Trabajo Práctico Especial 3

Teoría de la Información

Canales

Fecha de entrega: 23/06/2022

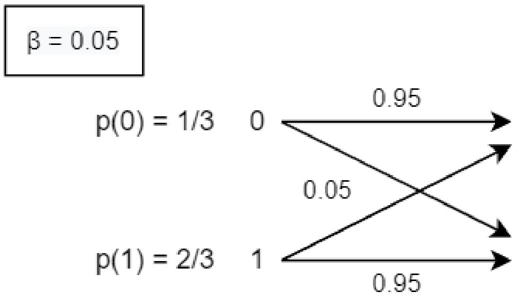
Grupo 3

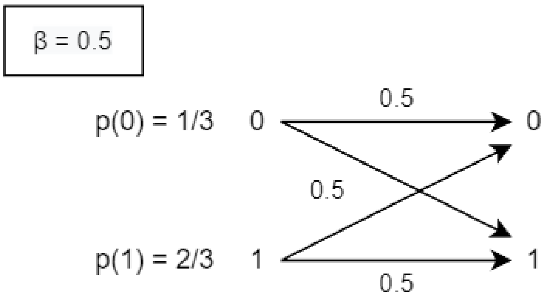
Integrantes:

Raffin, Giuliana

Zárate, Francisca Pilar

Ejercicio a) Calcule el ruido y la información mutua. Compare los resultados obtenidos en cada caso.





Siendo el ruido $r(x) = -\sum_{x,y} p(y/x) * log_2 p(y/x) = H(\beta)$

β = 0.05
$H(\beta) = -(0.95 * log_2 0.95 + 0.05 * log_2 0.05)$

$H(\beta) = 0.2864$
Siendo la información mutua $I(X,Y) = H(Y) - H(Y/X) = H(Y) - H(\beta)$, se calculó la entropía de Y como $H(Y) = -(\frac{1}{3} log_2 \frac{1}{3} + \frac{2}{3} log_2 \frac{2}{3}) = 0.9183$

β = 0.5
$H(\beta) = -(0.5 * log_2 0.5 + 0.5 * log_2 0.5)$

$H(\beta) = 1$
Análogamente, se calculó $H(Y)$ como $H(Y) = -(\frac{1}{2} log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} log_2 \frac{1}{2}) = 1$

Siendo la información mutua $I(X,Y) = H(Y) - H(Y/X) = H(Y) - H(\beta)$, se calculó la entropía de Y como $H(Y) = -(\frac{1}{3} log_2 \frac{1}{3} + \frac{2}{3} log_2 \frac{2}{3}) = 0.9183$. Luego para β = 0.05 se reemplazó en la fórmula con $H(\beta) = 0.2864$ y para β = 0.5 se reemplazó con $H(\beta) = 1$ obteniendo los siguientes resultados:
Para β = 0.05 la información mutua es $I(X,Y) = 0.9183 - 0.2864 = 0.6319$. Y para β = 0.5 la información mutua es $I(X,Y) = 1 - 1 = 0$

La magnitud en la que se mide la información mutua es entrópica, esto quiere decir que está en términos del número de preguntas binarias que hay que hacer como mínimo en promedio para identificar un par. Para β = 0.05 la información mutua da 0.6319, esto es el ahorro entrópico debido a la relación entre ambas entradas. Por otra parte, para β = 0.5, como la información mutua es cero, quiere decir que no se ahorra ninguna pregunta binaria como máximo en promedio ya que ambas variables son totalmente independientes.

Ejercicio b) Obtenga por simulación computacional la probabilidad de equivocación en la transmisión si, luego de transmitir 3 veces cada símbolo de entrada, se aplican estas estrategias para determinar la salida:

i) Tomando como salida el símbolo que más se repite en la secuencia recibida.

La probabilidad de equivocación en la transmisión si, luego de transmitir 3 veces cada símbolo de entrada se toma como salida el símbolo que más se repite en la secuencia recibida para β = 0.05 es 0.0072499993 y para β = 0.5 es de 0.5.

ii) Tomando como salida el mismo símbolo de entrada si las 3 transmisiones coinciden con él, de lo contrario tomar el otro símbolo.

La probabilidad de equivocación en la transmisión si, luego de transmitir 3 veces cada símbolo de entrada se toma como salida el mismo símbolo de entrada si las 3 transmisiones coinciden con él para $\beta = 0.05$ es 0.14262502 y para $\beta = 0.5$ es de 0.875.

