

---

## T2 - Estudo do movimento de um projétil.

---

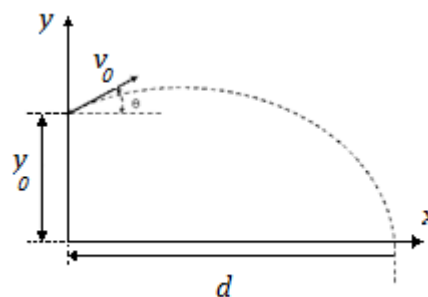
### 1. Objetivos

- Estudar experimentalmente o movimento de um projétil lançado obliquamente.
- Modelar a trajetória do projétil.

Nesta experiência é usado um canhão que dispara um projétil, com uma velocidade inicial,  $v_0$ , numa direção escolhida. O objetivo deste trabalho é registrar a trajetória do projétil durante a experiência e compará-la com a trajetória prevista calculada a partir das equações do movimento.

### Conhecimentos teóricos

Para definir a posição, a velocidade e a aceleração, é útil começar por escolher um referencial. Na figura mostra-se a velocidade inicial e a trajetória do projétil. O referencial escolhido é constituído por dois eixos ortogonais (um vertical e outro horizontal). A origem do referencial está sobre a bancada, por baixo do ponto em que o centro de massa do projétil inicia o movimento (Note que pode escolher qualquer outro referencial, desde que o mantenha durante os cálculos e que escreva todos os parâmetros em relação ao referencial escolhido).



A aceleração pode ser calculada pela 2ª lei de Newton: após largar o canhão, desprezando o efeito da resistência do ar, a única força que atua na esfera é o seu próprio peso,  $\vec{P} = (-mg)\hat{j}$ . A aceleração da esfera será então:  $\vec{a} = \vec{F}/m \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$

A análise do movimento torna-se mais simples se todos os parâmetros forem escritos segundo as duas direções do referencial. Assim de acordo com o referencial escolhido, em que  $x_0 = 0$  :

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ v_x(t) = v_{0x} \\ x(t) = v_{0x}t \end{cases} \quad \begin{cases} a_y(t) = -g \\ v_y(t) = v_{0y} - gt \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Os módulos das velocidades  $v_{0x}$  e  $v_{0y}$  podem ser escritos em função de  $v_0$ :

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos\theta \quad ; \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin\theta$$

e então:

$$\begin{aligned} x(t) = v_{0x}t &\Leftrightarrow x(t) = v_0 \cos\theta t &\Leftrightarrow t = \frac{x(t)}{v_0 \cos\theta} \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 &\Leftrightarrow y(t) = y_0 + v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2}gt^2 \end{aligned}$$

A equação da trajetória,  $y = f(x)$ , pode ser calculada eliminando  $t$  nas equações paramétricas  $x(t)$  e  $y(t)$

$$y(t) = y_0 + v_0 \operatorname{sen}\theta \frac{x(t)}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2}g \left( \frac{x(t)}{v_0 \cos\theta} \right)^2$$

Resultando para a equação da trajetória,  $y = f(x)$ :

$$y = y_0 + tg\theta \cdot x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_0^2 (\cos\theta)^2} \cdot x^2 \quad (1)$$

A equação da trajetória é assim uma equação de uma parábola com a concavidade voltada para baixo.

## 2. Sugestões de procedimento

- A montagem experimental a utilizar (esquematizada a seguir) consiste basicamente num canhão lançador de projéteis e um fototransistor para medição de tempos. O projétil é uma esfera plástica que pode ser lançada de um ângulo escolhido, sendo possível medir a velocidade de lançamento recorrendo ao tempo de passagem à saída do canhão.

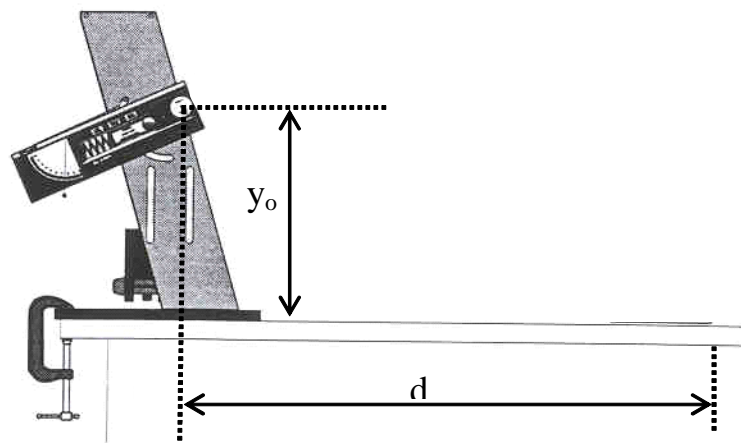


Fig 1. Esquema da montagem experimental a utilizar

Nota: verificar que inicialmente o canhão está na **posição de curto alcance** (“short range”).

- De modo a poder determinar a velocidade de lançamento deverá, escolhido um determinado ângulo de lançamento, efetuar um número suficiente de medidas independentes da distância ( $d$ ) atingida pelo projétil.

- Escolha um ângulo de lançamento (por exemplo,  $30^\circ$ ) e determine experimentalmente a trajetória do projétil. Um ponto da trajetória pode ser obtido registrando a posição da marca do projétil deixada num alvo vertical; a marca é deixada pela colisão do projétil numa folha branca sobre a qual é

colocada uma folha de papel químico, coladas sobre uma placa rígida vertical. Os vários pontos da trajetória obtêm-se repetindo a experiência para várias distâncias do alvo ao ponto de lançamento do projétil. Sugere-se a realização de vários ensaios para cada ponto da trajetória.

- Repita o procedimento acima para diferentes ângulos de lançamento.

### **3. Resultados**

- Execute todos os cálculos pedidos e/ou necessários à concretização dos objetivos e tarefas propostos.
- Modele a trajetória do projétil com uma equação adequada. Despreze, em primeira aproximação, o efeito da resistência do ar. Se necessário, considere este efeito numa segunda aproximação (veja, por exemplo, §6 do cap. X do livro “*A first course in fluid dynamics*” indicado na bibliografia).
- A partir dos parâmetros de ajuste obtidos (comparando a equação da função de ajuste com a equação da trajetória) determinar os valores de  $y_0$ ,  $v_0$  e  $\theta_0$ .
- Comente criticamente todos os resultados que obtiver.

### **Bibliografia**

- D. Halliday, R. Resnick and J. Walker, *Fundamentals of Physics*, Wiley, 7th edition (2005).
- A. R. Paterson, *A first course in fluid dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge (1983).