Polunetsintäalgoritmit (väliaikainen otsikko)

TkK-tutkielma
Turun yliopisto
Tietotekniikan laitos
Labran nimi
2023
Botond Ortutay

TURUN YLIOPISTO
Tietotekniikan laitos

Botond Ortutay: Polunetsintäalgoritmit (väliaikainen otsikko)

TkK-tutkielma, 24 s., 8 liites.
Labran nimi
Helmikuu 2023

Tässä tutkielmassa tarkastellaan polunetsintäalgoritmeja koneellisen polunetsinnän näkökulmasta. Tutkielma on kirjallisuuskatsaus, eli se perustuu pääosin aiheesta julkaistuun tieteelliseen kirjallisuuteen, mutta se sisältää pienimuotoisen tutkimuksen eräiden algoritmien mittaamisesta testiympäristössä. Tutkielma esittellee lukijalle joitakin polunetsintäalgoritmeja, sekä niiden käyttökohteita ja vertailee niiden tehokkuutta.

Asiasanat: algoritmiikka, polunetsintä, graafiteoria

UNIVERSITY OF TURKU
Department of Computing

Botond Ortutay: Polunetsintäalgoritmit (väliaikainen otsikko)

Bachelor's Thesis, 24 p., 8 app. p.
Laboratory Name
2 2023

This thesis examines path finding algorithms from a computing oriented point of view. It is a literature review, so it is mostly based on already published research. It also contains a small set of performance measurements of certain algorithms in a test environment. The thesis introduces the reader to a few path finding algorithms, their use cases and it compares their performance.

Keywords: algorithmics, path finding, graph theory

Sisällys

Kuvat

Termistö

A* Eräs polunetsintäalgoritmi. Luetaan A-star tai A-tähti

BFS Breadth Fist Search, leveyssuuntainen läpikäynti, leveyshaku

CDSA* Context Dependent Subgoaling A*, kontekstiriippuvaisesti osatavoitteistava A*

CH Contraction Hierarchy, sopimushierarkia

DAO Dragon Age: Origins

DFS Depth Fist Search, syvyyssuuntainen läpikäynti, syvyyshaku

ECBS Enhanced Conflict Based Search, tehostettu konfliktipohjainen haku

HNA* Hierarchical pathfinding for Navigation Meshes A*, navigaatioverkkojen hierarkisen polunetsinnän A*

HPA* Hierarchical Pathfinding A*, hierarkisen polunetsinnän A*

NPC Non-Playable Character, ei-pelattava hahmo

PBS Priority Based Search, prioriteettipohjainen haku

RTS Real-Time Strategy, reaaliaikainen strategiapeli

RHCR Rolling Horizon Collision Resolution, rullaavan horisontin törmäystenratkaisu

WCHA* Windowed Hierarchical Cooperative A*, ikkunoitu hierarkinen yhteistoimintakykyinen A*

1 Johdanto

1.1 Tutkielman tarkoitus

Polunetsintäalgoritmeja tarvitaan aina kun halutaan koneellisesti etsiä polku kahden pisteen väliin. Ne ovat paljon tutkittu aihepiiri matematiikan, tietotekniikan, algoritmiikan ja tekoälytutkimuksen alalla. Tämä tutkielman tarkoitus on syventyä aihepiiriin ja koota sen perusteet yhteen niin, että sen lukemisen jälkeen lukijalla on perusymmärrys aihepiiristä. Toisin sanoen tutkielman tarkoitus on esitellä lukijalle erilaisia polunetsintäalgoritmeja, sekä verrata niiden toimintaa jossakin esimerkkiympäristössä.

1.2 Tutkimuskysymykset

Tutkielmassa pyritään vastaamaan seuraaviin kysymyksiin:

1. **Tutkimuskysymys:** Minkälaisia polunetsintäalgoritmeja on kehitetty?
2. **Tutkimuskysymys:** Miten niitä voidaan käyttää käytännön sovelluksiin?
3. **Tutkimuskysymys:** Miten niiden tehokkuutta voidaan mitata?

1.3 Tiedonhakumenetelmät

Tietoa tämän tutkielman tekoon on haettu IEEE:n Xplore Digital Center-tietokannasta, Web of Science-tietokannasta, sekä Google Scholar-hakupalvelusta. Hakutuloksia rajattiin julkaisuajan mukaan niin, että suurin osa hakutuloksista on julkaistu vuona 2018 tai sen jälkeen. Myös aihepiirirajausta on käytetty. Hakusanoissa on käytetty osuvempien tulosten löytämiseksi Boolen operaattoreita, sekä sanakatkaisua. Alla on muutama esimerkki käytetyistä hakusanoista:

```
pathfinding AND (grid based OR graph theory) AND "map*"
"pathfinding"AND "video gam*"
comparing AND "pathfinding algorithms"
```

1.4 Tutkielman rakenne

Tutkielman luku 2 taustoittaa seuraavia lukuja. Tarkoitus on, että luvun 2 lukemisen jälkeen lukijalle tulisivat tutuksi polunetsintään liittyvät peruskäsitteet ja taustaaiheet, jotta seuraavien lukujen ymmärtäminen helpottuisi. Luvussa 3 käydään läpi muutaman tunnetun polunetsinnän toiminta ja täten pyritään vastaamaan tutkimuskysymykseen **1.** Luvussa 4 käydään läpi joitakin polunetsintäalgoritmien yleisiä käyttökohteita ja pyritään vastaamaan tutkimuskysymykseen **2.** Luvussa 5 taas mitataan useiden eri polunetsintäalgoritmien tehokkuus eräässä esimerkkiongelmassa ja vertaillaan niitä tämän avulla toisiinsa. Lopussa olevassa yhteenvetokappaleessa 6 tulokset kootaan vielä yhteen ja esitetään helpommin luettavassa muodossa.

2 Taustoitus

2.1 Polunetsintä ongelmana

Polunetsintä tarkoittaa tietotekniikan kontekstissa ongelmaa, jossa halutaan koneellisesti löytää, sekä mahdollisesti myös piirtää polku kahden etukäteen määritellyn pisteen väliin. Useissa polunetsinnän liittyvissä ongelmissa halutaan myös, että löydetty polku olisi jollain tavalla optimaalinen. Optimaalinen polku voisi esimerkiksi olla lyhyempi tai nopeampi kuin muut mahdolliset polut[1].

Jotta polunetsintäongelmia voitaisiin ratkaista koneellisesti, tarvitsee ne ensin muuttaa matemaattiseen esitysmuotoon. Tämän vuoksi polunetsintäongelmat voidaan jakaa kahteen osaongelmaan: graafigeneraatioon ja polunetsintäalgoritmin käyttöön. Graafigeneraatiota tarvitaan, koska polun löytämiseen käytetyt algoritmit toimivat tyypillisesti graafeissa. Siinä muutetaan polunetsintäongelman alueena toimiva maasto- tai kartta-alue graafimuotoiseksi rakentamalla siitä esimerkiksi luurankomalli (skeletonization)[2]. Tämä tutkielma on keskittynyt jälkimmäiseen ongelmaan, polunetsintäalgoritmeihin ja niiden käyttöön, eikä graafigeneraatiota tämän vuoksi käsitellä tutkielmassa laajemmin.

Polunetsintäongelmat voidaan edelleen jakaa yksiagentillisiin (single-agent) ja moniagentillisiin (multi-agent) polunetsintäongelmiin. Yksiagentillisissa ongelmissa ongelma-alueella liikkuu vain yksi agentti, jolle pyritään löytämään optimaalinen polku jostain lähtöpisteestä johonkin päämäärään. Moniagentillisissa ongelmis-

sa alueella liikkuvia agentteja on useita. Näissä kaikilla agenteilla on oma lähtöpiste ja oma päämäärä ja kaikille tulee löytää optimaaliset polut niin, että agentit eivät törmäile toisiinsa ja niiden välille ei synny reititykseen liittyviä konflikteja[3]. Näistä ongelmatyypeistä tämä tutkielma käsittelee pääasiassa yksiagentilliseen polunetsintään kehitettyjä polunetsintäalgoritmeja.

2.2 Algoritmeista

Tässä tutkielmassa tarkasteltavat algoritmit ovat kaksiulotteisissa ajoaikana muuttumattomissa graafeissa toimivia yksiagenttisia polunetsintäalgoritmeja, ellei toisin mainita. Nämä algoritmit voidaan jakaa niiden toimintaperiaatteen mukaan epäinformoituihin (uninformed), informoituihin (informed) ja metaheuristisiin (metaheuristic) hakualgoritmeihin (search algorithms)[4].

