Introduction_to_spatial_statistics

May 25, 2017

0.1 Seminario :: Analisi statistica spaziale di alcune proprietà dei suoli

0.1.1 Laurea magistrale in scienze forestali ed ambientali

0.1.2 corso Siti Contaminati

Giuliano Langella glangella@unina.it

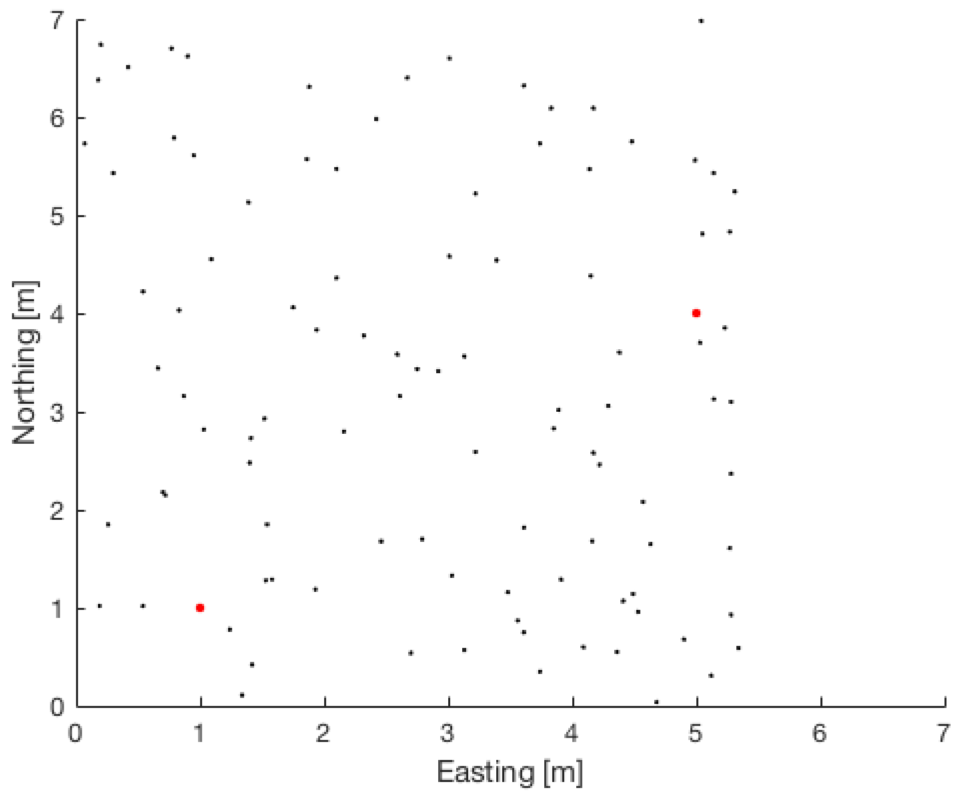
0.1.3 Step #1: Come si costruisce un variogramma sperimentale

---

```
In [1]: cd ~/git/seminars/GeogrValutSuolo/
```

Rappresentazione cartografica dei punti di campionamento:

```
In [2]: x=[1,5];
        y=[1,4];
        X=randi(550,100,1)/100;
        Y=randi(700,100,1)/100;
        Z=randi(2000,100,1)/1000;
        figure,hold on
        scatter(X,Y,01,'.','k'),axis([0,7,0,7])
        scatter(x,y,95,'.','r'),axis([0,7,0,7])
        xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [m]')
        hold off
```



Note sul campionamento:
Area/Scala di indagine;
Localizzazione e densità dei punti di campionamento;
Tipologie di campionamento (profili, pit, trivellate, osservazioni, ...);
Scopo del campionamento: osservare l'ubicazione ed i tipi di suoli nell'area di indagine;
Raccolta di campioni di suolo, per ciascun orizzonte, per le analisi fisico-chimiche;
C'è un lavoro preliminare per ottenere dati sui suoli utili alle indagini (geo-)statistiche;

Trascuriamo le nozioni cartografiche: Meridiani (Greenwich) e Paralleli (Equatore);
Geoide vs Ellissoide (WGS84);
Sistema di coordinate (Geocentrico, Geografico, Piano);
Trasformazioni tra sistemi;
Datum (WGS84, Roma40, ...):

