Fisica CdL in Viticoltura ed Enologia — Appello 13/09/2019

Problema 1: Un punto materiale P di massa $m = 514\,\mathrm{g}$ si muove su una guida circolare di raggio $R = 54\,\mathrm{cm}$ posta su un piano orizzontale. Il punto materiale è soggetto alla forza di gravità, e si è in presenza di attrito con coefficiente $\mu = 0.22$.

i) Calcolare il modulo della reazione vincolare normale al piano della guida (in N). (1 pt)

ii) Scrivere il valore della forza centripeta quando P ha una velocità $v_0 = 30\,\mathrm{cm/s}$ (in N). (2 pt)

iii) Scrivere il valore minimo di una forza orizzontale da applicare su P affinché P inizi a muoversi. (1 pt)

iv) Se P percorre $n = 3$ giri in un tempo $t = 2\,\mathrm{s}$, calcolare la velocità angolare media. (1.5 pt)

v) Calcolare lo spazio percorso prima di fermarsi, se P inizia a muoversi alla velocità $v_1 = 64\,\mathrm{cm/s}$, in presenza della sola forza di attrito. (1.5 pt)

<u>**Soluzione:**</u>

i) La reazione vincolare ortogonale al piano della guida è data dalla forza peso

$$F = m\,g = (0.514\,\mathrm{kg})(9.81\,\mathrm{m/s^2}) = 5.042\,\mathrm{N}\,.$$

ii) La forza centripeta è pari a

$$F_c = m\frac{v_0^2}{R} = (0.514\,\mathrm{kg})\frac{(0.3\,\mathrm{m/s})^2}{0.54\,\mathrm{m}} = 0.08567\,\mathrm{N}\,.$$

iii) La minima forza orizzontale è pari alla forza di attrito

$$F_{\mathrm{min}} = \mu\,m\,g = (0.22)(0.514\,\mathrm{kg})(9.81\,\mathrm{m/s^2}) = 1.109\,\mathrm{N}\,.$$

iv) La velocità angolare media è pari a

$$\omega = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2\pi \times 3\,\mathrm{rad}}{2\,\mathrm{s}} = 9.425\,\mathrm{rad/s}\,.$$

v) Lo spazio percorso può essere ricavato uguagliando l'energia cinetica iniziale $E_{\mathrm{cim}} = m\,v_1^2/2$ con il lavoro della forza di attrito $L = d\,F_{\mathrm{attr}} = d\,\mu\,m\,g$, da cui

$$d\,\mu\,m\,g = \frac{1}{2} m\,v^2\,,$$

e quindi

$$d = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{\mu\,g} = \frac{1}{2}\frac{(0.64\,\mathrm{m/s})^2}{(0.22)(9.81\,\mathrm{m/s^2})} = 0.0949\,\mathrm{m} = 9.49\,\mathrm{cm}\,.$$

Un procedimento equivalente per ottenere il risultato è il seguente. La forza di attrito determina una decelerazione pari a $a = -F_{\mathrm{attr}}/m = -\mu\,g$. Il punto materiale si muove di moto uniformemente decelerato. Il tempo che trascorre primaé il punto materiale si fermi è dato da $t = -v_1/a = v_1/(\mu\,g)$. La distanza percorsa è quindi pari a

$$d = v_1\,t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{v_1^2}{\mu\,g} - \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{\mu\,g} = \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{\mu\,g}\,,$$

che coincide col risultato ricavato in precedenza.

Problema 2: Una vasca cilindrica con raggio di base $r = 1\,\mathrm{m}$ ed altezza $h = 2\,\mathrm{m}$ è utilizzata per rifornire d'acqua un edificio a più piani. Il fondo della vasca è posto ad un'altezza $H = 25\,\mathrm{m}$. (Nello svolgere l'esercizio si trascuri la pressione atmosferica.)

