Viscoélasticimétrie par propagation d’ondes mécaniques

Pierre LEMERLE

PLAN

1. Notions de viscoélasticité
2. Comment mesurer les propriétés viscoélastiques des matériaux
3. Intérêt et limites de la méthode de propagation d'ondes
4. Extension de la méthode aux matériaux précontraints :
   A. Aspects théoriques
   B. Validation sur banc d'essai numérique (modèle EF MFront-Code_Aster)
5. Conclusion

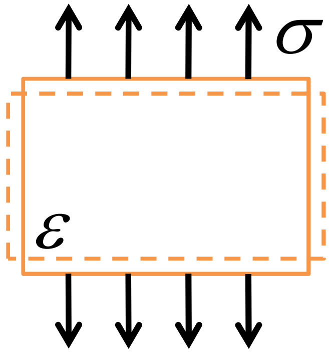
NOTIONS de BASE en VISCOELASTICITE

Matériaux dont la réponse à une sollicitation donnée comporte une partie instantanée et une partie différée (*Larousse*).

En régime harmonique, on représente le module d'Young par une valeur complexe :

$$\sigma = E(\omega).\varepsilon$$

$$E(\omega) = E^{'}(\omega) + j\,E^{''}(\omega)$$



L'amortissement est caractérisé par le déphasage entre E' et E'' (ou σ et ε). Il est mesuré par le facteur de perte :

$$\tau = \frac{E^{''}}{E^{'}}$$

ou l'angle de perte : $\delta = Arctg(\tau)$

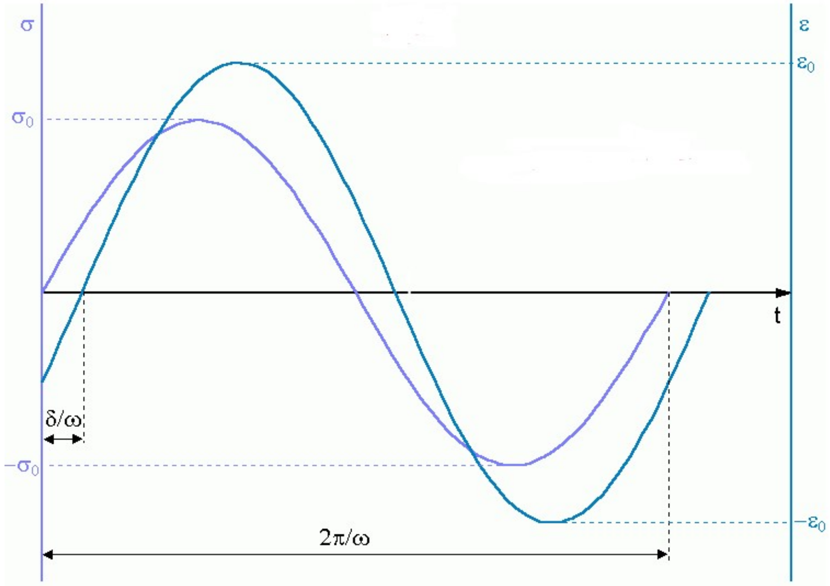
MESURE des PROPRIETES VISCOELASTIQUES

1- **Analyse Mécanique Dynamique-AMD** *(1950*)* :

Un échantillon est soumis à une <u>contrainte</u> ou une déformation sinusoïdale de fréquence variable.

$$\underline{\sigma}(t) = \sigma_0 . \sin(\omega t)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 . \sin(\omega t + \delta)$$



Méthode sub-modale : limitation en fréquence pour éviter tout phénomène de résonance (<1k Hz en pratique).

Mesure fréquence par fréquence.

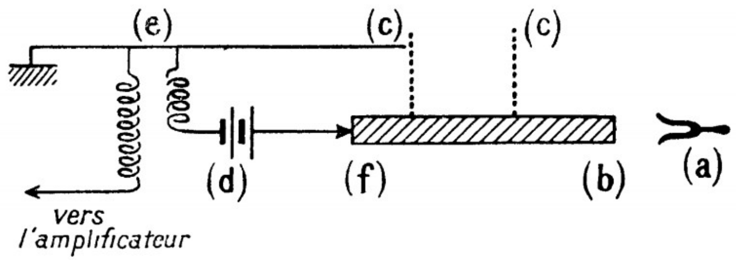
** Rhéogoniomètre de Weissenberg, 1950. Rheovibron, 1958. ISO 6721: Plastics — Determination of dynamic mechanical properties*

MESURE des PROPRIETES VISCOELASTIQUES

2- **Mesure par ultrasons** *(1950*)* :

Un échantillon sous forme de barreau est traversé par une onde <u>stationnaire</u> ultrasonore. La fréquence est accordée sur un harmonique du 1er mode vibratoire de la barre. La fréquence de résonance est liée au module d'Young du matériau :

$$f_n = \underbrace{\sqrt{\frac{E}{4\rho}}.\frac{n}{l}}_{barreau\ infini}.\underbrace{\left(1-\frac{n^2\pi^2\mu^2r^2}{4l^2}\right)}_{correction\ effet\ Poisson}$$



(*a*) source d'ultrasons; (*b*) barreau; (*c*) fils de suspension; (*d*) pile 1,5 V; (*e*) transformateur; (*f*) pointe microphonique.

L'amortissement est déduit du facteur de surtension mesuré en faisant varier la fréquence d'excitation autour de la résonance.

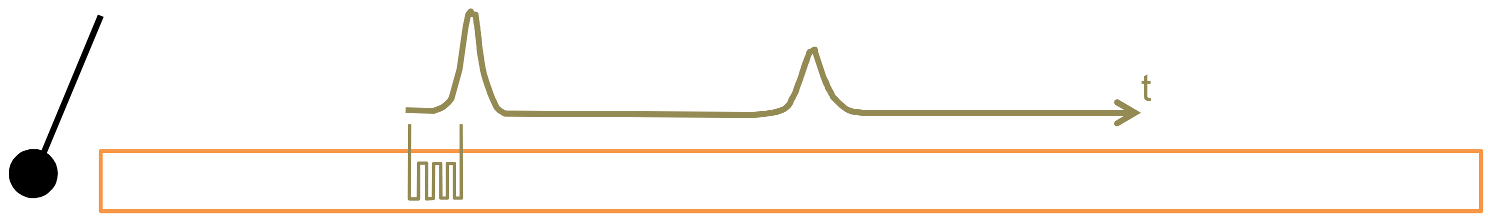
Modèle d'amortissement visqueux <u>constant</u>.

* *Guy Mayer, Jean Gigon. Mesure par ultrasons des constantes élastiques des solides. J. Phys. Radium, 1955, 16 (8-9), pp.704-706.*

METHODE de PROPAGATION

3- **Mesure par propagation d'onde mécanique** *(1954*)* :

Un échantillon sous forme de barreau est traversé par une onde de choc. On déduit E(ω) et δ(ω) de la fonction de transfert des déformations (vitesses, contraintes, etc) entre 2 passages de l'onde :



Hypothèse de linéarité : la grandeur mesurée se décompose en une somme infinie d'ondes sinusoïdale (décomposition de Fourier) :

$$f(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{\overline{f}(0,\omega)}_{choc\ initial} . \underbrace{e^{-\alpha(\omega)x + j\omega\left(t - \frac{x}{c(\omega)}\right)}}_{terme\ de\ transport} d\omega$$

** Kolsky,H. The propagation of longitudinal elastic waves along cylindrical bars.Phil . Mag. 45, 712-26.*

METHODE de PROPAGATION

Dans l'espace fréquentiel, chaque composante spectrale s'écrit sous forme polaire :

$$\overline{f}(x,\omega) = \rho(x,\omega).e^{j\theta(x,\omega)} = \overline{f}(0,\omega).e^{-\alpha(\omega)x + j\omega\left(t - \frac{x}{c(\omega)}\right)}$$

L'expression de la composante en 2 positions distinctes permet de déterminer la célérité de l'onde de pulsation ω et son amortissement :

$$c(\omega) = -\omega \frac{x_2 - x_1}{\theta(x_2,\omega) - \theta(x_1,\omega)} \qquad \alpha(\omega) = -\frac{1}{x_2 - x_1}.\log\left(\frac{\rho(x_2,\omega)}{\rho(x_1,\omega)}\right)$$

