Notes

1 Temps propagation lumière dans un espace en expansion

A envoie un signal à B situé à une distance d ($x(A) = 0$ et $x(B) = d$) dans un espace en expansion selon $t \mapsto L(t)$.

Pour la lumière

$$cdt = \frac{L(t)}{L(0)} dx \tag{1}$$

Donc

$$d = cL_0 \int_0^T \frac{dt}{L(t)} \tag{2}$$

Exemple 1 : $L(t) = L_0 e^{\alpha t}$:

$$d = c \int_0^T e^{-\alpha t} dt = \frac{c}{\alpha} \left(1 - e^{-\alpha T}\right) \tag{3}$$

Donc $T = \dfrac{1}{\alpha} \ln \dfrac{1}{1 - \alpha d/c}$ si $d \leq c/\alpha$. De plus $T = d/c + O(\alpha d/c)$ pour $\alpha \to 0$

Exemple 2 : $L(t) = L_0 \left(\dfrac{t}{t_0}\right)^\beta$:

$$d = ct_0^\beta \int_0^T t^{-\beta} dt = \frac{ct_0^\beta}{1-\beta} T^{1-\beta} \text{ si } \beta < 1 \tag{4}$$

Donc $T = \left[(1-\beta)\dfrac{d}{ct_0^\beta}\right]^{[1/(1-\beta)]}$

2 Horizons

Horizon des évènements : distance maximale R_{ev} de laquelle peut provenir un signal lumineux en un temps fini.

Exemple 1 : $L(t) = L_0 e^{\alpha t} \Rightarrow R_{ev} = c/\alpha$

Exemple 2 : $L_0 \left(\dfrac{t}{t_0}\right)^\beta, \beta < 1 \Rightarrow R_{ev} = +\infty$

Horizon des particules : distance physique maximale à un instant t_1 de laquelle peut provenir un évènement issu de t_0.

$$R_{part} = L(t_1)c\int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{L(t)} \tag{5}$$

3 Relation luminosité-z

On définit z tq $1 + z(t) = \frac{L(t)}{L_0}$.

Une source émet N photons par seconde en $x = 0$. Au temps T on capte ce signal en un point originellement ($t = 0$) distant de d de la source sur une "surface" dl du front d'onde l(T). On mesure $dN'(T)$ photons par seconde.

On doit avoir : $dN'(T) = \frac{dl}{l(T)}\frac{f(T)}{f_0}N$

La longueur du front d'onde au temps t est donnée par $l(t)$. Dans un espace plat + 2D :

$$l(T) = 2\pi d\frac{L(T)}{L_0} = 2\pi d(1 + z(T)) = 2\pi(1 + z(T))\int_0^T \frac{dt}{1 + z(t)} \tag{6}$$

Dans un espace sphérique 2D :

$$l(T) = 2\pi L(T)\sin\frac{d}{L_0} = 2\pi L_0(1+z(T))\sin\frac{d}{L_0} = 2\pi L_0(1+z(T))\sin\frac{c}{L_0}\int_0^T \frac{dt}{1 + z(t)} \tag{7}$$

La fréquence varie également : le temps de parcours varie avec le temps par $L(t)$ et $f(T) = f_0/(\frac{dT}{dt_0})$

L'énergie des photons décroit en $1 + z$ (red shift)