Epäinformoidut hakualgoritmit ovat yksinkertaisia algoritmeja, jotka eivät ole tietoisia ongelma-alueensa yksityiskohdista. Näin ollen epäinformoidut hakualgoritmit perustuvat toimintamalliin, jossa kuljetaan graafissa solmukohdalta toiseen kaaria pitkin niin kauan kunnes ollaan löydetty polku lähtösolmusta maalisolmuun. Tätä toimintamallia sanotaan joskus myös sokean haun konseptiksi (blind search)[4].

Informoidut hakualgoritmit sen sijaan käyttävät ongelma-alueesta laskettuja tietoja hyväksi nopeuttaakseen ajoaikaa. Tyypillisesti tämä tehdään laskemalla seuraavaksi läpikäytävien solmukohtien etäisyys maalisolmusta käyttämällä niin kutsuttua heuristista funktiota. Näin ollen jokaiselle graafissa olevalle solmukohdalle n saadaan laskettua sen kautta kulkevan polun hinta $F(n)$ käyttämällä hintafunktiota $F(n) = G(n) + H(n)$, jossa $G(n)$ on solmulle n asti kuljettu matka lähtösolmusta $H(n)$ on heuristisen funktion palauttama arvo. Korkeahintaisia solmukohtia ei tutkita algoritmin ajon aikana, jonka takia tutkittavia solmuja on yhteensä vähemmän ja algoritmi on nopeampi ajaa[4].

A* (luetaan A-tähti tai A-star) on yksi esimerkki informoidusta hakualgorit-

mista. A* on yksi suosituimmista polunetsintäalgoritmeista käytännön sovelluskohteista. Tämä johtuu siitä, että A* on yksinkertainen toteuttaa ja se palauttaa aina optimaalisen polun, mikäli käytetään sopivaa heuristista funktiota[1]. Sen pohjalta on myös kehitetty muita polunetsintäalgoritmeja[4].

Metaheuristiset algoritmit eivät perustu heuristisiin funktioihin, tai solmukohtien tutkimiseen, vaan ne käyttävät muunlaisia keinoja polkujen etsimiseen[4]. Niitä ei käydä tässä tutkielmassa tarkemmin läpi.

2.3 Esimerkkejä sovelluskohteista

Polunetsintäongelmia joudutaan ratkomaan muun muassa videopeleissä, karttaohjelmissa, erilaisissa simulaatioissa ja robotiikan alalla[2], sekä esimerkiksi logistiikan alan automaatiossa ja robotisoitujen autojen kehityksessä[3]. Merkittävän suuri osa polunetsintäongelmiin liittyvistä tutkimuksista tehdään nimenomaan videopelien[1][2][5] ja robotiikan[2][6] näkökulmasta.

Polunetsintäongelmia esiintyy videopeleissä, koska niissä on usein tarve simuloida ei-pelattavien hahmojen (non-playable character, NPC) liikkeitä niin, että niille on määritelty lähtö- ja maalipisteet, sekä sallitut ja kielletyt liikkumisalueet. Kun polunetsintäalgoritmeja sovelletaan videopeleihin, on tärkeää, että algoritmit olisivat laskennallisesti tehokkaita. Esimerkiksi reaaliaikaisissa strategiapeleissä (real-time strategy, RTS) pelaaja liikuttaa useita eri yksiköitä eri puolille karttaa merkitsemällä niille pisteitä joiden kautta kulkea. Näissä tilanteissa on pelikokemuksen kannalta tärkeää, ettei eri yksiköille suoritettavat polunetsintäalgoritmit vaikuttaisi pelin sulavuuteen[1]. Permana, Bintoro, Arifitama et al. [5] tutkivat eri polunetsintäalgoritmien toimimista videopelissä, jossa pelaaja rakentaa valmiiksi annetuista palikoista labyrintin ja algoritmi yrittää ratkaista sen. Tutkimuksessa A* osoittautui tutkituista algoritmeista parhaaksi. Vastaavankaltainen tutkimus käydään yksityiskohtaisemmin läpi tutkielman luvussa 5.

Videopelien lisäksi polunetsintäalgoritmeja sovelletaan myös karttaohjelmissa. Niissä polunetsintää käytetään reitinhakuun, joka on karttaohjelmien eräs päätoiminnallisuus. Reitinhakuun käytetään usein Dijkstran algoritmia[7], josta puhutaan tarkemmin tutkielman luvussa 3.3. Karttaohjelmissa polunetsintä on kuitenkin melko erilaista kuin videopeleissä. On tärkeää, että yksittäisen optimaalisen reitin sijasta reitinhaku palauttaisi käyttäjälle useita vaihtoehtoisia ajoreittejä, joita generoitaisiin lisää ajon aikana siltä varalta, että liikenteen olosuhteet muuttuvat[8]. Poggenhans ja Janosovits [8] käyvät artikkelissaan läpi heidän suunnittelemansa digitaalisen kartta-alustan Lanelet2:n lähestymistapaa reitinhakuun. Polunetsintäalgoritmien käyttö karttaohjelmien reitinhaussa käydään tarkemmin läpi tutkielman luvussa 4.2.

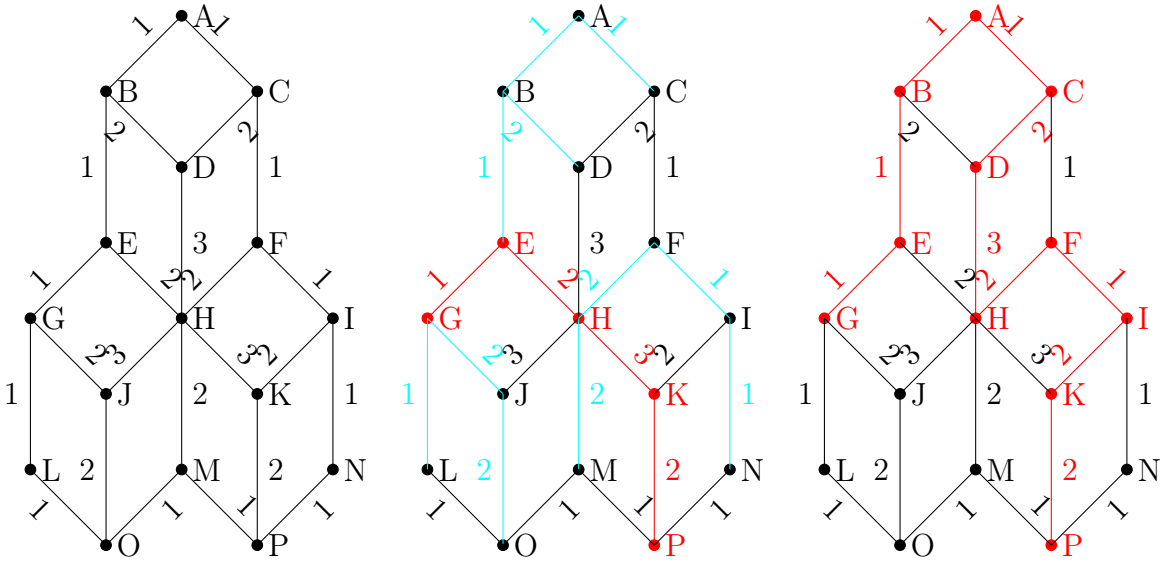
Polunetsintää on tutkittu myös paljon robotiikan näkökulmasta. Robotiikassa polunetsintää joudutaan soveltamaan muun muassa kun kehitetään itseajavia ajoneuvoja ja tehtaassa liikkuvia teollisuusrobotteja[3]. Esimerkiksi Poggenhans ja Janosovits [8] pohtivat artikkelissaan muun muassa sitä, miten itseajaville autoille voitaisiin kehittää karttapalveluita, joita ne voisivat soveltaa. Polunetsinnän soveltaminen robotiikassa on hyvin monipuolista, koska ongelmat ovat keskenään erilaisia ja lähestymistavatkin voivat olla erilaisia. Esimerkiksi jos polunetsintää käytetään tilanteessa, jossa tehtaassa liikkuu kymmeniä teollisuusrobotteja eri kohteisiin, niin polunetsintäalgoritmeja voidaan ajaa jokaisessa robotissa erikseen, tai keskustietokone voi välittää jokaiselle robotille polun, jotka muodostavat ratkaisun moniagentilliseen polunetsintäongelmaan. Liu, Liu, Lu et al. [6] esittävät artikkelissaan Delaunay-kolmiomittaukseen perustuvaa graafigeneraatiota ja tehostetun A*-algoritmin ajoa liikkuvassa robotissa. Polunetsintäalgoritmien soveltamista robotiikan sovelluksiin käydään tarkemmin läpi tutkielman luvussa 4.3.

