

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования

«Волгоградский государственный технический университет»

Факультет электроники и вычислительной техники

Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ

Научный руководитель профиля
магистерского направления

проф., д. ф.-м. н.

Шеин А. Г.

Подпись

«_» _____ 2014 г.

ОТЧЕТ

О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Взаимодействие релятивистского электронного потока с электромагнитным
полем замедляющих структур в приближении малой амплитуды сигнала
(промежуточный, 1 семестр)

Студент Ф-1н Аликов Сергей Александрович

Подпись и дата

Научный руководитель магистерской диссертации

к. ф.-м. н., доц., Ковтун Д. Г.

Волгоград 2014

РЕФЕРАТ

Отчёт 25 с., 2 ч., 9 рис., 32 источника.

В работе сделан обзор литературы по методам расчёта электронных потоков, и работам, связанным с замедляющими структурами. Проведены расчёты потоков в структуре типа "гребёнка над плоскостью" с использованием выражений для магнитных полей структуры. Обнаружено сильное влияние магнитных полей структуры на форму электронных потоков. Также проведены расчёты потоков при условии, что на поток действует несколько гармоник поля структуры.

Ключевые слова: электронный поток, замедляющая структура, гребёнка, гребёнка над плоскостью, методы "частица-частица".

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Литературный обзор	5
1.1 Модели электронных потоков	5
1.1.1 Сеточные методы	8
1.1.2 Методы "частица-сетка"("частица-в-ячейке")	9
1.1.3 Методы "частица-частица"	10
1.2 Замедляющие структуры	13
2 Результаты расчётов, проведённых в семестре	15
2.1 Сравнение потоков с учётом магнитного поля замедляющей структуры и без него	15
2.2 Учёт дополнительных гармоник	20
Заключение	21
Список использованных источников	22

ВВЕДЕНИЕ

Применение устройств, принцип действия которых основан на использовании электронного потока, по-прежнему остаётся актуальным. В большинстве таких приборов используется взаимодействие электронного потока с электромагнитным полем замедляющих структур, например, в лампе обратной и в лампе бегущей волны, магнетроне. Эффекты, происходящие в таких приборах требуют изучения. С этой целью в рамках работы проводится моделирование электронного потока в поле замедляющей структуры. В качестве структуры используется гребенчатая замедляющая структура или "гребёнка над плоскостью".

В текущем семестре требовалось сделать литературный обзор по теме магистерской диссертации, дополнить программу расчёта электронных потоков магнитными полями для замедляющей структуры и сравнить формы потоков с аналогичными потоками без учёта магнитных полей.

1 Литературный обзор

1.1 Модели электронных потоков

Существует три основных способа описания электронного потока и взаимодействия его с внешним электромагнитным полем.

Первый способ — гидродинамический. При этом требуется найти поле скоростей $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ и поле концентраций $n(\mathbf{r}, t)$ в каждой точке пространства и в каждый момент времени. Для этого требуется решить уравнения Максвелла совместно с уравнениями движения и законом сохранения заряда (массы, так как в случае электронного потока они пропорциональны):

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{qn}{\varepsilon_0}, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (1.3)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 q \mathbf{v} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{p} = q(\mathbf{E} + \mathbf{E}_{ex} + \mathbf{v} \times (\mathbf{B} + \mathbf{B}_{ex})), \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \operatorname{div} (n\mathbf{v}) = 0.. \quad (1.6)$$

Здесь \mathbf{E}_{ex} , \mathbf{B}_{ex} — внешние поля, \mathbf{E} , \mathbf{B} — суммарные поля структуры и потока. $\mathbf{p} = m\mathbf{v}/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ — импульс. Структура в этом методе представляется граничными условиями, хотя можно и разделить поля структуры и поля электронного потока. Гидродинамический метод обычно применяют при аналитическом решении задач, которые такое решение допускают. Обычно это соответствует нерелятивистскому случаю, цилиндрическому потоку и дополнительным условиям на внешние постоянные поля.

Метод широко используется в книге У. Люиселла [1], где с его помощью демонстрируются физические основы простейших устройств вакуумной электроники, в книгах Вайнштейна Л. А. [2] и Трубецкого Д. И. [3]. В [4] рассматриваются параметрические усилители волн электронного потока. На основе метода связанных волн, разрабатывается теория электронно-

лучевого параметрического усилителя поперечных волн. В [5] рассматриваются с точки зрения гидродинамического подхода принципы усиления и генерирования электромагнитных колебаний микроволнового диапазона. В [6] рассматривается движение цилиндрического релятивистского электронного потока в поле электромагнитной волны.

К недостаткам метода следует отнести континуальное приближение, которое используется при переходе от частиц к сплошной среде. Как следствие метод плохо описывает взаимодействие электронов на малых расстояниях, не позволяет учесть эффекты рассеяния и выход электронов из потока. Другим недостатком является требование ламинарности электронного потока, то есть однозначного определения скорости в каждой точке потока и отсутствие переходов частиц из одной трубки тока в другую. В сложных внешних полях при учёте взаимодействия это условие не выполняется – поток турбулентен и применение для его описания гидродинамического метода не подходит.

Достоинством метода является автоматический учёт запаздывания при решении уравнений.

Как видно из системы (1.1-1.6) её можно решить методом сеток, но вычислительные трудности быстро возрастают $\sim N^4$, где N количество узлов сетки вдоль одной из координат. По этой причине метод не нашёл себе применения при численном моделировании потока.

