

Laboratorio #1 Control Análogo

Gerónimo Aristizábal * Daniel Jiménez **

* *Escuela de Ingeniería de Antioquia, Envigado, Colombia (e-mail: geronimoaristizabal@hotmail.com).*

** *Escuela de Ingeniería de Antioquia, Envigado, Colombia (e-mail: danieljimenez92@gmail.com).*

Resumen: En muchos procesos es necesaria la capacidad de predecir el comportamiento de un sistema conociendo las entradas. A veces no se conocen los modelos físicos de los sistemas, pero a partir de una curva de reacción se pueden estimar los parámetros para formar así una función de transferencia. En el presente informe se muestran diferentes aproximaciones de función de transferencia de un generador eléctrico a partir de una base de datos, y se comparan los resultados obtenidos.

Keywords: Función de transferencia, Control Análogo, Laboratorio, Planta, Generador, Voltaje, Motor.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando se tiene un sistema del que se desconoce el modelo físico o los parámetros, es posible determinar la función de transferencia de éste a partir de las curvas de reacción, es decir, se excita el sistema de una manera controlada, y a partir de la respuesta obtenida se calculan parámetros que permitan aproximarse a un modelo. En el presente informe se hace uso de varios métodos para, partiendo de una base de datos medida en una planta, encontrar la función de transferencia. La planta consta de un generador y un motor. La variable medida es el voltaje en el generador, las variables de control son la frecuencia del variador que mueve el motor, el voltaje de excitación del generador (que genera una corriente en la bobina del mismo) y la carga (potencia). Para este experimento se pusieron la frecuencia del variador y la carga constantes en 50Hz y 40W respectivamente, y se manipuló el voltaje de excitación.

2. PROCEDIMIENTO

2.1 Diseño de circuito y HMI

Para llevar a cabo la toma de datos con la tarjeta seleccionada (PCduino3), fue necesario el diseño y montaje de un circuito para adecuar, tanto la señal de PWM que enviamos a esta, como la lectura analoga que obtenemos de la misma. La señal recibida fue filtrada y luego convertida desde la salida de la planta (2-10V) a el intervalo de entrada analoga del PCduino (0-3V) (Ver figura del anexo A.1).

El PCduino tiene una salida de PWM que fue usada como excitación, dicha salida fue filtrada para acercarse mas a una señal analoga, y posteriormente fue amplificada con una ganancia de 3, para pasar de la salida del PCduino (0-3.3V) al intervalo de entrada a la planta (0-10V).

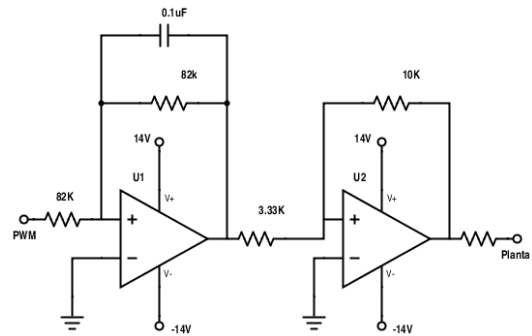


Figura 1. Circuito de excitacion con un pwm

Para el HMI, se programó un servidor en Nodejs, que se encarga de tomar datos cada 10ms y de enviar al cliente un vector de 30 puntos cada segundo para actualizar el gráfico del cliente, al mismo tiempo esta escribiendo todos los datos obtenidos en un archivo de texto cada 10ms. El cliente por su lado es una pagina HTML compuesta por un canvas y unos cuantos elementos de formulario para enviar datos al servidor, de este se modifica el porcentaje de escalón aplicado y para el canvas se dió uso de Chartjs. El código fuente del software usado puede ser encontrado en el repositorio: <https://github.com/leyenda/ControlLab>



Figura 2. HMI

2.2 Modelo fenomenológico

La planta consta de un motor eléctrico que pone a girar al generador mediante una poléa. El generador se excita por medio de un voltaje, y prende una carga.

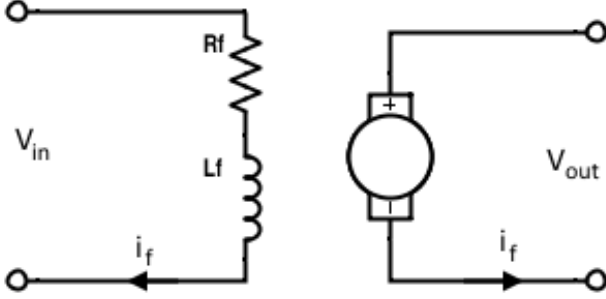


Figura 3. Modelo simplificado de la planta, excitación en el generador con base en modelo de Das Begamudre (1988)

$$V_{in} = i_f R_f + L_f \frac{di}{dt} \quad (1)$$

$$V_{out} = K_a \phi \omega \quad (2)$$

$$\phi = K_f i_f \quad (3)$$

Reemplazando (3) en (2) y tomando frecuencia como constante:

$$V_{out} = K_a K_f i_f \omega \quad (4)$$

Aplicando transformada de Laplace en (4) y (1):

$$V_{in}(s) = I(s)(R_f + L_f s) \quad (5)$$

$$V_{out}(s) = K_a K_f I(s) \omega \quad (6)$$

De (6):

$$I(s) = \frac{V_{in}(s)}{R_f + L_f s} \quad (7)$$

Finalmente, con (7) y (6):

$$Gp(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{K_a K_f \omega}{R_f + L_f s} \quad (8)$$