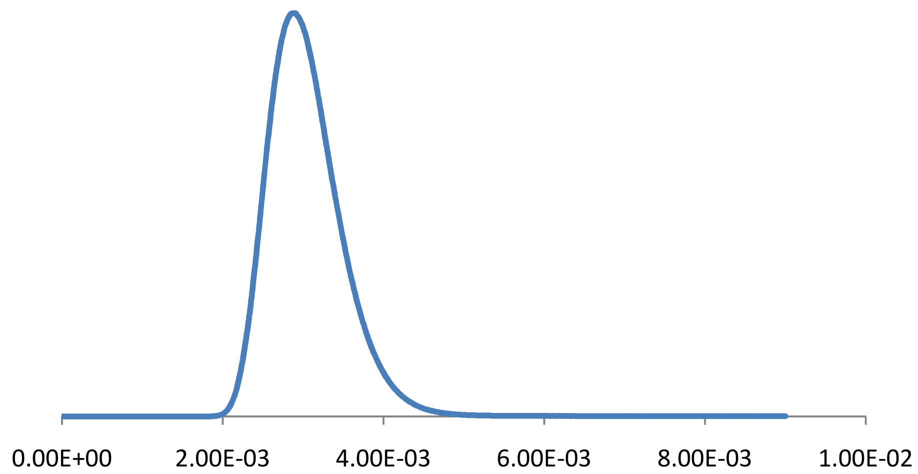
δ(ω) et E(ω) sont directement liés à α(ω) et c(ω) :

$$|E(\omega)| = \rho.c^2(\omega).\cos^2\left(\frac{\delta(\omega)}{2}\right) \qquad \delta(\omega) = 2.Arctg\left(\frac{\alpha(\omega).c(\omega)}{\omega}\right)$$

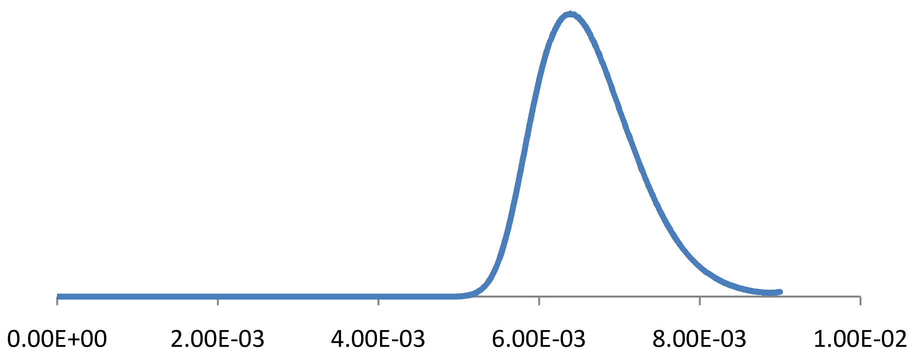
METHODE de PROPAGATION

Récapitulatif :

1) Mesure de l'onde de déformation (ou autre grandeur mécanique) aux positions x_1 et x_2 (ou alors l'onde incidente et son écho à la même position x)



Onde incidente

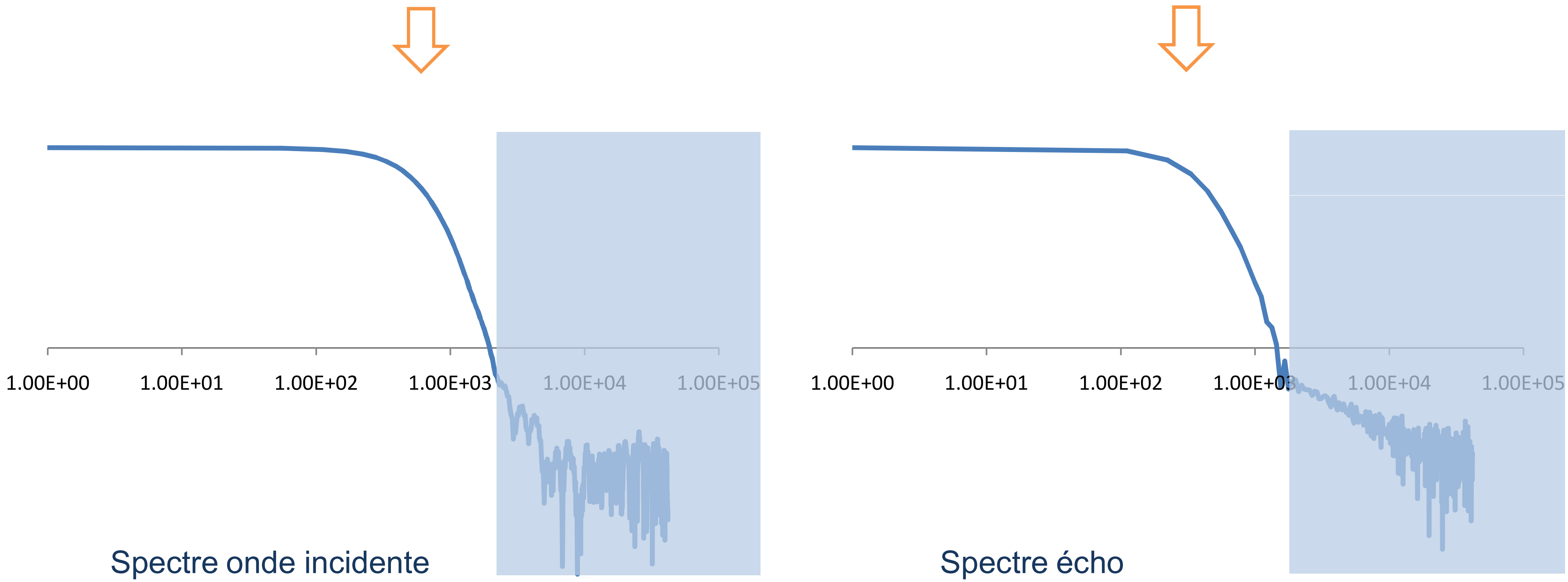


Echo

METHODE de PROPAGATION

Récapitulatif :

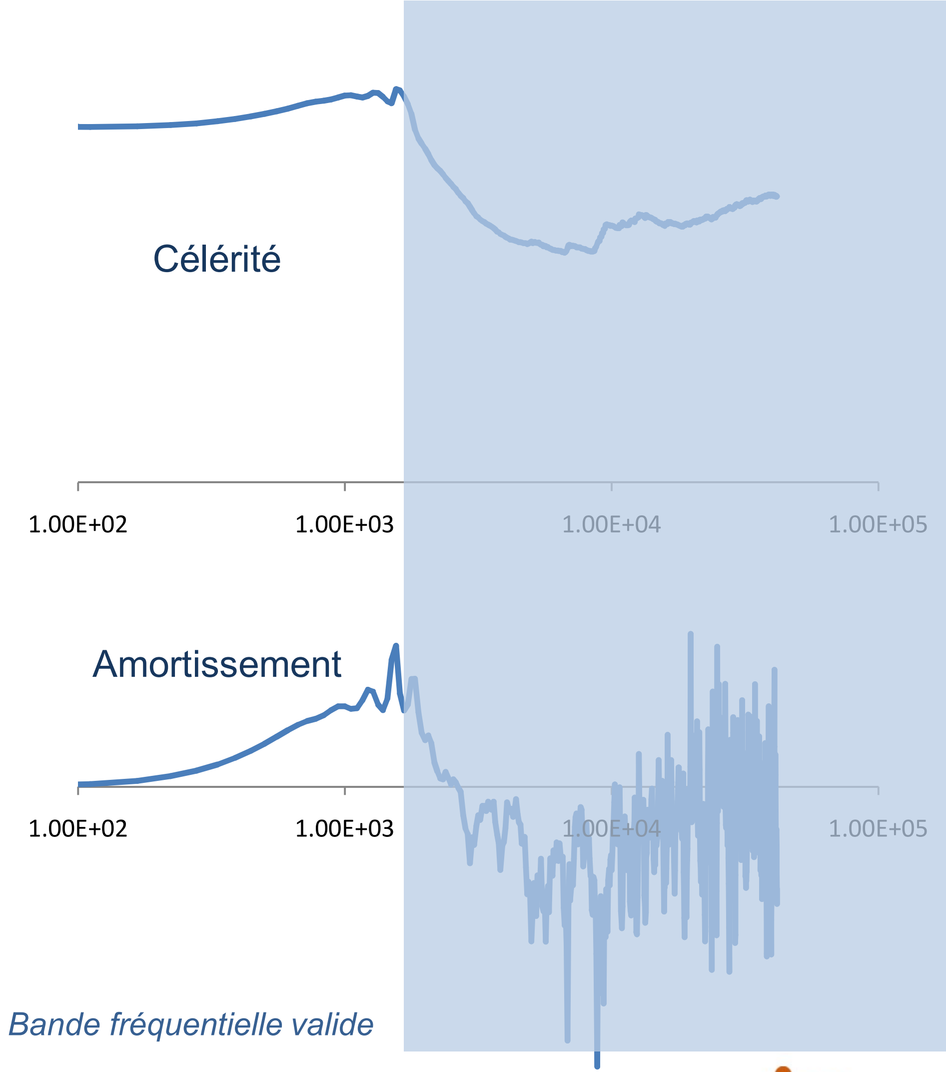
2) Transformation de Fourier : FFT



METHODE de PROPAGATION

Récapitulatif :

3) Fonctions de Transfert



METHODE de PROPAGATION

Avantages de la méthode de propagation :