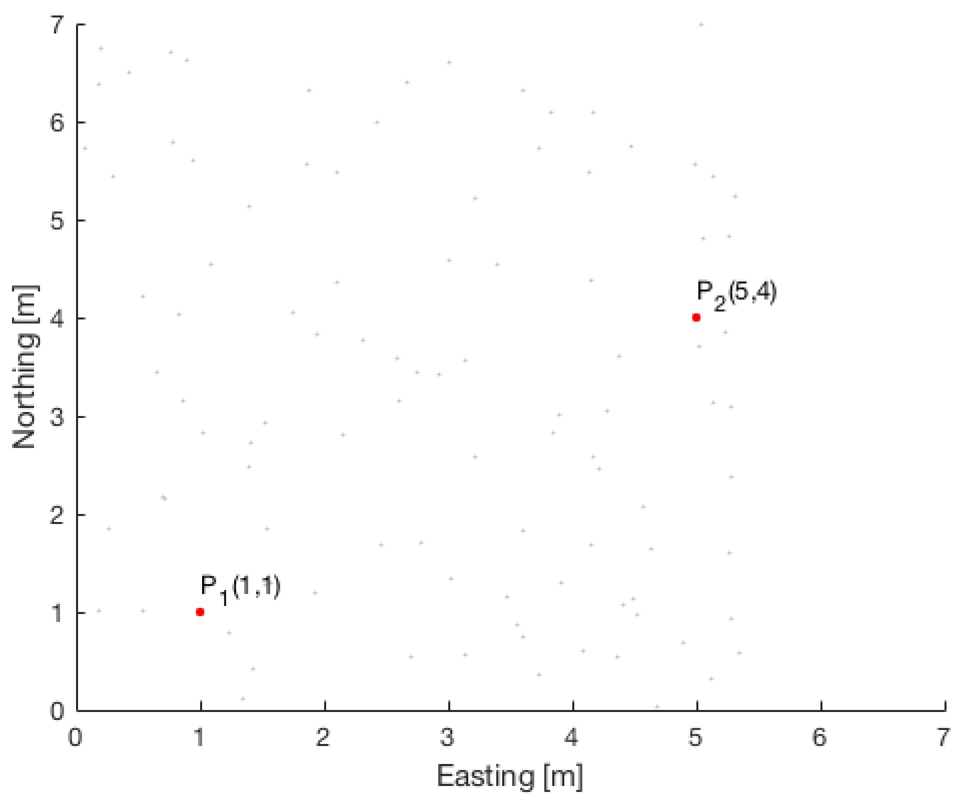
```
<li> scegliere lellissoide, </li>
<li> eseguirne una materializzazione, </li>
<li> orientarlo in un punto (verticale corrispondente alla normale), </li>
```

Le analisi statistiche spaziali richiedono sistemi di riferimento piani (proiezioni)!

Sistemi di riferimento: geografico, Globale [EPSG:4326]
piano, Italia Fuso Ovest [EPSG:32632]
piano, Italia Fuso Est [EPSG:32633]

Prendiamo due punti a caso...

In [3]:
```
P1 = ['P_1(',num2str(x(1)),',',num2str(y(1)),')'];
P2 = ['P_2(',num2str(x(2)),',',num2str(y(2)),')'];
hold on
scatter(x,y,95,'.','r'),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [m]')
scatter(X,Y,01,[.75 .75 .75]),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [m]
hold off
text(x(1),y(1),P1,'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','bottom')
text(x(2),y(2),P2,'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','bottom')
```

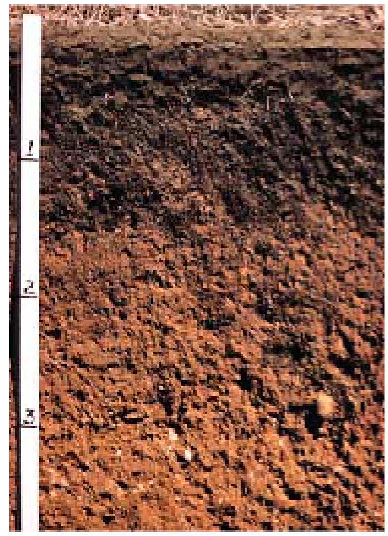


...ciascuno di essi avrà un valore specifico di una proprietà del suolo: ad esempio prendiamo il Carbonio Organico (orizz. $\mathbf{A_{(p)}}$):