Parametrizando (8) con:

$$\begin{aligned} K_a K_f &= K' = 1,6 \\ \omega &= 50 \text{Hz} (2\pi) = 314,16 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ R_f &= 120 \Omega \\ L_f &= 48 \text{H} \end{aligned}$$

$$Gp(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{502,656}{48s + 120} \quad (9)$$

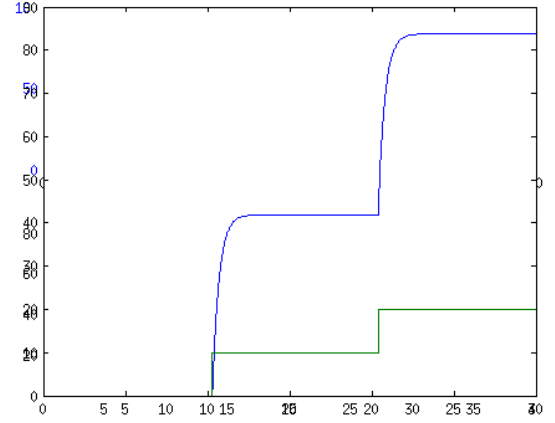


Figura 4. Respuesta del sistema con la función de transferencia obtenida del modelo

2.3 Análisis de gráficas de reacción

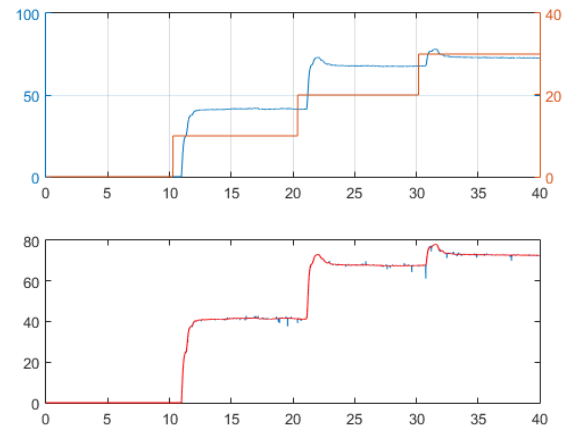


Figura 5. Gráfica señal de respuesta y escalón con filtrado digital.

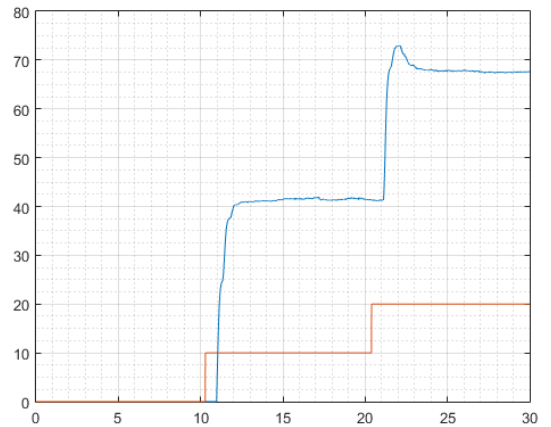


Figura 6. Gráfica efectiva: Sólo se usarán los datos de 0 a 30 segundos.

En la Fig. 5 se muestra la toma de datos filtrada digitalmente en la parte superior, y la comparación entre la original y la filtrada en la parte inferior. Se observa que en el escalón de 30 % ocurre la saturación del sistema, por lo que los datos obtenidos de ahí en adelante no son significativos. Todos los cálculos hechos son usando la gráfica hasta el segundo 30 (Ver Fig. 6).

2.4 Ecuaciones y Tablas

Usando métodos de curva de reacción se obtuvieron las siguientes funciones de transferencia, aproximando cada reacción con un sistema de primer, segundo y tercer orden. Para tercer orden se usó el método de Strejc, como se explica en Alfaro (2001) y Arafet (2008).