Второй способ описания потока — метод функции распределения. Как известно многочастичная функция распределения полностью описывает состояние системы. Но решение многочастичной задачи вызывает сложности, поэтому, используя цепочку уравнений Боголюбова, переходят к одночастичной задаче, обрывая цепочку на первом уравнении, известном как уравнение Больцмана:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + q(\mathbf{E}_{ex} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_{ex}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_c, \quad (1.7)$$

где $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ — одночастичная функция распределения, \mathbf{E} и \mathbf{B} — общее поле частиц и структуры, \mathbf{E}_{ex} и \mathbf{B}_{ex} — внешние поля. Правая часть носит название столкновительного интеграла. Она зависит от двух- и более частичных

функций распределения. Пренебрегая столкновениями получаем уравнение:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + q(\mathbf{E}' + \mathbf{v} \times \mathbf{B}') \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0, \quad (1.8)$$

где $\mathbf{E}' = \mathbf{E}_{ex} + \mathbf{E}$ и $\mathbf{B}' = \mathbf{B}_{ex} + \mathbf{B}$ суммарное поле. Поле потока и структуры удовлетворяет уравнениям Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0} \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3 p, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mu_0 \int q \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3 p + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Уравнение (1.8) носит название уравнения Власова. Вместе с (1.9) они образуют замкнутую систему и могут быть разрешены. Её требуется дополнить начальными и граничными условиями. Первое характеризует начальное распределение и в отсутствие потока равно 0. Второе характеризует площадку инжекции (катод) и поглощающую площадку (анод). Пусть S — поверхность, с которой происходит инжекция, и M — точка S , S' — поглощающая поверхность и M' — точка S' . S и S' будем полагать двусторонними. Инжектирующей и поглощающей является только одна из сторон S и S' . Нормали этих сторон обозначим через \mathbf{n} и \mathbf{n}' . Тогда граничные условия примут вид:

$$f(M, \mathbf{p}, t) = \begin{cases} g(M, \mathbf{p}) & \text{если } \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} > 0, \\ 0 & \text{если } \mathbf{n} \cdot \mathbf{p} \leq 0. \end{cases} \quad f(M', \mathbf{p}, t) = 0 \text{ если } \mathbf{n}' \cdot \mathbf{p} \leq 0. \quad (1.10)$$

Первое из условий характеризует вероятность испускания электронов, второе означает отсутствие отражений.

Данный способ позволяет описывать турбулентные потоки, но как и гидродинамический подход использует континуальное приближение, что приводит к неправильному учёту взаимодействия частиц на малых расстояниях. Структура здесь также представлена граничными условиями на \mathbf{E} и \mathbf{B} .

Существует два основных подхода к решению кинетического уравнения: подход Лагранжа и подход Эйлера. Для решения задачи в подходе Эйлера строится сетка в фазовом пространстве и в узлах сетки вычисляются значения электрического и магнитного полей, значения функции распределения. Примерами методов в которых используется эйлеров подход — сеточные методы. Объединяет оба подхода метод "частиц-в-ячейке".

Третий способ описания потока — представить его как совокупность материальных точек. В этом случае требуется решить уравнения движения для совокупности взаимодействующих частиц. Этот метод позволяет правильно учесть взаимодействия частиц на малых расстояниях, но для его применения требуются начальные условия, которые неизвестны. В нерелятивистском случае он характеризуется скоростью счёта $\sim N^2$, где N — количество частиц. Специальными методами можно снизить вычислительную сложность задачи до $O(N \ln N)$ [7]. В релятивистском случае требуется учитывать запаздывание и сложность возрастает до N^3 .

1.1.1 Сеточные методы

Подход Эйлера иначе называют сеточными методами. Одной из форм сеточных методов является метод решения уравнения в конечных разностях. Для решения задачи вводят сетку в фазовом пространстве, равномерную и неравномерную. Производные в уравнениях (1.8) и (1.9) заменяются на их приближённые выражения в конечных разностях. После этого задача решается численно.

На примере метода конечных разностей проще всего продемонстрировать основную проблему сеточных методов. Из-за различных скоростей при движении одна частица обгоняет другую и расстояние между ними увеличивается. Это приводит к проблеме определения градиента $\partial f / \partial \mathbf{r}$. Аналогичная проблема возникает и для $\partial f / \partial \mathbf{p}$. В результате моделирования зависимости функции распределения от координат со временем становятся более изрезанными (ломаными), что сильно мешает анализу результатов. Для сохранения точности и правдоподобности результатов приходится уменьшать шаг по времени, либо использовать более сложные методы, например, метод в котором пространственные производные определяются с помощью рядов Фурье [8].

Основное достоинство сеточных методов — они требуют меньших затрат машинного времени при условии, что узлов сетки достаточно мало. При этом точность методов невелика, но многие эффекты можно наблюдать и при малой точности расчёта.

1.1.2 Методы "частица-сетка" ("частица-в-ячейке")

Методы "частица-сетка" сочетают достоинства как методов частиц, так и сеточных методов. Как и сеточные методы они требуют значительно меньше машинного времени, чем методы "частица-частица" но при моделировании решаются уравнения движения частиц.

В таких методах каждая частица оказывается внутри ячейки сетки. Для трёхмерного случая такая ячейка имеет форму параллелепипеда. Свойство частицы: скорость, масса, заряд распределяются по узлам параллелепипеда по определённому закону, после чего в узлах рассчитывается потенциал и поле в точке с частицей, определяется новое положение частицы. Подробно метод изложен в книгах [9, 10].

Основная проблема метода — в нём неправильно учитываются столкновения. Столкновения происходят внутри ячейки, но сила взаимодействия между частицами не рассчитывается непосредственно, а после определения потенциалов в узлах сетки. Если частицы находятся достаточно близко друг к другу, ближе, чем расстояние до узлов, то сила взаимодействия велика, но сетка делает поле вблизи частиц практически одинаковым. Одним из способов решения проблемы стало разбиение силы воздействия на два слагаемых (метод "частица-частица-частица-сетка"). Одно описывает столкновение, а другое поле рассчитанное по узлам.

