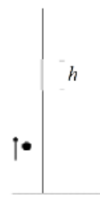
1. *(2.5 val.)* Uma janela tem altura h. Uma bola é lançada verticalmente a partir da rua. Um observador que se encontra no interior do edifício, junto à janela, verifica que a bola demora o intervalo de tempo T a percorrer a região da janela (desde a parte de baixo até à parte de cima). Determine a altura máxima acima da parte superior da janela que é atingida pela bola, expressa em função de h, T e g (aceleração da gravidade).



1.

Encontrar velocidade inicial com que chega à janela.

$$h = v_0 T - \frac{1}{2} g T^2 \Leftrightarrow v_0 = \frac{h + \frac{1}{2} g T^2}{T}$$

Encontrar velocidade com sai da janela.

$$v = v_0 - gT$$

$$v = \frac{h + \frac{1}{2} g T^2}{T} - gT \Leftrightarrow v = \frac{h - \frac{1}{2} g T^2}{T}$$

Encontrar altura máxima da janela.

Primeiro encontrar o tempo quando v=0.

$$0 = v - gt \Leftrightarrow t = \frac{v}{g}$$

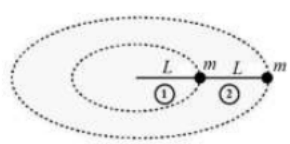
$$t = \frac{h - \frac{1}{2} g T^2}{gT}$$

Altura máxima.

$$h_{max} = \left(\frac{h - \frac{1}{2} g T^2}{T}\right)\left(\frac{h - \frac{1}{2} g T^2}{gT}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{h - \frac{1}{2} g T^2}{gT}\right)^2 = \frac{(h - \frac{1}{2} g T^2)^2}{2 g T^2} -$$

2. *(2.0 val.)* Dois pequenos corpos de massa m, ligados aos fios 1 e 2, são postos a rodar em cima de uma mesa com velocidade angular constante ω, descrevendo trajetórias circulares, como se ilustra na figura. Os dois fios têm o mesmo comprimento L e massas desprezáveis. A razão entre as tensões nos fios 1 e 2 (T_1/T_2) vale:

A. 3/2
B. 3
C. 2
D. 1/3
E. 1



Escolha a opção correta e justifique.

T_1 a tensão do fio 1 e T_2 a tensão do fio 2.

$$T_1 = m\omega^2 L$$

$$T_1 + T_2 = m\omega^2(2L)$$

Substituindo T_1

$$m\omega^2(L) + T_2 = m\omega^2(2L)$$

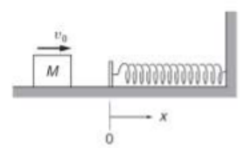
$$T_2 = m\omega^2(L)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m\omega^2(L)}{m\omega^2(L)} = 1$$

3. (*3.5 val.*) Um bloco de massa M desliza numa mesa horizontal com velocidade v_0. Em x=0 colide com uma mola de constante elástica k. Determine a distância L percorrida pelo bloco desde que embate na mola e até parar para os seguintes dois casos:

a) Não há atrito entre o bloco e a mesa. Exprima o resultado em função de M, v_0 e k.

b) O bloco fica sujeito a atrito a partir do momento em que embate na mola, sendo o coeficiente de atrito variável dado por $\mu=bx$. Exprima o resultado em função de M, v_0, k, b e g (aceleração da gravidade).



3.

a)

Pela conservação da energia mecânica.

