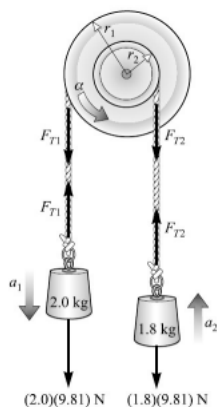


Mecânica Newtoniana 2024/25
Q5 (LEngFis-TP2)

Considere o sistema mostrado na figura. O sistema de roldanas, que consiste em dois discos de raios diferentes que rodam solidariamente, tem momento de inércia $1.70 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Os raios são $r_1=50 \text{ cm}$ e $r_2=20 \text{ cm}$. Determine a aceleração angular do sistema de roldanas e as tensões F_{T1} e F_{T2} .



$$I = 1.70 \text{ kg m}^2$$

$$r_1 = 0.50 \text{ m} \quad r_2 = 0.20 \text{ m}$$

$$m_1 = 2.0 \text{ kg} \quad m_2 = 1.8 \text{ kg}$$

Para o disco m_1 :

$$m_1 a_1 = m_1 g - F_{T1}$$

$$a_1 = \alpha r_1$$

Para o disco m_2 :

$$m_2 a_2 = F_{T2} - m_2 g$$

$$a_2 = \alpha r_2$$

Equilíbrio na roldana:

$$\tau = F_{T1} - F_{T2} = I\alpha$$

$$F_{T1} = m_1 g - m_1 r_1 \alpha$$

$$F_{T2} = m_2 r_2 \alpha + m_2 g$$

$$(m_1 g - m_1 r_1 \alpha) r_1 - (m_2 r_2 \alpha + m_2 g) r_2 = I\alpha$$

$$m_1 g r_1 - m_1 r_1^2 \alpha - m_2 r_2^2 \alpha - m_2 g r_2 = I \alpha$$

$$m_1 g r_1 - m_2 g r_2 = \alpha (I + m_2 r_2^2 + m_1 r_1^2)$$

$$9.81 - 3.5316 = \alpha (1.70 + 0.5 + 0.072) \Leftrightarrow \alpha = 2.76 \text{ rad s}^{-2}$$

$$a_1 = \alpha r_1 \Leftrightarrow 2.76 \cdot 0.5 = 1.380 \text{ m s}^{-2}$$

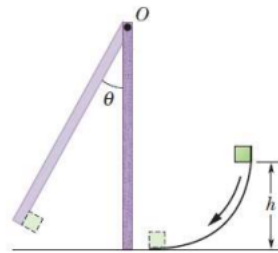
$$a_2 = \alpha r_2 \Leftrightarrow 2.76 \cdot 0.2 = 0.552 \text{ m s}^{-2}$$

$$F_{T_1} = 16.86 \text{ N}$$

$$F_{T_2} = 18.65 \text{ N}$$

Mecânica Newtoniana 2024/25
Q5 (LFis-TP1)

Um pequeno bloco de massa 50 g desliza sem atrito ao longo de uma calha, a partir de uma altura $h=20$ cm (ver figura). Ao atingir a parte final da calha, o bloco choca com a extremidade inferior de uma haste homogênea de massa 100 g e comprimento de 40 cm, ficando colado com esta. A haste pode rodar sem atrito em torno do ponto O , situado na outra extremidade. Determine a velocidade angular do sistema imediatamente após o choque.



$$m = 0.050 \text{ kg}$$

$$h = 0.20 \text{ m}$$

$$m_{haste} = 0.10 \text{ kg}$$

$$L = 0.40 \text{ m}$$

Velocidade antes da colisão:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} \Leftrightarrow 1.98 \text{ m s}^{-1}$$

Momento Linear $p = m \cdot v$
 $L_{inicial} = p \cdot r = (m \cdot v) \cdot L$

$$L = 0.05 \cdot 1.98 \cdot 0.4 = 0.0396 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot 0.1 \cdot (0.4)^2 = 0.00533 \text{ kg m}^2$$

$$I = 0.05 \cdot (0.4)^2 = 0.008 \text{ kg m}^2$$

$$I_{total} = 0.01333 \text{ kg m}^2$$

$$L_{inicial} = I_{total} \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{L_{inicial}}{I_{total}} = 2.97 \text{ rad s}^{-1}$$

Mecânica Newtoniana 2024/25

Q5 (LEngFis-TP1)

Um disco na posição horizontal, de massa 333 g e raio 30 cm, roda em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro com velocidade angular de 3.0 rev/s. Deixa-se cair sobre o disco um fio de areia, com velocidade desprezável, à distância de 20 cm do eixo, o que dá origem a um fino anel de areia de 20 cm de raio.

a) Qual é o momento de inércia do disco antes da queda da areia?

b) Qual a massa de areia que deve cair sobre o disco para que ele passe a rodar com velocidade de 2.0 rev/s?

$$m_d = 0.333 \text{ kg}$$

$$R_d = 0.30 \text{ m}$$

$$\omega_i = 3.0 \cdot 2\pi = 6\pi$$

$$\omega_f = 2.0 \cdot 2\pi = 4\pi$$

$$r_{areia} = 0.20 \text{ m}$$

$$I_d = \frac{1}{2} m_d R^2$$

$$I_d = \frac{1}{2} \cdot 0.333 \cdot (0.30)^2 = 0.0150 \text{ kg m}^2$$

$$I_d \omega_i = (I_d + I_a) \omega_f$$

$$I_a = m_a r^2$$

$$I_d \omega_i = (I_d + m_a r^2) \omega_f$$

$$m_a = \frac{I_d (\omega_i - \omega_f)}{r^2 \omega_f}$$

$$I_d = 0.015 \text{ kg m}^2$$

$$\omega_i = 6\pi$$

$$\omega_f = 4\pi$$

$$r = 0.20 \text{ m}$$

$$m_a = \frac{0.015 \cdot (6\pi - 4\pi)}{(0.20)^2 \cdot 4\pi} = \frac{0.015 \cdot 2\pi}{0.04 \cdot 4\pi}$$

$$m_a = \frac{0.015 \cdot 2}{0.16} = \frac{0.03}{0.16} = 0.1875 \text{ kg}$$

$$m = 0.050 \text{ kg}$$

$$h = 0.20 \text{ m}$$

$$m_{haste} = 0.10 \text{ kg}$$

$$L = 0.40 \text{ m}$$

Velocidade antes da colisão:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{2gh} \Leftrightarrow 1.98 \text{ m s}^{-1}$$

Momento Linear $p = m \cdot v$

$$L_{inicial} = p \cdot r = (m \cdot v) \cdot L$$

$$L = 0.05 \cdot 1.98 \cdot 0.4 = 0.0396 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot m \cdot L^2$$

$$I = \frac{1}{3} \cdot 0.1 \cdot (0.4)^2 = 0.00533 \text{ kg m}^2$$

$$I = 0.05 \cdot (0.4)^2 = 0.008 \text{ kg m}^2$$

$$I_{total} = 0.01333 \text{ kg m}^2$$

$$L_{inicial} = I_{total} \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{L_{inicial}}{I_{total}} = 2.97 \text{ rad s}^{-1}$$