- Mesure la dispersion (propriétés viscoélastiques fonction de la fréquence)
- Bande fréquentielle d'étude : gamme audiométrique $\Rightarrow$ adaptée aux applications vibro-acoustiques
- Rapidité des mesures : pas de balayage en fréquence
- Appareillage très peu coûteux

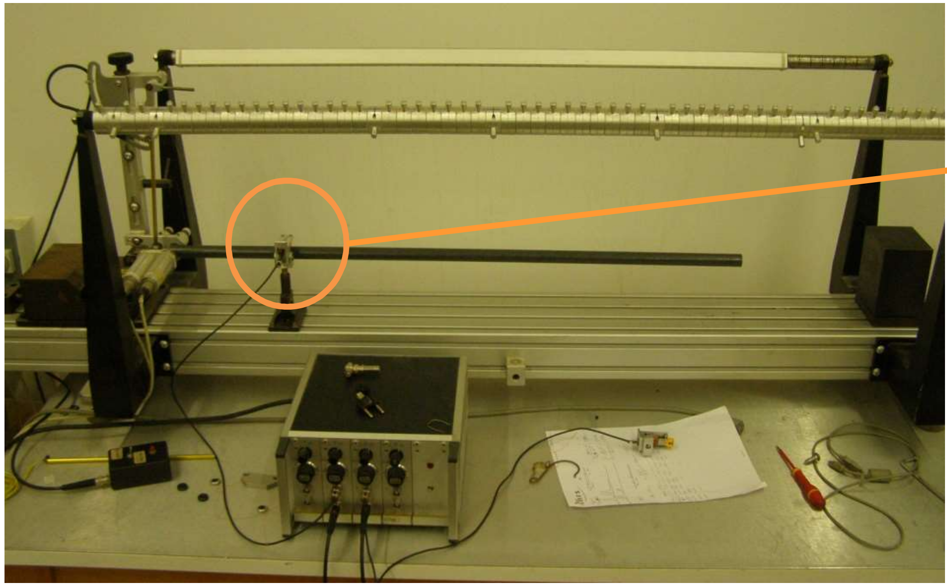
Difficultés :

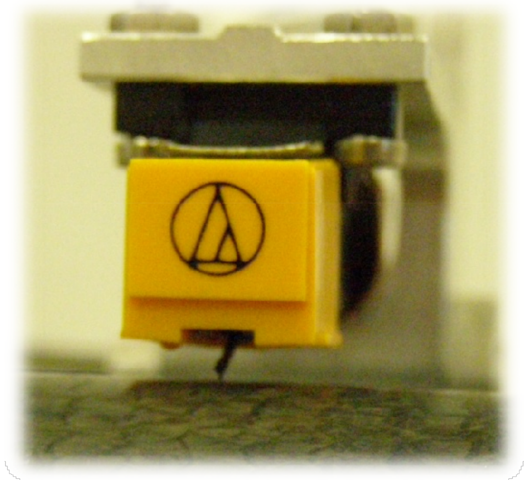
- Extensométrie (mesure des déformations), assez délicate avec des matériaux souples
- Difficulté d'extruder des échantillons sous forme de barreau dans certains cas
- Pas adapté à la mesure de matériaux précontraints

METHODE de PROPAGATION

Améliorations (*2001**) :

Simplification du mesurage : mesure de la vitesse à l'aide de cellules phonolectrices (têtes de lecture HiFi)



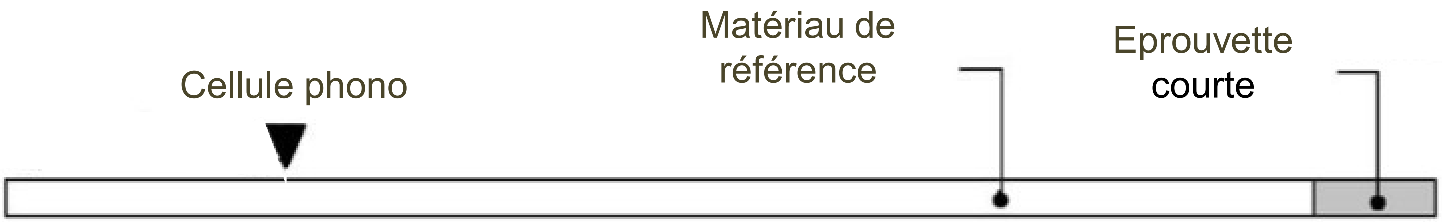


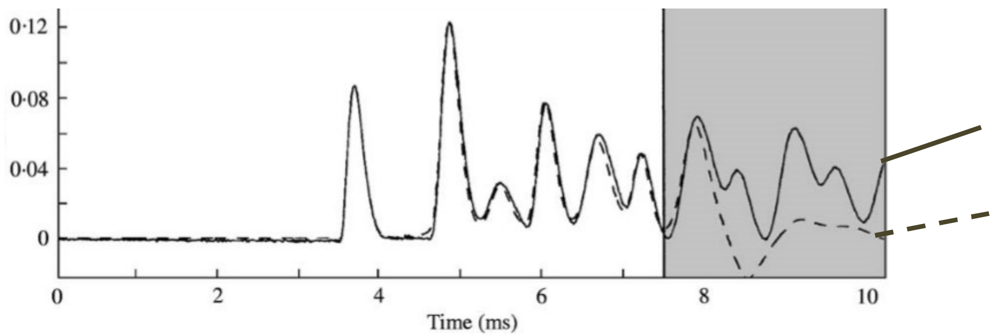
→Méthode robuste, simple et très économique

P Lemerle, A. Berthelot. Study of phonography cartridges for determining the viscoelastic properties of materials by a wave propagation method. Noise Control Engineering Journal 49(5) · September 2001

Améliorations (*2002**) :

Adaptation de la méthode aux barreaux de faible longueur : méthode inverse dans le domaine temporel. Reconstruction et recalage de l'onde se propageant dans 2 milieux.





Mesure de la vitesse

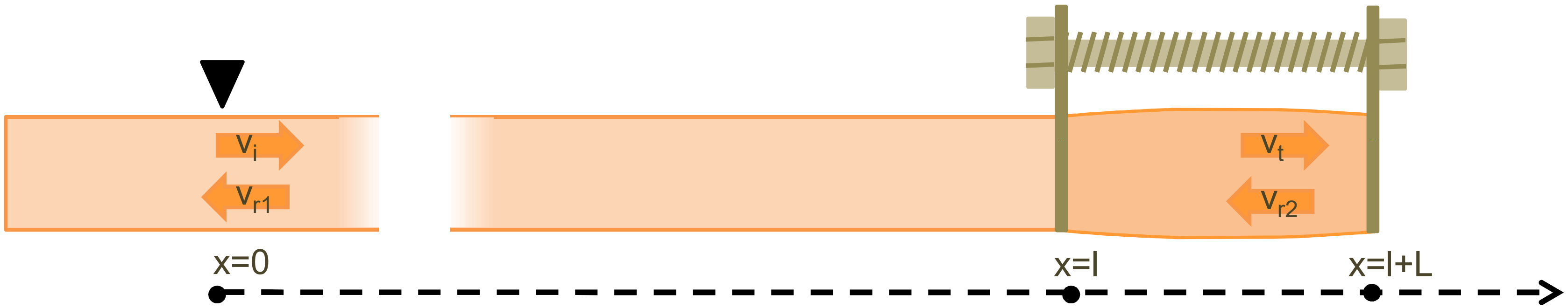
Modèle de propagation (propriétés viscoélatiques de l'échantillon identifiées par recalage sur une fenêtre temporelle)

** P Lemerle. Measurement of the Viscoelastic Properties of Damping Materials: Adaptation of the Wave Propagation Method to Test Samples of Short Length. Journal of Sound and Vibration, Volume 250, Issue 2, p. 181-196.*

METHODE de PROPAGATION

Améliorations (*2017*) :

- Adaptation de la méthode aux barreaux précontraints.
- Principe : reconstruire l'onde (supposée plane) se propageant dans un barreau de référence et dans un barreau comprimé



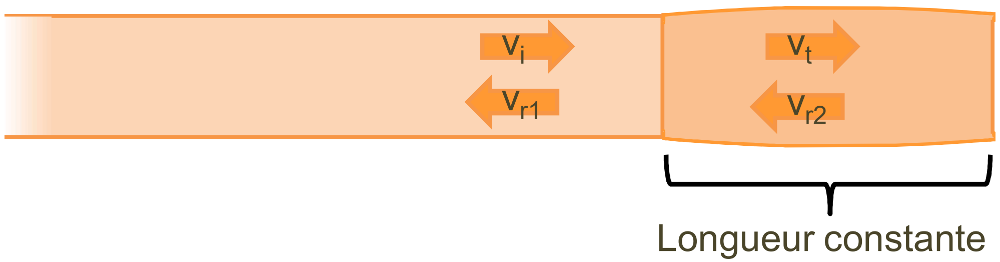
$$v_i(x,\omega) = \underbrace{f(0,\omega)}_{composante\ harmonique\ de\ l'onde\ incidente}$$

$$v_{r1}(x,\omega) = \underbrace{X_{r1}(\omega)}_{coef\ de\ réflexion} . \overbrace{f(0,\omega)} . \underbrace{e^{-\alpha(\omega)2l + j\omega\left(t - \frac{2l}{c(\omega)}\right)}}_{terme\ de\ transport\ aller\ /\ retour}$$