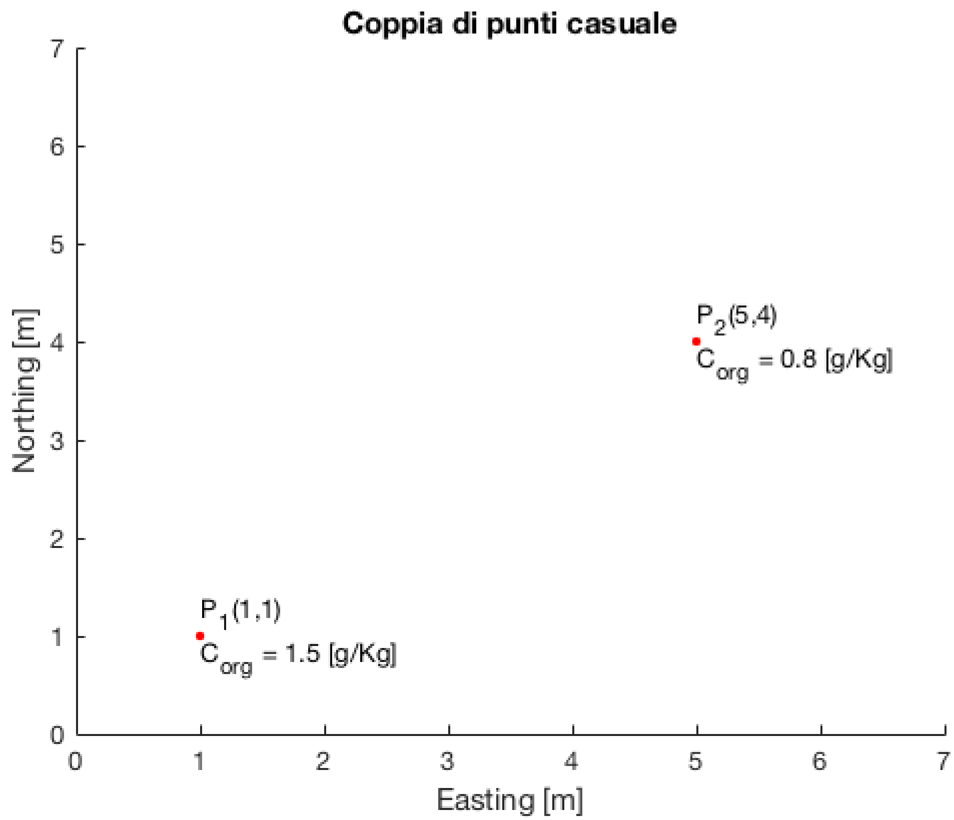
In [4]:
```
subplot(121)
imshow('artwork/P1.jpg'),title(P1)
subplot(122)
imshow('artwork/P2.jpg'),title(P2)
```

$P_1(1,1)$

$P_2(5,4)$



In [5]:
```
z1 = 1.5;% [g/Kg]
z2 = 0.8;% [g/Kg]
figure
scatter(x,y,95,'.','r'),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [m]'),tit
text(x(1),y(1),P1,'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','bottom')
text(x(2),y(2),P2,'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','bottom')
text(x(1),y(1),'C_{org} = 1.5 [g/Kg]','HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','
text(x(2),y(2),'C_{org} = 0.8 [g/Kg]','HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','
```

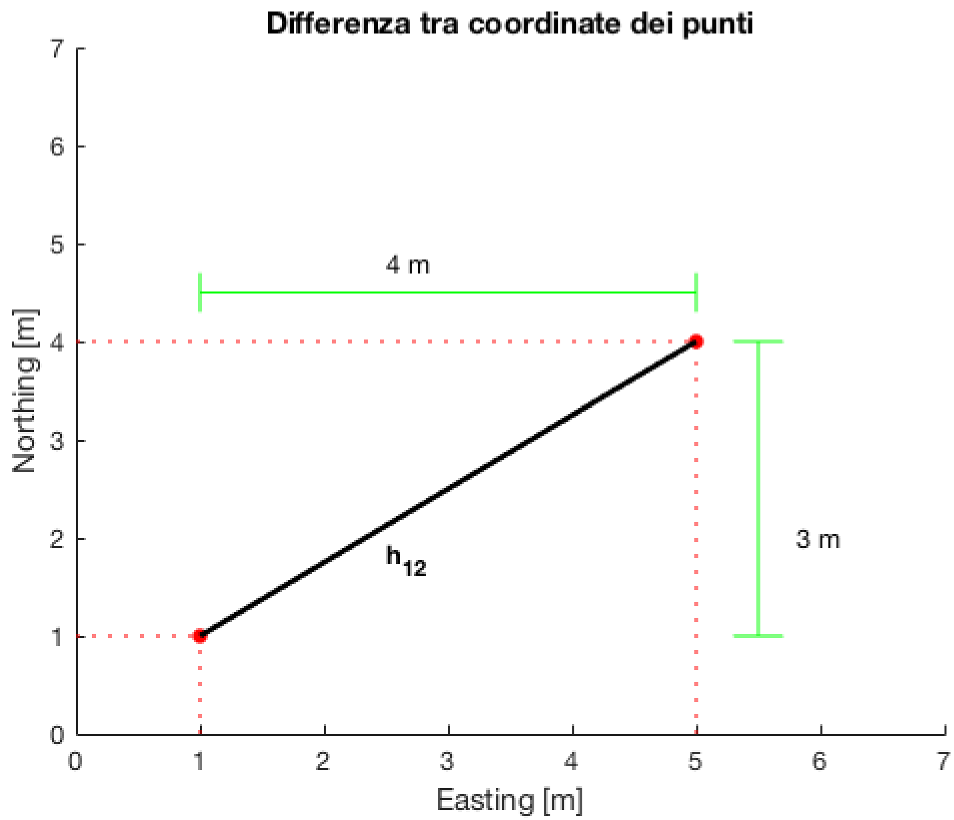


0.1.4 Obiettivo —-> calcolare la distanza tra i due punti P_1 e P_2

Distanza geospaziale tra i due punti
Distanza relativa alla variabile (proprietà del suolo | C.O.) misurata nei due punti