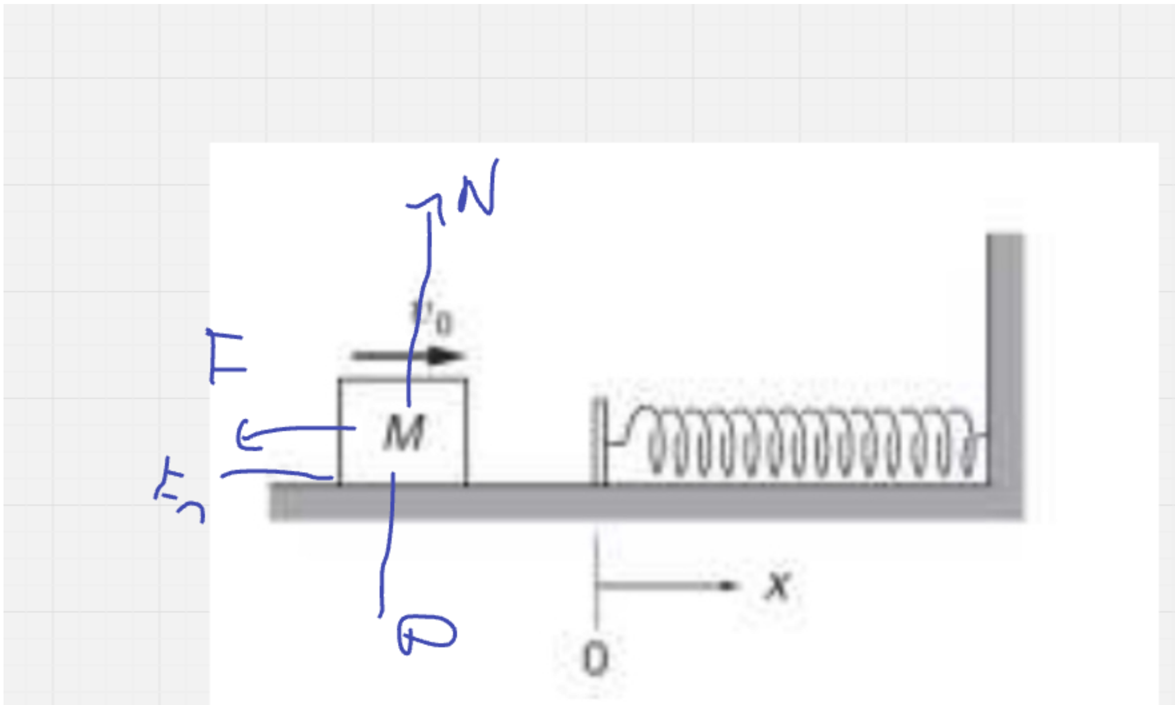
Como x=0.

$$\cancel{\frac{1}{2}}Mv_0^2 = \cancel{\frac{1}{2}}kL^2$$

$$L = \sqrt{\frac{Mv_0^2}{k}}$$

b)

Pelas Leis de Newton.



$$\begin{cases} N - P = 0 \Leftrightarrow N = P \Leftrightarrow = Mg \\ F - F_r = Ma \\ F_r = N\mu \Leftrightarrow F_r = Mgbx \end{cases}$$

$$kx + bMgx = Ma \Leftrightarrow x(bMg + k) = Ma$$

$$L = \sqrt{\frac{Mv_0^2}{bMg + k}}$$

Usando o trabalho da força variável.

$$\int_0^L W_{F_r} = \mu Mg dx = \int_0^L W_{F_r} = bxMg = Mgb\frac{L^2}{2}$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \frac{1}{2}kL^2 + Mgb\frac{L^2}{2}$$

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = \cancel{\frac{1}{2}}L^2(k + Mg)$$

$$L = \sqrt{\frac{Mv_0^2}{bMg + k}}$$

5. A força $\vec{F} = (2xy + z^3)\hat{\imath} + x^2\hat{\jmath} + 3xz^2\hat{k}$ (expressa em newton quando x, y e z são expressos em metro) é conservativa?

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{\imath}} & \hat{\mathbf{\jmath}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2xy + z^3 & x^2 & 3xz^2 \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial 3xz^2}{\partial y} - \frac{\partial x^2}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{\imath}} + \left(\frac{\partial 2xy + z^3}{\partial z} - \frac{\partial 3xz^2}{\partial x}\right)\hat{\mathbf{\jmath}} + \left(\frac{\partial x^2}{\partial x} - \frac{\partial 2xy + z^3}{\partial y}\right) = 0$$