

# Otimizando uma implementação do BEM com GPUs

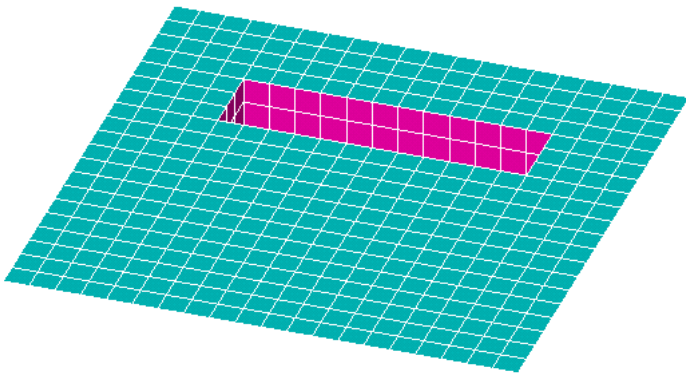
Giuliano Belinassi, Rodrigo Siqueira, Ronaldo Carrion, Alfredo Goldman,  
Marco D. Gubitoso

Universidade de São Paulo

Tuesday 17 October, 2017

# Introdução

- The Boundary Elements Method (BEM)
- Aplicação: Simulação de propagação de ondas no solo



# O Problema

- Implementação fornecida era sequencial
- Para 4000 elementos de malha, o tempo total era de 167s
- Objetivo: Encontrar as rotinas mais custosas e otimizá-las
- Subrotina mais custosa: Ghmatecd
  - Constrói as matrizes  $H$  &  $G$  do problema dinâmico

# O Problema

Construir as seguintes matrizes:

$$H, G = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

---

**Algorithm 1** Creates  $H, G \in \mathbb{C}^{(3m) \times (3n)}$ 

---

```
1: procedure Ghmatedc
2:   for  $j := 1, n$  do
3:     for  $i := 1, m$  do
4:        $ii := 3(i - 1) + 1$ 
5:        $jj := 3(j - 1) + 1$ 
6:       if  $i == j$  then
7:         Gelement, Helement  $\leftarrow$  Sing_de( $i$ )
8:       else
9:         Gelement, Helement  $\leftarrow$  Nonsingd( $i, j$ )
10:       $G[ii : ii + 2][jj : jj + 2] \leftarrow$  Gelement
11:       $H[ii : ii + 2][jj : jj + 2] \leftarrow$  Helement
```

---

Como paralelizar com OpenMP?

---

## Algorithm 2 Creates $H, G \in \mathbb{C}^{(3m) \times (3n)}$

---

```
1: procedure Ghmatecd
2:   #pragma omp parallel for collapse(2)
3:   for  $j := 1, n$  do
4:     for  $i := 1, m$  do
5:        $ii := 3(i - 1) + 1$ 
6:        $jj := 3(j - 1) + 1$ 
7:       if  $i == j$  then
8:         Gelement, Helement  $\leftarrow$  Sing_de( $i$ )
9:       else
10:        Gelement, Helement  $\leftarrow$  Nonsingd( $i, j$ )
11:         $G[ii : ii + 2][jj : jj + 2] \leftarrow$  Gelement
12:         $H[ii : ii + 2][jj : jj + 2] \leftarrow$  Helement
```

---

E na GPU?

- Nonsingd e Sing\_de computam uma integral numericamente

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{i=1}^g w_i f(x_i)$$

- Em nosso caso, avaliar  $f(x)$  em um ponto  $x_i$  é custoso.
- Uma forma de paralelizar esta rotina é fazer uma redução

