

Adjunta

$$A^\dagger = \bar{A}^T$$

Simétrica

$$A = A^T$$

$$A_{ij} = A_{ji}$$

Anti-simétrica

$$A = -A^T$$

$$A_{ij} = -A_{ji}$$

Hermítica

$$A^\dagger = A$$

Valores próprios reais, $A_{ij} = \bar{A}_{ji}$

Anti-Hermítica

$$A^\dagger = -A$$

Valores próprios imaginários puros

Ortogonal

$$Q^T Q = I$$

Real, valores próprios ± 1 , base ortonormada

Se for invertível $A^{-1} = A^T$

Unitária

$$U^\dagger U = I$$

Complexa, valores próprios com módulo 1

Se for invertível $A^{-1} = A^\dagger$

Para grupos matrizes $G \subseteq GL(n, \mathbb{R})$, álgebra de Lie é:

$g = \{X \in M_n(\mathbb{R}) | \exists G(t) \in G \text{ tal que } G(0) = I, G'(0) = X\}$

Grupo de Lie G	Álgebra de Lie $g = T_I G$
$GL(n, \mathbb{R})$	$M_n(n, \mathbb{R})$
$SL(n, \mathbb{R})$	$\{X \in M_n(\mathbb{R}) tr(X) = 0\}$
$SO(n)$	$\{X \in M_n(\mathbb{R}) X^T = -X\}$ (hemi-hermíticas)
$SU(n)$	$\{X \in M_n(\mathbb{R}) X^\dagger = -X, tr(X) = 0\}$

Grupo	Definição	Álgebra de Lie	Dimensão
$GL(n)$			n^2
$SL(n)$	$\det = 1$	$\text{tr}(X) = 0$	$n^2 - 1$
$O(n)$	$X^T X = I$	$X^T = -X$	$\frac{n(n-1)}{2}$
$SO(n)$	$X^T X = I, \det = 1$		$\frac{n(n-1)}{2}$
$U(n)$	$X^\dagger X = I$	$X^\dagger = -X$	n^2
$SU(n)$	$X^\dagger X = I, \det = 1$	$X^\dagger = -X, \text{tr}(X) = 0$	$n^2 - 1$

$\mathfrak{so}(3)$

Exemplo $SL(n\mathbb{R})$

$$SO(2) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = e^{\theta \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$SO(2) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = e^{\theta \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}$$

$$SO(3) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} = e^{\theta \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}}$$