

Problema 1: Un punto materiale P di massa $m = 341$ g si trova su un piano orizzontale, soggetto alla forza di gravità, e in presenza di attrito con coefficiente $\mu = 0.296$.

- i) Calcolare il modulo della reazione vincolare normale (in N). (1 pt)
- ii) Se P è fermo, scrivere il valore della forza di attrito (in N). (2 pt)
- iii) Scrivere il valore minimo di una forza orizzontale da applicare su P affinché P inizi a muoversi. (1 pt)
- iv) Se P si muove per un tratto $s = 1$ cm, calcolare il lavoro dissipato dalla forza di attrito. (1.5 pt)
- v) Se si applica una forza orizzontale $F = 12.3$ N su P inizialmente fermo, calcolare lo spazio percorso dopo un tempo $t = 4$ s. (1.5 pt)

Soluzione:

- i) Il modulo della reazione vincolare normale è pari a $N = mg \simeq 3.34$ N.
- ii) Essendo P fermo, la forza di attrito radente è nulla.
- iii) Per iniziare a spostare P bisogna applicare una forza orizzontale di modulo almeno pari a $\mu mg \simeq 0.99$ N.
- iv) Il lavoro della forza di attrito si ottiene tramite il prodotto scalare della forza e dello spostamento, in particolare si ha $L_a = -\mu mgs \simeq -0.01$ J.
- v) Il punto P è soggetto ad una forza totale costante $F_{tot} = F - \mu mg$, quindi segue un moto rettilineo uniformemente accelerato il cui spostamento è $d = \frac{1}{2} \frac{F - F_a}{m} t^2 \simeq 265$ m.

Problema 2: Una vaschetta contiene $m_g = 67$ g di ghiaccio inizialmente alla temperatura $T_0 = -10^\circ\text{C}$.

- i) Si supponga che il ghiaccio sia lasciato nella vaschetta fino a che non si sia completamente sciolto ed abbia raggiunto la temperatura di $T_1 = 15^\circ\text{C}$. Quanto calore è stato assorbito dal ghiaccio in questo processo? (1 pt)
- ii) Si determini il volume occupato dal ghiaccio prima dello scioglimento e il volume finale occupato dall'acqua dopo lo scioglimento. (1 pt)
- iii) Se la trasformazione avviene a pressione atmosferica, quanto lavoro è fatto dall'aria sul sistema? (Suggerimento: tenere conto del risultato ricavato nel punto ii).) (1 pt)
- iv) Si consideri ora il caso in cui nella vaschetta contenente il ghiaccio alla temperatura T_0 si aggiungano $v_a = 345$ ml di acqua alla temperatura $T_a = 25^\circ\text{C}$. Quando il sistema raggiunge l'equilibrio termico in che stato si trova e qual è la sua temperatura? (2 pt)
- v) Si usa ora l'acqua contenuta nella vaschetta come calorimetro per determinare il calore specifico di un metallo. Assumiamo che la vaschetta contenga $m_a = 500$ g di acqua alla temperatura di $T_a = 20^\circ\text{C}$. Un cubetto di metallo di massa $m = 300$ g inizialmente alla temperatura $T_m = 90^\circ\text{C}$, viene immerso nell'acqua. Se la temperatura finale di equilibrio del sistema è $T_{eq} = 24^\circ\text{C}$, qual è il calore specifico del metallo? (2 pt)

Soluzione:

- i) La trasformazione del sistema si può dividere in tre parti. Prima un riscaldamento del ghiaccio dalla temperatura T_0 sino alla temperatura $T_{tf} = 0^\circ\text{C}$, poi una transizione di fase da ghiaccio ad acqua ed infine un riscaldamento dell'acqua dalla temperatura T_{tf} alla temperatura T_1 . Il calore assorbito è quindi

$$\begin{aligned} Q &= m_g [(T_{tf} - T_0)c_{ghiaccio} + L + (T_1 - T_{tf})c_{acqua}] \\ &= (0.067 \text{ kg}) [(10^\circ\text{C})(2090 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}) + 3.33 \times 10^5 \text{ J/kg} + (15^\circ\text{C})(4186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})] = 27920 \text{ J}. \end{aligned}$$

ii) Il volume si ottiene utilizzando i valori della densità dell'acqua e del ghiaccio ($\rho = m/V$), quindi

$$V_{ghiaccio} = \frac{0.067 \text{ kg}}{917 \text{ m}^3/\text{kg}} = 73.06 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 73.06 \text{ ml}$$

e

$$V_{acqua} = \frac{0.067 \text{ kg}}{1000 \text{ m}^3/\text{kg}} = 67 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 67 \text{ ml}.$$

iii) Il lavoro è dato da $L = P\Delta V$, quindi

$$L = (1.013 \times 10^5 \text{ Pa})(73.06 \times 10^{-6} \text{ m}^3 - 67 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 0.6143 \text{ J}.$$