i) Se la vasca è completamente piena, qual è la pressione dell'acqua alla bocca di un rubinetto posto all'altezza di $h_{rub1} = 1\,\mathrm{m}$? (1 pt)

ii) Se la vasca è completamente piena, qual è la velocità di fuoriuscita dell'acqua da un rubinetto posto all'altezza di $h_{rub2} = 12\,\mathrm{m}$? (1 pt)

iii) Nelle condizioni del punto (ii), se il rubinetto ha una sezione $A = 1\,\mathrm{cm}^2$ quanto tempo occorre per riempire un recipiente di volume $V = 15\,\mathrm{l}$? (2 pt)

iv) Per riempire la vasca si utilizza una pompa posta al livello del suolo che esercita una pressione $P = 4\,\mathrm{atm}$. Se la pompa impiega $t = 1\,\mathrm{h}$ per riempire completamente la vasca, qual è la potenza sviluppata e qual è il lavoro totale compiuto? (2.5 pt)

v) Per controllare il livello dell'acqua nella vasca si utilizza un'asta metallica di massa $M = 1.93\,\mathrm{kg}$ collegata ad un cubo cavo di plastica. Qual è la lunghezza minima del lato del cubo che permette al sistema cubo + sferetta di rimanere a galla? (Si trascurino la massa della plastica del cubo e il volume dell'asta.) (1.5 pt)

Soluzione:

i) Applicando la legge di Stevino otteniamo

$$P = \rho_{acqua} g(h + H - h_{rub1}) = (1000\,\mathrm{kg/m^3})(9.81\,\mathrm{m/s^2})(2\,\mathrm{m} + 25\,\mathrm{m} - 1\,\mathrm{m}) = 255060\,\mathrm{Pa}\,.$$

Si noti che l'altezza da utilizzare nella formula di Stevino è pari alla colonna d'acqua che va dal rubinetto al livello dell'acqua nella vasca.

ii) Applicando la legge di Torricelli otteniamo

$$v = \sqrt{2g(h + H - h_{rub2})} = \sqrt{2(9.81\,\mathrm{m/s^2})(2\,\mathrm{m} + 25\,\mathrm{m} - 12\,\mathrm{m})} = 17.16\,\mathrm{m/s}\,.$$

iii) La portata del rubinetto è

$$Q = vA = (.16\,\mathrm{m/s})(10^{-4}\,\mathrm{m^2}) = 1.716 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s}\,.$$

Per riempire il recipiente il tempo impiegato è quindi

$$t = V/Q = (15 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3})/(1.716 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s}) = 8.74\,\mathrm{s}\,.$$

iv) La portata dell'acqua che attraversa la pompa è

$$Q = \frac{\pi r^2 h}{t} = \frac{\pi(1\,\mathrm{m})^2(2\,\mathrm{m})}{3600\,\mathrm{s}} = 1.75 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s}\,.$$

La potenza sviluppata è

$$W = PQ = (4 \times 101300\,\mathrm{Pa})(1.75 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s}) = 707.2\,\mathrm{W}\,.$$

Il lavoro totale compiuto è

$$L = Wt = (707.2\,\mathrm{W})(3600\,\mathrm{s}) = 2.55 \times 10^6\,\mathrm{J}\,.$$

v) Per garantire il galleggiamento del sistema asta + cubo, la forza di Archimede deve bilanciare la forza peso totale. La forza di Archimede è pari a

$$F = l_{cubo}^3 g \rho_{acqua}\,,$$

uguagliando con la forza peso abbiamo

$$l_{cubo}^3 g \rho_{acqua} = Mg$$

da cui

$$l_{cubo} = \sqrt[3]{M/\rho_{acqua}} = \sqrt[3]{(1.93\,\mathrm{kg})/\left(1000\,\mathrm{kg/m^3}\right)} = 0.125\,\mathrm{m} = 12.5\,\mathrm{cm}\,.$$

Domande a risposta multipla (risposta corretta 1.5 pt, nessuna risposta 0 pt, risposta errata -0.25 pt)

1. Un'auto di massa $m = 1529\,\mathrm{kg}$ si muove di moto circolare uniforme su una circonferenza di raggio $r = 8.04\,\mathrm{m}$ posta orizzontalmente, ed è soggetta ad una forza centripeta $F_c = 238\,\mathrm{kN}$. Trovare la velocità dell'auto (in m/s).

   a) $1251\,\mathrm{m/s}$ b) $28.3\,\mathrm{m/s}$ c) $1.119\,\mathrm{m/s}$ d) $35.38\,\mathrm{m/s}$

