Fisica CdL in Viticoltura ed Enologia   Appello 26/06/2019

Problema 1: Un punto materiale P di massa $m = 896\,\mathrm{g}$ si trova ai piedi di un piano inclinato di altezza h=29 cm e angolo $\alpha = 64\,°$.

i) In assenza di attrito calcolare la forza minima (in N) da applicare su P lungo il piano inclinato per farlo salire sullo stesso. (1 pt)

ii) Se il piano inclinato è ruvido con coefficiente di attrito pari a μ=0.502, calcolare la forza minima (in N) richiesta in (i). (1.5 pt)

iii) Nelle stesse condizioni del punto (ii), calcolare il lavoro (con segno e in Joule) dissipato dalla forza di attrito se P arriva in cima al piano partendo dai suoi piedi. (1 pt)

iv) Nelle condizioni del punto (i) ma in assenza della forza aggiuntiva, se P ha una velocità iniziale v=8.75 m/s diretta lungo il piano inclinato, calcolare in quanto tempo (in s) arriva alla sua sommità. (1.5 pt)

v) Nelle condizioni del (iv) ma in presenza di attrito con coefficiente pari a μ=0.582, calcolare la velocità di P sulla sommità del piano inclinato (in m/s). (2 pt)

Soluzione:

i) La forza minima F_{min} per spostare P è quella che bilanca la componente della forza peso lungo il piano inclinato, ovvero $F_{min} = mg\sin(\alpha) = 7.89$ N.

ii) La forza minima F_{min} richiesta in presenza di attrito si ottiene aggiungendo alla forza trovata in (ii) la componente massima della forza di attrito radente statico, i.e. $F_{min} = mg\sin(\alpha) + \mu mg\cos(\alpha) = 9.82$ N.

iii) Il lavoro della forza di attrito è $L_a = -\mu mg\cos(\alpha)d = -62.44$ N, dove d è la lunghezza del piano inclinato pari a $h/\sin(\alpha) = 32.3$ cm.

iv) Si tratta di un moto uniformemente decelerato con accelerazione $a = -g\sin(\alpha)$, quindi $d = v_i t + 1/2at^2$, da cui risolvendo l'equazione di secondo grado in t si trova che il tempo richiesto è $t = (v_i - \sqrt{v_i^2 - 2gd})/(g\sin(\alpha)) = 0.038$ s.

v) Usando il teorema dell'energia cinetica o delle forze vive, si ha che la differenza tra l'energia meccanica totale finale e quella iniziale è pari al lavoro della forza di attrito, ovvero $1/2mv_i^2 - \mu mg\cos(\alpha)d = 1/2mv_f^2 + mgh$, da cui $v_f = \sqrt{v_i^2 - 2gh - 2\mu gh/\tan(\alpha)} = 8.3$ m/s.

Problema 2: Una vasca a forma di parallelepipedo è utilizzata per contenere del vino. La vasca, che è aperta superiormente, ha le seguenti dimensioni: altezza $h = 2\,\mathrm{m}$, lati di base $\ell_1 = 5\,\mathrm{m}$ e $\ell_2 = 4\,\mathrm{m}$. (Nello svolgimento dell'esercizio si assuma che la densità del vino sia pari a quella dell'acqua.)

i) Se la vasca è completamente piena, quale è la pressione assoluta sul fondo? (Tenere conto della pressione atmosferica) (0.5 pt)

ii) Al livello del fondo della vasca è posto un rubinetto. Se questo viene aperto, supponendo che la vasca sia completamente piena, quale è la velocità di fuoriuscita del vino? Se il rubinetto ha una sezione di $A = 3\,\mathrm{cm}^2$ ed è completamente aperto, quanto tempo occorre perché il livello del vino nella vasca diminuisca di $\Delta h = 10\,\mathrm{cm}$? (Trascurate il fatto che il livello del vino cala leggermente mentre la vasca si svuota.) (2.5 pt)