METHODE de PROPAGATION

L'écriture des conditions limites à l'interface permet de calculer le coefficient de réflexion :

- Continuité des vitesses
- Continuité des pressions
- Conservation de la longueur de l'éprouvette

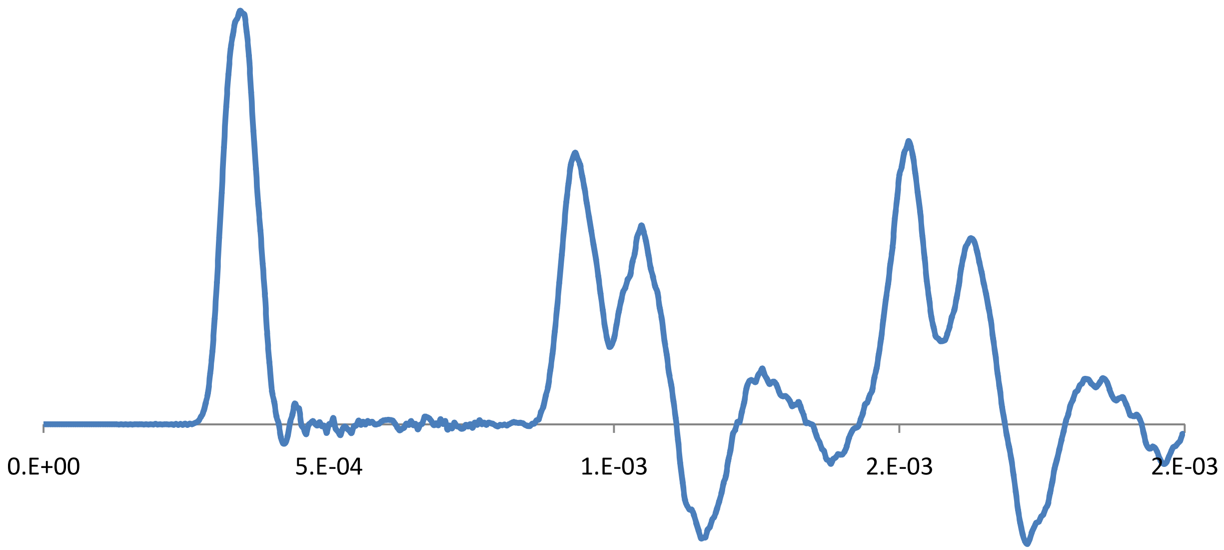


$$X_{r1}(\omega)=\frac{\rho_1\left(\frac{1}{c_2(\omega)}-j.\frac{\alpha_2(\omega)}{\omega}\right).\left(1+e^{-\alpha_2(\omega)l-j\omega\frac{L}{c_2(\omega)}}\right)-2\rho_2\left(\frac{1}{c_1(\omega)}-j.\frac{\alpha_1(\omega)}{\omega}\right).\left(1-e^{-\alpha_2(\omega)l-j\omega\frac{L}{c_2(\omega)}}\right)}{\rho_1\left(\frac{1}{c_2(\omega)}-j.\frac{\alpha_2(\omega)}{\omega}\right).\left(1+e^{-\alpha_2(\omega)l-j\omega\frac{L}{c_2(\omega)}}\right)+2\rho_2\left(\frac{1}{c_1(\omega)}-j.\frac{\alpha_1(\omega)}{\omega}\right).\left(1-e^{-\alpha_2(\omega)l-j\omega\frac{L}{c_2(\omega)}}\right)}$$

BANC D'ESSAI NUMERIQUE

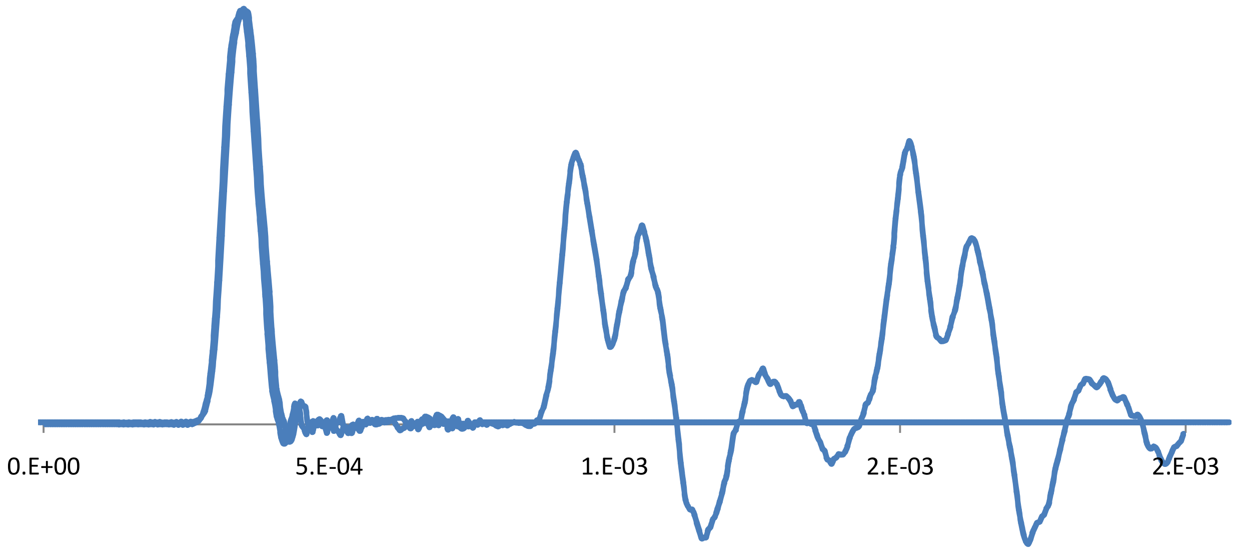
Récapitulatif de la méthode proposée :

1. Mesure de la vitesse en un point du barreau de référence



Récapitulatif de la méthode proposée :

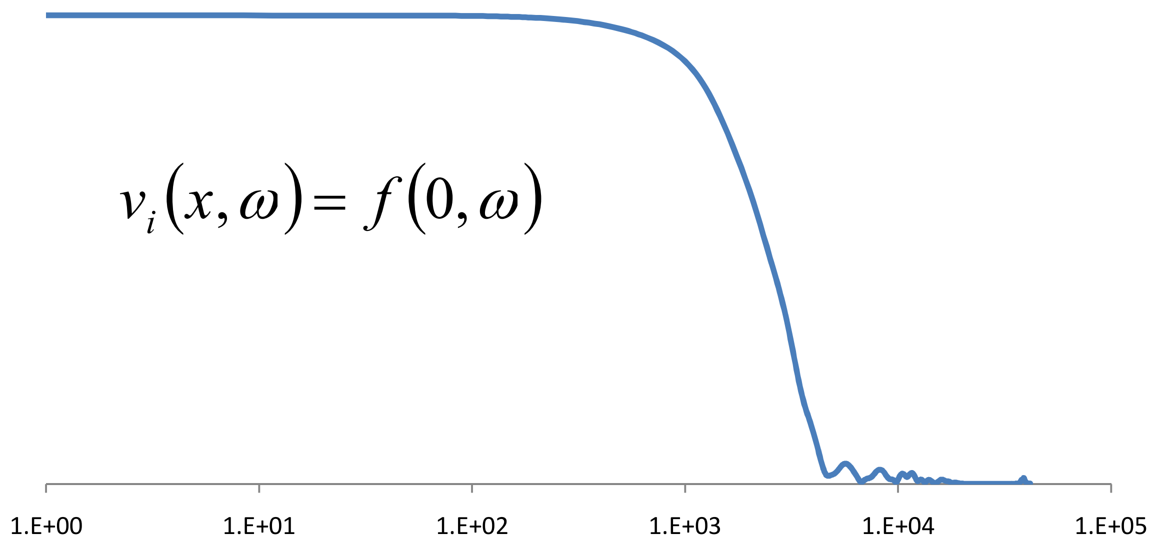
2. Extraction de l'onde incidente



BANC D’ESSAI NUMERIQUE

Récapitulatif de la méthode proposée :