   __Soluzione:__ La risposta corretta è la d). La forza centripeta è pari a

   $$F_c = m\frac{v^2}{r}\,,$$

   da cui ricaviamo

   $$v = \sqrt{\frac{F_c r}{m}} = \sqrt{\frac{(238\times 10^3\,\mathrm{N})(8.04\,\mathrm{m})}{1529\,\mathrm{kg}}} = 35.38\,\mathrm{m/s}\,.$$

2. Quale delle seguenti affermazioni sul concetto delle forze conservative è corretta?

   a) Il loro lavoro lungo un generico percorso non dipende solo dalla posizione iniziale e finale.
   b) Il loro lavoro lungo una linea chiusa dipende dalla forma della linea.
   c) Il loro lavoro lungo una linea chiusa è sempre nullo.
   d) Solo per queste forze è valido il teorema dell'energia cinetica.

   __Soluzione:__ La risposta corretta è la c). Per forze conservative il lavoro dipende solo dalla posizione iniziale e finale e non dalla forma del cammino o da altre proprietà, quindi le affermazioni a) e b) sono errate. Il teorema dell'energia cinetica è sempre valido, quindi la risposta d) è errata.

3. Se l'energia erogata da un motore, con efficienza $\eta = 62\,\%$, è pari a $E = 4.33\times 10^7\,\mathrm{J}$ in $t = 2$ minuti, trovare la potenza assorbita (in kW).

   a) $34920\,\mathrm{kW}$ b) $582\,\mathrm{kW}$ c) $360.8\,\mathrm{kW}$ d) $582000\,\mathrm{kW}$

   __Soluzione:__ La risposta corretta è la b). La potenza assorbita è data da

   $$W = \frac{E}{\eta\, t} = \frac{(4.33\times 10^7\,\mathrm{J})}{(0.62)(2\times 60\,\mathrm{s})} = 582\,\mathrm{kW}\,.$$

   Si noti che l'energia erogata dal motore è pari all'energia assorbita per l'efficienza η.

4. Un punto materiale P è attaccato ad una molla ideale, di costante elastica $k = 90\,\mathrm{N/m}$, che si trova allungata di una distanza pari a $\Delta x = 16\,\mathrm{cm}$. Trovare l'energia potenziale elastica di P (in J).

   a) $1.152\,\mathrm{J}$ b) $7.2\,\mathrm{J}$ c) $11520\,\mathrm{J}$ d) $2.304\,\mathrm{J}$

   __Soluzione:__ La risposta corretta è la a). L'energia potenziale è data da

   $$E = \frac{1}{2}k\,\Delta x^2 = \frac{1}{2}(90\,\mathrm{N/m})(0.16\,\mathrm{m})^2 = 1.152\,\mathrm{J}\,.$$

5. Un punto P di massa $m = 110\,\mathrm{g}$ si muove su una guida circolare di raggio $R = 194\,\mathrm{cm}$ posta su un piano verticale. Trovare la massima variazione di energia potenziale gravitazionale.

   a) $4.187\,\mathrm{J}$ b) $2.093\,\mathrm{J}$ c) $418.7\,\mathrm{J}$ d) $4187\,\mathrm{J}$

   __Soluzione:__ La risposta corretta è la a). La massima differenza di altezza si ha tra il punto più in basso della traiettoria circolare e quello più in alto e vale $2R$. Abbiamo quindi che la variazione di energia potenziale gravitazionale è

   $$\Delta E = 2R\,g\,m = 2(1.94\,\mathrm{m})(9.81\,\mathrm{m/s^2})(0.110\,\mathrm{Kg}) = 0.4187\,\mathrm{J}\,.$$

6. Un proiettile P di massa $m = 35\,\mathrm{g}$ viene lanciato con velocità iniziale $v = 62\,\mathrm{m/s}$ che forma un angolo $\alpha = \pi/3$ rispetto al piano orizzontale. Sapendo che si muove di moto parabolico e che cade dopo un tempo $t = 2\,\mathrm{s}$, calcolarne la gittata.

   a) $107.4\,\mathrm{m}$ b) $86.8\,\mathrm{m}$ c) $62\,\mathrm{m}$ d) $124\,\mathrm{m}$

   __Soluzione:__ La risposta corretta è la c). La componente orizzontale della velocità del proiettile è pari a $v_{\mathrm{orizz}} = v\cos\alpha$. Quindi otteniamo che la gittata è

   $$\Delta x = t\,v\cos\alpha = (2\,\mathrm{s})(62\,\mathrm{m/s})\cos(\pi/3) = 62\,\mathrm{m}\,.$$

