

一元二次方程在实数域上的求解

作者姓名：唐浩

作者专业学号：信息与计算科学 3200102118

2022 年 7 月 3 日

1 简介

一元二次方程，字面意思来看，便是只有一个未知数 (元)，且未知数最高次数为 2 的一个整式方程。其一般形式为 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，称 ax^2 为二次项， a 为二次项系数； bx 为一次项， b 为一次项系数； c 为常数项。

求解一元二次方程的解，便是求使得一元二次方程左右两边相等的未知数 x 的值，该解也叫做一元二次方程的根 (root)。

2 求解

求一元二次方程的根的过程便称作求解一元二次方程，其解法众多，接下来我们介绍其中一种解法——判别式法：称式子 $b^2 - 4ac$ 为 $ax^2 + bx + c = 0$ 根的判别式，记做 Δ 。 Δ 有三种情形：1) < 0 , 2) $= 0$, 3) > 0 。下面我们就这三种情况分别进行讨论。哦对了，在此之前将方程进行配方，得

$$(x + b/2a)^2 = (b^2 - 4ac)/(4a^2)$$

2.1 当 $\Delta < 0$

若 $\Delta < 0$ ，则 $(x + b/2a)^2 < 0$ ，显然， x 在实数域上取值时，这个解不存在，即方程无实数根。

2.2 当 $\Delta = 0$

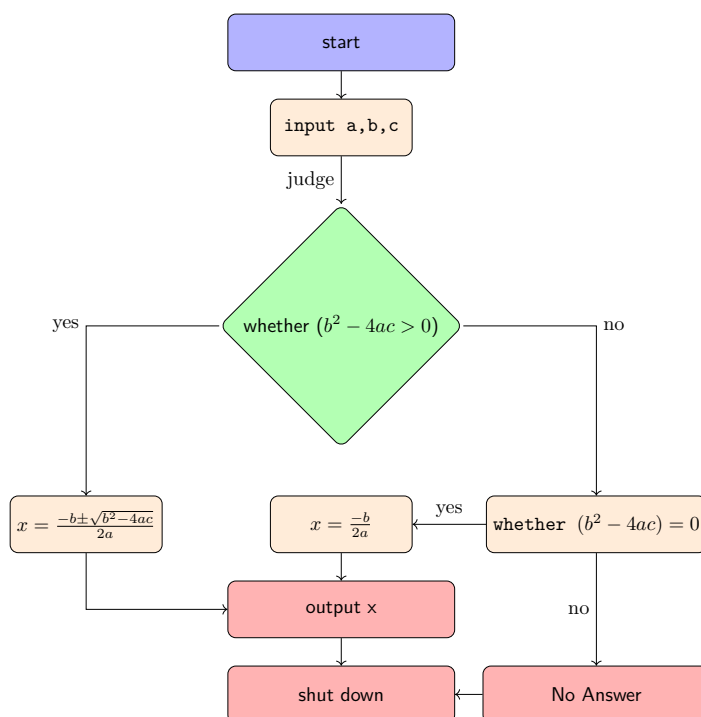
若 $\Delta = 0$ ，则 $(x + b/2a)^2 = 0$ ，显然，此时的 $x = -\frac{b}{2a}$ 。

2.3 当 $\Delta > 0$

若 $\Delta > 0$ ，则 $(x + b/2a)^2 > 0$ ，显然，此时方程有两个不同的根，分别为：

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

具体的算法流程图如下：



3 总结

综上所述，当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不等的实数根；

当 $\Delta = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；

当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根。

当 $\Delta \geq 0$ 时，方程的实数根可写为 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ 的形式，这个式子叫做一元二次方程的求根公式。

以下给出一个简单的图例：

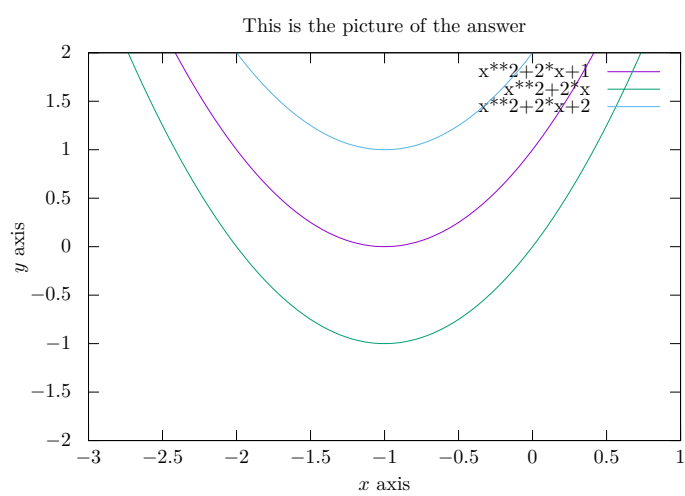


Figure 1: The picture of the answer