3 Joitain polunetsintäalgoritmeja

3.1 Leveyssuuntainen läpikäynti (BFS)

Leveyssuuntainen läpikäynti, eli leveyshaku (Breadth First Search, BFS) on epäinformoitu hakualgoritmi, joka perustuu sokeaan hakuun[4]. Siinä graafin solmut ryhmitellään eri tasoihin sen mukaan monenko kaaren kautta pitää kulkea lähtösolmusta, jotta niihin päästään. Lähtösolmu on tasolla 0, siihen yhdistyneet solmut tasolla 1, tason 1 solmuihin yhdistyneet solmut tasolla 2 ja niin edelleen. Leveyshaussa graafin kaikki solmut käydään läpi niin, että tarkistetaan onko solmussa jo käyty, onko solmu maalisolmu ja mihin solmuihin sillä on yhteys. Sitten tallennetaan solmu läpikäytyjen solmujen listalle ja tieto siitä, mitä kautta solmulle on tultu[9].

Ajetaan Lawande, Jasmine, Anbarasi et al. [4] perusteella kirjoitetun, ohjelmalistauksen 1 mukaista BFS-algoritmia graafissa 3.1a. Asetetaan lähtösolmuksi G ja maalisolmuksi P. Oletetaan, että algoritmille syötetty graafidata on aakkosjärjestyksessä, jonka takia algoritmi käy läpi solmuja aakkosten mukaan. Tasoksi 0 asetetaan lähtösolmu G. Tason 1 muodostavat siihen yhteydessä olevat solut E, J ja L. Tason 2 soluja ovat tason 1 soluissa kiinni olevat solut, eli B, H ja O. Solmua G ei huomioida, koska siellä on jo käyty. Joitain solmuja voidaan kuitenkin käydä läpi useasti, jos niihin on useampi polku. Algoritmin ajo graafissa 3.1a johtaa kuvan 3.1b lopputulokseen, jossa on käyty läpi syaaninväriset kaaret ja löydetty punaisella merkitty polku G-E-H-K-P.



(a) Referenssigraafi (b) BFS referenssigraafissa (c) DFS referenssigraafissa

Kuva 3.1: BFS ja DFS referenssigraafissa.

Ohjelmalistauksen 1 algoritmi lopettaa etsinnän löydettyään yhden polun, mutta jos algoritmiin ei lisätä tätä lopetusehdoksi, niin algoritmi käy läpi kaikki solmut ja kaaret ja löytää kaikki mahdolliset polut[9]. Haittapuoliin kuuluu suuri muistinkulutus tallennettujen polkujen lukumäärän takia[9], sekä pitkä ajoaika[5]. Nämä voidaan huomata myös syaaninväristen kaarten suuresta määrästä.

3.2 Syvyyssuuntainen läpikäynti (DFS)

Syvyyssuuntainen läpikäynti, eli syvyyshaku (Depth Fitst Search, DFS) on myös epäinformoitu sokeaan hakuun perustuva polunetsintäalgoritmi, niin kuin BFS[4]. Algoritmien keskenäinen ero on järjestys, jossa ne käyvät graafin solmut läpi. Siinä missä BFS muodostaa eri tasoja ja käy graafin läpi taso kerrallaan, DFS valitsee jokaisella solmulla yhden haaran, jota se lähtee seuraamaan lehtisolmuihin asti[10]. Lehtisolmuja ovat ne, jossa minkään haaran kaari ei etene läpikäymättömään solmuun[10]. Tällöin palataan lehdistä poispäin niin kauan, että löytyy haara, missä on

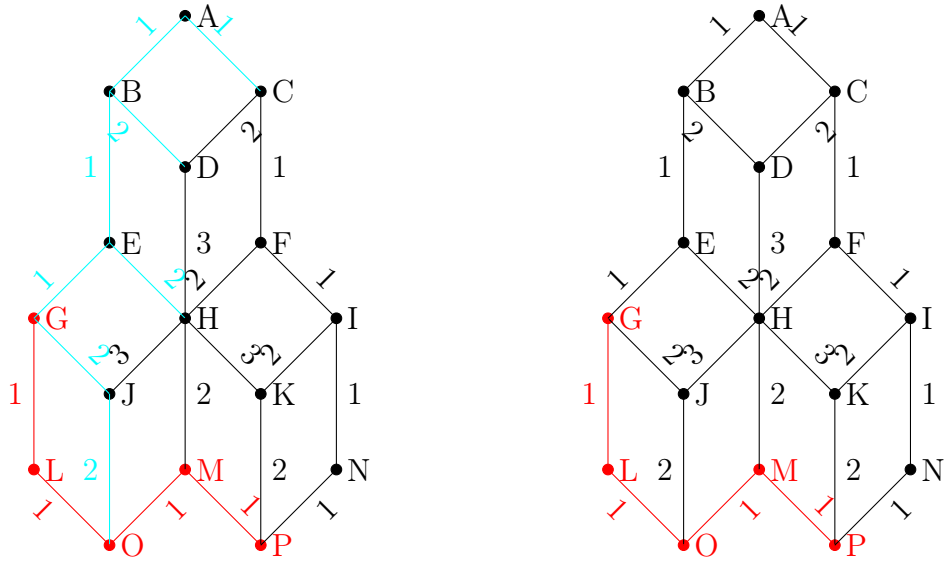
läpikäymättömiä solmuja, jolloin käydään sen haaran pohjalla. Prosessia toistetaan, kunnes polku löytyy.

Ajetaan Zhao, Xu, Li et al. [10] perusteella kirjoitetun, ohjelmalistauksen 2 mukaista DFS-algoritmia graafissa 3.1a. Ratkaistaan sama ongelma ja tehdään samat lähtöoletukset kuin aliluvussa 3.1. Algoritmin ajo johtaa kuvan 3.1c mukaiseen lopputulokseen, jossa algoritmi löysi polun G-E-B-A-C-D-H-F-I-K-P. Kuten kuvista näkyy, DFS-algoritmin löytämä polku on huomattavasti pidempi kuin BFS-algoritmin löytämä polku. BFS käy kuitenkin läpi useamman kaaren kuin DFS. DFS-algoritmin edut BFS:ään verrattuna ovatkin muistin ja suoritusajan säästyminen, koska harvempi kaari käydään läpi[4]. Toisaalta DFS ei löydä kaikkia mahdollisia reittejä, toisin kuin BFS[4].

3.3 Dijkstran algoritmi

Dijkstran algoritmi on Edsger Dijkstran vuonna 1956 löytämä epäinformoitu polunetsintäalgoritmi[4]. Dijkstran algoritmi perustuu ahneuden periaatteeseen (the principle of greedy), joka tarkoittaa että joka suorituskerralla valitaan halvin eli kevyin saatavilla oleva solmu[5]. Toisin kuin sokea haku, ahneuden periaate ei pidä jokaista kaarta yhtä hyvänä vaihtoehtona polunetsintäprosessissa. Jokaiselle kaarelle merkitään jokin hinta eli paino, jonka ahneuden periaate huomioi. Jos oletetaan, että graafin solmut ovat risteyksiä ja kaaret teitä, on suotavaa ajatella, että eri tiet eri risteyksien välissä ovat eri pituisia, vaikka tämä ei tieverkostosta rakennetussa graafissa näkyisikään. Voi tulla tilanteita, joissa oikeasti lyhyempi reitti kulkee useamman solmun läpi. Tämän takia graafit painotetaan. Referenssigraafissa 3.1a painot näkyvät jokaisen kaaren kohdalla numeroilla.

Ajetaan Lawande, Jasmine, Anbarasi et al. [4] perusteella kirjoitetun, ohjelmalistauksen 3 mukaista Dijkstran algoritmia graafissa 3.1a. Ratkaistaan sama ongelma ja tehdään samat lähtöoletukset kuin aliluvussa 3.1. Algoritmin ajo johtaa kuvan 3.2a



(a) Dijkstran algoritmi referenssigraafissa.

(b) A* referenssigraafissa.