Poiché il volume finale del sistema è minore del volume iniziale, il lavoro fatto dalla pressione esterna è positivo.

iv) Per determinare la temperatura di equilibrio del sistema possiamo uguagliare il calore assorbito dal sottosistema inizialmente in forma di ghiaccio con quello ceduto dal sottosistema inizialmente in forma di acqua. Assumiamo che il sistema nello stato di equilibrio sia totalmente nella fase liquida (verificheremo a posteriori che quest'assunzione è corretta). Otteniamo, indicando con T_F la temperatura di equilibrio e con $T_{tf} = 0^\circ\text{C}$ la temperatura di transizione di fase,

$$\begin{aligned} Q_{ghiaccio} &= m_g [(T_{tf} - T_0)c_{ghiaccio} + L + (T_F - T_{tf})c_{acqua}] , \\ Q_{acqua} &= m_a(T_a - T_F)c_{acqua} . \end{aligned}$$

Uguagliando le due equazioni e risolvendo per T_F otteniamo

$$\begin{aligned} T_F &= \frac{c_{acqua}m_aT_a + m_g [c_{acqua}T_{tf} - L - c_{ghiaccio}(T_{tf} - T_0)]}{c_{acqua}(m_a + m_g)} \\ &= \frac{(4186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(0.345 \text{ kg})(25^\circ\text{C}) + (0.067 \text{ kg}) [-3.33 \times 10^5 \text{ J/kg} - (2090 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(-10^\circ\text{C})]}{(4186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C})(0.345 \text{ kg} + 0.067 \text{ kg})} \\ &= 7.186^\circ\text{C} . \end{aligned}$$

Vediamo che la temperatura ottenuta è effettivamente compatibile con la nostra assunzione che il sistema all'equilibrio sia nella fase di acqua liquida.

v) Per ricavare il calore specifico del metallo c_m possiamo uguagliare il calore ceduto dal metallo $Q_{metallo}$ con quello assorbito dall'acqua Q_{acqua} :

$$\begin{aligned} Q_{metallo} &= c_m m (T_m - T_{eq}) . \\ Q_{acqua} &= c_a m_a (T_{eq} - T_a) . \end{aligned}$$

Otteniamo

$$c_m = c_{acqua} \frac{m_a}{m} \frac{T_{eq} - T_a}{T_m - T_{eq}} = (4186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}) \frac{0.5 \text{ kg}}{0.3 \text{ kg}} \frac{24^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}}{90^\circ\text{C} - 24^\circ\text{C}} = 422.8 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C} .$$

Domande a risposta multipla (risposta corretta 1.5 pt, nessuna risposta 0 pt, risposta errata -0.25 pt)

1. Un'auto di massa $m = 1454 \text{ kg}$ si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio $r = 7.18 \text{ m}$ e con velocità $v = 36 \text{ km/h}$. Trovare il valore della forza centripeta (in kN).

- a) 0.282 kN b) 20.25 kN c) 2.025 kN d) 262.4 kN

Soluzione: La soluzione corretta è la b) e si ottiene tramite la formula $F_c = mv^2/r \simeq 20.25 \text{ kN}$, ricordandosi di convertire la velocità nel S.I. cioè in m/s (dividendo per 3.6).

2. Per un osservatore in un sistema di riferimento non-inerziale, quale delle seguenti affermazioni è corretta sulla dinamica di un punto materiale P ?

- a) Vale il principio di inerzia nella sua formulazione ordinaria.
b) La massa di P dipende dal moto del sistema di riferimento.
c) Introduce forze fittizie che non vengono osservate nei sistemi di riferimento inerziali.
d) P si muove solo in presenza di forze esterne.