Cuadro 1. Media y Varianza de la toma de datos

| Media | Varianza | Covarianza |
|---------|----------|------------|
| 33.6373 | 785.4708 | 785.4708 |

Cuadro 2. Funciones de Transferencia por escalón

| Escalon 0-10 | Gp | |
|---------------|---|------|
| POR | $\frac{4,12}{0,39s + 1} \cdot e^{-0,67s}$ | (10) |
| SOR | $\frac{176,3116}{s^2 + 17,83s + 42,79} \cdot e^{-0,6088s}$ | (11) |
| TOR | $\frac{4,12}{0,0015s^3 + 0,0388s^2 + 0,3411s + 1} \cdot e^{-0,5984s}$ | (12) |
| Escalon 10-20 | | |
| POR | N/A | |
| SOR | $\frac{40,3807}{s^2 + 3,5603s + 15,3539} \cdot e^{-0,7s}$ | (13) |
| TOR | $\frac{2,63}{0,0008s^3 + 0,0254s^2 + 0,2759s + 1} \cdot e^{-0,6668s}$ | (14) |

Cuadro 3. Media y Varianza Funciones

| Escalón 0-10 | Media | Varianza | Covarianza |
|---------------|---------|------------|------------|
| POR | 37.3559 | 1.0897e+03 | 1.0897e+03 |
| SOR | 37.4552 | 1.0923e+03 | 1.0923e+03 |
| TOR | 37.6868 | 1.1021e+03 | 1.1021e+03 |
| Escalón 10-20 | Media | Varianza | Covarianza |
| POR | N/A | N/A | N/A |
| SOR | 24.0707 | 455.2085 | 455.2085 |
| TOR | 24.0517 | 450.0281 | 450.0281 |

Los cuadros 5 y 6 fueron calculados a partir de simulaciones de las funciones de transferencia promedio (Ver cuadro 4) en respuesta a los mismos escalones que en la toma de datos (Ver figuras 8, 11 y 14).

Cuadro 4. Funciones de Transferencia Promedio

| | Gp | |
|-----|--|------|
| POR | $\frac{4,12}{0,39s + 1} \cdot e^{-0,67s}$ | (15) |
| SOR | $\frac{92,3196}{s^2 + 9,5052s + 27,3539} \cdot e^{-0,6544s}$ | (16) |
| TOR | $\frac{4,12}{0,0011s^3 + 0,0318s^2 + ,3087s + 1} \cdot e^{-0,6326s}$ | (17) |

Cuadro 5. Media y Varianza Funciones Promedio

| Escalón 0-10 | Media | Varianza | Covarianza |
|--------------|----------|------------|------------|
| POR | 37.3559 | 1.0897e+03 | 1.0897e+03 |
| SOR | 30.73181 | 737.6460 | 737.6460 |
| TOR | 30.8680 | 740.3306 | 740.3306 |

Cuadro 6. Error porcentual de las aproximaciones promedio

| Modelo | Error [%] |
|--------|-----------|
| POR | 11.0556 % |
| SOR | 8.6372 % |
| TOR | 8.2322 % |

2.5 Aproximación mediante variables de fase

A partir de la función de transferencia dada en la Ec. 17, se puede formar un espacio de estado al elegir una variable de fase, en nuestro caso obteniendo la forma canónica, esto es, formando las matrices y vectores del espacio de estado partiendo de los coeficientes de los polinomios del numerador y el denominador de la Gp. Hacer esto lleva a un procesamiento más rápido, pues las matrices con las que se trabaja están ya simplificadas, permitiendo a los algoritmos calcular mas rápidamente.

La ecuación mencionada se llevo a la forma canónica controlable (FCC).

$$\begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dx_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -909,0909 & -280,636 & -28,9090 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + 20 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u(t) \end{bmatrix}$$

$$y = [3068 \ 1818 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Usando un algoritmo de Runge Kutta para resolver las ecuaciones diferenciales del espacio de estado, se obtuvo la siguiente gráfica.

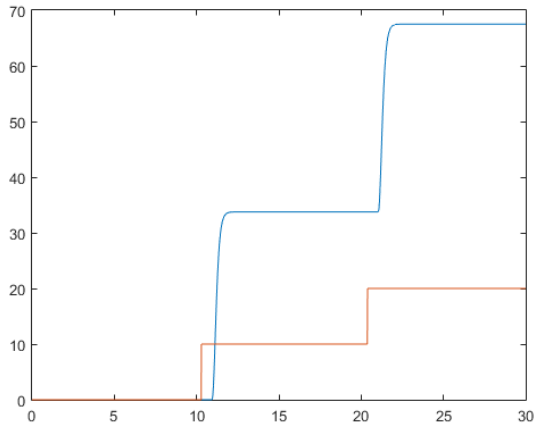


Figura 7. Respuesta a ambos escalones resuelta mediante variables de fase en forma canónica controlable.

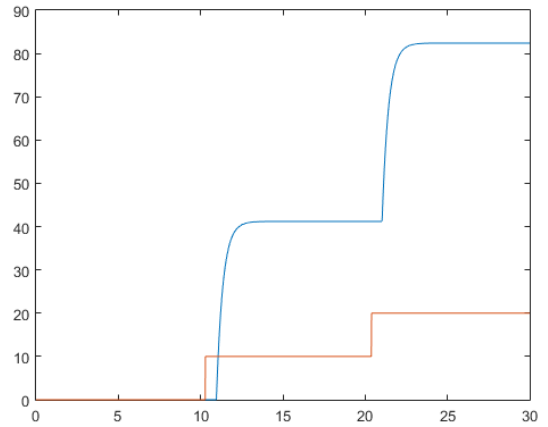


Figura 9. Respuesta completa con aproximación de primer orden promedio, simulada con Euler hacia adelante.