Expandindo a rotina **Nonsingd**, temos:

```
1: procedure Ghmatedcd_nonsingd
2:   for  $j := 1, n$  do
3:     for  $i := 1, m$  do
4:        $ii := 3(i - 1) + 1; jj := 3(j - 1) + 1$ 
5:       Allocate Hbuffer & Gbuffer, buffer of matrices  $3 \times 3$  of size  $g^2$ 
6:       if  $i \neq j$  then
7:         for  $y := 1, g$  do
8:           for  $x := 1, g$  do
9:              $Hbuffer(x, y) \leftarrow \text{GenerateMatrixH}(i, j, x, y)$ 
10:             $Gbuffer(x, y) \leftarrow \text{GenerateMatrixG}(i, j, x, y)$ 
11:             $Gelement \leftarrow \text{SumAllMatricesInBuffer}(Gbuffer)$ 
12:             $Helement \leftarrow \text{SumAllMatricesInBuffer}(Hbuffer)$ 
13:             $G[ii : ii + 2][jj : jj + 2] \leftarrow Gelement$ 
14:             $H[ii : ii + 2][jj : jj + 2] \leftarrow Helement$ 
15: procedure Ghmatedcd_Sing_de
16:   for  $i := 1, m$  do
17:      $ii := 3(i - 1) + 1$ 
18:      $Gelement, Helement \leftarrow \text{Sing\_de}(i)$ 
19:      $G[ii : ii + 2][ii : ii + 2] \leftarrow Gelement$ 
20:      $H[ii : ii + 2][ii : ii + 2] \leftarrow Helement$ 
21: procedure Ghmatedcd
22:   Ghmatedcd_Nonsingd()
23:   Ghmatedcd_Sing_de()
```



- Aloque uma *thread* para cada ponto da quadratura
  - Como a integral é sobre um elemento quadrilateral, temos  $g \times g$  pontos
  - A soma gerará uma matriz  $3 \times 3$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}}_{\text{Final}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}}_{\text{Thread 1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}}_{\text{Thread 2}} + \cdots + \underbrace{\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}}_{\text{Thread } g \times g}$$

- Armazene as fatias na memória compartilhada
- Some

# O Problema

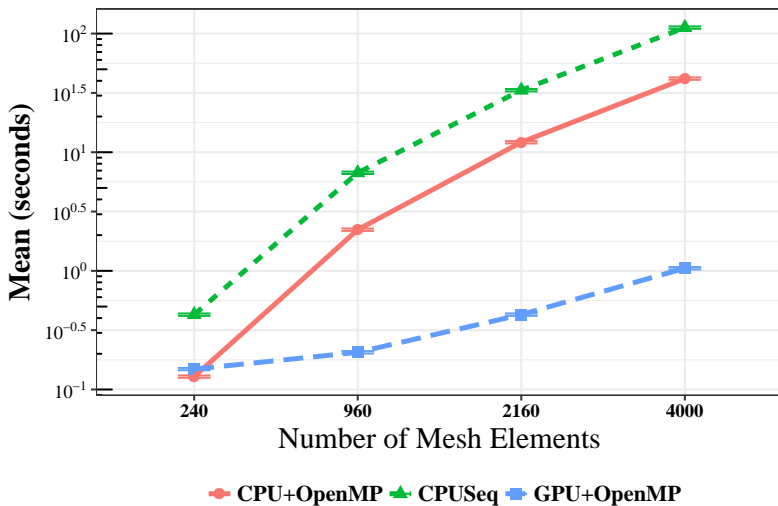
$$H, G = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} & \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} & \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

- Aloque um bloco para cada matrix  $3 \times 3$

$$\begin{bmatrix} B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3} & B_{1,4} \\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3} & B_{2,4} \\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3} & B_{3,4} \end{bmatrix}$$

- Compute os elementos da diagonal principal (em vermelho) na CPU  
A diagonal tem menos elementos

- Todos os testes executados em precisão simples
- Foram utilizados 8 pontos de gauss, totalizando 64 *threads* por bloco
- Verificamos que  $\|H_{cpu} - H_{gpu}\|_1 < 10^{-4}$  e  $\|G_{cpu} - G_{gpu}\|_1 < 10^{-4}$
- Todos os experimentos foram executados 30 vezes
- Processador: AMD A10-7700K; GPU: GeForce GTX980



## Obrigado!

Agradecemos a CAPES pela minha bolsa de IC a a Nvidia pela doação da GPU que usamos