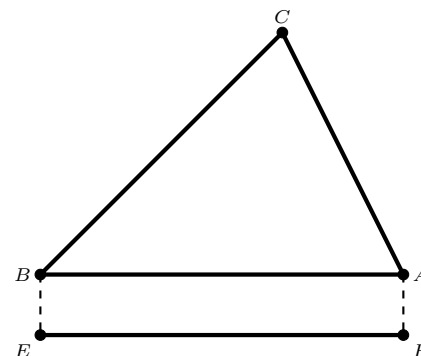


Figura 9

**Obs.: O desenho não está feito à escala.**

9. Na figura 10 está representado um triângulo retângulo  $[ABC]$  inscrito na semicircunferência de raio 6.

Sabe-se que:

- O ponto  $B$  move-se no arco  $AC$ , nunca coincidindo com  $A$  nem com  $C$ ;

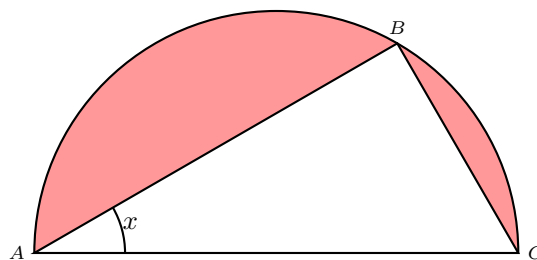


Figura 10

- 9.1. Mostra que a área da região sombreada, é dada, em função de  $x$ , por  $A(x) = 18\pi - 72 \cdot \sin x \cdot \cos x$ , sendo  $x \in ]0; \frac{\pi}{2}[$ .
- 9.2. Para um determinado valor de  $x$ , sabe-se que  $\text{tg} x = \frac{2}{3}$ . Determina o valor exato da área da região sombreada.

10. Considera o triângulo  $[ABC]$ , retângulo em A, representado na figura 11.

Sabe-se que:

- $\widehat{ABC} = \alpha$ ;
- $\widehat{BCA} = \beta$ ;
- $\overline{AB} = x$ ;
- $\overline{AC} = y$ ;
- $\overline{BC} = z$ ;

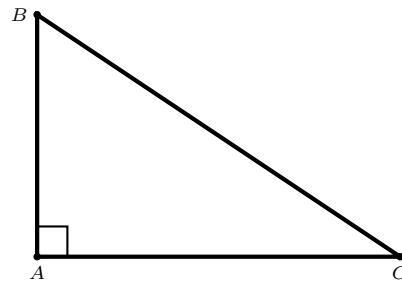


Figura 11

Prova que 
$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \beta)}{\operatorname{tg}(\pi - \beta) \cdot \cos \beta} = \frac{y - x}{x}.$$

11. Mostra que, no domínio em que as expressões têm validade, se tem:

11.1. 
$$\frac{-\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x - 1$$

11.2. 
$$\frac{1 - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}}{1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 x}} - 1 = -2 \cos^2 x$$

12. Considera a função  $f$ , definida em  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = 2 \sin(2x)$ .

Pode-se afirmar que a expressão geral dos zeros da função  $f$  é?

- (A)  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- (B)  $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- (C)  $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$
- (D)  $x = k\frac{3\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

13.  $\sin(-\pi - x) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$  é igual a:

- (A)  $\sin x - \cos x$
- (B)  $2 \sin x$
- (C)  $-2 \sin x$
- (D) 0

14. Considera a função  $f$ , definida em  $\mathbb{R}$ , por  $f(x) = \sqrt{2} - 3 \sin(\pi - 2x)$ .

O contradomínio da função  $f$  é?

- (A)  $[-3 + \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}]$
- (B)  $] -3 + \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}[$
- (C)  $[3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}]$
- (D)  $]3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}[$

15. Considera as funções  $f$  e  $g$ , definidas em  $\mathbb{R}$ , por  $f(x) = \sin^2(x)$  e  $g(x) = \cos(3x)$ .

Pode-se afirmar que:

- (A) as funções  $f$  e  $g$  são ímpares
- (B) a função  $f$  é par e a função  $g$  é ímpar
- (C) a função  $f$  é ímpar e a função  $g$  é par
- (D) as funções  $f$  e  $g$  são pares