3. SIMULACIONES

Los modelos planteados fueron simulados con Simulink, Runge Kutta y Euler hacia adelante. En el caso de Runge Kutta 3/8.

3.1 Respuesta usando la aproximación de primer orden promedio, ver Ec. (15)

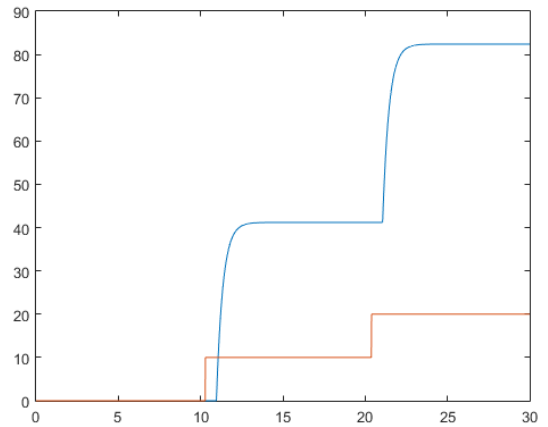


Figura 10. Respuesta completa con aproximación de primer orden promedio, simulada con Runge Kutta.

3.2 Respuesta usando la aproximación de segundo orden promedio, ver Ec. (16)

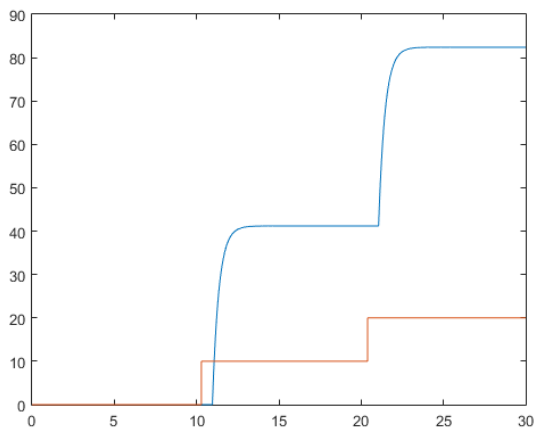


Figura 8. Respuesta completa con aproximación de primer orden promedio, simulada con Simulink.

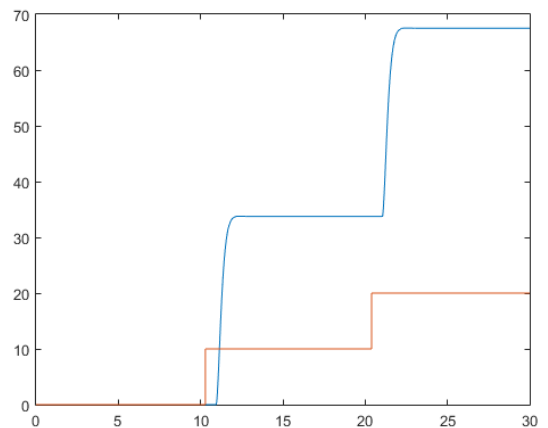


Figura 11. Respuesta completa con aproximación de segundo orden promedio, simulada con Simulink.

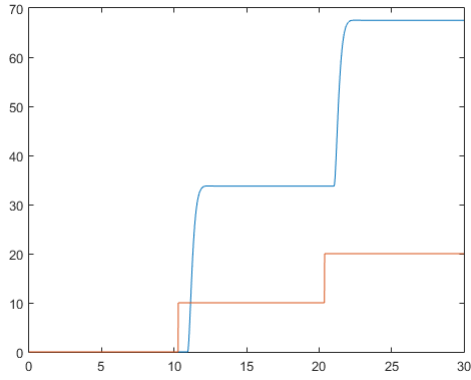


Figura 12. Respuesta completa con aproximación de segundo orden promedio, simulada con Euler hacia adelante.

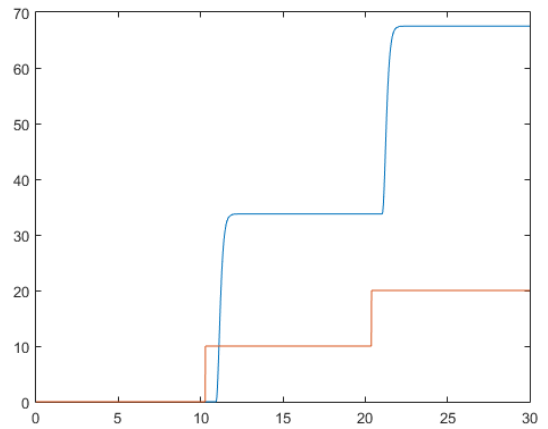


Figura 15. Respuesta completa con aproximación de tercer orden promedio, simulada con Euler hacia adelante.