3. Transformation de Fourier



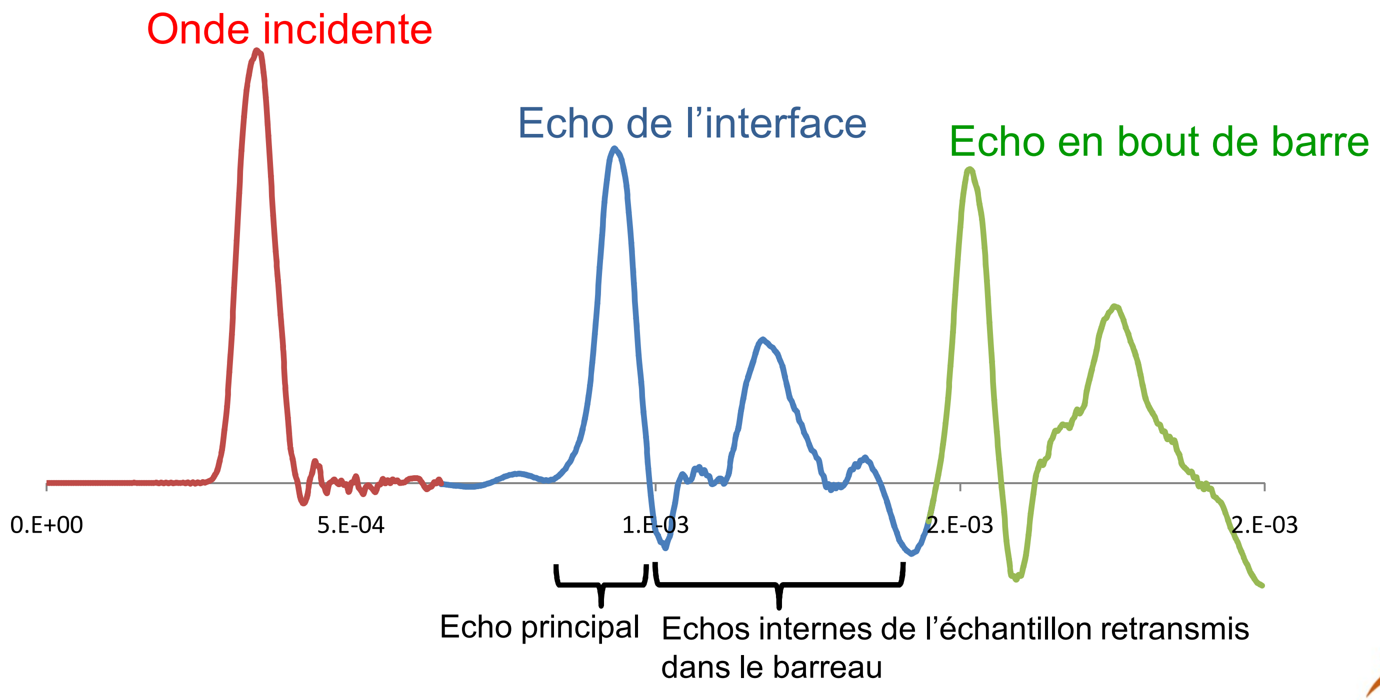
$$v_i(x,\omega) = f(0,\omega)$$

BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Récapitulatif de la méthode proposée :

4. Calcul des échos par multiplication des termes de transports et coefficients de réflexion puis transformation de Fourier inverse. Superposition des échos dans le domaine temporel.

Paramètres : valeurs de célérité c et d'amortissement α du matériau de l'échantillon (ou des 2 matériaux) définies par intervalles de fréquences donnés.

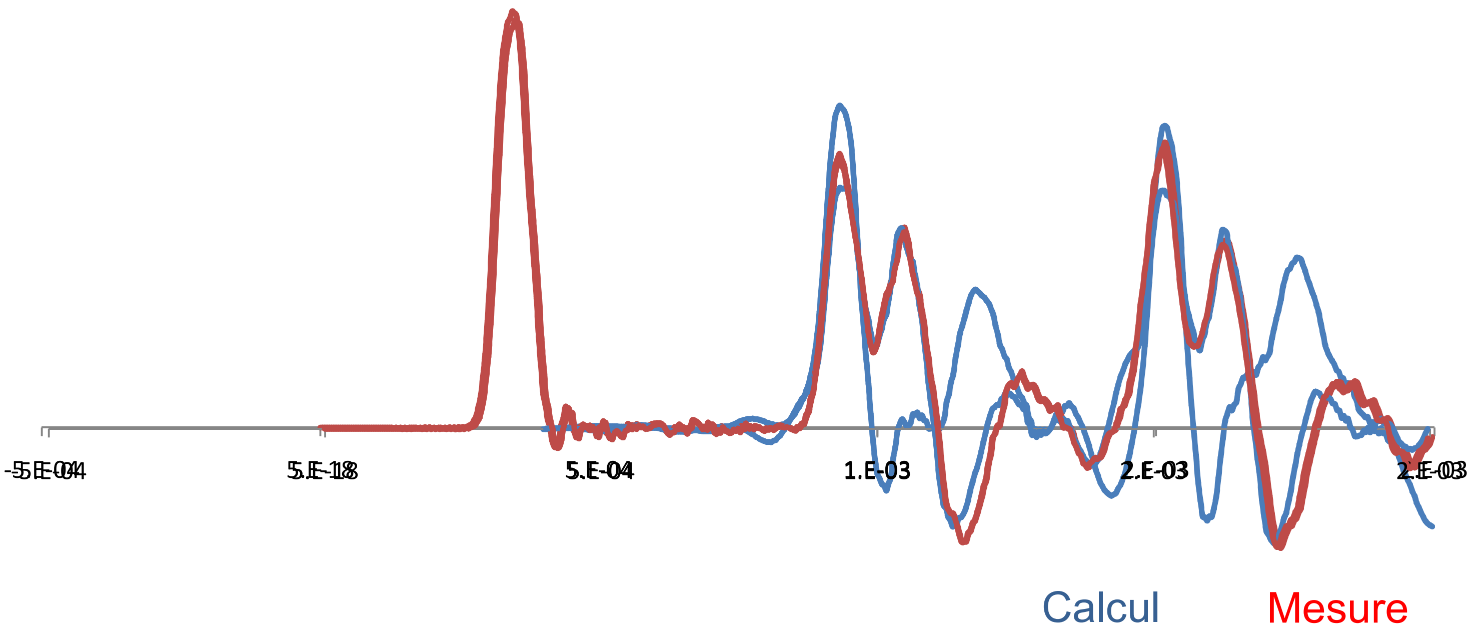


BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Récapitulatif de la méthode proposée :

5. Minimisation de l'écart entre la mesure et le calcul au sens des moindres carrés (algorithme génétique).

Les variables $c(\omega)$ et $\alpha(\omega)$ sont identifiées par intervalles de fréquence lorsque le minimum est atteint.



BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Validation numérique de la méthode d'essai :

élaboration d'un modèle éléments finis du banc d'essai constitué du barreau de référence prolongé par un échantillon comprimé.

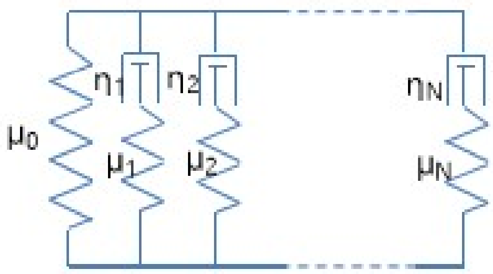
- Le modèle doit prendre en compte l'écrasement de l'échantillon (grandes déformations)

- Il doit aussi prendre en compte ses propriétés dissipatives (propriétés viscoélastiques)

$\Rightarrow$ Une loi de comportement de type hyper-viscoélastique permet de satisfaire ces 2 exigences

1. Implémentation d'une loi de comportement hyper-viscoélastique dans MFront vers Code_Aster

Approche type série de PRONY (Maxwell généralisé) :



$$\sigma(\varepsilon,t)=\int_{-\infty}^{t} g(t-s).\frac{\partial\sigma_0}{\partial s}.ds$$

avec $$g(t)=g_\infty+\sum_{i=1}^{N} g_i.e^{\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)}$$

$$\tau_i=\frac{\eta_i}{\mu_i}$$

$$g_\infty+\sum_{i=1}^{N} g_i=1,\quad 0\le g_i<1$$

σ_0 est déterminé par la LC hyperélastique de Signorini (*fascicule R5.03.19*)