iii) Dal fondo della vasca parte un tubo che scende per $H = 5\,\mathrm{m}$. Alla fine del tubo è posto un rubinetto. Se questo viene aperto, supponendo che la vasca sia completamente piena, quale è la velocità di fuoriuscita del vino? (0.5 pt)

iv) Come cambiano le risposte alle domande i), ii) e iii) se la vasca è riempita di olio invece che di vino? (La densità dell'olio è data nella tabella delle costanti.) (1 pt)

v) Per riempire la vasca si utilizza una pompa, che esercita una pressione di $P = 2 \times 10^6$ Pa, collegata ad un tubo. Se la portata del flusso di vino è $Q = 100$ l/min, quanto tempo occorre per riempire completamente la vasca inizialmente vuota? Qual è la potenza sviluppata dalla pompa e qual è il lavoro totale compiuto? (2.5 pt)

<u>**Soluzione:**</u>

i) La pressione sul fondo della vasca è data, secondo la legge di Stevino, da

$$P_{fondo} = P_{atm} + \rho g h = 101300\,\mathrm{Pa} + (1000\,\mathrm{kg/m^3})(9.81\,\mathrm{m/s^2})(2\,\mathrm{m}) = 120900\,\mathrm{Pa}\,. \tag{0.1}$$

ii) Per la legge di Torricelli, la velocità di fuoriuscita dell'acqua è

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.81\,\mathrm{m/s^2})(2\,\mathrm{m})} = 6.264\,\mathrm{m/s}\,. \tag{0.2}$$

La portata è data dal prodotto della velocità di uscita dell'acqua e della sezione del rubinetto, quindi

$$Q_{rub} = vA = (6.264\,\mathrm{m/s})(3 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^2}) = 0.001879\,\mathrm{m^3/s}\,. \tag{0.3}$$

Perché il livello del vino nella vasca cali di Δh dal rubinetto deve fuoriuscire il volume di vino

$$V_{vino} = \ell_1 \ell_2 \Delta h = (5\,\mathrm{m})(4\,\mathrm{m})(0.1\,\mathrm{m}) = 2\,\mathrm{m^3}\,.$$

Il tempo necessario è quindi

$$t_{rub} = \frac{\ell_1 \ell_2 \Delta h}{\sqrt{2gh}\,A} = \frac{V_{vino}}{Q_{rub}} = 1064\,\mathrm{s} = 17.74\,\mathrm{min}\,.$$

iii) Per la legge di Torricelli, la velocità di fuoriuscita dell'acqua è

$$v = \sqrt{2g(h+H)} = \sqrt{2(9.81\,\mathrm{m/s^2})(2\,\mathrm{m} + 5\,\mathrm{m})} = 11.72\,\mathrm{m/s}\,. \tag{0.4}$$

iv) Se il vino è sostituito da olio, la pressione sul fondo è diversa, essa è data da

$$P_{fondo} = P_{atm} + \rho g h = 101300\,\mathrm{Pa} + (920\,\mathrm{kg/m^3})(9.81\,\mathrm{m/s^2})(2\,\mathrm{m}) = 119400\,\mathrm{Pa}\,. \tag{0.5}$$

I risultati dei punti ii) e iii) invece non dipendono dalla densità del fluido (come si può vedere dalle soluzioni date). Quindi rimangono invariati.

v) Il tempo impiegato per riempire la vasca è

$$t = V_{vasca}/Q = \ell_1 \ell_2 h/Q = (5\,\mathrm{m})(4\,\mathrm{m})(2\,\mathrm{m})/(100 \times 10^{-3} * 60\,\mathrm{m^3/s}) = 24000\,\mathrm{s} = 400\,\mathrm{min}\,.$$

La potenza esercitata dalla pompa è data da

$$W = PQ = (2 \times 10^6\,\mathrm{Pa})(100 \times 10^{-3}/60\,\mathrm{m^3/s}) = 3333\,\mathrm{W}\,. \tag{0.6}$$

