

**Problema 1:** Un oggetto descrivibile come un punto materiale  $P$  di massa  $m = 350\text{ g}$  si muove su una circonferenza ideale di raggio  $r = 19\text{ cm}$  con velocità costante  $v = 369\text{ cm/s}$ .

- i) Calcolare la velocità angolare  $\omega$  (in  $\text{rad/s}$ ). (1 pt)
- ii) Trovare il valore della forza applicata su  $P$  (in  $\text{N}$ ). (2 pt)
- iii) Trovare il valore dell'accelerazione tangenziale di  $P$  (in  $\text{m/s}^2$ ). (1 pt)
- iv) Calcolare la sua energia cinetica in Joule. (1 pt)
- v) Se improvvisamente  $P$  è soggetto anche ad un'accelerazione tangenziale  $a_t = 100\text{ cm/s}^2$ , trovare l'accelerazione complessiva di  $P$  nell'istante iniziale in  $\text{m/s}^2$ . (2 pt)

**Soluzione:**

- i) La velocità angolare si ottiene tramite la formula  $\omega = v/r = 19.4211\text{ rad/s}$ .
- ii) La forza centripeta è pari a  $F_c = mv^2/r = 25.0823\text{ N}$ .
- iii) In un moto circolare uniforme la velocità cambia solo in direzione ma non in modulo, quindi  $a_t = 0$ .
- iv) Per definizione l'energia cinetica si ricava con la formula  $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 2.38282\text{ J}$ .
- v) L'accelerazione totale si ricava tramite il teorema di Pitagora dal momento che l'accelerazione centripeta  $a_c$  e quella tangenziale  $a_t$  sono ortogonali tra loro, ovvero  $a_{tot} = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = 71.6707\text{ m/s}^2$ .

**Problema 2:** Una vasca cilindrica per la raccolta dell'acqua è posta su una collina all'altezza di  $H = 117\text{ m}$ . Il raggio della base della vasca è  $r = 2\text{ m}$ , mentre la sua altezza è  $h = 1\text{ m}$ . La vasca è alimentata dall'acqua di una sorgente posta ai piedi della collina che è convogliata in cima per mezzo di una pompa collegata ad una condotta.

- i) Calcolare la pressione minima che la pompa deve esercitare affinché il flusso d'acqua possa raggiungere la cima della collina. (Tenere conto della pressione atmosferica all'uscita della condotta.) (1.5 pt)
- ii) La pompa esercita una pressione di  $P = 1.4 \times 10^6\text{ Pa}$  e riempie completamente la vasca nel tempo di  $t = 1\text{ h}$ . Quale è la potenza sviluppata dalla pompa e quale è il lavoro totale compiuto? (2.5 pt)
- iii) Se la vasca è completamente piena, quale è la pressione sul fondo? (Assumere che la vasca sia aperta, in modo che la pressione alla superficie dell'acqua sia pari a quella atmosferica.) (0.5 pt)
- iv) Al livello del fondo della vasca è posto un rubinetto. Se questo viene aperto, quale è la velocità di fuoriuscita dell'acqua? (1.5 pt)
- v) Supponiamo che la vasca sia completamente piena e che il rubinetto abbia una sezione di  $A = 3\text{ cm}^2$ . Che quantità di acqua fuoriesce nel tempo di  $t_{rub} = 32\text{ s}$  quando il rubinetto è completamente aperto? (Trascurate il fatto che il livello dell'acqua cala leggermente mentre l'acqua fuoriesce dalla vasca.) (1 pt)

**Soluzione:**

- i) Affinché l'acqua possa fuoriuscire dalla condotta sulla cima della collina, la pressione in quel punto deve essere almeno uguale alla pressione atmosferica. Usando la legge di Stevino abbiamo che la pressione alla base della collina (cioè la pressione che deve esercitare la pompa) è

$$P_{pompa} = P_{atm} + \rho g H = 101300\text{ Pa} + (1000\text{ kg/m}^3) * (9.81\text{ m/s}^2)(117\text{ m}) = 1.249 \times 10^6\text{ Pa}. \quad (0.1)$$

- ii) Come primo passo calcoliamo la portata  $Q$  della condotta (cioè la quantità d'acqua che attraversa una sezione della condotta nell'unità di tempo). Questa è chiaramente pari al rapporto tra volume della vasca e tempo impiegato per riempirla