Kuva 3.2: Dijkstran algoritmi ja A* referenssigraafissa.

mukaiseen lopputulokseen. Algoritmi löysi polun G-L-O-M-P. Tämä kulkee viiden solmukohdan läpi ja on näin mitattuna yhtä pitkä kuin reitti, jonka BFS löysi referenssigraafista (kuva 3.1b) ja huomattavasti lyhyempi kuin reitti, jonka DFS löysi referenssigraafista (kuva 3.1c). BFS ja DFS eivät kuitenkaan huomioi painotusta, jonka mukaan Dijkstran algoritmin löytämän polun hinta on 4, BFS-algoritmin 8 ja DFS-algoritmin 16. Dijkstran algoritmin löytämä polku on siis annetussa ongelmassa optimaalisin. Dijkstran algoritmia käytetäänkin usein graafiopin lyhimmän polun ongelman ratkaisemiseen[7]. Sitä ei kuitenkaan voi käyttää negatiivisilla painoarvoilla[4]. Dijkstran algoritmi on kuitenkin referenssiongelmassa muisti- ja suoritusaikaintensiivisempi kuin DFS, koska se käy läpi useampia kaaria (Dijksta 12 verrattuna DFS 10). Eri algoritmeja vertaillaan enemmän luvussa 5.

3.4 A*-algoritmi

A* (luetaan A-tähti tai A-star) on informoitu polunetsintäalgoritmi, joka täydentää Dijkstran algoritmia soveltamalla siihen heuristista funktiota[1]. Heuristinen funktio on jokin matemaattinen funktio, joka palauttaa hinnan, joka mittaa kuinka hyvä tutkittava solmu on ongelman ratkaisun kannalta. Kuten Dijkstran algoritmi, myös A* valitsee tutkittavakseen halvimmat polut ensin[6]. Dijkstran algoritmissa solmukohdan n läpikäynnin hinnan funktio $F(n)$ on sama kuin lähtösolmusta solmulle n johtavan halvimman polun funktio $G(n)$. Siis Dijkstran algoritmissa $F(n) = G(n)$ [1]. Sen sijaan A*-algoritmissa yksittäisen solmun n läpikäynnin hinta on $F(n) = G(n) + H(n)$, jossa $H(n)$ on heuristisen funktion palauttama arvo solmukohdalle n [6]. Dijkstran algoritmi voidaan myös käsittää A*-algoritmina, jossa $H(n) = 0$ [1].

A*-algoritmin kanssa voidaan käyttää eri heuristisia funktioita riippuen siitä, mikä heuristiikka toimii parhaiten tutkittavan ongelman kanssa. Tyypillisesti heuristiset funktiot mittaavat käytännössä tutkittavan solmun etäisyyttä maalisolmusta tai liikkeen suuntaa[11]. Tyypillisiä heuristisia funktioita ovat tutkittavan solmun ja maalisolmun välinen Manhattan-etäisyys ja Euklidinen etäisyys[1]. Manhattan-etäisyys tarkoittaa kahden pisteen $P = (x_1, y_1)$ ja $Q = (x_2, y_2)$ välistä etäisyyttä, olettaen liikutaan vain x- ja y-akselien suuntaisesti[1].

$$d_{Manhattan}(P, Q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

Ajetaan Mathew ja Malathy [1] perusteella kirjoitetun, ohjelmalistauksen 5 mukaista A*-algoritmia graafissa 3.1a ja tehdään samat lähtöoletukset kuin aliluvussa 3.1. Käytetään heuristisena funktiona janan pituuden kaavaa

$$d(P) = \sqrt{(x_G - x_P)^2 + (y_G - y_P)^2}$$

jossa P on (x, y) muotoinen piste, ja G on maalisolmu. Algoritmin ajo johtaa kuvan 3.2b mukaiseen lopputulokseen. Algoritmin löytämä polku G-L-O-M-P on sama kuin Dijkstran algoritmin löytämä polku kuvassa 3.2a. Tähän päädyttiin kuitenkin huomattavasti nopeammin, koska heuristinen funktio ohjasi A*-algoritmia etsimään reittiä oikeasta suunnasta.

A* on suosittu algoritmi käytännön sovelluksissa, koska se on monipuolinen, helposti toteutettava ja tehokas. Se on useimmiten se algoritmi, josta lähdetään liikkeelle kun polunetsintää pitää käytännössä soveltaa oikean elämän ongelmiin, esimerkiksi videopelikehityksessä tai robotiikassa[11]. A* toimii myös pohjana monelle muulle algoritmille, koska sitä on helppo muokata ja parannella[11]. Esimerkiksi D*-algoritmi on A*-algoritmiin perustuva polunetsintäalgoritmi, joka on dynaaminen, eli se kykenee reagoimaan etsintäalueen muuttumiseen[4]. Hierarkkisen polunetsinnän A* (Hierarchical Pathfinding A*, HPA*) on hierarkkiseen polunetsintään kehitetty A*-variantti[4]. Lisää hierarkkisesta polunetsinnästä aliluvussa 3.5.

Polunetsintään liittyvissä tieteellisissä tutkimuksissa A* on myös suosittu lähtökohta. Usein nämä tutkimukset kehittävät jonkun A* variantin johonkin spesifiseen käyttötarkoitukseen[11]. Esimerkiksi Mathew ja Malathy [1] käyttävät tavallista A*-algoritmia, mutta kehittävät siihen uudenlaisen heuristisen funktion ja Liu, Liu, Lu et al. [6] kehittävät A*-pohjaisen polunetsintäalgoritmin käytettäväksi robotiikassa.

3.5 Hierarkkinen polunetsintä

Monet perinteiset polunetsintäalgoritmit skaalautuvat huonosti etsintäalueen kasvaessa ja monimutkaistuessa. Esimerkiksi Yiu ja Mahapatra [12] demonstroivat artikkelissaan, kuinka A*-algoritmi kävi läpi suuren osan etsintäalueesta eräässä esimerkkitehtävässä. Tätä varten kehitettiin polunetsintätekniikoita suurille etsintäalueille. Yksi tällainen tekniikka on hierarkkinen polunetsintä[12].

Hierarkkisessa polunetsinnässä etsintäalue jaetaan pienempiin osa-alueisiin, niin

että pidetään kirjaa siitä, mitkä osa-alueet ovat kytköksissä toisiinsa minkäkin solmujen kautta. Tämän jälkeen osa-alueista muodostetaan ylemmän tason graafi[12]. Ylemmän tason graafista etsitään ensin ylemmän tason polku, joka kertoo minkä osa-alueiden kautta varsinainen polku kulkee. Sitten kriittisten osa-alueiden läpi etsitään niiden kautta kulkevat polut. Nämä polut yhdistetään lopussa varsinaiseksi poluksi. Hierarkkisella polunetsinnällä saadaan yksinkertaistettua polunetsintäongelmaa abstraktion avulla ja tämä nopeuttaa ratkaisun löytämistä merkittävästi. Näin saadut polut eivät kuitenkaan välttämättä ole optimaalisia[12].

Hierarkkisia polunetsintäalgoritmeja on monia erilaisia, esimerkiksi hierarkkisen polunetsinnän A* (HPA*) ja navigaatioverkkojen hierarkkisen polunetsinnän A* (Hierarchical pathfinding for Navigation Meshes A*, HNA*)[12]. Hierarkkiset polunetsintäalgoritmit eroavat toisistaan muun muassa siinä, että mitä algoritmia käytetään jakamaan etsintäalue ja mitä polunetsintäalgoritmia käytetään polkujen löytämiseen. Yiu ja Mahapatra [12] esittelevät artikkelissaan kehittämänsä alueenlöytöalgoritmin (Regions Discovery Algorithm, RDA), jota he vertaavat HPA*-algoritmin sisäänrakennettuun tapaan jakaa ruudukkomuotoinen etsintäalue alaruudukoiksi. Esimerkkipseudokoodi hierarkkisesta polunetsinnästä löytyy ohjelmalistauksesta 7.