Il lavoro compiuto è dato da

$$L = Wt = PQt = PV_{vasca} = (2 \times 10^6\,\mathrm{Pa})(5\,\mathrm{m})(4\,\mathrm{m})(2\,\mathrm{m}) = 8 \times 10^7\,\mathrm{J}\,. \tag{0.7}$$

Domande a risposta multipla (risposta corretta 1.5 pt, nessuna risposta 0 pt, risposta errata -0.25 pt)

1. Un oggetto di massa $m = 1604$ kg si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione a=6.31 m/s^2. In quanto tempo (in secondi) percorre una distanza s=72 km, partendo da ferma?
   a) 22820 s b) 106.8 s c) 4.777 s d) 151.1 s

   <u>**Soluzione:**</u> La risposta corretta è la (d) e si ottiene dalla formula del moto uniformemente accelerato, ovvero $t = \sqrt{2s/a}$, usando le unita' di misura del S.I.

2. Quale delle seguenti affermazioni sulla dinamica di un punto materiale <u>non</u> è corretta?

a) La forza di attrito ha la direzione del vettore velocità ma verso opposto.
b) In presenza di attrito l'energia meccanica totale non si conserva.
c) Il modulo della forza di attrito radente presenta un valore massimo.
d) La forza di attrito è sempre diversa da zero su un piano scabro.

Soluzione: La risposta corretta è la (d) in quanto ad esempio un oggetto materiale fermo su un piano orizzontale scabro, in assenza di altre forze esterne oltre alla gravità, è soggetto ad una forza di attrito di modulo nullo.

3. Un motore di un trattore eroga una potenza massima pari a P=125 kW. Quanta energia può generare in un tempo pari a t=24 s?

   a) $3. \times 10^6$ J b) 5208 J c) 3000 J d) 5.208 J

   Soluzione: La risposta corretta è la (a) e si ottiene calcolando l'energia E come $E = Pt$, dopo aver convertito la potenza da kW a W.

4. Una ruota gira di moto uniforme con velocità angolare ω=86.2 rad/s, in quanto tempo (in secondi) compie 922 giri?

   a) 10.7 s b) 21.39 s c) 33.59 s d) 67.17 s

   Soluzione: La risposta corretta è la (d). Il tempo richiesto t si ottiene come $t = \Delta\theta/\omega$, dove $\Delta\theta = 2\pi 922 \sim 5790$ rad.

5. Un punto materiale P di massa $m = 2629$ g è attaccato ad una molla ideale sospesa verticalmente, con costante elastica k=1.49 N/m. Qual è l'allungamento (in cm) della molla se P è in equilibro?

   a) 1729 cm b) 1.729×10^6 cm c) 17.29 cm d) 176.4 cm

   Soluzione: La risposta corretta è la (a). In condizioni di equilibrio forza elastica e forza peso sono uguali in modulo e direzione e verso opposto, quindi l'allungamento è pari a $\Delta y = mg/k = 17.29$ m.

6. Calcolare il momento (in Joule) di una coppia di forze di intensitá F=37 N e braccio d=21.4 cm.

   a) 15.84 J b) 7.918 J c) 0.01729 J d) 791.8 J

   Soluzione: La risposta corretta è la (b). Il momento di una coppia di forze F e braccio d è pari a Fd.

7. Un gas ideale ($n = 2$ moli) è contenuto in un cilindro con pistone ed è mantenuto a pressione costante pari a $P = 2 \times 10^5$ Pa. Se la sua temperatura passa da $T_1 = 350$ K a $T_2 = 844$ K, quale è il lavoro compiuto dal gas?

   a) 8214 J b) −2910 J c) 7017 J d) 4107 J

   Soluzione: La risposta corretta è la a). Il lavoro per una trasformazione a pressione costante è dato da $L = P\Delta V$. Il metodo più semplice per trovare la risposta è usare l'equazione di stato dei gas perfetti ($PV = nRT$) nel modo seguente:

   $$L = P(V_{fin} - V_{ini}) = nR(T_{fin} - T_{ini}) = (2\,\mathrm{mol})(8.314\,\mathrm{J/mol\cdot K})(844\,\mathrm{K} - 350\,\mathrm{K}) = 8214\,\mathrm{J}\,.$$

   Si noti che poichè il gas si espande il lavoro compiuto dal gas è positivo. Un procedura alternativa consiste nel ricavare i volumi iniziale e finale del gas usando l'equazione di stato e poi calcolare direttamente il lavoro.

