Алгебра формулы

1 Тригонометрия

1.1 Основные тригонометрические тождества

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
- $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$
- $\operatorname{ctg} x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$
- $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$
- $\operatorname{tg}^2 x + 1 = \dfrac{1}{cos^2 x}$
- $\operatorname{ctg}^2 x + 1 = \dfrac{1}{sin^2 x}$

1.2 Обратные тригонометрические функции

- $\sin x = a \Leftrightarrow x = (-1)^n \arcsin(a) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\cos x = a \Leftrightarrow x = \pm \arccos(a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arctg}(a) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{ctg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arcctg}(a) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

1.3 Уравнения с обратными функциями

- $y = \arcsin x \Leftrightarrow y \in \left[-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right]$
- $y = \arccos x \Leftrightarrow y \in [0; \pi]$
- $y = \operatorname{arctg} x \Leftrightarrow y \in \left(-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right)$
- $y = \operatorname{arcctg} x \Leftrightarrow y \in (0; \pi)$

1.4 Формулы двойного аргумента

- $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$
- $\sin 2x = \dfrac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \dfrac{2 \operatorname{ctg} x}{1 + \operatorname{ctg} 2x} = \dfrac{2}{\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x}$
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$
- $\cos 2x = \dfrac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \dfrac{\operatorname{tg}^2 x - 1}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} = \dfrac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}{\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x}$
- $\operatorname{tg} 2x = \dfrac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} = \dfrac{2 \operatorname{ctg} x}{\operatorname{ctg}^2 x - 1} = \dfrac{2}{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}$
- $\operatorname{ctg} 2x = \dfrac{\operatorname{ctg}^2 - 1}{2 \operatorname{ctg} x} = \dfrac{\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x}{2}$

1.5 Формулы тройного аргумента

- $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$
- $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- $\operatorname{tg} 3x = \dfrac{3 \operatorname{tg} x - \operatorname{tg}^3 x}{1 - 3 \operatorname{tg}^2 x}$
- $\operatorname{ctg} 3x = \dfrac{\operatorname{ctg}^3 x - 3 \operatorname{ctg} x}{3 \operatorname{ctg}^2 x - 1}$

1.6 Формулы половинного аргумента

- $\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}$
- $\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}$
- $\operatorname{tg}^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$
- $\operatorname{ctg}^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$
- $\operatorname{tg} \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{\sin x} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}$
- $\operatorname{ctg} \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{\sin x} = \dfrac{\sin x}{1 - \cos x}$

1.7 Формулы квадратов тригонометрических функций

- $\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$
- $\cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}$
- $\operatorname{tg}^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$
- $\operatorname{ctg}^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$
- $\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}$

- $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$
- $\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$
- $\operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$

1.8 Формулы кубов тригонометрических функций

- $\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}$
- $\cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{4}$
- $\operatorname{tg}^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{3\cos x + \cos 3x}$
- $\operatorname{ctg}^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{3\sin x - \sin 3x}$

1.9 Формулы тригонометрических функций в четвертой степени

- $\sin^4 x = \frac{3 - 4\cos 2x + \cos 4x}{8}$
- $\cos^4 x = \frac{3 + 4\cos 2x + \cos 4x}{8}$

1.10 Формулы сложения аргументов

- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$
- $\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta \mp 1}{\operatorname{ctg}\alpha \pm \operatorname{ctg}\beta}$

1.11 Формулы суммы тригонометрических функций

- $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$
- $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$
- $\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$

1.12 Формулы разности тригонометрических функций

- $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$
- $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$
- $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1 - \sin 2\alpha$
- $\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$
- $\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$

2 Производная

- $c' = 0,\ c = const$
- $x' = 1$
- $(x^n)' = nx^{n-1}$
- $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}}$
- $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(a^x)' = a^x \ln a$
- $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

2.1 Правила дифференцирования

- $(CU)' = CU'$
- $(U+V)' = U' + V'$
- $(UV)' = U'V + UV'$
- $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
- $\left(\frac{1}{V}\right)' = -\frac{V'}{V^2}$

3 Корень n-ной степени и его свойства

- $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$
- $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}},\ b \neq 0$
- $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a},\ k > 0$
- $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k},\ k > 0$
- $\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k,\ k \leqslant 0, a \neq 0$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

4 Первообразная

Функция F называется первообразной для функции f на заданном промежутке, если для всех x на этом промежутке $F'(x) = f(x)$

5 Интеграл

- $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
- $\int\limits_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b$

6 Логарифм

- $a^{\log_a b} = b,\ a \in (0;1) \cap (1;+\infty)$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^p = p \log_a x$
- $\log_{a^n} x^m = \dfrac{m}{n} \log_a x$
- $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$
- $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

7 Прогрессии

7.1 Арифметическая прогрессия

- $x_{n+1} = x_n + d$
- $x_n = x_{n-1} + d = x_{n-2} + 2d = \ldots = x_1 + (n-1)d$
- $S_n = \dfrac{x_1 + x_n}{2}n = \dfrac{2x_1 + (n-1)d}{2}n$
- $x_n = \dfrac{x_{n-1}x_{n+1}}{2}$
- $x_1 + x_n = x_2 + x_{n-1} = x_3 + x_{n-2} = \ldots$

7.2 Геометрическая прогрессия

- $b_1 = b_{n-1}q$
- $b_n = b_{n-1}q = b_{n-2}q^2 = \ldots = b_1 q^{n-1}$
- $S_n = \dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q},\ q \neq 1$
- $S = nq,\ q = 1$
- $b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1} = \dfrac{b_n}{q}b_n q$
- $b_1 b_n = b_2 b_{n-1} = b_3 b_{n-2} = \ldots$

8 Комбинаторика

8.1 Размещение

- $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

8.2 Сочетание

- $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$