El pseudocódigo de la implementación de transmisión por repetición es el siguiente:

```
TransmisionRepeticion {
	//constantes
	final float beta //probabilidad de cruce
	final float [ ] prob_entrada //probabilidad de los símbolos de entrada

probabilidadRepeticion3VecesMayoria () { //Ejercicio b)i.
	//inicialización
	transmisiones = "000" //primer caso
	prob = 0 //probabilidad de cruce obtenida
	while (not transmisiones.equals("1000")) { //todos los casos posibles
		if (cantidadUnos(transmisiones) == 2) //dos cruces
			prob += (1-beta)*beta*beta
		else if (cantidadUnos(transmisiones) == 3) //tres cruces
			prob += beta*beta*beta
		transmisiones = sumaBinaria(transmisiones)
	}
	return prob
}

probabilidadRepeticion3VecesCoincidencia () { //Ejercicio b)ii.
	//inicialización
	transmisiones = "000" //primer caso
	prob = 0 //probabilidad de cruce obtenida
	while (not transmisiones.equals("1000")) { //todos los casos posibles
		if (cantidadUnos(transmisiones) == 1) //un cruce
			prob += (1-beta)*(1-beta)*beta
		else if (cantidadUnos(transmisiones) == 2) //dos cruces
			prob += (1 - beta) * beta * beta
		else if (cantidadUnos(transmisiones) == 3) //tres cruces
			prob += beta * beta * beta
		transmisiones = sumaBinaria(transmisiones)
	}
	return prob
}

sumaBinaria (s) { //utilizado para sumar uno por cada resultado de transmitir 3 veces
	i = Integer.parseInt(s, 2) //transforma el número binario a decimal
	i++
	s = Integer.toBinaryString(i) //transforma el nuevo número decimal a binario
	if (i == 1)
		s = "00" + s //de lo contrario queda únicamente 1 y no 001
	else if (i == 3 or i == 2) //de lo contrario queda 10 o 11 y no 010 o 011
```

```
            s = "0" + s
      return s
}

cantidadUnos (s) { //devuelve la cantidad de unos que salieron en las transmisiones
      c = 0
      for (i = 0 to 2)
            if (s.charAt(i) == '1')
                  c++
      return c
}
```

Ejercicio c) Indique si para alguno de los canales determinados por los distintos valores de β se logra reducir la probabilidad de equivocación en la transmisión con las estrategias implementadas en b). Analice.

Respecto a la estrategia de tomar como salida el símbolo que se repite una mayor cantidad de veces en la secuencia recibida (inciso b. i), se puede ver que presenta una mejora considerable para el caso $\beta = 0.05$. Sin embargo, para el caso de $\beta = 0.5$, no se consigue un cambio que logre reducir la probabilidad de equivocación en la transmisión. Esto se debe a que, al considerar como salida el valor más repetido, y al tener que la probabilidad de cruce es igual a la de no cruce, se tiene que la mitad de las veces se cruzará y la otra mitad no, sin suponer un cambio para la transmisión por ese canal; en otras palabras, la mitad de las veces habrá más ceros que unos y la otra mitad, habrá más unos que ceros.

La estrategia del inciso b. ii de tomar como salida el mismo símbolo de entrada si las 3 transmisiones coinciden con el mismo (y de lo contrario, tomar el otro) empeora ambos, ya que se aumenta la cantidad de veces que se determina que ha ocurrido un cruce, siendo éstas todas menos una (en la que coinciden las tres salidas con la entrada). Como se puede ver por los resultados, utilizar esta estrategia no sólo no redujo la probabilidad de equivocación en la transmisión, sino que la aumentó para ambos canales.

Conclusiones

La transmisión por repetición es la forma elemental de mejorar un canal, sin embargo, cuando se tiene un canal destructor de información, pudimos ver que no es posible una mejora debido a las características del mismo. Éste presenta iguales probabilidades de equivocación que de éxito, generando que el ruido sea 1, distorsionando lo máximo posible la información de la transmisión. Además, la información mutua y la capacidad de transmisión son nulas, esto se debe a que no hay ahorro posible en términos de preguntas binarias y que tampoco se puede mejorar dicho ahorro debido a que la capacidad es nula. Por otro lado, vimos que para un canal sin dichas características, la transmisión por repetición utilizando la primera estrategia logró reducir la probabilidad de equivocación. A su vez, un ahorro en términos de preguntas binarias es posible ya que la información mutua es mayor a cero y, en consecuencia, la capacidad también. Tiene mejores probabilidades de no equivocarse que el canal destructor, tanto utilizando transmisión por repetición como sin utilizarla. Por último, pudimos notar que, aunque la transmisión por repetición mejora canales, depende de la estrategia que se utiliza para poder lograrlo y no únicamente repetir la transmisión un número impar de veces.

Para acceder al código en Replit haga click aquí.