Soluzione: La risposta corretta è la c) in quanto in un sistema di riferimento non-inerziale l'osservatore deve introdurre delle forze apparenti o fittizie per continuare ad utilizzare le leggi della dinamica. Da notare che le altre 3 risposte sono errate. Infatti, il principio di inerzia non vale senza aggiungere le forze fittizie, la massa è costante e, in assenza di forze esterne, un oggetto si può muovere grazie alle forze apparenti (ad esempio, dentro un'auto che frena bruscamente).

3. Se l'energia erogata da un motore è pari a $E=2.74 \cdot 10^7$ J in 4 minuti, trovare la potenza erogata (in kW).
 a) 114.2 kW b) 1827 kW c) 114200 kW d) 6850 kW

Soluzione: La soluzione giusta è la a) e si trova tramite la formula per la potenza $P = E/t$ (convertendo il tempo in secondi).

4. Quanti giri compie un disco in un tempo 17 s, se ha una velocità angolare $\omega=36.2$ rad/s?
 a) 615.4 b) 97.99 c) 196 d) 307.7

Soluzione: La risposta corretta è la b). Infatti il disco ruota di $\omega t \simeq 615$ radianti, corrispondente a 97.99 giri (un giro equivale a 2π radianti).

5. Un punto materiale P è attaccato ad una molla ideale che si trova compressa di una distanza pari a 26 cm. Sapendo che la sua energia elastica è pari a 4.38 J, trovare il valore della costante elastica della molla.
 a) 64.79 N/m b) 0.01296 N/m c) 33.69 N/m d) 129.6 N/m

Soluzione: La soluzione esatta è la d). Infatti l'energia elastica è $E = 1/2 k \Delta y^2$, da cui $k = 2E/\Delta y^2 \simeq 129.6$ N/m.

6. Se un oggetto P di massa $m = 320$ g si trova inizialmente fermo dentro un'auto che improvvisamente decelera con accelerazione $a = -3.77$ m/s², trovare il modulo della forza di trascinamento applicata su P per un osservatore all'interno dell'auto.
 a) 1.206 N b) 12.06 N c) 1206 N d) 120.6 N

Soluzione: La risposta corretta è la a), in quanto il modulo della forza di trascinamento si ottiene moltiplicando la massa per il modulo dell'accelerazione di trascinamento, ovvero $F_t = ma_t \simeq 1.206$ N. Notare che il verso dell'accelerazione di trascinamento di P è opposto a quello dell'accelerazione dell'origine del sistema di riferimento non-inerziale solidale con l'auto.

7. Un recipiente di forma cilindrica ha raggio di base $r = 22$ cm ed altezza $h = 53$ cm ed ha una massa di $m = 32$ kg. Se è riempito completamente di acqua, che pressione esercita sul suolo?
 a) 740.5 Pa b) 7264 Pa c) 3899 Pa d) 2065 Pa

Soluzione: La risposta corretta è la b). La pressione si ottiene dividendo la forza peso totale agente sul recipiente e sull'acqua

$$F_P = g(m + \rho_{acqua} \pi r^2 h)$$

per la superficie di appoggio $S = \pi r^2$. Otteniamo quindi

$$P = \frac{F_P}{S} = \frac{g(m + \rho_{acqua} \pi r^2 h)}{\pi r^2} = \frac{(9.81 \text{ m/s}^2)(32 \text{ kg} + (1000 \text{ kg/m}^3) \pi (0.22 \text{ m})^2 (0.53 \text{ m}))}{\pi (0.22 \text{ m})^2} = 7264 \text{ Pa}.$$

8. Una condotta di sezione circolare è attraversata da un liquido in flusso stazionario. In un punto in cui il raggio della condotta è $r_1 = 9$ cm la velocità del liquido è $v_1 = 8$ m/s. Qual è la velocità del liquido in un punto in cui la condotta ha raggio $r_2 = 19$ cm?
 a) 35.65 m/s b) 1.795 m/s c) 8 m/s d) 3.789 m/s

Soluzione: La risposta corretta è la b). Per l'equazione di continuità il flusso nei due punti è uguale, quindi

$$v_1 \pi r_1^2 = v_2 \pi r_2^2,$$

da cui

$$v_2 = v_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = (8 \text{ m/s}) \frac{(0.09 \text{ m})^2}{(0.19 \text{ m})^2} = 1.795 \text{ m/s}.$$

9. Un corpo immerso in un liquido è soggetto alla forza di Archimede. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- a) La forza dipende dalla profondità a cui è posto il corpo.
- b) La forza dipende dalla densità del corpo.
- c) La forza dipende dalla forma del corpo.
- d) La forza dipende dalla densità del liquido.