4 Algoritmien sovelluskohteita

4.1 Videopelit

Monet nykyaikaiset polunetsintäalgoritmeihin liittyvät tutkimukset tehdään videopeliteollisuuden käyttöön[1][2][5]. Tämä johtuu siitä, että videopeleissä törmätään usein tilanteisiin, jossa NPC-hahmojen pitää liikkua videopelikartalla niin, että pelaaja ei suoraan itse ohjaa niitä. Tällöin pelin on itse löydettävä reitti kahden pisteen välille. Kun polunetsintäalgoritmeja toteutetaan videopeleissä, joudutaan kiinnittämään huomiota muutamiin erityisvaatimuksiin. Polunetsintäalgoritmien ajaminen ei saa olla liian resurssi-intensiivistä, eli sen pitää pyrkiä kuluttamaan tietokoneen muistia ja suoritinaikaa mahdollisimman vähän. Jotta resurssi-intensiivisyydeltä vältyttäisiin, voidaan löystää polun optimaalisuuteen liittyviä vaatimuksia, jolloin polun ei tarvitse olla enää lyhin mahdollinen[1].

Esimerkiksi reaaliaikaisissa strategiapeleissä (real-time strategy, RTS) pelaaja komentaa usein eri yksiköitä eri puolelle pelialuetta mekitsemällä niille maalipisteitä. Näitä yksiköitä voi olla jopa satoja, joille pitää löytää polut suurella etsintäalueella huomioiden mahdollisesti muut alueella liikkuvat yksiköt, sekä pelin säännöt siitä miten eri yksiköt käytännössä voivat liikkua[13][1]. Nämä monimutkaiset laskutoimitukset on suoritettava pelin logiikan vaatimalla nopeudella. Esimerkiksi videopeliyhtiö BioWare on asettanut säännön, jonka mukaan kaikkien pelialueella liikkuvien agenttien polunetsintä on kyettävä suorittamaan 1-3 ms aikana[13].

Spittlemeister ja Opdahl [13] kehittivät Pathfinding-in-Pacman-projektin, jossa he sovelsivat polunetsintäalgoritmeja Pac-Manin kaltaiseen peliin. Pelissä pelihahmo liikkuu labyrintissä yrittäen kerätä pisteitä, samalla kun sitä jahtaavat vihollishahmoina toimivat haamut. Pelaaja voittaa kerättyään kaikki pisteet, ja häviää kun haamut koskevat häntä. Peli sisältää toteutukset BFS- ja A*-algoritmeista, sekä pelin tarkoituksiin muokatusta A*-algoritmistä, jota projektin raportti kutsuu Context Dependent Subgoaling A*-algoritmiksi (kontekstiriippuvaisesti osatavoitteistava A*, CDSA*) ja ohjelmakoodi kutsuu subGoalAStar-algoritmiksi. CSDA* etsii polun haamulta pelaajahahmolle A*-algoritmilla, mikäli haamu on tarpeeksi lähellä pelaajahahmoa. Muussa tapauksessa CSDA* palauttaa ainoastaan suunnan, jolla haamu pääsee lähemmäs pelaajahahmoa. Tällä tavoin säästetään järjestelmän resursseja rajoittamalla tehtävien laskujen määrää. Pelissä käytetään polunetsintäalgoritmeja haamujen ja pelaajahahmojen välisen polun löytämiseksi ja A*- ja CSDA*-algoritmit käyttävät heuristiikkana Manhattan-etäisyyttä.

Sturtevant ja Geisberger [14] vertaavat tutkimuksessaan erilaisia suurelle etsintäalueelle soveltuvia polunetsintätekniikoita Dragon Age: Origins-videopelissä (DAO) käytettyyn polunetsintään. Nämä polunetsintätekniikat ovat abstraktiahierarkien käyttö, parempien heurististen funktioiden käyttö, sekä sopimushierarkioiden (Contrarction Hierarchy, CH) käyttö. Abstraktihierarkia ja CH ovat hierarkisessa polunetsinnässä (luku 3.5) käytettäviä tapoja muodostaa ylätason graafi. Abstraktihierarkia muodostaa ylätason graafin niin, että varsinaisen etsintäalueen eri osa-alueet ovat ylätason graafin solmuja, kun taas CH muodostaa ylätason graafin laskemalla alkuperäisen graafin jokaiselle solmulle tärkeystason (importance level) ja poistamalla vähemmän tärkeät solmut graafista. Sturtevant ja Geisberger [14] osoittivat, että hierarkinen polunetsintä joko abstraktiohierarkiaa tai CH:ta käyttäen soveltui parhaiten polunetsintään DAO:n kaltaisissa videopeleissä, koska näillä menetelmillä käytettiin vähiten suoritinta ja muistia. DAO käyttää abstraktiohierarkiaa, mut-

ta Sturtevant ja Geisberger [14] mainitsevat, että pelin polunetsintää olisi voinut tehostaa entisestään käyttämällä suurempia osa-alueita ylätason graafin rakentamiseen.

4.2 Karttaohjelmat

Polunetsintäalgoritmit ovat myös keskeisessä osassa karttaohjelmistoissa. Monet karttaohjelmat tarjoavat reitinhakupalveluita, joissa generoidaan kartan eri pisteiden välille reitti käyttäen polunetsintäalgoritmeja. Tämä on usein helppo toteuttaa, koska karttaohjelmat säilyttävät karttadataa usein polunetsintäalgoritmeille ideaalisessa muodossa. Esimerkiksi OpenDrive- formaatti sisältää dataa risteyksistä ja teistä, josta kootaan reititysgraafi[8].

OpenStreetMap-projekti [15] on yhteisön ylläpitämä avoimen lähdekoodin karttatietokanta, joka tarjoaa sivustollaan myös tietokannan karttadataa käyttävää karttaohjelmaa[16]. OpenStreetMap-karttaohjelma sisältää myös reitinhakumahdollisuuden. Reitinhakumahdollisuus sisältää reitinhakuvaihtoehdot kävelylle, pyöräilylle ja autoilulle käyttäen joko GraphHopperia, OSRM:ää tai Valhallaa[15].

Nämä ovat niin sanottuja reititysmoottoreita (routing engine), jotka ovat valmiita ohjelmistototeutuksia polunetsintäfunktioille[17]. OpenStreetMapin käyttämä GraphHopper-projekti [17] on Javalla kirjoitettu reititysmoottori. Se käyttää sisäisessä toteutuksessaan Dijkstran algoritmia, A*-algoritmia, sekä hierarkista polunetsintää käyttäen CH-menetelmää ylätason graafin luomiseen ja Dijkstran algoritmiä polunetsintään. GraphHopper valitsee ongelmaan sopivan polunetsintämenetelmän sen asetusten perusteella.

4.3 Robotiikka

Polunetsintää tutkitaan myös robotiikan näkökulmasta, koska käytännössä kaikki robotit, jotka liikkuvaat jossakin ympäristössä, tarvitsevat polunetsintäalgoritmeja tehdäkseen päätöksiä siitä, minne mennä[11]. Liikkuvien robottien polunetsintään liittyy monenlaisia haasteita. Yksi näistä on törmäyksien estäminen[2]. Robotit voivat törmätessään aiheuttaa vakavaa vahinkoa itseensä, ympäristöönsä ja alueella liikkuviin ihmisiin[11]. Esimerkiksi itseajavien autojen tapauksessa törmäykset voidaan pyrkiä estämään huomioimalla muut tienkäyttäjät paikallisessa reitinsuunnittelussa. Tämä ongelma kuitenkin monimutkaistuu kun tarvitsee huomioida erilaisia tienkäyttäjiä. Muut tienkäyttäjät huomioiva paikallinen reitinhakualgoritmi on helpompi suunnitella moottoritielle, missä voidaan odottaa liikkuvan pelkästään autoja ja voidaan odottaa että kaikilla on tarpeeksi tilaa, kuin kaupunkiin, jossa on lisäksi jalankulkijoita ja pyöräilijöitä, sekä määrällisesti enemmän tienkäyttäjiä ja vähemmän tilaa[8].

Törmäysten estämisen lisäksi robotiikassa tärkeässä roolissa on myös graafigeneraatio. Graafigeneraatio on osa lähes jokaista polunetsintäongelmaa, koska etsintäalue pitää muuttaa graafiksi, jotta polunetsintäalgoritmia voisi käyttää. Graafigeneraatio kuitenkin korostuu robotiikan sovelluksissa, koska toisin kun esimerkiksi videopeleissä tai karttaohjelmissa, tietokone ei hallitse etsintäaluetta, eikä se välttämättä ole tietoinen esteiden sijainnista alueella, tai alueen muutoksista. Tätä varten robotiikassa käytetään usein niin sanottuja dynaamisia polunetsintäalgoritmeja, jotka kykenevät reagoimaan etsintäalueen muutoksiin. Esimerkkejä näistä ovat A*-algoritmiin perustuva D*-algoritmi[4] ja Liu, Liu, Lu et al. [6] kehittämä DFPA-algoritmi.