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{\pi r^2 h}{t} = \frac{\pi (2 \text{ m})^2 (1 \text{ m})}{3600 \text{ s}} = 3.49 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}. \quad (0.2)$$

La potenza esercitata dalla pompa è data da

$$W = PQ = (1.4 \times 10^6 \text{ Pa}) * (3.49 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}) = 4887 \text{ W}. \quad (0.3)$$

Il lavoro compiuto è dato da

$$L = Wt = (4887 \text{ W})(3600 \text{ s}) = 1.759 \times 10^7 \text{ J}. \quad (0.4)$$

- iii) La pressione sul fondo della vasca è data, secondo la legge di Stevino, da

$$P_{\text{fondo}} = P_{\text{atm}} + \rho gh = 101300 \text{ Pa} + (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m}) = 111110 \text{ Pa}. \quad (0.5)$$

- iv) Per la legge di Torricelli, la velocità di fuoriuscita dell'acqua è

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81 \text{ m/s}^2)(1 \text{ m})} = 4.429 \text{ m/s}. \quad (0.6)$$

- v) La portata è data dal prodotto della velocità di uscita dell'acqua calcolata al punto precedente e della sezione del rubinetto, quindi

$$Q_{\text{rub}} = vA = (4.429 \text{ m/s})(3 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 0.001329 \text{ m}^3/\text{s}. \quad (0.7)$$

La quantità di acqua che fuoriesce dal rubinetto nel tempo  $t_{\text{rub}}$  è

$$V_{\text{rub}} = Q_{\text{rub}} t_{\text{rub}} = (0.001329 \text{ m}^3/\text{s})(32 \text{ s}) = 0.04252 \text{ m}^3. \quad (0.8)$$

### Domande a risposta multipla (risposta corretta 1.5 pt, nessuna risposta 0 pt, risposta errata -0.25 pt)

1. Un punto materiale  $P$  si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato e percorre una distanza  $s = 28 \text{ km}$  in un tempo  $t = 16$  minuti, partendo da fermo. Calcolare l'accelerazione di  $P$ .

a)  $0.03038 \text{ m/s}^2$       b)  $0.06076 \text{ m/s}^2$       c)  $2.188 \text{ m/s}^2$       d)  $0.6076 \text{ m/s}^2$

**Soluzione:** La risposta corretta è la b) e si ricava tramite la formula dell'accelerazione per un moto uniformemente accelerato, ovvero  $a = 2s/t^2$ .

2. Un punto materiale  $P$  di massa  $m = 662 \text{ g}$  è attaccato ad una molla disposta verticalmente di costante elastica  $k = 19.2 \text{ N/m}$ . Trovare l'allungamento della molla in condizioni di equilibrio.

a)  $337.9 \text{ cm}$       b)  $0.3379 \text{ cm}$       c)  $33.79 \text{ cm}$       d)  $33.79 \text{ m}$

**Soluzione:** La risposta corretta è la c) in quanto l'equilibrio si ottiene quando la forza peso eguaglia la forza elastica, i.e.  $mg = kx$ , dove  $x$  l'allungamento che è quindi pari a  $x = mg/k$ .

3. Un punto materiale  $P$  di massa  $m = 504 \text{ g}$  è poggiato su un piano inclinato ruvido di angolo  $\alpha = 39^\circ$ . Trovare il coefficiente di attrito  $\mu$  quando  $P$  è fermo.

a)  $0.8092$       b)  $0.2765$       c)  $3.615$       d)  $0.2428$

**Soluzione:** La risposta corretta è la a). Il punto  $P$  è in equilibrio quando la forza di attrito controbilancia la componente della forza peso lungo il piano inclinato, i.e.  $\mu mg \cos \alpha = mg \sin \alpha$ , quindi  $\mu = \tan \alpha$ .

4. Quale delle seguenti affermazioni non è corretta?

a) La cinematica studia il moto degli oggetti materiali in relazione alle cause che lo hanno generato.  
 b) Il punto materiale è un oggetto di dimensioni trascurabili.  
 c) L'accelerazione di gravità può essere considerata costante in prossimità della superficie terrestre.  
 d) La massa è una proprietà intrinseca del punto materiale.

