

Esercitazione di Laboratorio:  
Generatori di funzione e filtri RC

Coa Giulio

Licastro Dario

Montano Alessandra

26 novembre 2019

## 1 Scopo dell'esperienza

Lo scopo di questa esercitazione è stato studiare la risposta in frequenza di due filtri RC per mezzo di un segnale sinusoidale di ampiezza e frequenza note.

## 2 Strumentazione utilizzata

La strumentazione usata durante l'esercitazione è:

Strumento	Marca e Modello	Caratteristiche
Multimetro Oscilloscopio	Agilent 34401A Rigol DS1054Z	4 canali, $B = 50 \text{ MHz}$ , $f_c = 1 \text{ G}\frac{\text{Sa}}{\text{s}}$ , $R_i = 1 \text{ M}\Omega$ , $C_i = 13 \text{ pF}$ , 12 Mbps di profondità di memoria
Generatore di segnali	Rigol DG1022	2 canali, $f_{\text{uscita}} = 20 \text{ MHz}$ , $Z_{\text{uscita}} = 50 \Omega$
Cavi coassiali Scheda con filtri RC premontati		Capacità dell'ordine dei $80 \div 100 \text{ p}\frac{\text{F}}{\text{m}}$

## 3 Premesse teoriche

### 3.1 Incertezza sulla misura dell'oscilloscopio

La misura del valore di un segnale tramite l'oscilloscopio (sia esso l'ampiezza, la frequenza, il periodo, etc.) presenta un'incertezza che dipende, principalmente, da due fattori:

- l'incertezza strumentale introdotta dall'oscilloscopio (ricavabile dal manuale).
- l'incertezza di lettura dovuta all'errore del posizionamento dei cursori.

Quest'ultima incertezza deriva dal fatto che il segnale visualizzato non ha uno spessore nullo sullo schermo.

### 3.2 Filtro RC

Un filtro RC è un circuito elettrico del primo ordine composto da una resistenza e da un condensatore.

#### 3.2.1 Filtro passa-basso

Un filtro passa-basso è un filtro RC che permette il passaggio di frequenze al di sotto di una data soglia, detta frequenza di taglio.

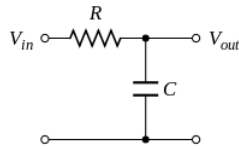


Figura 1: Circuito corrispondente ad un filtro passa-basso.

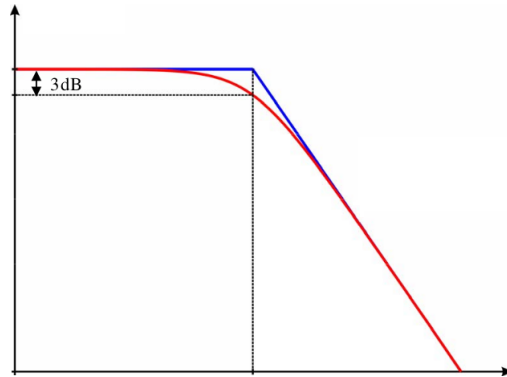


Figura 2: Diagramma di Bode corrispondente ad un filtro passa-basso.

### 3.2.2 Filtro passa-alto

Un filtro passa-alto è un filtro RC che permette il passaggio di frequenze al di sopra di una data soglia, detta frequenza di taglio.

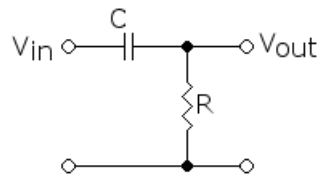


Figura 3: Circuito corrispondente ad un un filtro passa-alto.

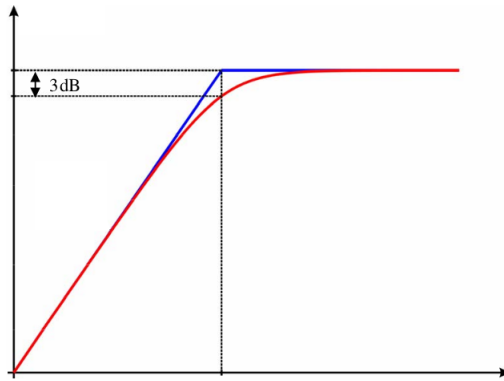


Figura 4: Diagramma di Bode corrispondente ad un filtro passa-basso.