В методе продолжают существовать проблемы малой точности и проблема с определением производных, но по сравнению с сеточными методами узлов для решения задачи требуется значительно меньше. Это небольшое преимущество делает метод более распространённым, чем обычные сеточные методы. В частности программный комплекс Karat, выполняющий моделирование электронных потоков, использует этот метод.

В работе [11] рассматривается движение потока в ионизированном газе методом частиц-в-ячейке. На основе результатов делаются выводы о необходимом количестве ионов газа для эффективного распространения

пучка на большие расстояния с малым поперечным расширением. В [12] данный метод используется при моделировании потока в цилиндрическом волноводе в сильном продольном магнитном поле. В [13] с его помощью получают зависимость критического тока пучка, при котором формируется виртуальный катод, от продольного внешнего магнитного поля.

Кроме малой точности и проблем с производными, существует ещё два больших минуса метода. Наличие периодической сетки способно внести в систему дополнительные эффекты, возникающие при вычислениях. Эти эффекты не имеют физической природы и их важно избегать. К ним относятся эффекты самовоздействия и эффекты периодичности [9]. Первые связаны с тем, что при расчёте плотности заряда в узлах используется значение заряда внутри ячейки, силу действующую на который нам предстоит вычислять на следующем этапе. Второй тип эффектов связан с тем, что периодичность сетки добавляет в задачу пространственную периодичность решения. Наличие самовоздействия приводит к другим нежелательным эффектам. В частности к тепловому нагреву потока. Исследование этого вопроса содержится в работе [14].

Трудоёмкость метода для N частиц и N_c узлов сетки равна $\alpha N + \beta N_c \log_2 N_c$ [15], где α и β — константы зависящие от способа реализации в программном коде.

1.1.3 Методы "частица-частица"

Методы "частица-частица" основаны на решении уравнений движения для каждого отдельного электрона. Для системы из N частиц, помещённой во внешнее электромагнитное поле \mathbf{E}_{ex} , \mathbf{B}_{ex} , в релятивистском случае эти уравнения имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = q \left(\mathbf{E}_{ex} + \sum_{j=1}^N \mathbf{E}_{ij} \right) + q\mathbf{v}_i \times \left(\mathbf{B}_{ex} + \sum_{j=1}^N \mathbf{B}_{ij} \right). \quad (1.11)$$

Здесь

\mathbf{E}_{ij} — напряжённость электрического поля создаваемая j -м электро-

ном в точке, где находится i -й электрон

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{ij} = & \frac{q}{4\pi\epsilon_0|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|}{c} \cdot \frac{v_j(\tau)}{c}\right)^3} \times \\ & \times \left[\left(1 - \frac{v_j^2(\tau)}{c^2}\right) \left(\frac{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|}{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|} - \frac{v_j(\tau)}{c}\right) + \right. \\ & \left. + \frac{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|}{c^2} \frac{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|}{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|} \times \left(\left(\frac{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|}{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|} - \frac{v_j(\tau)}{c}\right) \times \mathbf{a}_j(\tau)\right) \right]. \end{aligned} \quad (1.12)$$

\mathbf{B}_{ij} — индукция магнитного поля создаваемая j -м электроном в точке, где находится i -й электрон

$$\mathbf{B}_{ij} = \frac{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|}{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|} \times \frac{\mathbf{E}_{ij}}{c}. \quad (1.13)$$

\mathbf{p}_i — импульс i -й частицы

$$\mathbf{p}_i = \frac{m\mathbf{v}_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}}.$$

τ момент времени, такой что τ и t связаны между собой соотношением

$$t = \tau + \frac{|\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_j(\tau)|}{c}.$$

Число электронов в потоке очень велико. При значениях плотности тока характерных для слаботочных релятивистских электронных потоков [16] $j = 1 \text{ А/см}^2$, размерах площадки инжекции $S = 1 \text{ см}^2$ и скоростях $v = 0,8$ число частиц в пространстве взаимодействия длиной $l = 30 \text{ см}$ достигает значения $jSl/ev \approx 10^{10}$. Решение уравнений (1.11) для такого числа частиц невозможно. Для сокращения их количества заменим одной частицей достаточно большую группу. Пусть в группе находится k частиц. Новая частица называется "крупной" или макрочастицей, а k — коэффициентом укрупнения. Выбор коэффициента укрупнения основан на идее, что средняя плотность заряда в моделируемой физической системе и плотность заряда в модели должны совпадать. При этом условии ожидается, что поле, создаваемое модельной системой, и поведение системы соответствуют реальности.

Отношение заряда к массе (удельный заряд) макрочастицы не изменится. Как следствие не изменятся и траектории при её движении в предположении совпадения поля [8]. Также не меняются два основных характерных параметра для систем заряженных частиц — плазменная частота $\omega_p = \sqrt{2\pi n|q|/m}$ (n — концентрация), и дебаевский радиус $r_D = v_T/\omega_p$ (если положить, что тепловые скорости равны). На этом основании и применяют метод крупных частиц [17].

Форма макрочастицы определяется геометрией задачи. В трёхмерном случае частицы — точки, в двумерном случае в декартовых координатах — стержни, в одномерном случае в декартовых координатах — плоские листы, в случае цилиндрических координат — или стержни, или кольца, или диски.

Взаимодействие макрочастиц на малых расстояниях оказывается больше в k^2 раз, чем взаимодействие реальных частиц. Это приводит к серьёзным ошибкам — неправильно учитываются парные столкновения. Для решения этой проблемы уменьшают поле макрочастиц внутри сферы определённого радиуса. Такое представление близко к представлению о макрочастице как об облаке. Но использование модели облаков, в которой поле при их полном совпадении равно нулю, приводит к неправильному описанию коротковолновых эффектов.

