1 Поля гребенчатой замедляющей структуры

Рассмотрим структуру представленную на рисунке 1.

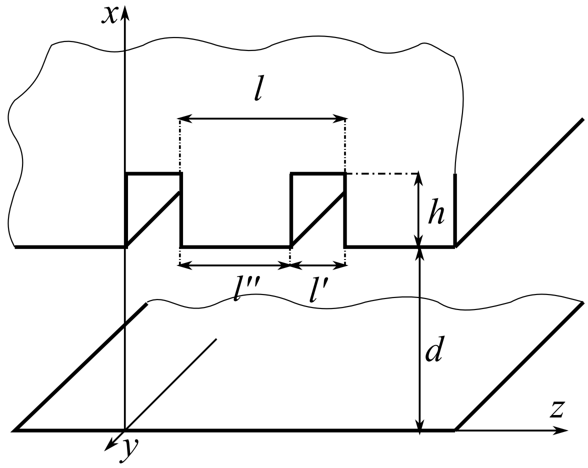

Рис. 1: Гребенчатая замедляющая структура

Уравнения Максвелла в отсутствии зарядов внутри системы:

$$
\begin{aligned}
&\operatorname{div} \boldsymbol{E} = 0, \\
&\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0, \\
&\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \\
&\operatorname{rot} \boldsymbol{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}.
\end{aligned}
$$

Граничные условия для системы имеют вид:

$$
E_{\text{кас}}\Big|_{\text{на поверхности структуры}} = 0.
$$

Разбиваем систему на две области. Первая область – пространство взаимодействия $0 < z < d$ (далее e), вторая область – область резонаторов $d < z < d+h$ (далее r). Ищем только поля, меняющиеся по гармоническому закону:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{E}^{(r)} &= \boldsymbol{E}^{(r)}(x,z)e^{i\omega t} \\
\boldsymbol{B}^{(r)} &= \boldsymbol{B}^{(r)}(x,z)e^{i\omega t} \\
\boldsymbol{E}^{(e)} &= \boldsymbol{E}^{(e)}(x,z)e^{i\omega t} \\
\boldsymbol{B}^{(e)} &= \boldsymbol{B}^{(e)}(x,z)e^{i\omega t}
\end{aligned}
$$

Так как система однородна в направлении оси y, зависимости от y нет. В силу периодичности системы решение в пространстве взаимодействия нужно искать в форме ряда Фурье:

$$\boldsymbol{E}^{(e)}(x,z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\boldsymbol{E}_n^{(e)}(x)e^{2\pi nzi/l}$$
$$\boldsymbol{B}^{(e)}(x,z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\boldsymbol{B}_n^{(e)}(x)e^{2\pi nzi/l}$$

Далее $\beta_n = 2\pi n/l$. Подставляем решения в таком виде в уравнения Максвелла и интегрируем от 0 до l по z. Получаем:

$$\frac{dE_{nx}^{(e)}}{dx}+i\beta_n E_{nz}^{(e)}=0 \tag{1}$$
$$\frac{dB_{nx}^{(e)}}{dx}+i\beta_n B_{nz}^{(e)}=0 \tag{2}$$
$$-i\beta_n E_{ny}^{(e)}=-i\omega B_{nx}^{(e)} \tag{3}$$
$$i\beta_n E_{nx}^{(e)}-\frac{dE_{nz}^{(e)}}{dx}=-i\omega B_{ny}^{(e)} \tag{4}$$
$$\frac{dE_{ny}^{(e)}}{dx}=-i\omega B_{nz}^{(e)} \tag{5}$$
$$-i\beta_n B_{ny}^{(e)}=i\frac{1}{c^2}\omega E_{nx}^{(e)} \tag{6}$$
$$i\beta_n B_{nx}^{(e)}-\frac{dB_{nz}^{(e)}}{dx}=i\frac{1}{c^2}\omega E_{ny}^{(e)} \tag{7}$$
$$\frac{dB_{ny}^{(e)}}{dx}=i\frac{1}{c^2}\omega E_{nz}^{(e)} \tag{8}$$

(5) и (8) вместе с (3) и (6) эквивалентны (1) и (2). Остальные уравнения приводят к системе:

$$\frac{d^2B_{nx}^{(e)}}{dx^2}-\left(\beta_n^2-\frac{\omega^2}{c^2}\right)B_{nx}^{(e)}=0$$
$$\frac{d^2E_{nx}^{(e)}}{dx^2}-\left(\beta_n^2-\frac{\omega^2}{c^2}\right)E_{nx}^{(e)}=0$$