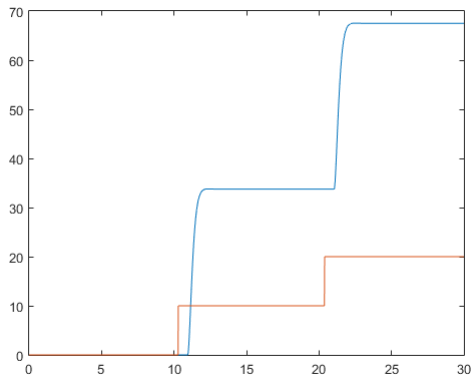


Figura 13. Respuesta completa con aproximación de segundo orden promedio, simulada con Runge Kutta.

3.3 Respuesta usando la aproximación de tercer orden promedio, ver Ec. (17)

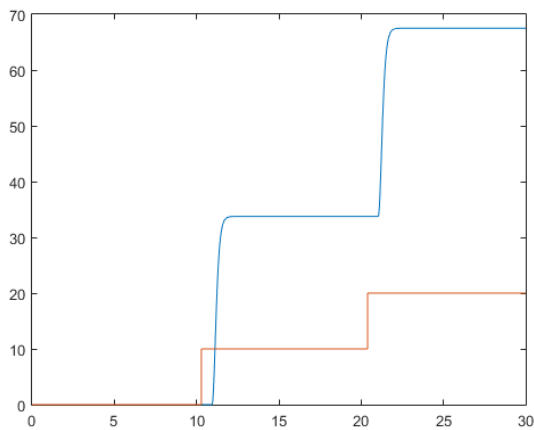


Figura 14. Respuesta completa con aproximación de tercer orden promedio, simulada con Simulink.

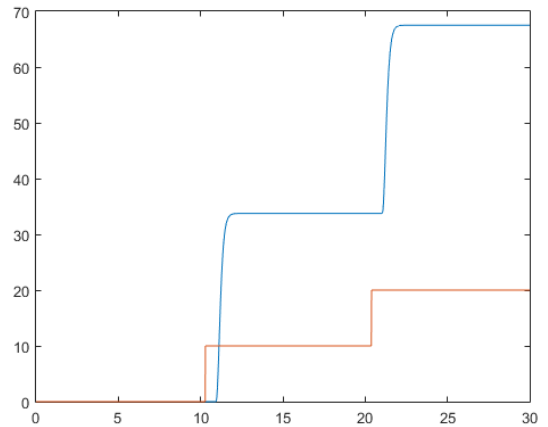


Figura 16. Respuesta completa con aproximación de tercer orden promedio, simulada con Runge Kutta.

3.4 Respuesta usando la aproximación de segundo orden del segundo escalón, ver Ec. 13

Debido a que en todos los comportamientos promediados se ve sólo un comportamiento sobreamortiguado, mientras en la toma de datos se ve tanto sobreamortiguado como amortiguado, las simulaciones con la aproximación de segundo orden del segundo escalón son también significativas.

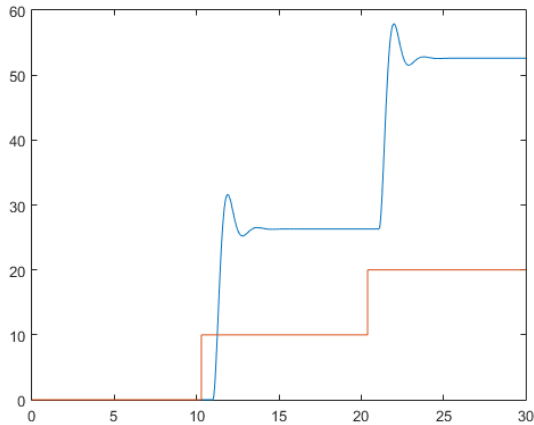


Figura 17. Respuesta completa con aproximación de segundo orden del segundo escalón, simulada con Simulink.

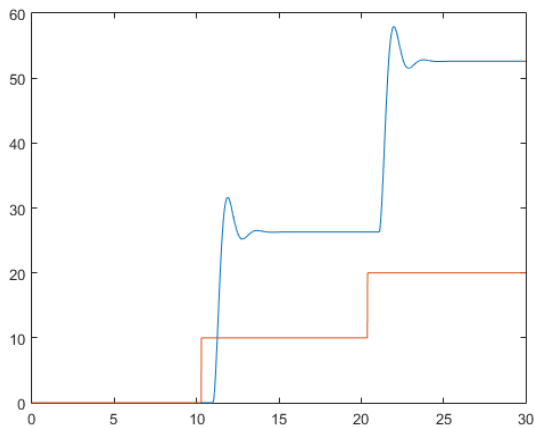


Figura 18. Respuesta completa con aproximación de segundo orden del segundo escalón, simulada con Euler hacia adelante.