Выбор коэффициента укрупнения требует тщательной проверки результатов моделирования. Один из её способов — сравнение результатов моделирования при разных коэффициентах укрупнения.

Метод частиц в отличие от метода сеток и частиц-сеток не позволяет учесть взаимодействие частиц со структурой. Граничные условия в данном случае не используются и требуется другой способ. Одним из методов, позволяющих учесть это взаимодействие, является использование полей структуры как внешних полей по отношению к потоку. Такой метод применим только в том случае, если поток слабо влияет на структуру.

Методы частиц в последнее время нашли широкое применение, что связано с ростом производительности ЭВМ.

В работе [18] проводится исследование поведения электронного потока в скрещенных полях при наличии неоднородностей методом крупных частиц. В [19] исследуются тонкие эффекты в электронном потоке для чего

отказываются от метода крупных частиц и рассматривают поток с малой электронной плотностью. В работе [20] демонстрируется возможность применения параллельных вычислений при разработке программного обеспечения для расчёта электронных потоков.

В [21] предлагается один из методов учёта влияния структуры на поток. Используется метод зеркальных отображений, позволяющий учесть влияние металлической поверхности. Обнаружено, что металлическая поверхность отклоняет поток и слабо искажает его форму.

Метод крупных частиц можно применять при изучении спектральных характеристик потоков [22].

1.2 Замедляющие структуры

Замедляющими структурами называют системы, в которых фазовая скорость волны меньше скорости волны в неограниченном пространстве. Периодические замедляющие структуры являются неотъемлемой частью магнетронов, ламп бегущей и обратной волн.

Чтобы лампы усиливали сигнал и могли быть использованы как генераторы, должно быть выполнено условие синхронизма волны и потока. В ЛБВ это условие состоит в том, что скорость электронного потока должна быть больше фазовой скорости волны. В ЛОВ должно быть выполнено точное равенство скоростей [3].

Исследование электронных потоков в лампах обратной волны проводится в работах [23, 24, 25].

И ЛБВ и ЛОВ согласно [16] представляют собой частный случай черенковских приборов. Одно из направлений исследовательских работ — создание релятивистских черенковских генераторов и изучение влияния на них внешних факторов. Некоторые из работ в этом направлении можно найти в [26, 27, 28].

Чаще всего исследования проводятся для спиральной замедляющей структуры и цилиндрического потока. Для такой структуры существуют аналитические выражения для полей и исследование их влияния на поток можно проводить аналитически. Такого типа структуры рассматриваются в [16, 29].

Другим типом структуры, допускающей приближённые аналитиче-

ские выражения для полей, является "гребёнка" (Рисунок 1.1). Гребенчатая замедляющая структура представляет собой неограниченную сверху систему, над ней формируются медленные поверхностные волны, взаимодействуя с которыми поток отдаёт электромагнитному полю энергию [30].

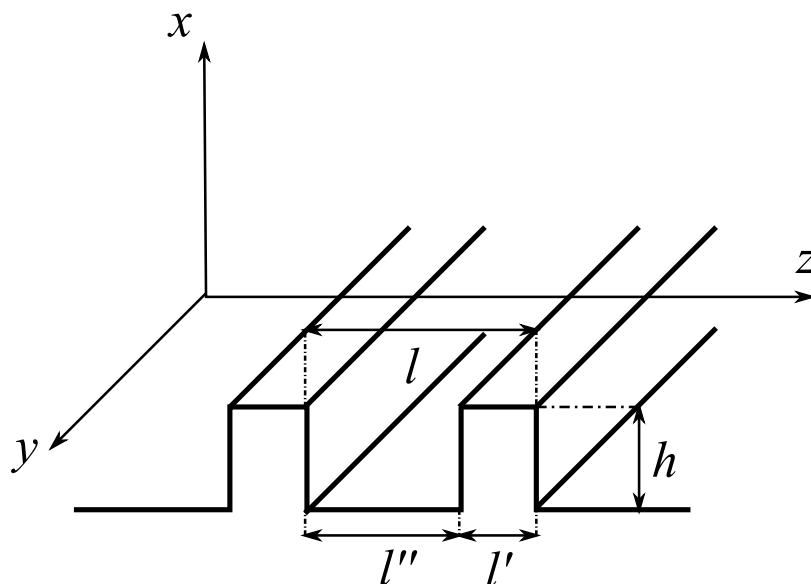


Рисунок 1.1 — Гребёнка

Часто словом «гребёнка» обозначают замедляющую структуру типа «гребёнка над плоскостью». Они отличаются полями. В первом случае поля экспоненциально затухают при удалении вдоль оси x от структуры, во втором случае меняются по закону гиперболического синуса-косинуса [31].

Гребёнка над плоскостью представляет большой интерес, так как является одной из самых распространённых структур. Особенно представляют интерес поля вблизи гребней. Этому вопросу уделено внимание в статье [32].

2 Результаты расчётов, проведённых в семестре

2.1 Сравнение потоков с учётом магнитного поля замедляющей структуры и без него

Поле E гребёнки над плоскостью в случае если поле B направлено вдоль оси y , поток распространяется вдоль системы, то есть оси z и нет затухания, имеет вид:

$$E_x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_n}{\gamma_n} B_n \operatorname{ch}(\gamma_n x) (\operatorname{Im} A_n \cos(n\omega t - \beta_n z) + \operatorname{Re} A_n \sin(n\omega t - \beta_n z)),$$

$$E_y = 0,$$

$$E_z = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \operatorname{sh}(\gamma_n x) (\operatorname{Re} A_n \cos(n\omega t - \beta_n z) + \operatorname{Im} A_n \sin(n\omega t - \beta_n z)).$$

Здесь:

ω – фундаментальная частота взаимодействия.