1. Calcoliamo la distanza euclidea tra i due punti geospaziali P_1 e P_2

```
In [6]: scatter(x,y,255,'.','r'),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [m]')
        hold on
        plot(x,y,'-k','LineWidth',2)
        plot([x(1),x(1)],[0,y(1)],'r:'),plot([x(2),x(2)],[0,y(2)],'r:'),plot([0,x(1)],[y(1),y(1)
        plot([x(1),x(2)],[y(2)+0.5,y(2)+0.5],'g'),plot([1,1],[y(2)+0.5-0.2,y(2)+0.5+0.2],'g'),pl
        plot([x(2)+0.5,x(2)+0.5],[y(1),y(2)],'g'),plot([x(2)+0.5-0.2,x(2)+0.5+0.2],[y(1),y(1)],'
        hold off
        text(x(2)/2,y(2)+0.8,[num2str(x(2)-x(1)),' m'])
        text(x(2)+0.8,y(2)/2,[num2str(y(2)-y(1)),' m'])
        text(x(2)/2,y(2)/2,['h_{12}'],'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','top','Fo
        title('Differenza tra coordinate dei punti')
```



Applichiamo il teorema di Pitagora: $h_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ [m]

2. Varianza: Distanza in C.O. [g/Kg] misurato nei due punti $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$ $CO_{P_1} = 1.5\,[g/Kg] \quad > z(P_1) = z(x_i)$ $CO_{P_2} = 0.8\,[g/Kg] \quad > z(P_2) = z(x_i + h)$

Utilizziamo **z** per indicare il contenuto in C.O. degli orizzonti $\mathbf{A_p}$, ma può essere utilizzata per indicare una qualsiasi proprietà del suolo (e non).

$\gamma(h) = (z(x_i + h) - z(x_i))^2 = (0.8 - 1.5)^2 = -0.7^2 = 0.49$

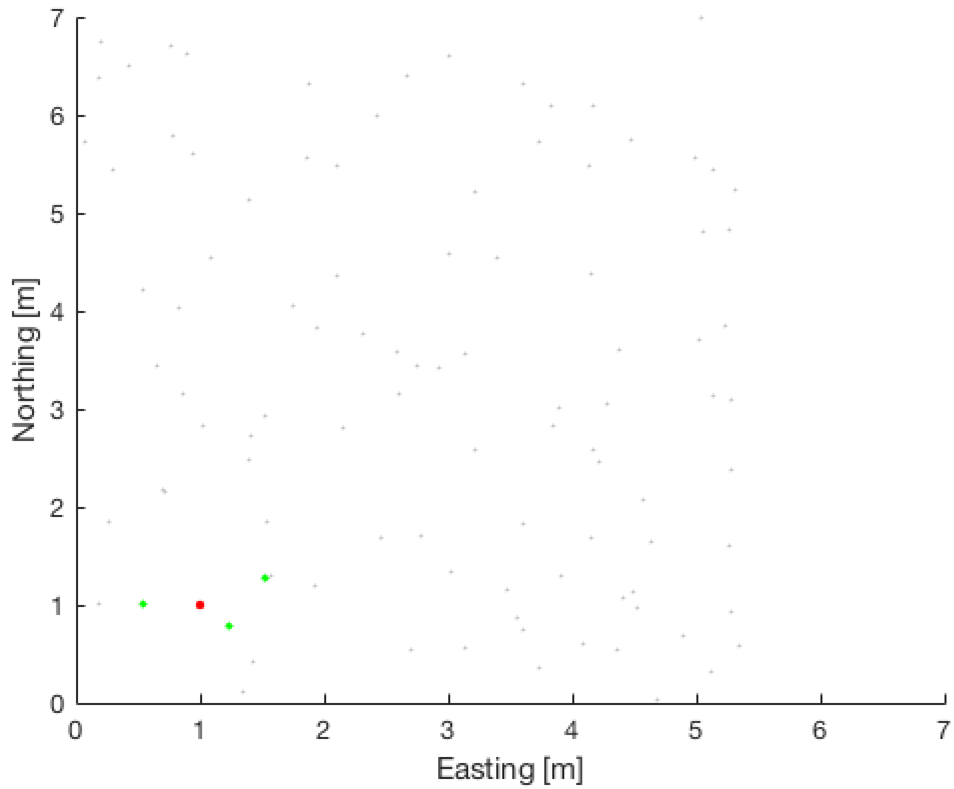
```
In [7]: gamma = (z2 - z1)^2;
        fprintf('gamma = %.2f',gamma)
```

```
gamma = 0.49
```