### 3.2.3 Filtro passa-banda

Un filtro passa-banda è un filtro RC che permette il passaggio di frequenze entro un certo range; questo filtro è caratterizzato dalla presenza di due frequenze di taglio.

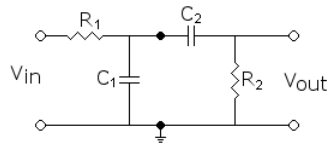


Figura 5: Circuito corrispondente ad un un filtro passa-banda.

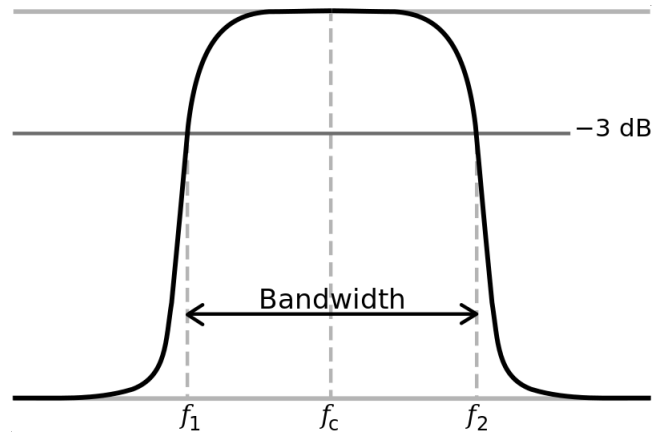


Figura 6: Diagramma di Bode corrispondente ad un filtro passa-banda.

## 4 Esperienza in laboratorio

### 4.1 Operazioni preliminari

Abbiamo regolato il generatore di segnali in modo da visualizzare un segnale sinusoidale di ampiezza  $V_{pp} = 1\text{ V}$  e frequenza  $f = 1\text{ kHz}$ ; successivamente abbiamo collegato il generatore di segnali all'oscilloscopio tramite un cavo coassiale BNC-BNC, di lunghezza pari a 1 m, al fine di visualizzare la forma d'onda, ottenendo il circuito qui rappresentato.

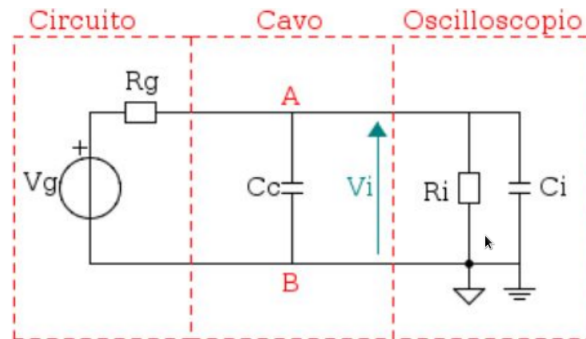


Figura 7: Generatore di segnali collegato all'oscilloscopio tramite un cavo coassiale BNC-BNC.

### 4.2 Uso dei generatori di segnali

#### 4.2.1 Frequenza dei segnali

Dal manuale del generatore di segnali, abbiamo riportato il valore massimo di frequenza che ciascun segnale può raggiungere e, successivamente, abbiamo regolato il generatore in modo da visualizzare un segnale sinusoidale di ampiezza  $V_{pp} = 1\text{ V}$  e frequenza  $f = 1\text{ kHz}$ , per poi verificarne la frequenza tramite l'uso dell'oscilloscopio e del multimetro.

#### 4.2.2 Tipo ed ampiezza dei segnali

Dal manuale del generatore di segnali, abbiamo riportato il valore massimo di ampiezza che ciascun segnale può raggiungere e, successivamente, abbiamo regolato il generatore in modo da visualizzare un segnale sinusoidale di ampiezza  $V_{pp} = 1\text{ V}$  e frequenza variabile per misurare i diversi valori picco-picco raggiunti.

Infine, tramite la definizione di dB, abbiamo ottenuto la frequenza al di sopra della quale il segnale viene attenuato di 1 dB.