$\beta_n = n\omega/v_n$ – фазовая постоянная данной волны.

v_n – фазовая скорость данной волны. По основному свойству замедляющих систем должна совпадать со скоростью потока и как следствие с переносной скоростью внешних скрещенных полей, которыми удерживается поток.

$\gamma_n = \sqrt{\beta_n^2 - n^2\omega^2/c^2}$ – поперечное волновое число.

B_n – амплитуда структурной функции. Её значение определяется с помощью выражения

$$B_n = 2\beta_n \sqrt{\frac{2R_n}{\frac{\operatorname{sh} 2\gamma_n d}{\gamma_n d} - 2}}.$$

d – ширина пространства взаимодействия (вдоль x).

R_n – сопротивление связи.

A_n – определяется входной мощностью для данной гармоники P_n .

$$\operatorname{Re} A_n = \sqrt{P_n} \cos \varphi_n,$$

$$\operatorname{Im} A_n = \sqrt{P_n} \sin \varphi_n.$$

φ_n – характеризует начальную фазу n -й волны.

Фазу будем считать равной нулю. В этом случае поле \mathbf{E} :

$$\begin{aligned} E_x &= \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{\beta_n}{\gamma_n} B_n \operatorname{ch}(\gamma_n x) \sqrt{P_n} \sin(n\omega t - \beta_n z), \\ E_y &= 0, \\ E_z &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \operatorname{sh}(\gamma_n x) \sqrt{P_n} \cos(n\omega t - \beta_n z). \end{aligned} \quad (2.1)$$

Магнитное поле найдём из уравнения Максвелла $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & E_z \end{vmatrix} = -\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \mathbf{e}_y = \\ &= -\sum_{n=1}^{\infty} \left(B_n \gamma_n \operatorname{ch}(\gamma_n x) \sqrt{P_n} \cos(n\omega t - \beta_n z) - \right. \\ &\quad \left. -\frac{\beta_n^2}{\gamma_n} B_n \operatorname{ch}(\gamma_n x) \sqrt{P_n} \cos(n\omega t - \beta_n z) \right) \mathbf{e}_y = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 \omega^2}{\gamma_n c^2} B_n \operatorname{ch}(\gamma_n x) \sqrt{P_n} \cos(n\omega t - \beta_n z) \mathbf{e}_y \end{aligned}$$

Интегрируем по t и исключаем неизменные во времени поля ("постоянные интегрирования"), получаем:

$$\begin{aligned} B_x &= 0 \\ B_y &= \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{n\omega}{\gamma_n c^2} B_n \operatorname{ch}(\gamma_n x) \sqrt{P_n} \sin(n\omega t - \beta_n z) \\ B_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Магнитное поле совпадает с тем, что приведено в [31] за исключением константы.

Все расчёты велись при параметрах: $P_n = 2\text{МВт}$, $dt = 10^{-12}\text{с}$, $B_y^{ex} = 0,5\text{Тл}$, $d = 1\text{см}$, площадь инжекции $2 \times 2\text{мм}^2$, переносная скорость $u = 0,8c$, сопротивление связи $R_n = 100\text{Ом}$.

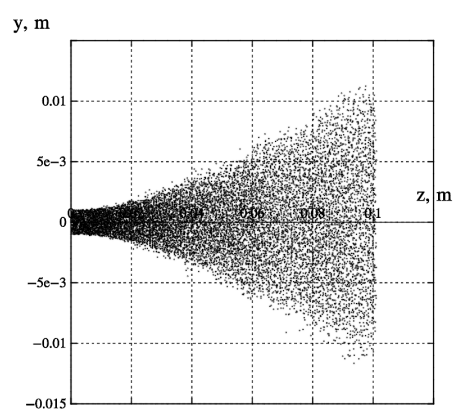
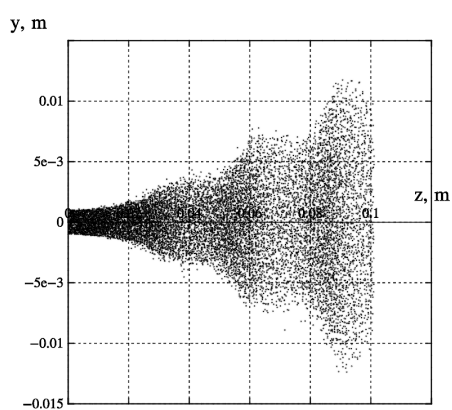
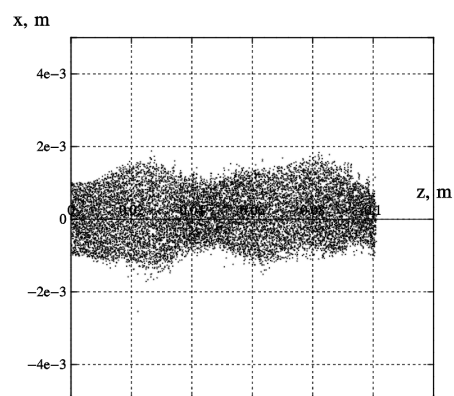
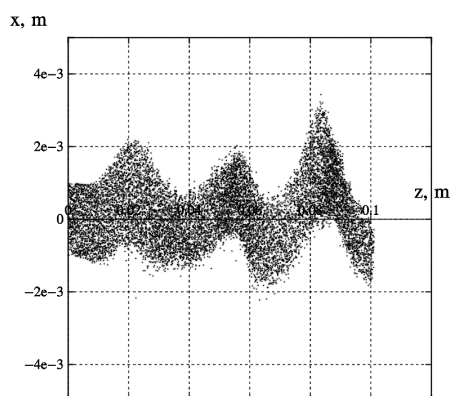


Рисунок 2.1 — Плоскость xz и yz без магнитного поля. Частота $\omega = 50 \cdot 10^9$ рад/с

