

1. Calcule, caso existam, os limites seguintes:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3} & \text{(b)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 2x} & \text{(c)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{|\sin x|} \\ \text{(d)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|} & \text{(e)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x^4 + 2x^3 - x}{x^3 - x} & \text{(f)} \lim_{x \rightarrow 0} \pi x \cos\left(\frac{1}{3\pi x}\right) \end{array}$$

2. Seja $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $|\frac{f(x)}{x}| \leq 2000$ para todo $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

3. Determine os valores dos parâmetros a e b para que a função $f(x) = ax + b$ satisfaça $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 5$ e $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x - 1) \sin\left(\frac{1}{x - 1}\right)$.

4. Diga se é possível prolongar f por continuidade em a . Justifique.

$$\text{(a)} f(x) = \frac{x^2 - 16}{|x - 4|}, \quad a = 4; \quad \text{(b)} f(x) = \frac{x^3 + 27}{x + 3}, \quad a = -3.$$

5. Mostre que o polinómio $P(x) = x^5 + 4x^3 + x^2 + 3x + 1$ tem uma raiz no intervalo $[-1; 0]$.

6. Diga se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas e justifique a sua resposta.

(a) A equação $\sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2x \cos x = 0$ admite pelo menos uma solução em $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$.

(b) Existe pelo menos um ponto $x \in]0, \pi/2[$ tal que $x(\sin x)^{17} = (\cos x)^{13}$.