#### 4.2.3 Offset

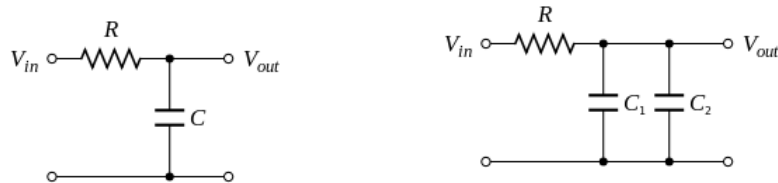
Abbiamo regolato il generatore di segnali in modo da visualizzare un segnale sinusoidale di ampiezza  $V_{pp} = 1\text{ V}$ , frequenza  $f = 1\text{ kHz}$  e offset di  $0.2\text{ V}$ ; a questo punto, abbiamo visualizzato le rappresentazioni in continua (modalità d'accoppiamento in DC) e in alternata (modalità d'accoppiamento in AC) del segnale.

Infine, abbiamo ripetuto il procedimento per un offset di  $-0.2\text{ V}$ .

### 4.3 Scheda con filtro RC

Abbiamo collegato la scheda coi filtri RC premontati al generatore di segnali tramite un cavo BNC-BNC e all'oscilloscopio tramite due cavi coassiali BNC-coccodrillo, uno attaccato a monte della resistenza e uno a valle dei condensatori.

L'interruttore che gestisce la presenza del secondo condensatore è posto in parallelo al primo condensatore presente nel filtro; quando esso viene chiuso, il secondo condensatore viene collegato in parallelo al circuito, aumentando l'attenuazione del filtro, ovvero la sua frequenza di taglio.



(a) Filtro passa-basso con un condensatore. (b) Filtro passa-basso con due condensatori.

La resistenza, invece, ha un valore pari a  $1\text{ k}\Omega$ ; tale valore è stato verificato tramite l'uso del multimetro, ottenendo una misurazione di  $1'020 \pm 10.2\Omega$ , che rientra nel 5% di tolleranza dato dal costruttore.

### 4.4 Risposta nel dominio della frequenza di un filtro passa-basso: diagrammi di Bode

Abbiamo regolato il generatore di segnali in modo da visualizzare un segnale sinusoidale di ampiezza  $V_{pp} = 800\text{ mV}$  e frequenza  $f = 1\text{ kHz}$ ; successivamente abbiamo collegato la scheda coi filtri RC premontati al generatore di segnali tramite un cavo BNC-BNC e all'oscilloscopio tramite due cavi coassiali BNC-coccodrillo, uno attaccato a monte della resistenza e uno a valle dei condensatori. In particolare è stato connesso l'ingresso del filtro al canale CH1 dell'oscilloscopio, mentre l'uscita è stata connessa al canale CH2; successivamente, abbiamo impostato il coefficiente di deflessione verticale dell'oscilloscopio, per entrambi i canali, a  $200 \frac{\text{mV}}{\text{div}}$  e la velocità di scansione orizzontale in modo da poter visualizzare almeno un periodo del segnale.

Infine, abbiamo proceduto col variare la frequenza del segnale al fine di misurare lo sfasamento e l'attenuazione subita da esso, riportando tutti i dati nell'apposita tabella e costruendo i relativi grafici. Inoltre, si è calcolato la frequenza per cui lo sfasamento tra l'ingresso e l'uscita del filtro si avvicina maggiormente ai  $45^\circ$ .

Abbiamo ripetuto il procedimento dopo aver chiuso l'interruttore del filtro, inserendo, in parallelo, il secondo condensatore.

### 4.5 Risposta nel dominio della frequenza di un filtro passa-alto: diagrammi di Bode

Abbiamo sostituito il filtro passa-basso usato precedentemente con un filtro passa-alto, ovvero abbiamo spostato i cavi coassiali di collegamento sui morsetti del filtro passa-alto presente sulla scheda premontata, ed abbiamo ripetuto l'esperienza.

## 5 Risultati

### 5.1 Uso dei generatori di segnali

#### 5.1.1 Frequenza dei segnali

I valori massimi di frequenza per i vari segnali del generatore di segnali sono

Tipo di segnale	Frequenza massima [MHz]
Sinusoidale	20
Onda quadra	5
Onda triangolare	4
Pulsazione	5

La frequenza misurata dall'oscilloscopio è pari a

$$f = 1 \pm 0.04 \text{ kHz}$$

Mentre quella misurata dal multimetro è pari a

$$f = 999.974 \pm 0.100 \text{ Hz}$$

#### 5.1.2 Tipo ed ampiezza dei segnali

I valori massimi di ampiezza per i vari segnali del generatore di segnali sono

Tipo di segnale	Ampiezza massima [V]
Sinusoidale	20
Onda quadra	20
Onda triangolare	20
Pulsazione	20