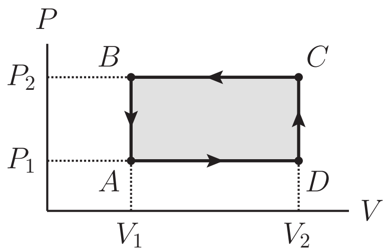
7. Un recipiente di forma cubica (di massa trascurabile) ha lato $d = 69\,\text{cm}$. Se è completamente pieno d'acqua, che pressione esercita sul suolo?

   a) 0.06682 atm b) 0.03341 atm c) 6.769 atm d) 0.006811 atm

   Soluzione: La risposta corretta è la a). La pressione esercitata sul suolo è pari a quella esercitata dall'acqua sul fondo del recipiente, che è pari a

$$P = \rho_{acqua} g d = (1000\,\text{kg/m}^3)(9.81\,\text{m/s}^2)(0.69\,\text{m}) = 6769\,\text{Pa} = 6770/110300\,\text{atm} = 0.06682\,\text{atm}\,.$$

8. Una mole di gas perfetto compie il ciclo termodinamico mostrato nel diagramma. I valori delle pressioni e dei volumi agli estremi del ciclo sono $P_1 = 11\,\text{kPa}$, $P_2 = 20\,\text{kPa}$, $V_1 = 1.32\,\text{m}^3$, $V_2 = 3.71\,\text{m}^3$. Quanto vale il lavoro fatto <u>dal</u> gas in un ciclo?



   a) $-40810\,\text{J}$ b) $-21510\,\text{J}$ c) 74200 J d) 14520 J

   Soluzione: La soluzione corretta è la b). Il lavoro compiuto dal gas è pari all'area racchiusa nel ciclo sul diagramma PV. Essendo il ciclo percorso in verso antiorario il lavoro compiuto è negativo. Quindi otteniamo

$$L = -(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = -(20 \times 10^3\,\text{Pa} - 11 \times 10^3\,\text{Pa})(3.71\,\text{m}^3 - 1.32\,\text{m}^3) = -21510\,\text{J}\,.$$

9. Quale delle seguenti affermazioni relative ai cicli termodinamici <u>non</u> è corretta?

   a) Il calore ceduto alle sorgenti è sempre minore del calore assorbito.
   b) In un ciclo che sviluppa lavoro il calore assorbito è sempre maggiore di zero.
   c) Il lavoro sviluppato è pari alla differenza tra il calore assorbito e quello ceduto.
   d) In un ciclo che sviluppa lavoro il calore ceduto è sempre maggiore di zero.

   Soluzione: L'affermazione non corretta è la a). Per esempio nel caso di una pompa di calore il calore ceduto alla sorgente calda è pari alla somma del calore assorbito dalla sorgente fredda e del lavoro utilizzato per compiere il ciclo. Quindi il calore ceduto è maggiore del calore assorbito. Le affermazioni b) e c) sono semplici conseguenze della conservazione dell'energia (primo principio della termodinamica). L'affermazione d) è conseguenza del secondo principio della termodinamica.

10. Un recipiente contiene $m = 491\,\text{g}$ di acqua alla temperatura di $T = 24°\text{C}$. Quanto calore deve essere fornito al sistema per trasformare tutta l'acqua in vapore alla temperatura di 100°C?

   a) $1.266 \times 10^6\,\text{J}$ b) $1.11 \times 10^6\,\text{J}$ c) 156200 J d) 711000 J

   Soluzione: La soluzione corretta è la a). La trasformazione avviene in due fasi. Inizialmente è un riscaldamento nella fase liquida e successivamente una transizione di fase da acqua a vapore. Il calore totale assorbito è quindi dato da

$$Q = m(\Delta T c_a + L_a) = (0.491\,\text{kg})\left[(100°\text{C} - 24°\text{C})(4186\,\text{J/kg}\cdot°\,\text{C}) + 2.26 \times 10^6\,\text{J/kg}\right] = 1.266 \times 10^6\,\text{J}\,.$$