0.1.5 Estendiamo il calcolo a più punti contigui, fissando $\mathbf{P_1}$

```
In [16]: N = 3;
         D = sqrt((X - x(1)).^2 + (Y - y(1)).^2);
         [~,iD] = sort(D);
         x1_n = X(iD(1:N));
         y1_n = Y(iD(1:N));
```

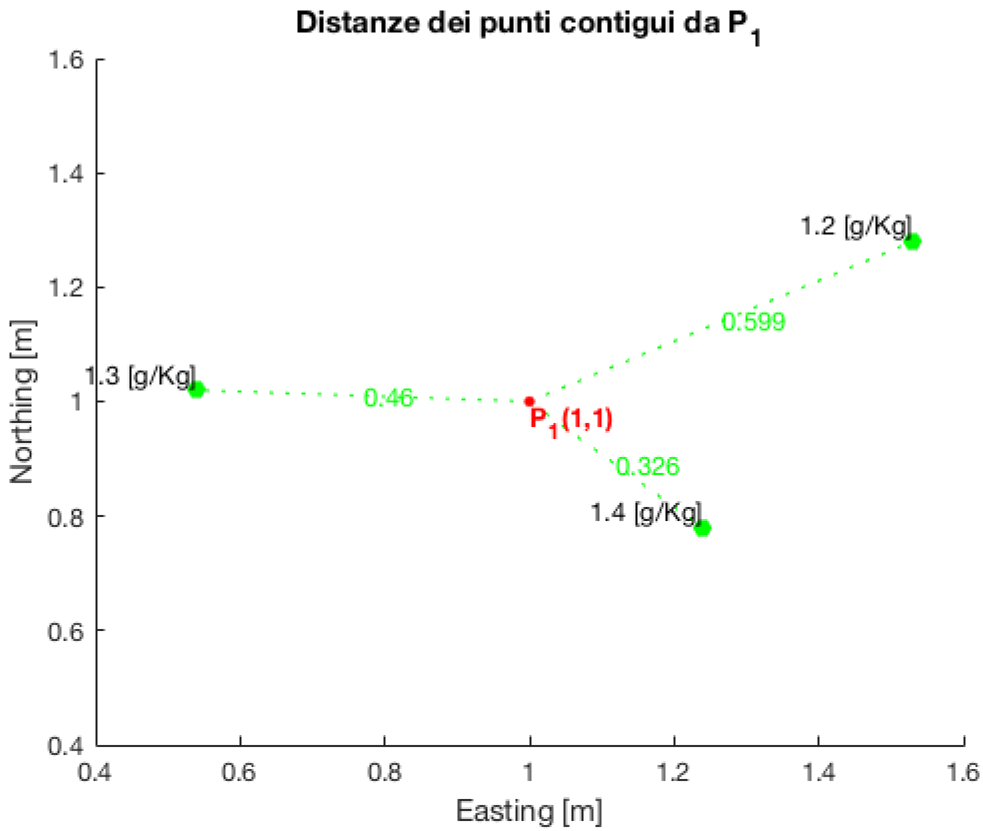
```
d1_n = round(D(iD(1:N)),3);
z1_n = [z1-0.1:-0.1:z1-0.1*N]';%contenuto in C.O. [g/Kg] nei punti contigui
hold on
scatter(x(1),y(1),95,'.','r'),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [m
scatter(X,Y,01,[.75 .75 .75]),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [m
scatter(x1_n,y1_n,11,'green','filled'),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('No
hold off
```



Zoom in P_1

In [17]:
```
figure
hold on
scatter(x1_n,y1_n,51,'green','filled'),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('No
for ii = 1:N
  plot([x(1),x1_n(ii)],[y(1),y1_n(ii)],'g:')
  text(abs(x(1)+x1_n(ii))/2,abs(y(1)+y1_n(ii))/2,num2str(d1_n(ii)),'color','g')
  text(x1_n(ii),y1_n(ii),[num2str(z1_n(ii)),' [g/Kg]'],'HorizontalAlignment','right','V
end
scatter(x(1),y(1),125,'.','r'),axis([0,7,0,7]),xlabel('Easting [m]'),ylabel('Northing [
text(x(1),y(1),P1,'HorizontalAlignment','left','VerticalAlignment','top','FontWeight','
hold off
```

```
axis([0.4,1.6 0.4,1.6])
title('Distanze dei punti contigui da P_1')
```

