

# Julia Set 的生成

唐浩  
信息与计算科学 3200102118

浙江大学数学科学学院

2022 年 7 月 4 日

# 正文

- 引言
- 数学理论
- 算法
- 数值算例
- 分析
- 结论

# 引言



朱利亚集合 (Julia Set) 是一个在复平面上形成分形的点的集合。以法国数学家 Gaston Julia 的名字命名。

它是一个几何图形，其中的点均出自迭代公式： $Z_{n+1} = Z_n^2 + C$ ，取定一个常数  $C$ ，对于复平面上的每一点  $z$ ，若  $Z_n$  收敛，则  $z$  在集合中。对于所有的  $z$  组成的集合，便称为 **Julia Set**。本文主要介绍如何生成 Julia Set，并简单叙述其与 Mandelbrot Set 之间的关系。

# 数学理论

## ■ 迭代

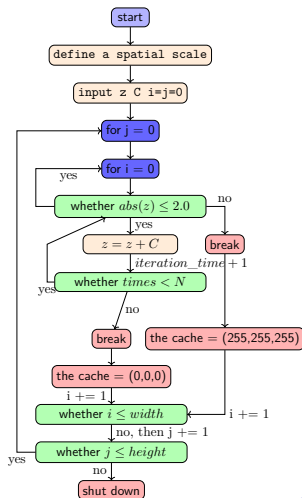
迭代是重复反馈过程的活动。每一次对过程的重复称为一次“迭代”，而每一次迭代得到的结果会作为下一次迭代的初始值。就 Julia Set 而言，被迭代的是一些最简单的函数，其形如  $f(x) = x^2 + C$  ( $C$  为常量)。

## ■ 逃逸时间算法

如果对于一个复数序列  $\{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  有  $|z_j| > \max(2, |C|)$  则序列将逃逸到无穷大。

对于每个复参数平面上的点  $C$ ，我们生成一个序列  $Z$ ，根据逃逸准则，我们规定  $R$  为逃逸半径，在  $\{z_1, \dots, z_n\}$  里，如果  $|z_j| < R$ ，判断有界（但其实也有可能这个序列是无界的），反之，这个序列无界。

# 算法



# 数值算例

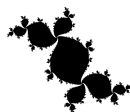
选取迭代次数  $N = 100$ , 选取不同的常数  $C$ , 将会得到不同的 Julia Set, 以下我们选取几个常数  $C$  的值, 当我们将  $C$  设置成  $(0,0)$ , 将会得到一个圆, 由于图像的对称性, 在此, 统一将  $C$  取为  $(-x,y)$  的形式。



(a)  $C = (0,0)$



(b)  $C = (-0.5,0.5)$



(c)  $C = (-0.1,0.7)$



(d)  $C = (-1,0.2)$

# 分析

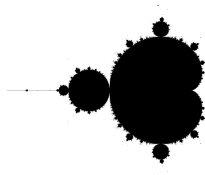


图: This is a Mandelbrot Set picture

图中的每个点对应于一个 filled Julia Set，其中黑点是路径连通的 Julia Set，白点是不连通的 Julia Set。选取 Mandelbrot Set 中的对应黑点，便可得到上面生成的 Julia Set 图。

Mandelbrot Set 与 Julia Set 都是由迭代关系:  $z_{n+1} = z_n + C$  所产生的点集，只不过两者一个由  $z$  产生，一个由  $C$  产生，在计算机上表现的不同便是一个遍历  $z$ ，一个遍历  $C$ 。

# 结论

Mandelbrot Set 与 Julia Set 都是由迭代关系:  $z_{n+1} = z_n + C$  所产生的点集, 只不过两者一个由  $z$  产生, 一个由  $C$  产生, 在计算机上表现的不同便是一个遍历  $z$ , 一个遍历  $C$ 。