11. Un gas perfetto alla temperatura $T_0 = 140°\text{C}$ è contenuto in un recipiente di volume $V = 2.5\,\text{m}^3$ ad una pressione $P_0 = 20000\,\text{Pa}$. Con una trasformazione termodinamica si porta il gas alla temperatura $T_1 = 291°\text{C}$ mantenendone costante il volume. Qual è la pressione finale del gas?

   a) 20000 Pa b) 41570 Pa c) 14090 Pa d) 27310 Pa

   Soluzione: La soluzione corretta è la d). Dall'equazione di stato dei gas perfetti ($PV = nRT$) otteniamo

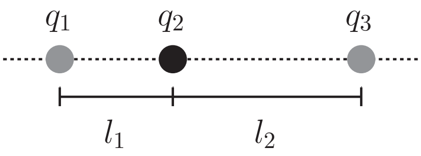
$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{T_1}{T_0}\,,$$

da cui

$$P_1 = P_0 \frac{T_1}{T_0} = 20000\,\mathrm{Pa} \frac{(291 + 273.15)\,\mathrm{K}}{(140 + 273.15)\,\mathrm{K}} = 27310\,\mathrm{Pa}\,.$$

Si noti che le temperature devono essere espresse in kelvin.

12. Tre cariche elettriche $q_1 = +6.0\,\mu\mathrm{C}$, $q_2 = -2.0\,\mu\mathrm{C}$ e $q_3 = +4.0\,\mu\mathrm{C}$ sono disposte come in figura con $l_1 = 9\,\mathrm{cm}$ e $l_2 = 15\,\mathrm{cm}$. Quanto vale il modulo della forza agente sulla carica q_2?



a) $10.12\,\mathrm{N}$ b) $13.32\,\mathrm{N}$ c) $3.196\,\mathrm{N}$ d) $16.51\,\mathrm{N}$

Soluzione: La soluzione corretta è la a). Le cariche q_1 e q_3 esercitano forze attrattive sulla carica q_2. Le due forze sono quindi dirette lungo la stessa direzione, ma hanno verso opposto. Il modulo della forza risultante è dato da

$$\begin{aligned} F &= k_e \left(\frac{|q_1||q_2|}{l_1^2} - \frac{|q_3||q_2|}{l_2^2} \right) \\ &= 8.988 \times 10^9 \mathrm{Nm/C^2} \left(\frac{(6 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(2 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.09\,\mathrm{m})^2} - \frac{(4 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})(2 \times 10^{-6}\,\mathrm{C})}{(0.15\,\mathrm{m})^2} \right) = 10.12\,\mathrm{N}\,. \end{aligned}$$

Costanti fisiche

gravità	
acc. gravità Terra	$g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$
acc. gravità Luna	$g_L = 1.62\,\mathrm{m/s^2}$
densità	
acqua	$\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$
ghiaccio	$\rho = 917\,\mathrm{kg/m^3}$
olio	$\rho = 920\,\mathrm{kg/m^3}$
aria	$\rho = 1.20\,\mathrm{kg/m^3}$
coefficienti di dilatazione	
acciaio	$\alpha = 11 \times 10^{-6} (^\circ\mathrm{C})^{-1}$
pressioni	
pressione atmosferica	$1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$
calori specifici	
acqua	$4186\,\mathrm{J/kg{\cdot}^\circ C}$
ghiaccio	$2090\,\mathrm{J/kg{\cdot}^\circ C}$
vapore	$2010\,\mathrm{J/kg{\cdot}^\circ C}$
calori latenti	
fusione ghiaccio	$3.33 \times 10^5\,\mathrm{J/kg}$
vaporizzazione acqua	$2.26 \times 10^6\,\mathrm{J/kg}$
costanti termodinamiche	
costante universale dei gas	$R = 8.314\,\mathrm{J/mol{\cdot}K}$
costante di Boltzmann	$k_B = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
numero di Avogadro	$N_A = 6.022 \times 10^{23}/\mathrm{mol}$
equiv. meccanico del calore	$1\,\mathrm{cal} = 4.186\,\mathrm{J}$
zero assoluto	$-273.15^\circ\mathrm{C}$
costanti elettromagnetiche	
costante di Coulomb	$k_e = 8.988 \times 10^9\,\mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}$
carica del protone	$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
resistività del rame	$\rho = 1.7 \times 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m}$