Mentre i valori dell'ampiezza picco-picco, al variare della frequenza, sono

Frequenza	Divisioni	Ampiezza divisioni	Ampiezza cursori [mV]
100 Hz	~ 5	$200 \text{ mV} \cdot 5 = 10.0 \text{ V}$	998
1 kHz	~ 5	$200 \text{ mV} \cdot 5 = 10.0 \text{ V}$	998
10 kHz	~ 5	$200 \text{ mV} \cdot 5 = 10.0 \text{ V}$	990
100 kHz	~ 4.8	$200 \text{ mV} \cdot 4.8 = 960 \text{ mV}$	963
1 MHz	~ 4.8	$200 \text{ mV} \cdot 4.8 = 960 \text{ mV}$	950
10 MHz	~ 4.4	$200 \text{ mV} \cdot 4.4 = 880 \text{ mV}$	890

La tensione per la quale il segnale viene attenuato di 1 dB è pari a

$$20 \cdot \log_{10} x = -1 \Rightarrow x = 10^{-\frac{1}{20}} = 891 \text{ mV}$$

Perciù la frequenza sarà di, circa, 10 MHz.

## 5.2 Scheda con filtro RC

La frequenza di taglio, con le relative incertezze, dei due filtri passa-basso è

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} = \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 1k \cdot X} = \\ &= 17 \text{ kHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon f &= \epsilon R + \epsilon C = \\ &= 0.05 + X = \\ &= X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta f &= \epsilon f \cdot f = \\ &= X \cdot X = \\ &= X \text{ kHz} \end{aligned}$$

Filtro con un condensatore

Mentre quella del filtro passa-alto è

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot (C_1 + C_2)} = \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 1k \cdot (X + 10n)} = \\ &= 8.3 \text{ kHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon f &= \epsilon R + \epsilon C_1 + \epsilon C_2 = \\ &= 0.05 + X + X = \\ &= X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta f &= \epsilon f \cdot f = \\ &= X \cdot X = \\ &= X \text{ kHz} \end{aligned}$$

Filtro con due condensatori

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} = \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 1k \cdot X} = \\ &= 17 \text{ kHz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon f &= \epsilon R + \epsilon C = \\ &= 0.05 + X = \\ &= X \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta f &= \epsilon f \cdot f = \\ &= X \cdot X = \\ &= X \text{ kHz} \end{aligned}$$

### 5.2.1 Risposta nel dominio della frequenza di un filtro passa-basso: diagrammi di Bode

I dati misurati usando il filtro passa-basso con l'interruttore aperto, ovvero sfruttando un solo condensatore, sono riportati nella tabela che segue.



Frequenza	Tensione in input [mV]	Tensione in output [mV]	Fase [°]	$H(s)$ [dB]
100 Hz	$840 \pm 88.0$	$840 \pm 88.0$	1.08	0
300 Hz	$832 \pm 87.6$	$832 \pm 87.6$	1.08	0
500 Hz	$840 \pm 88.0$	$832 \pm 87.6$	1.62	-0.0830
1 kHz	$832 \pm 87.6$	$832 \pm 87.6$	3.50	-0.0830
3 kHz	$832 \pm 87.6$	$808 \pm 88.4$	10.0	-0.254
5 kHz	$832 \pm 87.6$	$792 \pm 87.6$	15.0	-0.430
10 kHz	$832 \pm 87.6$	$704 \pm 87.1$	30.0	-1.45
15 kHz	$808 \pm 88.4$	$600 \pm 88.0$	41.5	-2.58
16 kHz	$808 \pm 88.4$	$580 \pm 86.7$	43.2	-3.22
18 kHz	$800 \pm 88.0$	$552 \pm 87.4$	44.0	-3.22
20 kHz	$800 \pm 88.0$	$520 \pm 88.0$	50.0	-3.64
25 kHz	$800 \pm 88.0$	$448 \pm 88.7$	53.0	-5.03
30 kHz	$800 \pm 88.0$	$392 \pm 87.2$	60.0	-6.19
1 MHz	$784 \pm 87.2$	$22 \pm X$	92.2	-31.0

Mentre i dati misurati usando il filtro passa-basso con l'interruttore chiuso, ovvero sfruttando entrambi i condensatori, sono riportati di seguito.

