

Capacitated Vehicle Routing Problem

PROGETTO

Algoritmi
Laurea Magistrale in Informatica
Università di Padova

a.a. 2017/2018

1 Definizione del problema

Il *Vehicle Routing Problem* – *VRP* è uno dei classici problemi di ottimizzazione combinatoria in Ricerca Operativa, e tratta gli aspetti della gestione di un gruppo di veicoli nell'ambito della logistica. VRP rappresenta una classe di problemi in cui un certo insieme di veicoli deve essere distribuito su un certo numero di città al fine di determinare una serie di itinerari/percorsi. L'obiettivo è quello di progettare l'insieme dei percorsi di costo minimo in grado di servire un dato insieme di clienti. Ciascun veicolo parte e ritorna dal deposito centrale.

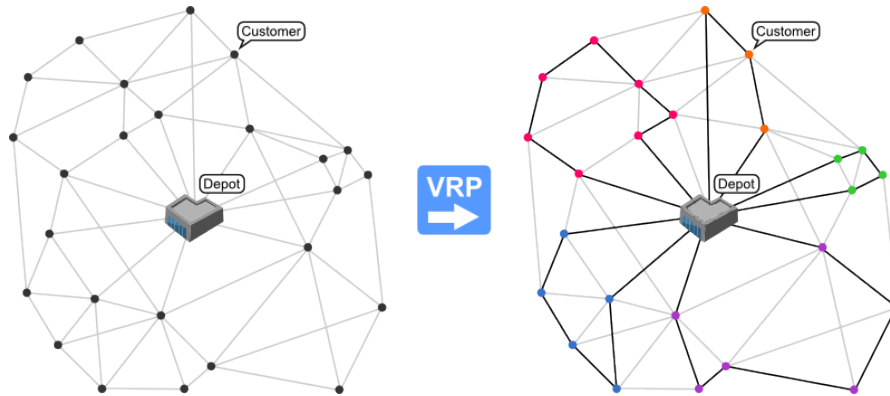


Figura 1: Un esempio di istanza di VRP (a destra) e di una possibile soluzione (a sinistra).

Esistono diverse varianti del VRP, una delle quali è *Capacitated Vehicle Routing Problem* – *CVRP*, dove ogni veicolo è caratterizzato da una capacità limitata di carico delle merci. In CVRP quindi l'obiettivo è quello di minimizzare il costo totale dei percorsi (analogo al generico VRP) rispettando il vincolo che la somma delle quantità di merce assegnata a ciascun tragitto non deve superare la capacità di carico del veicolo assegnato a quel percorso. Pertanto una soluzione si dice realizzabile se essa soddisfa quest'ultimo aspetto. Si noti che un percorso deve essere assegnato ad un solo veicolo.

2 Formalizzazione del problema

Il Capacitated Vehicle Routing Problem può essere formalizzato come un problema su grafi pesati. Sia dato un grafo completo e non orientato $G = (V, E)$, dove $V = \{0, 1, \dots, n\}$ è l'insieme dei vertici così differenziati:

- 0 rappresenta il deposito;
- $V \setminus \{0\}$ rappresenta l'insieme delle città.

L'insieme degli archi E rappresenta i collegamenti tra città e città e tra il deposito e le città. Ad ogni arco $\{u, v\} \in E$ viene associato un peso non negativo $w(u, v)$ che rappresenta il “costo” del percorso da u a v (misurato per esempio con il tempo necessario a percorrerlo o la distanza tra i vertici). Ad ogni cliente (o città) $i \in V \setminus \{0\}$ viene associata una quantità di merce $q(i)$ da consegnare. I veicoli sono considerati tutti identici tra di loro e sono caratterizzati da una capacità massima σ di merce trasportabile.

Il problema CVRP consiste nel determinare un numero di veicoli m e un insieme di itinerari $H = \{\eta_1, \dots, \eta_m\}$ che rispettino le seguenti condizioni:

- ciascuna città in $V \setminus \{0\}$ è visitata una sola volta da un solo veicolo;
- tutti i percorsi dei veicoli iniziano e finiscono al deposito;
- per ogni veicolo h , $\sum_{i \in \eta_h} q(i) \leq \sigma$;

minimizzando il *costo totale di tutti gli itinerari*:

$$\text{cost}(H) = \sum_{h=1}^m w(\eta_h).$$

3 Definizione degli algoritmi

Il problema CVRP è un problema NP-completo. Di conseguenza, gli algoritmi esatti noti finora sono di complessità esponenziale (o più che esponenziale). In questo progetto si chiede di analizzare e confrontare due diversi algoritmi di approssimazione per risolvere CVRP tra quelli descritti nella pagina web

<http://neo.lcc.uma.es/vrp/solution-methods/>

Scegliere uno tra gli algoritmi della categoria “Constructive Methods”, e uno tra gli algoritmi della categoria “2-Phase Algorithms”.

4 Implementazione e test degli algoritmi

Implementare i due algoritmi scelti al punto precedente, ed eseguirli sui 16 grafi del dataset `cvrp.zip`. I risultati ottenuti vanno mostrati in una tabella come quella sottostante. Le righe della tabella corrispondono alle istanze del problema. Le colonne mostrano, per ogni algoritmo, il costo della soluzione trovata, il tempo di esecuzione e l'errore relativo calcolato come

$$\frac{\text{SoluzioneTrovata} - \text{SoluzioneOttima}}{\text{SoluzioneOttima}}$$

I valori delle soluzioni ottime si trovano nel file `cvrp-sol.zip`. Il formato dei file è descritto nel file `tsplib-doc.pdf`.

Istanza	Algoritmo 1			Algoritmo 2		
	Soluzione	Tempo (s)	Errore	Soluzione	Tempo (s)	Errore
ulysses-n16-k3.vrp						
gr-n17-k3.vrp						

Figura 2: Tabella riassuntiva dei risultati ottenuti.

5 Cosa consegnare

- Una *relazione* sullo svolgimento del progetto. La relazione deve contenere:
 - una sezione introduttiva al progetto;
 - la descrizione degli algoritmi scelti, con relativo pseudo-codice;
 - l'analisi della complessità asintotica degli algoritmi scelti;
 - la tabella riassuntiva dei risultati mostrata in Figura 2;
 - eventuali originalità introdotte nell'elaborato o nell'implementazione;
 - una sezione conclusiva in cui porre i vostri commenti e le vostre conclusioni sull'elaborato svolto e i risultati ottenuti.
- Il *codice sorgente* dell'implementazione in un unico file di archivio (.zip, .tar.gz, ecc.).