BANC D'ESSAI NUMERIQUE

2. Construction d'un Modèle EF Code_Aster :

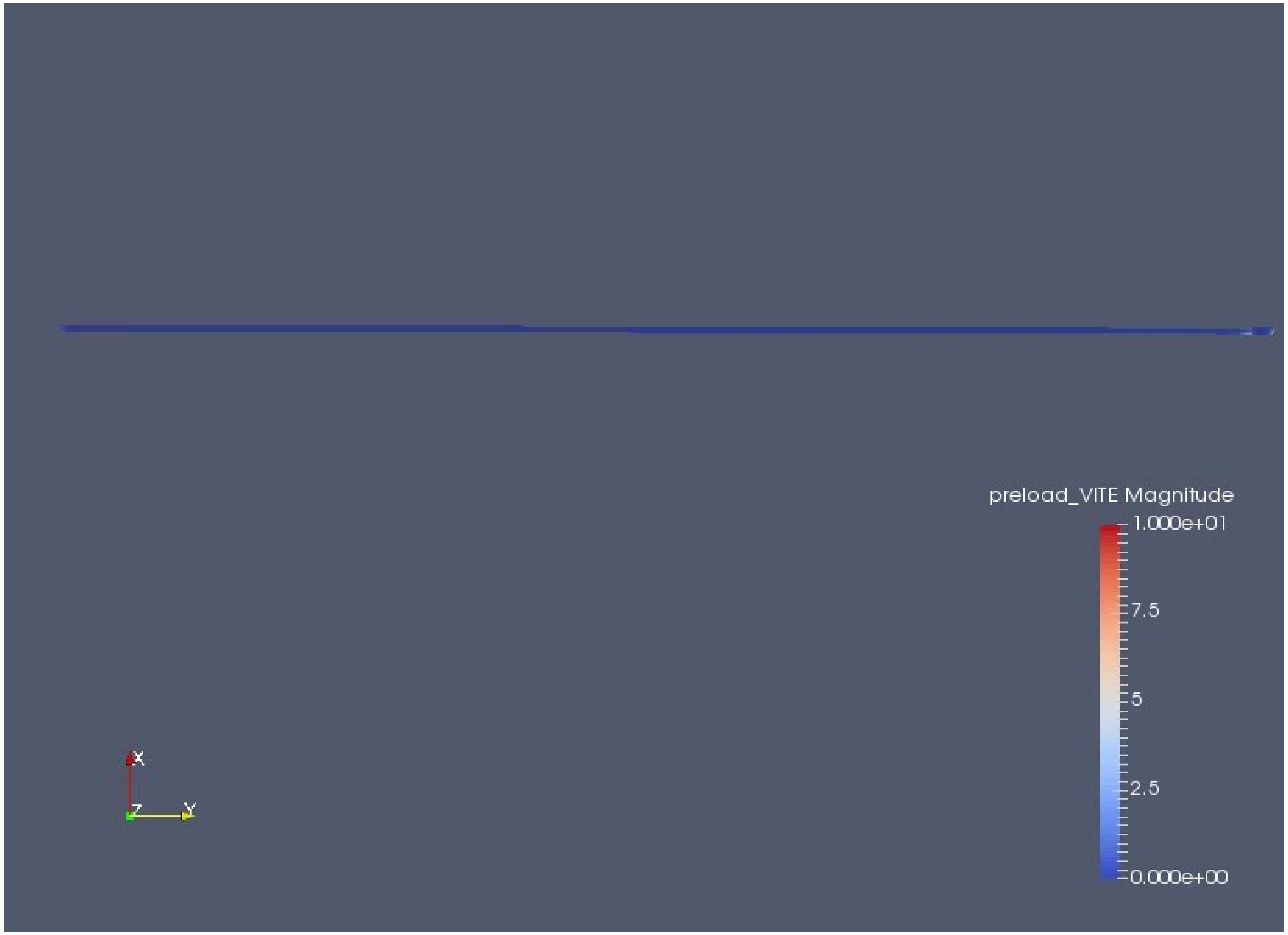
- Modèle axisymétrique composé du barreau de référence (matériau HV1) et échantillon (matériau HV2)
- 1ère étape de calcul : écrasement quasi-statique de l'échantillon (déplacements imposés)

- 2ème étape de calcul : génération d'un choc en bout de barreau (forces imposées) et maintien de la compression par une LIAISON_SOLIDE

- On calcule l'évolution temporelle de la vitesse nodale à mi-longueur de barreau

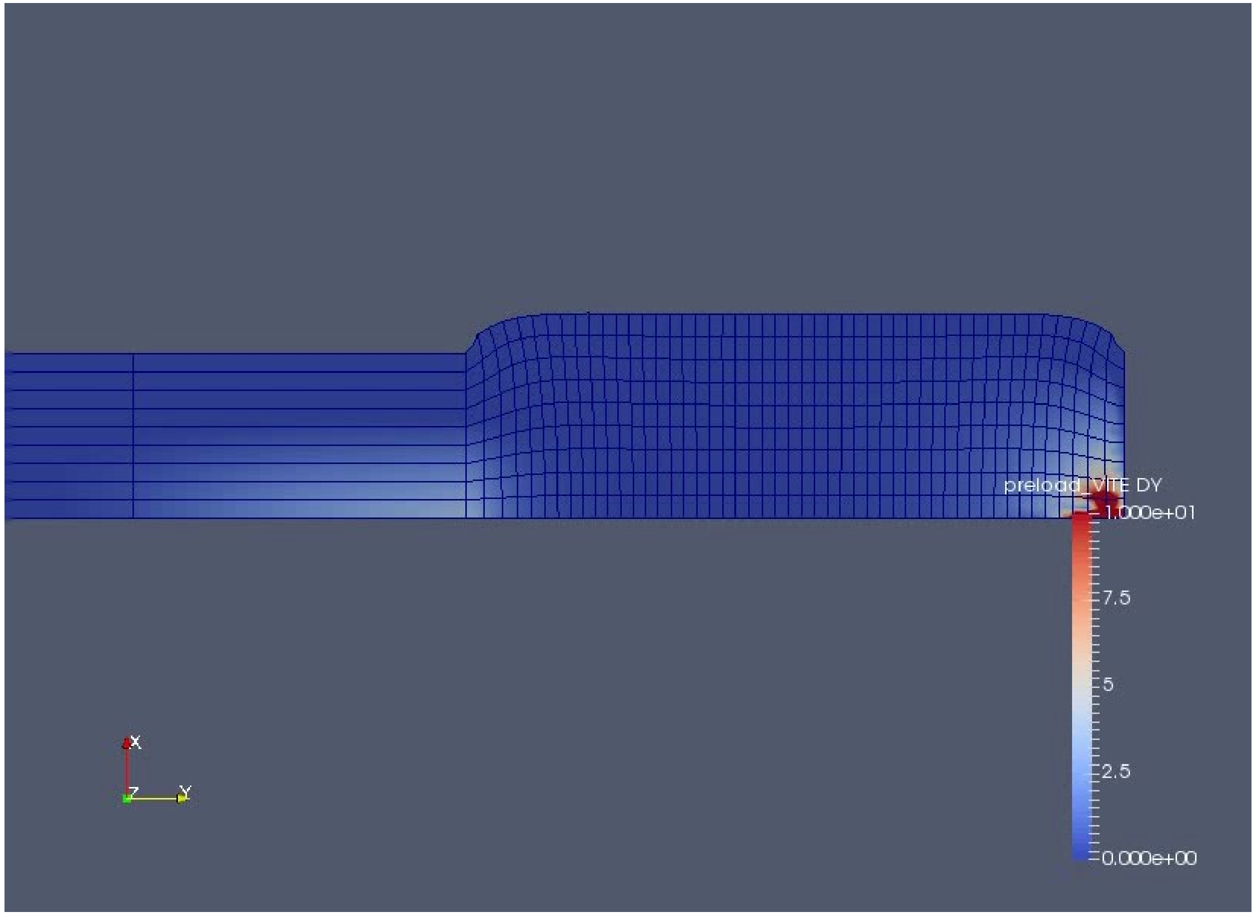
BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Résultats de simulation numérique : propagation de l'onde



BANC D'ESSAI NUMERIQUE

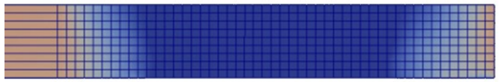
Résultats de simulation numérique : zoom sur l'échantillon

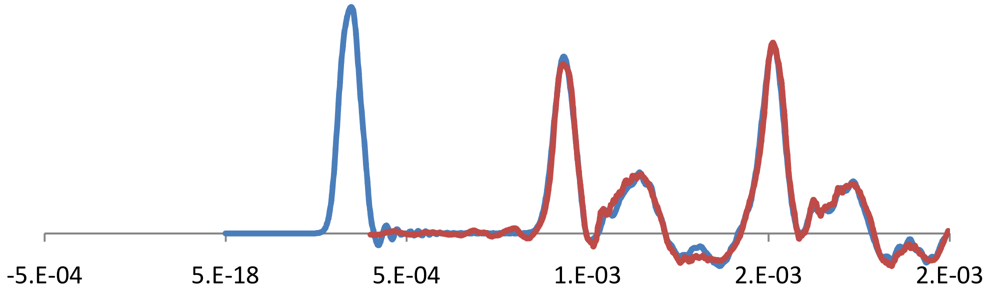


BANC D'ESSAI NUMERIQUE

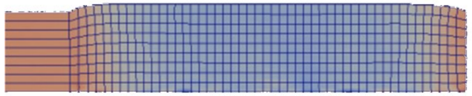
Résultats de simulation numérique : identifications

