Dumitru Florentin Giuliano

Grupa 233

TSP

1) a) Vom demonstra că TSP când toate muchiile au ponderile de 1 și 2 este o problemă NP-HARD.

Pentru a demonstra că TSP este o problemă NP-hard vom reduce o problemă NP-Hard la aceasta, mai exact ciclul Hamiltonian.

Orice instanță a Ciclului Hamiltonian pe un graf $G = (V, E)$ ca date de intrare, unde V = nodurile și E = muchiile, poate fi transformată într-o problemă de tip TSP cu graful $G' = (V', E')$ și costul maxim k. Iar acest graf G' îl vom construi în felul următor:

- fiecare muchie din E, va avea costul $c(e) = 1$ mai exact ce avem noi de demonstrat, iar muchiile din E' ce nu se află în E, vor avea $c(e) = 2$. și alegem $k = |V|$.

1.

Noul graf G' va fi construit într-un timp polinomial, astfel G' este graful complet adăugând în graful de bază G, muchiile lipsă.

Pentru a demonstra în cazul nostru că TSP este NP-hard ne rămân doar două cazuri acum:

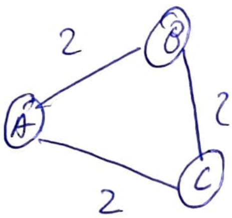
I) Vom considera că graful inițial G conține un ciclu hamiltonian ce traversează toate nodurile grafului, acest lucru formând astfel un TSP de cost = |V|. Acest lucru îl obținem și în urma conversiei grafului G în G', când muchiile devin de cost 1, astfel traversarea prin TSP va avea cost |V| = N.

II) Vom considera acum că G' conține un TSP de cost |V|. Acest lucru înseamnă că se vor parcurge toate nodurile din graf sunt parcurse, deci avem nevoie de |V| = N muchii => că c(e) = 1, pentru e ∈ Mulțimea muchiilor parcurse => că graful inițial G conține un ciclu Hamiltonian

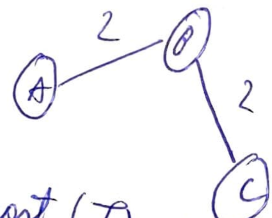
Din (I și II) am demonstrat că putem reduce problema TSP cu costuri de 1 și 2 la ciclul Hamiltonian care este NP-hard, deci și ea este NP-hard.

2) a) $P = \{A(-1,-1), B(1,-1), C(0, \sqrt{3}-1)\}$

$AB = 2$, $BC = 2$, $AC = 2$

fie $G =$ 

Pornind de la mulțimea punctelor P am construit graful G, unde distanța dintre două puncte devine ponderea muchiei formate dintre cele 2 vârfuri (puncte).

fie $T =$ 

(folosind orice algoritm de determinare a MST)

~~atât~~ deci $cost(T) = 4$

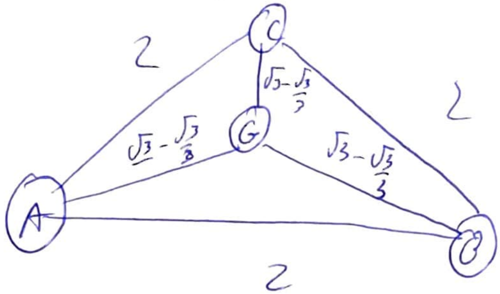
considerăm $P' = P \cup \{G\}$, unde G este centrul de greutate al ~~tr~~ ΔABC.

$G\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}-1\right) \Rightarrow P' = \{A(-1,-1), B(1,-1), C(0, \sqrt{3}-1),$

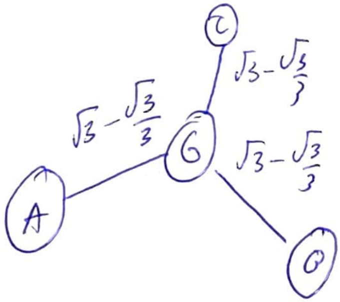
$G\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}-1\right)\}$

$CG = AG = BG = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$

deci $G' =$



deci $T' =$



cost $(T') = 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12} < \sqrt{16} = 4 =$ cost (T)

deci dacă adăugăm nodul $G\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3} - 1\right)$ grafului inițial obținem un MST de cost mai mic.