Рисунок 2.2 — Плоскость xz и yz с магнитным полем. Частота $\omega = 50 \cdot 10^9$ рад/с

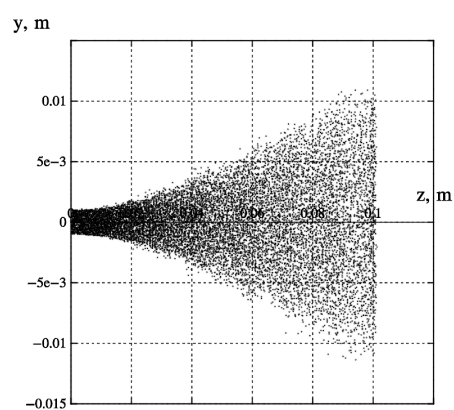
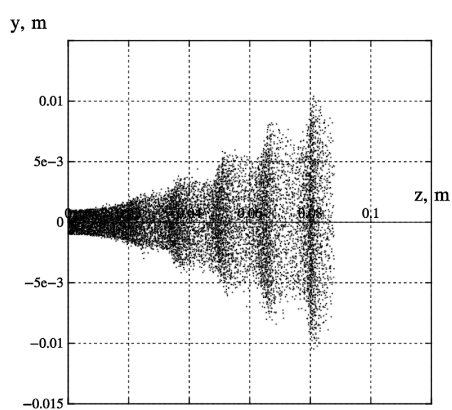
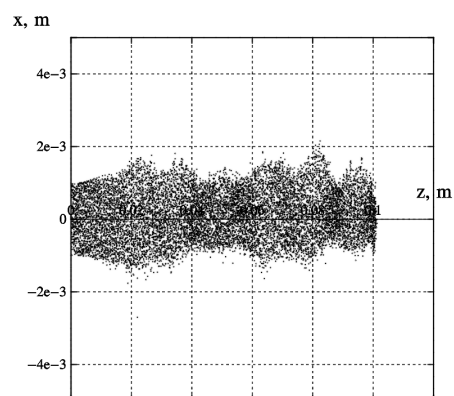
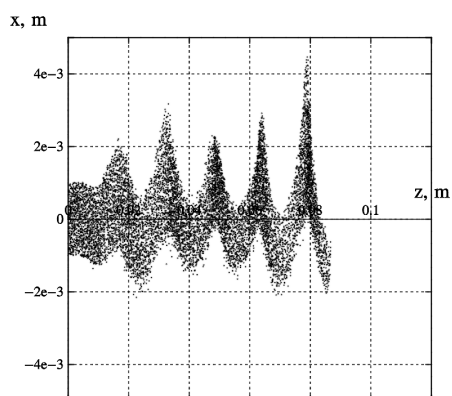


Рисунок 2.3 — Плоскость xz и yz без магнитного поля. Частота $\omega = 100 \cdot 10^9$ рад/с

Рисунок 2.4 — Плоскость xz и yz с магнитным полем. Частота $\omega = 100 \cdot 10^9$ рад/с

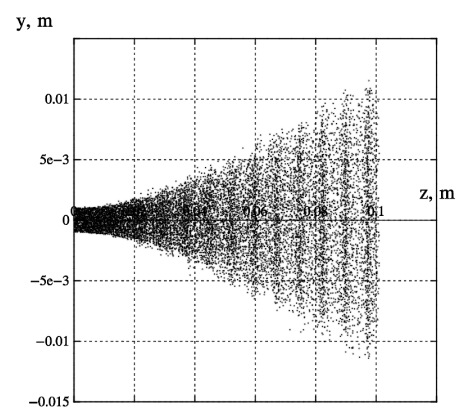
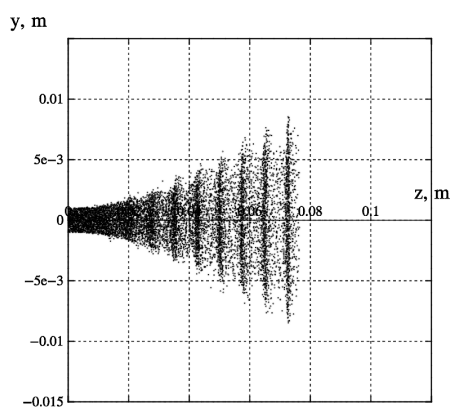
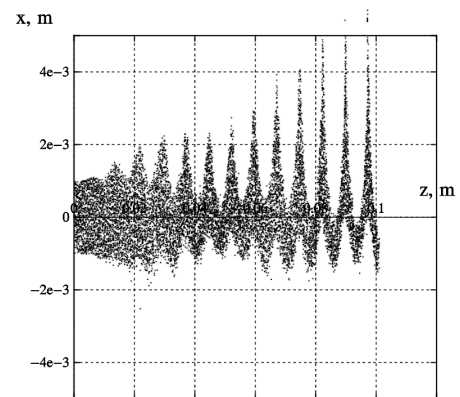
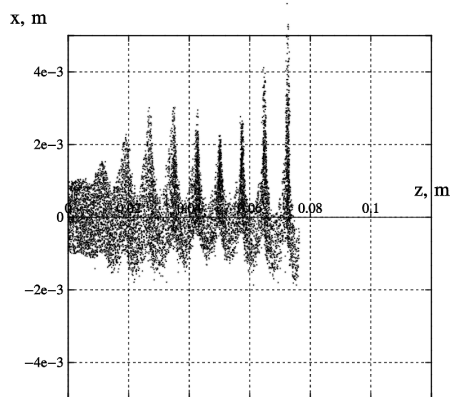


Рисунок 2.5 — Плоскость xz и yz без магнитного поля. Частота $\omega = 200 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$

Рисунок 2.6 — Плоскость xz и yz с магнитным полем. Частота $\omega = 200 \cdot 10^9 \text{ рад/с}$

2.2 Учёт дополнительных гармоник

Предыдущие расчёты велись в случае если на поток действует одна гармоника с частотой ω . Представляет интерес рассмотреть случай, в котором на поток действуют несколько гармоник структуры. При расчётах применялись параметры, приведённые выше. На рисунках 2.7-2.8 приведены формы потоков в плоскости xz и yz . Как следует из рисунков, дополнительные гармоники вызывают осцилляции, но не приводят к оседанию электронов на катод системы.