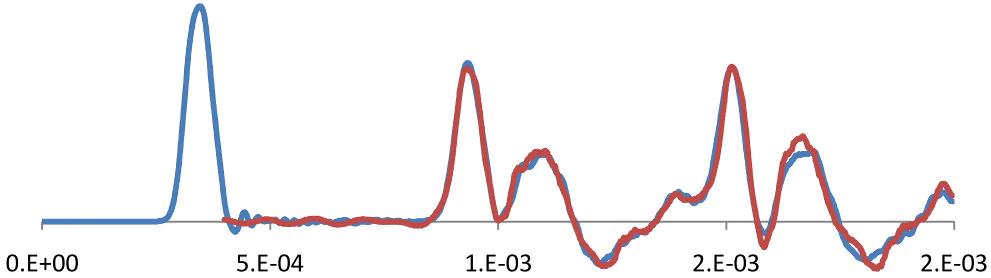
0 Compression



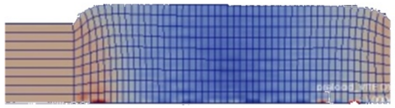


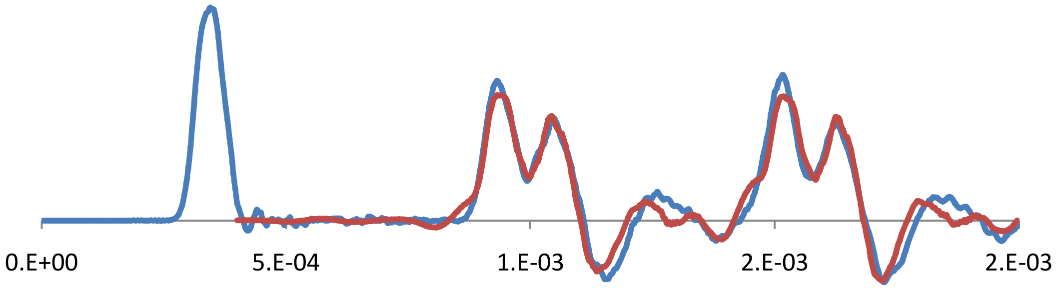
Compression : 5mm/30mm





Compression : 10mm/30mm

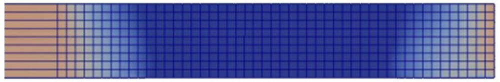


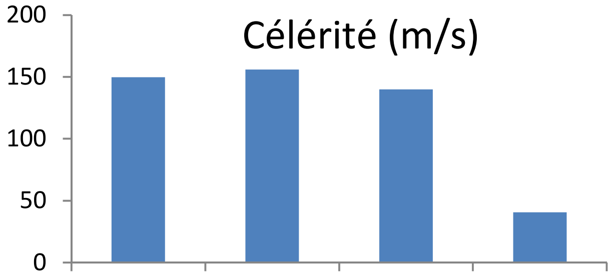


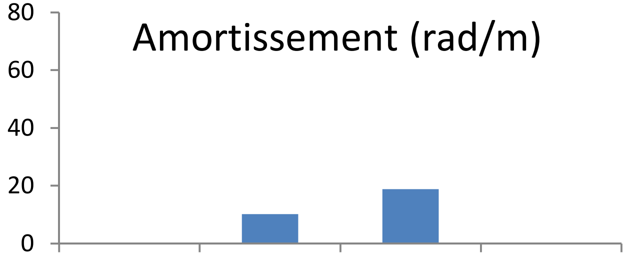
BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Résultats de simulation numérique : identifications

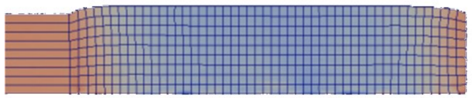
0 Compression

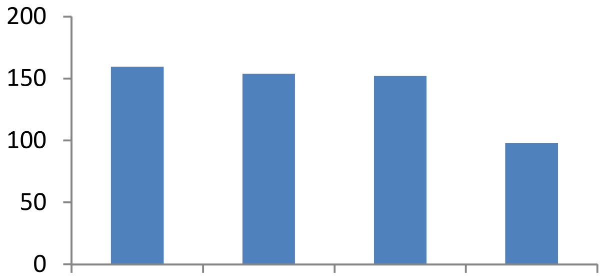


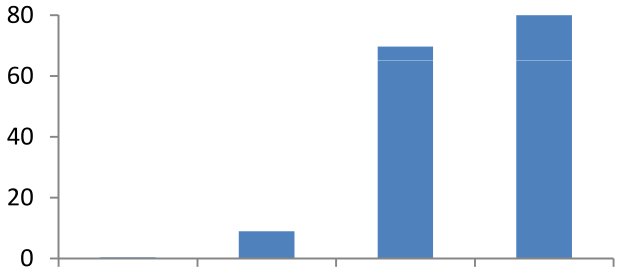




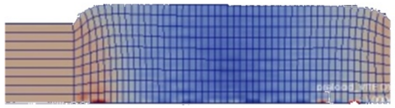
Compression : 5mm/30mm

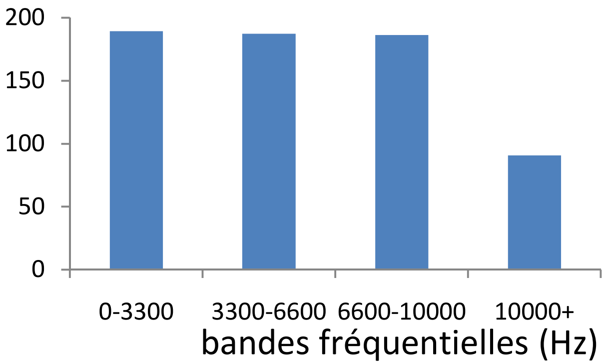


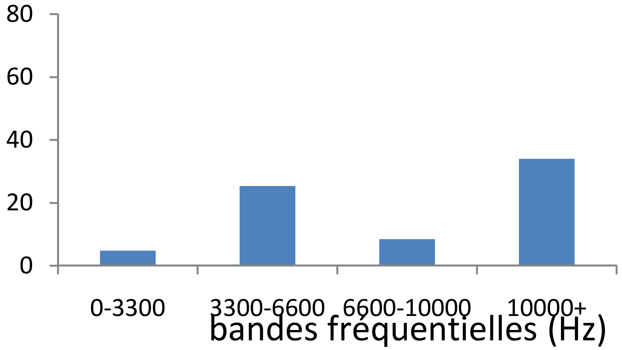




Compression : 10mm/30mm







BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Résultats de simulation numérique : éléments de vérification

- Valeur du module d'Young équivalent du matériau échantillon type SIGNORINI non-contraint en petites déformations :

$$E = 6.\left(C10 + C01\right) \approx 6 * \left(3.93E^{06} + 4.01E^{05}\right) = \boxed{2.6E^{07} Pa}$$

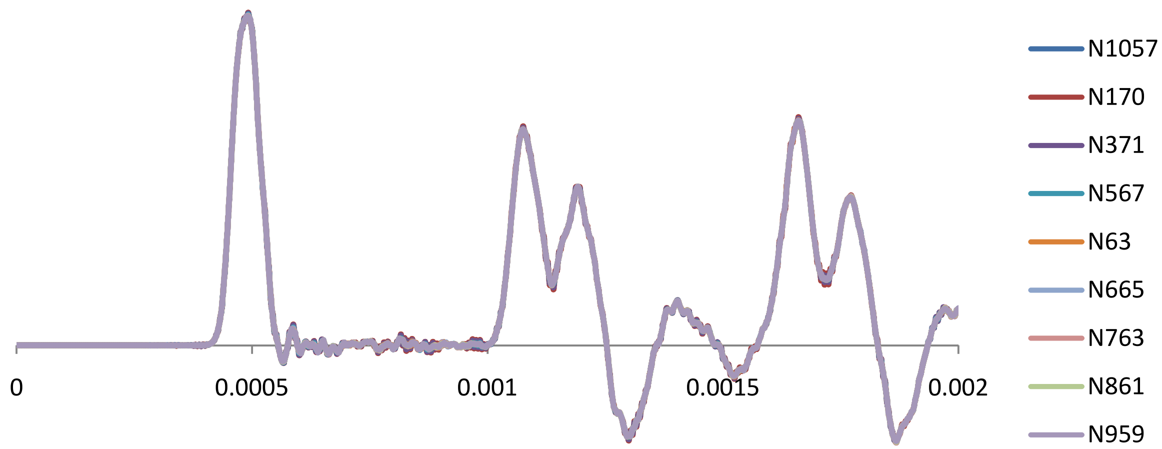
- Module d'Young identifié de l'échantillon non contraint (moyenne sur [0-10000 Hz]) :

$$E \approx \rho.c^{2} = 1200 * 147^{2} = \boxed{2.59E^{07} Pa}$$

BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Résultats de simulation numérique : éléments de vérification