Kim, Timothy, Salim et al. [18] esittelevät artikkelissaan kehittämäänsä halpaa kuljetusrobottia, joka käyttää polunetsintään A*-algoritmia. Robotille syötetään ensin graafidata, jonka perusteella se sitten etsii lyhimmän polun A*-algoritmilla ja seuraa sitä maaliin asti. Robotti ei käytä dynaamista polunetsintää, eikä se kykene

reagoimaan etsintäalueella tapahtuviin muutoksiin, vaan sille syötetään alueella olevat esteet graafidatan mukana. Lisäksi robotti sijoittaa itsensä graafiin seuraamalla toiminta-alueella maahan kiinnitettyjä mustia viivoja. Kyseinen robotti ei siis mielestäni soveltuisi tosielämän kuljetusrobotiksi, koska se ei pysty reagoimaan ympäristönsä muutoksiin ja se vaatii esiasennettua infrastruktuuria toimiakseen. Tutkimus keskittyi kuitenkin sensorisijoitusten optimalisointiin ja käännösmekanismin ja -algoritmien tekemiseen realistisen kuljetusrobotin polunetsintää enemmän.

Hein, Wesselhöft, Kirchheim et al. [19] vertailevat artikkelissaan polunetsintäalgoritmeja varastoissa työskenteleville teollisuusroboteille. Koska varastossa saattaa liikkua kerralla jopa kymmeniä tai satoja robotteja, kyseessä on moniagentillinen polunetsintäongelma. Lisäksi artikkeli olettaa, että robotit liikkuvat varastossa jatkuvasti lastausalueiden ja varastointialueiden välillä niin, että kun jokin robotti saa sille asetetun tehtävän valmiiksi, sille annetaan uusi satunnainen tehtävä.

Robotin sijaintia ei siis kyetä ennustamaan nykyisen tehtävän suorittamisen jälkeen. Tämän vuoksi artikkelin polunetsintäalgoritmt ajetaan uudestaan sille asetetun aikaikkunan ω mukaan. Tällöin algoritmeille riittää, että löydetyt polut ovat törmäysvapaita seuraavan aikaikkunan alkuun asti, eli vähintään ω ajan. Tätä kutsutaan artikkelissa rullaavan horisontin törmäystenratkaisuksi (Rolling Horizon Collision Resolution, RHCR)

Artikkelin vertaamat polunetsintäalgoritmit ovat ikkunoitu hierarkinen yhteistoimintakykyinen A* (Windowed Hierarchical Cooperative A*, WHCA*), tehostettu konfliktipohjainen haku (Enhanced Conflict Based Search, ECBS) ja prioriteettipohjainen haku (Priority Based Search, PBS). WCHA* on hierarkinen (luku 3.5) A*-algoritmi, joka on muokattu toimimaan moniagentillisten ongelmien kanssa ikkunoidusti. ECBS on tehostettu versio CBS-algoritmista, joka etsii polkua iteroituvasti niin, että aina kun törmäyskohta löydetään niin polunetsintä aloitetaan alusta niin, että törmäysmahdollisuus huomioidaan rajoitteena. PBS on yhdistelmä moniagentilliseen

ympäristöön mukautettua A*-algortimia ja CBS-algoritmia. Artikkelin mittauksissa PBS oli marginaalisesti tehokkaampi kuin WHCA* ja ECBS oli niin hidas, että se ei pystynyt tutkimukseen asennettujen aikarajoitteiden mukaan ratkaisemaan kuin yhden kolmesta tutkitusta varastosta.

5 Eräiden algoritmien tehokkuuden tarkastelu esimerkkiongelmassa

Tässä tutkielmassa on verrattu kahta polunetsintäalgoritmia, Dijkstran algoritmia ja BFS:ää, ajamalla niitä koneellisesti monta kertaa satunnaisesti generoiduissa graafeissa ja tutkimalla ajautumisaikoja. Graafit on toteutettu Boost Graph Library C++ kirjaston avulla jonka kehitti Boost-järjestö [20] . Testiohjelma ajaa algoritmit kahdessa Boost Graph Libraryn eri graafitoteutuksessa. Tämän tarkoitus on demonstroida graafien toteutuksen vaikutusta algoritmeihin. Testiohjelma itsessään on kehitetty tätä projektia varten ja julkaistu kokonaisuudessaan avoimen lähdekoodin jakeluun. [21]

Testiohjelma ratkaisee jokaisella testikerralla 2000 polunetsintäongelmaa, jossa jokaista varten generoidaan graafi n solmulla ja $1,25n$ kaarella. Ajokertoja oli yhteensä 200/kategoria, eli jokaista kategoriaa kohtaan ratkaistiin yhteensä $2000 * 200 = 40000$ polunetsintäongelmaa. Käytetyt graafikoot olivat $n = 64$, $n = 128$ ja $n = 512$. Toteutuksen testisilmukassa oli kutsu, sekä BFS:lle, että Dijkstran algoritmille, sekä listatyyppisessä-, että matriisityyppisessä graafissa, mutta yksittäisissä testeissä kommentoitiin kaikki muu kuin testattava. Täten kun testattiin esimerkiksi Dijkstran algoritmia matriisityyppisessä graafissa, niin kaikki listatyyppisiin graafeihin ja BFS:ään liittyvät toimenpiteet oli kommentoitu pois, jolloin ne eivät vaikuta testien tuloksiin.[21]

Taulukko 5.1: Yhteenveto testeissä mitatuista ajoista (sekuntia)

Graafien tyyppi ja koko (solmuja)	BFS	Dijkstran algoritmi
Lista 64	Keskiarvo: 2,805 Keskihajonta: 0,3972	Keskiarvo: 2,975 Keskihajonta: 0,1565
Lista 128	Keskiarvo: 5,345 Keskihajonta: 0,4766	Keskiarvo: 6,63 Keskihajonta: 0,4840
Lista 512	Keskiarvo: 25,67 Keskihajonta: 0,4714	Keskiarvo: 50,4 Keskihajonta: 0,5931
Matriisi 64	Keskiarvo: 3,185 Keskihajonta: 0,3893	Keskiarvo: 2,945 Keskihajonta: 0,2286
Matriisi 128	Keskiarvo: 9,49 Keskihajonta: 0,5012	Keskiarvo: 8,77 Keskihajonta: 0,4219
Matriisi 512	Keskiarvo: 124,73 Keskihajonta: 0,6156	Keskiarvo: 114,315 Keskihajonta: 1,214

Taulukossa 5.1 esitetään yhteenveto siitä, kuinka monta sekuntia yksittäisen kategoriaan kuuluvan testin (2000 polunetsintäongelmaa) keskimäärin vei. Yksittäisten testien mittaustulokset ja laskuihin käytetty R-ohjelma on saatavilla testiohjelman data-kansiosta. ([21])

Tulkoksista näkyy, että ajoajat kasvavat kaikkialla selkeästi nopeammin kuin graafikoko, paitsi listatyyppisten graafien BFS:ssä. Matriisityyppisissä graafeissa Dijkstran algoritmi on vähän nopeampi kuin BFS, mutta listatyyppisissä graafeissa BFS on selkeästi nopeampi kuin Dijkstran algoritmi. Muissa vastaavissa tutkimuksissa, joita luin tätä tutkielmaa varten Dijkstra oli nopeampi kuin BFS.[5] Vaikka Dijkstran algoritmi onkin epäinformoitu hakualgoritmi[3], se käyttää ahneuden periaatetta käsiteltävien solmujen ja kaarien minimoimiseksi[5], jonka takia sen hitaus listatyyppisissä graafeissa BFS:ään verrattuna oli yllättävää. Mahdollinen selitys tälle voi ehkä olla testiohjelman toteutus Dijkstran algoritmista, joka iteroi tutkittavasta solmusta lähtevien kaarien läpi.[21] Tämä saattaa olla listatyyppisissä graafeissa kallis toimenpide.

6 Yhteenveto

Tämän tutkielman tutkimuskysymys **1.** oli selvittää minkälaisia polunetsintäalgoritmeja on kehitetty. Polunetsintäalgoritmit voidaan muun muassa jakaa yksiagentillisiin ja moniagentillisiin polunetsintäalgoritmeihin sen mukaan monellekko etsintäalueella liikkuvalle agentille ollaan etsimässä reittiä. Suurin osa tämän tutkielman luvussa 3 käsitellyistä algoritmeista on yksiagentillisia. Moniagentillisista algoritmeista puhutaan lähinnä luvussa 4.3 robotiikan kontekstissa.

