

Линейная алгебра. Лекция. 10 сентября 2015.

1 Нелинейные операции над матрицами

1.1 Перемножение матриц

$$A_{m \times n} \times B_{n \times p} = C_{m \times p} : c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj}$$

Н.В.! Матрицы можно перемножать только если число столбцов первой матрицы совпадает с числом строк второй матрицы.

1.1.1 Свойства операции умножения матриц

1. $A \times B \neq B \times A$
2. $A(B \times C) = (A \times B)C = A \times B \times C$
3. $(A + B)C = A \times C + B \times C$

1.2 Транспонирование матрицы

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = B_{n \times m}$$
$$b_{ij} = a_{ji}$$

1.2.1 Свойства транспонирования

1. Симметричная матрица транспонируется сама в себя

$$A^T = A$$

2. Зеркально-симметричная матрица транспонируется в противоположную ей зеркально-симметричную матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 6 \\ -3 & -6 & 9 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

3. $(A^T)^T = A$
4. $(A + B)^T = A^T + B^T$
5. $\lambda(A + B)^T = \lambda A^T + \lambda B^T$
6. $(A \times B)^T = B^T \times A^T$

2 Блочные матрицы, операции над ними