- Evolution des vitesses dans une section du barreau



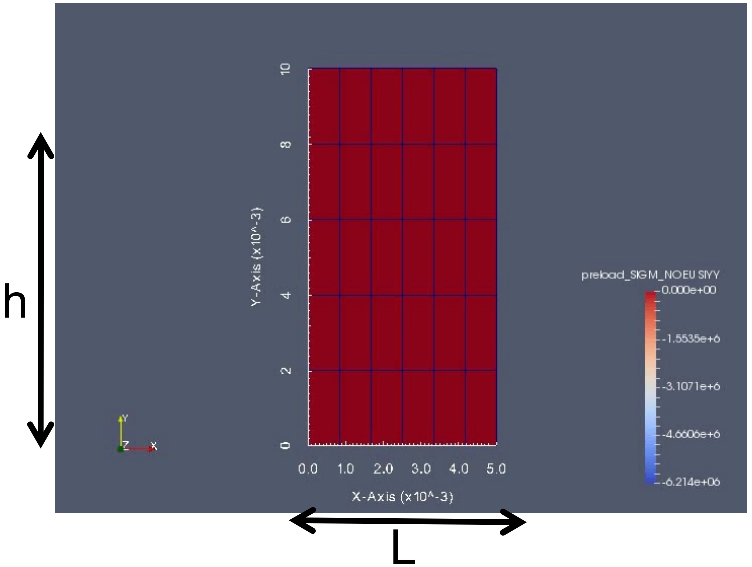
⇒ Hypothèse d'onde plane satisfaite

BANC D'ESSAI NUMERIQUE

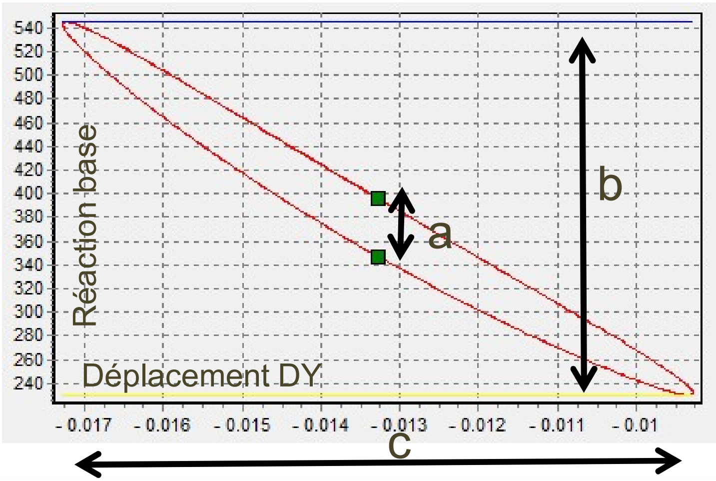
Résultats de simulation numérique : simulation d'un test AMD avec un échantillon hyper-viscoélastique

Echantillon 2D (déformations planes)

- comprimé (0,16.66% ou 33.33%)
- soumis à des oscillations sinusoïdales



Détermination du module d'Young tangent E et l'angle de perte δ par la méthode de Lissajoux



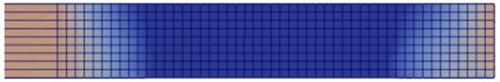
$$\delta = Arc\sin\left(\frac{a}{b}\right)$$

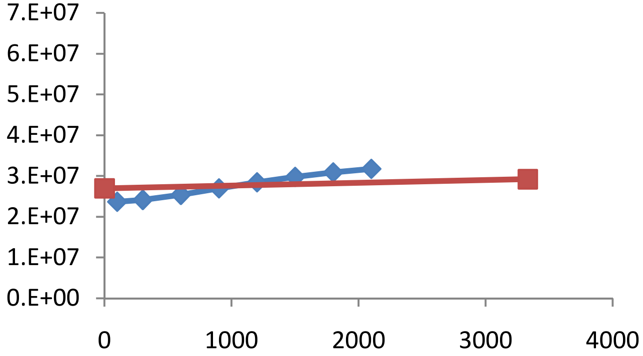
$$E = \frac{bh}{Lc}$$

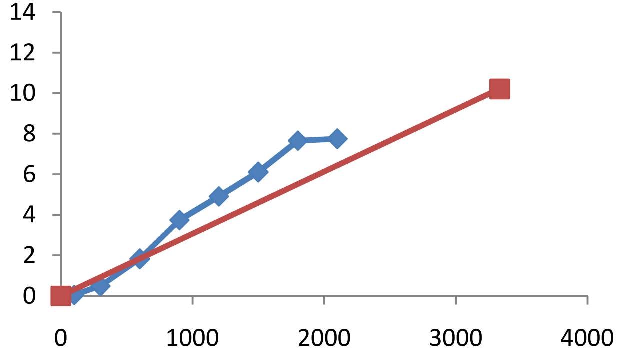
BANC D'ESSAI NUMERIQUE

Résultats de simulation numérique : comparaison des valeurs de propriétés viscoélastiques

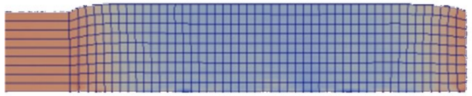
0 Compression

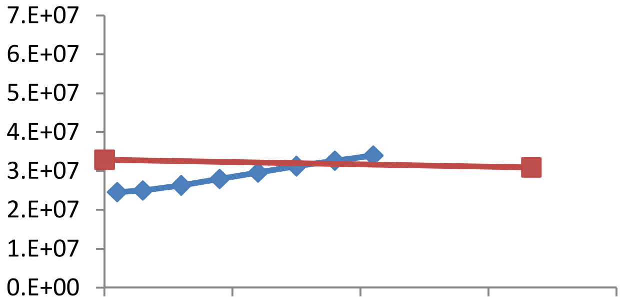


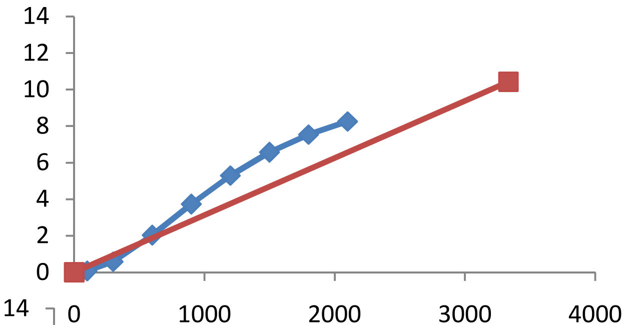




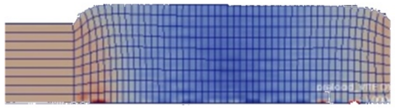
Compression : 5mm/30mm

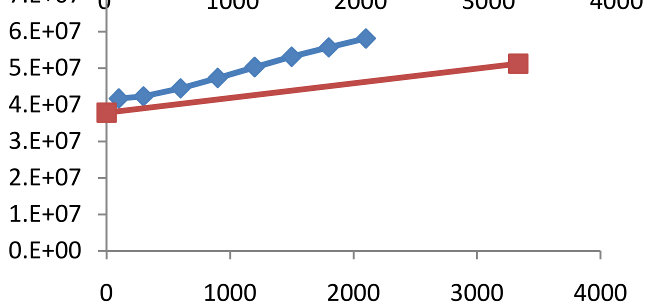


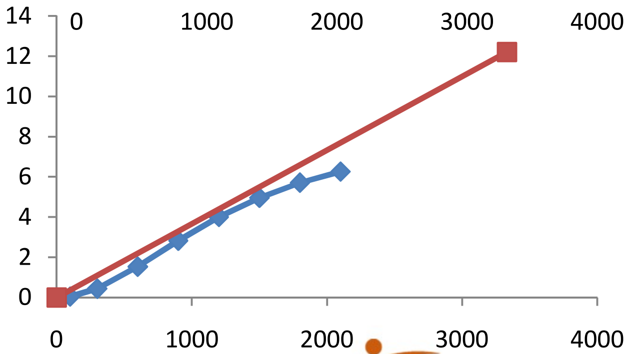




Compression : 10mm/30mm







BANC D'ESSAI NUMERIQUE

CONCLUSION

- La méthode de propagation d'onde peut être étendue au cas d'échantillons de matériaux pré-contraints, moyennant des adaptations théoriques, notamment la redéfinition du coefficient de réflexion à l'interface des 2 matériaux

- Précaution : l'appareillage de compression de l'échantillon doit avoir une masse négligeable par rapport à celle de l'échantillon sous peine de modifier les conditions de transmission d'ondes (conservation des quantités de mouvement $\Rightarrow$ continuité des pressions)

- Améliorations futures : augmenter la sensibilité en travaillant avec l'onde transmise et non plus l'onde réfléchie