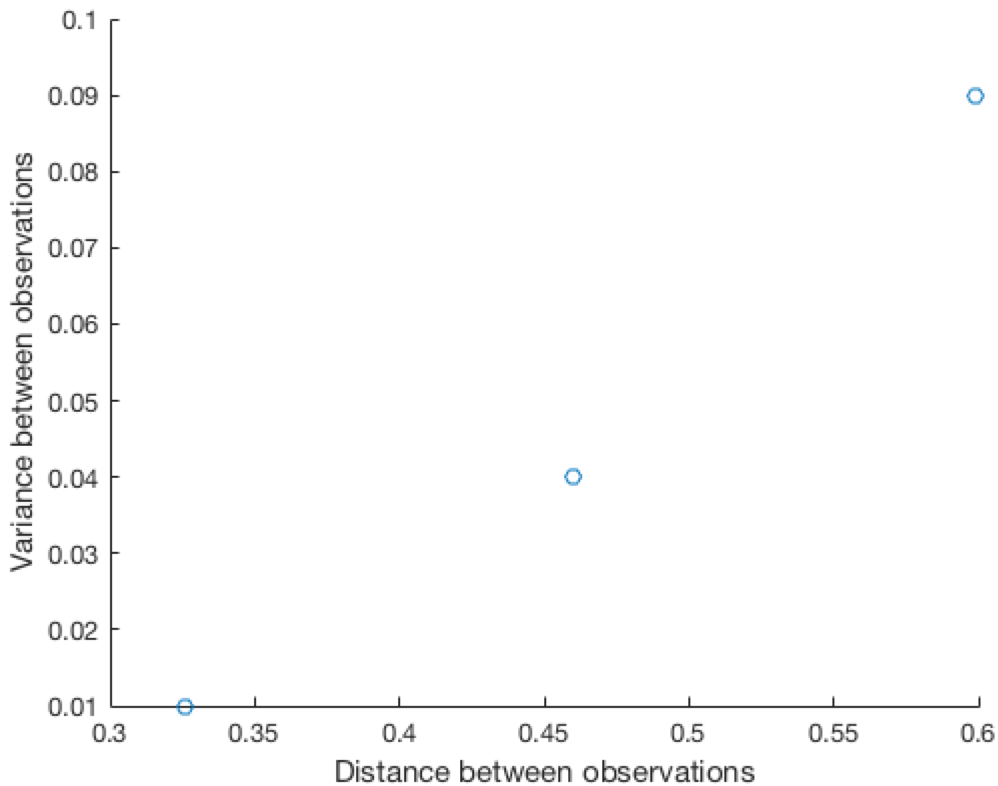


Calcoliamo le distanze geospaziali vs varianze per le 5 coppie di punti rappresentate nel grafico sopra: $(z(x_i + h) - z(x_i))^2$

```
In [18]: gamma = (z1_n - z1).^2;
         [d1_n,gamma]
```

```
ans =
                    0.326                        0.01
                     0.46          0.0400000000000001
                    0.599                        0.09
```

```
In [19]: scatter(d1_n,gamma)
         xlabel('Distance between observations')
         ylabel('Variance between observations')
```



0.1.6 Estendiamo il calcolo a tutti i punti di campionamento

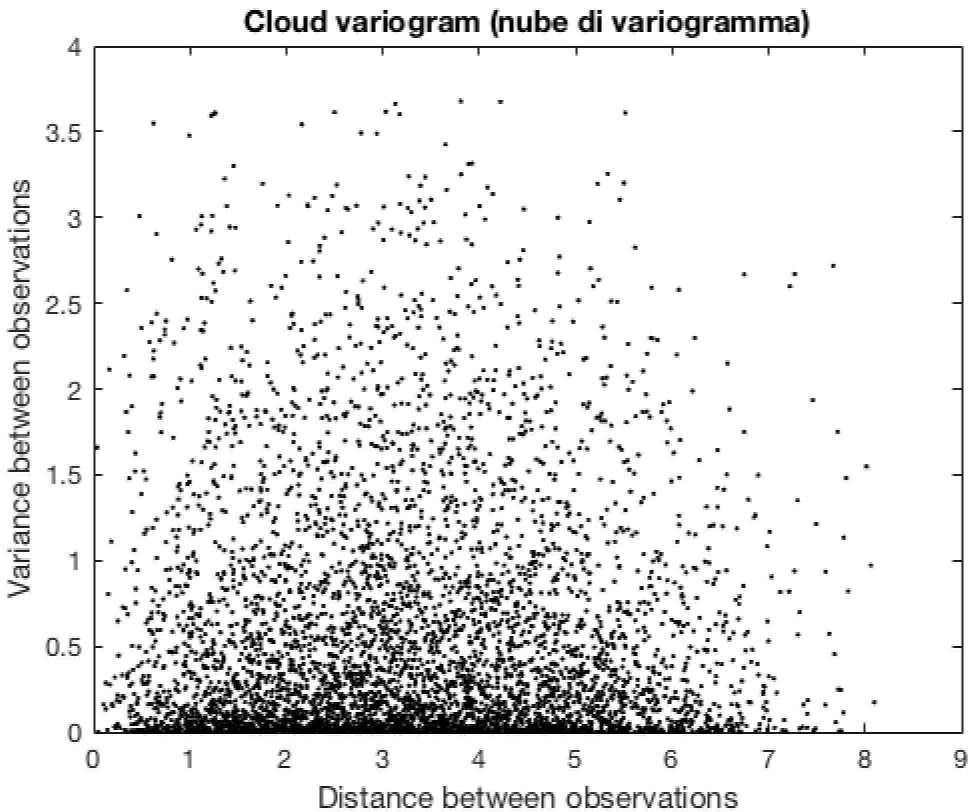
(cioè collegando ciascun punto con tutti gli altri...)

