

## Resolução das Questões 6 e 7

### Questão 6

A posição de um oscilador é dada por:

$$x(t) = 2e^{-3t} \cos(4t)$$

com massa  $m = 0,2 \text{ kg}$ .

#### a) Qual é a constante elástica da mola?

A equação geral de um oscilador amortecido subcrítico é:

$$x(t) = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t)$$

Comparando, obtemos:

$$\beta = 3, \quad \omega = 4$$

A frequência natural do sistema sem amortecimento é:

$$\omega_0^2 = \omega^2 + \beta^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow \omega_0 = 5$$

Usando  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , temos:

$$k = m\omega_0^2 = 0,2 \times 25 = \boxed{5 \text{ N/m}}$$

#### b) Escreva a equação diferencial do movimento.

A equação diferencial é:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \Rightarrow \boxed{\ddot{x} + 6\dot{x} + 25x = 0}$$

#### c) Qual é a velocidade do corpo no instante $t = 0$ ?

Derivando  $x(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{d}{dt} (2e^{-3t} \cos(4t)) = 2(-3e^{-3t} \cos(4t) - 4e^{-3t} \sin(4t)) \\ &\Rightarrow \dot{x}(t) = -6e^{-3t} \cos(4t) - 8e^{-3t} \sin(4t) \end{aligned}$$

Avaliar em  $t = 0$ :

$$\dot{x}(0) = -6 \cdot 1 \cdot \cos(0) - 8 \cdot 1 \cdot \sin(0) = -6 \Rightarrow \boxed{v(0) = -6 \text{ m/s}}$$

## Questão 7

Um disco de raio  $R$  gira com velocidade angular inicial  $\omega_0$ , e é colocado sobre um plano horizontal sem velocidade de translação. Após algum tempo, entra em **rolamento puro**.

**Determinar a velocidade do centro de massa no instante de rolamento puro.**

Durante o deslizamento, o atrito:

- Aumenta a velocidade do centro de massa ( $v$ );
- Diminui a velocidade angular ( $\omega$ ).

No instante em que o disco entra em rolamento puro, vale:

$$v = \omega R$$

### Conservação do momento angular

Tomamos como referência o ponto de contato com o chão (ponto fixo instantâneo).

**Antes do contato:** o disco só gira:

$$L_i = I\omega_0 = \frac{1}{2}MR^2\omega_0$$

**No instante de rolamento puro:** há translação e rotação:

$$L_f = MvR + I\omega = M\omega R^2 + \frac{1}{2}MR^2\omega = \frac{3}{2}MR^2\omega$$

Igualando os momentos:

$$\frac{1}{2}MR^2\omega_0 = \frac{3}{2}MR^2\omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{3}\omega_0 \Rightarrow v = \omega R = \frac{1}{3}\omega_0 R$$

**Resposta final:**

$$v = \frac{1}{3}\omega_0 R$$