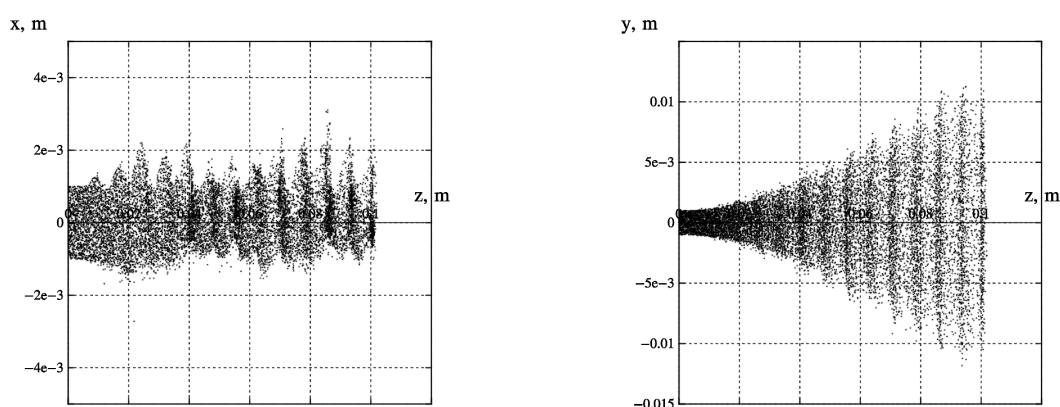


Рисунок 2.7 — Плоскость xz и yz в случае с учётом магнитного поля системы. 2 гармоники. Основная частота $\omega = 100 \cdot 10^9$ рад/с

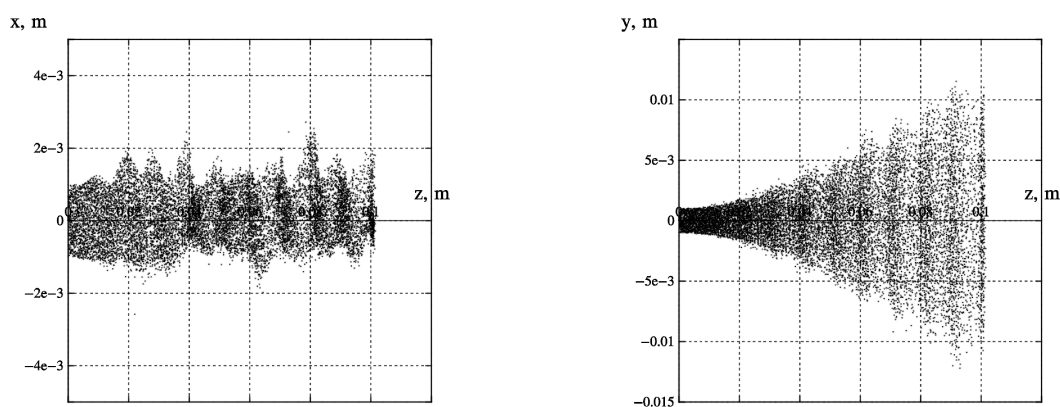


Рисунок 2.8 — Плоскость xz и yz в случае с учётом магнитного поля системы. 3 гармоники. Основная частота $\omega = 50 \cdot 10^9$ рад/с

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Был сделан литературный обзор и проведено моделирование электронных потоков с учётом магнитного поля замедляющей структуры, также проведены расчёты в случае если поток возбуждает не одну, а несколько гармоник. На основании результатов можно сделать вывод, что магнитное поле играет стабилизирующую роль и препятствует расширению потоков в одном из направлений, в данном случае вдоль направления x . С ростом частоты стабилизирующая роль магнитного поля ослабевает, электроны начинают оседать на катод структуры.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Люиселл, У. Связанные и параметрические колебания в электронике / У. Люиселл. — Москва : Изд-во иностранной литературы, 1963. — 350 с.
- 2 Вайнштейн, Л. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике / Л. А. Вайнштейн, В. А. Солнцев. — Москва : Советское радио, 1973. — 400 с.
- 3 Трубецков, Д. И. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков : учебное пособие / Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов. — Москва : Физматлит, 2003. — Т. 1. — 496 с.
- 4 Лопухин, В. М. Электронно-лучевые параметрические усилители поперечных волн / В. М. Лопухин, В. С. Рошаль // Успехи физических наук. — 1965. — Т. 85, № 2. — С. 297–334.
- 5 Ванке, В. А. Поперечные волны электронного потока в микроволновой электронике / В. А. Ванке // Успехи физических наук. — 2005. — Т. 175, № 9. — С. 957–978.
- 6 Капчинский, М. И. Нелинейная стадия развития циклотронной неустойчивости пучка в замедляющей структуре / М. И. Капчинский, Л. А. Юдин // Журнал технической физики. — 1993. — Т. 63, № 11. — С. 121–134.
- 7 Dehnen, W. A hierarchical $O(n)$ force calculation algorithm / W. Dehnen // Journal of Computational Physics. — 2002. — N. 179. — P. 27–42.
- 8 Рошаль, А. С. Моделирование заряженных пучков / А. С. Рошаль. — Москва : Атомиздат, 1979. — 224 с.
- 9 Григорьев, А. С. Численное моделирование методами частиц-в-ячейках / А. С. Григорьев, В. А. Вшивков, М. П. Федорук. — Новосибирск : Издательство СО РАН, 2004. — 360 с.
- 10 Lapenta, G. Particle In Cell Method [Electronic resource] / G. Lapenta. — Mode of access : <https://perswww.kuleuven.be/~u0052182/weather/pic.pdf>. — Date of access : 22.12.2014.