In [20]:
```
% DISTANCES
[X1,X2] = meshgrid(X);
[Y1,Y2] = meshgrid(Y);
D = sqrt((X1 - X2).^2 + (Y1 - Y2).^2);

% SEMIVARIANCE
[Z1,Z2] = meshgrid(Z);
Gamma = (Z1 - Z2).^2;

% LOWER-LEFT TRIANGLE
indx = 1 : length(Z);
[C,R] = meshgrid(indx);
I = R > C;
% we only take I, because values are duplicated over the two triangles:
%  r=23;c=2;
%  [D(r,c),D(c,r)]
```

```
In [21]: plot(D(I),Gamma(I),'Marker','.','LineStyle','none',...
              'MarkerFaceColor',[.6 .6 .6],'MarkerEdgeColor','k','MarkerSize',1)
         xlabel('Distance between observations')
         ylabel('Variance between observations')
         title('Cloud variogram (nube di variogramma)')
```



0.1.7 Costruzione del V A R I O G R A M M A sperimentale

$$\gamma(h) = \sum_{i=1}^{n(h)} \frac{(z(x_i + h) - z(x_i))^2}{n(h)}$$

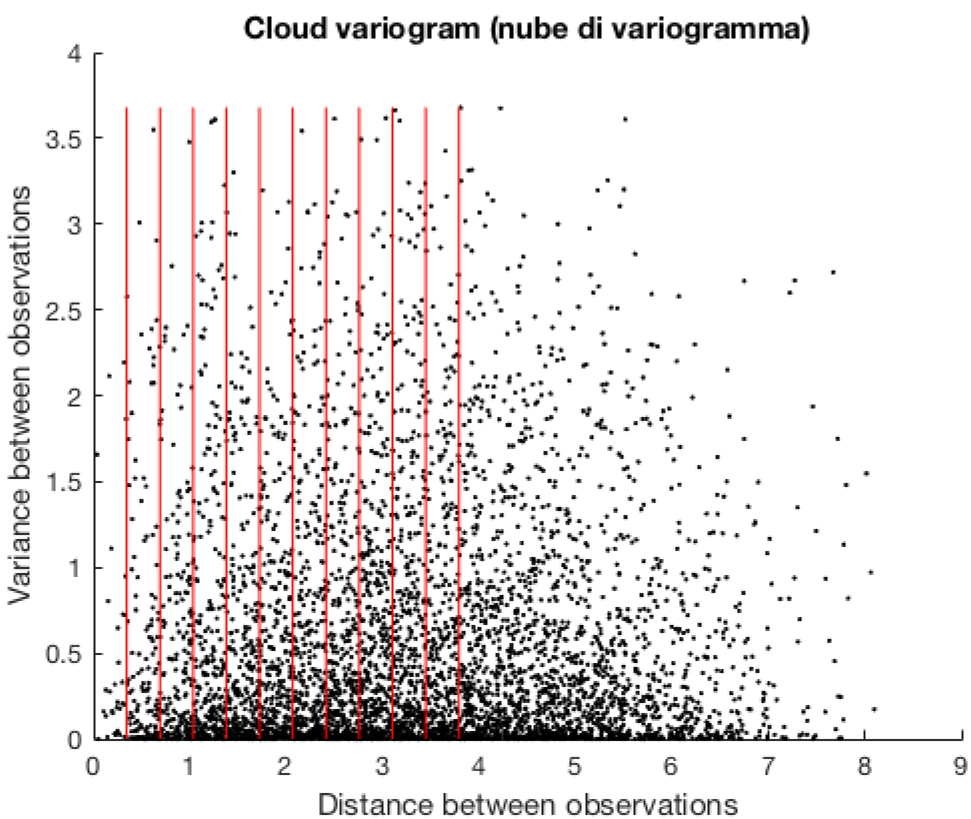
```
In [22]: D2 = D.*(diag(X*NaN)+1);
         lag = mean(min(D2));% rule of thumb

         hmd = max(D(:))/2;
         max_lags = floor(hmd/lag);

         LAGS = ceil(D/lag);
         for i = 1 : max_lags
             SEL = (LAGS == i);
             DE(i) = mean(mean(D(SEL)));
```