**Soluzione:** La risposta corretta è la a). Infatti non è la cinematica ma piuttosto la dinamica che studia il moto dei punti materiali in relazione alle cause (le forze) che lo hanno generato.

5. Trovare la variazione di energia potenziale gravitazionale quando si sposta un punto materiale  $P$  di massa  $m = 7.54 \text{ kg}$  da un'altezza  $h_1 = 305 \text{ cm}$  ad un'altezza  $h_2 = 25 \text{ cm}$ .

a)  $-206.9 \text{ J}$       b)  $-21.11 \text{ J}$       c)  $-20690 \text{ J}$       d)  $-413.8 \text{ J}$

**Soluzione:** La risposta corretta è la a) in quanto la variazione di energia potenziale gravitazionale si ottiene dalla formula  $E_p = mg\Delta h$  dove  $\Delta h$  appunto la differenza tra le due quote.

6. Un motore con potenza  $P = 10.8 \text{ W}$  rimane acceso per un tempo  $t = 3 \text{ ore}$ . Calcolare l'energia totale consumata dal motore.

a)  $116.6 \text{ kJ}$       b)  $116.6 \text{ J}$       c)  $32.4 \text{ kJ}$       d)  $3.6 \text{ J}$

**Soluzione:** La risposta corretta è la a). Per definizione di potenza l'energia totale consumata dal motore è pari a  $E = Pt$ .

7. A che temperatura in gradi Celsius corrisponde la temperatura in Fahrenheit  $T_F = 73^\circ\text{F}$ ?

a)  $163.4^\circ\text{C}$       b)  $99.4^\circ\text{C}$       c)  $58.33^\circ\text{C}$       d)  $22.78^\circ\text{C}$

**Soluzione:** La risposta corretta è la d). La temperatura in Celsius si ottiene mediante la formula

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(73 - 32)^\circ\text{C} = 22.78^\circ\text{C}. \quad (0.9)$$

8. Un dirigibile di massa di  $M = 25635 \text{ kg}$  viene riempito di elio. Quale è il minimo volume di elio necessario per far volare il dirigibile? (Suggerimento: un corpo nell'atmosfera è soggetto alla spinta di Archimede dovuta all'aria. Le densità dell'aria e dell'elio sono date in tabella.)

a)  $42720 \text{ m}^3$       b)  $25110 \text{ m}^3$       c)  $21360 \text{ m}^3$       d)  $143200 \text{ m}^3$

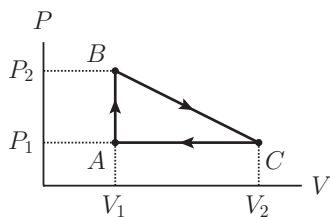
**Soluzione:** La soluzione corretta è la b). Il volume minimo si ottiene eguagliando il peso del dirigibile con la spinta di Archimede, quindi otteniamo

$$Mg = V(\rho_{\text{aria}} - \rho_{\text{elio}})g \quad (0.10)$$

quindi

$$V = \frac{M}{\rho_{\text{aria}} - \rho_{\text{elio}}} = \frac{25635 \text{ kg}}{(1.20 \text{ kg/m}^3) - (0.179 \text{ kg/m}^3)} = 25110 \text{ m}^3. \quad (0.11)$$

9. Un gas perfetto compie il ciclo termodinamico mostrato nel diagramma in figura. Se gli estremi del ciclo sono  $V_1 = 3.6 \text{ m}^3$ ,  $V_2 = 10.4 \text{ m}^3$ ,  $P_1 = 3.06 \times 10^3 \text{ Pa}$  e  $P_2 = 7.96 \times 10^3 \text{ Pa}$ , calcolare il lavoro fatto dal gas in un ciclo.



a)  $-10400 \text{ J}$       b)  $-33320 \text{ J}$       c)  $16660 \text{ J}$       d)  $25480 \text{ J}$

**Soluzione:** La soluzione corretta è la c). Il lavoro compiuto dal gas in un ciclo è pari all'area del ciclo nel diagramma PV. Essendo il ciclo percorso in verso orario, il lavoro è positivo. Quindi abbiamo

$$L = \frac{1}{2}(V_2 - V_1)(P_2 - P_1) = \frac{1}{2}(10.4 \text{ m}^3 - 3.6 \text{ m}^3)(7.96 \times 10^3 \text{ Pa} - 3.06 \times 10^3 \text{ Pa}) = 16660 \text{ J}. \quad (0.12)$$