11 The theory and simulation of relativistic electron beam transport in the ion-focused regime / S. B. Swanekamp, J. P. Holloway, T. Kammash, R. M. Gilgenbach // Phys. fluids. — 1992. — Vol. 4, N. 5. — P. 1332–1348.

12 Капчинский, М. И. Исследование колебаний в электронном потоке с виртуальным катодом в виркаторе и виртоде / М. И. Капчинский, Л. А. Юдин // Известия вузов «ПНД». — 1999. — Т. 7, № 3. — С. 33–51.

13 Морозов, М. Ю. Влияние внешнего магнитного поля на величину критического тока электронного пучка, при котором формируется виртуальный катод / М. Ю. Морозов, А. Е. Храмов // Физика плазмы. — 2007. — Т. 33, № 7. — С. 610–619.

14 Вшивков, В. А. О методе частиц для решения уравнения Власова / В. А. Вшивков, В. Н. Снытников // Журнал вычислительной математики и теоретической физики. — 1998. — Т. 38, № 11. — С. 1877–1883.

15 Хокни, Р. Численное моделирование методом частиц / Р. Хокни, Дж. Иствуд. — Москва : Мир, 1987. — 640 с.

16 Полевин, С. Д. Релятивистская высокочастотная электроника : учебное пособие / С. Д. Полевин. — Томск : Изд-во томского политехнического университета, 2008. — 104 с.

17 Цветков, И. В. Применение численных методов для моделирования процессов в плазме : учебное пособие / И. В. Цветков. — Москва : Мифи, 2007. — 84 с.

18 Шеин, А. Г. Влияние периодически неоднородного электростатического поля на группировку электронного потока в скрещенных полях / А. Г. Шеин, С. С. Буланцев // Изв. ВолгГТУ. — 2011. — Т. 5, № 6. — С. 26–30.

19 Шеин, А. Г. Стохастическая модель динамики плоского электронного потока в скрещенных статических электрическом и магнитном полях / А. Г. Шеин, Е. А. Шамов // Изв. ВолгГТУ. — 2009. — Т. 3, № 3. — С. 48–53.

20 Шамов, Е. А. Применение параллельного программирования при моделировании динамики плоского электронного потока в скрещенных статических электрическом и магнитном полях / Е. А. Шамов // Изв. ВолгГТУ. — 2011. — Т. 5, № 6. — С. 41–46.

21 Ковтун, Д. Г. Влияние металлических стенок пространства взаимодействия на форму релятивистских электронных потоков, движущихся в скрещенных полях / Д. Г. Ковтун, П. Д. Кравченя, А. Г. Шеин // Изв. ВолгГТУ. — 2011. — Т. 5, № 6. — С. 30–36.

22 Ермолаев, А. В. Исследование спектральных характеристик релятивистских электронных потоков при помощи моделирования методом крупных частиц / А. В. Ермолаев, Н. А. Исаков, Д. Г. Ковтун // Изв. ВолгГТУ. — 2011. — Т. 5, № 6. — С. 36–41.

23 Гинзбург, Н. С. Теория переходных процессов в релятивистской ЛОВ / Н. С. Гинзбург, С. П. Кузнецов, Т. Н. Федосеева // Известия высших учебных заведений. — 1978. — Т. 22, № 7. — С. 1037–1052.

24 Коровин, С. Д. Релятивистская лампа обратной волны с модулирующим резонансным рефлектором / С. Д. Коровин, В. В. Ростов, Е. М. Тотьменинов // Письма в ЖТФ. — 2005. — Т. 31, № 10. — С. 17–23.

25 Ростов, В. В. Мощные релятивистские СВЧ-генераторы на основе лампы обратной волны с модулирующим резонансным рефлектором / В. В. Ростов, Е. М. Тотьменинов, М. И. Яландин // Журнал технической физики. — 2008. — Т. 78, № 11. — С. 85–92.

26 Релятивистский черенковский СВЧ-генератор без внешнего магнитного поля / А. И. Климов, С. Д. Коровин, Е. М. Ростов, С. С. Тотьменинова // Письма в ЖТФ. — 2006. — Т. 32, № 3. — С. 55–61.

27 Нифанов, А. С. Взаимодействие электронного потока и электромагнитного поля в релятивистских черенковских генераторах / А. С. Нифанов, А. И. Слепков // Фундаментальная и прикладная математика. — 2009. — Т. 15, № 6. — С. 119–139.

28 Гуляев, Ю. В. Усилители на основе эффекта Вавилова-Черенкова с нерегулярными электродинамическими структурами / Ю. В. Гуляев, В. Ф. Кравченко, А. А. Кураев // Успехи физических наук. — 2004. — Т. 174, № 6. — С. 639–655.

29 Schachter, L. Beam-wave interaction in periodic and quasi-periodic structures / L. Schachter. — Germany : Springer, 1996. — 356 p.

30 Барсуков, С. Н. Теория электромагнитного поля. Объёмные резонаторы и замедляющие структуры : учебное пособие / С. Н. Барсуков. — Харьков : ХАИ, 2008. — 50 с.

31 Силин, Р. А. Замедляющие системы / Р. А. Силин, В. П. Сазонов. — Москва : Советское радио, 1966. — 316 с.

32 Шеин, А. Г. Вычисление распределения электростатического поля в плоской гребенчатой системе / А. Г. Шеин, С. С. Буланцев // Изв. ВолгГТУ. — 2009. — Т. 3, № 3. — С. 44–48.