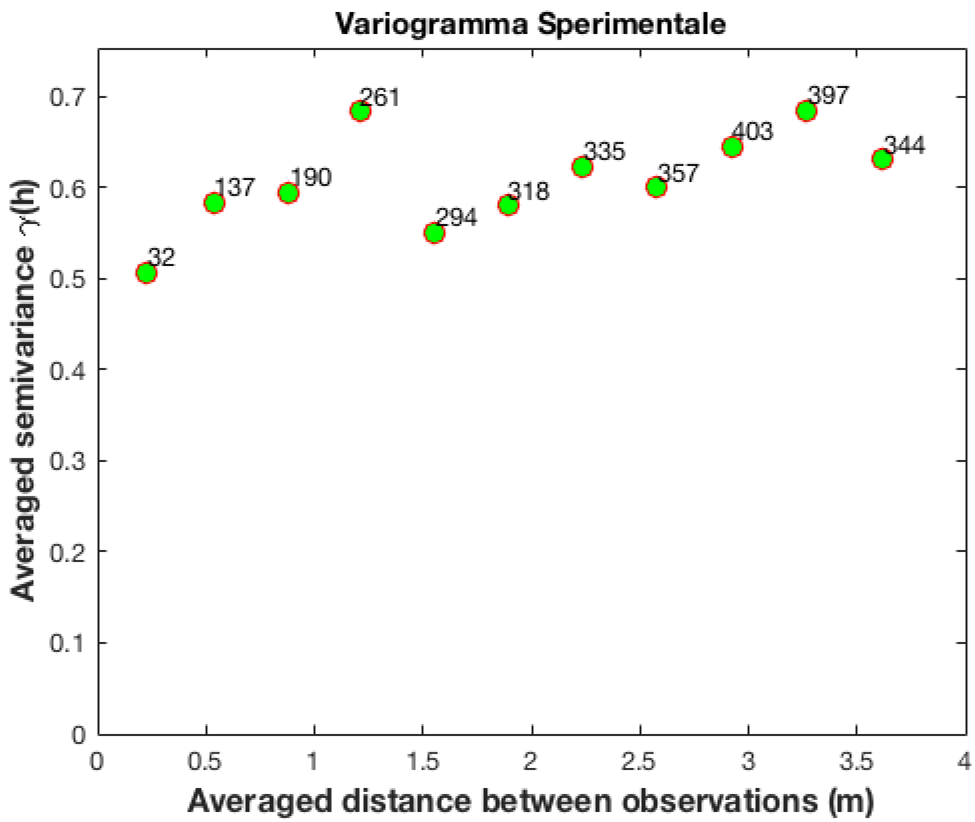
```
    PN(i) = sum(sum(SEL == 1))/2;
    GE(i) = mean(mean(Gamma(SEL)));
end
```

In [23]:
```
hold on
plot(D(I),Gamma(I),'Marker','.','LineStyle','none',...
     'MarkerFaceColor',[.6 .6 .6],'MarkerEdgeColor','k','MarkerSize',1)
xlabel('Distance between observations')
ylabel('Variance between observations')
title('Cloud variogram (nube di variogramma)')
for ii = 1:max_lags
  clag = lag*ii;
  plot([clag,clag],[0,max(Gamma(:))],'-r')
end
hold off
```



In [25]:
```
plot(DE,GE,'Marker','o','LineStyle','none',...
     'MarkerFaceColor','green','MarkerEdgeColor','r','MarkerSize',8)
var_z = var(Z);
b = [0 max(DE)];
c = [var_z var_z];
```

```
hold on
%plot(b,c,'-k')
yl = 1.1 * max(GE);
ylim([0 yl])
xlabel('Averaged distance between observations (m)','FontWeight','b','FontSize',12)
ylabel('Averaged semivariance \gamma(h)','FontWeight','b','FontSize',12)
hold off
for ii=1:numel(PN)
  text(DE(ii),GE(ii),num2str(PN(ii)),'Verticalalignment','bottom','HorizontalAlignment'
end
title('Variogramma Sperimentale')
```



$$\gamma(h) = \sum_{i=1}^{n(h)} \frac{(z(x_i + h) - z(x_i))^2}{n(h)}$$