10. Quale delle seguenti affermazioni sulla forza elettrostatica tra due particelle cariche non è corretta?

a) La forza è attrattiva o repulsiva a seconda delle cariche.  
 b) La forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra le particelle.  
 c) La forza è direttamente proporzionale alle cariche delle particelle.  
 d) La forza è inversamente proporzionale alla massa delle particelle

**Soluzione:** L'affermazione errata è la d). La forza tra due cariche elettriche non dipende dalla massa delle particelle, ma solo dalle loro cariche elettriche e dalla loro distanza.

11. Un gas perfetto alla temperatura  $T_0 = 267^\circ\text{C}$  è contenuto in un recipiente di volume  $V = 2.51$  ad una pressione  $P_0 = 20000\text{ Pa}$ . Con una trasformazione termodinamica si porta il gas alla temperatura  $T_1 = 137^\circ\text{C}$  mantenendone costante il volume. Quale è la pressione finale del gas?
- a) 15190 Pa      b) 20000 Pa      c) 10260 Pa      d) 5073 Pa

**Soluzione:** La risposta corretta è la a). Usando l'equazione di stato dei gas perfetti  $PV = nRT$  otteniamo per la pressione finale  $P_1$

$$\frac{P_1 V}{P_0 V} = \frac{nRT_1}{nRT_0} \Rightarrow P_1 = P_0 \frac{T_1}{T_0} = (20000\text{ Pa}) \frac{(137 + 273.15)\text{ K}}{(267 + 273.15)\text{ K}} = 15190\text{ Pa}. \quad (0.13)$$

Si noti che le temperature devono essere espresse in Kelvin.

12. Un filo conduttore cilindrico di rame ha lunghezza  $l = 117\text{ cm}$  e raggio  $r = 0.814\text{ mm}$ . Quale è la resistenza del conduttore tra i due estremi? (La resistività del rame è data in tabella.)
- a) 0.01911  $\Omega$       b) 0.009555  $\Omega$       c) 0.5621  $\Omega$       d) 0.03002  $\Omega$

**Soluzione:** La risposta corretta è la b). La resistenza è data dalla formula

$$r = \rho \frac{l}{A} = (1.7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}) \frac{1.17\text{ m}}{\pi(0.814 \times 10^{-3}\text{ m})^2} = 0.009555 \Omega. \quad (0.14)$$

Nella formula precedente  $A = \pi r^2$  è l'area della sezione del filo.

#### Costanti fisiche

gravità	
acc. gravità Terra	$g = 9.81\text{ m/s}^2$
acc. gravità Luna	$g_L = 1.62\text{ m/s}^2$
densità	
acqua	$\rho = 1000\text{ kg/m}^3$
aria	$\rho = 1.20\text{ kg/m}^3$
elio	$\rho = 0.179\text{ kg/m}^3$
pressioni	
pressione atmosferica	$1.013 \times 10^5\text{ Pa}$
calori specifici	
acqua	$4186\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$
ghiaccio	$2090\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$
vapore	$2010\text{ J/kg}\cdot^\circ\text{C}$
calori latenti	
fusione ghiaccio	$3.33 \times 10^5\text{ J/kg}$
vaporizzazione acqua	$2.26 \times 10^6\text{ J/kg}$
costanti termodinamiche	
costante universale dei gas	$R = 8.314\text{ J/mol}\cdot\text{K}$
costante di Boltzmann	$k_B = 1.38 \times 10^{-23}\text{ J/K}$
numero di Avogadro	$N_A = 6.022 \times 10^{23}/\text{mol}$
equiv. meccanico del calore	$1\text{ cal} = 4.186\text{ J}$
zero assoluto	$-273.15^\circ\text{C}$
costanti elettromagnetiche	
costante di Coulomb	$k_e = 8.988 \times 10^9\text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$
carica del protone	$e = 1.602 \times 10^{-19}\text{ C}$
resistività del rame	$\rho = 1.7 \times 10^{-8}\text{ }\Omega \cdot \text{m}$