

Julia Set 的生成

唐浩
信息与计算科学 3200102118

浙江大学数学科学学院

2022 年 7 月 4 日

正文

- 引言
- 数学理论
- 算法
- 数值算例
- 分析
- 结论

引言



朱利亚集合 (Julia Set) 是一个在复平面上形成分形的点的集合。以法国数学家 Gaston Julia 的名字命名。

它是一个几何图形，其中的点均出自迭代公式： $Z_{n+1} = Z_n^2 + C$ ，取定一个常数 C ，对于复平面上的每一点 z ，若 Z_n 收敛，则 z 在集合中。对于所有的 z 组成的集合，便称为 **Julia Set**。本文主要介绍如何生成 Julia Set，并简单叙述其与 Mandelbrot Set 之间的关系。

数学理论

■ 迭代

迭代是重复反馈过程的活动。每一次对过程的重复称为一次“迭代”，而每一次迭代得到的结果会作为下一次迭代的初始值。就 Julia Set 而言，被迭代的是一些最简单的函数，其形如 $f(x) = x^2 + C$ (C 为常量)。

■ 逃逸时间算法

如果对于一个复数序列 $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ 有 $|z_j| > \max(2, |C|)$ 则序列将逃逸到无穷大。

对于每个复参数平面上的点 C ，我们生成一个序列 Z ，根据逃逸准则，我们规定 R 为逃逸半径，在 $\{z_1, \dots, z_n\}$ 里，如果 $|z_j| < R$ ，判断有界（但其实也有可能这个序列是无界的），反之，这个序列无界。

算法

数值算例

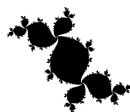
选取迭代次数 $N = 100$, 选取不同的常数 C , 将会得到不同的 Julia Set, 以下我们选取几个常数 C 的值, 当我们将 C 设置成 $(0,0)$, 将会得到一个圆, 由于图像的对称性, 在此, 统一将 C 取为 $(-x,y)$ 的形式。



(a) $C = (0,0)$



(b) $C = (-0.5, 0.5)$



(c) $C = (-0.1, 0.7)$



(d) $C = (-1, 0.2)$

分析

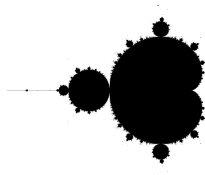


图: This is a Mandelbrot Set picture

图中的每个点对应于一个 filled Julia Set，其中黑点是路径连通的 Julia Set，白点是不连通的 Julia Set。选取 Mandelbrot Set 中的对应黑点，便可得到上面生成的 Julia Set 图。

Mandelbrot Set 与 Julia Set 都是由迭代关系: $z_{n+1} = z_n + C$ 所产生的点集，只不过两者一个由 z 产生，一个由 C 产生，在计算机上表现的不同便是一个遍历 z ，一个遍历 C 。

结论

Mandelbrot Set 与 Julia Set 都是由迭代关系: $z_{n+1} = z_n + C$ 所产生的点集, 只不过两者一个由 z 产生, 一个由 C 产生, 在计算机上表现的不同便是一个遍历 z , 一个遍历 C 。