Polunetsintäalgoritmit voidaan jakaa myös epäinformoituihin, informoituihin ja metaheuristisiin algoritmeihin. Näistä epäinformoidut algoritmit eivät ole tietoisia etsimänsä alueen yksityiskohdista, kun taas informoidut algoritmit voivat käyttää etsintäalueesta laskemaansa dataa nopeuttamaan algoritmia. Metaheuristiset algoritmit taas käyttävät muita keinoja kuin solmukohtien tutkimista tai heuristisia funktioita polkujen etsimiseen.[4] Nämä on rajattu tästä tutkielmasta pois.

Näiden lisäksi on olemassa myös hierarkisia ja dynaamisia polunetsintäalgoritmeja. Hierarkiset polunetsintäalgoritmit luovat etsintäalueesta yksinkertaistetun abstraktion, jossa on helpompi ratkaista ongelma. Varsinaisen ongelman ratkaisu johdetaan sitten abstraktion ratkaisusta.[12] Hierarkisesta polunetsinnästä puhutaan tarkemmin luvussa 3.5. Dynaamiset algoritmit taas kykenevät reagoimaan etsintäalueessa tapahtuviin muutoksiin reaaliajassa. Näistä puhutaan pikaisesti luvussa 4.3.

Tutkimuskysymys **2.** oli selvittää miten polunetsintäalgoritmeja voidaan käyttää

käytännön sovelluksiin. Tähän kysymykseen vastataan kappaleessa 4, jossa syvennytään tarkemmin kolmeen sovelluskohteeseen: videopeleihin, karttaohjelmistoihin ja robotiikkaan.

Tutkimuskysymys **3.** oli, että miten polunetsintäalgoritmien tehokkuutta voidaan mitata. Tätä varten toteutettiin pienimuotoinen tutkimus, joka sisälsi C++-toteutukset kahdesta algoritmista, joiden ajoaikoja vertailtiin. Tämän tutkimuksen tulokset ja ohjelmakoodi on julkaistu verkossa.[21] Tutkimuksissa todettiin, että graafin tekninen toteutus vaikutti ajoaikoihin enemmän kuin käytetty algoritmi. Hiukan yllättäen Dijkstran algoritmi ei ollut tutkimuksessa kaikkialla nopeampi kuin BFS. Tämä ei vastaa muiden vastaavien kokeiden tuloksia. [5] Muissa vastaavissa mittauksissa on mitattu ajoajan lisäksi löydettyjen polkujen pituutta ja laskutoimituksien lukumäärää. [5][13]

Minun tekemää testiohjelmaa voisikin parantaa lisäämällä siihen ajoajan lisäksi muita mittareita. Lisäksi voisin jatkotutkimuksena selvittää miksi Dijkstran algoritmi oli testiohjelmassa tietyissä tietorakenteissa hitaampi kuin BFS. Mikäli se johtuu tietorakenneoperaatioiden hitauseroista niinkuin luulen sen johtuvan, niin saattaisi olla järkevää verrata näitä algoritmeja uudestaan kullekin tietorakenteelle optimoidulla algoritmilla geneerisen algoritmin sijasta.

Tässä tutkielmassa tutustuttiin polunetsintäalgoritmeihin, sekä niiden käyttökohteisiin ja toteutettiin pienimuotoinen tutkimus niiden vertailemiseksi. Tutkimuskysymyksiin on vastattu ja mahdollisia tulevan tutkimisen aiheita on löydetty.

Lähdeluettelo

[1] G. E. Mathew ja G. Malathy, "Direction based heuristic for pathfinding in video games", teoksessa *2015 2nd International Conference on Electronics and Communication Systems (ICECS)*, IEEE, 2015, s. 1651–1657. DOI: 10.1109/ECS.2015.7124867.

[2] Z. A. Algfoor, M. S. Sunar ja H. Kolivand, "A Comprehensive Study on Pathfinding Techniques for Robotics and Video Games", *Int. J. Comput. Games Technol.*, vol. 2015, tammikuu 2015, ISSN: 1687-7047. DOI: 10.1155/2015/736138.

[3] R. Stern, N. R. Sturtevant, A. Felner et al., "Multi-Agent Pathfinding: Definitions, Variants, and Benchmarks", *CoRR*, vol. abs/1906.08291, 2019. eprint: 1906.08291.

[4] S. R. Lawande, G. Jasmine, J. Anbarasi ja L. I. Izhar, "A Systematic Review and Analysis of Intelligence-Based Pathfinding Algorithms in the Field of Video Games", *Applied Sciences*, vol. 12, nro 11, 2022, ISSN: 2076-3417. DOI: 10.3390/app12115499.

[5] S. Permana, K. Bintoro, B. Arifitama ja A. Syahputra, "Comparative Analysis of Pathfinding Algorithms A*, Dijkstra, and BFS on Maze Runner Game", *IJISTECH (International Journal Of Information System & Technology)*, vol. 1, toukokuu 2018. DOI: 10.30645/ijistech.v1i2.7.

[6] Z. Liu, H. Liu, Z. Lu ja Q. Zeng, "A Dynamic Fusion Pathfinding Algorithm Using Delaunay Triangulation and Improved A-Star for Mobile Robots", *IEEE Access*, vol. 9, s. 20 602–20 621, 2021. DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3055231.

[7] D. Rachmawati ja L. Gustin, "Analysis of Dijkstra's Algorithm and A* Algorithm in Shortest Path Problem", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1566, kesäkuu 2020. DOI: 10.1088/1742-6596/1566/1/012061.

[8] F. Poggenhans ja J. Janosovits, "Pathfinding and Routing for Automated Driving in the Lanelet2 Map Framework", teoksessa *2020 IEEE 23rd International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, 2020. DOI: 10.1109/ITSC45102.2020.9294376.

[9] R. Rahim, D. Abdullah, S. Nurarif et al., "Breadth First Search Approach for Shortest Path Solution in Cartesian Area", *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 1019, kesäkuu 2018. DOI: 10.1088/1742-6596/1019/1/012038.

[10] L. Zhao, H. Xu, J. Li ja Q. Cai, "A Kind of Map Coloring Algorithm Considering of Depth First Search", teoksessa *2012 International Conference on Industrial Control and Electronics Engineering*, 2012. DOI: 10.1109/ICICEE.2012.175.

[11] D. Foead, A. Ghifari, M. B. Kusuma, N. Hanafiah ja E. Gunawan, "A Systematic Literature Review of A* Pathfinding", *Procedia Computer Science*, vol. 179, s. 507–514, 2021, 5th International Conference on Computer Science and Computational Intelligence 2020, ISSN: 1877-0509. DOI: https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.01.034.

[12] Y. F. Yiu ja R. Mahapatra, "Regions Discovery Algorithm for Pathfinding in Grid Based Maps", teoksessa *2020 Second International Conference on Transdisciplinary AI (TransAI)*, 2020, s. 84–87. DOI: 10.1109/TransAI49837.2020.00018.

[13] A. Spittlemeister ja J. Opdahl, *Pathfinding-in-Pacman*, Käytetty projektin raporttia (Full-Project-Report.pdf), sekä lähdekoodia., toukokuu 2017. url: https://github.com/AndrewSpittlemeister/Pathfinding-in-Pacman.

[14] N. Sturtevant ja R. Geisberger, "A Comparison of High-Level Approaches for Speeding Up Pathfinding", *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment*, vol. 6, s. 76–82, lokakuu 2010. DOI: 10.1609/aiide.v6i1.12400.

[15] OpenStreetMap-projekti, toim., *OpenStreetMap*, https://www.openstreetmap.org, OpenStreetMap Foundation, maaliskuu 2023. (viitattu 17. 03. 2023).

[16] OpenStreetMap-projekti, toim. "OpenStreetMap - About", OpenStreetMap Foundation. (maaliskuu 2023), url: https://www.openstreetmap.org/about (viitattu 17. 03. 2023).

[17] GraphHopper-projekti, toim., *GraphHopper*, versio 7.0, GraphHopper GmbH, maaliskuu 2023. url: https://github.com/graphhopper/graphhopper (viitattu 17. 03. 2023).

