9. *(1 valor)* Considere, no espaço euclidiano complexo $\mathbb{C}^3$ munido do produto escalar usual, o operador $S(x,y,z) = (x+iy-z, 2iy+3z, iz)$. Determine o operador S^* e a composição S^*S.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & i & -1 \\ 0 & 2i & 3 \\ 0 & 0 & i \end{bmatrix}$$

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} 1 & -i & -1 \\ 0 & -2i & 3 \\ 0 & 0 & -i \end{bmatrix}$$

$$S^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -i & -2i & 0 \\ -1 & 3 & -i \end{bmatrix}$$

$$S^*S = \begin{bmatrix} 1 & i & -1 \\ -i & 5 & -5i \\ -1 & 5i & 11 \end{bmatrix}$$

10. *(1 valor)* Considere, no espaço euclidiano complexo $\mathbb{C}^2$ munido do produto escalar usual, o operador $T : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ definido por $T(x,y) = (2x-iy, ix+y)$. Determine uns operadores auto-adjuntos X e Y tais que $T = X + iY$.

$$T = \begin{bmatrix} 2 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} 2 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$$

$$T^* = \begin{bmatrix} 2 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{T+T^*}{2}$$

$$Y = \frac{T-T^*}{2i}$$

$$X = \frac{1}{2}(T+T^*) = \frac{1}{2}(\begin{bmatrix} 2 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}) = \frac{1}{2}(\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2i & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

$$Y = \frac{1}{2i}(T-T^*) = \frac{1}{2i}(\begin{bmatrix} 2 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}) = \frac{1}{2i}(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$