8. Una nave è realizzata utilizzando $V = 125\,\mathrm{m}^3$ di acciaio (la cui densità è riportata in tabella). Qual è la minima quantità di acqua che deve spostare per poter rimanere a galla? (Trascurare gli effetti dell'aria e di eventuali carichi.)

   a) $98250\,\mathrm{m}^3$ b) $1965\,\mathrm{m}^3$ c) $0.125\,\mathrm{m}^3$ d) $982.5\,\mathrm{m}^3$

   Soluzione: La risposta corretta è la d). Per trovare la risposta bilanciamo la forza peso con la forza di Archimede

   $$g\,V\,\rho_{acciaio} = g\,V_{acqua}\,\rho_{acqua}\,.$$

   Da questa equazione ricaviamo

   $$V_{acqua} = V\frac{\rho_{acciaio}}{\rho_{acqua}} = (125\,\mathrm{m}^3)\frac{7860\,\mathrm{kg/m}^3}{1000\,\mathrm{kg/m}^3} = 982.5\,\mathrm{m}^3\,.$$

9. Un recipiente contiene $m = 448\,\mathrm{g}$ di acqua alla temperatura di $T = 23°\mathrm{C}$. Quanto calore deve essere sottratto al sistema per trasformare tutta l'acqua in ghiaccio alla temperatura di $0°\mathrm{C}$?

   a) $1.492 \times 10^5\,\mathrm{J}$ b) $4.313 \times 10^4\,\mathrm{J}$ c) $1.923 \times 10^5\,\mathrm{J}$ d) $1.708 \times 10^5\,\mathrm{J}$

   Soluzione: La risposta corretta è la c). Al diminuire della temperatura il sistema inizialmente si raffredda sino alla temperatura di $0°\mathrm{C}$ e poi compie prima la transizione di fase da acqua a ghiaccio. Il calore sottratto al sistema è la somma del calore sottratto durante il raffreddamento e del calore latente:

$$Q = mL_{acqua} + mc_{acqua}\Delta T = (0.448\,\mathrm{kg})(3.33\times10^5\,\mathrm{J/kg}) + (0.448\,\mathrm{kg})(4186\,\mathrm{J/kg{\cdot}°C})(23°\mathrm{C}) = 1.923\times10^5\,\mathrm{J}\,.$$

10. Quale delle seguenti affermazioni riferite al *primo* principio della termodinamica <u>non</u> è corretta?

    a) Regola la conversione di energia meccanica in energia interna.
    b) Non permette la conversione totale di calore in energia meccanica.
    c) Estende il principio di conservazione dell'energia ai fenomeni termodinamici.
    d) Implica che in un ciclo termodinamico il lavoro compiuto dal sistema è uguale alla differenza tra il calore assorbito e quello ceduto.

    Soluzione: L'affermazione errata è la b). Il primo principio della termodinamica afferma che energia termica (e quindi calore) ed energia meccanica sono "equivalenti" in quanto si possono trasformare una nell'altra. Il primo principio non implica nessuna restrizione alla trasformazione di energia tra le sue diverse forme. È invece il secondo principio della termodinamica che afferma che non è possibile trasformare interamente calore in energia meccanica.