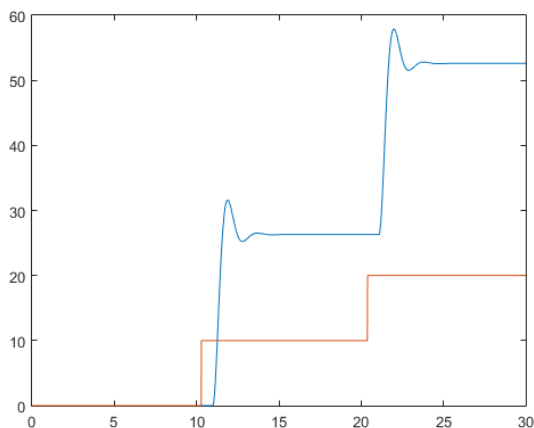


Figura 19. Respuesta completa con aproximación de segundo orden del segundo escalón, simulada con Runge Kutta.

3.5 Acerca de las simulaciones

En las gráficas anteriores se ve una clara concordancia en las simulaciones efectuadas por diferentes algoritmos. Lo que muestra la amplia variedad de caminos que se pueden tomar para resolver problemas. En particular se pueden comparar cada una de las aproximaciones con la gráfica de medición y ver las diferencias que especialmente se dan en el estado estable alcanzado. La aproximación de tercer orden promedio alcanza un estado estable final parecido al obtenido en la base de datos.

En la toma de datos se observa que el primer y el segundo escalón presentan respuestas considerablemente diferentes, siendo el primero sobreamortiguado y el segundo subamortiguado, además de tener ganancias diferentes. Las funciones promedio aproximan el modelo a uno subamortiguado, mostrando su prevalencia en la respuesta obtenida. Al comparar las funciones de transferencia de tercer y segundo orden promedio con los valores medidos, se ve una mejor aproximación al sistema global que cada una de las funciones calculadas por separado. Valores numéricos de comparación se pueden encontrar en el cuadro 5.

4. DEFINICIONES

Las siguientes definiciones fueron basadas en Rohrs et al. (1994)

Imprecisión en los parámetros : Se presenta debido a que los parámetros utilizados en el modelo no se pueden determinar con absoluta precisión. Un ejemplo de esto es que las condiciones experimentales, no son necesariamente las mismas que las de operación. Las partes pueden diferir tanto por su fabricación, como por el desgaste debido al uso.

Dinámicas no modeladas : Son aquellos efectos de orden superior que se omiten de manera intencional, con el objetivo de mantener el modelo lo mas sencillo posible. Un ejemplo de estas dinámicas son, los pequeños retardos de tiempo en sistemas de control y los modos de torsión en elementos de sistemas mecánicos.

no linealidades : Se presentan en los fenómenos físicos cuyos sistemas no cumplen con las condiciones de linealidad, homogeneidad y superposición. Como ejemplo real se presenta el balanceo de un péndulo invertido, donde se presentan expresiones en función de la variable dependiente.

Estas se consideran como limitaciones, debido a los inconvenientes que representan al tratar de acercarnos a la realidad de una manera matemática. El ingeniero debe buscar un equilibrio para cada caso, en el que pueda describir el sistema físico de una manera precisa pero sin aumentar demasiado el grado de complejidad del modelo, para que no sea muy lento o muy costoso llevar a cabo simulaciones.

5. CONCLUSIONES

Los modelos ideales ayudan a describir y a entender mejor la dinámica del mundo real, sin embargo existen muchas variables y limitaciones que hacen que los modelos no sean aplicables con tanta precisión. En los experimentos se evidenció que la función de transferencia del sistema

puede cambiar con cada experimento o con cada medición, a diferencia de lo que dice la teoría. Se observan cambios en la dinámica apreciables, donde en algunos casos da una respuesta subamortiguada y en otros una sobreamortiguada. El promedio de las funciones de transferencia, en especial las de segundo y tercer orden, muestran ser una aproximación aceptable al modelo real, teniendo porcentajes de error relativamente bajos.

LOGROS

Este laboratorio nos permitió desarrollar en gran medida nuestras capacidades desde el diseño y construcción de un circuito de adecuación, pasando por la programación de una tarjeta de desarrollo, hasta la obtención de una función de transferencia con los métodos vistos en clase y otros más investigados en la literatura, comprobando su veracidad y aplicabilidad al mundo real, y viendo los efectos del error.

REFERENCIAS

- Alfaro, V.M. (2001). Identificación de procesos sobreamortiguados utilizando técnicas de lazo abierto.
- Arafet, P. (2008). Métodos de identificación dinámica.
- Das Begamudre, R. (1988). *Electromechanical energy conversion with dynamics of machines*. Wiley Eastern. URL <http://books.google.com.co/books?id=f6LHAAAAIAAJ>.
- Rohrs, C., Melsa, J., Schultz, D., Ramírez, F., and Torres, P. (1994). *Sistemas de control lineal*. McGraw - Hill Series in Electrical and Computer Engineering. Control Theory. Interamericana. URL <http://books.google.com.mx/books?id=dlbqNwAACAAJ>.