[18] J. W. Kim, N. Timothy, A. A. Salim, E. Taniara ja E. Steven, "Implementation of A* Shortest Path Finding Algorithm in a Transport Robot with Robust Turning Mechanism", teoksessa *2022 1st International Conference on Technology Innovation and Its Applications (ICTIIA)*, 2022. DOI: 10.1109/ICTIIA54654.2022.9935869.

[19] B. Hein, M. Wesselhöft, A. Kirchheim ja J. Hinckeldeyn, "Towards Industry-Inspired Use-Cases for Path Finding in Robotic Mobile Fulfillment Systems", teoksessa *2022 IEEE 27th International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA)*, 2022. DOI: 10.1109/ETFA52439.2022.9921501.

[20] Boost-järjestö, *Boost Graph Library*, versio 1.85.0, 28. huhtikuuta 2024. url: https://www.boost.org/doc/libs/1_85_0/libs/graph/doc/index.html.

[21] B. Ortutay, *graph-tests-2*, versio b1f1d96, 28. huhtikuuta 2024. url: https://github.com/gitond/graph-tests-2/.

Liite A Polunetsintäalgoritmien pesudokooditoteutukset

Tämä liitedokumentti sisältää tutkielmassa käsiteltyjen polunetsintäalgoritmien pseudokooditoteutukset.

Ohjelmalistaus 1 Esimerkki BFS-algoritmista (osa 1)

```
procedure BFSEsimerkki(graafidata, lahtosolmu, maalisolmu)
    vieraillut ← tyhjaLista
    kasiteltavat ← tyhjaLista
    vanhemmat ← tyhjaLista
    polku ← tyhjaLista
    kasiteltavat.lisaaLoppuun(lahtosolmu)
    vanhemmat[lahtosolmu] ← −1
    while kasiteltavat ≠ tyhjaLista do
        kasiteltava ← kasiteltavat.poistaEnsimmainen()
        vieraillut.lisaaLoppuun(kasiteltava)
        if kasiteltava = maalisolmu then
            while vanhemmat[kasiteltava] ≠ −1 do
                polku.lisaaAlkuun(kasiteltava)
                kasiteltava ← vanhemmat[kasiteltava]
            end while
            polku.lisaaAlkuun(lahtosolmu)
            return polku
        else
            for all n ∈ graafidata.naapurit(kasiteltava) do
                if (n ∉ vieraillut) ∧ (n ∉ kasiteltavat) then
                    vanhemmat[n] ← kasiteltava
                    kasiteltavat.lisaaLoppuun(n)
                end if
            end for
        end if
```

Ohjelmalistaus 2 Esimerkki DFS-algoritmista

```
procedure DFSEsimerkki(graafidata, lahtosolmu, maalisolmu, gVieraillut)
    vieraillut ← gVieraillut
    vieraillut.lisaaLoppuun(lahtosolmu)
    for all n ∈ graafidata.naapurit(lahtosolmu) do
        if n ∉ vieraillut then
            if n ≠ maalisolmu then
                polku = DFSEsimerkki(graafidata, n, maalisolmu, vieraillut)
            else
                return [n]
            end if
        end if
    end for
    if polku ≠ NULL then
        polku.lisaaAlkuun(lahtosolmu)
    end if
    return polku
end procedure
```

Ohjelmalistaus 3 Esimerkki Dijkstran algoritmista (osa 1)

procedure DIJKSTRAESIMERKKI($graafidata, lahtosolmu, maalisolmu$)

$unvisited : \{\} \leftarrow (\forall V \in G : true)$

$distances : \{\}$

for all $V \in G$ **do**

$(V = S) \Rightarrow (distances[V.index] \leftarrow 0)$

$(V \neq S) \Rightarrow (distances[V.index] \leftarrow \infty)$

end for

$parents : \{\}$

for all $V \in G$ **do**

$(V = S) \Rightarrow (distances[V.index] \leftarrow -1)$

$(V \neq S) \Rightarrow (distances[V.index] \leftarrow -2)$

end for

$path : \{\}$

$current \leftarrow S$

$i \leftarrow 0$

while $i \leq G.size0$ **do**

for all $N \in current.neighbors$ **do**

if $unvisited[N.index] = true$ **then**

$nWeight \leftarrow distances[current.index] + weight(current, N)$

if $distances[N.index] > nWeight$ **then**

$distances[N.index] \leftarrow nWeight$

$parents[N.index] \leftarrow current$

Ohjelmalistaus 4 Esimerkki Dijkstran algoritmista (osa 2)

```
            end if
        end if
    end for
    unvisited[current.index] ← false
    minDist ← infty
    minDistInd ← −1
    for all U ∈ unvisited do
        if unvisited[U.index] = true then
            if distances[U.index] < minDist then
                minDist ← distances[U.index]
                minDistInd ← U.index
            end if
        end if
    end for
    current ← minDistInd
    (current = d) ⇒ ( break )
    i = i + 1
end while
previous ← parents[current]
while previous ≠ −1 do
    path.beginning ← current
    current ← previous
    previous ← parents[current]
end while
path.beginning ← S
return path
end procedure
```

Ohjelmalistaus 5 Esimerkki A*-algoritmista (osa 1)

```
procedure A*Esimerkki(graafidata, lahtosolmu, maalisolmu)
    avoinL ← tyhjaLista
    suljettuL ← tyhjaLista
    gHintaLog ← tyhjaSanakirja
    avoinL.lisaaLoppuun(nykyinen = lahtosolmu; vanhempi = NULL)
    gHintaLog.lisaa(AVAIN = lahtosolmu; ARVO = 0)
    while avoinL ≠ tyhjaLista do
        minHinta ← ∞
        for all solmu ∈ avoinL do
            if gHintaLog[solmu.nykyinen] + heuristinenArvo[solmu.nykyinen]
             < minHinta then
                minHinta ←
                gHintaLog[solmu.nykyinen] + heuristinenArvo[solmu.nykyinen]
                nykyinen ← solmu
            end if
        end for
        avoinL.poista(avoinL.indeksi(nykyinen))
        suljettuL.lisaaLoppuun(nykyinen)
        for n ∈ graafidata.naapurit(nykyinen.nykyinen) do
            if n = maalisolmu then
                nykyinen ← (nykyinen = n; vanhempi = nykyinen.nykyinen)
                polku ← tyhjaLista
                while nykyinen.vanhempi ≠ NULL do
```

Ohjelmalistaus 6 Esimerkki A*-algoritmista (osa 2)

```
                polku.lisaaAlkuun(nykyinen.nykyinen)
                nykyinen ← nykyinen.vanhempi
            end while
            polku.lisaaAlkuun(lahtoarvo)
            return polku
        end if
        if n ∈ suljettuL.map(jasen → jasen.nykyinen) then
            continue
        else
            if n ∉ avoinL.map(jasen → jasen.nykyinen) then
                avoinL.lisaaLoppuun
                (nykyinen = n; vanhempi = nykyinen.nykyinen)
                gHintaLog.lisaa(AVAIN = n; ARVO =
                gHintaLog(nykyinen.nykyinen)+
                graafidata.hinta(nykyinen.nykyinen, n))
            else
                if gHintaLog[n] > gHintaLog(nykyinen.nykyinen)+
               graafidata.hinta(nykyinen.nykyinen, n) then
                    gHintaLog[n] ← HintaLog(nykyinen.nykyinen)+
                    graafidata.hinta(nykyinen.nykyinen, n)
                end if
            end if
        end if
    end for
  end while
  return NULL
end procedure
```

Ohjelmalistaus 7 Esimerkki hierarkisesta polunetsintäalgoritmista

```
procedure HierarkinenEsimerkki(graafidata, lahtosolmu, maalisolmu)
    YlatasonGraafi = Alueenjakoalgoritmi.Jaa(graafidata)
    lahtoalue ← tyhjaGraafi
    maalialue ← tyhjaGraafi
    varsinainenPolku ← tyhjaLista
    for all alue ∈ YlatasonGraafi do
        if lahtosolmu ∈ alue then
            lahtoalue ← alue
        end if
        if maalisolmu ∈ alue then
            maalialue ← alue
        end if
    end for
    YlatasonPolku = PolunetsintaAlgoritmi(YlatasonGraafi, lahtoalue, maalialue)
    for all alue ∈ YlatasonPolku do
        varsinainenPolku.lisaaLoppuun(
        PolunetsintaAlgoritmi(alue, Alueenjakoalgoritmi.KriittisetPisteet(alue)))
    end for
    Return varsinainenPolku
end procedure
```