Frequenza	Tensione in input [mV]	Tensione in output [mV]	Fase [°]	$H(s)$ [dB]
1 kHz	$840 \pm 88.0$	$840 \pm 88.0$	6.48	0
2 kHz	$820 \pm 89.0$	$780 \pm 87.0$	16.6	-0.43
3 kHz	$820 \pm 89.0$	$760 \pm 88.0$	21.1	-0.66
5 kHz	$816 \pm 88.8$	$688 \pm 88.5$	30.6	-1.48
7 kHz	$816 \pm 88.8$	$620 \pm 89.3$	40.0	-2.31
7.5 kHz	$808 \pm 88.4$	$608 \pm 88.5$	42.0	-2.47
8.3 kHz	$800 \pm 88.0$	$560 \pm 88.0$	43.6	-3.10
8.5 kHz	$800 \pm 88.0$	$560 \pm 88.0$	44.0	-3.01
10 kHz	$800 \pm 88.0$	$512 \pm 87.4$	47.9	-3.87
12 kHz	$800 \pm 88.0$	$460 \pm 86.3$	49.1	-4.80
14 kHz	$800 \pm 88.0$	$440 \pm 88.0$	55.3	-5.19
15 kHz	$820 \pm 89.0$	$420 \pm 90.0$	54.1	-5.60
20 kHz	$780 \pm 87.0$	$320 \pm 88.0$	72.1	-7.95
30 kHz	$800 \pm 88.0$	$260 \pm 85.1$	68.9	-9.76
50 kHz	$800 \pm 88.0$	$180 \pm 84.0$	70.4	-13.0

Nel primo caso, la frequenza per cui si aveva uno sfasamento il più vicino possibile ai  $45^\circ$  è 18 kHz, mentre, nel secondo caso, è 8.5 kHz.

### 5.3 Risposta nel dominio della frequenza di un filtro passa-alto: diagrammi di Bode

I dati misurati usando il filtro passa-alto sono i seguenti

Frequenza	Tensione in input [mV]	Tensione in output [mV]	Fase [°]	$H(s)$ [dB]
100 Hz	$840 \pm 88.0$	$9 \pm X$	104	-39.4
5 kHz	$808 \pm 88.4$	$248 \pm 89.3$	74.3	-10.3
8 kHz	$808 \pm 88.4$	$352 \pm 87.1$	67.9	-7.22
10 kHz	$808 \pm 88.4$	$416 \pm 89.6$	58.3	-5.77
15 kHz	$800 \pm 88.0$	$536 \pm 89.2$	45.3	-3.48
16 kHz	$800 \pm 88.0$	$544 \pm 86.9$	48.4	-3.35
17 kHz	$800 \pm 88.0$	$564 \pm 88.3$	47.7	-3.01
18 kHz	$792 \pm 87.6$	$580 \pm 86.7$	42.1	-2.71
20 kHz	$792 \pm 87.6$	$608 \pm 88.5$	41.0	-2.30
25 kHz	$792 \pm 87.6$	$656 \pm 89.0$	35.1	-1.64
29 kHz	$792 \pm 87.6$	$680 \pm 88.0$	30.6	-1.32
1 MHz	$784 \pm 87.2$	$776 \pm 88.3$	3.60	-0.09

La frequenza per cui si aveva uno sfasamento il più vicino possibile ai  $45^\circ$  è 17 kHz.

## 6 Conclusioni

### 6.1 Uso dei generatori di segnali

Dai valori riportati si evince la compatibilità fra i valori di frequenza e tensione misurati tramite l'oscilloscopio e quelli impostati nel generatore di segnali; inoltre possiamo notare come il segnale uscente dal generatore tenda ad avere una diminuzione del proprio valore data la non idealità del generatore stesso.

#### 6.1.1 Offset

In seguito all'aggiunta di un offset al segnale, si nota come quest'ultimo venga traslato verso l'alto, o verso il basso, rispetto all'asse orizzontale; passando dalla modalità DC a quella in AC, è possibile rimuovere tale effetto in quanto, in tale modalità, l'oscilloscopio rimuove la componente continua del segnale, che, nel nostro caso, coincide con il valore di offset.

### 6.2 Risposta nel dominio della frequenza di un filtro passa-basso: diagrammi di Bode

Dai valori presenti nelle tabelle e dai relativi diagrammi di Bode, notiamo come, nel filtro passa-basso, la presenza di un secondo condensatore in parallelo al precedente causi un aumento della capacità totale ed un conseguente abbassamento della frequenza di taglio del circuito.