Apéndice A. CIRCUITO DE ADQUISICIÓN

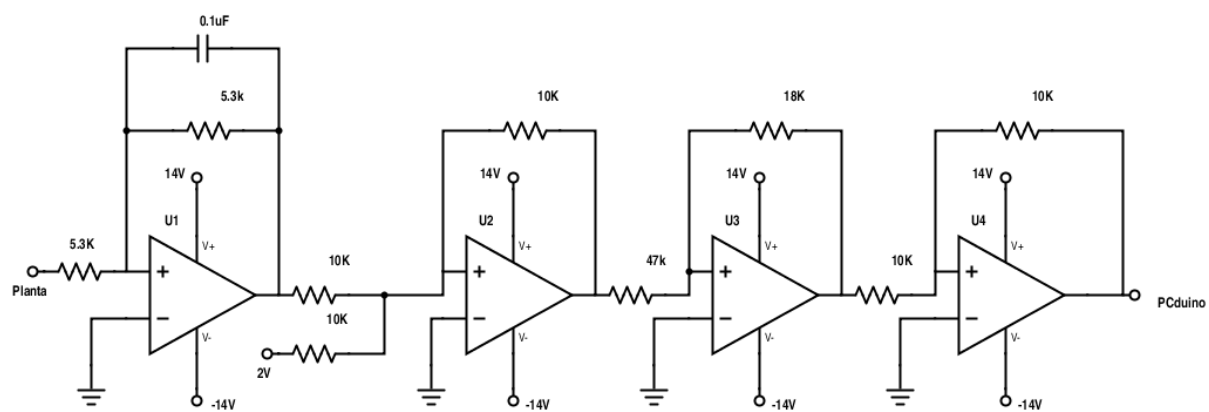


Figura A.1. Circuito de adquisición de señal

Apéndice B. DIAGRAMA DE FLUJO SERVIDOR