Soluzione: La risposta corretta è la d). La forza di Archimede è data da $F = V\rho_{liquido}$ dove V è il volume di corpo sommerso. Quindi F dipende dalla densità del liquido, ma non dalla forma o dalla densità del corpo né dalla profondità a cui è posto.

10. Un binario di acciaio alla temperatura di $T_0 = 13^\circ\text{C}$ ha una lunghezza di $L = 398\text{ m}$. Quanto varia la sua lunghezza quando la temperatura raggiunge il valore $T_1 = 38^\circ\text{C}$? (Il coefficiente di dilatazione lineare dell'acciaio è dato in tabella.)

- a) 0.3327 m b) 5.691 m c) 10.94 cm d) 16.64 cm

Soluzione: La risposta corretta è la c). La variazione di lunghezza del binario è data da

$$\Delta L = \alpha L(T_1 - T_0) = (11 \times 10^{-6} (\text{C})^{-1})(398\text{ m})(38^\circ\text{C} - 13^\circ\text{C}) = 0.1094\text{ m} = 10.94\text{ cm}.$$

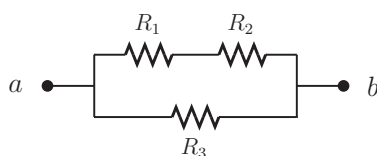
11. Qual è l'efficienza di una macchina di Carnot che lavora tra le temperature -10°C e 94°C ?

- a) $e = 1.106$ b) $e = 0.7167$ c) $e = 0.8936$ d) $e = 0.2833$

Soluzione: La risposta corretta è la d). L'efficienza della macchina di Carnot è data da

$$e = 1 - \frac{T_0}{T_1} = 1 - \frac{(273.15 - 10)\text{ K}}{(273.15 + 94)\text{ K}} = 0.2833 = 28.33\%.$$

12. Tre resistori con resistenza $R_1 = 13.8\ \Omega$, $R_2 = 9.64\ \Omega$ e $R_3 = 15.3\ \Omega$ sono collegati come mostrato in figura. Quanto vale la resistenza equivalente tra i punti a e b ?



- a) $27.77\ \Omega$ b) $54.04\ \Omega$ c) $2.07\ \Omega$ d) $9.257\ \Omega$

Soluzione: La risposta corretta è la d). Le due resistenze R_1 ed R_2 sono in serie, quindi la loro resistenza equivalente è

$$R_{eq} = R_1 + R_2.$$

La resistenza R_3 è in parallelo con il sistema delle altre due resistenze, quindi la resistenza equivalente di tutto il circuito è

$$R = \frac{1}{\frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{13.8\ \Omega + 9.64\ \Omega} + \frac{1}{15.3\ \Omega}} = 9.257\ \Omega.$$

Costanti fisiche

gravità	
acc. gravità Terra	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$
acc. gravità Luna	$g_L = 1.62 \text{ m/s}^2$
densità	
acqua	$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
ghiaccio	$\rho = 917 \text{ kg/m}^3$
olio	$\rho = 920 \text{ kg/m}^3$
aria	$\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$
coefficienti di dilatazione	
acciaio	$\alpha = 11 \times 10^{-6} (\text{°C})^{-1}$
pressioni	
pressione atmosferica	$1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$
calori specifici	
acqua	$4186 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}$
ghiaccio	$2090 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}$
vapore	$2010 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}$
calori latenti	
fusione ghiaccio	$3.33 \times 10^5 \text{ J/kg}$
vaporizzazione acqua	$2.26 \times 10^6 \text{ J/kg}$
costanti termodinamiche	
costante universale dei gas	$R = 8.314 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$
costante di Boltzmann	$k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
numero di Avogadro	$N_A = 6.022 \times 10^{23} / \text{mol}$
equiv. meccanico del calore	$1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J}$
zero assoluto	-273.15 °C
costanti elettromagnetiche	
costante di Coulomb	$k_e = 8.988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$
carica del protone	$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
resistività del rame	$\rho = 1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$