11. Un gas perfetto alla temperatura $T_0 = 251°\mathrm{C}$ è contenuto in un recipiente di volume $V = 2.5\,\mathrm{m}^3$ ad una pressione $P = 20000\,\mathrm{Pa}$. Con una trasformazione termodinamica si porta il gas alla temperatura $T_1 = 112°\mathrm{C}$ mantenendone costante la pressione. Quale è il volume finale del gas?

    a) $0.5342\,\mathrm{m}^3$ b) $2.5\,\mathrm{m}^3$ c) $1.837\,\mathrm{m}^3$ d) $1.116\,\mathrm{m}^3$

    Soluzione: La risposta corretta è la c). Usiamo l'equazione di stato dei gas perfetti per ottenere

$$PV_{0,1} = nRT_{0,1}\,,$$

quindi dividendo membro a membro le equazioni alle temperature T_1 e T_0 ricaviamo

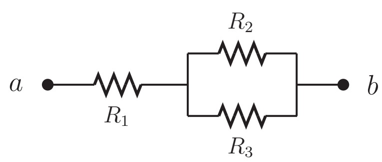
$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{T_1}{T_0}\,.$$

Il risultato è quindi

$$V_1 = V_0\frac{T_1}{T_0} = (2.5\,\mathrm{m}^3)\frac{(112 + 273.15)\,\mathrm{K}}{(251 + 273.15)\,\mathrm{K}} = 1.836\,\mathrm{m}^3\,.$$

Si noti che le temperature devono essere espresse in kelvin.

12. Tre resistori con resistenza $R_1 = 13.9\,\Omega$, $R_2 = 5.56\,\Omega$ e $R_3 = 19.1\,\Omega$ sono collegati come mostrato in figura. Quanto vale la resistenza equivalente tra i punti a e b?



    a) $14.13\,\Omega$ b) $3.288\,\Omega$ c) $38.56\,\Omega$ d) $18.21\,\Omega$

    Soluzione: La risposta corretta è la d). Le due resistenze R_2 ed R_3 sono in parallelo, quindi la loro resistenza equivalente è

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}\,.$$

La resistenza R_1 è in serie con il sistema delle altre due resistenze, quindi la resistenza equivalente di tutto il circuito è

$$R = R_1 + R_{eq} = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 13.9\,\Omega + \frac{1}{\frac{1}{5.56\,\Omega} + \frac{1}{19.1\,\Omega}} = 18.21\,\Omega\,.$$

Costanti fisiche

gravità	
acc. gravità Terra	$g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}$
acc. gravità Luna	$g_L = 1.62\,\mathrm{m/s^2}$
densità	
acqua	$\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$
olio	$\rho = 920\,\mathrm{kg/m^3}$
aria	$\rho = 1.20\,\mathrm{kg/m^3}$
acciaio	$\rho = 7860\,\mathrm{kg/m^3}$
elio	$\rho = 0.179\,\mathrm{kg/m^3}$
pressioni	
pressione atmosferica	$1.013 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$
calori specifici	
acqua	$4186\,\mathrm{J/kg{\cdot}^\circ C}$
ghiaccio	$2090\,\mathrm{J/kg{\cdot}^\circ C}$
vapore	$2010\,\mathrm{J/kg{\cdot}^\circ C}$
calori latenti	
fusione ghiaccio	$3.33 \times 10^5\,\mathrm{J/kg}$
vaporizzazione acqua	$2.26 \times 10^6\,\mathrm{J/kg}$
costanti termodinamiche	
costante universale dei gas	$R = 8.314\,\mathrm{J/mol{\cdot}K}$
costante di Boltzmann	$k_B = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
numero di Avogadro	$N_A = 6.022 \times 10^{23}/\mathrm{mol}$
equiv. meccanico del calore	$1\,\mathrm{cal} = 4.186\,\mathrm{J}$
zero assoluto	$-273.15^\circ\mathrm{C}$
costanti elettromagnetiche	
costante di Coulomb	$k_e = 8.988 \times 10^9\,\mathrm{N{\cdot}m^2/C^2}$
carica del protone	$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
resistività del rame	$\rho = 1.7 \times 10^{-8}\,\Omega \cdot \mathrm{m}$