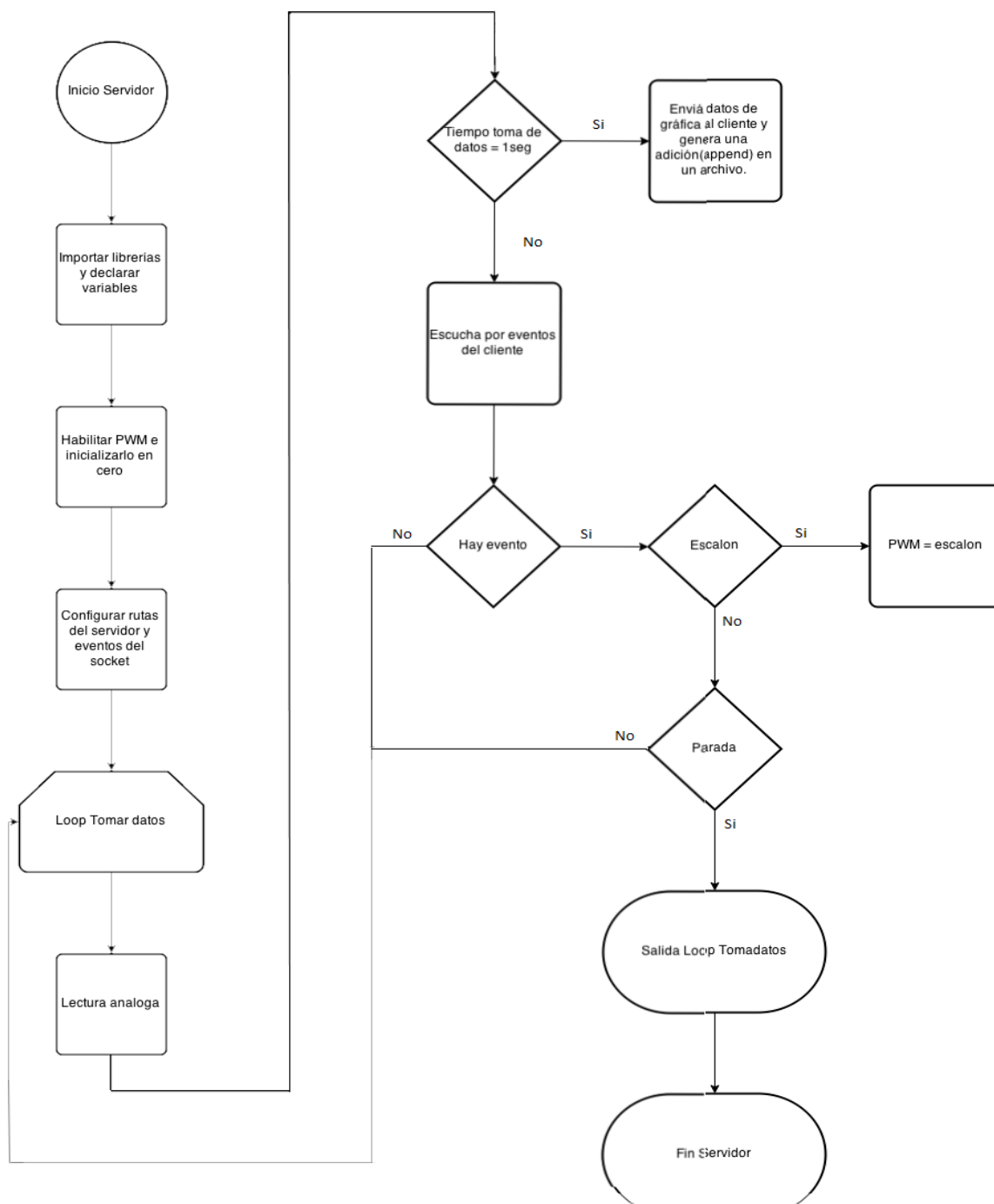


Figura B.1. Diagrama de flujo [Servidor].

Apéndice C. DIAGRAMA DE FLUJO CLIENTE

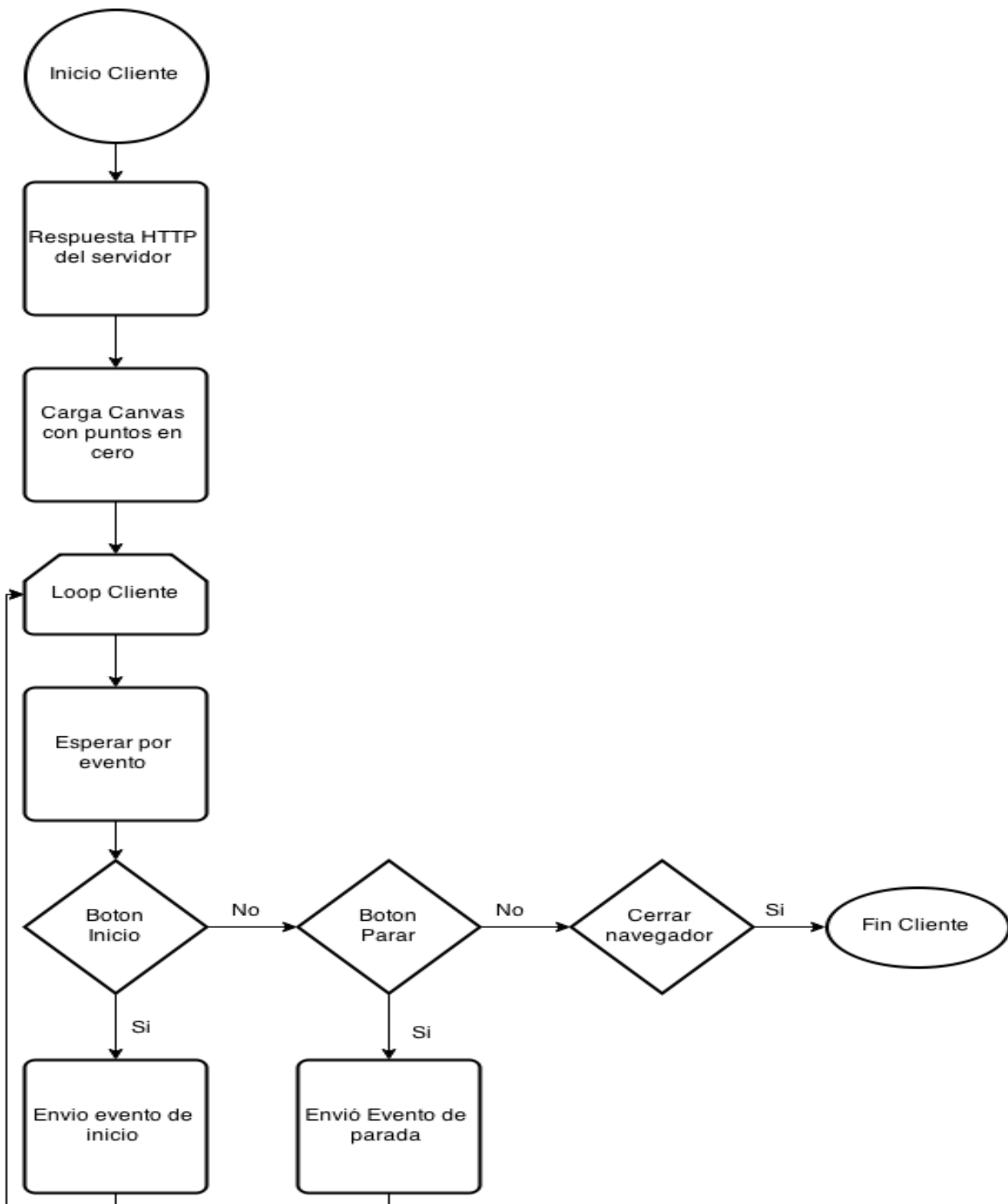


Figura C.1. Diagrama de flujo [Cliente].